مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۴، شماره ۲، تابستان ۱۳۸۹، صفحه ۶۵-۵۵

کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان در سیستمهای چند ورودی چند خروجی با استفاده از جبرانگر بهره غالب

منصوره اسماعیلی [۱]، منصور شیروانی [۲]

[۱] دانشجوی دکترا مهندسی شیمی، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، m.esmaeli@nipc.net

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران، shirvani.m@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۳/۲۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۶/۲۷)

چکیده: در این مقاله روشی نوین برای بهبود عملکرد سیستمهای چند ورودی چند خروجی دارای تاخیر زمان ارائه شده است. در این روش، در هر حلقه کنترل، بر اساس مفهوم بهره غالب، تابع خاصی به تابع انتقال حلقه باز افزوده می شود و بدین طریق رفتار تابع حلقه باز کلی، از وضعیت غیر حداقل فاز[۱] به حداقل فاز[۲] تبدیل می شود. در موقع بکار بردن جبرانگر پیشنهادی برای مقاوم شدن حلقه، کافی است که جبرانگر مورد نظر نسبت به بالاترین نرم محدوده خطای مدل، به صورت بهره غالب طراحی شود. روش پیشنهادی، روشی کاربردی بوده و به راحتی می تواند در یک حلقه پس خور رایج مورد استفاده قرار بگیرد.

کلمات کلیدی: چند ورودی چند خروجی، تاخیر زمان، کنترل مقاوم، مفهوم بهره غالب .

Time Delay MIMO System Control Using Dominant Gain Compensator

Mansoureh Esmaeli, Mansour Shirvani

Abstract: A new method is presented in this paper to improve the performance of time delay Multiple-Input Multiple-Output systems. The method uses a specific compensator for each of the control loops by which the non-minimum phase characteristic of the open loop functiond changes to minimum phase. When using the proposed added compensator for robustness of the system it is sufficient that compensater becomes dominant gain with respect to the upper norm of the uncertainty of the process. The proposed method is applicable easily in a convetional feedback control loop.

Keywords: MIMO Systems, Time Delay, Robustness, Dominant Gain Concept.

[1] Non minimum phase
[2] Minimum phase

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

۱- مقدمه

بسیاری از فرآیندها در صنایع شیمیایی دارای تاخیر زمان می باشند. وجود تاخیر زمان در فرآیند باعث غیر حداقل فاز شدن رفتار تابع حلقه باز سیستم کنترل می شود و به همین دلیل کنترل این سیستمها مشکل می باشد. در سیستمهای تک ورودی تک خروجی استفاده از پیش بین کننده اسمیت [۱] برای فرآیندهایی که دارای تاخیر زمان طولانی هستند می تواند در بهبود پاسخ سیستم، موثر واقع شود. در این روش با پیش بینی مدل فرآیند، پارامتر تاخیر زمان از معادله مشخصه حذف می شود. از مشکلات این روش می توان به حساسیت زیاد آن نسبت به خطای مدل، وجود افت کنترل[1] در پاسخ، به هنگام بروز آشفتگی در کنترل فرآیندهای انتگرالی و ناتوانی در کنترل فرآیندهای ناپایدار، اشاره کرد [۲]. بسیاری از محققان برای رفع این مشکلات روشهای مختلفی ارائه داده اند که به جبران کننده های تاخیر زمان[2] معروف شده اند [3-7]. در [8, 9] نیز دو روش جدید کلی که بر اساس پیش بینی خروجی بدون تاخیر می باشد در قالب سیستمهای کنترل گسسته زمان ارائه شده است. در تعدادی از مراجع سعی در بسط دادن روش اسمیت برای سیستمهای چند ورودی - چند خروجی شده است [۱۰-۱۴]. اما واقعیت این است که کاربرد این روش برای چنین سیستمهایی، دارای محدودیتهای بیشتری نسبت به سیستمهای تک ورودی تک خروجی است. وجود اثرات تداخلی بین حلقه‌های کنترل یکی از بزرگترین محدودیتهای این روشها میباشد. برای جلوگیری از این اثرات حتی اگر بخواهیم از دکوپلرها استفاده کنیم، به دلیل حساسیت زیاد روش اسمیت نسبت به خطای مدل، مدل انتخاب شده نباید خطای زیادی داشته باشد زیرا باعث ناپایدارتر شدن سیستم کنترل خواهد شد. بعلاوه نسبت به یک روش پس خور معمولی، برای جلوگیری از اثرات متقابل بین حلقه ها، علاوه بر حاصلضرب تابع انتقال فرآیند در کنترل کننده $G_p(s)G_c(s)$ (که شرط نبود اثرات متقابل بین حلقه ها در روش پس خور معمولی می باشد)، حاصلضرب تابع انتقال فرآیند بدون تاخیر زمان در کنترل کننده $G_p^0(s)G_c(s)$ نیز باید یک ماتریس قطری باشد. گذشته از این، روش اسمیت برای فرآیندهایی که پارامتر تاخیر زمان قابل تفکیک ازتابع انتقال فرآیند نباشد، قابل کاربرد نیست. لذا با توجه به محدودیتهای ذکر شده، کاربرد روش اسمیت برای کنترل سیستمهای چند ورودی چند خروجی دارای تاخیر زمان، خیلی مورد توجه محققین قرارنگرفته و در اغلب موارد محققین از همان سیستم رایج پس خور معمولی، برای کنترل این سیستمها استفاده می کنند.

برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده ها در سیستمهای MIMO، روشهای طراحی بسیاری در مراجع ذکر شده اند که بطور کلی به ۵ دسته زیر قابل تقسیم هستند:

۱. روشهای Detuning [15,16]
۲. روشهای بستن حلقه ها به صورت متوالی [17-20]
۳. روشهای تکراری[3] یا حدس و خطا [21,22]
۴. روشهای حل همزمان معادلات یا بهینه سازی [23,24]
۵. روشهای مستقل [25-28]

در روشهای Detuning هر کنترل کننده در سیستم، بر اساس عنصر قطری منطبق با آن طراحی شده و از اثرات متقابل حلقه ها بر یکدیگر صرف نظر می شود. سپس کنترل کننده با در نظر گرفتن اثرات تداخلی حلقه ها، دوباره تنظیم می شود. روشهای تنظیم BLT[4] برای کنترل کننده های PI و PID نمونه ای از این روشها هستند [15,16]. سادگی این روشها اصلی ترین مزیت آنها است اما عیب آنها ناشی از این حقیقت است که عملکرد حلقه و پایداری آن به طور روشن و صریح در این روشها در نظر گرفته نشده است.

در روش دوم، حلقه ها به صورت متوالی بسته و تنظیم می شوند. معمولا این کار با سریعترین حلقه آغاز می شود و بنابراین اثرات متقابل دینامیکی این حلقه در تنظیم کنترل کننده حلقه بعدی در نظر گرفته می شود و برای بقیه نیز به همین نحو عمل می گردد. نمونه هایی از این روشها در [17-19] ذکر شده است. بعضی از معایب این روش در [23,27] گزارش شده است. از جمله این معایب وابسته بودن طراحی آخرین کنترل کننده به ترتیبی که کنترل کننده ها طراحی شده اند و همچنین، تاثیر بسزای انتخاب روشهای تکرار درپاسخ حلقه های طراحی شده می باشند.

در روشهای تکراری (روش سوم)، ابتدا مشابه روش بستن حلقه ها به صورت متوالی، پارامتر های کنترل کننده تنظیم می شوند و بعد از اینکه همه حلقه ها بسته شدند کنترل کننده ها دوباره یکی پس از دیگری تنظیم می شوند. این روش آنقدر ادامه می یابد تا اینکه جوابها همگرا شوند [۲۱]. در روش حدس و خطا، پارامترهای کنترل کننده PID به صورت مرحله ای طوری تعیین می شود که پایداری سیستم تضمین شود. این نوع از طراحی معمولا همراه با آزمایشات فید بک رله[5] همراه می باشد که به نام متغییرهای خود تنظیم[6] مرسومند. از معایب اصلی آن این است که این روش نه تنها نیاز به آزمایشات موفقیت آمیز رله فیدبک دارد بلکه در این روش رابطه محکمی بین تنظیم پارامترها و عملکرد سیستم وجود ندارد.

طراحی کنترل کننده در حلقه های چند ورودی - چند خروجی از طریق حل هم زمان معادلات (روش چهارم) به صورت عددی مشکل و پیچیده است. در [۲۳]، در همین راستا، یک روش طراحی برای کنترل

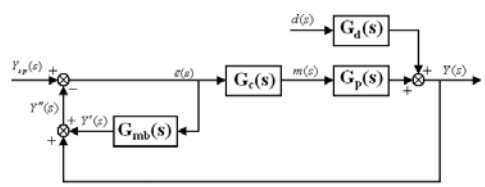
[1] Offset
[2] Dead Time Compensators (DTCs)
[3] Iterative
[4] Biggest Log Modulas
[5] Relay Feedback
[6] Auto-Tuning Variations (ATV)

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

کننده های PI/PID در حلقه های چند ورودی - چند خروجی ارائه شده است. در این مرجع از روش اصلاح شده زیگلر نیکولز استفاده شده و اثرات تداخل بین حلقه ها در آن در نظر گرفته شده است اما برای وجود جواب، هیچ تضمینی وجود ندارد. چون محاسبات غیر خطی و پیچیده هستند این روش تنها برای سیستمهای ۲ ورودی ۲ خروجی بکار رفته است و بسط آن برای سیستمهای با ابعاد بالاتر به نظر مشکل می رسد و تا بحال گزارش نشده است. در [۲۴] طراحی چند حلقه ایها، به عنوان یک مساله بهینه سازی غیر خطی مطرح شده است. اما این فرمولاسیون شامل سیستمهایی که دارای تاخیرهای متفاوت هستند نیست. بهینه کردن هم زمان معادلات سیستمهای چند ورودی - چند خروجی به صورت عددی، بسیار مشکل می باشد و نتایج آن بسیار وابسته به شرایط تعریف شده در تابع هدف می باشد و اگر حلقه ها با ترتیبهای متفاوت بسته شوند ممکن است که نهایتا سیستم ناپایدار شود.

در [25-28] روشهای طراحی مستقل (روش پنجم) بکار برده شده است. در این روشها کنترل کننده ها به صورت جداگانه و با در نظر گرفتن محدوده هایی خاص برای تضمین پایداری و عملکرد مناسب، طراحی می شوند. اما جزئیات اطلاعات درباره دینامیک کنترل کننده ها در حلقه های دیگر مورد استفاده قرار نمی گیرد و بنابراین ممکن است عملکرد نهایی ضعیف باشد.

در [۲۹] روشی جدید برای کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان، در سیستمهای تک ورودی – تک خروجی ارائه شده است. در این روش تابع $G_{mb}(s)$ که اغلب یک تابع درجه یک با بهره غالب و یا مساوی، نسبت به تابع حلقه باز سیستم کنترل می باشد، به تابع حلقه باز سیستم کنترل افزوده می شود و بدین ترتیب کلیه صفرهای سمت راست ناشی از تاخیر زمان تابع حلقه باز، به سمت چپ منتقل می شوند و بدین طریق عملکرد سیستم کنترل بهبود می یابد. روش مذکور در شکل (۱) نمایش داده شده است.

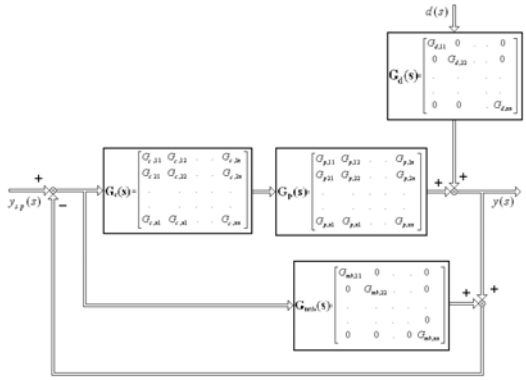


شکل ۱. روش پیشنهادی در [۲۹]

در این مقاله، روش مذکور برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی بسط داده شده و در پایان، کاربرد روش مذکور در کنترل یک برج تقطیر مورد بررسی قرار گرفته و پاسخ آن با روشهای دیگر، مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین، تاثیر خطا در پارامتر تاخیرزمان، در پاسخها مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- تحلیل کاربرد سیگنال MBPL در کنترل سیستمهای MIMO دارای تاخیر زمان

در شکل (۲)، سیستم کنترل پیشنهادی برای یک سیستم MIMO نمایش داده شده است.



شکل ۲. ساختار کنترل پیشنهادی در سیستمهای چند ورودی چند خروجی

توابع انتقال حلقه بسته این سیستم به صورت روابط (۱) و (۲) می باشند.

$$(\mathbf{Y_n(s)})(\mathbf{Y_{sp,n}(s)})^{-1} = (\mathbf{G_{p,n}(s)G_{c,n}(s)})(\mathbf{1+G_{mb,n}(s)+G_{p,n}(s)G_{c,n}(s)})^{-1} \quad (۱)$$

$$(\mathbf{Y_n(s)})(\mathbf{d_n(s)})^{-1} = (\mathbf{G_{d,n}(s)+G_{mb,n}(s)G_{d,n}(s)})(\mathbf{1+G_{mb,n}(s)+G_{c,n}(s)G_{p,n}(s)})^{-1} \quad (۲)$$

در روابط بالا

$\mathbf{Y_n(s), Y_{sp,n}(s), d_n(s), G_{mb,n}(s), G_{p,n}(s), G_{c,n}(s)}$ از چپ به راست به ترتیب نشان دهنده ماتریس پاسخ، ماتریس ورودیهای مرجع، ماتریس آشفتگی های ورودی، ماتریس توابع پیش بین کننده، ماتریس توابع فرآیندی و ماتریس کنترل کننده های سیستم کنترل می باشند.

در این سیستم نیز همانند سیستم کنترل پیشنهادی در سیستمهای تک ورودی تک خروجی، تابع $\mathbf{G_{mb,n}(s)}$ که پیش بین کننده حلقه n ام در سیستم کنترل می باشد باید یک تابع با رفتار حداقل فاز و دارای بهره غالب نسبت به توابع دیگر، در تابع حلقه باز مربوط به آن حلقه باشد. به عنوان مثال برای یک سیستم کنترل 2×2 که ساده‌ترین سیستم چند ورودی چند خروجی است، داریم:

$$open\,loop = \mathbf{G_{mb,2}(s)+G_{p,2}(s)G_{c,2}(s)} = \begin{bmatrix} G_{mb,11}(s) & 0 \\ 0 & G_{mb,22}(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} G_{c11}(s) & G_{c12}(s) \\ G_{c21}(s) & G_{c22}(s) \end{bmatrix} \quad (۳)$$

حالت مطلوب در کنترل سیستمهای چند ورودی چند خروجی، نبود اثر متقابل حلقه ها بر یکدیگر است. این حالت زمانی اتفاق می افتد که

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

ماتریس $\mathbf{G_{p,2}(s)G_{c,2}(s)}$ یک ماتریس قطری باشد که در این صورت ماتریس تابع انتقال حلقه باز سیستم کنترل پیشنهادی به صورت معادله زیر خواهد شد:

$$\chi(s)=\begin{bmatrix} G_{mb1}(s)+G_{p11}(s)G_{c11}(s) \\ G_{mb2}(s)+G_{P22}(s)G_{c22}(s) \end{bmatrix} \quad (۴)$$

برای برقراری شرایط مفهوم بهره غالب باید شرایط معادلات (۵) و (۶) در حلقه ها، بطوری برقرار باشد که نمودارهای فاز در تمام فرکانسها از محدوده ۰ تا ۱۸۰- درجه تجاوز ننماید.

$$\left|G_{mb1}(s)\right| \geq \left|G_{p11}(s)G_{c11}(s)\right| \quad (۵)$$

$$\left|G_{mb2}(s)\right| \geq \left|G_{p22}(s)G_{c22}(s)\right| \quad (۶)$$

این روش به خوبی قابل بسط برای سیستمهای با ابعاد بالاتر نیز می باشد و تنها کافی است که شرایط لازم برای ایجاد قید بهره غالب در تابع حلقه باز هر حلقه کنترل برقرار باشد [۲۹].

اگر بین حلقه ها اثرات تداحلی متقابل وجود داشته باشد در این صورت، به عنوان مثال، در یک سیستم کنترل 2×2 تابع حلقه باز سیستم کنترل به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} Q(s) &= (1+G_{mb,11}(s)+G_{p11}(s)G_{c11}(s)) \\ &(1+G_{mb,22}(s)+G_{p22}(s)G_{c22}(s)) \\ &-G_{p12}(s)G_{p21}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \end{aligned} \quad (۷)$$

که برای برقراری قید بهره غالب می بایست رابطه زیر در همه فرکانسها و یا اغلب آنها، به نحوی که نمودار فاز تابع حلقه باز سیستم کنترل حول نمودار تابع غیر حداقل فاز نوسان نکرده و از ۱۸۰- درجه عبور نکند، برقرار باشد:

$$\begin{aligned} &\left|G_{mb,11}(s)+G_{mb,22}(s)+G_{mb,11}(s)G_{mb,22}(s)\right| \geq \\ &\left|\begin{aligned} &G_{p22}(s)G_{c22}(s)+G_{p11}(s)G_{c11}(s) \\ &+G_{p11}(s)G_{p22}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \\ &+G_{p11}(s)G_{c11}(s)G_{mb,22}(s) \\ &+G_{p22}(s)G_{c22}(s)G_{mb,11}(s) \\ &-G_{p11}(s)G_{p21}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \end{aligned}\right| \end{aligned} \quad (۸)$$

البته برای کاربرد روش پیشنهادی در کنترل سیستمهایی که حلقه ها دارای اثرات متقابل می باشند، می توان از روش ساده تری نیز استفاده کرد. در این روش ابتدا اثرات متقابل حلقه ها از روشهای مختلف، مثل روشهای تنظیم کنترل کننده ها، از بین رفته و سپس روش پیشنهادی برای سیستم مفروض بکار می رود. در مثالی که در این مقاله آورده شده است این روش بکار رفته است.

در مورد انتخاب درجه تابع $G_{mb,j}$, $j=1,2,\ldots,n$ با توجه به اینکه در سیستمهای چند ورودی چند خروجی تابع $G_{mb,n}(s)$ را برای هر حلقه به صورت جداگانه و نسبت به تابع حلقه باز همان حلقه انتخاب می کنیم لذا انتخاب درجه این تابع نیز همانند سیستمهای تک ورودی تک خروجی است که در ذیل راجع به آن بحث خواهد شد. در مورد این سیستمها، تابع کلی حلقه باز را می توان به صورت معادله (۹) نمایش داد:

$$\begin{aligned} &overall\ open\ loop\ transfer\ \ function = \\ &G_{oo,j}(s)=G_{mb,j}(s)+G_{sol,j}(s) \\ &=\frac{K_{mb,j}}{D_{mb,j}^{(pb)}(s)}+\frac{K_{sol,j}N_{sol,j}^{(mo)}(s)}{D_{sol,j}^{(po)}(s)}e^{-s\,t_{d,j}} \ \ , \ \ j=1,2,\ldots,n \end{aligned} \quad (۹)$$

در رابطه بالا $G_{sol,j}(s)$ تابع حلقه باز ساده در حلقه j ام است. همچنین، $G_{ool,j}(s)$ تابع حلقه باز کلی برای حلقه j ام است. $K_{mb,j}$ و $K_{sol,j}$ به ترتیب بهره های جبران کننده MBPL و تابع حلقه باز ساده هستند و mo , pb و po درجات پلی نومیالها می باشند. بدین ترتیب معادله مشخصه روش پیشنهادی به صورت رابطه (۱۰) خواهد شد.

$$K_{mb,j}\,D_{sol,j}^{(po)}(s)+K_{sol,j}\,N_{sol,j}^{(mo)}(s)\,D_{mb,j}^{(pb)}\,e^{-st_d j}=0 \quad (۱۰)$$

برای اینکه شرط بهره غالب در تابع حلقه باز کلی هر حلقه برقرار باشد می بایست رابطه (۱۱) صادق باشد

$$po \geq mo+pb \Rightarrow pb \leq po-mo \quad (۱۱)$$

حال اگر $G_{sol,j}(s)$ یک تابع مناسب[1] باشد، یعنی $po=mo$ ، برای غالب شدن تابع دارای رفتار مینیم فاز در رابطه(۱۰)،(یعنی $K_{mb,j}\,D_{sol,j}^{(po)}(s)$) می بایست $pb=0$ باشد. در حالیکه اگر $G_{sol,j}(s)$ یک تابع اکیدا مناسب[2] باشد برای غالب شدن تابع دارای رفتار مینیمم فاز در رابطه (۱۰) می بایست $po>mo$ باشد که در آنصورت داریم $pb\geq 1$. در این مورد مطلوبترین درجه $pb=1$ است چرا که توابع درجه یک، دارای فاز محدود بوده و منحنی فاز آنها هرگز به ۱۸۰- نخواهد رسید لذا همواره پایدار می باشند. بطور کلی شرط از بین رفتن کلیه صفرهای سمت راست ناشی از پارامتر تاخیر زمان از تابع کلی حلقه باز برقراری رابطه (۱۲) می باشد.

$$\begin{aligned} &\left|K_{mb,j}\,D_{sol,j}^{(po)}(j\omega)\right| \\ &\geq \left|K_{sol,j}\,N_{sol,j}^{(mo)}(j\omega)D_{mb}^{(pb)}(j\omega)e^{-j\omega t_{d,j}}\right| \end{aligned} \quad (۱۲)$$

که معادل آن رابطه (۱۳) است.

$$\left|G_{mb,j}(j\omega)\right| \geq \left|G_{sol,j}(j\omega)\right| \quad (۱۳)$$

[1] Proper
[2] Strictly Proper

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

اگر بین حلقه های کنترل اثرات تداخلی وجود داشته باشد در این صورت با استفاده از معادله (۸) و کاربرد روشی مشابه آنچه در بالا ذکر شد، می توان درجه و بهره مناسب تابع جبران کننده را پیدا کرد.

۳- مقاوم بودن روش پیشنهادی در مقابل خطای مدل

در این بخش، مقاوم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مورد بررسی قرار می گیرد. برای سادگی بحث را برای زمانیکه اثرات متقابل در سیستم کنترل بین حلقه ها وجود ندارد انجام می دهیم بدیهی است روش مذکور به راحتی قابل تعمیم به سیستمهای دارای اثرات متقابل است. معادله مشخصه سیستم پیشنهادی در صورتیکه اثرات متقابل در سیستم کنترل وجود نداشته باشد به صورت رابطه (۱۴) می باشد.

$$\mathbf{1+G_{mb,n}(s)+G_{p,n}(s)G_{c,n}(s)=0} \qquad (۱۴)$$

خطا در مدل را می توان به صورت $\boldsymbol{\delta G_{p,n}(j\omega)=G_{p,n}(j\omega)-G_{n,n}(j\omega)}$ نمایش داد. $\boldsymbol{\delta G_{p,n}(j\omega)}$ تفاوت بین مدل واقعی $\boldsymbol{G_{p,n}(j\omega)}$ و مدل اسمی $\boldsymbol{G_{n,n}(j\omega)}$ می باشد. با جایگذاری $\boldsymbol{\delta G_{p,n}(j\omega)}$ در معادله (۱۴) به معادله (۱۵) خواهیم رسید.

$$\begin{aligned}&\mathbf{1+G_{mb,n}(j\omega)+G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)}\\&\mathbf{+\delta G_{n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)=0}\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

از طریق معادله (۱۵) می توان نرم بالاترین محدوده خطای مدل[1] را به دست آورد که رابطه (۱۶) خواهد شد

$$\begin{aligned}&\left|\boldsymbol{\delta G_{p,n}(j\omega)}\right|\\&=\frac{\left|\mathbf{1+G_{mb,n}(j\omega)+G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)}\right|}{\left|\mathbf{G_{c,n}(j\omega)}\right|}\end{aligned} \qquad (۱۶)$$

به همین طریق می توان این نرم را برای یک حلقه پس خور معمولی به دست آورد:

$$\left|\boldsymbol{\delta G_{p,n}(j\omega)}\right|=\frac{\left|\mathbf{1+G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)}\right|}{\left|\mathbf{G_{c,n}(j\omega)}\right|} \qquad (۱۷)$$

از مقایسه (۱۶) و (۱۷) می توان به این نتیجه رسید که در شرایط مساوی، نرم بالاترین محدوده خطای مدل در روش پیشنهادی به دلیل وجود تابع $\mathbf{G_{mb,n}(s)}$ بزرگتر از یک حلقه پس خور معمولی می باشد و بدین ترتیب می توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مقاومتر می باشد و هرچه بهره $\mathbf{G_{mb,n}(s)}$ بیشتر شود این نرم بیشتر شده و مقاومت روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل بیشتر می شود که بنابراین می توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی قابل انعطافتر از نظر دفع خطا های مدل می باشد.

۴- شبیه سازی

در ذیل، مثالی برای استفاده از سیستم پیشنهادی در کنترل فرآیندهای چند ورودی چند خروجی آورده شده و نحوه کاربرد آن برای این سیستمها شرح داده شده است.

مثال – تابع فرآیندی برج تقطیر Wood-Berry که یک تابع مشهور در زمینه سیستمهای چند ورودی چند خروجی می باشد به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۳۰]:

$$G_p(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \dfrac{-18.9e^{-3s}}{21s+1}\\ \dfrac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \dfrac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1}\end{bmatrix}$$

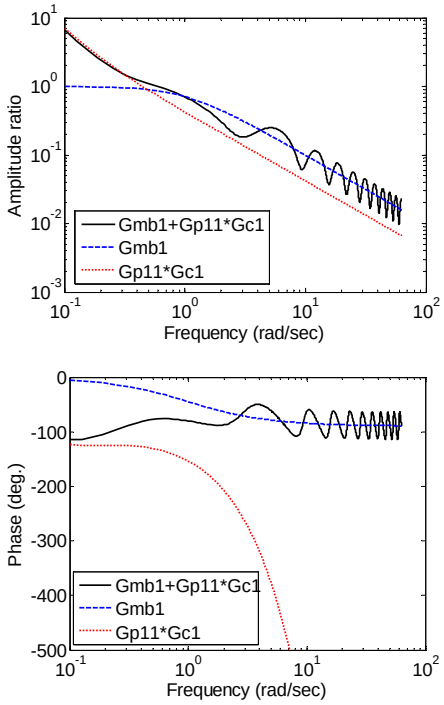
اولین نکته ای که در حل این مسائل باید در نظر گرفت تاثیر متقابل حلقه های کنترل بر یکدیگر است. برای اینکه حلقه ها بر یکدیگر اثرمتقابل نداشته باشند باید حاصلضرب $G_p \times G_c$ یک ماتریس قطری باشد. برای قطری کردن ماتریس تابع حلقه باز سیستم کنترل، از روشهای گوناگون استفاده می شود. در بعضی از مراجع با استفاده از دکوپلرها [۳۱-۳۵] و در بعضی دیگر با تنظیم پارامترهای کنترل کننده [۳۶-۴۰] این عمل انجام می شود. در این مثال از روش دوم استفاده شده است. در [۳۷] روشی ارائه شده است که بر اساس آن پارامترهای کنترل کننده ها طوری تنظیم می شوند که حلقه ها بریکدیگر تاثیر متقابل نداشته باشند. براساس این روش، برای این مثال پارامترهای کنترل کننده ها برای دو حلقه کنترل به صورت $G_{c1}=0.547+\dfrac{0.0915}{s}$ و $G_{c2}=-0.107-\dfrac{0.021}{s}$ برای کنترل کننده های PI به دست آمده اند.

در روش پیشنهادی، برای طراحی ساختار کنترل ابتدا باید تابع $\mathbf{G_{mb,n}(s)}$ را انتخاب کنیم. با توجه به اینکه در این مثال می خواهیم مقاوم بودن روش پیشنهادی را نسبت به خطای مدل نشان دهیم، برای تمامی پارامترهای تاخیر زمان در $G_{pij}(s)$ احتمال خطای تا ۵۰+

[1] Upper Norm Bound Uncertainty

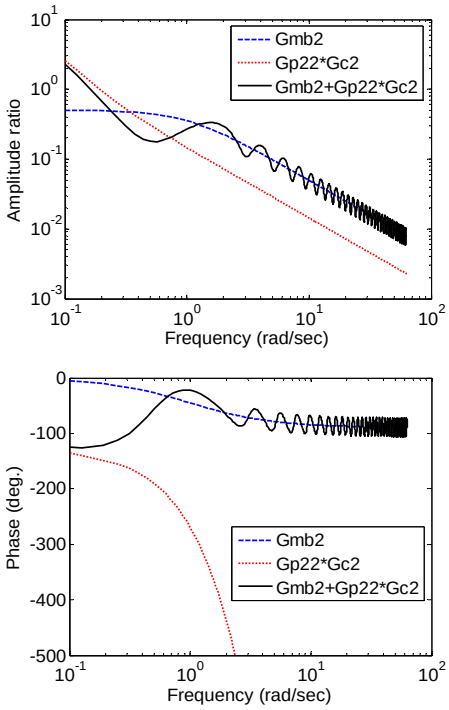
[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

درصد را درنظرمی گیریم. در روش پیشنهادی، تابع $\mathbf{G_{mb,n}(s)}$ را می بایست طوری انتخاب کنیم که توانایی پوشش بالاترین حد خطا را داشته باشد به طوریکه در بیشتر فرکانسها، شرط بهره غالب رعایت شده و تابع حلقه باز، رفتار حداقل فاز داشته باشد. با انتخاب $G_{mb1}(s)=\dfrac{1}{s+1}$ برای حلقه اول و $G_{mb2}(s)=\dfrac{0.5}{s+1}$ برای حلقه دوم،همانطور که در اشکال ۳ و ۴ نشان داده شده است، شرط بهره غالب برای بالاترین نرم محدوده خطای مدل، با شرایط ذکر شده، رعایت شده است. در شکل (۳) نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه اول در ساختار کنترل پیشنهادی و روش هوآنگ[1] [۳۷] که به ترتیب $G_{mb1}(s)+G_{p11}(s)G_{c1}(s)$ و $G_{p11}(s)G_{c1}(s)$ می باشند، ترسیم شده اند.



شکل ۳. نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه اول

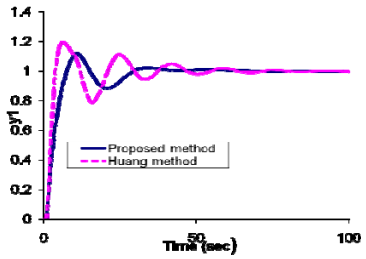
همچنین در شکل (۴) نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه دوم در ساختار کنترل پیشنهادی و روش هوآنگ که به ترتیب $G_{mb2}(s)+G_{p22}(s)G_{c2}(s)$ و $G_{p22}(s)G_{c2}(s)$ می باشند، ترسیم شده اند.



شکل ۴. نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه دوم

همانطور که دراین شکلها دیده می شود شرط برتر بودن بهره $\mathbf{G_{mb,n}(s)}$ در اغلب فرکانسها به نحوی که نمودار فاز قبل ازرسیدن به نقطه ۱۸۰- درجه محدود شود، در این دو حلقه برقرار است. بنابراین می توان به این نتیجه رسید که انتخاب $G_{mb,ii}(s)$ در هر دو حلقه مناسب بوده است. همچنین مینیمم فاز بودن رفتار تابع حلقه باز در روش پیشنهادی یکی از مزایای این روش نسبت به روشهایی است که در آنها تابع حلقه باز سیستم کنترل دارای رفتار غیرمینیمم فاز (مانند روش هوآنگ) است.

پاسخ های مربوط به روش پیشنهادی و روش Huang برای حلقه های اول و دوم به ترتیب در شکلهای (۵) و (۶) نمایش داده شده اند.

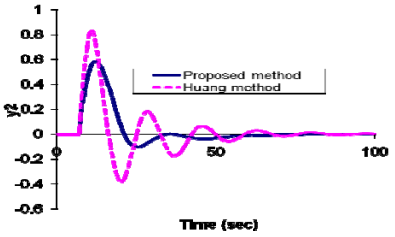


شکل ۵. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول

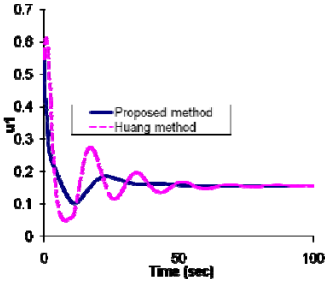
[1] Huang

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

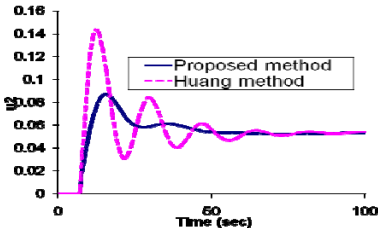
همچنین خروجی از کنترل کننده ها برای حلقه های اول و دوم به ترتیب در شکلهای (۷) و (۸) نمایش داده شده اند.



شکل ۶. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول



شکل ۷. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه اول



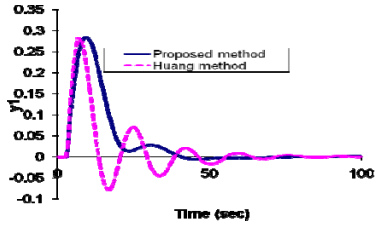
شکل ۸ مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه اول

همانطور که در شکلهای بالا مشخص است پاسخهای مربوط به روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ دارای نوسانات کمتر می باشد. در جدول ۱، مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکلهای (۵) و (۶) آورده شده است. همانطور که از مقادیر در جدول مشخص است پاسخهای روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ مطلوبتر می باشند.

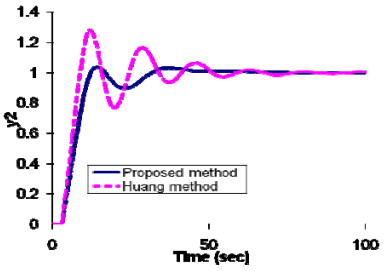
جدول ۱. مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکل های ۵ و ۶

نام روش	y_1		y_2	
	IAE	ISE	IAE	ISE
پیشنهادی	۱۳/۳۲	۱۰/۴	۸۱	۷۹/۳
هوآنگ	۱۴	۹/۵	۸۱/۶	۸۲/۱۶

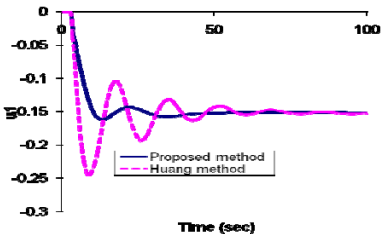
همچنین در شکلهای (۹) و (۱۰) خروجی هر دو حلقه در صورت تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر برای حلقه دوم در روش پیشنهادی و روش هوآنگ مقایسه شده اند. در شکلهای (۱۱)و (۱۲) نیز خروجی از کنترل کننده ها به ترتیب، برای حلقه های اول و دوم نمایش داده شده اند.



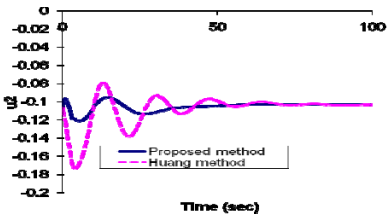
شکل ۹. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم



شکل ۱۰. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم



شکل ۱۱. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه دوم



شکل ۱۲. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه دوم

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

در این مورد هم همانطور که در شکلها مشخص است، پاسخهای مربوط به روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ دارای نوسانات کمتر بوده و از این جهت مطلوبتر می باشد. در جدول ۲ مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکلهای (۹) و (۱۰) آورده شده است. مقادیر جدول نشان می هد که پاسخهای روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ مطلوبتر می باشند.

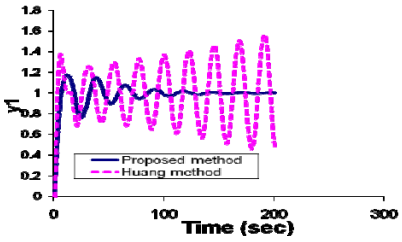
جدول ۲. مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکلهای ۹ و ۱۰

نام روش	y_1		y_2	
	IAE	ISE	IAE	ISE
پیشنهادی	۷۸/۸	۷۶/۲	۱۷/۱	۱۴/۴
هوآنگ	۸۰/۴	۷۹/۲	۱۸/۸	۱۴/۶

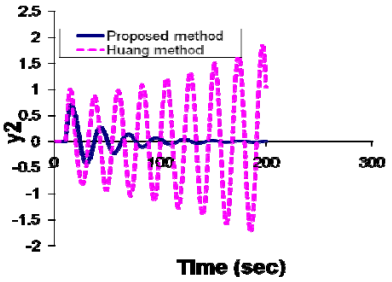
مقاوم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل

در این بخش مقاوم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. همانطور که قبلا نیز اشاره شد، روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مقاوم می باشد و این مقاومت بستگی به مقدار بهره های تابع $G_{mb,n}(s)$ دارد. هر چه این مقدار بیشتر باشد مقدار بالاترین نرم محدوده خطا بیشتر بوده و در نتیجه پایداری سیستم کنترل در مقابل مقدار خطای بیشتر تضمین خواهد شد. لازم به ذکر است که چون مقدار $G_{mb,n}(s)$ با توجه به نمودار پاسخ فرکانسی تعیین می شود بنابراین برای هر دو مورد خطای ساختاری و غیر ساختاری می توان سیستم کنترل را با افزایش مقدار بهره $G_{mb,n}(s)$ نسبت به خطای مدل مقاوم کرد. به عنوان مثال اگر در مثال قبل، در مقادیر تاخیر زمان ۵۰+ درصد خطا وجود داشته باشد روش هوآنگ ناپایدار خواهد شد اما برای روش پیشنهادی چنین مشکلی به وجود نخواهد آمد.

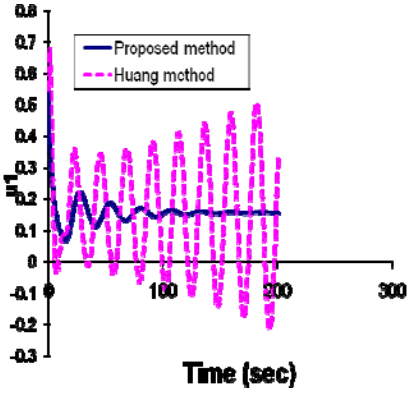
در شکلهای (۱۳) تا (۱۶) پاسخهای خروجی از حلقه اول و دوم و خروجیهای کنترل کننده ها در روش پیشنهادی و روش هوآنگ به هنگام ایجاد یک تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول و وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، نمایش داده شده اند.



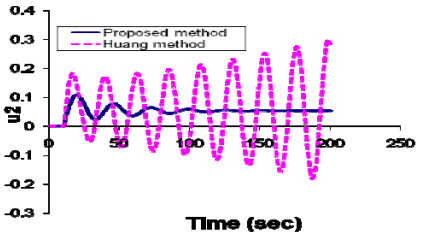
شکل ۱۳. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۴. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۵. مقایسه خروجیهای کنترل کننده از سیستم کنترل حلقه اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

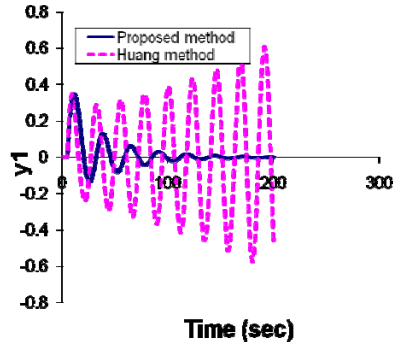


شکل ۱۶. مقایسه خروجیهای کنترل کننده از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

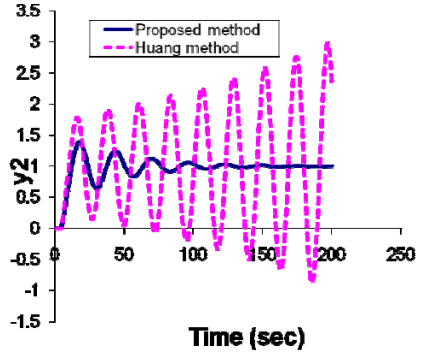
همچنین در شکلهای (۱۷) تا (۲۰) پاسخهای خروجی از حلقه اول و دوم و خروجیهای کنترل کننده ها در روش پیشنهادی و روش

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

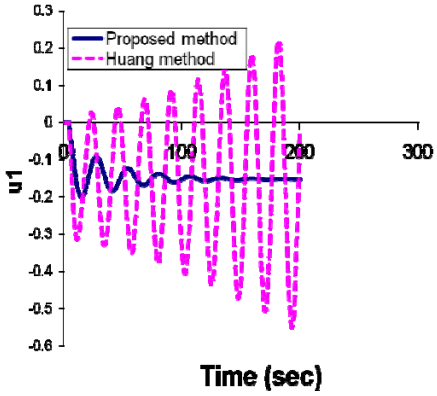
هوآنگ به هنگام ایجاد یک تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم نمایش داده شده اند.



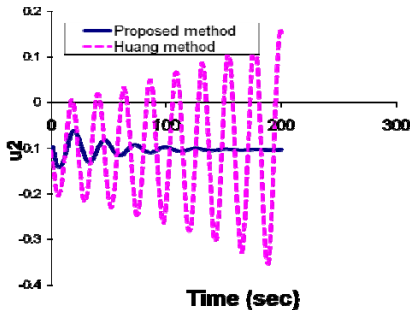
شکل ۱۷. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۸. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۹. مقایسه پاسخهای خروجی از کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۲۰. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰+ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

بنابراین با مقایسه شکلهای موجود می توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی در مقابل خطای موجود در مدل مقاوم بوده و ناپایدار نمی شود.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله روشی که در [۲۹] برای کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان ارائه شده است، برای سیستمهای چند روردی چند خروجی بسط داده شده است. بدیهی است که کلیه خواص روش مذکور که شامل توانایی کنترل فرآیندهای پارامتر گسترده و انتگرالی می باشد، با استفاده از روش مذکور، قابل تعمیم به سیستمهای چند ورودی چند خروجی می باشد. در این مقاله نشان داده شده است که روش مذکور نسبت به خطای مدل مقاوم می باشد و برای کاربرد آن نیاز به دانستن مدل دقیقی از فرآیند نمی‌باشد. چرا که برای استفاده از روش مذکور، تنها شناخت بالاترین باند خطا کافی است.

همچنین مزیت دیگر روش پیشنهادی کاربرد ساده آن می باشد. اگر یک تابع انتقال درجه یک باشد و با یک کنترل کننده PI ترکیب شود، یک کنترل کننده PID واقعی حاصل می شود. این مطلب در معادله (۱۸) نشان داده شده است.

$$\frac{G_{c_{PIn}}(s)}{1+G_{mbn}(s)}=\frac{K_{cn}+\frac{\tau_{in}}{s}}{1+\frac{K_{mbn}}{s+1}}=G_{c_{PIDn}}=[K'_{cn}+\frac{\tau'_{in}}{s}+\frac{\tau_{Dn}s}{\tau_{fn}s+1}] \qquad (۱۸)$$

بنابراین روش مذکور به راحتی در حلقه های پس خور معمولی قابل کاربرد می باشد.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

مراجع

[1] Smith, O. J. M., 1959, "A controller to overcome dead time", *ISA Journal*, 6, 2, 28-33.

[2] Normey-Rico J.E. & Camacho F., Eduardo. 2008, "Dead-time compensators: A survey.", *Control engineering practice*, 16, 4, 407-428.

[3] Astrom, K., Hang, C. C., & Lim, B. C. 1994,"A New Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, 2, 343-345

[4] Mataušek, M . R. and A. D. Micić. 1999, "On the Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Cont.,* 44, 8, 1603-1606.

[5] Majhi, S. and D. P. Atherton. 2000, "Obtaining Controller Parameters for a New Smith Predictor Using Auto Tuning". *Automatica*, 36, 11, 1651-1658.

[6] Majhi, S. and D. P. Atherton, 2000, "Obtaining Controller Parameters for a New Smith Predictor Using Auto Tuning". *Automatica*, 36,11, 1651-1658.

[7] Xiang , Lu., Yang,Y., Wang,Q and Zheng, W., 2005 "A Double Two - Degree - of -Freedom Control Scheme for Improved Control of Unstable Delay Processes", *Journal of Process Control*, 15, 5, 605 - 614.

[8] P. Garcia, P. Albertos, T. Hagglund, 2006, "Control of unstable non-minimum-phase delayed systems", *Journal of Process Control*, 16, 10, 1099−1111.

[9] J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho, 2009, "Unified approach for robust dead-time compensator design", *Journal of Process Control*, 19, 1, 38−47.

[10] C. Moore, C. Smith, P. Murril, 1970, "Improved algorithm for DDC", *Instrumentation Control Systems*, 43, 1.

[11] B.Ogunnaike, W.Ray, 1979, "Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays", 25, 1043–1057.

[12] Q. Wang, B. Zou, Y. Zhang, 2000, "Decoupling Smith predictor design for multivariable systems with multiple time delays", *Chemical Engineering Research and Design Transactions*, Part A, 78, 4565–572.

[13] R.S. Sanchez-Pe˜na, Y. Bolea, V. Puig, 2009, "MIMO smith predictor: global and structured robust performance analysis", *Journal of Process Control*, 19, 1, 163−177.

[14] P. Garcia, P. Albertos, 2010, "Dead time compensator for unstable MIMO systems with multiple time delays", 20, 7, 877-884.

[15] W.L. Luyben, 1986, "Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems", *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 25, 654–660.

[16] T.J. Monica, C.C. Yu, W.L. Luyben, 1988, "Improved multiloop single-input/single-output (SISO) controllers for multivariable processes", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 27, 969–973.

[17] D.Q. Mayne, 1973, "The design of linear multivariable systems", *Automatica*, 9, 201–207.

[18] M.S. Chiu, Y. Arkun, 1992, "A methodology for sequential design of robust decentralized control systems", *Automatica*, 28, 5, , 997–1001.

[19] M. Hovd, S. Skogestad, 1994, "Sequential design of decentralized controllers", *Automatica*, 30, 10, 1601–1607.

[20] S.J. Shiu, S.H. Hwang, 1998, "Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers", *Ind. Eng.Chem. Res.*, 37, 107–119.

[21] S.H. Shen, C.C. Yu, 1994, "Use of relay-feedback test for automatic tuning of multivariable systems", *AIChE Journal*, 40, 4, 627–646.

[22] J. Lee, W. Cho, T.F. Edgar, 1998, "Multiloop PI controller tuning for interacting multivariable processes", *Comp. Chem. Eng.*, 22, 11, 1711–1723.

[23] Q.G. Wang, T.H. Lee, Y. Zhang, 1998, "Multi-loop version of the modified Ziegler–Nichols method for two input two output process", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37, 4725–4733.

[24] J. Bao, J.F. Forbes, P.J. McLellan, 1999, "Robust multiloop PID controller design: a successive semidefinite programming approach", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 38, 3407–3419.

[25] C.G. Economou, M. Morari, 1986, internal model control: 6. Multiloop design, *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* 25, 411–419.

[26] P. Grosdidier, M. Morari, 1986, "Interaction measures for systems under decentralized control", *Automatica*, 22, 309–319.

[27] S. Skogestad, M. Morari, 1989, "Robust performance of decentralized control systems by independent designs", *Automatica*, 25, 1, 119–125.

[28] M. Hovd, S. Skogestad, 1993, "Improved independent design of robust decentralized controllers", *J. Process Control*, 3, 1, 43–51.

[29] M. Esmaeli, M. Shirvani, 2008, "A new method for time delay compensation in control systems", *IJCCE*, 27, 4, 49-64.

[30] R.K. Wood, M.W. Berry, 1973, "Terminal composition control of a binary distillation column", *Chem. Eng. Sci.,* 28, 1707–1717.

[31] D. Pomerleau, A. Pomerleau, 2001, "Guide lines for the tuning and the evaluation of decentralized and

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]

decoupling controllers for processes with recirculation", *ISA Trans.* 40, 4, 341–351.

[32] M. Wallter, J.B. Wallter, K.V. Wallter, 2003, "Decoupling revisited", *Ind. Eng. Chem. Res.* 42, 20, 4575–4577.

[33] D. Chen, D.E. Seborg, 2003, "Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis", *J. Process Control*, 13, 1, 27–39.

[34] A.F. Gilbert, A. Yousef, K. Natarajan, S. Deighton, 2003, "Tuning of PI controllers with one-way decoupling in 2 · 2 MIMO systems based on finite frequency response data", *J. Process Control*, 13, 6, 553–567.

[35] J. Lee, D.H. Kim, T.F. Edgar, 2005, "Static decouplers for control of multivariable processes", *AIChE J.*, 51, 10, 2712–2720.

[36] A. Desbiens, A. Pomerleau, D. Hodouin, 1996, "Frequency based tuning of SISO controllers for two-by-two processes", *IEE Proc.—Control Theory Appl.*, 143, 1, 25–32.

[37] H. P. Huang, J. C. Jeng, C.H. Chiang, W. Pan, 2003, "A direct method for multi-loop PI/PID controller design", J. Process Control, 13, 8, 769-786.

[38] T. Liu, W.D. Zhang, D.Y. Gu, 2006, "Analytical design of decoupling internal model control (IMC) scheme for two-input-two-output (TITO) processes with time delays", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 45, 9, 3149–3160.

[39] T. Liu, W. Zhang, F. Gao, 2007, "Analytical decoupling control strategy using a unity feedback control structure for MIMO processes with time delays", *J. Process Control*, 17, 2, 173-186.

[40] Q. Xiong, W. J. Cai, M. J. He, 2007, "Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes", J. Process Control, 17, 8, 665-673.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2025-10-25]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.2.2.2]