



افزایش زمان بحرانی سیستمهای غیر خطی بوسیله گسترش جهت دار ناحیه جذب

ریحانه کاردھی مقدم^۱، ناصر پریز^۲، حسن مدیر شانه چی^۳، علی وحیدیان کامیاد^۴

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد، rkardehi_moghaddam@yahoo.com

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، n-pariz@ferdowsi.um.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه ایلینویز، shanechi@iit.edu

^۴ استاد، دانشکده ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، kamyad@math.um.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۱۱/۳۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۴/۳۰)

چکیده: در این مقاله ایده جدید گسترش جهت دار ناحیه جذب برای افزایش زمان بحرانی سیستم های غیر خطی ارایه می شود. برای محاسبه مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی گسترش دهنده ناحیه جذب، از تئوری اندازه استفاده کرده ایم. بوسیله این روش می توان مسئله بهینه سازی غیر خطی گسترش جهت دار ناحیه جذب را به یک مسئله بهینه سازی خطی با ساختار استاندارد تبدیل کرد. در این مقاله ابتدا راستای خروج مسیر حالت سیستم از حوزه جذب نقطه تعادل مورد نظر به عنوان جهت بحرانی در نظر گرفته می شود و سپس پارامترهای کنترلی سیستم به گونه ای تعیین می شوند که ناحیه جذب در این راستا بیشترین گستردگی را داشته باشد. در بخش شیوه سازی روش ارایه شده جهت افزایش زمان بحرانی یک سیستم قدرت چهار ماشینه - پنج خط اعمال شده است.

کلمات کلیدی: گسترش جهت دار ناحیه جذب، تئوری اندازه، بهینه سازی، افزایش زمان بحرانی، سیستم قدرت

Using Directional Enlargement of Domain of Attraction to Increase Critical Clearing Time of Nonlinear Systems

Reihaneh Kardehi Moghaddam, Naser Pariz, Hasan Modir Shanechi, Ali Vahidian Kamyad

Abstract: In this work we use directional enlargement of domain of attraction to increase critical clearing time of nonlinear systems. To find the optimal control parameters, we use measure theory which converts the enlargement problem to a linear programming problem. At first step we find the critical directions of system, along them the system instability happens. After that we find optimal controlling parameters to extend domain of attraction along directions of interest. The efficiency of the proposed method is verified in simulation part for increasing critical clearing time of a power system with four machines.

Keywords: DA enlargement, measure theory, optimization, increasing critical clearing time, power systems

پایداری سیستم را تهدید نمی کند و عموماً به صورت سیستماتیک اثر آن رفع می شود. اما در سیستمهای با ناحیه جذب محدود، افزایش زمان مجاز رفع اختلال بسیار مهم است. در اکثر مراجعی که تاکنون به این مسئله پرداخته اند [۱ تا ۴]، ناحیه جذب در همه جهات وسعت یافته است و روشی برای تغییر شکل دلخواه آن ارائه نشده است. هدف این مقاله

- مقدمه

توسیع ناحیه جذب یک سیستم غیر خطی بوسیله تعیین مقادیر مناسب پارامترهای کنترلی یا طراحی کنترل کننده بهینه از دیرباز مورد توجه طراحان بوده است. در سیستمهای با ناحیه جذب همه جایی، بروز اختلال،

$$\begin{aligned}f(0, \alpha, t) &= 0 \\x(t=0) &= x_0\end{aligned}$$

که در آن α بردار پارامتر کنترلی قابل تنظیم است و فرض می شود مقدار آن بر نقطه تعادل سیستم که در اینجا صفر است بی تاثیر است. همچنین x و x_0 به ترتیب بردار حالت و مقدار اولیه آن را نشان می دهد. فرض کنید $x(x_0, \alpha_0, t)$ پاسخ منحصر بفرد سیستم برای شرایط اولیه x_0 و α_0 باشد.

تعریف ۱: پایداری

الف- نقطه تعادل پایدار است هر گاه به ازای هر $\epsilon > 0$ وجود داشته باشد $0 < \delta(\epsilon)$ به گونه ای

$$\|x_0\| < \delta \Rightarrow \|x(x_0, \alpha_0, t)\| < \epsilon \quad \forall t \geq 0$$

ب- نقطه تعادل نایابدار است هر گاه پایدار نباشد.

ج- نقطه تعادل پایدار مجانبی است هر گاه پایدار باشد و مقدار محدودی مانند $c > 0$ وجود داشته باشد به صورتی که

$$\|x_0\| < c \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(x_0, \alpha_0, t) = 0$$

تعریف ۲: ناحیه جذب [۱۲]

ناحیه جذب نقطه تعادل در سیستم فوق، مکان هندسی نقاطی از فضای حالت است که چنانچه سیستم از آن نقاط رها شود با گذشت زمان به نقطه تعادل می کند.

$$DA = \{x_0 \mid x_0 \in D, \lim_{t \rightarrow \infty} x(x_0, \alpha_0, t) = 0\} \quad (2)$$

تعریف ۳: راستای خروج

راستای خروج بردار نرمایی است در جهت برداری که نقطه تعادل سیستم را به محل برخورد مسیر حالت سیستم مختلف شده با مرز ناحیه جذب سیستم بدون اختلال، متصل می کند.

تعریف ۴: مجموعه فشرده

(بر اساس قضیه هاین بورل^۷) یک زیر مجموعه از فضای اقلیدسی را فشرده^۸ گویند اگر و فقط اگر بسته و کراندار باشد [۱۳].

تعریف ۵:تابع محمل فشرده

تابع $R \rightarrow X : h$ را محمل فشرده^۹ گویند هر گاه بستار محمل آن یعنی بستار مجموعه $\{x : h(x) \neq 0\}$ فشرده باشد [۱۳].

تعریف ۶: فضای هاسدورف

فضای توپولوژیک X هاسدورف^{۱۰} نامیده می شود هر گاه برای هر دو نقطه دلخواه از آن مانند $x, y \in X$ همسایگی های U و V از y وجود داشته باشد که جدا از هم باشند یا به عبارتی در رابطه $U \cap V = \emptyset$ صدق کنند [۱۳] یا [۱۷].

افزایش بهینه ناحیه جذب در راستاهای بحرانی سیستم است که با عنوان توسعه جهت دار مطرح شده است. گسترش جهت دار در مقایسه با روشهای مبتنی بر توسعه کلی ناحیه جذب، دارای مزایای همچون صرف هزینه کنترلی کمتر، تعیین ساده تر و سریعتر مقادیر مناسب پارامترهای کنترلی و قابلیت کاربرد در جهت افزایش زمان بحرانی است که به تفصیل در بخش شیوه سازی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

با توجه به کاربرد وسیع سیستمهای قدرت، تحلیل دینامیکی این سیستمهای و بررسی پایداری آنها در هنگام ایجاد خطأ و پس از رفع خطأ از اهمیت ویژه ای برخوردار است. یکی از رویکردهای بررسی سیستمهای قدرت، تحلیل پایداری سیستم پس از خطأ^۱ از طریق تعیین ناحیه جذب و یا محاسبه زمان بحرانی رفع خطأ^۲ می باشد. تحلیل زمان بحرانی رفع خطأ در منابع و مقالاتی که به تحلیل سیستم های قدرت پرداخته اند از دو دیدگاه مورد توجه قرار گرفته است. دسته ای از این مراجع به ارائه روشهای ای دیگر روشهایی برای افزایش زمان بحرانی ارائه شده است [۶ و ۷]. زمان بحرانی، حداقل مدت زمان بعد از بروز خطأ است که اگر خطأ قبل از آن مدت برطرف شود سیستم همچنان پایدار باقی می ماند [۸]. بنابراین افزایش زمان بحرانی، در حقیقت افزایش زمان بحرانی فرست سیستم برای رفع خطأ گامی موثر در تامین اینمی پایداری سیستمهای قدرت می باشد.

روشهای ارائه شده در مقالاتی که به افزایش زمان بحرانی رفع خطأ پرداخته اند، عموماً به دو دسته زیر تقسیک می شوند:

- ۱- روشهای کاهش دهنده طول مسیر سیستم خطأ دار، مانند استفاده از رگولاتورهای ولتاژ سریع^۳، مقاومت های ترمز^۴ و یا دوباره بستن خط^۵.
- ۲- روشهای تعیین کننده مناسب برای گسترش همه جایی ناحیه جذب^۶ پس از خطأ [۹ و ۱۰].

این مقاله شامل پنج بخش است. پس از بیان تعاریف اولیه در بخش دوم، روشی برای تعیین مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی و توسعه جهت دار ناحیه جذب در بخش سوم ارائه شده است و پس از ارائه روش حل مسئله بوسیله تئوری اندازه در بخش چهارم، تاثیر این دستاوردهای افزایش زمان بحرانی سیستمهای قدرت با شیوه سازی یک سیستم ماشینه^۷-خطه در بخش پنجم بررسی شده است.

۲- تعاریف اولیه

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, \alpha, t) \quad f : D \times P \times R^+ \rightarrow R^n \\x &\in D \subseteq R^n, x \in P \subseteq R^l\end{aligned} \quad (1)$$

⁷ - Heine Borel

⁸ - Compact

⁹ - Compact support

¹⁰ - Hausdorff

¹ - Post Fault System

² - Critical Clearing Time

³ - Fast Voltage Regulators

⁴ - Break Resistor

⁵ - Line Reclosing

⁶ - Domain of Attraction

تبديل غیر خطی مناسب، به مسئله ای که همه متغیرها در آن کراندار هستند یا عبارت دیگر به مسئله ای با کران محدود تبدیل می شود و سپس با معروف استفاده از یک نگاشت، مسئله (3) به مسئله ای با قیود انتگرالی تبدیل می شود که آنهم بر اساس قضیه نمایش ریس در فضای اندازه به صورت یک مسئله برنامه ریزی خطی با بعد بینهایت بیان می شود. در نهایت با استفاده از قضایای تقریب در فضای اندازه مسئله برنامه ریزی خطی به مسئله ای با قیود محدود تبدیل می شود که اندازه بهینه صادق در آن بواسطه ترکیبی خطی و محدود از اندازه های انتیک تعیین می شود.

۴-۱- تبدیل مسئله به یک مسئله کران محدود
با توجه به اینکه تئوری اندازه برای حل مسائلی با کران محدود به کار می رود $[1]$ و اینکه تمام متغیرها غیر از زمان در مسئله (3) کراندار هستند، می توان با استفاده از یکتابع یک به یک و پوششی از بازه $[0, \infty)$ به بازه $J = [0,1]$ مانند $\theta = \frac{t}{t+1}$ مسئله را به مسئله کراندار زیر تبدیل نمود:

$$\underset{\alpha \in P}{\text{Maximize}} \quad \gamma$$

$$\text{s.t.: } \dot{y} = g(y, \alpha, \theta); \quad \theta \in J = [0,1] \quad (4)$$

$$y_0 = y(\theta=0) = \gamma e$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 1^-} y(\theta) = 0$$

$$\gamma \geq 0$$

در رابطه فوق y , y , g به صورت زیر تعریف می شوند:

$$y(\theta) = x(t) = x\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) \quad (5)$$

$$g(y, \theta, \alpha) = f(y(\theta), \alpha) \frac{1}{(1-\theta)^2}$$

$$g : D \times P \times J \rightarrow R^n; y \in D; \theta \in J$$

گرچه تبدیل غیر خطی فوق، مسئله نا متغیر با زمان (3) را به مسئله ای وابسته به زمان تبدیل می کند ولی مسئله جدید دارای ساختار استاندارد در تئوری اندازه می باشد و به سادگی قابل حل است.

تعريف ۷: پاسخ قابل قبول

زوج $[w, \alpha] = [y(.), \alpha]$ را پاسخ قابل قبول برای مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب می نامیم هر گاه در شرایط زیر صدق کند:

الف- $(.). y$ مشتق پذیر باشد و در رابطه $\dot{y} = g(y, \alpha, \theta)$ صدق کند.

ب- بردار پارامترهای کنترلی α متعلق به P باشد.

ج- شرط حدی $0 = \lim_{\theta \rightarrow 1^-} y$ برقرار باشد.

د- $w = y(\theta=0) = \gamma e$ و $\gamma \geq 0$ باشد.

با توجه به تعریف سیستم در رابطه (3) ، نقطه $(0, \alpha) = w$ همواره یکی از پاسخ قابل قبول این سیستم است و بنا بر این مجموعه زوچهای قابل قبول W برای کلاسی از سیستمهای غیر خطی که در رابطه (3) صادقند نهی است.

۳- توسعه جهتدار ناحیه جذب

بررسی سیستمهای غیر خطی، از جمله سیستمهای قدرت، نشان می دهد که عموماً انحراف از نقطه تعادل به دلیل بروز خطاهای رایج در سیستم، در جهت خاصی صورت می گیرد. بنابراین شناسایی این راستا و تلاش برای گسترش ناحیه جذب در آن جهت، گامی موثر در دستیابی به کنترل کارآمدتر سیستم با صرف هزینه کمتر است. یکی از کاربردهای توسعه جهتدار ناحیه جذب افزایش زمان بحرانی سیستم های غیر خطی است که در بعض شرایط سازی برای یک سیستم قادر به کار رفته است.

فرض کنید که $e \in R^n$ راستای خروج مسیر حالت سیستم (1) باشد. در این صورت مسئله توسعه جهت دار ناحیه جذب برای افزایش زمان بحرانی عبارت است از تعیین مقدار بهینه بردار پارامترهای کنترلی $\alpha^T = [\alpha_1 \dots \alpha_n]^T$ برای افزایش ناحیه جذب در راستای e .

لم ۱: توسعه جهت دار ناحیه جذب در راستای بردار e را می توان در قالب یک مسئله بهینه سازی به صورت زیر بیان کرد:

$$\underset{\alpha \in P}{\text{Maximize}} \quad \gamma$$

$$\text{s.t.: } \dot{x} = f(x, \alpha, t) \quad f : D \times P \times R^+ \rightarrow R^n \quad (3)$$

$$f(0, \alpha, t) = 0$$

$$x_0 = \gamma e$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(x_0, \alpha, t) = 0$$

$$\gamma \geq 0$$

که در آن D و P بسته و کراندار هستند و تابع f لیپشیتز محلی است.

اثبات:

واضح است که فاصله نقطه شروع مسیر حالت سیستم $(x_0 = \gamma e)$ از نقطه تعادل، $\gamma \|x_0\|$ می باشد لذا با انتخاب α مناسب در حوزه P برای ماکریم کردن γ و تحت شرایط قید شده ، نقطه x_0 دورترین نقطه در راستای e خواهد بود که در حوزه جذب نقطه تعادل قرار خواهد گرفت.

از آنجا که مقدار بدست آمده برای γ نشان دهنده میزان تأثیر بردار کنترلی بر توسعه ناحیه جذب در راستای e است، از این پس آن را ضرب گسترش ناحیه جذب می نامیم.

۴- محاسبه مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی با استفاده از تئوری اندازه

در بعض قبل توسعه جهت دار ناحیه جذب در قالب مسئله بهینه سازی با ساختاری معین (رابطه (3)) بیان گردید که حل آن با استفاده از روش های مرسوم به سادگی امکان پذیر نیست. در این بخش روشی مبتنی بر تئوری اندازه برای حل آن ارائه می گردد.

تئوری اندازه روشنی کارآمد برای حل مسائل بهینه سازی با ساختار غیر خطی یا نا هموار است. در این بخش ابتدا مسئله با استفاده از یک

$$F(y, \alpha, \theta) \in C_c(\Omega), F(y_1, \alpha, \theta) = \begin{cases} 0 & \theta \notin J_\theta \\ h_1(\theta) > 0 & \theta \in J_\theta \end{cases}$$

$$F(y_2, \alpha, \theta) = \begin{cases} 0 & \theta \notin J_\theta \\ h_2(\theta) < 0 & \theta \in J_\theta \end{cases}$$

مسئله (۴) با استفاده از روش‌های کلاسیک به آسانی قابل حل نیست، از طرفی تخمین عددی زوج بهینه مشکل است، بنا بر این در بخش‌های بعد تغییراتی در ساختار مسئله ایجاد می‌شود تا به صورت یک مسئله برنامه ریزی خطی در فضای اندازه بیان گردد.

برای چنین تابعی رابطه زیر برقرار است:

$$\Lambda_{w_1}(F) = \int_J F(w_1, \theta) d\theta = \int_{J_\theta} F(y_1, \alpha, \theta) d\theta > 0$$

$$\Lambda_{w_2}(F) = \int_J F(w_2, \theta) d\theta = \int_{J_\theta} F(y_2, \alpha, \theta) d\theta < 0$$

عبارت فوق هم ارز با رابطه $\Lambda_{w_1} \neq \Lambda_{w_2}$ است.

با توجه به یک به یک بودن نگاشت Λ_w ، از این پس می‌توان پنجای پاسخ قابل قبول در مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب از تابعک خطی هم ارز آن در Λ_w استفاده کرد. بنابراین با تبدیل قیود مسئله به صورت انتگرالی در بخش بعد ساختار کلی مسئله را به شکل انتگرالی تغییر می‌دهیم سپس در بخش ۴-۴ نشان خواهیم داد که بنا به قضیه ریس این انتگرال با یک اندازه بورل منحصر بفرد قابل بیان است.

۳-۴- تبدیل قیود به ساختار انتگرالی

برای تبدیل مسئله (۴) به یک مسئله برنامه ریزی خطی که متغیرهای آن تابعک‌های خطی اند لازم است تابع هدف و قیود به صورت تابعک‌های خطی بیان شوند. با توجه به اینکه تابع هدف در مسئله مذکور تابعک خطی است (مقداری ثابت دارد که به سادگی می‌توان آن را به صورت انتگرالی بیان کرد) کافی است قیود مسئله به شکل تابعک خطی بیان شوند. برای تعیین یک تابعک خطی که تمام قیود را شامل شود، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

همانطور که برای تعیین دقیق تابع $y = f(x)$ به بینهایت نقطه x از دامنه تابع نیاز داریم، برای تعیین تابعک $y = f(x(t))$ نیز به بینهایت تابع $x(t)$ از دامنه تابعک نیاز داریم. بنا بر این در ادامه برای تعیین تابعک خطی مذکور از بی نهایت تابع با ساختار ϕ که به صورت زیر تعریف می‌شود استفاده خواهیم کرد. لازم به ذکر است که ساختار پیشنهاد شده در رابطه (۷) فقط به ساده سازی ساختار انتگرالی (۸) و در نتیجه کاهش محاسبات در روند تعیین تابعک کمک خواهد کرد.

فرض کنید $B \subset D \times P \times J \subset B$ ، یک گوی باز در فضای R^{n+l+1} و همچنین $CD(B)$ فضای همه توابع اسکالار کراندار، مقدار حقیقی و به طور پیوسته مشتق پذیر^۱ روی B باشد. فرض کنید ϕ تابع دلخواه در $CD(B)$ باشد، ϕ^g را که به صورت زیر تعریف می‌شود در نظر می‌گیریم.

۲-۴- نگاشت خطی $I(\Lambda_w)$ و تابعک خطی Λ_w

ایده اصلی جهت حل مسئله (۴) بر اساس تئوری اندازه این است که می‌توان هر زوج قابل قبول $[y(\cdot), \alpha] = w$ را بوسیله یک نگاشت خطی، به یک تابعک خطی که قابل تبدیل به اندازه‌های بورل است جایگزین نمود. چنانچه ثابت شود این تبدیل یک است می‌توان به جای تعیین زوچهای قابل قبول، تابعک خطی هم ارز با آن را تعیین کرد. مزیت استفاده از تابعک هم ارز به جای تعیین زوچهای قابل قبول اولیه، امکان تبدیل مسئله اصلی که یک مسئله بهینه سازی غیر خطی است به یک مسئله برنامه ریزی خطی می‌باشد.

مجموعه $\Omega = D \times P \times J$ رادر نظر بگیرید و فرض کنید $C_c(\Omega)$ مجموعه توابع کراندار، پیوسته و محمل فشرده روی Ω باشد. نگاشت $I(\Lambda_w)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I(\Lambda_w): F \in C_c(\Omega), [y(\cdot), \alpha] \in W \longrightarrow \Lambda_w(F) = \int_J F(y, \alpha, \theta) d\theta \quad (6)$$

این نگاشت هر تابع $F(y, \alpha, \theta) \in C_c(\Omega)$ از زوج قابل قبول را به تابعک $\Lambda_w(F)$ در Λ_w تصویر می‌کند.

گزاره ۱: نگاشت $I(\Lambda_w)$ یک نگاشت خطی است به عبارتی:

$$\forall F, G \in C_c(\Omega), \forall \alpha, \beta \in R:$$

$$\Lambda_w(\alpha F + \beta G) = \alpha \Lambda_w(F) + \beta \Lambda_w(G)$$

گزاره ۲: نگاشت $I(\Lambda_w)$ یک نگاشت مثبت است [۱۳] به عبارتی:
 $\forall (y, \alpha, \theta) \in \Omega : F(y, \alpha, \theta) \geq 0 \rightarrow \Lambda_w(F) \geq 0$

قضیه ۱: نگاشت $I(\Lambda_w): W \rightarrow \Lambda_w$ یک نگاشت یک به یک است.

اثبات:

برای اثبات قضیه، کافی است نشان دهیم اگر $w_1 \neq w_2$ آنگاه $\Lambda_{w_1} \neq \Lambda_{w_2}$. فرض کنید $[y_1(\cdot), \alpha] = w_1$ و $[y_2(\cdot), \alpha] = w_2$. با توجه به پیوستگی $y_1(\cdot)$ و $y_2(\cdot)$ بازه‌های مانند $J_\theta \in J$ وجود دارد به صورتیکه $y_1(\theta) \neq y_2(\theta)$ $\forall \theta \in J_\theta$. حال می‌توان تابع پیوسته و دلخواه F را به صورت زیر در نظر گرفت:

^۱ continually differentiable

۴-۴- نمایش مسئله در فضای اندازه بر اساس قضیه نمایش ریس^۱

با استفاده از قضیه نمایش ریس می توان هر تابعک بیان شده در مسئله

گسترش جهت دار را با اندازه بورل هم ارز آن بیان کرد.

قضیه ۲ (قضیه نمایش ریس):

فرض کنید Ω یک فضای هاسدورف فشرده باشد و Λ یک تابعک خطی مثبت روی $C_c(\Omega)$ باشد، در این صورت اندازه بورل یکایی مانند μ روی Ω وجود دارد به طوری که:

$$F \in C_c(\Omega) \text{ که در آن } \Lambda(F) = \int_{\Omega} F d\mu = \mu(F)$$

اثبات: به [۱۶] یا [۱۷] مراجعه شود.

با توجه به اینکه Ω یک مجموعه بسته نیست و شرط لازم برای استفاده از قضیه نمایش ریس، فشردگی Ω است، ابتدا آن را با مجموعه

بسته Ω_m به صورت زیر تقریب می زیم:

$$\Omega_m = D \times P \times J_m; \quad J_m = [0, \theta_m]; \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \theta_m = 1$$

بر اساس رابطه فوق Ω_m مجموعه ای بسته است از طرفی با توجه

به کراندار بودن مجموعه های P ، D و J_m ، می توان نتیجه گرفت مجموعه ای بسته و کراندار در فضای اقلیدسی است و بنا بر این فشرده است [۱۳]. از طرفی به سادگی می توان ثابت کرد که Ω_m یک فضای هاسدورف است چرا که R^q هاسدورف است و هر زیر مجموعه از یک فضای هاسدورف، هاسدورف است [۱۷]، پس

$$\Omega_m = D \times P \times J_m \subset R^{n+l+1}$$

بنا براین مشابه بخش قبل در فضای Ω_m نیز می توان به ازای هر زوج پاسخ قابل قبول، نگاشت متناظر با آن را به صورت زیر تعریف کرد

و ان را با اندازه بورل هم ارزش نشان داد.

$$I(\Lambda_m): F \in C_c(\Omega_m), [y, \alpha] \in W \longrightarrow \Lambda_m = \int_{J_m} F(y, \alpha, \theta) d\theta$$

(۱۴)

که $C_c(\Omega_m)$ مجموعه توابع کراندار، پیوسته و محمل فشرده روی Ω_m و Λ_m یک تابعک خطی، مثبت و پیوسته در $C_c(\Omega_m)$ است که از این پس برای سادگی به صورت $\Lambda_m(F)$ نمایش داده می شود. در این صورت بنا به قضیه نمایش ریس اندازه بورلی مانند μ_m وجود دارد که در رابطه زیر صدق می کند [۱۵]:

$$\Lambda_m(F) = \int_{J_m} F(y(\theta), \alpha, \theta) d\theta = \int_{\Omega_m} F d\mu_m = \mu_m(F) \quad F \in C_c(\Omega_m)$$

(۱۵)

$$\phi^g = \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]^T \cdot g + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \phi_y^T \cdot g + \phi_\theta \quad (۱۶)$$

فرض کنید $W \in \mathcal{W}$ باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \Lambda_w(\phi^g) &= \int_{[0,1]} \phi^g d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} (\phi_y^T \cdot g + \phi_\theta) d\theta \\ &= \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]^T \cdot g + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]^T \cdot \frac{dy}{d\theta} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) d\theta \\ &= \int_{[0, \theta_m]} \left(\frac{d\phi}{d\theta} \right) d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \phi(y(\theta_m), \theta_m) - \phi(y(0), 0) = \Delta\phi \end{aligned} \quad (۱۷)$$

با توجه به حدود مرزی مسئله (۴) و جایگذاری آن در رابطه فوق، نتیجه زیر بدست می آید:

$$\Lambda_w(\phi^g) = \int_{[0,1]} \phi^g d\theta = \phi(0, \theta_m) - \phi(ye, 0) = \Delta\phi \quad (۱۸)$$

می توان با انتخاب دسته خاصی از توابع ϕ به صورت $y_j \psi$ که در آن $y(\theta = 0) = ye$ و $y(\theta = 1) = \psi(y, \theta = 1)$ رابطه انتگرالی ساده تری بدست آورد، $y_j \psi$ تابعی در فضای $S(\Omega)$ و ψ فضای توابع کراندار، مشتق پذیر، محمل فشرده و مقدار حقيقی است. در این مقاله برای ساده تر کردن روابط و بدون از دادن کلیت مسئله، $y_j \psi$ را به صورت تابعی از θ بکار خواهیم برد.

هر گاه $y_j \psi$ به ترتیب مولفه های j ام g و y باشد، دسته

توابع $y_j \psi$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\zeta_j = y_j \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + g_j \psi \quad j = 1, \dots, n \quad \forall \psi \in S(\Omega) \quad (۱۹)$$

برای هر $[y(.), \theta] \in W$ داریم:

$$\begin{aligned} \Lambda_w(\zeta_j) &= \int_{[0,1]} \zeta_j(y, \theta) d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} (y_j \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + g_j \psi) d\theta = \\ &\lim_{\theta_m \rightarrow 1} \{y_j \psi\}_{[0, \theta_m]} - \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} \{\dot{y}_j - g_j\} \psi d\theta \end{aligned} \quad (۲۰)$$

با توجه به اینکه $y(.), \alpha$ یک پاسخ قابل قبول برای مسئله (۴) است، رابطه $\dot{y}_j = g_j$ برقرار بوده و از طرفی طبق تعريف $0 = \psi(y, \theta = 1) = \psi(y, \theta = 0)$ می باشد. بنابراین انتگرال فوق برابر صفر است.

$$\Lambda_w(\zeta_j) = \int_{[0,1]} \zeta_j(y, \theta) d\theta = 0 \quad (۲۱)$$

با توجه به اینکه قیود به تابعک خطی تبدیل شده اند مسئله بهینه سازی غیر خطی (۴) به مسئله بر نامه ریزی خطی زیر با بعد بینهایت و تعداد قید بینهایت تبدیل می گردد.

$\underset{\mathbf{B}}{\operatorname{maximize}} \gamma$

$$\Lambda_w(\phi_g) = \phi(0, \theta_m) - \phi(ye, 0) = \Delta\phi \quad \phi \in CD(B) \quad (۲۲)$$

$$\Lambda_w(\zeta_j) = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad \forall \psi \in S(\Omega)$$

^۱ - Riesz Representation Theorem

۲۴

$$\mu_{opt}(\phi_g) = \lim_{i \rightarrow \infty} (\mu_m(\phi_g))_i = \phi(0,1) - \phi(\gamma e, 0)$$

$$\mu_{opt}(\zeta_j) = \lim_{k \rightarrow \infty} (\mu_m(\zeta_j))_k = 0$$

پس هر دنباله کوشی در A_m به عضوی مانند μ_{opt} کامل و در نتیجه بسته است (هر مجموعه کامل بسته است [۱۳]).

۵-۴- تقریب پاسخ مسئله گسترش جهت دار

ناحیه جذب

معادله (۱۶) یک برنامه ریزی خطی با بعد نامتناهی است چرا که تعداد بینهایت تابع از نوع ϕ و ψ وجود دارد و در نتیجه بینهایت شرط لازم برای مسئله بهینه سازی می‌توان در نظر گرفت. بنا بر این برای تعیین پاسخ بهینه مسئله گسترش ناحیه جذب لازم است از چند تقریب در مسئله استفاده شود تا بعد مسئله محدود شود.

در ابتدا فرض می‌کنیم مسئله می‌نیم سازی (۱۶) روی A_m انجام نشود بلکه روی زیر فضایی از $M^+(\Omega_m)$ ، به نام $(A_m(N_1, N_2)$ ، که تنها در تعداد متناهی از شرایط مسئله صادق است انجام گیرد.

با توجه به اینکه هر تابع هموار را می‌توان با بسط جملات سینوسی و یا چند جمله‌ای نشان داد و از طرفی انگرال گیری و مشتق گیری از این تابع ساده است در این مقاله تابع ϕ و ψ به صورت چند جمله‌ای و سینوسی در نظر گرفته می‌شود. اولین مجموعه از دسته شرایط مسئله (۱۶) را در نظر بگیرید و فرض کنید به جای بینهایت تابع، تعداد N_1 تابع ϕ به صورت $N_1, N_2, \dots, N_i, \phi_i$ $i = 1, \dots, N_1$ تعریف کنیم به گونه‌ای که ترکیب خطی $\phi_i \in CD(B)$ با توبولوژی همگرایی یکنواخت در $CD(B)$ چگال باشد. به عنوان مثال در این مقاله ϕ_i به صورت چند جمله‌ای هایی از مولفه بردار n تابی y و یا متغیر θ انتخاب می‌شود. همچنین فرض کنید تعداد N_2 تابع ζ_j در $S(\Omega_m)$ به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\zeta_{j,h} = y_j \frac{\partial \psi_h}{\partial \theta} + g_j \psi_h \quad j = 1, \dots, n, \quad h = 1, \dots, N_2$$

$\psi_h \in \{\sin(2\pi r\theta), 1 - \cos(2\pi r\theta)\} \quad r = 1, 2, \dots$
با توجه به لم ۳ می‌توان اثبات کرد اگر چه برای محاسبه پاسخ دقیق مسئله (۱۶) به بینهایت قید نیاز داریم اما با تعداد محدودی از این قیود نیز می‌توان تقریب خوبی از پاسخ را بدست آورد و با زیاد شدن تعداد این قیود پاسخ تخمینی مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب به مقدار واقعی میل می‌کند.

لهم:

مسئله ماکسیمم سازی ψ بر روی مجموعه (N_1, N_2) که در روابط زیر صادق هستند را در نظر بگیرید.

هر گاه فضای همه اندازه‌های مثبت را در Ω_m نشان دهیم مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب در این فضا معادل است با:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize}_{\mu_m \in M^+(\Omega_m)} \gamma \\ & \text{s.t.: } \mu_m(\phi_g) = \phi(0,1) - \phi(\gamma e, 0) \quad \forall \phi \in CD(B) \\ & \mu_m(\zeta_j) = 0 \quad \forall \psi \in S(\Omega_m), \quad j = 1, \dots, n \\ & \gamma \geq 0, \mu_m \in M^+(\Omega_m) \end{aligned} \quad (16)$$

اثبات: چنانچه قیود ۱۳ با ساختار ۱۵ جایگزین شود اثبات واضح است.

در ادامه فضای تمام اندازه‌های مثبت را در $M^+(\Omega_m)$ که در قیود مسئله (۱۶) صدق می‌کنند را با A_m نشان می‌دهیم و ثابت می‌کنیم مسئله (۱۶) در آن دارای پاسخی بهینه است.

قضیه ۳:

یک اندازه بهینه مانند μ_{opt} در A_m وجود دارد که به ازای آن مقدار γ ماکریم شود.

اثبات:

بنا بر [۱۳]، هر تابع پیوسته روی یک مجموعه فشرده دارای اکسترمم است. بنا بر این کافی است ثابت کنیم γ روی A_m پیوسته $M^+(\Omega_m)$ فشرده است. از پیوستگی γ روی $M^+(\Omega_m)$ می‌توان نتیجه گرفت γ روی هر زیر مجموعه از $M^+(\Omega_m)$ مانند A_m پیوسته است [۱۳] و فشردگی A_m به صورت زیر ثابت می‌شود:

بر اساس [۱۴]، از فشردگی Ω_m می‌توان نتیجه گرفت $\{\mu_m : \mu_m \in M^+(\Omega_m), \mu_m(1) = \theta_m\}$ نیز فشرده است. از طرفی $A_m \subset G_m$ برای اثبات کافی است تابع ϕ در A_m را در نظر بگیریم و در رابطه (۷) قرار دهیم که $\phi^8 = \phi^8$ را نتیجه می‌دهد و با جایگذاری ϕ^8 در (۸) خواهیم داشت $\theta_m = \mu(\phi^8) = \mu(\phi^8) = \mu(\phi^8) = \mu(\phi^8)$ و هر زیر مجموعه بسته از یک مجموعه فشرده، فشرده است [۱۳]. پس برای اثبات فشردگی A_m کافی است ثابت کنیم θ_m بسته است. فرض کنید $\{\mu_m\}_i$ دنباله ای کوشی در A_m باشد، با توجه به اینکه $A_m \subset M^+(\Omega_m)$ می‌توان نتیجه گرفت $\{\mu_m\}_i$ دنباله ای در $M^+(\Omega_m)$ نیز هست. از طرفی با توجه به فشردگی $M^+(\Omega_m)$ یک فضای کامل است بنابراین هر دنباله کوشی در آن به مقداری مانند μ_{opt} همگرایست

$(\mu_m)_i \rightarrow \mu_{opt}$. براساس رابطه زیر می‌توان اثبات کرد $\mu_{opt} \in A_m$

$$\begin{aligned} \left| \phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k) \right| &< \frac{\varepsilon}{\theta_m} \quad i = 1, \dots, N_1 \\ \left| \zeta_{j,h}(z_k^*) - \zeta_{j,h}(z_k) \right| &< \frac{\varepsilon}{\theta_m} \quad j = 1, \dots, n, h = 1, \dots, N_2 \\ \text{با توجه به اینکه } \mu_{opt}(1) &= \theta_m \text{ (در قضیه ۳ اثبات شد)، می توان نتیجه} \\ &\text{گرفت} \sum_{k=0}^N \beta_k^* = \theta_m \text{ بنا بر این رابطه زیر برقرار است:} \\ \left| (\mu_{opt} - \nu) \phi_i^g \right| &= \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)) \right| \\ \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)) \right| &\leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_{i,k} |\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)| \\ \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_{i,k} |\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)| &< \varepsilon \\ \left| (\mu_{opt} - \nu) \zeta_{j,h} \right| &= \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\zeta_{j,h}(z_k^*) - \zeta_{j,h}(z_k)) \right| \\ \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\zeta_{j,h}(z_k^*) - \zeta_{j,h}(z_k)) \right| &\leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_h |\zeta_{j,h}(z_k^*) - \zeta_{j,h}(z_k)| \\ \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_h |\zeta_{j,h}(z_k^*) - \zeta_{j,h}(z_k)| &< \varepsilon \end{aligned}$$

براساس لم ۴ و قضیه ۴ مسئله (۱۶) را می توان به ساختار یک برنامه ریزی خطی با قیود محدود به صورت زیر تبدیل کرد:

Maximize $\|\gamma\|$

$$\begin{aligned} s.t.: \quad -\varepsilon \leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \phi_i^g(z_k) - \phi_i(0,1) + \phi_i(\nu e, 0) &\leq \varepsilon \quad i = 1, \dots, N_1 \\ -\varepsilon \leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \zeta_{j,h}(z_k) &\leq \varepsilon \quad j = 1, \dots, n, h = 1, \dots, N_2 \end{aligned} \quad (17)$$

لازم به ذکر است که مجہولات مسئله فوق عبارتند از β_k^* , γ , $\phi_i^g(z_k)$ و $\zeta_{j,h}(z_k)$ پارامترهای کنترلی α که در ساختار $(\phi_i^g(z_k), \zeta_{j,h}(z_k))$ ظاهر می شوند. در این مقاله برای تعیین $(\phi_i^g(z_k), \zeta_{j,h}(z_k))$ ابتدا با انتخاب N دلخواه، یک افزار N تابی در نظر می گیریم و سپس هر z_k را نقطه ای درون یک افزار انتخاب می کنیم. واضح است که با انتخاب مقادیر به اندازه کافی کوچک از ε پاسخ مسئله بهینه سازی فوق به مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب همگرا خواهد شد.

۵- شبیه سازی

این بخش تاثیر روش ارائه شده در بخش قبل بر افزایش زمان بحرانی یک سیستم قدرت ۴ ماشینه و ۵ خطه زیر را در نظر بگیرید.

سیستم قدرت ۴ ماشینه و ۵ خطه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \mu_m(\phi_i^g) &= \phi_i(0, \theta_m) - \phi_i(\nu e, 0) \quad i = 1, \dots, N_1 \\ \mu_m(\zeta_{j,h}) &= 0 \quad h = 1, \dots, N_2, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

در این صورت رابطه حدی زیر برقرار است:

$$\lim_{N_1, N_2 \rightarrow \infty} \sup_{A_m(N_1, N_2)} (\|\gamma\|) = \sup_{A_m} (\|\gamma\|)$$

اثبات: به گزاره III.1 مرتع ۱۱ مراجعه شود.

با استفاده از نظریه اساسی اندازه (روزن بلوم)^۱ می توان پاسخ مسئله (۱۶) را بر اساس لم ۴ محاسبه کرد [۱۵].

لم ۴

اندازه بهینه μ_{opt} در مجموعه $A_m(N_1, N_2)$ که به ازای آن تابع $\|\gamma\|$ مقدار ماکریم خود را اختیار می کند را می توان به صورت مقابل بیان کرد:

$\mu_{opt} = \sum_{k=1}^N \beta_k^* \delta(z_k^*) \quad \beta_k^* \geq 0, z_k^* \in \Omega_m, N = N_1 + N_2$
در لم ۴ سه تابع (y, α, θ) با z_k^* نمایش داده می شود و $\delta(z) \in M^+(\Omega_m)$ اندازه اتیک واحد است. اندازه اتیک تابعی براساس رابطه زیر تعریف می شود:

$$\delta(z)F = F(z) \quad F \in C_c(\Omega_m), z \in \Omega_m$$

با توجه به لم ۴، مسئله گسترش ناحیه جذب به یک مسئله برنامه ریزی خطی تبدیل می شود که در آن β_k^* , z_k^* و α مجہولند، اما بنا به قضیه زیر می توان با تقریب z_k^* به صورت یک مجموعه چگال در Ω_m تعداد مجہولات مسئله را کم کرد. قضیه ۴:

فرض کنید که Z_{Ω_m} یک مجموعه شمارا و چگال در Ω_m باشد و فرض کنید ε مقداری دلخواه و معین است. آنگاه اندازه ای مانند ε وجود دارد که در روابط زیر صادق است:

$$\begin{aligned} \left| (\mu_{opt} - \nu) \phi_i^g \right| &< \varepsilon \quad i = 1, \dots, N_1 \\ \left| (\mu_{opt} - \nu) \zeta_{j,h} \right| &< \varepsilon \quad j = 1, \dots, n, h = 1, \dots, N_2 \end{aligned}$$

که ε عبارت است از $\sum_{k=1}^N \beta_k^* \delta(z_k)$ و $z_k \in Z_{\Omega_m}$ باشد:

با توجه به پیوستگی ϕ_i^g و $\zeta_{j,h}$ می توان یک $z_k \in Z_{\Omega_m}$ به اندازه کافی نزدیک به z در نظر گرفت به طوریکه روابط زیر برقرار باشد:

¹ - Rosen Bloom

بر اساس مسیرهای بحرانی سیستم که در شکل ۲ ترسیم شده است، می‌توان مسیرهای خروج را تعیین کرد و سپس با استفاده از پاسخ مسئله گسترش جهتدار، مقدار بهینه بهره سیستم تحریک را برای گسترش جهت دار ناچیه جذب در راستای هر یک از این مسیرها محاسبه کرد. در جدول زیر راستای خروج بر اساس تعریف ۳ تعیین شده و بهره سیستم تحریک(پارامترهای کنترلی) بهینه بدست آمده برای هر یک از بردارها بر اساس تئوری اندازه معین شده است. مراحل محاسبه بهینه سیستم تحریک در پیوست ذکر شده است.

جدول ۱: بهره بهینه سیستم تحریک

بهره بهینه سیستم تحریک	راستای خروج	خطا
$k_1 = [92 \ 90 \ 92 \ 90]$	$e_1 = [0.39 \ -0.85 \ -0.35]$	اتصال کوتاه باس ۵
$k_2 = [87 \ 87 \ 87 \ 87]$	$e_2 = [0.3 \ -0.74]$	اتصال کوتاه باس ۶
$k_3 = [102 \ 123 \ 101 \ 123]$	$e_3 = [-0.24 \ -0.85 \ -0.46]$	مدار باز خط ۵-۶

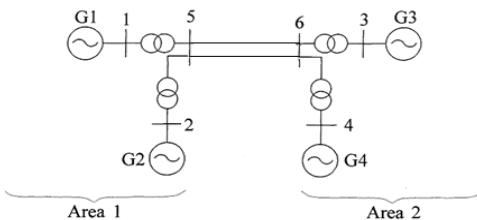
در جدول زیر تأثیر توسعی جهت دار بر افزایش زمان بحرانی مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که مشاهده می‌شود بهترین زمان بحرانی برای هر خطا به ازای بهره بهینه بدست آمده است و در هر سه حالت زمان بحرانی نسبت به مقدار نامی آن افزایش یافته است.

جدول ۲: تغییرات زمان بحرانی نسبت به بهره سیستم تحریک

k_1	k_2	k_3	k_A	
۰.۰۰۲۲۵	۰.۰۰۲	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۲	زمان بحرانی (اتصال کوتاه باس ۵)
۰.۰۰۲۲۵	۰.۰۰۳۶	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۱۲	زمان بحرانی (اتصال کوتاه باس ۶)
۰.۳۴۳	۰.۲۰۸	۰.۲۳	۰.۲۱	زمان بحرانی (مدار باز خط ۵-۶)

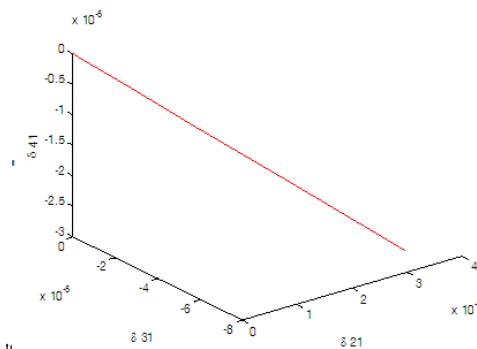
۶-نتیجه گیری و پیشنهاد

در این مقاله روشی نوین برای افزایش زمان بحرانی سیستمهای غیر خطی ارائه می‌شود. در روش مذکور، ابتدا خطاهای رایج سیستم و در نتیجه راستاهایی که خروج از نقطه تعادل در طول آن شایع تر است بوسیله شبیه سازی معین می‌شود و سپس به جای صرف هزینه کنترلی برای گسترش جهت دار محافظه کارانه ناچیه جذب در همه جهات، به تعیین پارامترهای کنترلی برای توسعی در جهاتی بحرانی می‌پردازیم. علاوه بر صرف هزینه کنترلی کمتر در مقایسه با توسعی همه جایی ناچیه جذب، می‌توان به مزایای دیگری همچون قابلیت تبدیل روش به یک مسئله برنامه ریزی خطی با استفاده از تئوری اندازه اشاره کرد. از این روش می‌توان برای توسعی چند جهته ناچیه جذب و همچنین تعیین حساسیت ناچیه جذب به

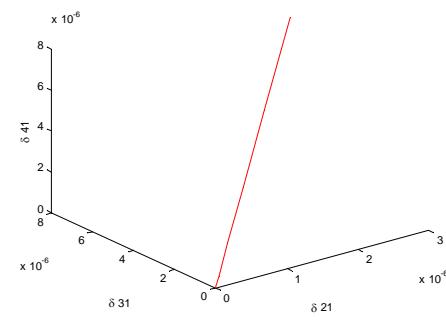


شکل ۱: سیستم ۴ ژنراتوره ۵ خطه

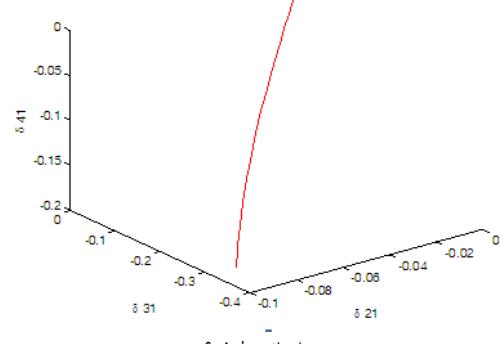
معدلات ژنراتورها و سیستم تحریک در پیوست آمده است. مقدار نامی بهره سیستم تحریک در این سیستم $k_A = [200 \ 200 \ 200 \ 200]$ است. با ایجاد خطای اتصال کوتاه باس ۵ و عو مدار باز خط ۶-۵ مسیر خروج از نقطه تعادل(مبدأ) به شکل زیر است.



الف- اتصال کوتاه باس ۶



ب- اتصال کوتاه باس ۵



ج- مدار باز خط ۵-۶

شکل ۲: مسیر خروج از نقطه تعادل

با تبدیل مسئله به کران محدود دسته معادلات (۱۸) و (۱۹) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{qi_θ} &= \frac{1}{\tau'_{di}}(E_{FDi_θ} - E_{qi_θ} + (x_{di} - x'_{di})I_{di})) \frac{1}{(1-θ)^2} \\ \dot{E}_{di_θ} &= \frac{1}{\tau'_{qi}}(-E_{di_θ} + (x_{qi} - x'_{qi})I_{qi})) \frac{1}{(1-θ)^2} \\ \dot{\omega}_{i_θ} &= (\frac{1}{M_i}(P_{mi} - (I_{di}E_{di_θ} + I_{qi}E_{qi_θ}) + (x_{qi} - x'_{qi})I_{di}I_{qi} \\ &- D(\omega_{i_θ} - \omega_s))) \frac{1}{(1-θ)^2} \\ \dot{\delta}_{j1_θ} &= (\omega_b(\omega_{j1_θ} - \omega_{i_θ})) \frac{1}{(1-θ)^2} \\ \dot{E}_{FDi_θ} &= (\frac{K_{Ai}K_{E2i}}{T_{Ai}} - \frac{1}{T_{Ai}}E_{FDi_θ}) \frac{1}{(1-θ)^2} \\ \dot{X}_{E1i_θ} &= (-\frac{1}{T_{Ri}}X_{E1i_θ} + \frac{1}{T_{Ri}}V_{Ti}) \frac{1}{(1-θ)^2} \\ \dot{X}_{E2i_θ} &= (-\frac{1}{T_{Bi}}(\frac{T_{Ci}}{T_{Ri}} - 1)X_{E1i_θ} - \frac{1}{T_{Bi}}X_{E2i_θ} - \frac{T_{Ci}}{T_{Bi}T_{Ri}}V_{Ti} \\ &+ \frac{1}{T_{Bi}}V_{refi}) \frac{1}{(1-θ)^2}\end{aligned}$$

تغییر پارامترهای کنترلی در راستایی مشخص نیز استفاده کرد که در پژوهشها بعد مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۷- پیوست: محاسبه بهره بهینه سیستم تحریک سیستم قدرت ۴ ماشینه

۱-۱- معادلات سیستم

در قسمت شیوه سازی از یک سیستم دوناچیه ای چهار ژنراتوره که یکی از سیستمهای استاندارد معروف شده در IEEE [۱۸] است استفاده کرده ایم

معادلات حالات ژنراتورها به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{E}'_{qi} &= \frac{1}{\tau'_{di}}(E_{FDi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di})I_{di}) \\ \dot{E}'_{di} &= \frac{1}{\tau'_{qi}}(-E'_{di} + (x_{qi} - x'_{qi})I_{qi}) \\ \dot{\omega}_i &= \frac{1}{M_i}(P_{mi} - (I_{di}E'_{di} + I_{qi}E'_{qi}) + (x_{qi} - x'_{qi})I_{di}I_{qi} - D(\omega_i - \omega_s)) \\ \dot{\delta}_{j1_θ} &= \omega_b(\omega_j - \omega_i) \quad j=2,3,4; \quad i=1,..,4\end{aligned}\quad (۱۸)$$

بغیر از ضرایب دمپینگ بقیه پارامترها در ژنراتورها مشابه اند و بر حسب پایه ۱۰۰ مگاوات آمپر و ۲۰ کیلو ولت بصورت زیر مقدار دهی شده اند:

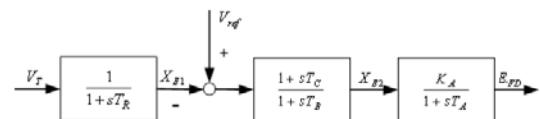
$$x_{di} = 1.8 \text{ pu}, \quad x_{qi} = 1.7 \text{ pu}$$

$$x'_{di} = 0.3 \text{ pu}, \quad x'_{qi} = 0.55 \text{ pu}$$

$$\tau'_{di} = 8 \text{ sec}, \quad \tau'_{qi} = .4 \text{ sec}$$

سیستمهای تحریک نیز مشابه و بر اساس مرجع [۱۸] انتخاب شده اند.

بلوک دیاگرام سیستم تحریک و معادلات آن بصورت زیر است:



شکل ۳: بلوک دیاگرام سیستم تحریک

$$\dot{E}_{FDi} = \frac{K_{Ai}K_{E2i}}{T_{Ai}} - \frac{1}{T_{Ai}}E_{FDi} \quad (۱۹)$$

$$\dot{X}_{E1i} = -\frac{1}{T_{Ri}}X_{E1i} + \frac{1}{T_{Ri}}V_{Ti}$$

$$\dot{X}_{E2i} = -\frac{1}{T_{Bi}}(\frac{T_{Ci}}{T_{Ri}} - 1)X_{E1i} - \frac{1}{T_{Bi}}X_{E2i} - \frac{T_{Ci}}{T_{Bi}T_{Ri}}V_{Ti} + \frac{1}{T_{Bi}}V_{refi}$$

$$T_A = T_R = 0.01, \quad T_B = 10, \quad T_C = 1$$

۲-۲- تبدیل مسئله به کران محدود

با توجه به روابط (۱۸) و (۱۹) بردار حالت به صورت زیر تعریف می شود:

$$[\delta_{21}, \delta_{31}, \delta_{41}, \omega_1, \dots, \omega_4, E'_{q1}, \dots, E'_{q4}, E'_{d1}, \dots, E'_{d4},$$

$$E'_{FD1}, \dots, E'_{FD4}, X_{E11}, \dots, X_{E14}, X_{E21}, \dots, X_{E24}]^T$$

مراجع

- [7] A. S. Bazanella, P. Kototovic, A. S. Silva, 2004, "A dynamic extension for $L_g V$ controllers", IEEE trans on automatic control, pp.588-592.
- [8] M. A. Pai, 1981, "Power system stability", North-Holland publication company.
- [9] M. Galaz, R. Ortega, A. S. Bazanella, A. M. Stankovic, 2003, "An energy shaping approach to
- [10] A. G. Bahbah, A. A. Gergis, 1999, "An investigation on the effect of line reclosing on transient stability assessment for multi-machine power systems", IEEE, Power Engineering Society Summer Meeting, pp. 1082-1087.
- [11] J. E. Rubio, 1986, "Control and Optimization: The Linear Treatment of Nonlinear Problems", Manchester University Press, Manchester, and John Wiley, New York and London.
- [12] H. K. Khalil, 1996, "Nonlinear systems", Prentice Hall, 2nd Edition.
- [13] Walter Rudin, 1986, "Real and complex analysis", McGraw-Hill publisher.
- [14] G. Choquet, 1996, "Lectures on Analysis. New York: Benjamin".
- [15] A. V. Kamyad, M. Keyanpour, M. H. Farahi, 2007, "A New Approach for Solving of Optimal Nonlinear Control Problems.", Appl. Math And Computations.
- [16] Barra G, 1981, "Measure theory and integration", John Willy and sons.
- [17] J. Munkres, 2000, "Topology", published by Prentice Hall, 2nd edition.
- [1] R. W. Brockett, Hongyi L, December 2003, "A light weight rotary double pendulum: maximizing the domain of attraction", Proceeding of 42nd IEEE conference on decision and control, pp 3299-4404.
- [2] Y. Cao, Z. Li, D.G. Ward, January 2002, "An antiwindup approach to enlarging domain of attraction for linear systems subject to actuator saturation", IEEE transactions on automatic control, vol. 47, no.1, pp 140-145.
- [3] G. Chesi, 2004, "Computing output feedback controllers to enlarge the domain of attraction in polynomial system", IEEE Trans. On automatic control, vol. 49, no. 1, pp. 1846-1850.
- [4] F. Hashemzade, M. J. Yazdanpanah, 2006, "Semi-global enlargement of domain of attraction for a class of affine nonlinear systems", IEEE, International conference on control applications, pp. 2257-2262.
- [5] Trong B.Ngye, M. A. Pai, I. A. Hisken, 2000, "Direct computation of critical clearing time using trajectory sensitivities", IEEE, Power engineering society summer meeting, vol 1, pp. 604-608.
- [6] S. Jiriwibhakorn, A.H. Coonick , 2000, "Fast critical clearing time estimation of a large power system using neural networks and Sobol sequences" , IEEE, Power Engineering Society Summer Meeting , pp 522-527. vol. 1.