

# کنترل مد لغزشی تطبیقی داده‌محور بر پایه نظریه لیاپانوف برای سیستم‌های غیرخطی چندورودی-چندخروجی با اغتشاش خارجی

سینا نادریان<sup>۱</sup>، محمد فرخی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران Sina\_Naderian@elec.iust.ac.ir

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران farrokhi@iust.ac.ir

قطب علمی مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های پیچیده

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۱۶

ویرایش: ۱۴۰۱/۰۸/۱۳

دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۱

**چکیده:** کنترل‌کننده‌های مدل‌محور نیازمند مدل ریاضی از سیستم هستند، در حالی که کنترل‌کننده‌های داده‌محور بر پایه‌ی اندازه‌گیری داده‌های ورودی-خروجی عمل می‌کنند. امروزه با توجه به پیچیده‌شدن سیستم‌های صنعتی و در نتیجه در دسترس نبودن مدل ریاضی دقیق سیستم‌ها، محققان سعی می‌کنند تا وابستگی کنترل‌کننده‌ها به مدل ریاضی کاهش یابد. در این مقاله، کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی داده‌محور برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی چندورودی-چندخروجی نامعین ارائه می‌گردد. با توجه به آن که یکی از چالش‌های اصلی کنترل-کننده‌های مد لغزشی پدیده چترینگ است، برای رفع این مشکل از کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی تطبیقی استفاده شده است. همچنین، برای رفع مشکل وابستگی به مدل، این کنترل‌کننده با کنترل‌کننده داده‌محور ترکیب می‌شود. سپس، قوانین تطبیق جدید برای ضریب کلیدزنی و ماتریس شبه ژاکوبی محاسبه می‌شود. علاوه بر آن، اثبات پایداری حلقه بسته بر پایه نظریه لیاپانوف ارائه خواهد شد. به منظور نشان دادن عملکرد کنترل‌کننده، روش پیشنهادی به سیستم سه تانک اعمال می‌شود. کنترل‌کننده ارائه شده در مقایسه با روش‌های مشابه در مراجع دارای مزایایی مانند کاهش محافظه‌کاری و پیچیدگی در طراحی کنترل‌کننده و کاهش مراحل اثبات پایداری حلقه بسته است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که ردیابی سیگنال‌های مرجع توسط روش پیشنهادی بسیار بهتر شده و همچنین توانایی دفع اغتشاش به طور موثری بهبود یافته است. به علاوه پدیده چترینگ نیز به طور قابل توجهی کاهش یافته است.

**کلمات کلیدی:** کنترل مد لغزشی، کنترل تطبیقی، کنترل داده‌محور، سیستم غیرخطی، سیستم چندورودی-چندخروجی، اغتشاش خارجی.

## Mode Control based on Lyapunov –Data-Driven Adaptive Sliding theory for nonlinear MIMO systems with external disturbances

Sina Naderian, Mohammad Farrokhi

**Abstract:** Model-based controllers need a mathematical model of the system, whereas the data-driven controllers operate based on measuring the input-output data. Nowadays, considering complexity of the industrial systems and unavailability of an accurate mathematical model of the system, scientists try to reduce dependency of the controllers on the mathematical model. In this paper, an adaptive sliding-mode data-driven controller for a class of unknown multi-input multi-output nonlinear discrete-time systems is proposed. Because the chattering phenomenon is the main challenge of the sliding-mode controllers, an adaptive sliding-mode controller is proposed to solve this problem. In addition, to solve the dependencies of the controller on the mathematical model, the proposed adaptive sliding-mode controller is combined with a data-driven controller. Next, the new adaptive laws for the switching gain and the Pseudo Jacobian Matrix (PJM) are calculated. In addition, the closed-loop stability based on the Lyapunov theory is investigated. To show performance of the controller, the proposed method is applied to the three-tank system. The proposed controller has advantages in terms of reduction in conservatism and complexity in the controller design and

simplifying the closed-loop stability analysis as compared with the recently proposed methods in literature. The simulated results show that the proposed method better tracks the reference signals and improves rejection of the external disturbances. In addition, the chattering phenomenon is considerably reduced.

**Keywords:** Sliding-mode control, Adaptive control, Data-driven control, Nonlinear systems, MIMO systems, External disturbance.

## ۱- مقدمه

مرجع، سطح لغزش جدیدی مبتنی بر داده ارائه می‌شود. در این مرجع، بحث تزویج در سیستم‌های چندورودی-چندخروجی بررسی می‌گردد. همچنین، بیان می‌شود که بایستی تا حد امکان، اثر تزویج به کمک روش‌های ریاضی از توابع داده‌محور خارج گردند. سپس، این مقادیر در بخش اغتشاش عمومی در نظر گرفته شوند. در این مرجع، احتمال به سمت صفر میل کردن درایه‌های PJM که منجر به تکنیکی سیگنال کنترل می‌گردند، به عنوان یکی از نقاط ضعف کنترل کننده‌های داده‌محور بیان می‌شود. افزودن یک ماتریس مثبت معین به معکوس PJM، راه حلی است که در این مرجع ارائه شده است؛ اما بایستی گفت که تعیین مقدار این پارامتر خالی از اشکال نیست، زیرا می‌تواند در تغییر دامنه‌ی سیگنال کنترل و همچنین مباحث مربوط به پایداری نقش داشته باشد. علاوه بر آن، یکی دیگر از نقاط ضعف مهم کنترل کننده‌های داده‌محور که در این مرجع به آن اشاره شده است، وابستگی پارامترهای تخمین زده شده به شرایط اولیه است. همچنین، ایجاد پارامترهای جدید که بایستی برای هر یک از آن‌ها مقداری بهینه تعیین شود، نیز از دیگر معایب کنترل کننده‌های داده‌محور است که در این مرجع به آن‌ها اشاره شده است.

در مرجع [۲] نیز کنترل کننده مد لغزشی داده‌محور با سطح لغزش PID برای سیستم چندورودی-چندخروجی ارائه شده که تقریباً مشابه روش مرجع [۱] است. در این مرجع نیز از روش CFDL برای مدل‌سازی استفاده شده است. نوآوری این مرجع در تخمین پارامترهای سطح لغزش می‌باشد. اما باید گفت اساس روش‌های داده‌محور، کاهش پیچیدگی و درجه‌ی نسبی سطح لغزش است، در حالی که در این مرجع سطح لغزشی با پیچیدگی بسیار زیاد در نظر گرفته شده است. با توجه به مشکلات اثبات پایداری در کنترل کننده‌های داده‌محور، پیچیدگی سطح لغزش مقرون به صرفه نیست. در مرجع [۳]، کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی داده‌محور همراه با شبکه عصبی پیش‌بینی کننده برای فضای پیما ارائه شده است. علاوه بر آن، از روش خطی‌سازی دینامیکی فرم کامل (FFDL<sup>4</sup>) استفاده شده که پیچیدگی ریاضیاتی و اثبات پایداری بسیار دشواری دارد؛ اما در عوض دقت تخمین و شناسایی مدل آن خیلی خوب است. در این مرجع اشاره شده است که یکی از نکات مهم در این حوزه، روش خطی‌سازی دینامیکی است، که وابستگی به مدل ریاضی سیستم به خصوص در حوزه سیستم‌های چندورودی-چندخروجی را کاهش می‌دهد.

برخلاف در سال‌های اخیر، استفاده از کنترل کننده‌های مد لغزشی افزایش یافته است. علت اصلی این علاقه‌مندی، مقاومت این نوع کنترل کننده‌ها در برابر نامعینی و اغتشاش‌های خارجی، همگرایی سریع و سادگی طراحی آن‌ها است. با گسترش کنترل کننده‌های دیجیتالی، استفاده از کنترل کننده‌های مد لغزشی گسسته‌زمان نیز گسترش یافته است. طراحی کنترل کننده‌های گسسته‌زمان در حالت کلی دو مرحله دارند: (۱) تعیین سطح لغزش و (۲) طراحی سیگنال کنترلی که بتواند مسیرهای سیستم را به سمت سطح لغزش سوق دهد. برای طراحی بخش دوم، معمولاً مدل دقیق ورودی-خروجی یا فضای حالت سیستم نیاز است. در حالی که در بسیاری از سیستم‌ها این مدل دقیق دردسترس نیست یا تعیین آن دشوار است. یکی از شاخه‌های جدید مهندسی کنترل که می‌تواند مشکل وابستگی به مدل را در حوزه مد لغزشی رفع کند، کنترل کننده‌های مد لغزشی گسسته‌زمان داده‌محور می‌باشند. در این کنترل کننده‌ها مشکلاتی از قبیل دینامیک‌های مدل نشده وجود ندارند. به کمک این کنترل کننده‌ها می‌توان مقاومت سیستم را افزایش داد و تأثیر نامعینی‌های سیستم را نیز جبران کرد. در این دسته از کنترل کننده‌ها، از روش‌های خطی‌سازی دینامیکی برای جایگزینی مدل مبتنی بر داده به جای مدل ریاضی سیستم استفاده می‌شود. این روش‌ها مبتنی بر اندازه‌گیری داده‌های ورودی و خروجی هستند. در معادلات این روش‌ها، پارامتری با نام مشتق شبه‌جزئی (PPD<sup>1</sup>) برای سیستم‌های تک‌ورودی-تک‌خروجی یا ماتریسی با نام ماتریس شبه ژاکوبی (PJM<sup>2</sup>) برای سیستم‌های چندورودی-چندخروجی تعریف می‌گردند. در واقع می‌توان گفت که درایه‌های PJM همان PPD ها هستند. پارامتر PPD و ماتریس PJM ارتباط بین داده‌های ورودی و خروجی را برقرار می‌کنند و منجر به حذف یا کاهش وابستگی به مدل ریاضی می‌شوند.

در مرجع [۱]، کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی داده‌محور برای کنترل سیستم‌های چندورودی-چندخروجی غیرخطی نامعلوم ارائه شده است. در این کنترل کننده، از مدل خطی‌سازی دینامیکی فرم فشرده (CFDL<sup>3</sup>) در بخش داده‌محور استفاده شده است. در این مرجع، با توجه به آن که معادله‌ی سیستم نامعلوم است، کنترل این سیستم به صورت مستقیم و با کنترل کننده‌های مرسوم مد لغزشی امکان‌پذیر نیست، زیرا هم درجه‌های سیستم نامعلوم است و هم کلاس سیستم مورد نظر آفین نیست. لذا در این

<sup>3</sup> Compact Form Dynamic Linearization

<sup>4</sup> Full Form Dynamic Linearization

<sup>1</sup> Pseudo Partial Derivative

<sup>2</sup> Pseudo Jacobian Matrix

کنترل‌کننده‌های مدل‌محور تفاوت دارد. در این مرجع، اثبات‌های پایداری نیز ارائه شده‌اند که از اهمیت بالایی برخوردار هستند. همچنین، در این مرجع اشاره می‌گردد که اثبات پایداری در کنترل‌کننده‌های مد لغزشی داده‌محور نسبت به کنترل‌کننده‌های غیر داده‌محور یک مرحله اثبات، اضافه‌تر دارد. زیرا در اثبات‌های پایداری این دسته از کنترل‌کننده‌ها، ابتدا بایستی محدود بودن پارامترهای تخمین زده‌شده به خصوص مشتق شبه‌جزئی اثبات گردند. سپس، در بخش دوم اثبات پایداری، با توجه به محدود بودن پارامتر یا پارامترهای مشتق شبه‌جزئی، می‌توان مشابه کنترل‌کننده مد لغزشی معمول و به کمک تابع لیاپانوف، پایداری حلقه‌بسته کنترل‌کننده را اثبات کرد. در مرجع [۸] نیز نوع دیگری از کنترل‌کننده‌های مد لغزشی بدون مدل برای سیستم‌های پیوسته‌زمان ارائه می‌گردد. اما نکته‌ی قابل توجه این است که ماهیت اصلی کنترل‌کننده‌های داده‌محور گسسته‌زمان است و در حالت پیوسته، محدودیت‌ها و سایر محافظه‌کاری‌ها بیشتر است. به‌عنوان مثال در این مرجع با شرط آن که کلیه معادلات دیفرانسیلی مرتبه اول باشند، یک «مدل فوق‌محلی<sup>۱</sup>» مرتبه اول ارائه می‌گردد که می‌تواند جایگزین معادلات مرتبه اول سیستم شود. در کنترل‌کننده بدون مدل ارائه‌شده، روند بدین صورت است که از داده‌های ورودی و خروجی برای کنترل سیستم استفاده می‌کند. در این مرجع، موتور سنکرون مغناطیس دائم توسط کنترل‌کننده‌ی بدون مدل مد لغزشی پایان‌دار کنترل می‌گردد، اما همچنان وابستگی به درجه‌ی نسبی سیستم وجود دارد.

در مراجع [۹-۱۴]، کنترل‌کننده‌های مد لغزشی تطبیقی داده‌محور بر پایه‌ی «تابع عملکرد از پیش تعیین شده<sup>۲</sup>» ارائه شده‌اند. کلاس سیستمی که در این مراجع بررسی می‌گردد، از نوع گسسته‌ی غیرخطی همراه با خطای ردیابی مقید است. هدف از طراحی این کنترل‌کننده‌ها همگرایی خطای ردیابی در ناحیه‌ای از پیش تعیین شده است. همچنین، کنترل‌کننده‌ی موردنظر نرخ همگرایی و رفتار حالت دائم خطای ردیابی را تنها بر اساس اندازه‌گیری ورودی و خروجی تضمین می‌کند. یکی از اصلی‌ترین خصوصیات کنترل با استفاده از تابع از پیش تعیین شده، این است که می‌تواند با تعریف مناسب تبدیل خطای ردیابی، آن را در دامنه‌ی کوچک به‌طور تضمینی نگه دارد. اما بایستی گفت این روش دارای پیچیدگی‌های ریاضی و اثبات‌های دشوار است. می‌توان گفت مهم‌ترین مزیت این مراجع بر سایر مراجع در این حوزه، بررسی پایداری است. اما ایراد اصلی این مراجع، عدم بررسی مناسب اثر اغتشاش است، در حالی که کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی، کنترل‌کننده‌ای مقاوم است. همچنین، از مرجع [۱۴] برداشت می‌گردد که در «مدل‌های بی‌درنگ<sup>۳</sup>»، کنترل‌کننده‌های داده‌محور دارای کارایی بهتری می‌باشند.

در مرجع [۱۵]، کنترل مد لغزشی پایان‌دار داده‌محور پیش‌بین ارائه شده است. این مرجع نیز از CFDL استفاده می‌کند. در این مرجع، همچون

در مرجع [۴]، کنترل تطبیقی بدون مدل برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه بالا با روش پس‌گام مد لغزشی ارائه گردیده است. در این مرجع، کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی برای سیستم‌های غیرخطی که دارای نامعینی در دینامیک‌هایشان می‌باشند، ارائه گردیده است. همچنین، روش خطی‌سازی دینامیکی فرم فشرده موردتوجه قرار گرفته است. یکی از دشواری‌های کنترل‌کننده داده‌محور تخمین درایه‌های PIM است. برای این منظور، در این مرجع از مشاهده گر تطبیقی استفاده شده است، که از داده‌های ورودی-خروجی به‌دست‌آمده از هر یک از زیرسیستم‌های غیرخطی برای تخمین درایه‌های PIM استفاده می‌کند. در نهایت، محدود بودن پارامترها، پایداری سیستم حلقه‌بسته و همچنین نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی، برای موتور خطی القایی ارائه می‌گردد. اما بایستی گفت که روش‌های اثبات پایداری در مراجع [۴-۱] بسیار دشوار هستند.

کنترل مد لغزشی تطبیقی داده‌محور برای سیستم چنددرودی-چندخروجی غیرخطی ربات اسکلت خارجی در مرجع [۵] اجرا شده است. در این مرجع، نکته قابل توجه در بخش شبیه‌سازی است که کاری ترکیبی بین کنترل و مکانیک انجام شده است. فرآیند کنترل ارائه‌شده در این مرجع، بدین صورت است که صرفاً کنترل بر پایه‌ی اندازه‌گیری ورودی و خروجی انجام می‌گیرد. در این اندازه‌گیری‌ها، ورودی، گشتاور مربوط به مفاصل و خروجی، سرعت زاویه‌ای هر یک از مفاصل است. به کمک کنترل‌کننده ارائه‌شده، اگر پارامترهای دینامیکی ربات تغییر کنند یا نامعین باشند، ربات به‌خوبی مسیر مرجع را ردیابی می‌کند. سیگنال کنترل به‌دست‌آمده از دو بخش اساسی تشکیل شده که عبارتند از: (۱) سیگنال کنترل به‌دست‌آمده از کنترل‌کننده بدون مدل تطبیقی و (۲) سیگنال کنترل به‌دست‌آمده از کنترل‌کننده مد لغزشی داده‌محور. برای تشکیل هر دو سیگنال کنترلی، روش موردنظر نیازمند تخمین درایه‌های PIM است. یکی از مشکلات اصلی در طراحی کنترل‌کننده در این مرجع این است که با یک ضریب تضعیف، سیگنال کنترل مربوط به بخش مد لغزشی داده‌محور به‌شدت تضعیف شده و در نتیجه طراحی این بخش را بهبود می‌دهد. مرجع [۶] نیز کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی بدون مدل را برای کنترل سیستم ربات اسکلت خارجی استفاده کرده است. تفاوت این مرجع با مرجع [۵] تخمین درایه‌های ماتریس شبه‌زاكوبی به کمک شبکه عصبی است، که منجر به تخمین دقیق‌تر اما طراحی پیچیده‌تری شده است. علاوه بر آن، مشکل ضریب تضعیف ایجادشده در مرجع قبل را هم ندارد. در مرجع [۷]، کلاس سیستم غیرخطی ناآفین درنظر گرفته شده. سپس، سطح لغزش تکرارشونده‌ی جدیدی مبتنی بر مدل خطی‌سازی دینامیکی تکرارشونده به‌منظور کاهش وابستگی به مدل ارائه می‌شود. پس از آن روش بهینه‌ی کنترل آموزش تکرارشونده برای سیستم مورد نظر به کمک سطح لغزش تکرارشونده‌ی جدید ارائه می‌شود. در این مرجع بیان می‌شود که مدل خطی، داده مجازی است و معنای فیزیکی ندارد؛ لذا با

<sup>3</sup> real-time models<sup>1</sup> ultra-local model<sup>2</sup> predefined performance control

لیاپانوف در بخش ۳ تخمین زده خواهد شد. در نهایت در بخش ۴، نتایج شبیه‌سازی‌ها بر روی سیستم سه تانک ارائه و با روش مرجع [۵] مقایسه خواهند شد.

## ۲- طراحی کنترل کننده

در این مقاله، کلاس سیستم از نوع ناآیین و چندورودی-چندخروجی به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{F}(\mathbf{y}(k), \mathbf{y}(k-1), \dots, \mathbf{y}(k-n_y)),$$

$$\mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k-1), \dots, \mathbf{u}(k-n_u), \quad (1)$$

$$\mathbf{d}(k), \mathbf{d}(k-1), \dots, \mathbf{d}(k-n_d))$$

که در آن  $\mathbf{u}(k) = [u_1(k), \dots, u_m(k)]^T \in \mathbf{R}^m$  و  $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), \dots, y_m(k)]^T \in \mathbf{R}^m$  بردارهای ورودی و خروجی سیستم است،  $\mathbf{d}(k) = [d_1(k), \dots, d_m(k)]^T \in \mathbf{R}^m$  اغتشاش عمومی ناشی از نامعینی‌های سیستم و اغتشاش خارجی غیرقابل اندازه‌گیری است،  $\mathbf{F}(\cdot) = [F_1(\cdot), \dots, F_m(\cdot)] \in \mathbf{R}^m$  تابع غیرخطی و نامعین،  $n_u$  مرتبه نامعین ورودی،  $n_y$  مرتبه نامعین خروجی و  $n_d$  مرتبه نامعین اغتشاش است. همان‌طور که مشخص است، سیستم به صورت مربعی در نظر گرفته شده و نمی‌تواند زیر تحریک باشد، زیرا که در مراحل طراحی کنترل کننده به وارون PJM احتیاج است.

**توجه ۱:** مدل سیستم برای طراحی کنترل کننده به صورت گسسته در نظر گرفته می‌شود، اما بایستی گفت روش‌های داده‌محور وابستگی مستقیم به مدل ندارند و از مدل گسسته ارائه شده صرفاً برای تولید داده استفاده خواهد شد.

سیستم (۱) بایستی چهار فرض اساسی زیر را برآورده کند.

**فرض ۱:** مشتقات پاره‌ای تابع  $F_i(\cdot)$  ( $i = 1, \dots, m$ ) نسبت به هر ورودی متغیر  $\mathbf{u}(k)$  پیوسته باشد. علت این فرض استفاده از قضیه مقدار میانگین در محاسبه مدل مبتنی بر داده است که در آن عبارت  $(\partial F_i / \partial \mathbf{u}(k)) \Delta \mathbf{u}(k)$  ظاهر می‌شود.

**فرض ۲:** سیستم (۱) باید بتواند شرط عمومی لیشیتز به شکل  $\|\mathbf{y}(k_1+1) - \mathbf{y}(k_2+1)\| \leq b \|\mathbf{u}(k_1) - \mathbf{u}(k_2)\|$  را برای CFDL برآورده کند، که در آن پارامتری مثبت است و به ازای هر  $k_1 \neq k_2$  و  $k_1, k_2 \geq 0$  بایستی نامساوی  $\mathbf{u}(k_1) \neq \mathbf{u}(k_2)$  برقرار باشد. برای مشاهده علت این فرض به مرجع [۱۶] مراجعه شود.

**فرض ۳:** سیستم (۱) باید کنترل‌پذیر باشد به طوری که سیگنال کنترل کراندار و وجود داشته باشد که در حضور اغتشاش عمومی بتواند خروجی را به خروجی مطلوب برساند.

چنانچه فرض‌های ۱ و ۲ برقرار باشند، می‌توان طراحی کنترل کننده را آغاز کرد. ابتدا مدل خطی‌سازی دینامیکی به صورت CFDL در نظر گرفته می‌شود، که به صورت معادله‌ی زیر است:

برخی از مراجع گذشته، از قانون تخمین ارائه شده در مرجع [۱۶] برای تخمین PPD استفاده می‌شود که مبتنی بر نظریه تخمین است. این قانون تضمینی برای صفر شدن یا مثبت باقی ماندن تخمین PPD یا درایه‌های PJM را ندارد. در نتیجه، معمولاً با مشکل تکینگی سیگنال کنترلی یا مشکلات در اثبات پایداری روبرو می‌شود، که نیازمند فرض‌های محافظه-کارانه در شبیه‌سازی است. در این مرجع، برای رفع این مشکل، از یک ضریب مثبت جمع‌شونده با PPD استفاده شده است. در این مقاله نیز از اثبات پایداری دو مرحله‌ای استفاده شده است. به طوری که اثبات پایداری حلقه‌بسته وابسته به اثبات کراندار PPD است. این روش اثبات، دارای دشواری‌های مختص به خود می‌باشد. از جمله مهم‌ترین آن‌ها پیچیدگی این روش اثبات پایداری است.

نکته‌ی قابل توجه در مورد اکثر مراجع داده‌محوری که با اسم مد لغزشی داده‌محور تطبیقی شناخته می‌شوند، این است که روش مد لغزشی استفاده شده به خودی خود تطبیقی نیست. لفظ تطبیقی در این مراجع صرفاً به دلیل استفاده از تخمین گر برای تخمین پارامترهای PPD یا درایه‌های PJM است. تخمین این پارامترها و درایه‌ها صرفاً با مدل سیستم و رفتار آن در ارتباط است اما تاثیری بر روی رفتار کنترل کننده ندارند. به همین خاطر است که بیان می‌گردد که کنترل کننده‌های داده‌محور به خودی خود نمی‌توانند پدیده‌ی چترینگ را کاهش دهند. همچنین، بایستی گفت یکی از مشکلات اساسی کنترل کننده‌های داده‌محور، ایجاد ضرایب جدیدی است که بایستی مقادیر بهینه برای آن‌ها تعیین گردد، که این مورد خود دشواری‌هایی را برای طراحی ایجاد می‌کند. همچنین، در کنترل کننده‌های مد لغزشی داده‌محور بررسی شده، وابستگی به شرایط اولیه‌ی پارامترهای تخمین زده شده به کرات مشاهده می‌شود، که طراحی کنترل کننده‌های این گروه را دشوار می‌کند.

در این مقاله، ضریب کلیدزنی سیگنال کنترل کلیدزنی به منظور ایجاد مصالحه بین دفع اغتشاش و کاهش چترینگ، به صورت تطبیقی طراحی می‌شود. طراحی تطبیقی این ضریب منجر به (۱) کاهش محافظه‌کاری در تعیین قانون رسیدن می‌شود (۲) منجر به کاهش وابستگی به مدل ریاضی سیستم خواهد شد زیرا در مراجع، قانون رسیدن به طور غیرمستقیم بر اساس مدل ریاضی سیستم تعیین می‌گردد. همچنین در این مقاله، با هدف رفع مشکلات اثبات پایداری و ساده‌سازی آن، درایه‌های ماتریس PJM بر اساس قانون تطبیق جدیدی محاسبه خواهند شد که برطبق نظریه لیاپانوف به دست آمده و بنابراین، پایداری سیستم حلقه‌بسته را تضمین می‌کند. علاوه بر آن، منجر به حذف مرحله اثبات کراندار درایه‌های ماتریس PJM خواهد شد. در مجموع دو نوآوری ذکر شده، منجر به کاهش محافظه-کاری‌ها در اثبات پایداری و کاهش چترینگ خواهد شد.

در ادامه این مقاله، در بخش ۲، طراحی کنترل کننده مد لغزشی داده-محور مبتنی بر سطح لغزش مرتبه دوم ارائه می‌شود. سپس، با هدف کاهش چترینگ و کاهش محافظه‌کاری‌ها در تخمین درایه‌های PJM و اثبات پایداری‌ها، ضریب کلیدزنی و درایه‌های PJM بر اساس نظریه پایداری

که در آن  $\mathbf{s}(k) \in \mathbf{R}^m$  سطح لغزش،  $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$  خروجی و  $\mathbf{y}_d(k) \in \mathbf{R}^m$  بردار مسیرهای مطلوب هستند. به کمک رابطه (۳) می‌توان  $\mathbf{s}(k+1)$  را از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{e}(k+1) = \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}_d(k+1) \quad (۸)$$

با توجه به آن که کنترل‌کننده مد لغزشی کنترل‌کننده‌ای مقاوم است، لذا در فرآیند محاسبه سیگنال کنترل معادل، بایستی اغتشاش نادیده گرفته شود. در نتیجه با جایگذاری رابطه‌ی (۵) در رابطه (۸) و بدون در نظر گرفتن اغتشاش معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{e}(k+1) = (\mathbf{y}(k) + \Phi(k)\Delta\mathbf{u}(k)) - \mathbf{y}_d(k+1) \quad (۹)$$

حال سطح لغزش مرتبه دوم به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$\boldsymbol{\sigma}(k) = \mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k-1) \quad (۱۰)$$

که در آن  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  ماتریس مثبت معین و قطری است. در طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی، سیگنال کنترل بایستی به گونه‌ای باشد که بتواند سطح لغزش را به سمت صفر هدایت کند. لذا سیگنال کنترل معادل، از قانون  $\boldsymbol{\sigma}(k+1) = \boldsymbol{\sigma}(k) = 0$  قابل محاسبه است. به کمک رابطه‌ی بیان شده نتیجه می‌شود

$$\boldsymbol{\sigma}(k+1) = \mathbf{s}(k+1) + \boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k) = 0 \rightarrow \mathbf{s}(k+1) = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k) \quad (۱۱)$$

با جایگذاری (۹) در رابطه (۱۱) معادله‌ی زیر نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{y}(k) + \Phi(k)\Delta\mathbf{u}(k) - \mathbf{y}_d(k+1) = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k) \quad (۱۲)$$

از رابطه‌ی (۱۲) سیگنال کنترل معادل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\mathbf{u}_{eq}(k) = \Phi^{-1}(k) \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k) + \mathbf{y}_d(k+1) \\ -\mathbf{y}(k) \end{pmatrix} \quad (۱۳)$$

اگر قانون کنترل بخش کلیدزنی نیز به صورت رابطه‌ی زیر تعریف گردد:

$$\Delta\mathbf{u}_{dis}(k) = -\Phi^{-1}(k) \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{s}(k)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\lambda}}{\|\mathbf{s}(k)\|^2} \mathbf{s}(k) \\ +\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k))\hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) \end{pmatrix} \quad (۱۴)$$

که در آن  $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbf{R}^m$  بردار و  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  ماتریس با درایه‌های مثبت و در اختیار طراح هستند و  $\boldsymbol{\epsilon}(k) \in \mathbf{R}^m$  ضریب کلیدزنی است، آنگاه قانون کنترل کل از حاصل جمع دو قانون کنترل معادل و قانون کنترل بخش کلیدزنی به صورت رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\mathbf{u}(k) = \Phi^{-1}(k) \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k) + \mathbf{y}_d(k+1) - \mathbf{y}(k) \\ -\frac{\mathbf{s}(k)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\lambda}}{\|\mathbf{s}(k)\|^2} \mathbf{s}(k) \\ -\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k))\hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) \end{pmatrix} \quad (۱۵)$$

$$\Delta\mathbf{y}(k+1) = \Phi_c(k)\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}_1(k) \quad (۲)$$

که در آن  $\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1) \in \mathbf{R}^m$  و  $\Delta\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$  به ترتیب بردارهای تغییرات ورودی و خروجی سیستم،  $\Phi_c(k) \in \mathbf{R}^{m \times m}$  ماتریس شبه ژاکوبی (PJM) و  $\mathbf{d}_1(k) \in \mathbf{R}^m$  اغتشاش خارجی از نوع جمع شونده در خروجی است. با توجه به تکنیک ارائه شده در مراجع [۱] و [۲]، فرض می‌شود که درایه های خارج از قطر اصلی PJM در اغتشاش عمومی قرار گرفته و این ماتریس به شکل زیر تبدیل شود:

$$\Delta\mathbf{y}(k+1) = \Phi_c(k)\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}_1(k) \quad (۳)$$

آنگاه  $\mathbf{d}(k)$  با اغتشاش عمومی برابر خواهد بود با:

$$\mathbf{d}(k) = \begin{bmatrix} d_{11}(k) \\ d_{12}(k) \\ \vdots \\ d_{1m}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \Phi_{12}(k) & \dots & \Phi_{1m}(k) \\ \Phi_{21}(k) & 0 & \dots & \Phi_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{m1}(k) & \Phi_{m2}(k) & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \vdots \\ \Delta u_m(k) \end{bmatrix} \quad (۴)$$

آنگاه معادله (۲) به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\Delta\mathbf{y}(k+1) = \Phi(k)\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}(k) \quad (۵)$$

با توجه به قطری بودن PJM می‌توان ماتریس زیر را نیز تعریف کرد:

$$\Theta(k) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(k) \\ \vdots \\ \Phi_{mm}(k) \end{bmatrix} \Rightarrow \Phi(k) = \text{diag}(\Theta(k)) \quad (۶)$$

**فرض ۴:** درایه‌های ماتریس  $\Theta(k)$  دارای علامت مثبت باشند و در نتیجه درایه‌های قطر اصلی  $\Phi(k)$  مثبت باشند.

**توجه ۲:** از این فرض فقط برای اثبات پایداری استفاده می‌شود و در پیاده‌سازی روش پیشنهادی، محدودیتی ایجاد نمی‌کند. زیرا چنانچه مقدار اولیه درایه‌های ماتریس PJM مثبت انتخاب شوند، با توجه به نوآوری روش پیشنهادی در قوانین تطبیق، همواره این درایه‌ها در طول عملکرد سیستم حلقه بسته مثبت باقی می‌مانند.

## ۲-۱- طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی داده‌محور معمولی

برای طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی داده‌محور، ابتدا سطح لغزش مرتبه اول به صورت ساده‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{e}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_d(k) \quad (۷)$$

### ۳- بررسی پایداری سیستم حلقه‌بسته و محاسبه قوانین تطبیق جدید بر اساس نظریه لیاپانوف

در کلیه مراجعی که در مورد کنترل‌کننده‌های داده‌محور منتشر شده‌اند، همواره سعی شده‌است متناسب با مورد مطالعه و درجه نسبی سیستمی که کنترل‌کننده برای آن طراحی شده‌است، قوانین رسیدن گوناگونی تعریف شود. این درحالی است که کنترل‌کننده‌های داده‌محور بایستی تا حد امکان وابستگی به مدل نداشته باشند. برای این منظور، در این مقاله با سطح لغزش ساده‌تر و تطبیقی کردن ضریب کلیدزنی و در نتیجه قانون رسیدن ساده‌تر و مستقل از مدل سیستم، قصد بر آنست که تا حد امکان توانایی دفع اغتشاش و کاهش چترینگ افزایش یابد. همچنین در بسیاری از مراجع همچون [۱] او [۲] از روش مرجع [۱۶] در به‌دست آوردن قانون تطبیق برای تخمین درایه‌های PJM استفاده شده است. یکی از ایرادات اصلی این روش در نحوه محاسبه آن است، که منجر به وابستگی بیش از حد درایه‌های ماتریس PJM به مقدار اولیه می‌شود و همچنین منجر به ایجاد فرض محدود-کننده‌ای بر روی علامت درایه‌های قطر اصلی PJM می‌شود. همچنین این شیوه محاسبه پارامترهای PJM منجر به افزایش مراحل اثبات پایداری می‌شود. با توجه به آن که PJM براساس عملکرد سیستم تغییر می‌کند، لذا در این مقاله درایه‌های این ماتریس به‌عنوان نامعینی داخلی سیستم تخمین‌زده خواهند شد. این قانون جدید تطبیق برای ضریب کلیدزنی و ماتریس PJM بادر نظر گرفتن پایداری سیستم حلقه‌بسته سیستم به‌دست خواهند آمد.

**قضیه ۱:** چنانچه سیستم (۱) فرض‌های ۱ تا ۴ را برآورده کند و قوانین تطبیق برای پارامترهای ضریب کلیدزنی و درایه‌های قطر اصلی PJM به‌شکل زیر تعریف گردند:

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + 2\Gamma^{-1}\lambda s(k) \quad (16)$$

$$\Rightarrow \hat{\Phi}(k) = \text{diag}(\hat{\Theta}(k))$$

$$\hat{\varepsilon}(k+1) = \hat{\varepsilon}(k) + 2\Pi^{-1} \tanh(\alpha\sigma^T(k)) s(k) \quad (17)$$

آنگاه سیستم حلقه‌بسته پایدار سراسری خواهد بود.

**اثبات:** تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(k) = \frac{1}{2} s^T(k) s(k) + \frac{1}{2} \tilde{\Theta}^T(k-1) \Gamma \tilde{\Theta}(k-1) + \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}^T(k) \Pi \tilde{\varepsilon}(k) \quad (18)$$

که در آن  $\Gamma \in \mathbf{R}^{m \times m}$  و  $\Pi \in \mathbf{R}^{m \times m}$  ماتریس‌های قطری، مثبت معین و در اختیار طراح هستند. برای آن که سیستم حلقه‌بسته پایدار باشد، کافی

است که تفاضل مرتبه اول آن منفی نیمه معین باشد. تفاضل مرتبه اول (۱۸) برابر است با

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= s^T(k) \Delta s(k) + \hat{\Theta}^T(k-1) \Gamma \Delta \tilde{\Theta}(k-1) \\ &+ \tilde{\varepsilon}^T(k) \Pi \Delta \tilde{\varepsilon}(k) + \frac{1}{2} \Delta s(k) \Delta s^T(k) \\ &+ \frac{1}{2} \Delta \tilde{\Theta}^T(k-1) \Gamma \Delta \tilde{\Theta}(k-1) \\ &+ \frac{1}{2} \Delta \tilde{\varepsilon}^T(k) \Pi \Delta \tilde{\varepsilon}(k) \end{aligned} \quad (19)$$

که در آن  $\tilde{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k) - \Theta^*$ ،  $\tilde{\varepsilon}(k) = \hat{\varepsilon}(k) - \varepsilon^*$ ،  $\Delta \tilde{\Theta}(k-1) = \Delta \hat{\Theta}(k-1)$ ،  $\Delta \tilde{\varepsilon}(k) = \Delta \hat{\varepsilon}(k)$  هستند. توجه‌شود که در بحث اثبات پایداری، باید در سیگنال کنترل (۱۵) اثر اغتشاش را نیز لحاظ کرد. لذا رابطه (۱۵) با در نظر گرفتن اغتشاش در رابطه (۱۹) جایگذاری شده است. با در نظر گرفتن  $\Delta s(k) = s(k+1) - s(k)$  و جایگذاری (۱۵) در (۱۹) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= s^T(k) \begin{pmatrix} -(\mathbf{I} + \mu)s(k) - \mathbf{d}(k) \\ -\tanh(\alpha\sigma^T(k)) \hat{\varepsilon}(k) \\ \frac{s(k) \hat{\Theta}^T(k) \lambda}{\|s(k)\|^2} s(k) \end{pmatrix} \\ &+ \hat{\Theta}^T(k-1) \Gamma \Delta \hat{\Theta}(k-1) \\ &+ \tilde{\varepsilon}^T(k) \Pi \Delta \hat{\varepsilon}(k) + \frac{1}{2} \Delta s(k) \Delta s^T(k) \\ &+ \frac{1}{2} \Delta \hat{\Theta}^T(k-1) \Gamma \Delta \hat{\Theta}(k-1) \\ &+ \frac{1}{2} \Delta \tilde{\varepsilon}^T(k) \Pi \Delta \tilde{\varepsilon}(k) \end{aligned} \quad (20)$$

معادله (۲۰) به‌فرم زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= -s^T(k) (\mathbf{I} + \mu) s(k) + \frac{1}{2} \Delta s^T(k) \Delta s(k) \\ &+ \tilde{\varepsilon}^T(k) \Pi \Delta \hat{\varepsilon}(k) + \frac{1}{2} \Delta \tilde{\varepsilon}^T(k) \Pi \Delta \hat{\varepsilon}(k) \\ &- \tilde{\varepsilon}^T(k) \left( \tanh(\alpha\sigma^T(k)) \right)^T s(k) \\ &- \hat{\Theta}^T(k) \lambda s(k) + \hat{\Theta}^T(k-1) \Gamma \Delta \hat{\Theta}(k-1) \\ &+ \frac{1}{2} \Delta \hat{\Theta}^T(k-1) \Gamma \Delta \hat{\Theta}(k-1) \\ &+ s^T(k) (-\mathbf{d}(k)) \end{aligned} \quad (21)$$

اگر در رابطه اخیر از تساوی  $s(k+1) = -\mu s(k)$  استفاده شود، آنگاه  $\Delta s(k) = -(\mathbf{I} + \mu) s(k)$ ، همچنین، با توجه به آن که  $\Delta \hat{\Theta}(k-1) = \hat{\Theta}(k) - \hat{\Theta}(k-1)$  و  $\Delta \hat{\varepsilon}(k) = \hat{\varepsilon}(k+1) - \hat{\varepsilon}(k)$  رابطه (۲۱) به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$\mathbf{L} = [l_1, \dots, l_m]^T \in \mathbf{R}^m, l_i = 1 (i = 1, \dots, m)$  ضرب شوند و جمله مربوط به اغتشاش به سمت دیگر نامساوی منتقل شود، آنگاه شرط پایداری به شکل زیر درمی‌آید:

$$\frac{\mathbf{L}^T \mathbf{s}(k) \mathbf{s}^T(k)}{\|\mathbf{L}\| \|\mathbf{s}(k)\|^2} \left( (\tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k+1) + \boldsymbol{\lambda} \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \right) \quad (27)$$

$$\leq \frac{\mathbf{L}^T \mathbf{s}(k) \mathbf{s}^T(k)}{\|\mathbf{L}\| \|\mathbf{s}(k)\|^2} \mathbf{d}(k)$$

اگر اندازه دو طرف نامساوی (۲۷) محاسبه شود آنگاه نتیجه می‌شود:

$$\frac{\|\mathbf{L}^T\| \|\mathbf{s}(k)\|^2 \left\| (\tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k+1) + \boldsymbol{\lambda} \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \right\|}{\|\mathbf{L}\| \|\mathbf{s}(k)\|^2} \quad (28)$$

$$\leq \frac{\|\mathbf{L}^T\| \|\mathbf{s}(k)\|^2}{\|\mathbf{L}\| \|\mathbf{s}(k)\|^2} \|\mathbf{d}(k)\|$$

با استفاده از قواعد ریاضی موجود برای نرم‌ها، شرط پایداری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left\| (\tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k+1) + \boldsymbol{\lambda} \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \right\| \leq \|\mathbf{d}(k)\| \quad (29)$$

با برآورده شدن شرط (۲۹) تفاضل مرتبه اول تابع لیاپانوف منفی نیمه معین و در نتیجه سیستم حلقه بسته پایدار خواهد بود. □

**قضیه فرعی ۱:** اگر سیستم حلقه بسته پایدار باشد، آنگاه سطح لغزش به سمت صفر همگرا شده و در نتیجه درایه‌های ماتریس PJM و ضریب کلیدزنی نیز کراندار خواهند بود.

**اثبات:** با توجه به پایداری سیستم حلقه بسته در قضیه ۱، خطای حالت دائم سیستم حلقه بسته به سمت صفر همگرا می‌شود  $(\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0})$ . لذا سطح لغزش مرتبه اول نیز به سمت صفر همگرا خواهد شد (یعنی  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{s}(k) \rightarrow \mathbf{0}$ ). با فرض  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{s}(k-1) \rightarrow \mathbf{0}$ ، نتیجه زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \boldsymbol{\sigma}(k) &= \lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\mu} \mathbf{s}(k-1)) \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\mu} \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{s}(k-1) \\ &= \frac{\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{s}(k) \rightarrow \mathbf{0}}{\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{s}(k-1) \rightarrow \mathbf{0}} \lim_{k \rightarrow \infty} \boldsymbol{\sigma}(k) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (30)$$

در نتیجه سطح لغزش به سمت صفر همگرا می‌شود. با توجه به همگرایی سطح لغزش مرتبه اول به سمت صفر و با توجه به قوانین تطبیق (۱۶) و (۱۷) دو نتیجه کلیدی زیر نیز به دست خواهند آمد:

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) + 2\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{s}(k) \xrightarrow{\mathbf{s}(k) \rightarrow \mathbf{0}} \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k) \rightarrow \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \boldsymbol{\mu}) \mathbf{s}(k) \\ &+ \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \boldsymbol{\mu})^T (\mathbf{I} + \boldsymbol{\mu}) \mathbf{s}(k) \\ &+ \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k) \boldsymbol{\Pi} \Delta \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) \\ &+ \frac{1}{2} (\hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k+1) - \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k))^T \boldsymbol{\Pi} \Delta \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) \\ &- \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k) (\tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T \mathbf{s}(k) \\ &- \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k) \boldsymbol{\lambda} \mathbf{s}(k) \\ &+ \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1) \boldsymbol{\Gamma} \Delta \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \\ &+ \frac{1}{2} (\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k) - \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1)) \boldsymbol{\Gamma} \Delta \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \\ &- \mathbf{s}^T(k) \mathbf{d}(k) \end{aligned} \quad (22)$$

با ساده‌سازی رابطه (۲۲) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} - \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\mu}) \mathbf{s}(k) \\ &+ \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k) \boldsymbol{\Pi} \Delta \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) + \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k+1) \boldsymbol{\Pi} \Delta \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) \\ &- \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k) \tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)) \mathbf{s}(k) \\ &- \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k) \boldsymbol{\lambda} \mathbf{s}(k) \\ &+ \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1) \boldsymbol{\Gamma} \Delta \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \\ &+ \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k) \boldsymbol{\Gamma} \Delta \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) - \mathbf{s}^T(k) \mathbf{d}(k) \end{aligned} \quad (23)$$

رابطه (۲۳) به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} - \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\mu}) \mathbf{s}(k) \\ &+ \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k) \boldsymbol{\Pi} \left( \begin{array}{c} \Delta \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) \\ -\boldsymbol{\Pi}^{-1} \tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)) \mathbf{s}(k) \end{array} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k+1) \boldsymbol{\Pi} \Delta \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k) \\ &+ \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1) \boldsymbol{\Gamma} \Delta \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \\ &+ \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k) \boldsymbol{\Gamma} \left( \begin{array}{c} \frac{1}{2} \Delta \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) \\ -\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{s}(k) \end{array} \right) - \mathbf{s}^T(k) \mathbf{d}(k) \end{aligned} \quad (24)$$

با جایگذاری قوانین تطبیق (۱۶) و (۱۷) در رابطه (۲۴) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} - \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\mu}) \mathbf{s}(k) \\ &+ \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^T(k+1) \tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)) \mathbf{s}(k) \\ &+ \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1) \boldsymbol{\lambda} \mathbf{s}(k) \\ &- \mathbf{s}^T(k) \mathbf{d}(k) \end{aligned} \quad (25)$$

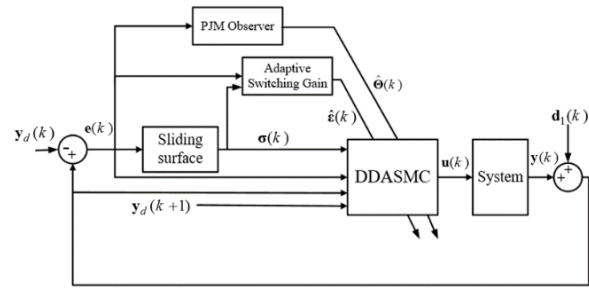
حال اگر فرض شود  $\|\boldsymbol{\mu}\| \leq 1$ ، آنگاه جمله اول معادله (۲۵) منفی نیمه معین خواهد بود. در نتیجه، شرط منفی نیمه معین بودن تابع لیاپانوف به شکل زیر است:

$$\left( \mathbf{s}^T(k) (\tanh(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T \hat{\boldsymbol{\epsilon}}(k+1) + \mathbf{s}^T(k) \boldsymbol{\lambda} \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) - \mathbf{s}^T(k) \mathbf{d}(k) \right) \leq 0 \quad (26)$$

با توجه به رابطه (۲۶) می‌توان گفت سطح لغزش می‌تواند به صفر همگرا شود. همچنین، اگر دو طرف رابطه (۲۶) از سمت چپ در عبارت مثبت و

اسکالر  $\frac{\mathbf{L}^T \mathbf{s}(k)}{\|\mathbf{L}\| \|\mathbf{s}(k)\|^2}$  که در آن

۲. تعیین مقادیر اولیه مثبت برای بردارهای  $\varepsilon(k)$ ،  $\Theta(k)$  و  $\lambda$  به طوری که شرط (۲۹) برقرار باشد.
  ۳. تعیین ماتریس‌های مثبت معین  $\Gamma$ ،  $\Pi$  و  $\alpha$  که در اختیار طراح هستند
  ۴. تعیین ماتریس مثبت معین  $\mu$  به طوری که شرط  $\|\mu\|^2 \leq 1$  برآورده شود
  ۵. محاسبه سطح لغزش مرتبه اول مطابق رابطه (۷)
  ۶. تخمین درایه‌های PJM به کمک رابطه (۱۶)
  ۷. تخمین ضریب کلیدزنی به کمک قانون تطبیق (۱۷)
  ۸. محاسبه سیگنال کنترل به کمک رابطه (۱۵)
- تکرار گام‌های ۵ تا ۸ به کمک داده‌های اندازه‌گیری شده از سیستم

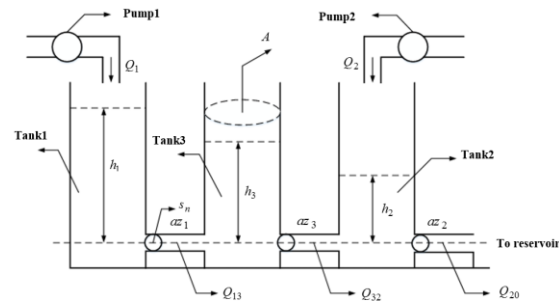


شکل ۱. بلوک دیاگرام کنترل کننده پیشنهادی

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

به منظور نشان دادن عملکرد کنترل کننده پیشنهادی از سیستم سه تانک استفاده می‌شود. با توجه به این موضوع که بهتر است کنترل کننده‌های داده‌محور بر روی مدل‌های واقعی پیاده‌سازی شوند، لذا در این بخش برای مقاصد شبیه‌سازی و تولید داده‌های مورد نظر مدل اولیه‌ای از سیستم سه تانک ارائه می‌شود. معادلات دینامیکی سیستم سه تانک عبارت است از [۱]:

معادلات دینامیکی سیستم سه تانک عبارت است از [۱]:



شکل ۲. شماتیک سیستم سه تانک [۱]

$$\begin{cases} A \frac{dh_1}{dt} = Q_1 - Q_{13} \\ A \frac{dh_3}{dt} = Q_{13} - Q_{32} \\ A \frac{dh_2}{dt} = Q_2 + Q_{32} - Q_{20} \\ Q_{13} = \alpha_1 S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) (2g |h_1 - h_3|)^{1/2} \\ Q_{32} = \alpha_3 S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) (2g |h_3 - h_2|)^{1/2} \\ Q_{20} = \alpha_2 S_n (2gh_2)^{1/2} \end{cases} \quad (31)$$

که در این معادلات  $Q_{13}$  نرخ جریان از تانک ۱ به ۳،  $Q_{20}$  نرخ جریان از تانک ۲ به سمت مخزن،  $Q_{32}$  نرخ جریان از تانک ۳ به ۲،  $h_1$ ،  $h_2$ ،  $h_3$  به ترتیب ارتفاع مایع در تانک‌های ۱، ۲ و ۳،  $Q_1$  و  $Q_2$  به ترتیب نرخ‌های جریان در پمپ‌های ۱ و ۲، و  $\alpha_i$  ( $i=1, \dots, 3$ ) ضرایب جریان خروجی تانک‌ها،  $S_n = 0.5 \text{ cm}^2$  سطح مقطع بین اتصالات،  $A = 154 \text{ cm}^2$  سطح مقطع تانک‌ها و  $g = 981 \text{ cm/s}^2$  شتاب گرانش است. در این معادلات، ورودی‌های این سیستم  $Q_1$  و  $Q_2$  (برحسب سانتی‌متر مکعب بر ثانیه) و خروجی‌ها  $h_1$  و  $h_2$  (برحسب متر) در نظر گرفته شده‌اند. زمان نمونه برداری ۱ ثانیه است و شبیه‌سازی برای مدت ۱۵۰۰ ثانیه اجرا می‌گردد. هدف از طراحی کنترل کننده برای این سیستم، ردیابی مسیرهای مرجع برای دو خروجی  $h_1$  و  $h_2$  است. بنابراین،  $h_3$  به عنوان دینامیک داخلی در نظر گرفته می‌شود. خروجی‌های دلخواه به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}(k+1) &= \hat{\varepsilon}(k) + 2\Pi^{-1} \tanh(\alpha\sigma^T(k))s(k) \\ &\xrightarrow{s(k) \rightarrow 0} \hat{\varepsilon}(k+1) \rightarrow \hat{\varepsilon}(k) \end{aligned} \quad (32)$$

در نتیجه درایه‌های ماتریس PJM و همچنین ضریب کلیدزنی کراندار هستند.

**توجه ۳:** با توجه به سیگنال کنترل (۱۵) بایستی گفت مقادیر بزرگ برای  $\hat{\Theta}$  و  $\hat{\varepsilon}$  در شرط (۲۹) مورد پذیرش نخواهند بود. زیرا مقدار بزرگ  $\hat{\Theta}$  منجر به کوچک شدن سیگنال کنترلی خواهد شد که این موضوع باعث کاهش توانایی ردیابی مطلوب می‌گردد. همچنین، چنانچه مقدار  $\hat{\varepsilon}$  نیز مقداری بزرگ باشد، آنگاه چترینگ افزایش می‌یابد. چنانچه،  $\lambda$  کوچک و  $\hat{\Theta}$  بزرگ باشد، آنگاه سرعت همگرایی کاهش می‌یابد. زیرا جمله اول در قانون کلیدزنی (۱۴) بر روی سرعت همگرایی موثر است. لذا با توجه به قضیه فرعی ۱ و فرض ۴، بایستی مقادیر اولیه درایه‌های بردارهای  $\hat{\Theta}$  و  $\hat{\varepsilon}$  که در اختیار طراح هستند، با علامت مثبت و متناسب با سیستم مورد مطالعه (نه بزرگ و نه کوچک) انتخاب شوند، تا هم پایداری تضمین شود و هم توانایی کنترل کننده در دفع اغتشاش و کاهش چترینگ افزایش یابد. سپس، مقدار  $\lambda$  به گونه‌ای تعیین شود که شرط (۲۹) برقرار باشد.

بلوک دیاگرام کنترل کننده طراحی شده در شکل ۱ نشان داده شده است. الگوریتم کنترل کننده پیشنهادی به صورت زیر است:

۱. تعیین مقادیر اولیه برای  $\mathbf{u}_{eq}(k)$ ،  $\mathbf{u}_{dis}(k)$ ،  $\mathbf{s}(k)$  و  $\mathbf{y}(k)$



$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.03 \end{bmatrix}, \varepsilon = 0.9, T = 1$$

$$q_1(1) = q_1(2) = 0$$

$$q_2(1) = q_2(2) = 0$$

$$h_1(1) = h_1(2) = h_1(3) = 0$$

$$h_2(1) = h_2(2) = h_2(3) = 0$$

$$h_3(1) = h_3(2) = h_3(3) = 0$$

نتایج به دست آمده در شکل های ۳ تا ۸ نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است، در زمان‌هایی که اغتشاش و نامعینی پارامتری رخ داده‌است، کنترل‌کننده DDASMC در مدت زمان کمتری به مقدار مطلوب بازگشته است و این مورد ناشی از تطبیقی بودن ضریب کلیدزنی است که منجر به عملکرد بهتر و سریعتر شده است. همچنین، همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد، عملکرد دفع اغتشاش در کنترل‌کننده پیشنهادی مطلوب‌تر است و در مدت زمان به نسبت کمتری در مقایسه با کنترل‌کننده دیگر به مسیر مطلوب بازگشته است. همچنین، کنترل‌کننده پیشنهادی در مقایسه با کنترل‌کننده MFASMC دارای پاسخ‌های گذرای بهتر و عملکرد ردیابی مناسب‌تری (در نواحی که تغییر سطح مطلوب به صورت پله رخ داده) می‌باشد. با توجه به شکل ۴ می‌توان گفت عملکرد کنترل‌کننده DDASMC در کاهش پدیده چترینگ در سیگنال کنترل بسیار مطلوب عمل کرده‌است. این درحالی است که کنترل‌کننده MFASMC برای آن‌که بتواند چترینگ را کاهش دهد، نیازمند ضریب تضعیف  $\Gamma$  است و چنانچه درایه‌های این ضریب تضعیف به مقدار یک نزدیک شود، عملکرد ردیابی به شدت ضعیف خواهد شد.

شکل ۵ نمودار ضرایب کلیدزنی تطبیقی در روش پیشنهادی این مقاله را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، در زمان رخ دادن نامعینی‌ها و اغتشاش پله، عملکرد تطبیقی مناسبی صورت گرفته‌است. این عملکرد مناسب منجر به ردیابی بهتر و کاهش زمان همگرایی خروجی سیستم به خروجی مطلوب در زمان رخ دادن اغتشاش پله و نامعینی‌های پارامتری شده‌است. همچنین، یکی دیگر از مشکلاتی که در رابطه با کنترل‌کننده‌های داده‌محور پیشین وجود دارد، تکیه شدن سیگنال کنترل در اثر همگرایی به صفر درایه‌های روی قطر اصلی PJM است. این مشکل به دلیل استفاده از قانون تطبیق نامناسب رخ می‌دهد، که در این مقاله اصلاح شده است.

همان‌طور که در شکل ۶ (آ) مشاهده می‌شود، با توجه به پایداری سیستم حلقه بسته پارامترهای این ماتریس هیچگاه منفی نمی‌شود. اما همان‌طور که در شکل ۶ (ب) مشخص است، در کنترل‌کننده [۵]، مقادیر تخمین زده شده در ابتدای عملکرد سیستم و در حالت گذرا منفی می‌شوند. شایان ذکر است که در کنترل‌کننده MFASMC (همچون سایر مراجع) از روش مرجع [۱۵] برای به دست آوردن قانون تطبیق PJM استفاده شده است. همچنین،

$$h_{d1}(k) = \begin{cases} 0.35 & k < 500 \\ 0.5 & 500 \leq k < 1000 \\ 0.3 & 1000 \leq k \leq 1500 \end{cases} \quad (32)$$

$$h_{d2}(k) = \begin{cases} 0.2 & k < 300 \\ 0.3 & 300 \leq k < 700 \\ 0.25 & 700 \leq k < 1200 \\ 0.2 & 1200 \leq k \leq 1500 \end{cases}$$

همچنین نامعینی پارامتری برای ضریب جریان خروجی تانک‌ها با

در نظر گرفتن  $az_3 = 1$  به صورت زیر لحاظ شده‌اند [۱]:

$$az_1 = \begin{cases} 0.9 & k \leq 300 \\ 0.7 & k > 300 \end{cases} \quad (33)$$

$$az_2 = \begin{cases} 0.7 & k \leq 800 \\ 0.9 & k > 800 \end{cases}$$

به منظور نشان دادن عملکرد بهتر روش پیشنهادی با روش‌های موجود، مقایسه با روش مرجع [۵] انجام خواهد گرفت که از دسته کنترل‌کننده‌های مدل‌غزشی داده‌محور است. در ادامه، روش ارائه شده در [۵] با اختصار  $DDASMC^1$  و روش پیشنهادی در این مقاله با اختصار  $DDASMC^2$  نشان داده می‌شود. در مرجع [۵]، ضریب کلیدزنی به صورت تطبیقی در نظر گرفته نشده است. علاوه بر آن، از قانون تطبیقی که در مرجع [۱۶] ارائه شده، برای تخمین درایه‌های PJM استفاده شده است. مضافاً این‌که، روش مرجع [۵] بسیار پیچیده‌تر از روش پیشنهادی در این مقاله است. به منظور بررسی مقاومت کنترل‌کننده پیشنهادی، اغتشاش خارجی از نوع پله با دامنه  $0.06$  متر در لحظه  $900$  ثانیه به تانک‌ها اعمال می‌گردد. مقادیر مورد استفاده در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی برابراند با

$$\Pi = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$\Theta(1) = \Theta(2) = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.15 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \varepsilon(1) = \varepsilon(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} q_1(1) = q_1(2) = 0 \\ q_2(1) = q_2(2) = 0 \end{cases} \begin{cases} h_1(1) = h_1(2) = 0 \\ h_2(1) = h_2(2) = 0, \\ h_3(1) = h_3(2) = 0 \end{cases}$$

و برای کنترل‌کننده مرجع [۵] عبارتند از

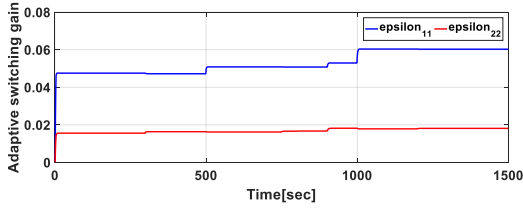
$$\mu = 0.84, \eta = 0.9, q = 0.94, \lambda = 0.0001, \rho = 1$$

$$\hat{\Phi}_{11}(1) = \hat{\Phi}_{11}(2) = \hat{\Phi}_{11}(3) = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.15 \end{bmatrix}$$

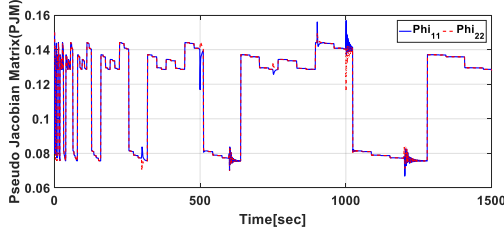
$$\hat{\Phi}_{22}(1) = \hat{\Phi}_{22}(2) = \hat{\Phi}_{22}(3) = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.15 \end{bmatrix}$$

<sup>1</sup> Model-Free Adaptive Sliding-Mode Controller

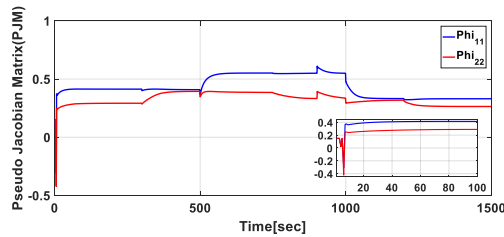
<sup>2</sup> Data-Driven Adaptive Sliding-Mode Controller



شکل ۵. ضرایب کلیدزنی تطبیقی

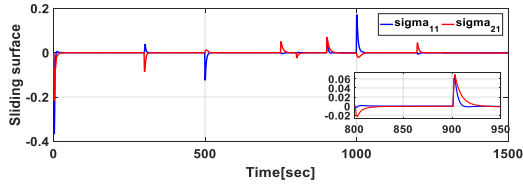


(آ)

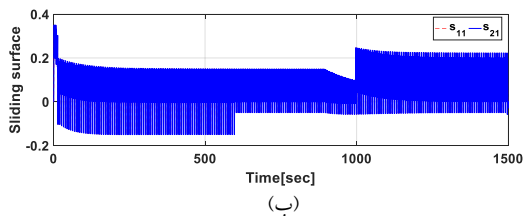


(ب)

شکل ۶. درایه‌های ماتریس شبه ژاکوبی (آ) کنترل کننده DDASMC (ب) کنترل کننده MFASMC در مرجع [۵]

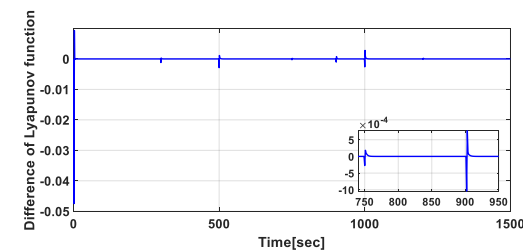


(آ)



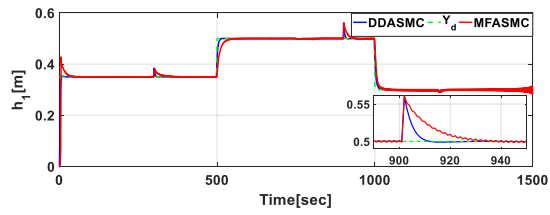
(ب)

شکل ۷. سطح لغزش (آ) کنترل کننده DDASMC پیشنهادی، (ب) کنترل کننده MFASMC در مرجع [۵]

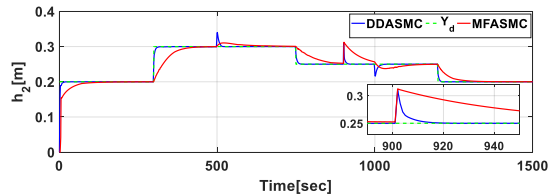


شکل ۸. تفاضل مرتبه اول تابع لیاپانوف

باتوجه به شکل ۶ (ب) می‌توان ادعا کرد در روش مرجع [۵]، چنانچه تنظیمات کنترل کننده به خوبی انجام نشود و یا مقادیر اولیه مناسب برای PJM انتخاب نشوند، آنگاه قانون تطبیق می‌تواند منجر به ناپایداری سیستم حلقه بسته گردد. درحالی که در قانون تطبیق پیشنهادی در این مقاله، اگر مقدار اولیه PJM مثبت انتخاب شود، دیگر نگرانی در مورد صفر یا منفی شدن درایه‌های PJM وجود ندارد. همچنین، در اکثر مراجع، در محاسبه سیگنال کنترل (۱۵)، از ضریب  $(\Phi(k) + \omega)^{-1}$  به جای  $\Phi(k)^{-1}$  استفاده می‌شود، که در آن ماتریس مثبت معین  $\omega$  از تکیه شدن سیگنال کنترل جلوگیری می‌کند. دلیل این مورد که در شکل ۶ (ب) درایه‌های PJM صفر می‌شوند، اما سیگنال کنترل تکیه نمی‌شود، استفاده از ماتریس  $\omega$  است، در حالی که، در این مقاله، ماتریس  $\omega$  حذف شده است.

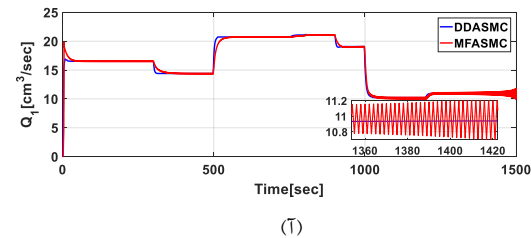


(آ)

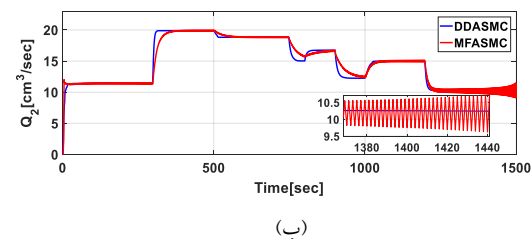


(ب)

شکل ۹. خروجی‌های سیستم سه تانک (آ) خروجی تانک شماره ۱ (ب) خروجی تانک شماره ۲



(آ)



(ب)

شکل ۱۰. سیگنال‌های کنترلی (آ) نرخ جریان ورودی به تانک شماره ۱، (ب) نرخ جریان ورودی به تانک شماره ۲

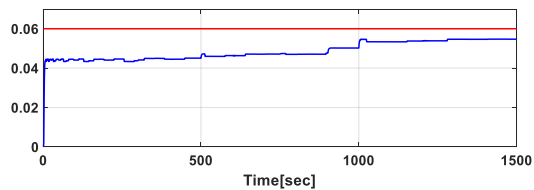
پایداری برای آن چنانچه مقدار اولیه مثبت و غیر صفر (حتی نزدیک به صفر) برای درایه‌های ماتریس شبه ژاکوبی انتخاب شود، آنگاه با همگرایی سطح لغزش به سمت صفر، دیگر این درایه‌ها منفی و صفر نخواهند شد. نتیجه اصلی این نوآوری جلوگیری از تکین شدن سیگنال کنترلی است. همچنین، به کمک قانون تخمین جدید برای پارامترهای ماتریس شبه ژاکوبی، یک مرحله (یعنی بخش مربوط به اثبات کران‌داری درایه‌های ماتریس شبه ژاکوبی) از اثبات‌های پایداری متداول برای کنترل‌کننده‌های داده‌محور کاهش یافت. در ادامه، به عنوان نوآوری دیگر، ضریب کلیدزنی به صورت تطبیقی ارائه شد که توانایی دفع اغتشاش و کاهش چترینگ که در تناقض با یکدیگر می‌باشند، را به طور همزمان فراهم کرد. همچنین، وابستگی طراحی قانون رسیدن به مدل ریاضی سیستم حذف شد.

## مراجع

- [1] Weng. Y and Gao .X , 2017, "Adaptive sliding mode decoupling control with data-driven sliding surface for unknown MIMO nonlinear discrete systems," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 36, no. 3, pp. 969-997.
- [2] Weng. Y and Gao .X , 2017, "Data-driven sliding mode control of unknown MIMO nonlinear discrete-time systems with moving PID sliding surface," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 354, no. 15, pp. 6463-6502.
- [3] Gao. H, Ma .G, Lv. Y, and Guo. Y, 2019, "Forecasting-based data-driven model-free adaptive sliding mode attitude control of combined spacecraft," *Aerospace Science and Technology*, vol. 86, pp. 364-374.
- [4] Xu. D, Song. X, Jiang. B, Yang. W, and Yan. W , 2019, "Data-driven sliding mode control for MIMO systems and its application on linear induction motors," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 17, no. 7, pp. 1717-1725.
- [5] Wang. Li. X, Wang. J, Fang. X, and Zhu. X, 2016, "Data-driven model-free adaptive sliding mode control for the multi degree-of-freedom robotic exoskeleton," *Information Sciences*, vol. 327, pp. 246-257.
- [6] Chen. X, Li. D, Wang. P, Yang. X, and Li. H, 2020, "Model-free adaptive sliding mode robust control with neural network estimator for the multi-degree-of-freedom robotic exoskeleton," *Complexity*, vol. 2020.
- [7] Wang. R, Wei. Y, and Chi. R, 2020, "Enhanced data-driven optimal iterative learning control for nonlinear non-affine discrete-time systems with iterative sliding-mode surface," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 42, no. 11, pp. 1923-1934.

جدول ۳: مقدار انتگرال قدر مطلق خطا برای دو کنترل‌کننده

کنترل‌کننده	مقدار IAE برای $h_1$	مقدار IAE برای $h_2$
DDASMC	1.8961	2.0022
MFASMC	138.4482	140.6280



شکل ۹. بررسی شرط پایداری (۲۹)

باتوجه به شکل ۷، می‌توان گفت که عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در کاهش چترینگ، در مقایسه با کنترل‌کننده مرجع [۵]، بسیار مطلوب است. همچنین زمان‌هایی که قانون لغزش نقض می‌گردد، در مدت زمان کوتاهی جبران می‌شود، که این مورد نتیجه طراحی تطبیقی ضریب کلیدزنی است. در شکل ۸ نیز به وضوح دیده می‌شود چنانچه از قوانین تطبیق بیان شده استفاده شود، آنگاه تفاضل مرتبه اول تابع لیاپانوف منفی نیمه معین باقی می‌ماند. البته، در زمان‌های اعمال نامعینی و اغتشاش خارجی برای مدت کوتاهی شرط پایداری نقض می‌شود؛ اما با توجه به طراحی تطبیقی ضریب کلیدزنی، پایداری سیستم حلقه‌بسته سریعاً برقرار می‌شود. همچنین، شکل ۹ نشان می‌دهد که در طول عملکرد سیستم، شرط (۲۸) همواره برقرار بوده است. به عبارت دیگر، باتوجه به کران بالای اغتشاش اعمال شده که برابر  $0.06$  متر است (خط قرمز رنگ)، مقدار  $\hat{\mathbf{e}}(k+1) + \lambda \hat{\mathbf{e}}(k) - (\tanh(\mathbf{u}^T(k)))^T \hat{\mathbf{e}}(k)$  (خط آبی رنگ) همواره کوچکتر از این کران باقی می‌ماند.

برای مقایسه مناسب بین کنترل‌کننده‌های اجرا شده، از معیار انتگرال قدر مطلق خطا (IAE<sup>۱</sup>) استفاده می‌شود که برابر است با

$$IAE = \sum_{k=1}^{1500} |e(k)| \quad (34)$$

جدول ۳ مقادیر محاسبه شده IAE برای دو کنترل‌کننده به تفکیک خروجی‌ها نشان می‌دهد. این جدول، تفاوت چشمگیر دو روش و تاثیر ضریب کلیدزنی تطبیقی در کاهش چترینگ سطح لغزش مرتبه اول (خطا) را به خوبی نشان می‌دهد.

## ۸- نتیجه گیری

در این مقاله، الگوریتم تطبیق جدیدی مبتنی بر نظریه لیاپانوف برای پارامترهای ماتریس شبه ژاکوبی در کنترل‌کننده مدل‌گزشی داده‌محور ارائه گردید. این نوآوری منجر به کاهش محافظه‌کاری‌ها در انتخاب مقادیر اولیه برای PJM شد. همچنین، کاهش تعداد فرضیات منطقی در رابطه با غالب قطری بودن ماتریس شبه ژاکوبی و مثبت بودن علامت آن از دیگر نتایج مفید این نوآوری است. زیرا با قانون تطبیق جدید و ارائه اثبات

<sup>۱</sup> Integral of Absolut Error

- [8] Zhao. K, Yin. T, Zhang. C, He. J, Li. X, Chen. Y, R. Zhou, Leng. A, 2019, "Robust model-free nonsingular terminal sliding mode control for PMSM demagnetization fault," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 15737-15748.
- [9] Liu. M, Zhao. Z, and Hao. L, 2021, "Data-driven sliding mode control of shape memory alloy actuators with prescribed performance," *Smart Materials and Structures*, vol. 30, no. 6, p. 065012.
- [10] Liu. D and Yang .G.-H, 2017, "Data-driven adaptive sliding mode control of nonlinear discrete-time systems with prescribed performance," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 49, no. 12, pp. 2598-2604.
- [11] Liu. D and Yang .G.-H, 2018, "Performance-based data-driven model-free adaptive sliding mode control for a class of discrete-time nonlinear processes," *Journal of Process Control*, vol. 68, pp. 186-194.
- [12] Liu. D and Yang .G.-H, 2018, "Prescribed performance model-free adaptive integral sliding mode control for discrete-time nonlinear systems," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 30, no. 7, pp. 2222-2230.
- [13] Hou. M and Wang. Y, 2021, "Data-driven adaptive terminal sliding mode control with prescribed performance," *Asian Journal of Control*, vol. 23, no. 2, pp. 774-785.
- [14] Zhang. W, Xu. D, Jiang. B, and Pan. T, 2021, "Prescribed performance based model-free adaptive sliding mode constrained control for a class of nonlinear systems," *Information Sciences*, vol. 544, pp. 97-116.
- [15] Wang. Y, Hou. M, 2019, "Model-free adaptive integral terminal sliding mode predictive control for a class of discrete-time nonlinear systems," *ISA transactions*, vol. 93, pp.209-217.
- [16] Hou. Z and Jin. S, *Model Free Adaptive Control: Theory and Applications*. CRC press, Boca Raton, 2019.