

مدل سازی و تنظیم بلادرنگ ترافیک خطوط مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین غیر خطی

سیما نجفی^۱، بیژن معاونی^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی کنترل و علائم، گروه راه آهن برقی، دانشگاه علم و صنعت ایران، sima_najafi_ee@yahoo.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۵/۲)

چکیده: در سال های اخیر، بازیابی تأخیر زمانی و تنظیم بلادرنگ جریان ترافیک در خطوط مترو با استفاده از کنترل کننده های اتوماتیک به منظور بهره برداری بهینه از سامانه های فرکانس بالای مترو، به طور ویژه مورد توجه قرار گرفته است. این مقاله، به ارائه مدل دینامیکی جدیدی از سیستم ترافیکی مترو در یک مسیر رفت و برگشتی می پردازد. مدل ارائه شده، یک نمایش گسسته پیشامد غیرخطی است که بر اساس انحراف از زمان اعزام قطارها در یک مسیر رفت و برگشتی بیان گردیده و برخلاف مدل های پیشین پدیده انتقال ضربه ای تأخیر نیز باهدف نمایش واقعی از نحوه عملکرد حرکت قطارها در آن لحاظ گشته است. همچنین در این مقاله، با هدف بازیابی تأخیر و دفع اثر اغتشاشات از کنترل کننده پیش بین غیرخطی استفاده شده و ورودی کنترلی در جهت کاهش تأخیر زمانی در هر مرحله تولید و به زمان سفر قطارها در فاصله بین ایستگاه ها اعمال می شود. در فرایند طراحی این کنترل کننده، تابع هزینه ای بر مبنای کاهش تأخیر زمان اعزام قطارها و همچنین افزایش رضایت مسافران مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین با هدف ایجاد امکان پیاده سازی واقعی، نقش قیود و محدودیت های واقعی بر روی سیگنال کنترلی و سرفاصله زمانی اعزام قطارها در فرایند طراحی کنترل کننده لحاظ شده است. در نهایت نتایج شبیه سازی به منظور نمایش صحت عملکرد مدل پیشنهادی و همچنین عملکرد موفق سیستم کنترل پیش بین غیرخطی ارائه شده است.

کلمات کلیدی: مدل سازی دینامیک ترافیک ریلی، بازیابی تأخیر زمانی، کنترل پیش بین غیرخطی، قیود عملکردی

Modeling and Real-time Traffic Regulation in Metro Loop Lines using Nonlinear Model Predictive Control

Sima Najafi, Bijan Moaveni

Abstract: Automatic traffic regulation plays an important role in public transportation especially in metro lines. Delay recovery and real-time control strategies are employed to obtain optimal schedule of high frequency lines in recent years. This paper presents a new traffic model for metro loop lines based on the time deviations of departure times. In this model, a phenomena of transferring knock on delay from one train to another one has been considered. The objective function is considered to minimize the time deviation and increase the passenger satisfaction with headway adherence. Nonlinear model predictive controller is employed to compensate the disturbances and recover the nominal time schedule in metro traffic system by varying the running time between two successive platforms. We minimize the objective function by designing nonlinear model predictive controller in the presence of the operational constraints on control actions and time interval between two successive trains. Simulation results verify the introduced model and show the performance of nonlinear model predictive controller to minimize the delays.

Keywords: Metro Traffic Modelling, Delay Recovery, Nonlinear Model Predictive Control, Operational Constraints.

۱- مقدمه

امروزه افزایش چشمگیر جمعیت و در نتیجه افزایش تقاضا برای استفاده از وسایل حمل‌ونقل عمومی موجب توجه ویژه به مسئله حمل‌ونقل و به‌ویژه کیفیت سرویس‌دهی آن در کلان‌شهرها شده است. شبکه مترو یکی از کارآمدترین ابزارهای حمل‌ونقل عمومی است که با برنامه‌ریزی و بهره‌برداری صحیح و سرویس‌دهی به‌موقع می‌توان به جذابیت آن افزود و استفاده‌کنندگان از آن را به استفاده هر چه بیشتر از آن ترغیب نمود. این امر در حالی است که خطوط مترو همواره در معرض اغتشاشات ناخواسته از جمله مشکلات فنی، تغییر ناگهانی حجم مسافری متقاضی سفر به علل مختلف و همچنین رخدادهای مقطعی و ... قرار می‌گیرند که عملکرد حرکت سیستم ترافیکی را از جدول زمان‌بندی اولیه دور می‌نماید.

خطوط مترو سیستم‌های حمل‌ونقل، خطوط فرکانس بالایی محسوب می‌گردند که از ویژگی‌های آن‌ها، ناپایداری این خطوط است. ناپایداری در خطوط مترو در واقع عبارت است از اینکه، با بروز اغتشاش و به وجود آمدن تأخیر در یکی از قطارها، مقدار این تأخیر در طول مسیر برای خود قطار و همچنین قطارهای بعدی رشد نموده و منجر به ناپایداری کل سیستم ترافیکی خواهد شد [۱] و [۲]. از این رو کنترل بلادرنگ^۱ ترافیک و کنترل حرکت قطارها طبق جدول زمان‌بندی از جمله مواردی است که در سال‌های اخیر در جهت افزایش کارایی و ارتقا بهره‌برداری از شبکه مترو مورد توجه مهندسين و محققين حوزه سیستم‌های هوشمند ترافیک ریلی قرار گرفته است [۳].

مدیریت خطوط ریلی در چهار سطح انجام می‌شود: استراتژیک، تاکتیکی، کنترل عملیاتی و کنترل بلادرنگ. مدیریت استراتژیکی مربوط به تصمیم‌گیری‌های درازمدت است. در حالی که عملیات تاکتیکی برنامه‌ریزی سالانه، ماهانه و هفتگی است و تصمیمات آن بر اساس برنامه‌ریزی خط، طراحی جدول زمان‌بندی و مسیرسازی می‌باشد. کنترل عملیاتی در بازه‌های زمانی کمتر از مدیریت تاکتیکی می‌باشد و بیشتر در زمان بهره‌برداری از آن استفاده می‌شود. کنترل بلادرنگ نیز در زمانی که رخدادهای غیرمنتظره در سیستم ترافیکی موجب رخ دادن تأخیر می‌گردد مورد استفاده قرار گرفته و در جهت کاهش تأخیر عمل می‌نماید. لذا بازبایی جدول نامی زمان اعزام قطارها در زمان رخ دادن تأخیر زمانی که به اصطلاح بازبایی تأخیر^۲ زمانی نامیده می‌شود از اهداف این سطح از مدیریت ترافیک ریلی می‌باشد [۴].

امروزه تحقیقات متنوعی در جهت به‌کارگیری استراتژی مناسب کنترل بلادرنگ به منظور کاهش تأخیر و دفع اثر اغتشاش‌های وارد شده به سیستم ترافیکی صورت گرفته است [۳]. در دهه‌های اخیر پژوهش‌های زیادی در زمینه مدل‌سازی و کنترل بلادرنگ ترافیک انجام شده است که همواره برای این هدف نیازمند یک مدل مشخص از سیستم ترافیکی

هستیم. در [۱] و [۲] یک مدل گسسته پیشامد برای خطوط مترو ارائه شده است که شامل زمان اعزام^۳ حرکت قطارها، مدت زمان توقف^۴ در هر ایستگاه و بیان تأثیر حجم مسافران موجود در ایستگاه بر روی زمان توقف می‌باشد. [۱] و [۲] اولین تحقیقاتی هستند که با اشاره به ناپایداری در سیستم‌های ترافیکی به مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام و ارائه سیستم کنترل بلادرنگ با هدف تنظیم ترافیک و از بین بردن تأخیر زمانی پرداخته‌اند. ولیکن در این دو مقاله، به قید بر روی زمان اعزام، سرفاصله زمانی^۵ (فاصله زمانی بین حرکت دو قطار متوالی) و مسائل ایمنی مرتبط توجه نشده است که می‌توان این مورد را یکی از نقاط ضعف این مقالات به شمار آورد. [۲] که کار خود را بر مبنای مدل‌سازی خطوط فرکانس بالا قرار داده است، شامل نقاط ضعفی می‌باشد که در ادامه مختصراً به آنها اشاره شده است. به‌طور کلی در مدل ارائه شده در [۲] مشاهده می‌شود که در صورتی که قطاری دچار تأخیر شود، در فاصله زمانی که قطار بعدی به ایستگاه برسد چون سرفاصله زمانی از حد معمول کمتر بوده تعداد مسافران کمتری در ایستگاه تجمع پیدا می‌کنند و این امر موجب می‌گردد که قطار بعدی زمان کمتری در ایستگاه منتظر بماند و در نتیجه از برنامه جدول زمان‌بندی جلوتر حرکت خواهد کرد. این فرایند به معنای نزدیک شدن بیش از حد قطارها به یکدیگر و در نتیجه باعث کاهش ایمنی و افت سرویس‌دهی به مسافران می‌شود. در [۲] از تنظیم کننده مربعی خطی^۶ به منظور تنظیم ترافیک و بازبایی تأخیر استفاده شده است ولیکن همان‌گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد، متأسفانه هیچ‌گونه قید عملکردی بر روی متغیرهای حالت، خروجی و سیگنال کنترلی در نظر گرفته نشده است که این امر پیاده‌سازی کنترل‌کننده پیشنهادی را با چالش مواجه می‌نماید. البته از نکات قابل توجه و ارزشمند ارائه شده در [۲] می‌توان به مدل‌سازی و کنترل دو فرم خط باز ترافیکی^۷ و مسیر رفت و برگشتی^۸ و همچنین ارائه تحلیل‌های پایداری حلقه باز و حلقه بسته اشاره نمود.

در [۵] با استفاده از معادلات دینامیکی ارائه شده در [۲] و جایگزین نمودن مدل خطی زمان توقف قطار در هر ایستگاه با مدل غیرخطی، مدل جدیدی را برای دینامیک زمان اعزام قطارها ارائه می‌نماید. این مدل با در نظر گرفتن قیود عملیاتی، سایر نقاط ضعف مدل ارائه شده در [۲] را دارا بوده ولیکن نحوه اثرگذاری تعداد مسافران بر زمان توقف را با دقت بیشتری بررسی می‌نماید. ضمناً در [۵] به طراحی کنترل‌کننده بهینه تطبیقی در حضور قیود عملیاتی پرداخته شده که از نقاط قوت این تحقیق می‌باشد. این الگوریتم با استفاده از اطلاعات ترافیکی و با بهره‌گیری از شبکه‌های عصبی به تنظیم ترافیک و کاهش تأخیر زمانی می‌پردازد. در [۶] با توجه به مدل غیرخطی مشابه [۵]، نقاط ضعف گفته شده در [۵] را

³ Departure time

⁴ Dwell time

⁵ Headway

⁶ Linear Quadratic Regulator (LQR)

⁷ Open line

⁸ Loop line

¹ Real-time control

² Delay recovery

در مقاله پیش رو، ابتدا مدلی غیرخطی از سیستم ترافیکی مترو ارائه می‌گردد که هدف آن رفع نواقص مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین، همچون عدم توجه به پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر در مدل‌های پیشنهادی در آن تحقیقات است. این مدل بر مبنای زمان اعزام قطارها ارائه شده و در آن مسئله انتقال ضربه‌ای تأخیر از یک قطار به قطارهای بعدی لحاظ شده، که نتیجه آن مدل غیرخطی برای دینامیک زمان اعزام در یک مسیر رفت و برگشتی خطوط مترو بوده است. سپس با هدف جبران انحراف از جدول زمان‌بندی و انحراف از سرفاصله زمانی به طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی پرداخته شده است. این کنترل‌کننده به طراحی قانون کنترل مناسب با در نظر گرفتن افق پیش‌بینی برای خروجی سیستم و تلاش کنترلی و همچنین با حداقل کردن تابع هزینه‌ای که بر مبنای کاهش انحراف از زمان اعزام و تبعیت از سرفاصله زمانی نامی سیستم ترافیکی نوشته شده است، می‌پردازد. در مدل ارائه‌شده، سیگنال کنترلی با تغییر مدت زمان سفر بین دو ایستگاه به بازایی تأخیر خواهد پرداخت. لازم به ذکر است که در استخراج قانون کنترل بهینه، قیده‌های عملیاتی بر روی سیگنال کنترلی و همچنین سرفاصله زمانی سیستم ترافیکی در نظر گرفته شده است که این امر جنبه‌های پیاده‌سازی عملیاتی روش پیشنهادی را به نحوه قابل توجهی تقویت می‌نماید.

مطالب این مقاله بدین صورت تنظیم شده است که در بخش دوم اصطلاحات و علائم موردنیاز جهت درک بهتر مفاهیم ارائه‌شده در مقاله، معرفی می‌گردد. قسمت سوم به مدل‌سازی انحراف از زمان اعزام قطارها در خطوط رفت و برگشتی مترو خواهد پرداخت. در بخش چهارم مقاله، تابع هزینه‌ای به منظور بهینه‌سازی و بازایی تأخیر ارائه می‌گردد و همچنین قیود عملیاتی که بر سیستم ترافیکی حاکم است نیز معرفی می‌شود. در بخش پنجم به طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی برای سیستم ترافیکی خواهیم پرداخت. در بخش آخر، نتایج شبیه‌سازی به‌منظور نمایش عملکرد سیستم ترافیکی در دو حالت بدون حضور کنترل‌کننده، و همچنین تأثیر کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی مفید در جهت جبران تأخیر ارائه می‌شود.

۲- معرفی علائم و اصطلاحات

به‌منظور توصیف مدل‌سازی خطوط رفت و برگشتی مترو، به تعاریفی جهت درک بهتری از مدل ارائه‌شده در بخش‌های بعدی نیاز است که در این بخش به این موضوع پرداخته می‌شود. سیستم ترافیکی به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که تعدادی قطار در آن در حال حرکت هستند به طوری که که قطارها از پارکینگ وارد حلقه‌ای مشابه شکل ۱ می‌شوند که ابتدا و انتهای آن به هم اتصال دارد و تعداد ایستگاه‌های موجود در آن با مقدار N در نظر گرفته می‌شود. تعداد قطارهای که در این حلقه وارد می‌شوند برابر M می‌باشد به طوری که پشت سر هم و به فاصله یک ایستگاه به مجموعه ترافیکی اعزام می‌شوند. از پارامترهای

همچنان شامل می‌شود و به منظور کنترل سیستم، روش کنترل بهینه تطبیقی را برای بهبود روش برنامه‌ریزی ابتکاری دوگانه^۱ به کار می‌گیرد. این ارزیابی نشان می‌دهد که روش کنترل تطبیقی بهینه قادر به پیدا کردن نزدیک‌ترین راه‌حل بهینه بسیار سریع‌تر از روش برنامه‌ریزی ابتکاری می‌باشد. لازم به ذکر است که در [۷] با در نظر گرفتن مسئله رضایت مسافران، با استفاده از مینیم کردن تابع هزینه به روش گرادان نزولی، به مقدار بهینه زمان اعزام و زمان ورود به ایستگاه دست خواهد یافت. [۸] نیز به منظور بازایی تأخیر زمانی و تنظیم ترافیک، به مدل‌سازی شبکه‌های ریلی می‌پردازد. در این مقاله با بیان مدل میکروسکوپی و اشاره به بالا بودن حجم محاسبات و ضعف‌های این مدل، مدل دیگری تحت عنوان مدل ماکروسکوپی معرفی می‌شود و به مقایسه‌ای بین این دو مدل می‌پردازد. در [۹] یک معماری توزیع شده برای کنترل ترافیک ریلی با نام DARTCMAS ارائه می‌گردد که هدف آن استفاده از ایده سیستم‌های چند عامله در کنترل سیستم‌های ترافیک ریلی است.

از جمله سیستم‌های کنترل که در تنظیم اتوماتیک ترافیک ریلی و با به‌عبارت‌دیگر بازایی بلادرنگ تأخیر زمانی بکار گرفته شده و عملکرد موفق نیز داشته، سیستم‌های کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل بوده است که در تحقیقات مختلف نظیر [۱۰]، [۱۱] و [۱۲] نیز به آن اشاره شده است. [۱۰] با در نظر گرفتن حلقه ترافیکی برای شبکه مترو مدل تنظیم‌کننده پیش‌بینی ترافیک را بر مبنای بهینه‌سازی تابع هزینه در افق زمانی مشخص معرفی می‌کند. این مقاله با طراحی تنظیم‌کننده در تلاش برای جبران انحراف از جدول زمان‌بندی و انحراف از سرفاصله زمانی موردنظر با تغییر زمان سفر^۲ بین دو ایستگاه بوده است. همچنین در [۱۱] با در نظر گرفتن مدل جدیدی که بر مبنای سرفاصله زمانی حرکت قطارها و مدل دینامیکی مسافران می‌باشد به توصیف ارزیابی سرفاصله زمانی قطارها و تعداد مسافران در شبکه مترو می‌پردازد. در این مقاله روش جدیدی برای محاسبه برنامه بهینه حرکت قطارها معرفی می‌کند که این روش از برنامه‌ریزی خطی بر مبنای فرمولاسیون کنترل پیش‌بین و با در نظر گرفتن قیود عملیاتی به منظور بازایی تأخیر استفاده شده است. همچنین، در [۱۲] با هدف بازایی تأخیر در تقاطع‌ها، با تغییر زمان اعزام حرکت قطارها، به مدل‌سازی سیستم ترافیکی می‌پردازد. به این منظور مدلی گسسته پیشامد با روش سویچینگ جمع-حداکثر^۳ ارائه می‌کند و با به‌کارگیری کنترل‌کننده‌های پیش‌بین مبتنی بر مدل به بازایی تأخیر با هدف کنترل اتوماتیک ترافیک می‌پردازد. [۱۳] با در نظر گرفتن تأثیر تعداد مسافران موجود در سکو و تعداد مسافران موجود در قطار و اثر آن بر زمان اعزام قطارها به ارائه مدل گسسته پیشامد برای سیستم ترافیکی می‌پردازد و با طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین، ورودی قانون کنترلی بهینه را با در نظر گرفتن قیود عملیاتی به دست آورده و به سیستم اعمال می‌کند.

¹ Dual heuristic programming

² Running time

³ Switching max-plus

زمان توقف در ایستگاه موردنظر بستگی دارد.

جدول ۱: علائم و اصطلاحات

پارامتر	تعاریف
t_k^i	زمان اعزام قطار k ام در ایستگاه k ام
r_k^i	زمان سفر واقعی قطار k ام بین ایستگاه k ام و $k+1$ ام
d_{k+1}^i	مدت زمان توقف قطار k ام در ایستگاه $k+1$ ام
R_k	زمان سفر نامی قطارها بین ایستگاه k ام و $k+1$ ام
T_k^i	زمان اعزام نامی قطار k ام در ایستگاه k ام تعیین شده توسط جدول زمان‌بندی
Δt_k^i	انحراف زمان اعزام حرکت قطار k ام در ایستگاه k ام از مقدار نامی
u_k^i	سیگنال کنترلی قطار k ام جهت تنظیم زمان سفر بین ایستگاه k ام و $k+1$ ام
h_k	سرفاصله زمانی دینامیکی سیستم
H	سرفاصله زمانی نامی
D	حداقل زمان توقف قطار در هر ایستگاه به‌منظور ورود به سکو و باز و بسته شدن درها
c_{k+1}	نرخ تأخیر جهت تعیین مدت زمان توقف قطار در ایستگاه
t_B	مدت زمان حائل
\bar{w}	اغتشاشات ناشی از عوامل خارجی وارد بر زمان سفر
\tilde{w}	اغتشاشات ناشی از عوامل خارجی زمان توقف
w_k^i	مجموع اغتشاشات ناشی از عوامل خارجی قطار k ام در ایستگاه k ام
\bar{f}	اغتشاشات ناشی از انتقال تأخیر به زمان سفر
\tilde{f}	اغتشاشات ناشی از انتقال تأخیر به مدت زمان توقف قطار
f_k^i	مجموع اغتشاشات ناشی از انتقال تأخیر
X_j^i	بردار حالت بیان‌کننده انحراف از زمان اعزام نامی قطارها
U_j^i	بردار کنترل جهت تنظیم خطوط ترافیکی
W_j^i	بردار اغتشاشات تعیین‌کننده اغتشاشات بیرونی اعمال‌شده بر سیستم

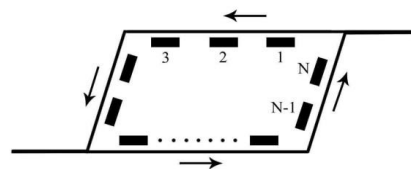
همچنین زمان سفر بین دو ایستگاه، r_k^i ، را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$r_k^i = R_k + u_k^i + \bar{f}_k^i + \bar{w}_k^i \quad (2)$$

رابطه (۲) نشان می‌دهد که زمان سفر تحت تأثیر زمان سفر نامی بین دو ایستگاه، R_k ، اغتشاشات ناخواسته بیرونی در زمان حرکت بین دو ایستگاه، \bar{w}_k^i ، اغتشاشات داخلی از جنس پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر، \bar{f}_k^i ، و تلاش کنترلی به‌عنوان ابزاری به‌منظور کاهش و/یا افزایش زمان سفر بین دو ایستگاه، u_k^i ، است.

با توجه به تعریف سرفاصله زمانی و زمان اعزام ارائه‌شده در بخش ۲، رابطه زیر را به‌منظور بیان ریاضی سرفاصله زمانی می‌توان ارائه نمود:

اصلی مدل‌سازی می‌توان به زمان اعزام قطارها، مدت زمان توقف در ایستگاه، زمان سفر بین دو ایستگاه اشاره کرد، که این بخش به معرفی این موارد می‌پردازد و همچنین به سایر پارامترهایی که در ادامه مهم خواهد بود به‌طور خلاصه اشاره می‌شود. علاوه بر مواردی که به آن اشاره شد جهت درک بهتر بخش‌های آینده به آشنایی با اصطلاحات و فرضیاتی که در مدل‌سازی استفاده می‌شود، نیازمندیم. از جمله این موارد می‌توان به "سرفاصله زمانی"، "انتقال تأخیر به‌صورت ضربه‌ای" و "زمان حائل" اشاره کرد:



شکل ۱: مسیر رفت و برگشتی خطوط مترو

سرفاصله زمانی: فاصله زمانی بین حرکت دو قطار متوالی از دیدگاه یک نقطه ثابت در مسیر خط ریلی [۱۴] و [۱۵].

انتقال ضربه‌ای تأخیر [۱۶]: عبارت است از پدیده‌ای که در صورت رخ دادن تأخیر در یک قطار و عقب ماندن آن از برنامه زمان‌بندی، این تأخیر به قطارهای پشت سر آن منتقل می‌شود.

زمان حائل [۱۵]: مدت زمان اختلاف مابین حداقل سرفاصله زمانی و سرفاصله زمانی نامی.

علاوه بر اصطلاحاتی که پیش‌تر اشاره شد علائمی نیز در ادامه مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرد که با هدف درک ساده‌تر و بهتر توسط خوانندگان در جدول ۱ معرفی شده‌اند. توجه گردد همان‌گونه که در جدول نیز مشخص است اندیس‌های بالا بیان‌کننده شماره قطار و اندیس‌های پایین بیان‌کننده شماره ایستگاه می‌باشند.

۳- مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام قطارها در

یک مسیر رفت و برگشتی خطوط مترو

در این قسمت با ارائه یک مدل گسسته پیشامد به بیان روابط دینامیکی توصیف‌کننده سیستم ترافیکی خواهیم پرداخت. در این مقاله تعداد قطارها، تعداد ایستگاه‌ها، سرفاصله زمانی موردنظر و تعداد مسافرائی که در یک ثانیه وارد ایستگاه می‌شوند ثابت در نظر گرفته می‌شود [۲]. ضمناً فرض بر این است که زمان سفر بین دو ایستگاه بستگی به تعداد مسافران داخل قطار ندارد که فرض منطقی محسوب می‌گردد.

زمان اعزام هر قطار را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$t_{k+1}^i = t_k^i + r_k^i + d_{k+1}^i \quad (1)$$

رابطه (۱) نشان می‌دهد که زمان اعزام هر قطار در هر ایستگاه به زمان اعزام همان قطار در ایستگاه قبلی، به زمان سفر بین دو ایستگاه و مدت

^۱ Knock on delay

^۲ Buffer time

$$\Delta t_k^i = t_k^i - T_k^i \quad (11)$$

همان‌گونه که در مقدمه مقاله نیز اشاره شد یکی از موارد مهم در بحث مدل‌سازی لحاظ کردن پدیده انتقال تأخیر در خطوط مترو به‌منظور حفظ مسئله ایمنی می‌باشد. به گونه‌ای در صورت رخ دادن تأخیر در یک قطار و عقب ماندن آن از برنامه زمان‌بندی این تأخیر به قطارهای پشت سر آن منتقل می‌شود تا از برخورد جلوگیری شود که این پدیده با عنوان انتقال ضربه‌ای تأخیر معرفی می‌شود. این تأخیر در برخی از موارد به قطارهای پشت سر منتقل نخواهد شد و این امر زمانی اتفاق می‌افتد که ایمنی سیستم به خطر نیفتد. در واقع اگر میزان تأخیر به وجود آمده در قطار، کمتر یا برابر با زمان حائل باشد این تأخیر به قطارهای پشت سر انتقال پیدا نمی‌کند و سایر قطارها به حرکت عادی خود ادامه می‌دهند. لازم به ذکر است که حداقل سرفاصله زمانی مدت زمانی است که اگر فاصله زمانی حرکت قطارها کمتر از آن باشد، ایمنی حرکت به خطر می‌افتد. توجه به این نکته ضروری است که اگر قطاری که دارای تأخیر باشد و قطار پشت سر هم از برنامه زمانی خود عقب باشد (دارای تأخیر باشد)، مقدار تأخیر منتقل شده از قطار جلویی به عقبی برابر اختلاف تأخیر دو قطار متوالی نسبت به زمان حائل خواهد بوده و با توجه به این توضیحات و تعریف اغتشاشات ناشی از پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر، تعریف زمان حائل و رابطه (۸) می‌توان به‌سادگی نشان داد که f_k^i تابعی از سه متغیر $\Delta t_k^i, \Delta t_{k+1}^{i-1}, t_B$ است. لذا رابطه (۱۰) را می‌توان به‌صورت رابطه زیر بازنویسی نمود که در درک بهتر روابط بعدی کارآمد می‌باشد.

$$t_{k+1}^i = t_k^i + T_{k+1}^i - T_k^i - c_{k+1} H_{k+1} + c_{k+1} (t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) + w_k^i + f_k^i (\Delta t_k^i, \Delta t_{k+1}^{i-1}, t_B) + u_k^i \quad (12)$$

مطابق تعریف تابع $f_k^i (\Delta t_k^i, \Delta t_{k+1}^{i-1}, t_B)$ را می‌توان به‌صورت معادله زیر در نظر گرفت:

$$f_k^i (\Delta t_k^i, \Delta t_{k+1}^{i-1}, t_B) = \begin{cases} 0 & \Delta t_{k+1}^{i-1} - \Delta t_k^i \leq t_B \\ \Delta t_{k+1}^{i-1} - \Delta t_k^i - t_B & \Delta t_{k+1}^{i-1} - \Delta t_k^i > t_B \end{cases} \quad (13)$$

که البته رابطه (۱۳) را به‌صورت زیر نیز می‌توان نمایش داد:

$$f_k^i (\Delta t_k^i, \Delta t_{k+1}^{i-1}, t_B) = u (\Delta t_{k+1}^{i-1} - \Delta t_k^i - t_B) \times (\Delta t_{k+1}^{i-1} - \Delta t_k^i - t_B) \quad (14)$$

$$u(X) = \begin{cases} 1 & X > 0 \\ 0 & X \leq 0 \end{cases}$$

از سوی دیگر با استفاده از (۱۱) و (۱۲)، دینامیک انحراف از زمان اعزام نامی برای هر قطار در هر ایستگاه به‌صورت تابعی از تأخیر همان قطار در

$$h_{k+1} = t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1} \quad (3)$$

به همین ترتیب زمان توقف قطار را می‌توان به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$d_{k+1}^i = D + c_{k+1} (t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) + \tilde{f}_{k+1}^i + \tilde{w}_{k+1}^i \quad (4)$$

رابطه (۴) نشان می‌دهد که زمان توقف قطار مشابه زمان سفر وابسته به حداقل زمان توقف، D ، اغتشاش وارد شده از خارج به سیستم، \tilde{w}_{k+1}^i ، و اغتشاشات ناشی از پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر، \tilde{f}_{k+1}^i ، می‌باشد. همچنین زمان توقف قطار در ایستگاه رابطه مستقیم با حجم مسافران داخل ایستگاه دارد و با افزایش حجم مسافران داخل ایستگاه لازم خواهد بود که قطار مدت زمان بیشتری در ایستگاه توقف کند. از سوی دیگر، حجم مسافران موجود در ایستگاه به فاصله زمانی اعزام دو قطار متوالی از ایستگاه بستگی دارد به گونه‌ای که هرچه قدر این فاصله زمانی بیشتر باشد مسافران بیشتری در ایستگاه تجمع خواهند کرد و زمان توقف در ایستگاه نیز بیشتر می‌شود. این مفهوم با عبارت $(t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1})$ ، c_{k+1} ، در رابطه (۴) نشان داده شده است. با توجه به روابط (۱)–(۴) رابطه زیر را به‌منظور توصیف دینامیک زمان اعزام می‌توان ارائه نمود.

$$t_{k+1}^i = t_k^i + R_k + \bar{f}_k^i + \bar{w}_k^i + D + c_{k+1} (t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) + \tilde{f}_{k+1}^i + \tilde{w}_{k+1}^i + u_k^i \quad (5)$$

مشابه روابط (۳) و (۵) به سادگی برای حالت نامی داریم:

$$T_{k+1}^i = T_k^i + R_k + D + c_{k+1} H_{k+1} \quad (6)$$

$$H_{k+1} = T_{k+1}^i - T_{k+1}^{i-1} \quad (7)$$

روابط (۶) و (۷) به‌منظور بیان ارتباط ریاضی زمان اعزام نامی، سرفاصله زمانی نامی و زمان سفر نامی قابل ارائه است. واضح است که با توجه به اینکه این روابط در حالت نامی بیان شده‌اند، روابط (۶) و (۷) شامل هیچ‌گونه اغتشاش، تأخیر و سیگنال کنترلی نمی‌باشند.

با تعریف

$$f_k^i = \bar{f}_k^i + \tilde{f}_{k+1}^i \quad (8)$$

$$w_k^i = \bar{w}_k^i + \tilde{w}_{k+1}^i \quad (9)$$

و استفاده از رابطه (۶) و (۷)، می‌توان رابطه (۵) را به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

$$t_{k+1}^i = t_k^i + T_{k+1}^i - T_k^i - c_{k+1} H_{k+1} + c_{k+1} (t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) + w_k^i + f_k^i + u_k^i \quad (10)$$

همان‌گونه که در بخش مقدمه ذکر شد، هدف این مقاله مدل‌سازی دینامیک ترافیک بر اساس زمان اعزام و کنترل کاهش انحراف از زمان‌های اعزام نامی در جدول زمان‌بندی و همچنین کاهش انحراف از سرفاصله زمانی نامی می‌باشد. به همین دلیل Δt_k^i به‌عنوان انحراف از زمان اعزام نامی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد که حرکت دادن آن به سمت مقدار صفر به‌منزله برآورده شدن هدف مدنظر یعنی تنظیم بلادرنگ ترافیک است.

لازم است به این نکته توجه گردد که همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد، تعداد قطارها و ایستگاه‌ها به صورت مستقل و با مقادیر M و N مشخص شده‌اند که این امر موجب می‌گردد که معادله دینامیکی توانایی مدل‌سازی دینامیک ترافیک را با هر تعداد قطار و ایستگاه داشته باشد. با توجه به معادله دینامیکی سیستم، تعداد المان‌های بردار حالت با مقادیر M و N رابطه مستقیم دارند و از این جهت محدودیتی در جهت تولید وضعیت‌های مختلف با هر قطار و هر ایستگاه وجود ندارد. از این رو هنگام شبیه‌سازی معادلات می‌توان تعداد قطارها و ایستگاه‌ها را به صورت دلخواه در نظر گرفت، البته لازم به ذکر است که تعداد قطارها حداکثر می‌تواند برابر تعداد ایستگاه‌ها منهای یک باشد. در این مقاله فرض بر این است که قطارها پشت سر هم وارد می‌شوند و اگر قطار اول در ایستگاه چهارم باشد قطار دوم در ایستگاه سوم و به همین ترتیب سایر قطارهای دیگر وارد مجموعه خواهند شد. نکته‌ای که در اینجا مطرح می‌گردد این است که در برخی از خطوط با سرفاصله زمانی پایین، قطارها به فاصله یکی در میان در ایستگاه‌ها قرار خواهند گرفت، یعنی قطاری اگر ایستگاه شماره ۵ باشد قطار پشت سرش در ایستگاه شماره ۳ خواهد بود و با توجه به مدل‌سازی ارائه شد در این مقاله می‌تواند قطاری را در ایستگاه شماره ۴ به‌عنوان قطار مجازی در نظر گرفت به گونه‌ای که به قطار مذکور در این ایستگاه اجازه وارد شدن هیچ اغتشاش خارجی وجود نخواهد داشت و صرفاً جهت مطابقت با مدل پیشنهادی می‌توان از این استراتژی استفاده کرد [۱۷].

۴- تابع هزینه و قیود حاکم بر مسئله

همان‌گونه که گفته شد هدف ما در این مقاله، بازیابی تأخیر در یک سیستم ترافیکی مترو است. برای این هدف به تابع هزینه‌ای در جهت دست یافتن به اهداف سیستم ترافیکی نیاز خواهیم داشت که حداقل کردن آن بتواند موجب دست یافتن به قانون کنترل بهینه و اهداف مدنظر ذکر شده در بخش مقدمه گردد. این بخش به معرفی تابع هزینه و هدف آن و بیان قیود حاکم بر سیستم خواهد پرداخت.

۴-۱- تابع هزینه

با توجه به معادلات فضای حالت سیستم که در (۱۷) ارائه شد، حالت‌های سیستم انحراف از زمان اعزام نامی می‌باشد. که یکی از اهداف ما نزدیک کردن زمان اعزام قطارها به زمان‌های اعزام نامی است که توسط جدول زمان‌بندی از قبل مشخص شده است.

$$X_{j+1}^i = F(X_j^i, W_j^i, U_j^i) = [f_m]_{N \times 1}, \quad m \in [1, N], \quad i \in [1, M]$$

$$R = N - M$$

$$f_m = \begin{cases} X_{j,(m+1)}^i & m \leq N - M \\ \alpha X_{j,m}^i + \beta X_{j,(m+1)}^i + \alpha f_j^i(X_{j,m}^i, X_{j,(m+1)}^i, t_B) + \alpha U_{j,m-R}^i + \alpha W_{j,(m-R)}^i & N - M < m < N \\ \alpha X_{j,m}^i + \beta X_{j,1}^i + \alpha f_j^i(X_{j,m}^i, X_{j,1}^i, t_B) + \alpha U_{j,m-R}^i + \alpha W_{j,(m-R)}^i & m = N \end{cases} \quad (17)$$

ایستگاه قبلی و تأخیر قطار پیشین در ایستگاه پیش رو به صورت رابطه زیر قابل ارائه می‌باشد.

$$\Delta t_{k+1}^i = \alpha \Delta t_k^i + \beta \Delta t_{k+1}^{i-1} + \alpha w_k^i + \alpha f_k^i(\Delta t_k^i, \Delta t_{k+1}^{i-1}, t_B) + \alpha u_k^i \quad (15)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 - c_{k+1}}, \quad \beta = -\frac{c_{k+1}}{1 - c_{k+1}}$$

با هدف نوشتن معادلات حالت توصیف‌کننده سیستم که مشکل از N المان می‌باشد، اگر انحراف از زمان اعزام هر قطار که در مجموعه قرار دارد را به‌عنوان متغیرهای بردار حالت در نظر بگیریم M سطر آخر بردار به انحراف زمانی تمامی قطارهایی که وارد مجموعه شده‌اند اختصاص داده می‌شود و با توجه به معادله (۱۵) قابل محاسبه می‌شوند. لازم به ذکر است که ما به تعداد قطارها در مدل‌سازی معادله حالت داریم و نظر به اینکه چه تعداد قطار در خطوط مترو وارد شده باشند از معادله مربوطه استفاده می‌کنیم. $N-M$ سطر اول آن مربوط به انحراف زمانی‌های قطار موردنظر در ایستگاه‌های قبلی هستند.

با توجه به این نکته که ما در یک مسیر رفت و برگشتی مترو حرکت می‌کنیم در دور اول جلوی قطار اول، قطاری وجود ندارد ولی در دورهای بعدی قطار آخر قطار جلویی قطار اول محسوب می‌شود که دلیل وجود $N-M$ سطر اول محسوب می‌شود. با توجه به این توضیحات، بردارهای حالت به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود. که با انتخاب بردارهای فضای حالت مورد نظر و استفاده از معادله (۱۵) مدل دینامیکی غیرخطی در پایین صفحه برای یک مسیر رفت و برگشتی به دست می‌آید.

$$X_j^i = \begin{bmatrix} \Delta t_{j-N}^i & \Delta t_{j-N+1}^i & \dots & \Delta t_{j-M-1}^i & \Delta t_{j-M}^i & \dots & \Delta t_{j-1}^{i-M+1} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

$$U_j^i = \begin{bmatrix} u_{j-M}^i & u_{j-M+1}^{i-1} & \dots & u_{j-1}^{i-M+1} \end{bmatrix}^T$$

$$W_j^i = \begin{bmatrix} w_{j-M}^i & w_{j-M+1}^{i-1} & \dots & w_{j-1}^{i-M+1} \end{bmatrix}^T$$

همان‌گونه که در معادله (۱۷) مشاهده می‌شود ضابطه اول تولیدکننده $N-M$ سطر اول معرف برخی از المان‌های بردار حالت کنونی است می‌باشد. ضابطه دوم و سوم از رابطه (۱۵) برای محاسبه انحراف زمانی آینده سیستم استفاده می‌کنند. دلیل تفکیک ضابطه سوم از دوم قرار گرفتن قطار آخر به‌عنوان قطار جلویی قطار اول می‌باشد.

می‌گردد، لذا حداکثر زمان سفری برای هر قطار بین دو ایستگاه لحاظ می‌گردد که بر اساس آن حد بالای سیگنال کنترل تعیین می‌شود. در مقابل حداکثر سرعت قطار نیز دارای محدودیت‌های از جنس ایمنی است که بر اساس آن حد پایین سیگنال کنترل تعیین می‌گردد.

$$U_{\min} \leq U_i^k \leq U_{\max} \quad (20)$$

• قید سرفاصله زمانی

حرکت دو قطار متوالی از یک نقطه نمی‌تواند با فاصله زمانی کوتاه‌تر از حداقل سرفاصله زمانی صورت بگیرد. این رخداد موجب عدم رعایت مسائل ایمنی می‌شود که وجود قید بر روی سرفاصله زمانی از این مسئله جلوگیری می‌کند. حد بالای این قید با توجه به سرفاصله زمانی نامی و حداقل سرفاصله زمانی به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\Delta t_k^i - \Delta t_k^{i-1} > H_{\min} - H \quad (21)$$

توجه نمایید که قید بر روی زمان توقف در این مقاله لحاظ نشده است، چرا که در طراحی کنترل کننده پیشنهادی، کنترلی برای کنترل زمان توقف به منظور بازیابی تأخیر لحاظ نگردیده است.

۵- طراحی کنترل کننده

کنترل کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل یکی از کنترل کننده‌های رایج در صنعت می‌باشد [۱۸]. این کنترل کننده بر اساس مدل صریحی از سیستم، رفتار آینده فرایند را پیش‌بینی و کنترل می‌کند، به طوری که در هر بازه کنترلی با در نظر گرفتن افق پیش‌بینی و افق کنترلی به محاسبه رشته‌ای از تنظیمات متغیرهای موردنظر به منظور بهینه کردن رفتار آینده می‌پردازد. این دسته از کنترل کننده‌ها با حداقل کردن انحراف متغیرهای کنترل شونده از مقدار مطلوبشان از طریق حداقل سازی تابع هزینه که بر مبنای مربعات خطاهای پیش‌بینی سیستم نوشته می‌شود به قانون کنترلی بهینه دست پیدا می‌کنند. اولین دنباله از این قانون بهینه به سیستم اعمال می‌شود و برای مراحل بعدی مراحل بهینه‌سازی مجدداً تکرار خواهد شد. از مزیت‌های مهم کنترل کننده‌های پیش‌بین می‌توان به قابلیت تعمیم این کنترل کننده‌ها به سیستم‌های چند متغیره اشاره کرد. این کنترل کننده‌ها می‌توانند در حضور قیود قانون کنترل بهینه سیستم را در افق مدنظر محاسبه نمایند که این امر از ویژگی‌های مهم این دسته از کنترل کننده محسوب می‌گردد [۱۲] و [۱۹]. از خصوصیات دیگر این کنترل کننده‌ها می‌توان به امکان استفاده از نسخه غیرخطی آن‌ها برای سیستم‌های غیرخطی اشاره کرد. در این روش با در نظر گرفتن معادلات سیستم به صورت غیرخطی و بیان الگوریتم پیش‌بین برای سیستم موردنظر، ارائه تابع هزینه و حداقل کردن آن با روش‌های حل عددی به قانون کنترلی بهینه می‌توان دست یافت [۲۰].

۵-۱- فرموله سازی مسئله برای طراحی کنترل کننده

پیش‌بین

با در نظر گرفتن معادلات غیرخطی ارائه شده در (۱۷) و اهداف کنترلی مدنظر و با توجه به قیود حاکم بر سیستم، استفاده از کنترل پیش‌بین غیرخطی مناسب به نظر می‌رسد. در این قسمت به بیان روابط کلی و الگوریتم کنترل

در کنار این بحث یکی از مواردی مهمی که در موضوع کنترل اتوماتیک ترافیک مطرح است بحث رضایت مسافران می‌باشد، به گونه‌ای که نحوه اعزام قطارها باید در جهتی باشد که زمان انتظار مسافران بیش از حد نباشد که این مسئله باعث عدم رضایت مسافران و تجمع بیش از حد آن‌ها در ایستگاه می‌شود. به بیان دیگری می‌توان گفت علاوه بر اینکه ما سعی داریم انحراف از زمان اعزام را کاهش دهیم به تبعیت از سرفاصله عملیاتی سیستم ترافیکی به منظور رضایت مسافران نیازمندیم [۲]. به همین منظور تابع هزینه به صورت زیر معرفی شده است [۲].

$$J = (X_{j+1}^i)^T P (X_{j+1}^i) + (X_{j+1}^i - S_N X_j^i)^T Q (X_{j+1}^i - S_N X_j^i) + (U_j^i)^T U_j^i \quad (18)$$

$$S_N = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (19)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0_{R \times R} & \vdots & 0 \\ \vdots & p \times I_{M \times M} & \vdots \\ 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0_{R \times R} & \vdots & 0 \\ \vdots & q \times I_{M \times M} & \vdots \\ 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

جمله اول در رابطه (۱۸) نشان‌دهنده انحراف از زمان اعزام قطار، جمله دوم تبعیت از سرفاصله زمانی به منظور رضایت مسافران و جمله آخر بیان کننده نقش سیگنال کنترلی در تابع هزینه می‌باشد. با بهینه‌سازی تابع هزینه به سیگنال کنترل بهینه مدنظر سیستم ترافیکی به منظور تنظیم ترافیک و بازیابی تأخیر زمانی دست پیدا خواهیم کرد. توجه نمایید که با توجه به رابطه (۲)، منفی بودن سیگنال کنترل به معنای کاهش زمان سفر بین دو ایستگاه و مثبت بودن آن به معنای افزایش زمان سفر می‌باشد.

۴-۲- قیود عملیاتی حاکم بر مسئله

• قید حاکم بر سیگنال کنترل

همان‌گونه که توضیح داده شد سیگنال کنترلی اعمالی به منظور پایدارسازی سیستم نباید تناقضی با مسائل مربوط به بهره‌برداری داشته باشد. به عبارت دیگر، کاهش یا افزایش زمان سفر در نتیجه افزایش یا کاهش سرعت قطار می‌باشد و از آنجایی که سرعت در طول خط دارای محدودیت است، لذا محدودیت روی سرعت قطار در طول خط لازم است با محدودیت‌های معادل بر روی سیگنال کنترلی در طراحی سیستم کنترل لحاظ گردد.

حد بالای سیگنال کنترل متناظر حداقل سرعت قطار در سیستم ترافیکی می‌باشد. با توجه به اینکه مسیر تحت بهره‌برداری است و حرکت با سرعت پایین قطار به معنای اشغال ماندن خط و عدم امکان استفاده توسط بهره‌بردار را موجب

$$\bar{S}_N = \begin{bmatrix} S_N & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_N & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & S_N \end{bmatrix}_{(P_y \times N) \times (P_y \times N)}$$

مشابه آنچه در بخش ۴ توضیح داده شد، عبارت اول رابطه (۲۵)، انحراف از زمان اعزام، عبارت دوم انحراف از سرفاصله زمانی (رضایت مسافران) و جمله آخر قانون کنترلی را در افق پیش‌بینی مدنظر نشان می‌دهد. لازم به یادآوری است که بهینه‌سازی تابع هزینه (۲۵) در حضور قیدهای (۲۰) و (۲۱) لازم است انجام پذیرد.

با توجه به غیرخطی بودن مدل دینامیک ترافیک و وجود قیود حاکم بر مسئله، یافتن حل بهینه جامع برای تابع هزینه به‌صورت تحلیلی و به‌سادگی ممکن نبوده و در این موارد از حل‌های عددی استفاده می‌شود. یکی از روش‌های حل عددی استفاده از الگوریتم SQP می‌باشد. این روش مسائل بهینه‌سازی مقید با تابع هزینه به فرم غیرخطی را در حضور قیود حل می‌کند. [۲۲] و [۲۳].
در این قسمت الگوریتمی از اعمال بهینه‌سازی را مشاهده می‌کنیم:

الگوریتم بهینه‌سازی کنترل پیش‌بین غیرخطی

مرحله اول:	$i=M$ و $j=1$ قرار می‌دهیم.
مرحله دوم:	تعریف مقدار اولیه برای X_j^i
مرحله سوم:	تعیین مقدار اغتشاشات (W_j^i)
مرحله چهارم:	با توجه به مشخص کردن پارامترهای مجهول مثل زمان حائل و ...، X_j^i را در رابطه (۲۳) قرار داده و Y_j^i محاسبه می‌شود.
مرحله پنجم:	با در نظر گرفتن تابع هزینه (۲۵)، و با استفاده روش حل عددی بر مبنای الگوریتم SQP، \bar{U}_j^i محاسبه می‌شود.
مرحله ششم:	تنها M سطر اول \bar{U}_j^i ، $\bar{U}_j^i \rightarrow U_j^i$ در معادله (۲۲) به سیستم اعمال و X_{j+1}^i محاسبه می‌شود.
مرحله هفتم:	به مقدار j یک واحد اضافه گشته و به مرحله سوم بازگردید. این فرآیند به تعداد ایستگاه‌ها در دوره‌های متوالی قطار در مسیر رفت و برگشتی تکرار می‌شود.

۶- نتایج شبیه‌سازی

این بخش، ابتدا به شبیه‌سازی مدل ارائه‌شده برای سیستم ترافیکی و مقایسه آن با مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین می‌پردازد. همچنین قسمت دوم این بخش، به طراحی و شبیه‌سازی سیستم کنترل پیش‌بین غیرخطی با هدف تنظیم ترافیک و بازیابی تأخیر زمانی خواهد پرداخت.

۶-۱- بررسی مدل ارائه‌شده و مقایسه با مدل‌های پیشین

پیش‌بین غیرخطی پرداخته و سپس الگوریتم پیش‌بین غیرخطی [۲۱] به‌منظور تنظیم ترافیک ارائه‌شده و از آن برای محاسبه قانون کنترل بهینه در حضور قیود عملکردی استفاده می‌شود. با توجه به معادلات حالت سیستم و نیز توجه به این نکته که تمامی متغیرهای حالت، لازم است تحت کنترل باشند واضح به نظر می‌رسد که سیستم مدنظر یک سیستم چند ورودی-چند خروجی می‌باشد. همان‌گونه که به آن اشاره شد متغیرهای حالت که توصیف‌کننده زمان اعزام قطارها در مسیر رفت و برگشتی می‌باشند در معادله زیر قابل مشاهده است:

$$\begin{aligned} X_{j+1}^i &= F(X_j^i, W_j^i, U_j^i) \\ y_j^i &= X_j^i \end{aligned} \tag{۲۲}$$

به‌منظور پیش‌بینی آینده سیستم معادلات به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{j+1|j}^i &= X_{j+1|j}^i = F[X_{j|j}^i, U_{j|j}^i] \\ &= G_1[X_{j|j}^i, U_{j|j}^i] \Rightarrow G_1 = F \\ \bar{Y}_{j+2|j}^i &= F[X_{j+1|j}^i, U_{j+1|j}^i] \\ &= G_2[X_{j|j}^i, U_{j|j}^i, U_{j+1|j}^i] \\ &\vdots \\ \bar{Y}_{j+P_y|j}^i &= G_{P_y}[X_{j|j}^i, U_{j|j}^i, U_{j+1|j}^i, \dots, U_{j+P_y-1|j}^i] \end{aligned} \tag{۲۳}$$

که در این رابطه افق پیش‌بینی و افق کنترلی به‌صورت P_y و P_u تعریف می‌شوند و همچنین توابع G_1 تا G_{P_y} ترکیبی از توابع غیرخطی می‌باشند. اغتشاشات وارد بر سیستم با W_j^i نشان داده می‌شود. لازم به یادآوری است که اغتشاشات فعلی در مسئله کنترل ترافیک از جنس تأخیر زمانی بوده و مقادیر معلومی می‌باشند، ولیکن مقادیر آن‌ها در مراحل آینده نامعلوم هستند، لذا در فرایند طراحی و شبیه‌سازی نیز مقادیر آینده آن‌ها صفر در نظر گرفته شده است. با توجه به روابط (۲۳) دو بردار \bar{U}_j^i و Y_j^i که متشکل از مقادیر پیش‌بینی شده می‌باشند عبارت خواهند بود از:

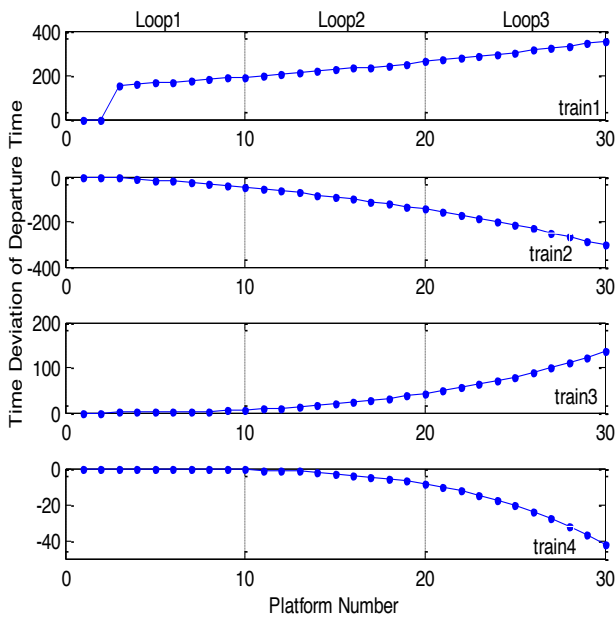
$$\begin{aligned} \bar{U}_j^i &= [U_{j|j}^i \quad U_{j+1|j}^i \quad \dots \quad U_{j+P_u-1|j}^i]^T \\ Y_j^i &= [\bar{Y}_{j+1|j}^i \quad \bar{Y}_{j+2|j}^i \quad \dots \quad \bar{Y}_{j+P_y|j}^i] \end{aligned} \tag{۲۴}$$

لذا تابع هزینه سیستم (۲۳) و (۲۴) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

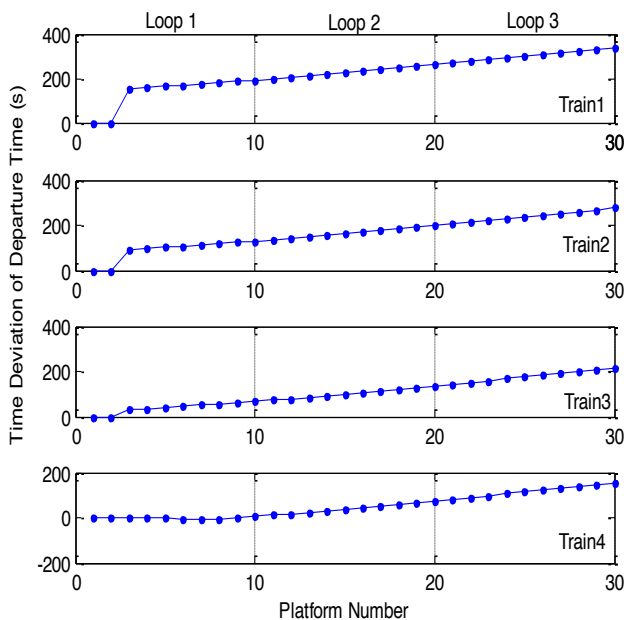
$$J = (Y_j^i)^T \bar{P} (Y_j^i) + (Y_j^i - \bar{S}_N Y_{j-1}^i)^T \bar{Q} (Y_j^i - \bar{S}_N Y_{j-1}^i) + (\bar{U}_j^i)^T \bar{U}_j^i \tag{line}$$

که در آن

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \begin{bmatrix} P & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & P \end{bmatrix}_{(P_y \times N) \times (P_y \times N)} \\ \bar{Q} &= \begin{bmatrix} Q & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & Q \end{bmatrix}_{(P_y \times N) \times (P_y \times N)} \end{aligned}$$



شکل ۲: انحراف زمانی سیستم ترافیکی مترو بر اساس معادلات ارائه شده در تحقیقات پیشین (بدون لحاظ کردن انتقال ضربه‌ای تأخیر) بدون جبران‌ساز



شکل ۳: انحراف زمانی در مدل پیشنهادی بدون جبران‌ساز

۲-۶- نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی

در این بخش با اعمال کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی به سیستم ترافیکی ارائه شده در (۱۷) و با در نظر گرفتن قیود عملیاتی بر روی قانون کنترلی و انحراف از میزان سرفاصله زمانی، نتایج شبیه‌سازی سیستم تحت کنترل به منظور جبران تأخیر ارائه می‌شود.

همان‌گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد، مدل‌های ارائه شده در تحقیقات پیشین دارای ایراداتی می‌باشند که از مهم‌ترین آن‌ها عدم لحاظ نمودن پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر است. مدل ارائه شده، (۱۷)، در این مقاله با هدف رفع این نقص عمده ارائه گردید که در این بخش با ارائه شبیه‌سازی، مقایسه‌ای مابین مدل حاضر و مدل پیشین انجام می‌پذیرد.

در شبیه‌سازی حاضر، نتایج عملکرد سیستم در حالت بدون کنترل کننده و بدون حضور قید ولیکن در حضور اغتشاش مورد توجه قرار گرفته است. اهداف شبیه‌سازی، نمایش عملکرد کلی سیستم، نشان دادن پدیده رشد تأخیر و همچنین مقایسه مدل ارائه شده با مدل‌های پیشین است. در این شبیه‌سازی، قطارها سه مرتبه مسیر رفت و برگشتی ترافیکی را دور می‌زنند و پارامترهای این سناریو به همراه مقادیر اولیه شبیه‌سازی به صورت جدول شماره ۲ تنظیم شده است. همان‌گونه که در جدول ۲ نیز مشخص است اغتشاش وارد به سیستم ترافیکی، تأخیر به وجود آمده در اعزام قطار اول در ایستگاه دوم به مقدار ۱۵۰ ثانیه می‌باشد.

جدول ۲- پارامترهای شبیه‌سازی بخش ۶-۱

N	۱۰
M	۴
c_{k+1}	۰,۰۳
H_{min}	۱۸۰ ثانیه
t_B	۶۰ ثانیه
$H = H_{min} + t_B$	۲۴۰ ثانیه
w_2^1	۱۵۰ ثانیه

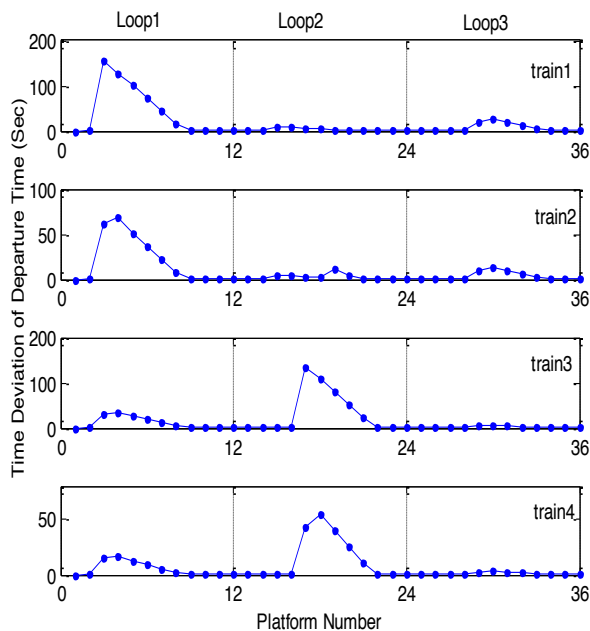
در شکل ۲، نتایج شبیه‌سازی مدل دینامیکی ترافیکی ارائه شده در [۱]، [۲] و [۵] ارائه می‌شود. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود با رخ دادن تأخیر در یک قطار، قطار پشت سر آن چون مدت زمان کمتری در ایستگاه به دلیل تجمع کمتر مسافران می‌ایستد زودتر از برنامه خود حرکت می‌کند. این فرآیند باعث می‌شود یک قطار جلوتر از برنامه (انحراف زمانی منفی نشان‌دهنده حرکت جلوتر از برنامه جدول زمان‌بندی) و قطار دیگر دیرتر از برنامه حرکت کند که این عملکرد بسیار از عملکرد واقعی سیستم ترافیک ریلی دور است. به عبارت دیگر در این مدل‌ها پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر در مدل‌سازی لحاظ نگردیده است و واضح است که پس از گذشت مدت زمانی قطارها به یکدیگر می‌رسند.

در اینجا به منظور ایجاد امکان مقایسه مدل‌ها، مدلی که در (۱۷) ارائه شد مشابه آنچه در بالا گفته شد، مورد توجه قرار گرفته است که در شکل ۳ نتایج شبیه‌سازی آن دیده می‌شود. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، تأخیر اعمال شده در ایستگاه دوم برای اعزام قطار اول به اندازه ۱۵۰ ثانیه بوده است که با در نظر گرفتن زمان حائل و رابطه (۱۷) به صورت ضربه‌ای به قطارهای پشت سر منتقل می‌شود. همان‌گونه که مشخص است برخلاف مدل پیشین و شکل ۲، قطارهای بعدی نیز دچار تأخیر می‌شوند ولیکن دو نکته مهم در شکل دیده می‌شود، یکی اینکه تأخیر تمامی قطارها در طول خط افزایش می‌یابد و ثانیاً اینکه قطارهای بعدی دارای تأخیر کمتری می‌باشند.

با توجه به شکل ۵ محدودیت ۳۰ ثانیه روی سیگنال کنترلی به‌خوبی مشخص است و در نهایت سیستم پایدار و میزان تأخیر به صفر رسیده است و سیگنال کنترلی هم به صفر میل می‌کند.

در شکل ۶ انحراف از سرفاصله زمانی نامی در هر ایستگاه نیز برای سیستم تحت کنترل دیده می‌شود. با توجه به تأخیر قطار اول در ایستگاه دوم به اندازه ۱۵۰ ثانیه و قطار دوم در همان ایستگاه به اندازه ۶۰ ثانیه، انحراف از سرفاصله زمانی ۹۰- در ایستگاه شماره ۲ به‌طور واضح مشخص است. به همین ترتیب برای ایستگاه‌های بعدی نیز این فرآیند تکرار می‌شود.

همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود برای هر قطار یک نمودار و در نهایت چهار نمودار دیده می‌شود که هر یک نشان‌دهنده اختلاف سرفاصله زمانی هر دو قطار متوالی در هر ایستگاه می‌باشند. باید به این نکته توجه شود که قطار اول در دور اول، چون قطاری جلوی آن وجود ندارد انحراف از سرفاصله زمانی نیز برای آن تعریف نمی‌شود و مقدار انحراف از سرفاصله زمانی در شبیه‌سازی صفر در نظر گرفته شده است. با توجه به پارامترهای شبیه‌سازی، انحراف سرفاصله زمانی با توجه به قید نمی‌تواند از ۶۰- کمتر باشد که این امر در شکل ۶ مشخص است. در اولین تأخیر و تأخیر قطار سوم در ایستگاه شانزده چون به‌صورت ناگهانی رخ می‌دهد و کنترلی بر روی ورود اغتشاش نداریم این مقدار از ۶۰- کمتر است ولی با توجه به اعمال کنترل کننده در مراحل بعدی و حضور قیود بهینه‌سازی این مقدار از ۶۰- بیشتر است. با اعمال کنترل کننده، از یک قطار به قطار بعدی انحراف به وجود آمده کمتر و در نهایت به صفر می‌رسد.



شکل ۴: انحراف زمان اعزام قطارها از مقدار نامی در حضور کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی مقید

مقادیر عددی پارامترها در این شبیه‌سازی در جدول شماره ۳ قابل مشاهده است. قطار سه مرتبه در مسیر رفت و برگشتی حرکت می‌کند. میزان اغتشاش، همان‌طور که در جدول آمده است به قطار اول در ایستگاه دوم و قطار سوم در ایستگاه شانزده اعمال می‌شود. لازم به ذکر است چون ما در یک مسیر رفت و برگشتی حرکت می‌کنیم و تعداد ایستگاه‌ها ۱۲ عدد می‌باشد، منظور از ایستگاه شماره ۱۶، ایستگاه شماره ۴ در دور دوم است.

همان‌گونه که در قسمت‌های پیشین ذکر شد، یکی از قیود حاکم بر سیستم، قید روی قانون کنترلی است، که حد بالای سیگنال کنترلی ۳۰+ و حد پایین آن ۳۰- در نظر گرفته شده است. به این معنا که زمان سفر نامی نمی‌تواند بیشتر از ۳۰ ثانیه کاهش یا افزایش پیدا کند. همچنین در این شبیه‌سازی قید رابطه (۲۱) نیز در نظر گرفته شده است که با توجه به جدول شماره ۳ حد بالای آن قابل محاسبه است.

جدول ۳- پارامترهای شبیه‌سازی بخش ۶-۲

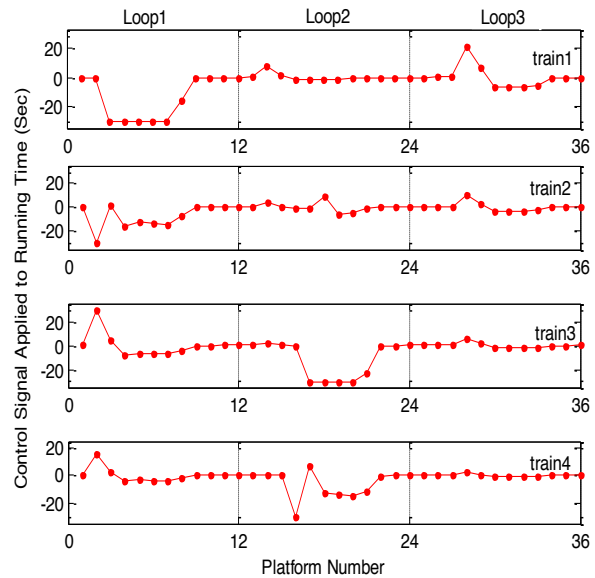
N	۱۲
M	۴
c_{k+1}	۰,۰۳
p,q	۱۰۰
P_y	۶
P_u	۳
H_{min}	۱۸۰ ثانیه
t_B	۶۰ ثانیه
$H = H_{min} + t_B$	۲۴۰ ثانیه
w_2^1	۱۵۰ ثانیه
w_{16}^3	۱۳۰ ثانیه

با استفاده از الگوریتم کنترل پیش‌بین غیرخطی ارائه شده در (۲۳)، انحراف از زمان اعزام قطارها در شکل ۴ نمایش داده می‌شود. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود اغتشاش اعمالی به قطار اول در ایستگاه دوم کمی بیشتر از ۱۵۰ ثانیه است که دلیل این امر وجود ضریب c_{k+1} در عدد اغتشاش است. این تأخیر با توجه به زمان حائل به قطارهای بعدی منتقل می‌شود (اگر کمتر از زمان حائل باشد منتقل نخواهد شد) و با توجه به عدم انتقال تأخیر و سرفاصله زمانی کم و عدم وجود قطار در ایستگاه و حجم کم مسافران توقف کمتری در ایستگاه رخ می‌دهد و قطار از برنامه خود جلوتر حرکت می‌کند و همان‌گونه که در شکل ۵ دیده می‌شود، سیستم سیگنال کنترلی مثبت جهت جبران تولید می‌کند. با توجه به شکل ۴ دیده می‌شود که قطار اول و دوم در دور دوم مجدداً دچار تأخیر می‌شوند که علت آن قرار گرفتن قطارهای ۳ و ۴ در جلوی قطارهای اول و دوم در زمانی است که دو قطار اول و دوم وارد دور دوم شده‌اند. به همین ترتیب زمانی که اغتشاش دوم صورت می‌گیرد پدیده‌های گفته شده برقرار خواهد بود. همچنین بروز تأخیر در دور سوم در قطار اول به خاطر وجود قطار چهارم جلوی قطار اول و بروز تأخیر در قطار چهارم، انتقال آن به قطار اول و انتشار تأخیر به قطارهای بعدی می‌باشد.

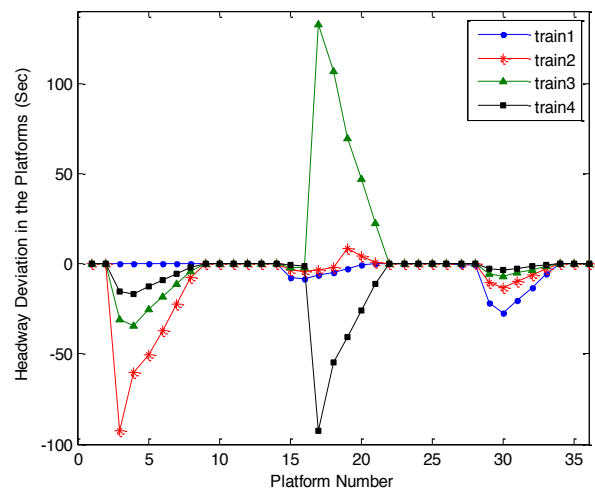
پاسخ مدل ارائه شده در این مقاله در مقایسه با مدل‌های ارائه شده تحقیقات پیشین که نتیجه آن نشانگر موفقیت مدل‌سازی پیشنهادی در این مقاله می‌باشد. البته قابل ذکر است که مدل پیشنهادی در این مقاله شامل نقاط ضعفی هم می‌باشد که از جمله آن می‌توان به نامعینی موجود در پارامتر C_{k+1} با توجه به متغیر بودن مدت زمان توقف قطارها در ایستگاه‌های مختلف اشاره کرد که لازم است در تحقیقات بعدی بیشتر مورد توجه قرار گیرد. در بخش دوم شبیه‌سازی‌ها نیز نقش موفق کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی در تنظیم ترافیک نشان داده شده است.

۸- مراجع

- [1] Campion, G., Van Breusegem, V., Pinson, P., & Bastin, G. (1985). "Traffic regulation of an underground railway transportation system by state feedback". *Optimal control applications and methods*, 6(4), 385-402.
- [2] Van Breusegem, V., Campion, G., & Bastin, G. (1991). "Traffic modeling and state feedback control for metro lines". *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 36(7), 770-784.
- [3] Paquel, Constance. "Metro Traffic Regulation and Quality of Passenger Service." PhD diss., TU Delft, Delft University of Technology, 2011.
- [4] Narayanaswami, S., & Rangaraj, N. (2011). "Scheduling and rescheduling of railway operations: a review and expository analysis", *Technology Operation Management*, 2(2), 102-122.
- [5] Lin, W. S., & Sheu, J. W. (2011). "Metro traffic regulation by adaptive optimal control", *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 12(4), 1064-1073.
- [6] Sheu, J. W., & Lin, W. S. (2012). "Adaptive optimal control for designing automatic train regulation for metro line". *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 20(5), 1319-1327.
- [7] Goodman, C. J., & Murata, S. (2001). "Metro traffic regulation from the passenger perspective". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 215(2), 137-147.



شکل ۵: سیگنال کنترل اعمالی به سیستم ناشی از کنترل کننده پیش‌بین



شکل ۶: انحراف از سرفاصله زمانی نامی در هر ایستگاه

۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل گسسته پیشامد غیرخطی برای زمان اعزام قطارها در خطوط مترو با شکل رفت و برگشتی ارائه گردید. نکته مهم در این مدل‌سازی نسبت به مدل‌های ارائه شده در تحقیقات پیشین، لحاظ نمودن پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر در مدل بوده است. با توجه به غیرخطی بودن دینامیک ارائه شده و ناپایداری سیستم ترافیکی، از کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی استفاده شده است. هدف طراحی این کنترل کننده تنظیم ترافیک از طریق بازایی تأخیر و همچنین یکنواخت نگه داشتن سرفاصله زمانی مابین قطارها به منظور کسب رضایت مسافران بوده است. در طراحی کنترل کننده، قیود عملکردی بر روی سیگنال کنترل و انحراف از سرفاصله زمانی در نظر گرفته شده است و کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی مطلوب لازم است در این قیود صدق نماید. شبیه‌سازی‌ها در دو بخش انجام پذیرفت، بخش اول مقایسه

- [15] Hansen Ingo A, Pachl Jörn, *Railway timetable & traffic: analysis, modelling, simulation*. Eurailpress, 2008.
- [16] Hansen, I. A. (2009). "Railway network timetabling and dynamic traffic management". *In 2nd International Conference on Recent Advances in Railway Engineering, ICRARE-2009*, Tehran, IR Iran, Sept. 27-28.
- [17] Van den Boom, T.J. and De Schutter, B. (2006). "Modelling and control of discrete event systems using switching max-plus-linear systems". *Control engineering practice*, 14(10), 1199-1211.
- [18] Huang, Sunan, & Tong Heng Lee. *Applied predictive control*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [19] Camacho, Eduardo F., and Carlos Bordons Alba. *Model predictive control*. Springer Science Business Media, 2013.
- [20] Grüne Lars, and Jürgen Pannek. *Nonlinear model predictive control*. Springer London, 2011.
- [21] Henson, M. A. (1998). "Nonlinear model predictive control: current status and future directions" *Computers & Chemical Engineering*, 23(2), 187-202.
- [22] Gill, P. E., Murray, W., & Saunders, M. A. (2002). "SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization". *SIAM journal on optimization*, 12(4), 979-1006.
- [23] Nocedal, Jorge, & Stephen Wright. *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [8] Kecman, P., Corman, F., D'Ariano, A., & Goverde, R. M. (2013). "Rescheduling models for railway traffic management in large-scale networks". *Public Transport*, 5(1-2), 95-123.
- [9] Hassanabadi, H., Moaveni, B., & Karimi, M. (2013). "A comprehensive distributed architecture for railway traffic control using multi-agent systems". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 0954409713503458.
- [10] Fernandez, A. P. C. A., Cucala, A. P., Vitoriano, B., & De Cuadra, F. (2006). "Predictive traffic regulation for metro loop lines based on quadratic programming". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 220(2), 79-89.
- [11] Assis, W. O., & Milani, B. E. (2004). "Generation of optimal schedules for metro lines using model predictive control", *Automatica*, 40(8), 1397-1404.
- [12] De Schutter, B., & Van Den Boom, T. (2001). "Model predictive control for max-plus-linear discrete event systems". *Automatica*, 37(7), 1049-1056.
- [۱۳] معاونی ب، کریمی م، (۱۳۹۴)، "بازیابی به‌هنگام جدول زمان‌بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین و در حضور قیود واقعی"، فصلنامه علمی-پژوهشی مهندسی حمل و نقل، (تحت چاپ).
- [۱۴] یقینی مسعود، لسان جواد، برنامه ریزی عملیات حمل و نقل ریلی، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۹.