

تحلیل پایداری و کنترل PID مقاوم ربات‌های موازی کابلی با شرط نیروی کششی در کابل‌ها

محمد اعظم خسروی، حمیدرضا تقی‌راد

گروه رباتیک ارس، قطب کنترل صنعتی، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

taghirad@kntu.ac.ir, makh@ee.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۹/۱۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۱۲/۲۸)

چکیده: در این مقاله تحلیل دینامیکی و کنترل مقاوم PID ربات‌های موازی کابلی که به صورت کامل مقید می‌باشند، مورد بررسی قرار می‌گیرد. از آنجا که در این کلاس از ربات‌ها کابل‌ها باید در تمامی مانورهای حرکتی خود تحت کشش باشند، کنترل آن‌ها چالش برانگیزتر از همتایان آن‌ها با ساختارهای سری و موازی بوده و توسعه نظریه‌های کنترلی برای این دسته از ربات‌ها کمتر مورد توجه قرار گرفته و مسائلی از قبیل تحلیل پایداری مقاوم آنان مغفول مانده است. به همین دلیل در این مقاله با در نظر گرفتن نامعینی‌های ساختار یافته و بدون ساختار در دینامیک و ژاکوبین ربات‌های موازی کابلی، الگوریتم کنترلی مقاوم بر مبنای کنترل PID پیشنهاد می‌شود. علاوه بر این به منظور ارضای شرط کششی بودن نیروها در کابل‌ها از یک ترم اصلاحی بر اساس مفهوم نیروی داخلی در الگوریتم کنترلی پیشنهادی PID استفاده می‌شود. در ادامه تحلیل پایداری مقاوم الگوریتم کنترلی پیشنهادی بر اساس تئوری لیاپانوف انجام شده و نشان داده می‌شود که با انتخاب مناسب بهره‌های کنترلی سیستم حلقه بسته پایدار مقاوم است. در پایان با ارائه نتایج عملی حاصل شده از اعمال الگوریتم کنترلی پیشنهادی بر روی یک ربات موازی کابلی صفحه‌ای، عملکرد الگوریتم کنترلی پیشنهادی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

کلمات کلیدی: ربات‌های موازی کابلی، کنترل PID، نیروی داخلی، تحلیل پایداری، پایداری UUB.

Stability Analysis and Robust PID Control of Parallel Cable Robots with Positive Tensions

Mohammad A. Khosravi, Hamid D. Taghirad

Advanced Robotics and Automated Systems, Industrial Control Center of Excellence (ICCE),

Faculty of Electrical and Computer Engineering, K. N. Toosi University of Technology,

taghirad@kntu.ac.ir, makh@ee.kntu.ac.ir

Abstract: In this paper dynamic analysis and robust PID control of fully-constrained parallel cable driven manipulators are studied in detail. Since in this class of manipulators, cables should remain in tension for all maneuvers in their workspace, feedback control of such robots becomes more challenging than that of conventional parallel robots and research on this topic especially on robust stability analysis is limited. In this paper, structured and unstructured uncertainties are considered in the dynamic model and Jacobian of the robot, and a robust PID controller is proposed for the cable driven parallel robot. To ensure that all the cables are in tension, a corrective term is used in the proposed PID control based on the internal force concept. Then, robust stability of the closed-loop system is analysed through Lyapunov's second method and it is shown that by suitable selection of the controller gains, the closed-loop system would be robustly stable. Finally, the effectiveness of the proposed PID algorithm is examined through experiments on a planar cable driven robot and it is shown that the proposed control structure is able to provide suitable performance in practice.

Keywords: Parallel cable robots, PID control, Internal force, Stability analysis, UUB stability.

۱- مقدمه

اولین نسل ربات های صنعتی امروزی از بازوهای صلبی تشکیل شده اند که با چندین مفصل به شکل متوالی به یکدیگر متصل شده اند. این ساختار متداول یک بازوی مکانیکی سری است. امروزه این دسته از ربات ها از جمله پرکاربردترین نوع مکانیزم های مورد استفاده در صنعت می باشند. با گسترش روزافزون استفاده از ربات ها در کاربردهای مختلف، نیاز به مکانیزم هایی که محدودیت های ربات های سری را نداشته و ویژگی های خاصی نظیر دقت بالا، شتاب زیاد و قابلیت حمل بار زیاد را داشته باشند، بیش از پیش احساس شده است. در پاسخ به این نیاز ربات های موازی طراحی و ساخته شده اند. علیرغم اینکه مکانیزم های موازی یک سری از محدودیت های ربات های سری نظیر سرعت، شتاب و دقت کم را بر طرف می سازند، از محدودیت ها و مشکلاتی نیز رنج می برند. از مهمترین این مشکلات محدودیت در فضای کاری آنهاست. علاوه بر این، این دسته از ربات ها در موقعیت های نکین سختی خود را از دست می دهند.

برای غلبه بر این مسائل از حدود سه دهه پیش نگرش جدیدی در طراحی و ساخت ربات های موازی رخ داده است. این نگرش که علاوه بر رفع محدودیت های ربات های موازی، هدف کاهش هزینه های طراحی و ساخت را نیز دنبال می کند، مبتنی بر استفاده از کابل به جای بازوهای صلب معمول در ساختار ربات های موازی می باشد. با بهره گیری از این ساختار موازی جدید که تنها از نیروی کششی کابل استفاده می کند، می توان ربات موازی طراحی کرد که فضای کاری بزرگی را داراست [۱]. علاوه بر این از نقطه نظر وزنی نیز به دلیل استفاده از کابل به جای بازوهای صلب معمول، مکانیزم های موازی کابلی بسیار سبک تر از ربات های معمول بوده و در واقع این ربات ها ضمن برخورداری از مزیت های ربات های سری و موازی محدودیت های ساختاری آنها را ندارند. یکی از اولین مکانیزم هایی که از کابل ها در طراحی سود برد روبرج ثقیل^۱ است که در NIST توسعه داده شد. این ربات شبیه به یک مکانیزم موازی شش درجه آزادی استوارت-گو می باشد که به صورت معکوس قرار گرفته و شش کابل درایو شده با موتورهای الکتریکی جای محرک های هیدرولیکی را گرفته اند [۲، ۳]. در ربات های موازی کابلی موقعیت مجری نهایی با تغییر طول کابل ها تغییر می کند، حال از آنجا که کابل ها فقط می توانند نیروی کششی اعمال کنند و قادر به اعمال نیروی فشاری و یا گشتاور نیستند پس نمی توان مستقیماً و بدون هیچ تغییری از ساختار مکانیزم های موازی استفاده کرد. به همین دلیل برای آن که کابل ها در تمام جهت های فضای کاری در حال کشش باشند باید حداقل از یک محرک کابلی افزون بر درجات آزادی مکانیزم استفاده کرد و یا شبیه به روبرج ثقیل ها از اعمال یک نیروی منفعل بر مجری نهایی سود برد. بر این مبنا ربات های کابلی به دو دسته کلی تقسیم می شوند: مقید کامل و مقید ناقص [۴]. در ربات های کابلی که به صورت کامل مقید

هستند درجات آزادی سیستم به وسیله کابل ها محدود می شود بدین معنی که موقعیت دقیق مجری نهایی با دانستن اندازه طول کابل ها به دست می آید. این نوع از ربات های کابلی با افزودن در محرک ها طراحی می شوند. به عبارت دیگر در این نوع تعداد محرک های کابلی فعال از تعداد درجات آزادی سیستم بیشتر است و به همین دلیل ماتریس ژاکوبین این ربات ها غیرمربعی است. دلیل استفاده از افزودن در محرک ها اطمینان از تحت کشش بودن کابل ها در تمام محدوده حرکتی ربات در فضای کاری است. تمرکز اصلی در این مقاله بر روی این کلاس از ربات های موازی کابلی است.

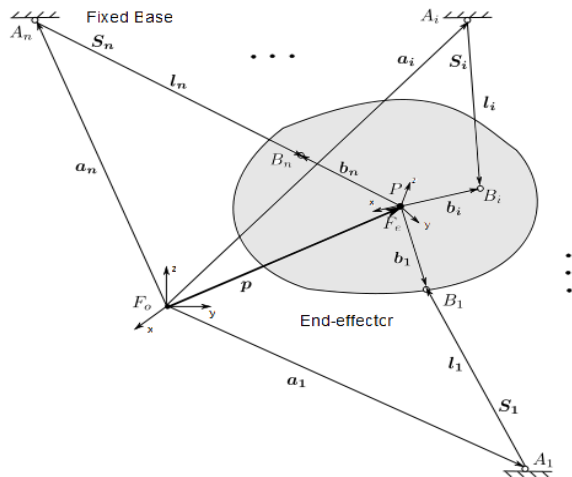
استفاده از کابل در ساختار ربات، چالش های جدیدی را پیش روی محققین قرار می دهد. به دلیل ویژگی یکنای کابل که فقط می تواند نیروی کششی اعمال کند، بسیاری از الگوریتم های کنترلی که تاکنون برای ربات های سری و موازی پیشنهاد شده اند، نمی توانند مستقیماً در کنترل این ربات ها مورد استفاده قرار گیرند. در همه این الگوریتم های کنترلی محرک ها می توانند در هر دو جهت مثبت و منفی اعمال تحریک کنند اما در این ربات ها محرک ها فقط باید در یک جهت عمل کنند. به همین دلیل از نقطه نظر کنترلی، افزودن تحریک در این ربات ها یک نیاز اساسی است تا سیستم بتواند نقص اعمال یک جهت تحریک را به نحوی جبران کند [۵]. علاوه بر این الگوریتم کنترلی باید به گونه ای طراحی شود که فرض کششی بودن کابل ها را در تمام مانورهای حرکتی ارضا نماید. به همین دلیل در مقایسه با حجم بسیار تحقیقاتی که در زمینه کنترل ربات های معمول به انجام رسیده، متأسفانه تنها تعداد معدودی به کنترل ربات های کابلی پرداخته اند که در بسیاری از آنها، الگوریتم های کنترلی که برای ربات های سری و موازی توسعه داده شده اند برای استفاده در ربات های موازی کابلی تطبیق داده شده اند. از جمله این روش ها می توان به روش های مبتنی بر تئوری لیاپانوف [۶]، گشتاور محاسبه شده [۷] و روش سطوح لغزشی [۸] اشاره کرد. هدف از این مقاله پیشنهاد یک روش کنترلی جدید مبتنی بر کنترل PID و تبیین چهارچوب نظری لازم برای پایداری این الگوریتم است که برای اولین بار بدین شکل برای ربات های موازی کابلی توسعه داده می شود. الگوریتم پیشنهادی در فضای کارترین شکل گرفته و از یک ترم اصلاحی به منظور اطمینان از تحت کشش بودن کابل ها سود می برد.

کاوامورا و دیگران در [۶] از الگوریتم کنترلی PD به همراه جبران سازی جاذبه برای کنترل ربات کابلی در فضای طولی کابل استفاده کرده اند. در این الگوریتم برای اینکه کابل ها همیشه در حالت کشش باقی بمانند از بردار نیروی داخلی استفاده شده است. این بردار که به منظور اطمینان از تحت کشش بودن کابل ها به خروجی کنترل کننده اضافه می شود، تأثیری در حرکت مجری نهایی نداشته و در فضای پوچی ماتریس ژاکوبین مکانیزم قرار دارد. آلپ و آگراوال در [۹] از روش خطی سازی با فیدبک برای طراحی کنترل کننده سود می برند. در این روش ابتدا با استفاده از دینامیک مکانیزم، سیستم خطی شده و سپس از یک کنترل کننده خطی برای دستیابی به مشخصات مطلوب استفاده می شود. این روش کنترلی در

^۱ RoboCrane^۲ National Institute of Standard Technology

۱-۲ سینماتیک ربات

ربات موازی کابلی مکانیزم حلقه بسته ای است که مجری نهایی آن توسط کابل ها به پایه متصل است و کابل ها به دور یک استوانه دوار که به پایه ساکن ثابت شده است، می پیچند و موقعیت مجری نهایی با تغییر طول کابل ها تغییر می کند. شمای سینماتیکی یک ربات موازی n کابله در شکل (۱) دیده می شود.



شکل ۱: شمای سینماتیکی ربات موازی n کابله

در این شکل l_i ($i = 1, 2, \dots, n$) بردار طول کابل بوده و S_i نیز بردار یکه در امتداد طول کابل می باشد. A_i, B_i نقاط اتصال i امین کابل به پایه و مجری نهایی می باشند و موقعیت نقاط اتصال i امین کابل نیز با بردارهای a_i, b_i داده می شوند. با توجه به شکل (۱) موقعیت مجری نهایی با رابطه زیر داده می شود:

$$\vec{p} = \vec{a}_i + \vec{l}_i - \vec{b}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

و در نتیجه

$$l_i^2 = [\vec{p} - \vec{a}_i + \vec{b}_i]^T \cdot [\vec{p} - \vec{a}_i + \vec{b}_i] \quad (2)$$

با مشتق گیری از این رابطه و نوشتن معادلات به فرم ماتریسی می توان ژاکوبین مکانیزم موازی کابلی ($\vec{J}$) را بدست آورد:

$$\dot{L} = \vec{J} \dot{t}, \quad L = [l_1, l_2, \dots, l_n]^T \quad (3)$$

که در آن

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_n \\ b_1 \times S_1 & b_2 \times S_2 & \dots & b_n \times S_n \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

و $t = [\vec{p}, \omega]^T = [\vec{p}_x, \vec{p}_y, \vec{p}_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ در این معادلات $\vec{p}$ سرعت خطی نقطه P را نشان می دهد و ω نمایانگر سرعت زاویه ای مجری نهایی است.

۲-۲ تحلیل دینامیکی ربات

فضای کاری کارترین شکل می گیرد و با توجه به وابسته بودن آن به مدل سیستم در مقابل خطاهای مدل سازی و تغییر پارامترهای سیستم مقاوم نیست. در [۱۰] از ایده کنترل سری برای کنترل LAR که یک ربات کابلی با فضای کاری بزرگ است، استفاده شده است. در این ایده از دو حلقه کنترلی داخلی و خارجی استفاده شده است. حلقه کنترلی خارجی که از خطی سازی با فیدبک و کنترل PID استفاده می کند وظیفه کنترل موقعیت مجری نهایی را بر عهده دارد در حالی که حلقه داخلی که کنترل H_{∞} است، برای اطمینان از تحت کشش بودن کابل ها طراحی می گردد. متأسفانه در این تحقیق تحلیل پایداری این الگوریتم انجام نشده است.

اما در این روش های کنترلی، ساختار روش کنترلی پیچیده بوده و در هیچ کدام از این روش ها تحلیل پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته در مقابل نامعنی های ساختاریافته و بدون ساختار انجام نشده است. بنابر این پیاده سازی این روش ها با توجه به دسترس نبودن اطلاعات کامل از دینامیک سیستم و پیچیدگی ساختار کنترلی غیر عملی است. با عنایت به این محدودیت ها و با توجه به محبوبیت کنترل ساده PID در صنعت واکثریت قریب به اتفاق کاربردهای عملی رباتیک، در این مقاله چهارچوب تئوری لازم برای استفاده از این کنترل کننده در ربات های موازی کابلی تبیین گردیده و پایداری مقاوم آن در مقابل نامعنی های ساختاریافته و بدون ساختار بررسی می گردد. بدین منظور پس از مروری بر دینامیک ربات های کابلی، یک سری ویژگی های حاکم بر این معادلات و بخش های تشکیل دهنده آن بدست خواهد آمد. برای اطمینان از تحت کشش بودن کابل ها در تمامی فضای کاری مفهوم نیروی داخلی که فضای پوچی ماتریس ژاکوبین مکانیزم را پوشش می دهد، معرفی شده و در ساختار کنترلی پیشنهادی مورد استفاده قرار می گیرد. در تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته فرض بر این قرار می گیرد که همه پارامترهای دینامیکی و ژاکوبین مکانیزم نامعین بوده و تنها کران آن ها در دسترس می باشد.

در این مقاله و در ادامه، ابتدا دینامیک سیستم بررسی شده و معادلات حرکت یک ربات موازی n کابلی بدست می آید. سپس ویژگی های حاکم بر معادلات دینامیکی ربات مورد بحث قرار گرفته و با فرض وجود نامعنی یک سری کران بر روی ترم های دینامیکی ربات بدست می آید. این کران ها در طراحی الگوریتم پیشنهادی و تحلیل پایداری ربات مورد استفاده قرار می گیرند. در بخش (۳) الگوریتم کنترلی پیشنهادی که بر اساس کنترل PID بوده و از مفهوم نیروی داخلی برای اطمینان از تحت کشش بودن کابل ها سود می برد، معرفی می شود. در ادامه با فرض وجود نامعنی ها در ساختار ربات موازی کابلی تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته صورت پذیرفته و نشان داده می شود که با انتخاب مناسب بهره های کنترلی سیستم حلقه بسته پایدار مقاوم است. در نهایت نیز برای نشان دادن کارایی الگوریتم کنترلی پیشنهادی، این الگوریتم بر روی ربات کابلی صفحه ای که در دانشگاه صنعتی خواجه نصیر توسعه داده شده، اعمال می گردد و نتایج حاصله بررسی می گردند.

۲- تحلیل سینماتیکی و دینامیکی ربات

$$\dot{L} = J\dot{x} \quad (9)$$

که

$$J = \tilde{J} \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & E \end{bmatrix} \quad (10)$$

با این قرارداد، معادلات حرکت می‌توانند بر حسب بردار x بازنویسی شوند:

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) = -J^T \tau \quad (11)$$

که در آن

$$M(x) = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & E^T I_P E \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$C(x, \dot{x}) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & E^T I_P E + E^T (E\dot{\theta})_{\times} I_P E \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} -mg \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

۲-۲ ویژگیهای حاکم بر معادلات دینامیکی ربات

در این بخش به بررسی بعضی از ویژگیهای مهم حاکم بر معادلات دینامیکی حاکم بر حرکت ربات می‌پردازیم. فهم ویژگیهای حاکم بر معادلات دینامیکی ربات و استفاده از آن‌ها در طراحی کنترل باعث ساده‌تر شدن و کارآرتر شدن الگوریتم کنترلی پیشنهادی خواهد شد. همان گونه که می‌دانیم اصطکاک و اغتشاش همواره در حرکت ربات دخالت دارند، پس معادلات حرکتی مکانیزم را با در نظر گرفتن این نیروها می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$M(x)\ddot{x} + N(x, \dot{x}) = -J^T \tau \quad (15)$$

$$N(x, \dot{x}) = C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) + F_d \dot{x} + F_s(x) + T_d$$

که در آن x بردار مختصات تعمیم یافته، τ بردار نیروی کابل‌ها، F_d ماتریس ضرایب اصطکاک ویسکوز و F_s بردار اصطکاک کولمب می‌باشند. $M(x)$ ماتریس جرم، $C(x, \dot{x})$ ماتریس کوریولیس/سانتریفوژ و $G(x)$ بردار جاذبه می‌باشند که بسط آن‌ها در قسمت قبل به تفصیل آمده است. J ماتریس ژاکوبین بوده و T_d بردار اغتشاش در سیستم می‌باشد که می‌تواند نمایانگر هر گونه نامعینی در دینامیک سیستم باشد. توجه به این نکته ضروری است که معادلات دینامیکی بالا در صورتی صادق هستند که ماتریس ژاکوبین J غیرتکین بوده و همه کابل‌ها تحت کشش باشند ($\tau \geq 0$).

ماتریس اینرسی $M(x)$:

با توجه به بسط $M(x)$ که در قسمت قبل بدست آمد، می‌توان گفت که ماتریس $M(x)$ یک ماتریس مثبت معین متقارن بوده که از بالا و پایین کراندار است. در حقیقت انرژی جنبشی ربات با رابطه

$$K = \frac{1}{2} \dot{x}^T M(x) \dot{x} \quad (16)$$

از آنجا که در کاربردهای عملی جرم و انعطاف موجود در کابل در قیاس با سایر قطعات مکانیکی ناچیز است می‌توان از جرم و انعطاف کابل چشم پوشی نموده و آن را شبیه به یک رشته صلب بدون جرم در نظر گرفت. با این فرض دینامیک ربات موازی کابلی به مشخصه های دینامیکی مجری نهایی محدود خواهد بود. با این توصیف و با توجه به پارامترهای تعریف شده در شکل (۲)، وقتی همه کابل‌ها تحت کشش باشند، معادلات دینامیکی حرکت را با استفاده از قوانین نیوتون-اولر می‌توان به صورت زیر نوشت [۹]:

$$\begin{bmatrix} ml & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \omega \times I_P \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mg \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} = -J^T \tau \quad (5)$$

که در آن m نمایانگر جرم مجری نهایی، I_P ممان اینرسی مجری نهایی حول نقطه P در فریم F_o ، g بردار شتاب جاذبه و $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]$ بردار مقادیر نیروی کابل‌هاست. بردار مختصات تعمیم یافته x را به صورت $x = [x_p, y_p, z_p, \alpha, \beta, \gamma]^T$ در آن $\theta = [\alpha, \beta, \gamma]^T$ نمایانگر زوایای اولر می‌باشد. با این توصیف ماتریس دوران ${}^{F_o}R_{F_e}$ می‌تواند با توجه به زوایای اولر به صورت زیر نوشته شود:

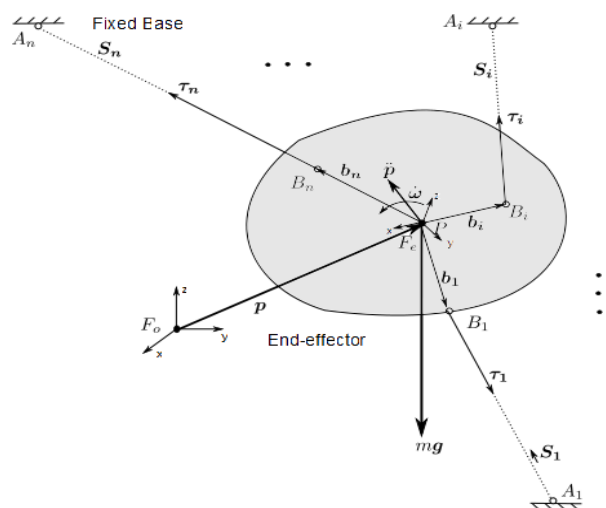
$${}^{F_o}R_{F_e} = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & c\gamma s\alpha\beta - c\alpha s\gamma & c\alpha c\gamma s\beta + s\alpha s\gamma \\ c\beta s\gamma & c\alpha c\gamma + s\alpha s\beta s\gamma & -c\gamma s\alpha + c\alpha s\beta s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\alpha & c\alpha c\beta \end{bmatrix} \quad (6)$$

که C و S به ترتیب توابع سینوس و کسینوس را نشان می‌دهند. با این وصف سرعت زاویه‌ای مجری نهایی را می‌توان بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\omega = E\dot{\theta}, \quad \dot{\theta} = [\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}]^T \quad (7)$$

که در آن

$$E = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \cos(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$



شکل ۲: شمای دینامیکی ربات موازی کابلی

بنابر این می‌توان نوشت:

$$I_m \ddot{q} + D \dot{q} - r \tau = u \quad \tau \geq 0 \quad (24)$$

که در آن q بردار زوایای شفت موتور و I_m ماتریس قطری ممان اینرسی محرک هاست. این ماتریس مثبت معین بوده و فرض می کنیم که از بالا و پایین کراندار است یعنی

$$i_{m1} I \leq I_m \leq i_{m2} I \quad (25)$$

که i_{m1} و i_{m2} اسکالرهایی مثبتی می باشند. D : ماتریس قطری ضرایب اصطکاک ویسکوز محرک هاست. این ماتریس مثبت معین بوده و از بالا و پایین کراندار است یعنی

$$d_1 I \leq D \leq d_2 I \quad (26)$$

ضرایب d_1 و d_2 اسکالرهایی مثبتند. علاوه بر این τ : شعاع درام، τ : بردار کشش کابل ها و u بردار گشتاور موتور هاست.

حال فرض کنید بردار زاویه شفت موتورها q زمانی که مجری نهایی در مرکز فریم قرار دارد، مقدار صفر است. با این پیکربندی تغییر زاویه ای q باعث ایجاد ΔL در طول کابل ها خواهد شد. بنابراین می توان نوشت

$$\Delta L = r q = L - L_0 \Rightarrow q = r^{-1}(L - L_0) \quad (27)$$

که L_0 بردار طول کابل ها در $x = 0$ است. با مشتق گیری از این رابطه و استفاده از $L = J \dot{x}$ خواهیم داشت:

$$\dot{q} = r^{-1} \dot{L} = r^{-1} J \dot{x}, \quad \ddot{q} = r^{-1} J \ddot{x} + r^{-1} \dot{J} \dot{x} \quad (28)$$

با استفاده از معادلات (۱۱)، (۲۴) و (۲۸) می توان معادلات کلی سیستم را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$M_{eq}(x) \ddot{x} + N_{eq}(x, \dot{x}) = J^T u \quad (29)$$

که در آن

$$M_{eq}(x) = r M(x) + r^{-1} J^T I_m J \quad (30)$$

$$C_{eq}(x, \dot{x}) = r C(x, \dot{x}) + r^{-1} J^T I_m \dot{J} \quad (31)$$

$$N_{eq} = r N(x, \dot{x}) + r^{-1} J^T I_m \dot{J} \dot{x} + r^{-1} J^T D J \dot{x} \quad (32)$$

در این معادلات، دینامیک محرک ها توسط ماتریس ژاکوبین که یک نگاشت غیرخطی از فضای طولی کابل به فضای کاری است، به فضای کارترین انتقال یافته است.

تکته ۱) ماتریس $M_{eq}(x)$ یک ماتریس متقارن مثبت معین بوده که از بالا و پایین کراندار است. با توجه به (۳۰) و (۱۸) می توان نوشت:

$$\underline{m} \leq \| M_{eq}(x) \| \leq \bar{m} \quad (33)$$

داده می شود و انرژی جنبشی هم همواره مثبت است. از طرف دیگر از آنجا که این ماتریس از بالا و پایین کراندار است پس

$$m_1 I \leq M(x) \leq m_2 I \quad (17)$$

و یا

$$m_1 \leq \| M(x) \| \leq m_2 \quad (18)$$

که I ماتریس همانی بوده و m_1, m_2 ثابت های مثبتی می باشند.

ماتریس کوریولیس و سانتریفیوژ $C(x, \dot{x})$:

با توجه به بسط $C(x, \dot{x})$ روشن است که وابستگی این ماتریس به x از نوع سینوس و کسینوس است. بنا بر این ماتریس $C(x, \dot{x})$ دارای کران بالایی است که مستقل از x بوده ولی با افزایش $\dot{x}$ افزایش می یابد. بنابر این می توان نوشت:

$$\| C(x, \dot{x}) \| \leq \xi_c \| \dot{x} \| \quad (19)$$

که ξ_c یک اسکالر مثبت می باشد. علاوه بر این به سادگی با استفاده از بسط های $M(x)$ و $C(x, \dot{x})$ می توان نشان داد که تفاضل مشتق زمانی ماتریس جرمی $M(x)$ و ماتریس کوریولیس $C(x, \dot{x})$ یک ماتریس پادمتقارن است یعنی

$$y^T (\dot{M}(x) - 2C(x, \dot{x})) y = 0 \quad (20)$$

بردار جاذبه $G(x)$:

با توجه به (۱۴) روشن است که بردار جاذبه از بالا کراندار است. بنابر این می توان نوشت:

$$\| G(x) \| \leq \xi_g \quad (21)$$

که ξ_g ، یک ثابت مثبت است.

بردار ترم های اصطکاک $F_d \dot{x} + F_s(x)$:

همان گونه که می دانیم ترم های اصطکاک زایل کننده انرژی بوده و از بالا کراندار می باشند یعنی

$$\| F_d x + F_s(x) \| \leq \xi_{f0} + \xi_{f1} \| \dot{x} \| \quad (22)$$

فرض می شود که ξ_{f0} و ξ_{f1} ثابت های معلوم مثبتی هستند.

بردار ترم های اغتشاش T_d :

همان گونه که گفته شد، ترم اغتشاش می تواند تاثیرات انواع نامعینی های ساختاریافته و بدون ساختار در سیستم را نشان دهد. با فرض اینکه این ترم از بالا محدود است، خواهیم داشت

$$\| T_d \| \leq \xi_t \quad (23)$$

که ξ_t ثابت معلوم مثبتی است.

از طرف دیگر معادلات دینامیکی محرک ها را می توان به صورت زیر نوشت:

که در آن

$$u_1 = \hat{f}^T u = K_V \dot{e} + K_P e + K_I \int_0^t e(s) ds = Ky \quad (37)$$

و یا

$$u = \hat{f}^T \left[K_V \dot{e} + K_P e + K_I \int_0^t e(s) ds \right] + rQ \\ = \hat{f}^T u_1 + rQ \quad (38)$$

که در آن

$$e = x_d - x$$

$$K = [K_I \quad K_P \quad K_V]$$

$$y = \left[\int_0^t e^T(s) ds \quad e^T \quad \dot{e}^T \right]^T$$

$\hat{f}^T$ معکوس مجازی $\hat{f}^T$ است و Q فضای پوچی ماتریس $\hat{f}^T$ را پوشش داده و داریم

$$\hat{f}^T Q = 0 \quad (39)$$

با استفاده از بردار Q که به عنوان ترم اصلاحی به کنترل PID اضافه می شود این اطمینان حاصل می شود که در تمام مانورهای حرکتی ربات، کابل ها در حال کشش قرار دارند. این ترم که از نقطه نظر فیزیکی می تواند به عنوان نیروی داخلی تعبیر گردد، می تواند با افزایش نیروهای داخلی در سیستم باعث افزایش سختی مکانیزم گردد [۶]. از آنجا که این ترم با توجه به رابطه (۳۹) در فضای پوچی ماتریس $\hat{f}^T$ قرار دارد در صورت تخمین دقیق ماتریس ژاکوبین یعنی $J^T = \hat{f}^T$ هیچ تاثیری در حرکت مجری نهایی نداشته و فقط باعث ایجاد نیروی کششی مثبت در کابل ها می گردد. ماتریس $\hat{f}^T$ که تخمینی از ماتریس واقعی ژاکوبین سیستم (J^T) است، با استفاده از موقعیت های غیردقیق نقاط اتصال بدست می آید و فرض می شود که این ماتریس روابط زیر را ارضا می کند

$$\|I - J^T \hat{f}^T\| \leq \delta_1, \quad \|J - \hat{f}\| \leq \delta_2 \quad (40)$$

که در آن، δ_1 و δ_2 مقادیر مثبتی هستند. با اعمال کنترل u در (۲۹) داریم

$$y = Ay + B\Delta A \quad (41)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_6 & 0 \\ 0 & 0 & I_6 \\ -M_{eq}^{-1} K_I & -M_{eq}^{-1} K_P & -M_{eq}^{-1} K_V \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{eq}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = N_{eq}(x, \dot{x}) + M_{eq} \ddot{x}_d + (I - J^T \hat{f}^T) u_1 + r(\hat{f}^T - J^T) Q$$

برای تحلیل پایداری سیستم خطای (۴۱) تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(y) = y^T P y \quad (42)$$

$$\underline{m} = \sigma_{min}(rM(x) + r^{-1} J^T I_m J) \quad (34)$$

$$\overline{m} = \sigma_{max}(rM(x) + r^{-1} J^T I_m J)$$

σ_{min} و σ_{max} مقادیر کمینه و بیشینه مقادیر ویژه ماتریس M_{eq} می باشند.

تکته ۲ ماتریس $\dot{M}_{eq}(x) - 2C_{eq}(x, \dot{x})$ یک ماتریس پادمتقارن است.

اثبات:

$$\begin{aligned} \dot{M}_{eq}(x) - 2C_{eq}(x, \dot{x}) &= r\dot{M}(x) + r^{-1} J^T I_m J + r^{-1} J^T I_m \dot{J} - \\ &2rC(x, \dot{x}) - 2r^{-1} J^T I_m \dot{J} = r(\dot{M}(x) - 2C(x, \dot{x})) + \\ &r^{-1}(J^T I_m J + J^T I_m \dot{J} - 2J^T I_m \dot{J}) = r(\dot{M}(x) - 2C(x, \dot{x})) + \\ &r^{-1}(J^T I_m J - J^T I_m \dot{J}) \end{aligned}$$

با توجه به ویژگی های ربات، ترم اول پادمتقارن است. ترم دوم هم با توجه به تعریف یک ماتریس پادمتقارن، پادمتقارن است. بنابراین ماتریس $\dot{M}_{eq}(x) - 2C_{eq}(x, \dot{x})$ پادمتقارن است.

تکته ۳ ماتریس $C_{eq}(x, \dot{x})$ دارای یک کران بالا به صورت زیر است

$$\|C_{eq}(x, \dot{x})\| = \|rC(x, \dot{x}) + r^{-1} J^T I_m \dot{J}\| \leq \|rC(x, \dot{x})\| + \|r^{-1} J^T I_m \dot{J}\| \quad (31)$$

وابستگی ماتریس ژاکوبین J به x از نوع توابع سینوس و کسینوس است. بنابراین

$$\|C_{eq}(x, \dot{x})\| \leq r\xi_c \|\dot{x}\| + r^{-1} \xi_J \|\dot{x}\| = \xi_{C_{eq}} \|\dot{x}\|$$

تکته ۴ بردار جاذبه G_{eq} محدود است.

$$\|G_{eq}(x)\| = \|rG(x)\| \leq r\xi_g = \xi_{g_{eq}} \quad (36)$$

۳- کنترل PID ربات موازی کابلی

در این بخش ابتدا الگوریتم پیشنهادی کنترلی PID بر مبنای مدل نامی سیستم ارائه می شود و سپس پایداری مقاوم آن با توجه به وجود نامعینی های موجود در مدل واقعی اثبات می گردد. در تحلیل پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته فرض می کنیم که همه ترم های دینامیکی شبیه به $M_{eq}(x)$ و $C_{eq}(x, \dot{x})$ نامعین بوده و فقط اطلاعاتی در مورد کران آن ها در دسترس است. علاوه بر این فرض می شود که موقعیت نقاط اتصال به صورت دقیق در اختیار نیست. با این وصف ژاکوبین دقیق مکانیزم یا J در دسترس نبوده و ما مجبور به استفاده از ژاکوبین تقریبی یعنی $\hat{f}$ بر اساس موقعیت تقریبی و محرک ها می باشیم. الگوریتم کنترلی پیشنهادی بر مبنای این کران ها و ژاکوبین تقریبی طراحی می شود به گونه ای که یک سری شرایط کافی را برای پایداری مقاوم ارضا نماید.

با توجه به مدل دینامیکی سیستم در (۲۹)، کنترل PID برای $\hat{f}^T u$ به صورت زیر پیشنهاد می شود:

که در آن P ماتریس مثبت معینی است که توسط رابطه زیر داده می شود:

$$\dot{V}(y) = -y^T H y + \frac{1}{2} y^T \begin{bmatrix} \mu I \\ \mu I \\ I \end{bmatrix} (C_{eq} + C_{eq}^T) [\mu I \quad \mu I \quad I] y +$$

$$y^T \begin{bmatrix} \mu I \\ \mu I \\ I \end{bmatrix} \Delta A +$$

$$\frac{1}{2} y^T \begin{bmatrix} 0 & \mu^2 I & \mu^2 I \\ \mu I & 2\mu^2 I & (\mu^2 + \mu) I \\ \mu^2 I & (\mu^2 + \mu) I & \mu I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & M_{eq} & 0 \\ 0 & 0 & M_{eq} \end{bmatrix} y$$

که در آن

$$H = \begin{bmatrix} \mu k_p I & 0 & 0 \\ 0 & (\mu k_p - \mu k_v - k_I) I & 0 \\ 0 & 0 & k_v I \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mu K_p + \mu K_I + \mu^2 M_{eq} & \mu K_v + K_I + \mu^2 M_{eq} & \mu M_{eq} \\ \mu K_v + K_p + \mu^2 M_{eq} & \mu K_v + K_p + \mu^2 M_{eq} & \mu M_{eq} \\ \mu M_{eq} & \mu M_{eq} & M_{eq} \end{bmatrix}$$

برای سادگی فرض کنید

$$K_p = k_p I$$

$$K_I = k_I I$$

$$K_v = k_v I$$

فرض کنید نامساوی های زیر برقرار باشند

بنابراین داریم

$$\mu > 0, \quad 2\mu < 1$$

$$\dot{V}(y) \leq -\gamma \|y\|^2 + \lambda_1 \|C_{eq}\| \|y\|^2 + \mu^{-1} \lambda_1 \|y\| \cdot \|\Delta A\| + \lambda_2 \bar{m} \|y\|^2 \quad (49)$$

$$s_1 = \mu(k_p - k_v) - (1 - \mu)k_I - \mu \bar{m} > 0 \quad (43)$$

$$s_2 = k_p - k_I - \mu \bar{m} > 0$$

که در آن

در این صورت ماتریس P مثبت معین بوده و نامساوی زیر را ارضا می کند

(نامساوی رایلی-ریتز)

$$\gamma = \min\{\mu k_I, \mu(k_p - k_v) - k_I, k_v\} \quad (50)$$

$$\underline{\lambda}(P) \|y\|^2 \leq V(y) \leq \bar{\lambda}(P) \|y\|^2 \quad (44)$$

علاوه بر این می دانیم که

$$\underline{m} \leq M_{eq} \leq \bar{m} \quad (51)$$

که در آن

$$\|C_{eq}(x, \dot{x})\| \leq \xi_{C_{eq}} \|\dot{x}\| \leq \beta_3 + \beta_4 \|y\| \quad (52)$$

$$\underline{\lambda}(P) = \min\left\{\frac{1-2\mu}{2} \underline{m}, \frac{s_1}{2}, \frac{s_2}{2}\right\} \quad (45)$$

$$\|G_{eq}(x)\| \leq \xi_{g_{eq}} \quad (53)$$

$$\bar{\lambda}(P) = \max\left\{\frac{1+2\mu}{2} \bar{m}, \frac{s_3}{2}, \frac{s_4}{2}\right\}$$

$$\|N_{eq}(x, \dot{x})\| \leq \beta_0 + \beta_1 \|y\| + \beta_2 \|y\|^2 \quad (54)$$

$$s_3 = \mu(k_p + k_v) + (1 + \mu)k_I + (1 + 2\mu)\mu \bar{m} \quad (46)$$

$$s_4 = \mu \bar{m}(1 + 2\mu) + 2\mu k_v + k_p + k_I$$

و

$\underline{m}$ و $\bar{m}$ در (۳۴) تعریف شده اند.

$$\|(I - J^T \hat{f}^T)u_1\| \leq \delta_1 \xi_{u1} \|y\|$$

$$\|r(J - \hat{f})^T Q\| \leq \xi_Q$$

اثبات بر اساس قضیه گرشگورین و شبیه به آنچه در [۱۱] آمده است،

می باشد. پس از اثبات مثبت معین بودن P خواهیم داشت:

بنابراین با استفاده از نامساوی های بالا می توان نوشت

$$\dot{V}(y) \leq \|y\| (\xi_0 - \xi_1 \|y\| + \xi_2 \|y\|^2) \quad (55)$$

که

$$\xi_0 = \mu^{-1} \lambda_1 \beta_0 + \mu^{-1} \lambda_1 \lambda_3 \bar{m} + \mu^{-1} \lambda_1 \xi_Q \quad (56)$$

$$\xi_1 = \gamma - \lambda_1 \beta_3 - \lambda_2 \bar{m} - \mu^{-1} \lambda_1 \beta_1 - \delta_1 \xi_{u1} \quad (57)$$

$$\xi_2 = \lambda_1 \beta_4 + \mu^{-1} \lambda_1 \beta_2 \quad (58)$$

$$\lambda_3 = \sup \|\ddot{x}_d\| \text{ و } \lambda_2 = \lambda_{\max}(R_2) \quad \lambda_1 = \lambda_{\max}(R_1)$$

می باشد و $\lambda_{\max}$ نمایانگر بزرگترین مقدار ویژه است و

$$\begin{aligned} \dot{V}(y) &= y^T (A^T P + PA + \dot{P}) y + 2y^T P B \Delta A \\ &= -y^T \begin{bmatrix} \mu k_p I & 0 & 0 \\ 0 & (\mu k_p - \mu k_v - k_I) I & 0 \\ 0 & 0 & k_v I \end{bmatrix} y \\ &\quad + \frac{1}{2} y^T \begin{bmatrix} \mu I \\ \mu I \\ I \end{bmatrix} \dot{M}_{eq} [\mu I \quad \mu I \quad I] y + y^T \begin{bmatrix} \mu I \\ \mu I \\ I \end{bmatrix} \Delta A \\ &\quad + \frac{1}{2} y^T \begin{bmatrix} 0 & \mu^2 M_{eq} & \mu^2 M_{eq} \\ \mu M_{eq} & 2\mu^2 M_{eq} & (\mu^2 + \mu) M_{eq} \\ \mu^2 M_{eq} & (\mu^2 + \mu) M_{eq} & \mu I \end{bmatrix} y \end{aligned}$$

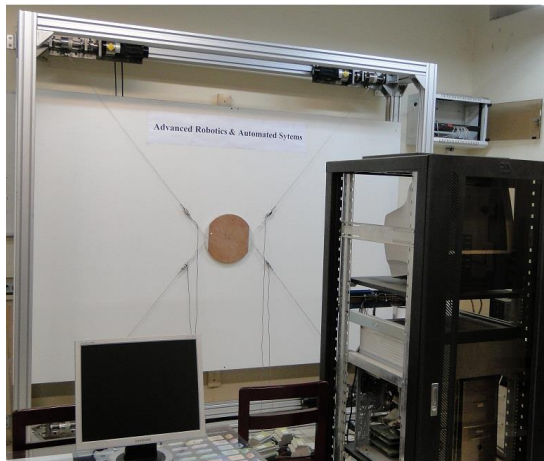
با توجه به نکته (۲) داریم

$$z^T \dot{M}_{eq} z = 2z^T C_{eq} z \quad (47)$$

بنابراین خواهیم داشت:

جدول ۱: پارامترهای سینماتیکی ربات کابلی KNTU

بازو	$x_A (cm)$	$y_A (cm)$	$\theta_B (deg)$
1	-۱۰۵	۱۱۲	۱۸۰
2	۱۰۵	۱۱۲	۰
3	-۱۰۵	-۱۱۲	۰
4	۱۰۵	-۱۱۲	۱۸۰
شعاع مجری نهایی	۱۵,۵ cm		



شکل ۳: ربات موازی کابلی صفحه‌ای KNTU

۱-۴ دینامیک ربات کابلی صفحه‌ای KNTU

با توجه به جرم بسیار ناچیز کابل انتخاب شده در قیاس با جرم مجری نهایی ربات، معادلات دینامیکی ربات را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$M\ddot{X} + G = -J^T \tau, \quad X = [x, y, \varphi]$$

$$I_m \ddot{q} + D \dot{q} - r\tau = u, \quad L = rq + L_0$$

در این معادلات M ماتریس جرمی ربات، G برادر نیروی جاذبه ربات و J ماتریس ژاکوبین ربات می‌باشند و بسط آن‌ها را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$

مقادیر پارامترهای نامی ربات کابلی KNTU در جدول (۲) آمده است. در این جدول جرم نامی مجری نهایی ۲,۵ کیلوگرم بوده و در آزمایش‌های مختلف بار وزنی آن به اندازه ± ۱ کیلوگرم تغییر می‌کند. با توجه به این ساختار، می‌توان کران‌های ترم‌های دینامیکی معادلات حرکت ربات را به صورت زیر نوشت:

$$R_1 = \begin{bmatrix} \mu^2 I & \mu^2 I & \mu I \\ \mu^2 I & \mu^2 I & \mu I \\ \mu I & \mu I & \mu I \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \mu^2 I & \mu^2 I \\ \mu I & 2\mu^2 I & (\mu^2 + \mu)I \\ \mu^2 I & (\mu^2 + \mu)I & \mu I \end{bmatrix}$$

با توجه به نتایجی که تاکنون بدست آورده ایم می‌توان از قضیه زیر برای پایداری سیستم حلقه بسته سود برد.

قضیه: سیستم حلقه بسته (۴۱) به صورت UUB' پایدار است اگر ξ_1 به منظور ارضای شرایط پایداری به قدر کافی بزرگ انتخاب شود.

اثبات: با توجه به معادلات (۴۴)، (۵۵) و لم ۳-۵ از [۱۲] در صورتی که شرایط زیر ارضا شوند سیستم نسبت به $B(0, d)$ (گوی به مرکز صفر و شعاع d) پایدار UUB خواهد بود که در آن

$$d = \frac{2\xi_0}{\xi_1 + \sqrt{\xi_1^2 - 4\xi_0\xi_2}} \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(P)}{\underline{\lambda}(P)}} \quad (۵۹)$$

این شرایط عبارتند از

$$\xi_1 > 2\sqrt{\xi_0\xi_2} \quad (۶۰)$$

$$\xi_1^2 + \xi_1 \sqrt{\xi_1^2 - 4\xi_0\xi_2} > 2\xi_0\xi_2 \left(1 + \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(P)}{\underline{\lambda}(P)}} \right) \quad (۶۱)$$

$$\xi_1 + \sqrt{\xi_1^2 - 4\xi_0\xi_2} > 2\xi_2 \|y_0\| \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(P)}{\underline{\lambda}(P)}} \quad (۶۲)$$

این شرایط به سادگی با بزرگ بودن ξ_1 ارضا می‌شوند. با توجه به (۵۷) و (۵۰)، ξ_1 نیز با انتخاب مناسب مقادیر گین های کنترل PID می‌تواند برای ارضای شرایط بزرگ شود.

۴- نتایج پیاده‌سازی عملی

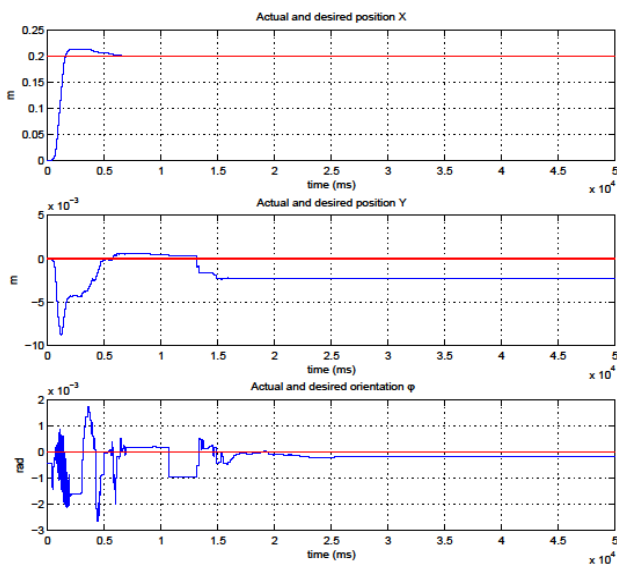
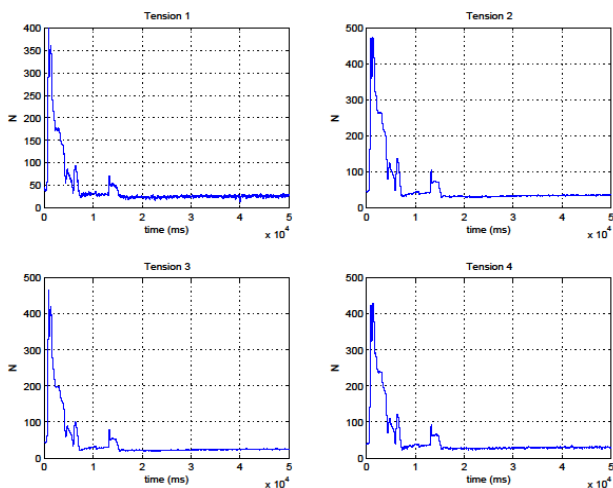
به منظور ارزیابی کارایی الگوریتم کنترلی پیشنهادی در این قسمت به بررسی نتایج عملی حاصله از اعمال این الگوریتم کنترلی بر روی ربات ساخته شده در دانشگاه صنعتی خواجه نصیر که با عنوان ربات موازی کابلی صفحه‌ای KNTU معرفی می‌گردد، خواهیم پرداخت و نتایج عملی بدست آمده با اعمال الگوریتم کنترلی پیشنهادی مورد توجه قرار خواهند گرفت. ربات موازی کابلی صفحه‌ای KNTU، یک مکانیزم سه درجه آزادی با دودرجه حرکت انتقالی در راستاهای x ، y و یک درجه چرخشی حول محور z می‌باشد و از یک درجه افزونگی در تحریک سود می‌برد. این ربات که در شکل (۳) نشان داده شده است، مشخصات هندسی مطابق جدول (۱) را داراست و محرک‌ها در رئوس یک مستطیل با ابعاد ۲۱۰ در ۲۲۴ سانتی متر قرار گرفته‌اند [۱۳].

¹ Uniformly Ultimately Bounded

جدول ۲: مقادیر پارامترهای دینامیکی ربات

مقدار	نماد	پارامتر
$2.5Kg$	m	جرم مجری نهایی
$15.31Kg.cm^2$	I_z	ممان اینرسی مجری نهایی
$2.43Kg.cm^2$	I_m	ممان اینرسی موتور
$3.5cm$	r	شعاع درام
50	N	نسبت گیربکس
$9.8m/s^2$	g	شتاب جاذبه

شکل (۶) نتایج عملی حاصل از پیاده سازی این مسیر مطلوب را نشان می دهد. همان گونه که در این شکل دیده می شود مجری نهایی به خوبی مسیر دلخواه را دنبال کرده و خطای حرکتی زاویه ای آن بسیار ناچیز است ضمن اینکه تغییرات مجری نهایی در امتداد محورهای x و y قابل چشم پوشی است.

شکل ۴: نتایج عملی حاصله با ورودی مرجع $x_d = [0.2, 0, 0]^T$ شکل ۵: نیروی کابل ها در جریان مانور حرکتی با $x_d = [0.2, 0, 0]^T$

$$\|C(x, \dot{x})\| = 0, \quad \|G(x)\| \leq 35$$

$$\bar{m} = 3.5, \quad \underline{m} = .01$$

الگوریتم کنترلی بر اساس این کران ها طراحی می شود به طوری که یک سری شرایط پایداری مقاوم که توسط قضیه ولم اثبات شده در بخش های قبلی تبیین گشته اند، توسط گین های انتخابی PID ارضا گردند. با در نظر گرفتن این کران ها و شرایط پایداری مقاوم برای مکانیزم کابلی KNTU، گین های کنترلی به صورت $k_p = 10000$ ، $k_v = 3000$ و $k_l = 600$ انتخاب می شوند.

۲-۴ نتایج

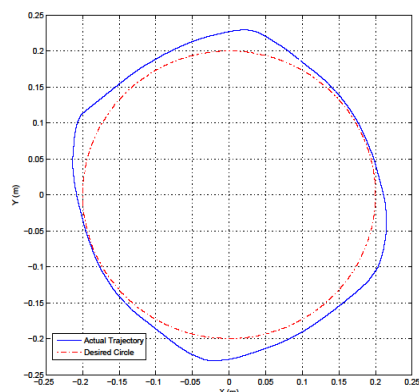
برای ارزیابی مشخصات عملکردی ربات کابلی سه مسیر مطلوب متفاوت را به مکانیزم اعمال کرده و کیفیت ردیابی سیستم را بررسی می کنیم ضمن اینکه نباید از یاد برد که نیروی کششی کابل ها در تمام این مانورهای حرکتی باید مثبت باشند. در دو تست ابتدایی فرض می شود که مجری نهایی در موقعیت $x = [0, 0, 0]^T$ قرار داشته و با اعمال تابع پله به عنوان ورودی های مرجع در امتداد x و ϕ ، پاسخ مکانیزم و موقعیت مجری نهایی بررسی می شود.

باید به این نکته توجه داشت که ورودی پله یکی از بدترین ورودی هایی است که می توان به یک کابل داد زیرا مستلزم یک تغییر ناگهانی در نیرو است و عملاً این ورودی می تواند اکثر دینامیک های کابل را تحریک کند. به همین دلیل ارزیابی پاسخ پله ربات کابلی KNTU می تواند ما را به درک درستی از کیفیت پاسخ و کارا بودن عملکرد ربات و سیستم کنترلی برساند. در آزمایش بعدی که هدف بررسی کارایی ربات کابلی KNTU با یک مسیر مرجع متفاوت و چالشی است، از یک مسیر دایره ای به عنوان مسیر مطلوب استفاده می شود. در این آزمایش هدف بر این است که مجری نهایی یک دایره به شعاع ۲۰ سانتی متر را در صفحه xy دنبال کند و در عین حال تغییر زاویه ϕ آن صفر باشد.

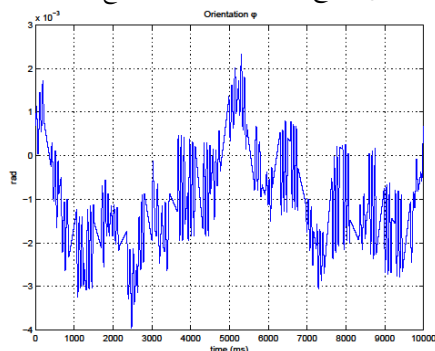
در اولین تلاش مجری نهایی ربات را در موقعیت صفر قرار داده و با اعمال ورودی $x_d = [0.2m, 0m, 0rad]^T$ به عنوان موقعیت دلخواه رفتار مکانیزم را بررسی می کنیم. هدف از انجام این آزمایش ارزیابی ردیابی سیستم با اعمال یک پله با دامنه ۲۰ سانتی متر در امتداد محور x است ضمن اینکه باید تغییرات موقعیت و زاویه ای مجری نهایی در امتداد محور y و z صفر باشد. نتایج عملی حاصل از اعمال این ورودی در شکل (۴) دیده می شود. همانگونه که در شکل (۴) دیده می شود خطای ردیابی بسیار ناچیز بوده و مجری نهایی مسیر تعیین شده را با سرعت مناسب دنبال می کند. از نقطه نظر نیرویی نیز همان گونه که در شکل (۵) دیده می شود، نیروی کشش کابل ها مثبت می باشند.

در آزمایش دوم، فرض کنید که مکان مطلوب یک چرخش خالص است و مجری نهایی باید از مکان صفر به مکان $x_d = [0, 0, \pi/9]^T$ برسد. همان گونه که دیده می شود در این مسیر تغییرات مجری نهایی در امتداد محورهای x و y باید صفر باشد.

شکل (۸) دایره مرجع و حرکت واقعی مجری نهایی را نشان می دهد. شکل (۹) نیز تغییرات زاویه ای مجری نهایی را در طول حرکت دایره ای نشان می دهد. همان گونه که از شکل های (۸) و (۹) می توان فهمید علیرغم استفاده از الگوریتم کنترلی مبتنی بر کنترل PID خطای ردیابی قابل قبول می باشند. نیروهای کششی کابل ها در این مانور حرکتی در شکل (۱۰) دیده می شوند. با توجه به این شکل نیروی کابل ها در تمام طول حرکت کششی مثبت می باشند.



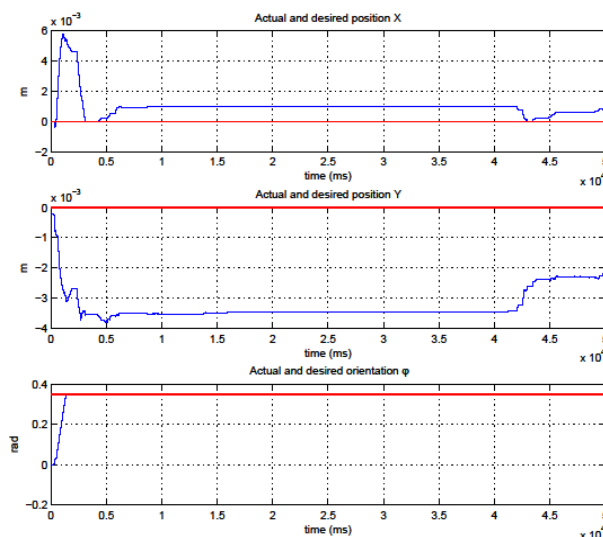
شکل ۸: نتایج عملی حاصله با ورودی مرجع دایروی



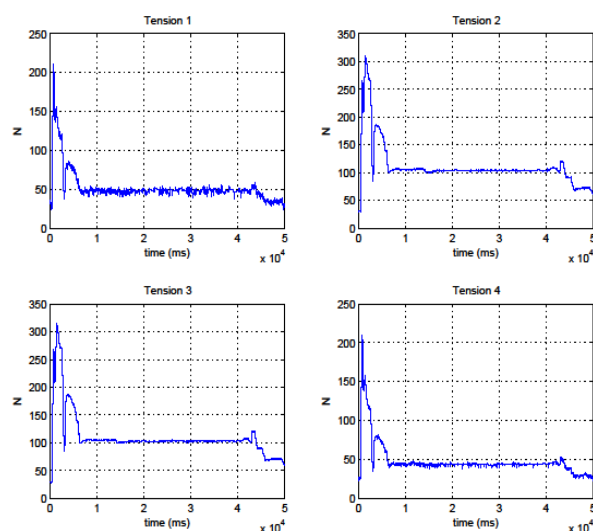
شکل ۹: زاویه ϕ در جریان مانور حرکتی دایروی

با عنایت به نتایج بدست آمده، الگوریتم کنترلی توانسته به خوبی در عین پایداری سیستم مشخصات عملکردی مطلوبی را به ارمغان آورد. ضمن اینکه با توجه به تست های مختلف عملکردی، ربات در عین داشتن نیروهای کششی مثبت در کابل ها در تمام مانورهای حرکتی سرعت عملکردی مناسبی داشته و خطای ردیابی مکانیزم علیرغم استفاده از الگوریتم ساده کنترلی ناچیز است. البته باید دقت داشت که یک سری منابع بالقوه ایجاد خطا در همه این آزمایش ها وجود دارد که می توانند مورد توجه قرار گیرند. یکی از این منابع وجود اصطکاک و لقی و سایر نامعینیهایی است که در سیستم انتقال قدرت در نظر گرفته نشده است. علاوه بر با توجه به محدودیت های سخت افزاری و قیمت گزاف تجهیزات لازم موقعیت مجری نهایی مستقیماً اندازه گیری نمی شود و با استفاده از حل سینماتیک مستقیم مکانیزم بدست می آید [۱۳]. این حل عددی با عدم دقت هایی که در اندازه گیری های نقاط اتصال داریم می تواند منجر به ایجاد خطا در محاسبات و در نتیجه خطای موقعیت مجری نهایی گردد. منبع دیگری که می تواند باعث ایجاد خطا گردد، انعطاف موجود در کابل است

شکل (۷) نیروی کشش کابل ها را در جریان این مانور حرکتی نشان می دهد. همان گونه که می بینیم نیروی کششی کابل ها در تمام مدت انجام حرکت مثبت می باشد.



شکل ۶: نتایج عملی حاصله با ورودی مرجع $x_d = [0, 0, \pi/9]^T$



شکل ۷: نیروی کابل ها در جریان مانور حرکتی با $x_d = [0, 0, \pi/9]^T$

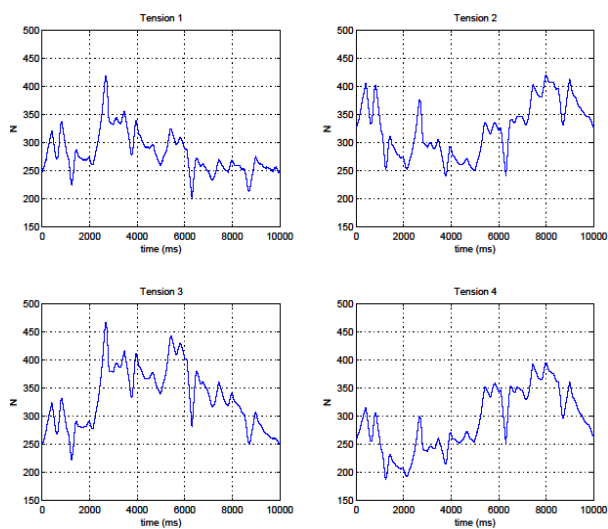
در آزمایشی دیگر به منظور تست ربات با یک مسیر متفاوت و بررسی کارایی ربات کابلی KNTU از پروفایل دایره ای به عنوان مسیر دلخواه مرجع استفاده می کنیم. در این آزمایش هدف این است که مجری نهایی مسیری دایره ای شکل به مرکز صفر و شعاع ۲۰ سانتی متر را در صفحه xy در زمان ۱۰ ثانیه به گونه ای طی کند که تغییرات زاویه ای آن در تمام طول مسیر صفر باشد ($\phi_d = 0$). برای این منظور مسیرهای مرجع به صورت زیر انتخاب می شوند:

$$\begin{aligned} x_d &= 0.2 \cos(0.2\pi t) \\ y_d &= 0.2 \sin(0.2\pi t) \\ \phi_d &= 0 \end{aligned}$$

مراجع

- [1] S.E. Landsberger and T.B. Sheridan, "A new design for parallel link manipulator," Proceedings of IEEE International Conference on Cybernetics and Society, p 812-14, 1985.
- [2] J. Albus, R. Bostelman and N. Dagalakis, "The NIST Robocrane. Journal of Robotic Systems," Vol. 10, No. 5, 1993.
- [3] R. Bostelman, J. Albus, N. Dagalakis, and A. Jacoff, "Applications of the NIST Robocrane," Proceedings of the 5th International Symposium on Robotics and Manufacturing, 1994..
- [4] R. Roberts, T. Graham, and T. Lippitt, "On the Inverse Kinematics, Statics, and Fault Tolerance of Cable-Suspended Robots," Journal of Robotic Systems, Vol. 15, No. 10, pp. 649-661, 1998.
- [5] M.A. Khosravi and H.D. Taghirad, "Dynamic Analysis and Control of Cable Driven Robots with Elastic Cables,," Trans. Can. Soc. Mech. Eng., Vol. 35, No. 4, pp. 543-557, 2011.
- [6] S. Kawamura, H. Kino, and C. won, "High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots," Robotica, Vol. 18, No. 3, pp. 13-21, 2000.
- [7] R. L. Williams, P. Gallina, and J. Vadia, "Planar translational cable direct driven robots," Journal of Robotic Systems, Vol. 20, No. 3, pp. 107-120, 2003.
- [8] S. Ryoeck and S. Agrawal, "Cable suspended planar robots with redundant cables: controllers with positive tensions," IEEE Trans. On Robotics, Vol. 21, No. 3, pp. 457-465, 2005.
- [9] A. Alp and S. Agrawal, "Cable Suspended Robots: Feedback Controllers with Positive Inputs,," Proceedings of the American Control Conference, 2002, pp. 815-820.
- [10] G. Meunier, B. Boulet, and M. Nahon, "Control of an Overactuated Cable-Driven Parallel Mechanism for a Radio Telescope Application,," IEEE Trans. On Control Systems Tech., Vol. 17, No. 5, pp. 1043-1054, 2009.
- [11] Z. Qu and J. Dorsey, "Robust PID control of robots," International Journal of Robotics and Automation, Vol. 6, No. 4, pp. 228-235, 1991.
- [12] Z. Qu and D. M. Dawson, "Robust tracking control of robot manipulators," IEEE Press, 1996.
- [13] M.A. Khosravi and H.D. Taghirad, "Experimental Performance of Robust PID Controller on a Planar Cable Robot," Cable-Driven Parallel Robots, pp. 337-352, Springer, 2012.

که در این پژوهش نادیده گرفته شده است. این انعطاف نیز می تواند باعث ایجاد خطای موقعیتی در مجری نهایی به خصوص در سرعت های بالا گردد.



شکل ۱۰: نیروی کابل ها در جریان مانور حرکتی دایروی

۸- نتیجه گیری

در این مقاله مدل سازی دینامیکی و کنترل مقاوم PID ربات های موازی کابلی مورد بحث قرار می گیرد. بدین منظور ابتدا دینامیک ربات های موازی کابلی مورد توجه قرار گرفته و ویژگی های حاکم بر معادلات دینامیکی ربات بررسی می گردد. سپس با توجه به ویژگی ها و محدودیت های حاکم بر معادلات حرکت ربات های موازی کابلی و با عنایت به مرسوم بودن روش کنترلی PID، روش کنترل PID به همراه یک ترم اصلاحی به عنوان توپولوژی مناسب کنترلی پیشنهاد شده است. این ترم اصلاحی که به منظور اطمینان از تحت کشش بودن کابل ها در تمامی فضای کاری به کنترل کننده PID اضافه می شود، با توجه به ماتریس ژاکوبین مکانیزم طراحی می گردد بدین معنی که این ترم اصلاحی فضای پوچی ژاکوبین مکانیزم را اسپن می کند. در انتخاب روش پیشنهادی محدودیت های موجود در پیاده سازی به هنگام روش کنترل، و عملکرد نهایی آن در تضمین دقت های حرکتی مورد نظر مورد توجه قرار گرفته اند و فرض بر این قرار گرفته است که اطلاعات موجود از دینامیک ربات کابلی دقیق نیست. سپس پایداری مقاوم سیستم با توجه به وجود نامعینی های ساختار یافته و بدون ساختار در سیستم به صورت ریاضی اثبات می گردد و نشان داده می شود که در صورت انتخاب مناسب گین های PID به گونه ای که یک سری شرایط را ارضا نمایند پایداری مقاوم سیستم که از نوع UUB است، حفظ می گردد. در نهایت نتایج حاصله از پیاده سازی الگوریتم کنترلی پیشنهادی بر روی ربات کابلی صفحه ای KNTU مورد بحث قرار می گیرد. نتایج حاصله نشان می دهند که ربات در عین حفظ ساختار خود با داشتن نیروهای کششی مثبت می تواند به خوبی مسیرهای تعریف شده را دنبال نماید.