

## کنترل تطبیقی در یک سیستم بازوی چندوظیفه‌ای با افزونگی سینماتیکی

حمید صادقیان<sup>۱</sup>، شهرام هادیان جزی<sup>۲</sup>، مهدی کشمیری<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی پزشکی، دانشگاه اصفهان، h.sadeghian@eng.ui.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، s.hadian@eng.ui.ac.ir

<sup>۳</sup> استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، mehdik@cc.iut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۲/۲۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۴/۲۹)

**چکیده:** در این مقاله یک الگوریتم کنترلی غیرخطی تطبیقی برای یک سیستم چندوظیفه‌ای ارائه می‌شود. این الگوریتم با تعریف و تحلیل یک سیگنال فیلترشده مناسب برای خطا و براساس اولویت‌های از پیش تعیین شده برای ربات، در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری، قانون کنترلی مناسب را ارائه می‌دهد. به منظور بسط الگوریتم در حالت وظایف شامل کنترل زاویه در فضای وظیفه از بازخورد کوآرتونیون استفاده شده است. پایداری مجانبی سیستم و همگرایی خطای تعقیب مسیر وظیفه اصلی و وظایف با اولویت‌های پایین‌تر با تکیه بر آنالیز لیاپانوف حاصل شده است. با استفاده از آنالیز انجام شده امکان استفاده از کنترلرهای غیرفعال<sup>۱</sup> بدون جبران سازی دینامیک سیستم در قالب سیستم‌های چنداولویته فراهم شده است. الگوریتم‌های ارائه شده در این مقاله در محیط‌های شبیه‌سازی با ربات‌های چهار و هفت درجه آزادی تصدیق شده است.

**کلمات کلیدی:** کنترل چنداولویته، کنترل تطبیقی، فضای پوچ، بازخورد کوآرتونیون

## Adaptive Control of a Multi-Task Redundant Manipulator

Hamid Sadeghian, Shahram Hadian Jazi, and Mehdi Keshmiri

**Abstract:** A nonlinear adaptive control algorithm for a multi-task redundant manipulator is developed in this paper. The method considers the parametric uncertainties in the system and defines a proper filtered error signal according to the allocated priority. Based on this error analysis, the asymptotic stability and convergence of the tracking error, both for the main task as well as the sub-tasks are shown using Lyapunov approach. In order to extend the algorithm for the case of orientation control in the operational task, quaternion feedback has been exploited, and the stability is shown. The results of the paper are verified in several simulations on 4DoF planar arm as well as 7DoF KUKA lightweight robot arm.

**Keywords:** Multi-priority control, Nonlinear adaptive control, Null space, Quaternion feedback

<sup>۱</sup> Passive Controllers

## ۱- مقدمه

هنگامی که تعداد درجات آزادی ربات از تعداد درجات آزادی مورد نیاز برای انجام وظیفه بیشتر باشد، ربات از لحاظ سینماتیکی دارای افزونگی<sup>۱</sup> می‌باشد. بنابراین افزونگی سینماتیکی با توجه به وظیفه محوله به ربات مشخص می‌شود. در یک سیستم افزونه مساله سینماتیک معکوس ربات دارای بی‌نهایت جواب می‌باشد چراکه برای یک موقعیت مشخص نقطه انتهایی<sup>۲</sup> ربات، موقعیت‌های بیشماری در فضای مفاصل وجود دارد. در هنگام حرکت نقطه انتهایی بر روی یک مسیر مشخص می‌توان از درجات آزادی اضافی ربات برای بهینه‌کردن یک اندیس و یا انجام وظیفه دیگر استفاده کرد. یکی از روش‌های استفاده از درجات آزادی اضافی مخصوصاً در سیستم‌های با درجه افزونگی بالا مانند ربات‌های انسان‌نما، کنترل همزمان چند نقطه از بدنه ربات و یا چند وظیفه به صورت سلسله مراتبی و با اولویت‌بندی معین می‌باشد.

تاکنون مقالات بیشماری به منظور استفاده بهینه از افزونگی سیستم با استفاده از روش‌های مختلف بهینه‌سازی منتشر شده است. از آنجا که غالباً وظیفه اصلی ربات به عنوان وظیفه با اولویت بالا تلقی می‌شود و انجام دقیق آن مد نظر است، این بهینه‌سازی در فضای پوچ<sup>۳</sup> وظیفه اصلی ربات انجام می‌شود. به منظور تحلیل سیستم با چندین وظیفه، یک الگوریتم پایه کنترل چنداولویتی<sup>۴</sup> ارائه شده است [۱]. این روش به صورت یک چهارچوب کلی برای تحلیل چندین وظیفه با اولویت‌های معین بسط داده شده است [۲]. این فرمولاسیون با استفاده از معادلات سینماتیکی مرتبه اول و با تکیه بر روش حداقل مربعات<sup>۵</sup> و شبه معکوس وزن داده شده<sup>۶</sup> [۳، ۴] به تحلیل افزونگی می‌پردازد. به سبب استفاده از شبه معکوس ماتریس ژاکوبین تصویر شده<sup>۷</sup> - ماتریس ژاکوبین وظایف پایین که در فضای پوچ وظایف بالاتر تصویر شده است - این روش نیازمند ملاحظات بیشتری در نزدیکی نقاط تکین جدید ایجاد شده که به نقاط تکینگی الگوریتمی<sup>۸</sup> معروف هستند، می‌باشد. غالباً به منظور کنترل اندازه سرعت‌ها در نزدیکی نقاط تکینگی الگوریتمی، از ماتریس شبه معکوس مقاوم در برابر تکینگی استفاده می‌شود. تکنیک‌های دمپ‌کننده مناسبی نیز در این زمینه ارائه شده است [۴-۶].

در مرجع [۵] یک روش مقاوم در برابر تکینگی بدون استفاده از ماتریس ژاکوبین تصویر شده، ارائه شده است. در این روش به بهای خطای همیشگی ناچیز در فضای وظایف با اولویت پایین‌تر، مادامی که ماتریس ژاکوبین وظایف تکین نباشد، از تکینگی الگوریتمی جلوگیری شده است. در مرجع [۷]، سهم فضای مفاصل ابتدا از وظایف با اولویت پایین‌تر بدست آمده و سپس با استفاده از یک اپراتور تصویر مناسب،

وظایف با اولویت بالاتر در انتها تحلیل می‌شوند. به این ترتیب از تکینگی الگوریتمی در سیستم جلوگیری می‌شود.

در حالیکه در حل افزونگی در سطح سرعت، تحلیل افزونگی در سطح معادلات سینماتیکی مرتبه اول صورت می‌گیرد، افزونگی در سطح شتاب، شتاب مرجع در فضای مفاصل را بر حسب شتاب مرجع مطلوب فضای وظایف محاسبه می‌کند. اگرچه این روش به واسطه استفاده از اطلاعات شتاب سیستم توانایی تعقیب مسیر و کنترل نیرو و امیدانس را برای سیستم‌های دارای معادلات درجه دوم مانند ربات بهبود می‌بخشد، لکن نیازمند ملاحظات بیشتری می‌باشد [۸-۱۲]. افزونگی سیستم را می‌توان در سطح گشتاور نیز تحلیل نمود و مستقیماً گشتاور لازم برای انجام وظیفه اصلی و وظایف با اولویت‌های معین را به دست آورد [۱۳، ۱۴]. همان‌طور که انتظار می‌رود تحلیل افزونگی در سطح شتاب و گشتاور رابطه نزدیکی با یکدیگر دارند. در مرجع [۹] این مساله به خوبی بررسی شده است.

کنترل تطبیقی یک سیستم بازوی رباتیک افزونه در مراجع [۱۵] و [۱۶] آمده است. در این روش از آنالیز پایداری لیاپانوف برای طراحی یک کنترلر به منظور تعقیب مسیر در فضای وظیفه اصلی به همراه یک زیروظیفه محول شده به ربات استفاده شده است. طراحی کنترلر در دو بخش انجام می‌شود. در بخش اول، ابتدا قانون کنترلی و قانون تطبیق برای کنترل فضای وظیفه ربات در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری داده می‌شود. در مرحله بعد حرکت داخلی<sup>۹</sup> ربات در فضای افزونه بررسی و با توجه به یک زیروظیفه یا اندیس داده شده، به سمت صفر میل داده می‌شود. قابل ذکر است که این روش تنها می‌تواند برای کنترلر یک زیروظیفه مورد استفاده قرار گیرد. به علاوه طراحی کنترلر در هر فضا باید به صورت مجزا انجام شود.

در پژوهش حاضر یک کنترلر غیرخطی به منظور کنترل هم‌زمان چندین وظیفه با اولویت‌های معین ارائه شده است. در کنترل چنداولویتی در سطح سرعت و یا شتاب، غالباً سرعت سیستم در فضای مفاصل به دست آمده و سپس توسط یک حلقه داخلی کنترلی دنبال می‌شود. کنترل مبتنی بر دینامیک معکوس یکی از روش‌هایی است که از آن به منظور محاسبه گشتاور کنترلی استفاده می‌شود [۱۷]. در مرجع [۹] نیز از همین روش در یک سیستم چنداولویتی استفاده شده است. به عبارت دیگر پس از یافتن شتاب مرجع در فضای مفاصل بر اساس شتاب فضای وظیفه با اولویت‌های مشخص، از یک کنترلر دینامیک معکوس استفاده شده است. این روش کاملاً مبتنی بر دینامیک سیستم است و هرگونه عدم قطعیت و یا اغتشاش بر روی آن اثرگذار است. از طرف دیگر در این روش، دینامیک سیستم به طور کامل خطی سازی و جبران سازی می‌شود. این مساله در عمل مناسب نیست و غالباً ترجیح داده می‌شود تا دینامیک سیستم و مخصوصاً ماتریس اینرسی آن تغییر نکند. نتایج عملی نیز به خوبی این مساله را تصدیق می‌کند (به عنوان مثال به مقاله [۱۱] ارائه شده

<sup>1</sup> Kinematically Redundant Robot

<sup>2</sup> End-effector

<sup>3</sup> Null space

<sup>4</sup> Multi-priority Algorithm

<sup>5</sup> Least Square Method

<sup>6</sup> Weighted Pseudo-inverse

<sup>7</sup> Projected Jacobian

<sup>8</sup> Algorithmic Singularity

<sup>9</sup> Internal motion

برای سرعت‌های مرجع داده شده  $\dot{x}_{1c}$  و  $\dot{x}_{2c}$  در فضای وظیفه، حل سینماتیک معکوس  $\dot{q}$  با در نظر گرفتن اولویت وظایف به شکل زیر داده می‌شود،

$$\dot{q}_c = J_1^\dagger(q)\dot{x}_{1c} + \bar{J}_2^\dagger(\dot{x}_{2c} - J_2 J_1^\dagger \dot{x}_{1c}) + N_2 \eta, \quad (3)$$

که در آن،  $N_2 = N_1(I - \bar{J}_2^\dagger \bar{J}_2)$  و  $N_1 = I - J_1^\dagger J_1$  فضای پوچ وظایف اول و دوم و  $\bar{J}_2 = J_2 N_1$  ماتریس ژاکوبین تصویر شده وظیفه دوم می‌باشد. در عبارت بالا از تساوی  $\bar{J}_2^\dagger = N_1 \bar{J}_2^\dagger$  نیز استفاده شده است. برای دنبال کردن مسیر مطلوب  $x_{di}(t)$  سرعت‌های مرجع به شکل  $\dot{x}_{ic} = \dot{x}_{id} + A_i(x_{id} - x_i)$  با ماتریس مثبت معین  $A_i$ ، داده می‌شوند. توجه شود که ماتریس‌های فضای پوچ  $N_1$  و  $N_2$  متقارن و خودتوان<sup>۳</sup> می‌باشند.

برای سیستمی با  $L$  وظیفه با اولویت‌های مشخص، فرم بازگشتی زیر ارائه شده است [۲]،

$$\dot{q}^{(k)} = \dot{q}^{(k-1)} + \bar{J}_k^\dagger(\dot{x}_{kc} - J_k \dot{q}^{(k-1)}) + N_k \eta, \quad (4)$$

$$\dot{q}^{(0)} = \theta, \quad k = 1, \dots, L,$$

که در آن

$$\begin{aligned} \bar{J}_k &= J_k N_{k-1}, \\ N_k &= \prod_1^k (I - \bar{J}_j^\dagger \bar{J}_j), \\ N_0 &= I, \end{aligned} \quad (5)$$

می‌باشد. در این رابطه  $\dot{x}_{kc}$  سرعت مرجع وظیفه با اولویت  $k$  می‌باشد. در به دست آوردن این رابطه از تساوی  $\bar{J}_k^\dagger = \bar{J}_{k-1}^\dagger \bar{J}_k^\dagger$  نیز استفاده شده است.

با فرض یک حلقه کنترل داخلی دقیق برای ربات و بنابراین انطباق با  $\dot{q}$  و  $\dot{q}_c$  و نیز با جایگذاری (۳) در (۲) برای وظیفه اول رابطه زیر به دست می‌آید،

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= J_1 \dot{q} \\ &= J_1 (J_1^\dagger \dot{x}_{1c} + \bar{J}_2^\dagger (\dot{x}_{2c} - J_2 J_1^\dagger \dot{x}_{1c}) + N_2 \eta) \\ &= J_1 J_1^\dagger \dot{x}_{1c} \end{aligned} \quad (6)$$

با فرض مرتبه<sup>۴</sup> کامل برای  $J_1$  و انتخاب سرعت مرجع به صورت  $\dot{x}_{1c} = \dot{x}_{1d} + A_1 \tilde{x}_1$  که  $A_1$  ماتریس قطری مثبت بوده و  $\tilde{x}_1 = x_{1d} - x_1$ ، دینامیک حلقه بسته خطای وظیفه اصلی به صورت زیر به دست می‌آید،

$$\dot{\tilde{x}}_1 + A_1 \tilde{x}_1 = \theta. \quad (7)$$

به همین ترتیب با جایگذاری رابطه کلی (۴) در (۲) و ضرب طرفین در  $\bar{J}_k \bar{J}_k^\dagger$  و استفاده از خودتوانی آن، دینامیک خطا برای وظیفه  $k-k$  ام به صورت زیر به دست می‌آید،

$$\begin{aligned} \bar{J}_k \bar{J}_k^\dagger (\dot{\tilde{x}}_k + A_k \tilde{x}_k) &= \theta, \\ \dot{\tilde{x}}_k(t) &= x_{kd} - x_k, \quad k = 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (8)$$

توسط نویسندگان مقاله حاضر مراجعه شود). این مساله اساس روشهای کنترل غیرفعال<sup>۱</sup> است که در آن دینامیک خطای سیستم یک دینامیک غیرخطی می‌باشد. استفاده از چنین کنترلی در مرجع [۱۴] نیز به منظور ایجاد رفتار امیدانسی در تمامی سطوح اولویتی مورد توجه قرار گرفته است. در روش ارائه شده در مقاله حاضر، ابتدا با توجه به آنالیز خطا در یک سیستم چنداولویتی، یک خطای فیلترشده مناسب شامل خطای تمامی وظایف ارائه می‌شود. سپس از این سیگنال خطا در یک کنترلر غیرفعال استفاده می‌شود. این روش را می‌توان با تکیه بر آنالیز لیاپانوف به صورت یک قانون تطبیقی گسترش داد. از آنجا که وظایف شامل کنترل موقعیت زاویه‌ای بسته به روش بیان موقعیت زاویه‌ای، نیازمند ملاحظات بیشتری می‌باشد، الگوریتم ارائه شده با استفاده از بازخورد کوآترنیون<sup>۲</sup> [۱۷] بسط داده شده و آنالیز پایداری و خطای وظایف ارائه شده است. به این ترتیب با استفاده از روش ارائه شده امکان تحلیل هم‌زمان فضای وظیفه اصلی ربات و زیروظایف به هر تعداد در غالب یک کنترل غیرفعال فراهم آورده شده است.

نسخه اولیه از این پژوهش در مرجع [۱۸] منتشر شده است. در این مقاله ابتدا نتایج بدست آمده در آن مقاله به تفصیل مرور می‌شود. سپس تئوری جامعی در زمینه کنترل غیرخطی-تطبیقی سیستم‌های چندوظیفه‌ای با در نظر گرفتن ملاحظات کنترل موقعیت زاویه‌ای با استفاده از بازخورد کوآترنیون ارائه و اثبات می‌شود. در نهایت نتایج در روی دو محیط شبیه‌سازی مختلف تایید می‌شود.

## ۲- کنترل چنداولویتی

کنترل چنداولویتی یک چهارچوب کلی برای انجام چندین وظیفه محول شده به ربات در یک سیستم افزونه می‌باشد. این وظایف می‌تواند شامل انجام وظایف با اولویت‌های معین توسط نقطه نهایی ربات یا هر نقطه دیگر ربات، بهینه‌سازی یک اندیس عملکرد، و یا مثلاً دوری از یک مانع باشد. در نظر بگیرید که ماموریت ربات مشتمل بر دو وظیفه با اولویت‌های معین باشد. وظیفه با اولویت اول (وظیفه اصلی) با متغیر  $x_1 \in R^{m_1}$  و وظیفه با اولویت دوم با متغیر  $x_2 \in R^{m_2}$  نمایش داده می‌شود. رابطه سینماتیکی بین متغیر فضای مفاصل  $q \in R^n$  و متغیرهای  $x_1$  و  $x_2$  به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

$$x_k = f_k(q), \quad k = 1, 2. \quad (1)$$

با مشتق‌گیری از رابطه بالا می‌توان رابطه میان فضای وظایف و فضای مفاصل را در فرم سرعت، به شکل زیر نوشت

$$\dot{x}_k = J_k(q)\dot{q}, \quad k = 1, 2, \quad (2)$$

که در آن  $J_k(q) \triangleq \partial f_k / \partial q \in R^{m_k \times n}$ ، ماتریس ژاکوبین تحلیلی مناظر با متغیر فضای کار  $x_k$  می‌باشد.

<sup>3</sup> Idempotent  
<sup>4</sup> Rank

<sup>1</sup> Passivity-based Control  
<sup>2</sup> Quaternion Feedback

برای حل مشکل تکنیکی اولین راه حل استفاده از شبه معکوس دمپ‌شده<sup>۳</sup> در معادله (۳) یا (۴) می‌باشد. ایده کلی در این روش، مینیمم‌سازی اندازه خطا به همراه ضریبی از اندازه سرعت مفاصل می‌باشد. شبه معکوس دمپ‌شده برای ماتریس ژاکوبین  $J_k$  به صورت زیر داده می‌شود [۴]:

$$J_k^{\dagger \lambda} = J_k^T (J_k J_k^T + \lambda^2 I)^{-1}. \quad (10)$$

$\lambda$  ضریب مناسب دمپینگ بوده و می‌توان آن را به صورت تابعی هموار از کوچکترین مقدار تکین<sup>۴</sup> ماتریس ژاکوبین تصویرشده، انتخاب کرد.

روش دیگر برخورد با تکنیکی استفاده از الگوریتم چنداولیاتی مقاوم در برابر تکنیکی است که در [۵] ارائه شده است. در این روش، معادله زیر به جای (۳) برای کنترل دو اولیاتی استفاده می‌شود،

$$\dot{q} = J_1^{\dagger}(\dot{q}) \dot{x}_{1c} + N_1 J_2^{\dagger} \dot{x}_{2c}. \quad (11)$$

در مقایسه با قبل به دلیل عدم استفاده از ماتریس ژاکوبین تصویرشده، تکنیکی الگوریتمی وجود ندارد. لکن در مقایسه با رابطه دقیق (۳)، استفاده از این روش همواره دارای خطا برای وظیفه دوم می‌باشد. جزئیات بیشتر در مورد این روش در [۱۹] آمده است.

با توجه روابط بالا واضح است که تکنیکی الگوریتمی همواره از وظایف با اولیاتی‌های پایین سرچشمه می‌گیرد و بنابراین تابع ترتیب اولیاتی‌بندی در وظایف می‌باشد. بنابراین درحالی‌که اولیاتی‌بندی وظایف اختیاری باشد می‌توان از یک الگوریتم تخصیص دینامیکی اولیاتی‌ها<sup>۵</sup> بهره برد [۲۰].

### ۳- کنترل تطبیقی در یک سیستم چند وظیفه‌ای

کنترل تطبیقی در فضای وظیفه همانند کنترل در فضای مفاصل بوده و اولین بار در [۲۱] ارائه شده است. ایده کلی در این روش معرفی خطای فیلتر شده<sup>۴</sup> بر اساس مولفه‌های فضای وظیفه و یافتن گشتاور کنترلی و قانون تطبیق به منظور مینیمم‌سازی خطا با استفاده از روش لیاپانوف و استفاده از خواص معادله دینامیک می‌باشد. در این زمینه تاکنون روشهای متعددی ارائه شده است.

در این بخش یک الگوریتم کنترل غیرخطی تطبیقی به منظور انجام چند وظیفه با اولیاتی‌های از پیش تعیین شده ارائه می‌شود. به علاوه، نشان داده می‌شود که چگونه الگوریتم معرفی شده توانایی کنترل سیستم در حضور نامعینی‌های پارامتری در دینامیک سیستم را دارا می‌باشد. به منظور لحاظ کردن ملاحظات زاویه‌ای، روش ارائه شده با استفاده از فرم کوآرتونیون و روش لیاپانوف بازویسی و پایداری آن بررسی می‌شود. معادله دینامیکی یک ربات  $n$  لینکی در فرم فشرده و با استانداردهای نوشتاری مرسوم به شکل زیر نوشته می‌شود،

که در آن سرعت مرجع وظیفه  $\dot{x}_{kc}$  به صورت  $\dot{x}_{kc} = \dot{x}_{kd} + A_k \tilde{x}_k$  در نظر گرفته شده است.

واضح است که در شرایطی که  $\bar{J}_k$  مرتبه کامل داشته باشد،  $\bar{J}_k \bar{J}_k^{\dagger} = I$  بوده و وظیفه  $k$ -ام به طور کامل انجام می‌شود. در غیر این صورت معادله (۸) بیانگر مینیمم‌سازی  $\|\dot{x}_k + A_k \tilde{x}_k\|$  تحت قید انجام وظیفه‌های با اولیاتی‌های بالاتر می‌باشد.

همان‌طور که گفته شد در الگوریتم چنداولیاتی وظیفه با اولیاتی  $k$ -ام ممکن است به طور کامل قابل انجام نباشد. این موضوع در دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد. اول آنکه  $J_k$  تکین باشد (تکنیکی وظیفه<sup>۱</sup>) که در این حالت هیچ‌گونه سرعت مرجعی در فضای مفاصل برای ایجاد چنین وظیفه‌ای نمی‌توان یافت و بنابراین وظیفه‌های دیگر هرچه باشد، وظیفه  $k$ -ام قابل انجام نمی‌باشد. در حالت دوم وظیفه با اولیاتی  $k$ -ام به دلیل تعارض با وظایف دیگر قابل انجام نیست. این حالت وقتی اتفاق می‌افتد که  $\bar{J}_k$  تکین باشد (تکنیکی الگوریتمی)، و بنابراین در حضور  $k-1$  وظیفه،  $k$ -امین وظیفه قابل انجام نمی‌باشد. تکنیکی الگوریتمی هنگامی رخ می‌دهد که وظایف به هم وابسته باشند. واضح است که تکنیکی الگوریتمی به ذات وظایف و همچنین ترتیب اولیاتی آنها بستگی دارد. اطلاعات بیشتر در این زمینه در مرجع [۶] و مراجع ذکر شده در آن یافت می‌شود.

بدون از دست دادن کلیت، حالت کنترل دو اولیاتی را در نظر بگیرید. دو وظیفه با ماتریس‌های ژاکوبین  $J_1$  و  $J_2$  به هم وابسته هستند، اگر

$$\rho(J_1) + \rho(J_2) > \rho\left(\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}\right), \quad (9)$$

که  $\rho(\cdot)$  بیانگر مرتبه ماتریس است. می‌توان نشان داد که در این حالت، مرتبه  $\bar{J}_2$  کامل نبوده و بنابراین برای محاسبه شبه معکوس باید از روش تجزیه بر اساس مقادیر تکین<sup>۲</sup> (SVD) استفاده کرد. نکته قابل ذکر در اینجا این است که در کنترل چنداولیاتی به واسطه استفاده از شبه معکوس ماتریس ژاکوبین تصویرشده، تکنیکی الگوریتمی هنگام ورود و خروج از نقطه تکنیکی باعث ایجاد سرعت‌های بالا و در نتیجه ناپایداری سیستم می‌شود. بنابراین هنگامی که وظیفه دوم به گونه‌ای انتخاب شود که ماتریس ژاکوبین تصویرشده همواره تکین باشد، الگوریتم چنداولیاتی به خوبی عمل می‌کند. در این حالت برای محاسبه شبه معکوس باید از روش SVD استفاده شود.

نکته دیگر این است که در روش کنترل چنداولیاتی و با استفاده از ماتریس ژاکوبین تصویرشده وظیفه اول که غالباً وظیفه اصلی ربات است تا هنگامی که ماتریس ژاکوبین آن به تنهایی مرتبه کامل داشته باشد، به خوبی انجام می‌شود و خطا تنها در وظیفه با اولیاتی پایین‌تر ایجاد می‌شود.

<sup>3</sup> Damped Pseudo inverse

<sup>4</sup> Singular Value

<sup>5</sup> Dynamic task priority allocation

<sup>1</sup> Task Singularity

<sup>2</sup> Singular Value Decomposition

بر اساس آنالیز خطای بالا، کنترلرهای زیر ارائه می‌شود.

**تئوری ۱:** برای سیستم با دینامیک داده شده توسط (۱۲) و با فرض

گشتاورهای خارجی اصطکاکی  $\tau_{ext} = F_f \dot{q}$ ، قانون کنترلی

$$\tau = Ya + Ks + k_1 J^T \tilde{x}_1, \quad (22)$$

با بهره مثبت  $k_1$  و ماتریس مثبت معین و متقارن  $K$  و نیز عبارت  $Ya$

داده شده توسط رابطه

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}_r) a = M(q) \ddot{q}_r + C(q, \dot{q}) \dot{q}_r + g(q) + F_f \dot{q}, \quad (23)$$

همگرایی خطای وظیفه اصلی به همراه تمامی زیروظایف به سمت صفر را تضمین می‌کند.

کنترلر ارائه شده در این تئوری یک کنترلر غیرفعال می‌باشد و بنابراین نسبت به کنترلر مبتنی بر دینامیک معکوس از مقاومت بیشتری نسبت به عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات برخوردار است [۱۱]. این مساله را به راحتی می‌توان با توجه به معادله حلقه بسته سیستم به فرم

$$M(q)s + (C(q, \dot{q}) + K)s + k_1 J^T \tilde{x}_1 = 0, \quad (24)$$

بررسی نمود. به علاوه می‌توان با استفاده از تئوری زیر از آن به شکل یک کنترلر تطبیقی استفاده کرد.

**تئوری ۲:** در حضور نامعینی‌های پارامتری قانون کنترلی

$$\tau = Y\hat{a} + Ks + k_1 J^T \tilde{x}_1, \quad (25)$$

به همراه قانون تطبیق

$$\dot{\hat{a}} = \Gamma Y^T s, \quad (26)$$

با ماتریس‌های مثبت متقارن  $\Gamma$  و  $K$  و ماتریس رگرسیون  $Y$  داده شده توسط رابطه

$$Y\hat{a} = \hat{M}(q) \ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q}) \dot{q}_r + \hat{g}(q) + \hat{F}_f \dot{q}, \quad (27)$$

همگرایی خطای وظیفه اصلی به همراه تمامی زیروظایف به سمت صفر را از نقطه نظر رابطه (۸) تضمین می‌کند.

اثبات تئوری‌های بالا بر اساس آنالیز لیاپانوف بوده و در مرجع [۱۸] توسط نویسندگان این مقاله آمده است.

۳-۲- کنترل تطبیقی به همراه ملاحظات مربوط به کنترل

زاویه با استفاده از بازخورد کواترنیون

در الگوریتم‌های ارائه شده در بالا، تاکنون در مورد ماهیت وظیفه

محول شده به ربات صحبت نشده است. در حالت کلی کنترل موقعیت

مکانی و موقعیت زاویه‌ای نیازمند رویکرد متفاوتی می‌باشد. اگرچه کنترل

موقعیت مکانی سر راست است، کنترل موقعیت زاویه‌ای نیازمند

ملاحظات بیشتری است. در این مقاله از فرم کواترنیون  $\{\eta_{de}, \mathcal{E}_{de}^e\}$

استفاده شده است که می‌توان آن را با توجه به ماتریس دوران  $R_d^e$  بین

موقعیت زاویه‌ای مطلوب و واقعی فضای وظیفه مورد نظر به دست آورد.

به این منظور باید از ماتریس ژاکوبین هندسی  $J_G(q)$  که بیانگر رابطه

میان سرعت خطی و زاویه‌ای در فضای وظیفه و سرعت مفاصل است

به نحو مناسبی در رابطه (۱۴) استفاده شود،

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + F_f \dot{q} = \tau. \quad (12)$$

در این رابطه  $M(q)$  ماتریس اینرسی  $(n \times n)$ ،  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  بردار

$(n \times 1)$  ناشی از گشتاورهای کریولیس و جانب مرکز،  $g(q)$  بردار

$(n \times 1)$  گشتاورهای گرانشی و  $F_f \dot{q}$  بردار گشتاورهای اصطکاکی

است. بردار  $\tau$   $(n \times 1)$  نیز بیانگر گشتاور کنترلی مفاصل است.

۳-۱- فرمولاسیون خطا در سیستم چندوظیفه

سیگنال خطای  $s$  به شکل زیر تعریف می‌شود،

$$s = \dot{q}_r - \dot{q}, \quad (13)$$

که در آن مسیر مرجع  $\dot{q}_r$  برای یک سیستم با دو اولویت و بدون از

دست دادن کلیت، به شکل زیر داده می‌شود،

$$\dot{q}_r = J_1^+ \dot{x}_{1c} + N_1 \bar{J}_2^+ (\dot{x}_{2c} - J_2 J_1^+ (q) \dot{x}_{1c}). \quad (14)$$

توجه شود که بر اساس تعریف داده شده در بالا، رابطه میان خطای وظیفه

اصلی و خطای  $s$ ، به شکل زیر بیان می‌شود،

$$J_1 s = \dot{x}_{1c} - J_1 \dot{q}. \quad (15)$$

با انتخاب سرعت مرجع در فضای وظیفه به شکل

$$\dot{x}_{1c} = \dot{x}_{1d} + A_1 (x_{1d} - x_1),$$

$$J_1 s = \dot{x}_1 + A_1 \tilde{x}_1. \quad (16)$$

بازنویسی می‌شود. با ضرب طرفین رابطه (۱۳) در  $\bar{J}_2 \bar{J}_2^+ J_2$  دینامیک

خطای وظیفه دوم به شکل زیر داده می‌شود،

$$\bar{J}_2 \bar{J}_2^+ J_2 s = \bar{J}_2 \bar{J}_2^+ (\dot{x}_2 + A_2 \tilde{x}_2). \quad (17)$$

به طور کلی برای  $k$  وظیفه فرعی،  $\dot{q}_r$  داده شده توسط (۱۴) را می‌توان

با  $\dot{q}_r$  از رابطه (۴) جایگزین کرد. به این ترتیب دینامیک خطا برای

وظیفه  $k$ -ام به شکل زیر بدست می‌آید،

$$\bar{J}_k \bar{J}_k^+ J_k s = \bar{J}_k \bar{J}_k^+ (\dot{x}_k + A_k \tilde{x}_k), \quad k = 2, \dots, L. \quad (18)$$

با توجه به رابطه‌های (۱۷) و (۱۸) رابطه مورد نظر میان سیگنال خطای  $s$

و خطای تعقیب مسیر وظیفه  $k$ -ام مشخص می‌شود. به عبارت دیگر،

همگرایی سیگنال خطای  $s$  به سمت صفر، همگرایی خطای وظیفه اصلی

به صفر و مینیمم‌سازی خطای وظایف با اولویت‌های بعدی را بر اساس

اولویت تخصیص داده شده تضمین می‌کند. این یکی از ویژگی‌های

برجسته در تعریف (۱۳) می‌باشد.

برای نشان دادن رابطه میان حرکت داخلی ربات و سیگنال خطای

$s$ ، حالتی که زیروظیفه‌ای تعریف نشده است در نظر گرفته می‌شود. با

توجه به مسیر مرجع

$$\dot{q}_r = J_1^+ \dot{x}_{1c} + N_1 \zeta. \quad (19)$$

و با استفاده از رابطه (۱۳)، رابطه زیر به دست می‌آید،

$$N_1 s = N_1 (\zeta - \dot{q}). \quad (20)$$

با انتخاب سرعت‌های فضای پوچ برابر با صفر، یعنی،  $\zeta = 0$  و در

صورت میل  $s$  به سمت صفر، در این صورت

$$N_1 \dot{q} = 0. \quad (21)$$

رابطه فوق بیانگر همگرایی حرکت داخلی ربات می‌باشد.

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_{de} &= -\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^{eT} \Delta \boldsymbol{\omega}_{de}^e, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e &= \frac{1}{2} \mathbf{E}(\eta_{de}, \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e) \Delta \boldsymbol{\omega}_{de}^e. \end{aligned} \quad (۳۴)$$

است. در این رابطه  $\mathbf{E}(\eta_{de}, \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e) = \eta_{de} \mathbf{I} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)$  و  $\mathbf{S}(\cdot)$  عملگر پادمتقارن است. با مشتق‌گیری زمانی از رابطه (۳۲) و در نظر گرفتن روابط (۳۴)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر به دست می‌آید،

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \Delta \mathbf{p}^T \Delta \dot{\mathbf{p}} + 2((\eta_{de} - 1)\dot{\eta}_{de} + \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^{eT} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{de}^e) \\ &\quad + \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{s} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{a}}} \\ &= \Delta \mathbf{p}^T \Delta \dot{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^{eT} (-\eta_{de} - 1) \mathbf{I} + \mathbf{E}(\eta_{de}, \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e) \Delta \boldsymbol{\omega}_{de}^e \\ &\quad + \mathbf{s}^T (\mathbf{Y} \mathbf{a} - \mathbf{C} \mathbf{s} - \boldsymbol{\tau}) + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{a}}}. \end{aligned} \quad (۳۵)$$

با مرتب کردن رابطه بالا و در نظر گرفتن پادتقارنی ماتریس  $(\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C})$ ، رابطه زیر حاصل می‌شود،

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \Delta \mathbf{p}^T \Delta \dot{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^{eT} \mathbf{R}_e (\mathbf{I} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)) \mathbf{R}_e^T \Delta \boldsymbol{\omega}_{de}^e \\ &\quad + \mathbf{s}^T (\mathbf{Y} \mathbf{a} - \boldsymbol{\tau}) + \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{a}}} \\ &= \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_e (\mathbf{I} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)) \mathbf{R}_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{p}} \\ \Delta \boldsymbol{\omega}_{de}^e \end{bmatrix} \\ &\quad + \mathbf{s}^T (\mathbf{Y} \mathbf{a} - \boldsymbol{\tau}) + \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{a}}}. \end{aligned} \quad (۳۶)$$

حال با تعریف

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_e (\mathbf{I} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)) \mathbf{R}_e^T \end{bmatrix}, \quad (۳۷)$$

و سپس جایگذاری قانون کنترلی و قانون تطبیق ارائه شده در (۳۰) و (۲۶) و در نظر گرفتن پارامترهای سیستم در بردار ثابت  $\mathbf{a}$  روابط زیر به ترتیب حاصل می‌شود،

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e \end{bmatrix}^T \mathbf{A} \left( \mathbf{J}_1 \mathbf{s} - \begin{bmatrix} k_p \Delta \mathbf{p} \\ k_o \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e \end{bmatrix} \right) \\ &\quad + \mathbf{s}^T (\mathbf{Y} \mathbf{a} - \boldsymbol{\tau}) + \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{a}}}, \end{aligned} \quad (۳۸)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e \end{bmatrix}^T \mathbf{A} \begin{bmatrix} k_p \Delta \mathbf{p} \\ k_o \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e \end{bmatrix} - \mathbf{s}^T \mathbf{K} \mathbf{s} \\ &= -k_p \Delta \mathbf{p}^T \Delta \mathbf{p} - (\mathbf{R}_e^T \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)) (\mathbf{R}_e^T \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e) \\ &\quad - \mathbf{s}^T \mathbf{K} \mathbf{s} \leq 0. \end{aligned} \quad (۳۹)$$

توجه شود که ماتریس  $(\mathbf{I} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e))$  به سبب پادمتقارن بودن  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)$  یک ماتریس مثبت معین است. با توجه به روش استاندارد تحلیل لیاپانوف می‌توان نتیجه گرفت که متغیرهای  $\mathbf{s}$ ،  $\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e$ ،  $\Delta \mathbf{p}$  محدود هستند. به علاوه با در نظر گرفتن رابطه (۲۰) و با توجه به این نکته که در رابطه (۱۴) افزونگی سیستم در سطح سرعت تحلیل شده و در نتیجه حرکت داخلی<sup>۲</sup> ربات محدود است (رابطه (۲۱))، مشتقات این سیگنال‌ها نیز محدود است. این به معنای آن است که مشتق  $\dot{V}$  محدود است و بنابراین شرایط لم ۴ در بالا برقرار است. با گذشت زمان  $\dot{V} \rightarrow 0$  و بنابراین  $\mathbf{s} \rightarrow 0$ ،  $\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e \rightarrow 0$ ،  $\Delta \mathbf{p} \rightarrow 0$  و  $\eta_{de} \rightarrow 1$  حاصل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_G(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}. \quad (۲۸)$$

بدون از دست دادن کلیت و با در نظر گرفتن سرعت مرجع در فضای وظیفه اول (سرعت مرجع نقطه انتهایی ربات) به فرم

$$\dot{\mathbf{x}}_{1c} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_c \\ \boldsymbol{\omega}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_d + k_p \Delta \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\omega}_d + k_o \boldsymbol{\varepsilon}_{de} \end{bmatrix}, \quad (۲۹)$$

با بهره‌های مثبت  $k_p$  و  $k_o$  و تساوی‌های  $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_d - \mathbf{p}$  و  $\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e = \mathbf{R}_e \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e$  تئوری زیر ارائه می‌شود.

**تئوری ۳:** در یک سیستم چندوظیفه‌ای قانون کنترلی

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y} \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{K} \mathbf{s} + \mathbf{J}_{G1}^T \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e \end{bmatrix}, \quad (۳۰)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_e (\mathbf{I} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e)) \mathbf{R}_e^T \end{bmatrix} \quad (۳۱)$$

به همراه قانون تطبیق (۲۶) همگرایی خطای تعقیب مسیر مکانی و زاویه‌ای نقطه انتهایی ربات به سمت صفر را تضمین می‌کند. به علاوه مینیمم‌سازی خطای کلیه وظایف با اولویت‌های پایین‌تر را از نقطه نظر رابطه (۸) تامین می‌نماید.

قبل از اثبات تئوری، ابتدا لم زیر از مرجع [۲۲] مرور می‌شود.

**لم ۴** (لم باربالات): اگر تابع مشتق‌پذیر و دلخواه  $V(t)$  در  $t \rightarrow \infty$  دارای حد معین باشد و  $\dot{V}$  به صورت یکنواخت پیوسته باشد، آنگاه،

$$t \rightarrow \infty, \quad \dot{V} \rightarrow 0$$

دقت شود که شرط کافی برای پیوستگی یکنواخت تابع، محدود بودن مشتق آن تابع است [۲۲].

**اثبات:** تابع شبه لیاپانوف به شکل

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{p}^T \Delta \mathbf{p} + ((\eta_{de} - 1)^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^{eT} \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e) \\ &\quad + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M} \mathbf{s} + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\mathbf{a}} \\ &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{p}^T \Delta \mathbf{p} + ((\eta_{de} - 1)^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^{eT} \boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e) \\ &\quad + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M} \mathbf{s} + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\mathbf{a}} \end{aligned} \quad (۳۲)$$

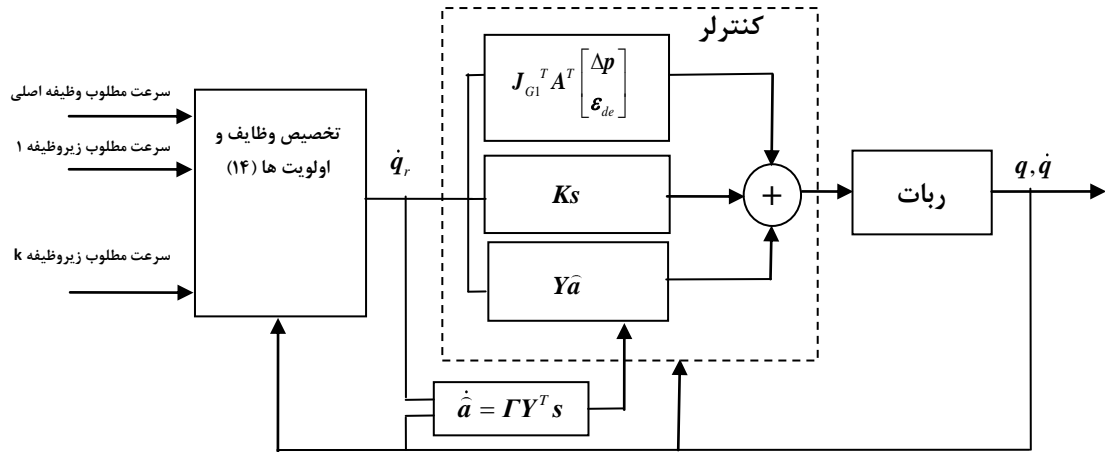
انتخاب می‌شود. این تابع شرایط مورد نیاز آنالیز لیاپانوف را دارا است. با جایگذاری رابطه (۲۹) در رابطه (۱۵)، رابطه زیر حاصل می‌شود،

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{G1} \mathbf{s} &= \dot{\mathbf{x}}_{1c} - \mathbf{J}_{G1} \dot{\mathbf{q}} \\ &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_d + k_p \Delta \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\omega}_d + k_o \boldsymbol{\varepsilon}_{de} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{p}} \\ \Delta \boldsymbol{\omega}_{de} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p \Delta \mathbf{p} \\ k_o \boldsymbol{\varepsilon}_{de} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (۳۳)$$

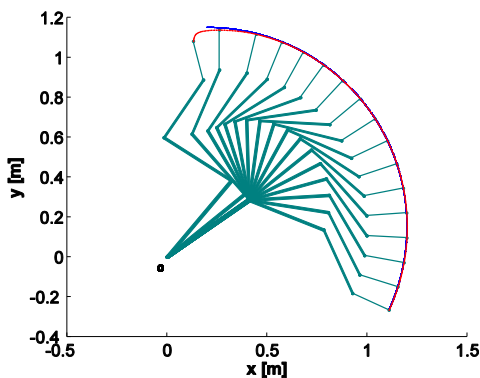
رابطه میان  $\boldsymbol{\varepsilon}_{de}^e$  و خطای سرعت زاویه‌ای،  $\Delta \boldsymbol{\omega}_{de}$ ، به صورت [۱۷]

<sup>2</sup> Internal Motion

<sup>1</sup> Barbalat's Lemma



شکل ۱- دیاگرام بلوکی کنترل کننده تطبیقی چندوظیفه‌ای



شکل ۲- بازوی چهار درجه آزادی به همراه مسیر مطلوب پنجه و مسیر مفصلات

پیکربندی ابتدایی سیستم  $q_0 = [0.8727, 1.7, -1.6, 0.85]^T$  *rad* فرض می‌شود. به این ترتیب سیستم دارای دو درجه آزادی اضافی است. موقعیت زاویه‌ای بازوی چهارم و موقعیت زاویه‌ای بازوی اول به ترتیب به عنوان وظایف با اولویت‌های دوم و سوم کنترل می‌شوند. مقدار مطلوب برای وظیفه با اولویت دوم به صورت عمود بر مسیر پنجه ربات و مقدار مطلوب برای وظیفه با اولویت سوم به صورت ثابت با مقدار عددی  $x_{3d} = 35^\circ \text{ deg}$  داده می‌شود. در ابتدا کنترل کننده (۲۲) به سیستم اعمال می‌شود. نتیجه این شبیه‌سازی در شکل ۳ آمده است. مسیر مطلوب به همراه مسیر واقعی طی شده نیز در شکل ۲ آمده است. همان‌طور که انتظار می‌رود، کنترل کننده غیرخطی (۲۲) به خوبی وظیفه اصلی و زیروظایف مطلوب را دنبال می‌کند. در ادامه عملکرد سیستم با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای جرمی ربات و ضرایب اصطکاک مطالعه می‌شود. بردار پارامترهای  $a$  شامل ۱۸ پارامتر و به صورت

$$a = [m_1 r_1^2, I_1, I_2, I_3, I_4, m_2, m_2 r_2^2, m_3 r_3^2, m_3 r_3^2, m_4, m_4 r_4^2, m_4 r_4^2, c_1, c_2, c_3, c_4]^T \quad (42)$$

است.

دیاگرام بلوکی کنترل کننده تطبیقی ارائه شده در شکل ۱ آمده است. توجه شود که در تحلیل بالا، هموار و محدود بودن مسیر مطلوب برای وظایف ربات به طور ضمنی لحاظ شده است. به علاوه ذکر این نکته ضروری است که آنالیز بالا با فرض عدم وقوع تکیگی الگوریتمی انجام شده است. با توجه به آنکه تحلیل افزونگی در سطح سرعت انجام گرفته است، در صورتی که وظایف محوله به ربات به گونه‌ای باشند که مسیر آنها در تقابل با یکدیگر قرار گیرد، به راحتی می‌توان از ماتریس شبه معکوس دمپ شده، رابطه (۱۰)، در رابطه (۱۴) استفاده کرد.

#### ۴- شبیه سازی

به منظور تصدیق و بررسی عددی الگوریتم‌های ارائه شده در بالا از دو محیط شبیه‌سازی صفحه‌ای و فضایی استفاده شده است.

#### ۴-۱- شبیه‌سازی توسط ربات چهار درجه آزادی صفحه‌ای

به منظور بررسی عملکرد کنترل کننده ارائه شده در تئوری ۲، یک بازوی صفحه‌ای با ۴ درجه آزادی با پارامترهای داده شده به صورت

$$l_1 = 0.5, l_2 = 0.4, l_3 = 0.35, l_4 = 0.2 \text{ (m)},$$

$$m_1 = 1.4, m_2 = 1.3, m_3 = 1.2, m_4 = 1.1 \text{ (kg)},$$

$$I_1 = 0.5, I_2 = 0.45, I_3 = 0.4, I_4 = 0.3 \text{ (kg.m}^2\text{)}, \quad (40)$$

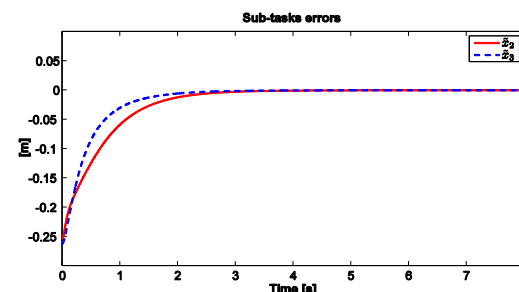
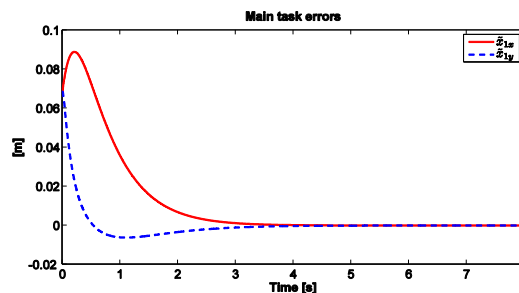
$$c_1 = 1.7, c_2 = 1.6, c_3 = 1.5, c_4 = 1.4 \text{ (Nm.sec)},$$

در نظر گرفته می‌شود (شکل ۲).  $I_i$  و  $m_i$ ،  $l_i$  به ترتیب طول، جرم و ممان اینرسی هر بازو و  $c_i$  ضریب اصطکاک ویسکوز در هر مفصل می‌باشند. فاصله مفصل هر بازو تا مرکز جرم آن با  $r_i$  نشان داده شده است. در شبیه‌سازی‌های انجام گرفته در این قسمت  $r_i = l_i / 2$  است. مسیر مطلوب برای کنترل موقعیت مکانی پنجه ربات نیز به صورت زیر

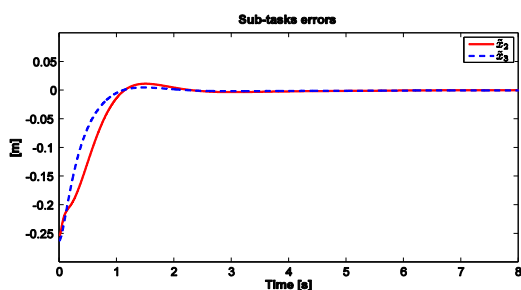
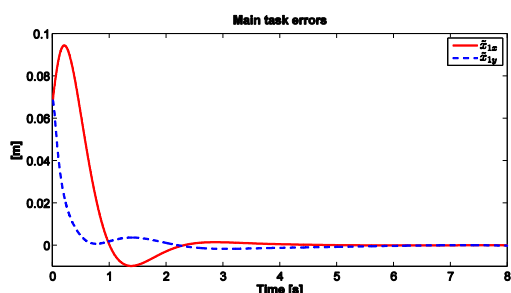
$$x_d(t) = [\sin(0.25t) + 0.2, \cos(0.25t) + 0.15]^T. \quad (41)$$

قطعیت، مسیر مطلوب برای وظایف محول شده به ربات را تقریباً دنبال می‌کند.

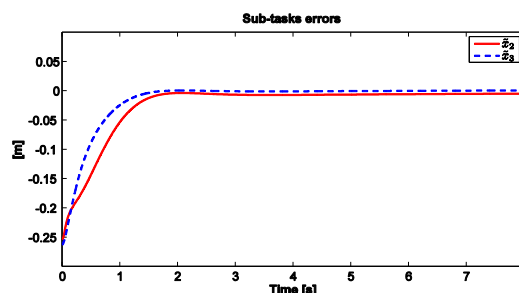
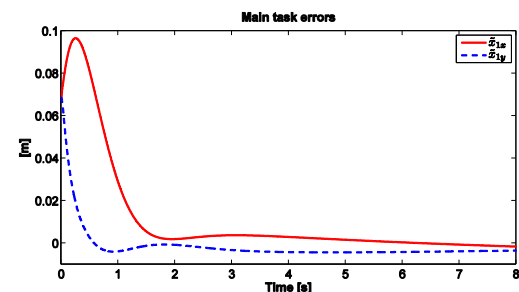
حال کنترل‌کننده (۲۵) با شرایط و پارامترهای کنترلی قبلی به همراه قانون تطبیق (۲۶) به سیستم اعمال می‌شود. خطای تعقیب مسیر وظیفه اصلی به همراه خطای تعقیب مسیر وظایف با اولویت‌های دوم و سوم به ترتیب در شکل ۵ و شکل ۶ گزارش شده‌اند. مشاهده می‌شود که خطای وظایف همگی به صفر همگرا شده و بردار تخمین پارامترهای سیستم نیز محدود باقی مانده است. دقت شود که پارامترهای تخمین زده‌شده لزوماً به پارامترهای واقعی سیستم میل نمی‌کند و کنترل‌کننده تطبیقی تنها همگرایی خطای سیستم به صفر و محدود بودن پارامترهای تخمینی را تضمین می‌کند.



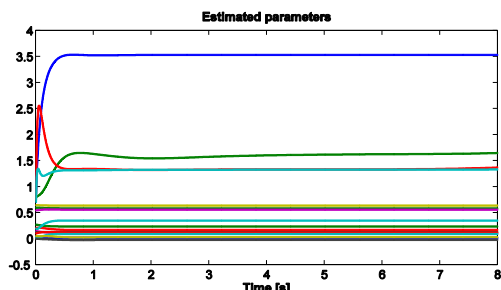
شکل ۳- خطای تعقیب مسیر وظایف با اطلاع کامل از پارامترهای سیستم



شکل ۵- خطای تعقیب مسیر وظایف با استفاده از کنترل‌کننده تطبیقی و ۵۰٪ عدم قطعیت در پارامترهای سیستم



شکل ۴- خطای تعقیب مسیر وظایف با استفاده از (۲۲) و ۵۰٪ عدم قطعیت در پارامترهای سیستم



شکل ۶- تخمین پارامترها

از آنجا که در این روش از کنترل چنداولیته در سطح سرعت استفاده می‌شود در نزدیکی نقاط تکین می‌توان از  $\bar{J}_i^{\dagger \lambda}$  به جای  $\bar{J}_i^{\dagger}$  در  $\bar{q}_r$  استفاده نمود. به منظور بررسی رفتار سیستم در نزدیکی نقاط تکین، شبیه‌سازی قبل برای مدت زمان بیشتر و با استفاده از ضریب دمینگ  $\lambda = 0.1$  برای وظیفه با اولویت سوم ادامه پیدا می‌کند. نتیجه

پارامترهای کنترل‌کننده نیز به صورت زیر انتخاب می‌شوند،

$$\Gamma = \text{diag}(0.1, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.1, 0.2, 0.2, 0.1, 30, 30, 20, 10), \quad (43)$$

$$K = 8I, A_1 = 5I, A_2 = 4I, A_3 = 4I.$$

کنترل‌کننده (۲۲) با ۵۰٪ عدم قطعیت در بردار پارامترها  $(\bar{a}(0) = 0.5a)$ ، به سیستم اعمال می‌شود. خطای تعقیب مسیر برای وظیفه با اولویت اول و وظایف با اولویت دوم و سوم در شکل ۴ گزارش شده است. همان‌طور که در این شکل می‌بینیم این کنترل‌کننده رفتار نسبتاً مقاومی نسبت به عدم قطعیت‌ها نشان می‌دهد و در حضور ۵۰٪ عدم



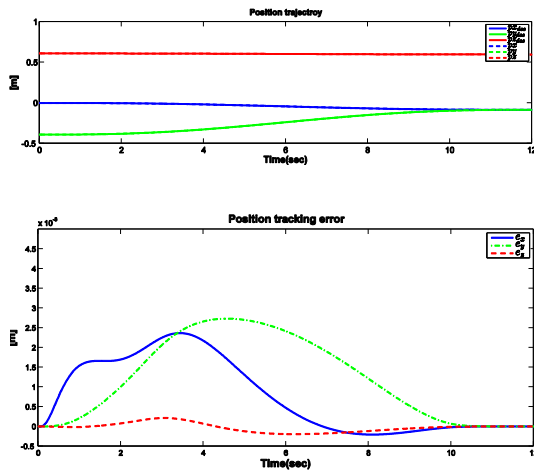
به منظور کنترل موقعیت زاویه‌ای از بازخورد کواترنیون استفاده شده است. موقعیت مطلوب برای وظیفه سوم نیز به صورت یک مقدار ثابت  $q_{1-des} = 0 \text{ deg}$  داده می‌شود. اصطکاک در مفاصل به صورت اصطکاک ویسکوز مدل شده و ضرایب آن به‌عنوان پارامترهای ناشناس در سیستم در بردار  $a$  قرار داده می‌شود. برای مدل دینامیکی سیستم از ضرایب اصطکاک  $F_f = [8, 12, 8, 8, 8, 12, 8] \text{ Nm.s/rad}$  استفاده شده است. بدون استفاده از کنترل‌کننده تطبیقی و در حضور گشتاورهای اصطکاک استفاده از یک کنترل‌کننده مدل‌منا سبب ایجاد خطا در انجام کلیه وظایف سیستم می‌شود. این مساله را می‌توان با اعمال یک کنترل‌کننده دینامیک معکوس به سیستم به راحتی نشان داد. البته افزایش بهره‌های کنترل‌کننده می‌تواند خطای ایجاد شده ناشی از چنین عدم قطعیت‌هایی در سیستم را کاهش دهد. لکن آنچه که کنترل‌کننده‌های غیرفعال نظیر کنترل‌کننده‌های تطبیقی را جذاب می‌کند، عدم خطی‌سازی سیستم و بنابراین حفظ دینامیک ذاتی سیستم است. این مساله را می‌توان با توجه به معادله حلقه بسته سیستم، مشاهده کرد. از لحاظ عملی نیز کنترل‌کننده‌هایی که ماتریس اینرسی دینامیک سیستم را تغییر نمی‌دهند بسیار مقاوم‌تر عمل می‌کنند. آزمایش‌های عملی انجام شده توسط نویسندگان این مقاله در مرجع [۱۱] نیز گویای این امر می‌باشد.

کنترل‌کننده ارائه‌شده در تئوری ۳ به همراه قانون تطبیق مناسب به سیستم وارد می‌شود. به‌عنوان تخمین اولیه از مقدار صفر استفاده شده است. دیگر مقادیر کنترل‌کننده در ادامه آمده است،

$$k_p = 10, k_o = 10, \Lambda = 1, K = 8,$$

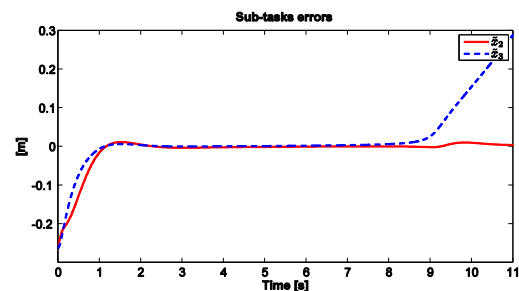
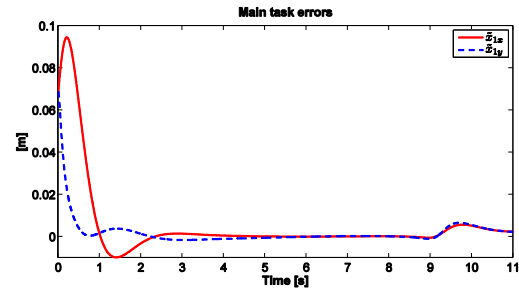
$$\Gamma = 0.5 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (45)$$

خطای مربوط به موقعیت مکانی و زاویه‌ای ربات در شکل ۸ و شکل ۹ آمده است.



شکل ۸- (بالا) مسیر مطلوب و واقعی موقعیت مکانی و (پایین) خطای تعقیب مسیر آن (وظیفه با اولویت اول)

این بررسی در شکل ۷ آمده است. مشاهده می‌شود که وظیفه با اولویت پایین از لحظه  $t = 8.2s$  قربانی وظایف با اولویت بالا می‌شود. به عبارت دیگر امکان دنبال کردن این وظیفه دیگر وجود ندارد و به همین دلیل خطای این وظیفه نیز از این لحظه به بعد افزایش می‌یابد. از طرف دیگر به دلیل استفاده از این کنترل‌کننده غیرخطی و عدم قطعیت‌های پارامتری، خطا در وظایف با اولویت‌های بالا نیز بوجود می‌آید.

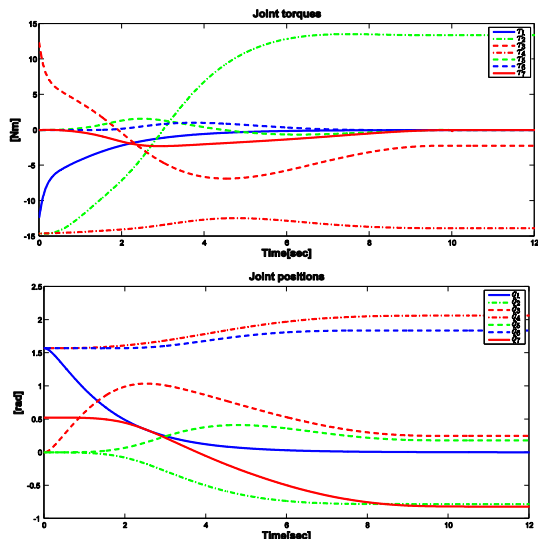


شکل ۷- خطای تعقیب مسیر وظایف با استفاده از کنترل‌کننده تطبیقی و استفاده از شبه معکوس دمپ‌شده

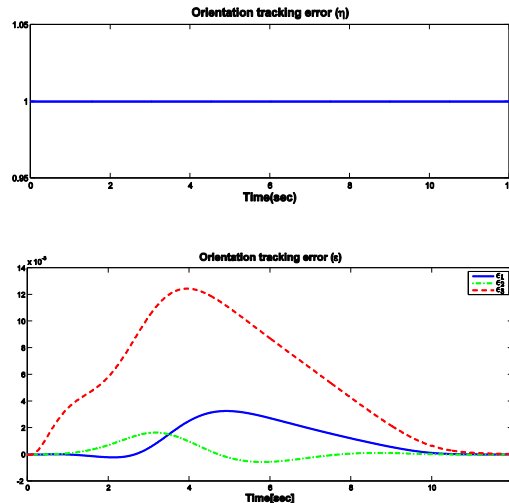
#### ۴-۲- شبیه‌سازی توسط ربات هفت درجه آزادی

به‌منظور شبیه‌سازی قانون کنترلی ارائه‌شده توسط تئوری ۳ از فضای شبیه‌سازی مدل هفت درجه آزادی ربات KUKA LWR استفاده شده است. این مدل در نرم افزار MATLAB و SIMULINK ایجاد شده است. مدل مذکور شامل کلیه پارامترهای دینامیکی سیستم و سینماتیک ربات است. مدل سینماتیکی ربات کاملاً منطبق بر ربات واقعی می‌باشد. لکن پارامترهای دینامیکی به صورت تقریبی مدل شده‌اند. به‌منظور نمایش انیمیشن مدل نیز از نرم افزار MATLAB Virtual Reality به صورت برخط استفاده شده است. موقعیت مکانی پنجه ربات به‌عنوان وظیفه اصلی و موقعیت زاویه‌ای آن در سطح دوم اولویت کنترل می‌شود. در سطح سوم اولویت نیز موقعیت زاویه‌ای مفصل اول کنترل می‌شود. مسیر مطلوب برای وظیفه اصلی به صورت یک مسیر خطی از  $x_i$  به  $x_f$  در نظر گرفته می‌شود. مسیر مطلوب موقعیت زاویه‌ای، ثابت برابر با موقعیت زاویه‌ای  $\{\eta_{des}, \varepsilon_{des}\}$  داده می‌شود.

$$\begin{aligned} x_i &= [0, -0.39, 0.61]^T m, \\ x_f &= [-0.085, -0.085, 0.597]^T m, \\ \eta_{des} &= 0.2588, \varepsilon_{des} = [0, 0, 0.9659]^T \end{aligned} \quad (44)$$

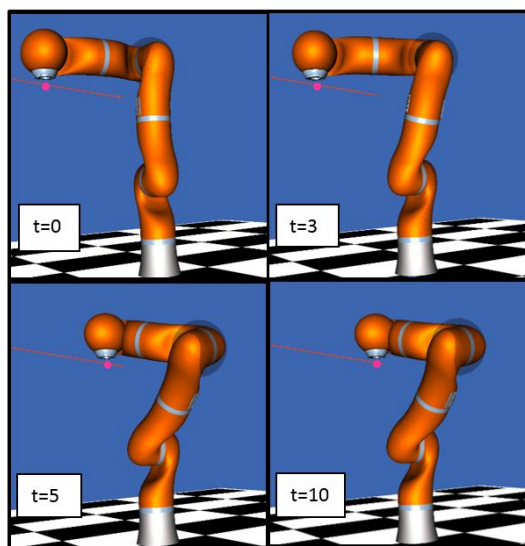


شکل ۱۲- مسیر مفاصل و گشتاورها



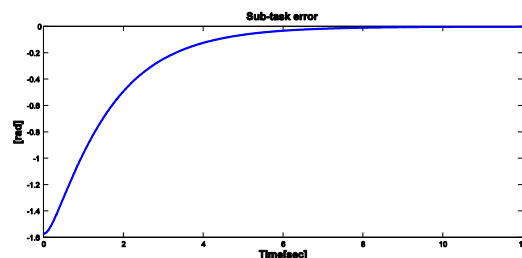
شکل ۹- خطای تعقیب مسیر موقعیت زاویه‌ای در فرم کواترنیون (وظیفه با اولویت دوم)

شکل ۱۳ تصویری از محیط شبیه‌سازی سیستم در لحظات مختلف را نشان می‌دهد.



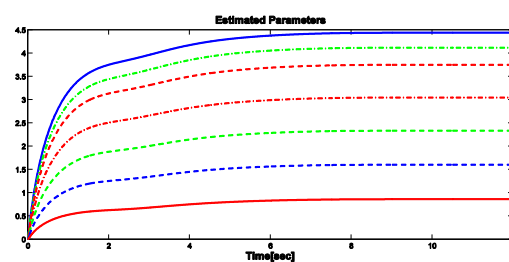
شکل ۱۳- تصویر لحظه‌ای از محیط شبیه‌سازی در لحظات مختلف- نقطه انتهایی ربات با نقطه صورتی رنگ نشان داده شده است. مسیر مطلوب ربات با یک خط نشان داده شده است. موقعیت مکانی نقطه نهایی ربات و موقعیت زاویه‌ای این نقطه، به عنوان وظایف با اولویت‌های اول و دوم و موقعیت زاویه‌ای لینک اول به عنوان وظیفه با اولویت سوم کنترل می‌شوند.

خطای مربوط به موقعیت زاویه‌ای بر حسب پارامترهای کواترنیون  $\{\eta_{de}, \epsilon_{de}\}$ ، استخراج شده از ماتریس دوران  $R_d^e$  بین موقعیت زاویه‌ای مطلوب و موقعیت زاویه‌ای واقعی فضای وظیفه، رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود به دلیل وجود پارامترهای نامعین سیستم دستخوش خطا در دنباله‌روی در وظیفه اصلی خود می‌شود که با گذشت زمان با توجه به حضور قانون تطبیق این خطا به شکل مجانبی به سمت صفر میل می‌کند. خطای وظیفه با اولویت سوم در شکل ۱۰ آمده است. مشاهده می‌شود که خطای وظایف همگی به صفر همگرا شده و بردار تخمین پارامترهای سیستم، شکل ۱۱، نیز محدود باقی مانده است. دقت شود که پارامترهای تخمین زده شده لزوماً به پارامترهای واقعی سیستم میل نمی‌کند. مسیر مفاصل و گشتاورها نیز هموار بوده و در شکل ۱۲ آمده است.



شکل ۱۰- خطای تعقیب مسیر لینک اول (وظیفه با اولویت سوم)

از آنجا که الگوریتم تطبیقی ارائه شده نیازمند اندازه‌گیری سرعت مفاصل است، عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز در آخرین شبیه‌سازی این بخش بررسی می‌شود. ذکر این نکته ضروری به نظر می‌رسد که ربات KUKA LWR مجهز به یک انکودر با دقت بسیار بالا می‌باشد و در عمل سرعت مفاصل با مشتق‌گیری از موقعیت زاویه‌ای و اعمال فیلتر مناسب بدست می‌آید [۱۱]. در شبیه‌سازی‌های انجام شده تاکنون نیز



شکل ۱۱- تخمین پارامترها

به منظور لحاظ کردن نویز در سیگنال سرعت از یک تولیدکننده نویز گوسی با مقدار واریانس  $\sigma = 0.004$  و میانگین صفر استفاده شده است. شکل ۱۴ دیاگرام سرعت مفاصل را به همراه این نویز نشان می‌دهد. شبیه‌سازی بالا در حضور این نویز مجدداً انجام شده و نتایج مربوط به خطای وظایف با اولویت‌های اول تا سوم به ترتیب در شکل ۱۵، شکل ۱۶ و شکل ۱۷ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود عملکرد سیستم همچنان قابل قبول بوده و خطای وظیفه اصلی و زیروظایف با تقریب قابل قبولی به صفر همگرا شده است.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک الگوریتم غیرخطی (تطبیقی) به منظور کنترل همزمان چندین وظیفه با اولویت‌های معین در قالب یک کنترل‌کننده غیرفعال ارائه شده است. به این منظور، ابتدا تحلیل دقیقی از دینامیک خطا در یک سیستم چنداولویته ارائه شده و یک سیگنال خطای فیلترشده شامل خطای تمامی وظایف معرفی شده است. سپس با استفاده از این سیگنال و آنالیز پایداری لیاپانوف، قانون کنترلی مناسب به منظور مینیمم‌سازی خطای وظایف ارائه شده است. به منظور لحاظ کردن وظایف شامل کنترل موقعیت زاویه‌ای، از بازخورد کواترنیون استفاده شده و نشان داده شده که چگونه می‌توان در حضور نامعینی‌های پارامتری از قانون تطبیق مناسب بهره برد. براساس تحلیل یاد شده، خطای وظیفه با اولویت اول به سمت صفر همگرا شده و خطای وظایف با اولویت پایین‌تر تحت قید وظایف با اولویت بالاتر مینیمم می‌شود. بنابراین خطای وظایف با اولویت پایین که در تقابل با وظایف با اولویت بالا نیستند نیز به صفر همگرا می‌شود. از آنجا که روش‌های ارائه‌شده مبتنی بر تحلیل افزونگی در سطح سرعت است با به‌کارگیری ماتریس شبه‌معکوس دمپ‌شده می‌توان از تکنیکی الگوریتمی جلوگیری کرد. شبیه‌سازی‌های انجام گرفته به‌خوبی صحت تئوری‌های ارائه‌شده را تصدیق می‌کند.

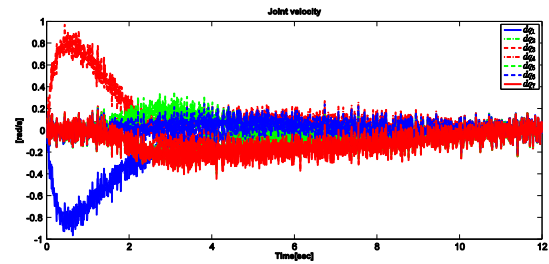
## ۶- تشکر و قدردانی

این مقاله تحت حمایت دفتر معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه اصفهان در قالب طرح پژوهشی به شماره ۹۳۰۴۰۲ انجام پذیرفته است.

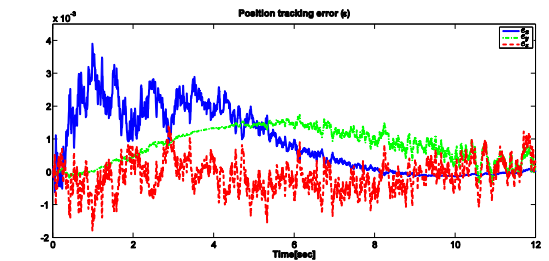
## مراجع

- [1] Y. Nakamura, *Advanced robotics: redundancy and optimization*: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1990.
- [2] B. Siciliano and J.-J. E. Slotine, "A general framework for managing multiple tasks in highly redundant robotic systems," in *Advanced Robotics, 1991. Robots in Unstructured Environments*, 91 ICAR., Fifth International Conference on, 1991, pp. 1211-1216.

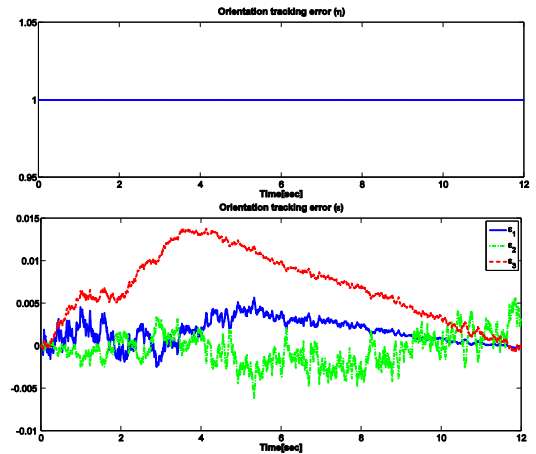
سرعت مفاصل به همین ترتیب بدست آمده و در کنترل‌کننده استفاده شده است.



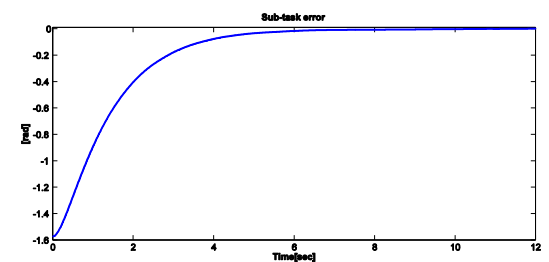
شکل ۱۴- سیگنال سرعت به همراه یک نویز گوسی



شکل ۱۵- خطای تعقیب مسیر وظیفه با اولویت اول در حضور نویز در سیگنال سرعت



شکل ۱۶- خطای تعقیب مسیر موقعیت زاویه‌ای در فرم کواترنیون (وظیفه با اولویت دوم) در حضور نویز سیگنال سرعت



شکل ۱۷- خطای تعقیب مسیر لینک اول (وظیفه با اولویت سوم) در حضور نویز سیگنال سرعت

- [13] L. Sentis and O. Khatib, "Synthesis of whole-body behaviors through hierarchical control of behavioral primitives," *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 2, pp. 505-518, 2005.
- [14] C. Ott, A. Dietrich, and A. Albu-Schäffer, "Prioritized multi-task compliance control of redundant manipulators," *Automatica*, vol. 53, pp. 416-423, 2015.
- [15] E. Zengeroglu, D. D. Dawson, I. W. Walker, and P. Setlur, "Nonlinear tracking control of kinematically redundant robot manipulators," *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 9, pp. 129-132, 2004.
- [16] E. Tatlicioglu, M. L. McIntyre, D. M. Dawson, and I. D. Walker, "Adaptive non-linear tracking control of kinematically redundant robot manipulators," *International Journal of Robotics & Automation*, vol. 23, p. 98, 2008.
- [17] F. Caccavale, C. Natale, B. Siciliano, and L. Villani, "Resolved-acceleration control of robot manipulators: A critical review with experiments," *Robotica*, vol. 16, pp. 565-573, 1998.
- [18] H. Sadeghian, M. Keshmiri, L. Villani, and B. Siciliano, "Priority oriented adaptive control of kinematically redundant manipulators," in *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, 2012, pp. 293-298.
- [19] G. Antonelli, F. Arrichiello, and S. Chiaverini, "The null-space-based behavioral control for autonomous robotic systems," *Intelligent Service Robotics*, vol. 1, pp. 27-39, 2008.
- [20] D. N. Nenchev and Z. M. Sotirov, "Dynamic task-priority allocation for kinematically redundant robotic mechanisms," in *Intelligent Robots and Systems' 94. Advanced Robotic Systems and the Real World, IROS'94. Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on*, 1994, pp. 518-524.
- [21] J.-J. E. Slotine and W. Li, "On the adaptive control of robot manipulators," *The international journal of robotics research*, vol. 6, pp. 49-59, 1987.
- [22] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control* vol. 199: Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [3] B. Nemeč and L. Zlajpah, "Null space velocity control with dynamically consistent pseudo-inverse," *Robotica*, vol. 18, pp. 513-518, 2000.
- [4] J. Park, Y. Choi, W. K. Chung, and Y. Youm, "Multiple tasks kinematics using weighted pseudo-inverse for kinematically redundant manipulators," in *ICRA*, 2001, pp. 4041-4047.
- [5] S. Chiaverini, "Singularity-robust task-priority redundancy resolution for real-time kinematic control of robot manipulators," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 13, pp. 398-410, 1997.
- [6] G. Antonelli, "Stability analysis for prioritized closed-loop inverse kinematic algorithms for redundant robotic systems," *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 25, pp. 985-994, 2009.
- [7] F. Flacco and A. De Luca, "A reverse priority approach to multi-task control of redundant robots," in *Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), 2014 IEEE/RSJ International Conference on*, 2014, pp. 2421-2427.
- [8] J. Nakanishi, R. Cory, M. Mistry, J. Peters, and S. Schaal, "Operational space control: A theoretical and empirical comparison," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 27, pp. 737-757, 2008.
- [9] H. Sadeghian, L. Villani, M. Keshmiri, and B. Siciliano, "Dynamic multi-priority control in redundant robotic systems," *Robotica*, vol. 31, pp. 1155-1167, 2013.
- [10] M. A. Diftler, J. Mehling, M. E. Abdallah, N. A. Radford, L. B. Bridgwater, A. M. Sanders, et al., "Robonaut 2-the first humanoid robot in space," in *Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on*, 2011, pp. 2178-2183.
- [11] H. Sadeghian, L. Villani, M. Keshmiri, and B. Siciliano, "Task-space control of robot manipulators with null-space compliance," *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 30, pp. 493-506, 2014.
- [12] R. Platt Jr, M. Abdallah, and C. Wampler, "Multiple-priority impedance control," in *Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on*, 2011, pp. 6033-6038.