

## طراحی یک الگوریتم کنترل تطبیقی-لغزشی بدون چرخش، تکینگی و نقطه تعادل ناپایدار جهت ردیابی وضعیت مقاوم ماهواره

محمدرضا عابدینی<sup>۱</sup>، مصطفی عابدی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت، Abedini@gmail.com

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید بهشتی، Mo\_abedi@sbu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۴/۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۸/۱۹)

**چکیده:** هدف از این مقاله ارائه یک الگوریتم کنترل ردیابی وضعیت مقاوم برای ماهواره صلب در حضور اغتشاشات محیطی و رخداد عیب در عملگرها می‌باشد. در این راستا فرض می‌گردد که لختی دورانی ماهواره و حد بالای اغتشاشات نامعلوم هستند. همچنین هیچ اطلاعی از نوع عیب حادث شده وجود ندارد. راه‌حل ارائه شده ساختار جدیدی را ارائه می‌دهد که در آن پارامترهای نامعلوم و قسمت ثابت و یا با تغییر آهسته اغتشاشات، شامل اغتشاشات محیطی و اغتشاش ناشی از عیب عملگرها، توسط قانون به روز رسانی تطبیقی به دست آورده می‌شوند و قسمت متغیر با زمان اغتشاشات از طریق کنترل لغزشی جبران می‌گردند. قانون کنترل پیشنهاد شده دارای مشکل چرخش<sup>۱</sup> و تکینگی نمی‌باشد و نسبت به زمان پیوسته است. همچنین مسئله عدم دارا بودن نقطه تعادل ناپایدار و اثرپذیری از دوگانگی در نمایش وضعیت (توسط کوآترنیون‌ها) در آن حل گردیده است. جهت توسعه این الگوریتم، یک سناریوی سه مرحله‌ای ارائه گردیده است که در طی آن لختی دورانی ماهواره و حد بالای اغتشاشات و لذا حدود آستانه رخداد عیب به دست آورده می‌شوند. این الگوریتم همچنین دارای قابلیت تعیین عملگر معیوب نیز می‌باشد. طراحی این قابلیت بگونه‌ای خواهد بود که بتوان میزان رخداد عیب در چرخ‌ها را مشخص نمود و بر اساس آن راهکار مناسب برای جبران عیب انتخاب گردد. در این مقاله، پایداری کلیه الگوریتم‌های طراحی شده اثبات شده است. در انتها نیز سناریوهای شبیه‌سازی مختلف برای ارزیابی الگوریتم‌ها ارائه گردیده‌اند. نتایج این شبیه‌سازی‌ها صحت عملکرد آنها را به تأیید می‌رساند.

**کلمات کلیدی:** کنترل ردیابی وضعیت ماهواره، کنترل تطبیقی-لغزشی، پدیده چرخش، تکینگی، تشخیص عیب.

### Design of an Adaptive Sliding Control Algorithm without Unwinding, Singularity and Unstable Equilibrium Point Problems for Robust Attitude Tracking of a Satellite

Mohammadreza Abedini, Mostafa Abedi

**Abstract:** A robust attitude tracking control algorithm is suggested in this paper in the presence of environmental disturbances and fault occurrence in the actuators. For this, it is assumed that the moments of inertia and the upper bounds of disturbances are unknown. Also, there is no data about the fault type. The presented solution is a novel idea in which the unknown parameters and the constant or slow changing disturbances (including the environmental effects and the actuators faults) are obtained using the adaptive updating law. The variable part of disturbances is compensated by the sliding mode control. The suggested control algorithm is continuous and has no unwinding and singularity problems. Also, the unstable equilibrium point and the ambiguity problem in the display of attitude determination outputs (the quaternions) have been solved. To develop this methodology, a three stages scenario is presented to calculate the satellite moment of inertia, the disturbances and the fault detection thresholds. This algorithm can also determine the faulty actuator. Using this feature, the fault extent in the wheels are determined and based on, the

<sup>۱</sup> - unwinding

suitable correction actions are selected. In this paper, the stability of all designed algorithms is proved. At the end, different simulations are conducted to validate the algorithms. The results of these simulations verify the expected performance.

**Keywords:** Attitude tracking control of satellite, adaptive-sliding control, unwinding problem, singularity, fault detection.

## نمادها و اختصارات

$\alpha, \beta$	زوایای نصب چرخ ها
$\omega$	سرعت زاویه ای
$\omega_d$	سرعت زاویه ای مطلوب
$\tilde{\omega}$	خطای سرعت زاویه ای
$\omega_w$	سرعت زاویه ای چرخ عکس‌العملی
$\eta$	بخش اسکالر کواترنیون
$\varepsilon$	بخش برداری کواترنیون
$a$	بردار پارامترهای ماهواره
$\hat{a}$	بردار تخمین پارامترها
$\tilde{a}$	خطای تخمین پارامترها
$H$	اندازه حرکت زاویه ای ماهواره
$h_w$	اندازه حرکت زاویه ای چرخ
$I_s$	لختی دورانی ماهواره
$I_w$	لختی دورانی چرخ عکس‌العملی
$q$	بردار کواترنیون
$q_d$	کواترنیون مطلوب
$\tilde{q}$	خطای کواترنیون
$S$	سطح لغزش
$T_c$	گشتاور فرمان
$T_d$	گشتاور اغتشاشی
$T_{com}$	گشتاور جبران‌ساز

## ۱- مقدمه

هدف از این مقاله، طراحی یک سامانه کنترل وضعیت برای یک ماهواره سه محوره می‌باشد. کنترل وضعیت، وظیفه نشانه‌روی دقیق یک محموله را نسبت به یک مرجع مشخص بر عهده دارد. امروزه پیچیدگی انواع محموله‌ها اعم از مخابراتی و یا سنجشی به افزایش جرم و اندازه ماهواره‌ها و حجم بالای ارتباطات و اتصالات داخلی آن منجر گردیده است. از سوی دیگر محیط فضا دارای انواع اغتشاشات شامل اغتشاشات آیرودینامیکی، تشعشعات خورشیدی، جاذبه زمین و غیره می‌باشد. بنابراین یک محیط چالش‌زا محسوب می‌گردد که در آن ماهواره بدون دسترسی و یا قابلیت تعمیر باید مأموریت خود را به انجام برساند. مجموعه موارد ذکر شده این الزام را ایجاد می‌کنند که نیازمندی کنترل وضعیت که بعضاً ممکن است بهتر از دهم درجه باشد با وجود مسائلی همچون اغتشاشات، غیرخطی بودن دینامیک ماهواره و عدم قطعیت‌های پارامتری خصوصاً در ممان‌های اینرسی محقق گردند [۱]. علاوه بر این، علی‌رغم

اتخاذ تدابیری همچون انتخاب ادوات نزدیک به ایده‌ال، انجام مراحل تضمین محصول و تست‌های محیطی، رخداد عیب در زیرسیستم کنترل وضعیت گریزناپذیر است [۲]. یک مقایسه آماری که حاصل از اطلاعات ۱۵۸۴ ماهواره مابین سال‌های ۱۹۹۸ تا ۲۰۰۸ می‌باشد، نشان می‌دهد که ۳۶٪ از عیوب حادث شده در ماهواره به سامانه کنترل وضعیت اختصاص یافته است [۳]. بسیاری از این حوادث غیرمنتظره به از دست رفتن مأموریت و یا مختل شدن سرویس مورد انتظار از آن منجر گردیده است. بر این اساس، طراحی یک سیستم کنترل وضعیت مقاوم با قابلیت محاسبه انواع اغتشاشات و عدم قطعیت‌های پارامتری (ممان‌های اینرسی) برای یک ماهواره سه محوره مد نظر قرار گرفته است. این سامانه بگونه‌ای طراحی شده است که دارای قابلیت آشکارسازی عیب عملگرها و اصلاح خودکار آن نیز می‌باشد. امروزه مراجع مختلفی به مقوله کنترل وضعیت ماهواره پرداخته‌اند. یکی از روش‌های مرسوم که در مراجع مختلف مورد بررسی قرار گرفته است، کنترل مود لغزشی می‌باشد. این روش دارای ویژگی‌هایی همچون مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت‌های دینامیکی و اغتشاشات خارجی می‌باشد. در این راستا در [۴] یک کنترل کننده هیبرید بر اساس کواترنیون پیشنهاد شده است. [۵] و [۶] راهکاری را برای ردیابی وضعیت ماهواره در زمان محدود با استفاده از کنترل کننده لغزشی<sup>۱</sup> TSM ارائه داده‌اند. در [۷] کنترل مود لغزشی به روش TSM و با استفاده از ماتریس دوران مورد بررسی قرار گرفته است. قابل ذکر است که تمامی مراجع فوق نیاز به دانستن حد بالای اغتشاشات و ممان‌های اینرسی ماهواره در مراحل طراحی خود می‌باشند. جهت حذف یا کاهش عدم قطعیت‌های پارامتری و عدم نیاز به دانستن مقادیر لختی دورانی از راهکار تلفیق الگوریتم‌های تطبیقی و لغزشی بهره‌گیری می‌شود که برخی مراجع به این موضوع پرداخته‌اند. بعنوان نمونه در [۸] و [۹] از این ایده استفاده شده است و در آنها حد بالای اغتشاشات توسط الگوریتم تطبیقی به دست آورده می‌شود. در این مراجع فرض شده است که ممان‌های اینرسی ماهواره معلوم می‌باشد. در [۱۰] یک روش کنترل وضعیت مبتنی بر کواترنیون معرفی شده است و مقادیر لختی دورانی ماهواره توسط یک مشاهده‌گر تطبیقی محاسبه می‌گردد. استفاده از محاسبه تطبیقی پارامترها در مجاورت الگوریتم لغزشی باعث کوچک‌تر شدن بهره کنترل و در نتیجه چترینگ کمتر و تلاش کنترل کمتر می‌گردد و استهلاک کمتر عملگرها را در پی خواهد داشت. با توجه به اهمیت مقاوم بودن نسبت به عیب، برخی مراجع این موضوع را مورد تأکید قرار داده‌اند. در این راستا

<sup>1</sup> Terminal Sliding Mode

کنترل‌کننده لغزشی را به عنوان ورودی دریافت می‌کند. طراحی این بلوک، ایده‌ای است که برای تعیین عملگرهای سالم پیشنهاد شده است و سهم هر یک از این عملگرها جهت دستیابی به گشتاورهای فرمان تولیدی توسط کنترل لغزشی را تعیین می‌نماید. این بخش همچنین وظیفه اصلاح اثر عیب حادث شده در زیرسیستم را برعهده دارد. برای این منظور یک راهکار سه مرحله‌ای در نظر گرفته شده است که به موجب آن، پس از محاسبه اغتشاشات، حد آستانه هر یک از چرخ‌ها در ابتدای هر سناریو محاسبه می‌گردد. وضعیت سالم یا معیوب بودن چرخ‌ها در هر لحظه، نسبت به این حد آستانه سنجیده می‌شود. در صورت معیوب بودن چرخ، پیکربندی جدید از عملگرها توسط بلوک مدیریت عیب فعال می‌گردد تا اثر عیب رخ داده اصلاح گردد. قابل ذکر است که این روش برای هر چرخ، حد آستانه منحصر به فردی را به دست می‌آورد که در ابتدای هر سناریو قابل اصلاح است. به عبارت دیگر نیاز به فرض یک حد آستانه ثابت و محافظه‌کارانه را که بعضاً به خطا در تشخیص عیب منجر می‌گردد، نخواهد داشت.

کار صورت گرفته در این مقاله راهکار جامع و نوینی را در قیاس با کارهای مشابه از نقطه نظر حل همزمان مسئله چرخش، حذف نقطه تعادل ناپایدار و مقاوم بودن نسبت به عیوب حادث شده در عملگرها را ارائه می‌دهد. این روش مشکلات فوق را بدون وجود تکینگی مرتفع کرده است و یک کنترل‌کننده پیوسته را ارائه می‌دهد. به عنوان نمونه، در مراجع [۸-۱۲] علی‌رغم اینکه از الگوریتم تطبیقی استفاده شده است اما دارای مشکل چرخش و نقطه تعادل ناپایدار می‌باشند. مراجع [۱۳]، [۱۴] و [۱۵] نیز دارای مشکل چرخش می‌باشند. روش موجود در [۶] علی-رغم اینکه دارای نقطه تعادل ناپایدار و مسئله چرخش نیست، اما دارای تکینگی است که این موضوع می‌تواند باعث اشباع عملگرها و کاهش عملکرد سیستم گردد. مراجع [۱۰-۱۲] نیز دارای نقطه تکینگی برای کنترل می‌باشد. در قانون تطبیقی ارائه شده در این مقاله، نیاز به مقادیر دقیق لختی دورانی و حد بالای اغتشاشات ندارد. کلیه این مقادیر با دقت مناسب بطور یکجا استخراج گردیده‌اند و همگرایی آنها به مقادیر واقعی اثبات گردیده است. در مراجعی همانند [۷-۴] مقادیر دقیق لختی دورانی مورد نیاز است. همچنین در [۸] بجای مقدار دقیق اغتشاشات، حد بالای آنها به دست آورده شده است که این موضوع باعث افزایش چترینگ می‌گردد. قابلیت تخمین ارائه شده در مراجع [۱۰] و [۱۱] با حضور مشاهده‌گر میسر شده است اما راهکار پیشنهادی نیاز به مشاهده‌گر ندارد. همچنین از نقطه نظر مقاوم بودن نسبت به عیب، در اکثریت مراجع از جمله [۱۵-۱۰] این قابلیت با فرض روشن بودن همزمان عملگرها فراهم شده است و لذا در صورت رخداد عیب در یک عملگر، همچنان روشن نگاه داشته می‌شود که می‌تواند دارای ریسک قابل ملاحظه‌ای باشد. در کار حاضر چنین فرضی مد نظر قرار نگرفته است. علاوه بر آن، قابلیت آشکارسازی و تعیین محل رخداد عیب قرار داده شده است. لذا عملگر معیوب در کمترین زمان ممکن شناسایی و خاموش می‌گردد. این راه‌حل

[۱۱] یک روش کنترل برای ماهواره شامل چهار چرخ عکس‌العملی را پیشنهاد داده است که در آن عیب به صورت دینامیک‌های ناشناخته جمعی و ضربی مدل شده است. [۱۲] یک کنترل مد لغزشی مبتنی بر نمایش<sup>۱</sup> MRP را ارائه داده است که نسبت به اغتشاشات خارجی و عیب عملگرها مقاوم می‌باشد. در این روش، اغتشاشات و عدم قطعیت توسط مشاهده‌گر تخمین زده می‌شوند. قابل ذکر است که در مراجع فوق، اطلاعات لختی دورانی ماهواره مورد نیاز می‌باشند. در [۱۳] یک کنترل-کننده لغزشی نوع انتگرالی استفاده شده است که دارای قابلیت به روزرسانی پارامترهای کنترلی می‌باشد. یک کنترل‌کننده TSM تحمل-پذیر نسبت به عیب در [۱۴] ایجاد شده است تا علی‌رغم رخداد عیب، همگرایی خطا به صفر در زمان محدود محقق گردد. در [۱۵] نیز از ایده مشابهی برای یک ماهواره منعطف استفاده شده است. ردیابی وضعیت ماهواره با رهیافت کنترل تطبیقی غیرمستقیم در [۱۶] بررسی گردیده است. برای این منظور یک سطح لغزشی مبتنی بر کوآرتیون تعریف شده است و عدم قطعیت‌ها و عیب عملگرها به شکل تطبیقی جبران می‌گردند. در مراجع [۱۶-۱۲] حد بالای عدم قطعیت‌ها تخمین زده شده‌اند. در این مقالات برای قابلیت اصلاح عیب، تمامی عملگرها بطور همزمان روشن نگاه داشته می‌شوند که البته جدا از ریسک بالای این روش، اتلاف انرژی را به همراه خواهد داشت.

در این مقاله همانطور که عنوان گردید، طراحی یک الگوریتم کنترل ردیابی وضعیت مقاوم مد نظر قرار گرفته است. سیستم کنترل وضعیت مد نظر برای یک ماهواره سه محوره مشتمل بر چهار چرخ عکس‌العملی می‌باشد. برای این منظور فرض شده است که لختی دورانی ماهواره و حد بالای عدم قطعیت‌ها (شامل اغتشاشات محیطی) نامعلوم هستند. همچنین احتمال رخداد عیب در عملگرها وجود دارد و شرط روشن بودن همزمان کلیه عملگرها در نظر گرفته نشده است. بنابراین با عیب عملگرها به عنوان یک اغتشاش داخلی رفتار شده است. راه‌حل ارائه شده، ساختار جدیدی را ارائه می‌دهد که در آن لختی دورانی و قسمت ثابت و یا با تغییرات آهسته اغتشاشات شامل اغتشاشات محیطی و اغتشاش ناشی از عیب عملگرها توسط قانون به روزرسانی تطبیقی استخراج می‌گردد. قسمت متغیر با زمان اغتشاشات از طریق کنترل لغزشی جبران می‌گردد. کنترل‌کننده لغزشی فرمان مرجع مورد نیاز برای ردیابی وضعیت ماهواره تولید می‌کند. تلفیق الگوریتم‌های مذکور بگونه‌ای صورت گرفته است که مسئله چرخش حل گردد. با وجود حل مسئله چرخش، این قانون پیوسته بوده و فاقد تکینگی و نقطه تعادل ناپایدار می‌باشد. در واقع، کنترل‌کننده دارای یک بخش جبران‌ساز است که از قرار گرفتن سیستم در نقطه تعادل ناپایدار ممانعت به عمل می‌آورد. علاوه بر این، الگوریتم‌های فوق به گونه‌ای توسعه داده شده‌اند که قابلیت مدیریت عیب در سامانه کنترل وضعیت ایجاد گردد. در این راستا، یک بلوک مدیریت عیب مد نظر قرار گرفته است که فرمان مرجع تولیدی توسط

<sup>1</sup> Modified Rodriguez Parameters

$$q_d^{-1} = \begin{bmatrix} -d \\ \eta_d \end{bmatrix} \quad (5)$$

و عملگر  $\otimes$  نشان دهنده ضرب کواترنیون، تعریف شده به صورت زیر است:

$$q_1 \otimes q_2 = F(q_1)q_2 \quad (6)$$

بر اساس رابطه سینماتیک (۱)، سینماتیک خطای ردیابی زیر را خواهیم داشت:

$$\dot{\tilde{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\epsilon}} \\ \dot{\tilde{\eta}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} F(\tilde{q}) \begin{bmatrix} \tilde{\omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

که

$$\tilde{\omega} = \omega - R(\tilde{q})\omega_d \quad (8)$$

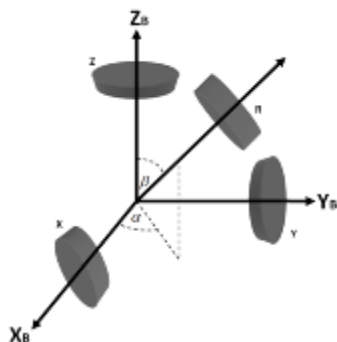
که  $\tilde{\omega}$  نرخ خطای ردیابی است. ماتریس  $R(\tilde{q})$  ماتریس دوران بین دستگاه بدنه و دستگاه مطلوب می باشد که مطابق زیر محاسبه می گردد:

$$R(\tilde{q}) = (\tilde{\eta}^2 - \tilde{\epsilon}^T \tilde{\epsilon}) \mathbf{I}_{3 \times 3} + 2 \tilde{\epsilon} \tilde{\epsilon}^T - 2 \tilde{\eta} [\tilde{\epsilon} \times] \quad (9)$$

و  $\omega_d$  نیز سرعت زاویه ای چرخش دستگاه مطلوب نسبت به دستگاه لخت، بیان شده در دستگاه مطلوب است.

### ۳- دینامیک ماهواره

برای بدست آوردن دینامیک ماهواره، ساختار عملگرها همانند شکل ۱ در نظر گرفته می شود که دارای چهار چرخ عکس العملی (عملگر) در راستاهای مختلف می باشد. چرخ های اصلی  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  در راستای محورهای بدنه ماهواره و چرخ بدک  $R$  دارای زوایای  $\alpha$  و  $\beta$  نسبت به این محورها می باشد. بر اساس این ساختار، دینامیک ماهواره توسط روابط زیر قابل بیان می باشد [۱۷]:



شکل ۱: ساختار در نظر گرفته شده برای چرخ های عکس العملی ماهواره [۱۸]

دارای قابلیت اطمینان بالاتری می باشد. در انتهای مقاله، قابلیت های فوق توسط نتایج شبیه سازی مورد تأیید قرار خواهند گرفت.

در ادامه، مقاله دارای ساختار زیر می باشد. در بخش ۲ سینماتیک ماهواره عنوان می گردد. در ادامه در بخش ۳ معادلات دینامیک ماهواره تشریح می گردد. بخش ۴ به مراحل طراحی الگوریتم تطبیقی-لغزشی اعم از انتخاب سطح لغزشی، طراحی خود الگوریتم و بخش مدیریت عیب اختصاص داده شده است. در بخش ۵ نتایج شبیه سازی و در نهایت جمع بندی مقاله در بخش ۶ ارائه گردیده اند.

### ۲- سینماتیک ماهواره

در این مقاله سه دستگاه مختصات در نظر گرفته شده است: دستگاه مختصات بدنه ماهواره که نسبت به ماهواره ثابت است، دستگاه مختصات اینرسی ECI و دستگاه مختصات مطلوب. هدف، کنترل وضعیت ماهواره به گونه ای است که دستگاه بدنه بر دستگاه مطلوب منطبق شود و آن را دنبال کند. روابط سینماتیک ماهواره را می توان به فرم کواترنیون به صورت زیر بیان کرد [۱۷]:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} F(q) \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

که  $\omega$  سرعت زاویه دستگاه بدنه نسبت به دستگاه لخت و

$q = \begin{bmatrix} \epsilon \\ \eta \end{bmatrix}$  بردار کواترنیون وضعیت ماهواره با قسمت اسکالر  $\eta$  و برداری  $\epsilon$  می باشد. ماتریس  $F(q)$  یک ماتریس  $4 \times 4$  به صورت زیر است:

$$F(q) = \begin{bmatrix} \eta \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\epsilon \times] & \\ & -\epsilon^T & 0 & \eta \end{bmatrix} \quad (2)$$

که  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  ماتریس یکه با ابعاد  $3 \times 3$  است و ماتریس  $[\epsilon \times]$  به شکل زیر تعریف می گردد:

$$[\epsilon \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\epsilon_3 & 2\epsilon_2 \\ \epsilon_3 & 0 & -\epsilon_1 \\ -\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

که  $\epsilon_i$  ها مؤلفه های بردار  $\epsilon$  هستند. جهت ردیابی وضعیت مطلوب که با بردار کواترنیون  $q_d$  نشان داده می شود، بردار کواترنیون خطای ردیابی  $\tilde{q}$  از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\tilde{q} = q_d^{-1} \otimes q \quad (4)$$

که  $q_d^{-1}$  بردار کواترنیون مطلوب معکوس است و با رابطه زیر تعریف می گردد:

$$W_1(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x\omega_z & \omega_x\omega_y & -\omega_y\omega_z & \omega_y^2 - \omega_z^2 & \omega_x\omega_z \\ \omega_x\omega_z & \omega_y\omega_z & \omega_z^2 - \omega_x^2 & 0 & -\omega_x\omega_y & -\omega_x\omega_z \\ -\omega_x\omega_y & \omega_x^2 - \omega_y^2 & -\omega_y\omega_z & -\omega_x\omega_y & \omega_x\omega_z & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$W_2(\dot{\omega}) = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_x & 0 & \omega_y & \omega_z & 0 \\ 0 & 0 & \omega_x & 0 & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix} \quad (21)$$

که  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  به ترتیب مولفه‌های  $x, y$  و  $z$  بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره  $\omega$  هستند. اما رابطه (۱۷) عملاً قابل استفاده نیست زیرا  $\dot{\omega}$  اندازه‌گیری نمی‌شود و با توجه به اینکه بردار اندازه‌گیری شده  $\omega$  در عمل دارای نویز است مشتق‌گیری از آن نویز را به صورت قابل توجهی در  $\dot{\omega}$  افزایش می‌دهد و باعث کاهش شدید دقت در تخمین پارامتر  $a$  می‌شود. برای غلبه بر این مشکل دو طرف رابطه را در فیلتر پایین گذر  $\frac{\lambda}{s+\lambda}$  ضرب می‌کنیم. به همین منظور پس از گذراندن  $\dot{\omega}$  از فیلتر ذکر شده رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\omega}_f = \frac{\lambda}{s+\lambda} \dot{\omega} = \frac{s\lambda}{s+\lambda} \omega \quad (22)$$

بنابراین با پیاده‌سازی فیلتر  $\frac{s\lambda}{s+\lambda}$  به صورت شکل ۲ که ورودی آن  $\omega$  و خروجی آن  $\dot{\omega}_f$  است، دیگر نیازی به داشتن مقدار  $\dot{\omega}$  نیست. بنابراین رابطه فیلتر شده (۱۷) مطابق زیر بدست آورده می‌شود:

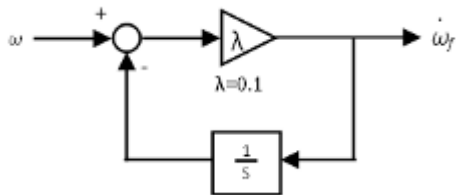
$$Y_f(\omega, \omega_w) = W_f(\omega) a \quad (23)$$

که:

$$Y_f(\omega, \omega_w) = \frac{\lambda}{s+\lambda} Y(\omega, \omega_w) \quad (24)$$

$$W_f(\omega) = \left[ W_{1f}(\omega) + W_{2f}(\omega) \frac{\lambda}{s+\lambda} \mathbf{I}_{3 \times 3} \right] \quad (25)$$

$$W_{1f}(\omega) = \frac{\lambda}{s+\lambda} W_1(\omega) \quad (26)$$



شکل ۲: پیاده‌سازی فیلتر  $\frac{s\lambda}{s+\lambda}$  به ازای  $\lambda=0.1$

$$\begin{aligned} W_{2f}(\omega) &= \frac{\lambda}{s+\lambda} W_2(\dot{\omega}) \\ &= W_2\left(\frac{s\lambda}{s+\lambda} \omega\right) = W_2(\dot{\omega}_f) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\dot{\omega} = I_s^{-1} (T - \omega \times H - T_d) \quad (10)$$

$$H = I_s \omega + Ch_w \quad (11)$$

$$h_w = I_w \omega_w \quad (12)$$

$$T = -Ch_w \quad (13)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \sin\beta\cos\alpha \\ 0 & 1 & 0 & \sin\beta\sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$I_s = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

که  $\omega$  سرعت زاویه‌ای چرخش ماهواره نسبت به دستگاه لخت،  $\omega_w$  سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی،  $I_w$  لختی دورانی چرخ‌های عکس‌العملی،  $C$  ماتریس پیکربندی چرخ‌های عکس‌العملی که برای پیکربندی چرخ‌های عکس‌العملی شکل (۱) بدست آورده شده است،  $h_w$  گشتاور کنترل اعمالی به ماهواره توسط چرخ‌های عکس‌العملی،  $h_w$  اندازه حرکت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی،  $H$  اندازه حرکت زاویه‌ای کل ماهواره،  $I_s$  لختی دورانی ماهواره و  $T_d$  گشتاور اغتشاشی می‌باشند. تمام بردارها در دستگاه بدنه ماهواره بیان شده‌اند.

### ۳-۱- استخراج دینامیک ماهواره بر حسب پارامترها

در صورتیکه بردار پارامترهای ماهواره را  $a$  بنامیم، این بردار شامل عناصر بردار لختی دورانی ماهواره و اغتشاشات خارجی مطابق رابطه زیر خواهد بود [۱۹]:

$$a = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} & I_{yy} & I_{yz} & I_{zz} & T_{dx} & T_{dy} & T_{dz} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

که  $T_{dx}, T_{dy}, T_{dz}$  به ترتیب مولفه‌های  $x, y$  و  $z$  بردار  $T_d$  هستند. دینامیک ماهواره (۱۰) را می‌توان بر حسب پارامتر  $a$  مطابق روابط زیر بازنویسی کرد:

$$Y(\omega, \omega_w) = W(\dot{\omega}, \omega) a \quad (17)$$

که:

$$Y(\omega, \omega_w) = Ch_w \times \omega + T \quad (18)$$

$$W(\dot{\omega}, \omega) = \left[ W_1(\omega) + W_2(\dot{\omega}) \mathbf{I}_{3 \times 3} \right] \quad (19)$$

بنابراین نیاز به اختصاص گشتاور مجدد به عملگرها در پیکربندی جدید می‌باشد تا بتوان فرمان‌های مرجع درخواست شده را ردیابی کرد. بر این اساس، طراحی الگوریتم مدیریت عیب قابلیت‌های کنترل تطبیقی-لغزشی پایه را بگونه‌ای توسعه داده است که بتوان نه تنها عملگرهای معیوب را شناسایی کرد بلکه یک کنترل بدون وقفه و پایدار را علی‌رغم رخداد عیب در عملگرها فراهم آورد. در ادامه ابتدا در بخش ۴-۱ سطح لغزشی پیشنهاد شده بررسی می‌گردد. سپس در بخش ۴-۲ مراحل طراحی قانون کنترل تطبیقی-لغزشی تشریح می‌شود. در نهایت در بخش ۴-۳ به الگوریتم مدیریت عیب پرداخته می‌شود.

#### ۴-۱- استخراج سطح لغزش

در این بخش، سطح لغزشی به گونه‌ای استخراج می‌گردد که اگر حالتها بر روی سطح لغزشی قرار گرفتند و بر روی آن باقی ماندند، تضمین شود که خطای ردیابی وضعیت، بطور مجانبی به صفر میل کند. برای این منظور لم زیر بیان و اثبات می‌شود:

$$\text{لم ۱: سطح لغزشی } S \text{ مطابق زیر را در نظر بگیرید:} \\ S = \tilde{\omega} + \lambda \tilde{\eta} \quad (31)$$

که  $\lambda$  یک عدد مثبت دلخواه است. در اینصورت اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$\exists t_1 > 0, \forall t > t_1: S(t) \equiv 0 \quad (32)$$

و همچنین اگر حالت‌های اولیه در لحظه  $t_1$  متعلق به مجموعه  $\Omega = \{ \forall (\tilde{\omega}, \tilde{q}) | \tilde{\omega} = 0, \tilde{\eta} = 0 \}$  نباشند؛ آنگاه خطای ردیابی  $\tilde{q}$  بطور مجانبی به سمت  $[000 \pm 1]^T$  میل می‌کند. مجموعه  $\Omega$  شامل نقاط تعادل ناپایدار  $S(t) \equiv 0$  است. اثبات این قضیه در [۲۰] تشریح گردیده است.

در جدول ۱ ملاحظات مربوط به سطوح لغزش مختلف ارائه گردیده است. در این ارتباط نکات زیر قابل ملاحظه می‌باشند:

**نکته ۱:** اگر برای خطای کوآرتنیون از عبارت  $\tilde{q} = q - q_d$  استفاده گردد (همانند مرجع [۵])، با توجه به اینکه این احتمال وجود دارد که اندازه‌گیری  $q$  توسط زیرسیستم تعیین وضعیت دارای علائم مثبت یا منفی باشد (چون مقادیر  $\pm q$  دقیقاً نشان دهنده وضعیت فیزیکی واحدی از ماهواره می‌باشند)، در این صورت تغییر علامت  $q$  مقادیر مختلفی از  $\tilde{q}$  را ایجاد می‌کند. یکی از مقادیر به مسیر کوتاه‌تر و مقدار دیگر به مسیر طولانی‌تر جهت رسیدن به نقطه تعادل (راستای ندری ماهواره جهت عکسبرداری) منتج می‌گردد. این موضوع می‌تواند باعث چرخش‌های ناخواسته در ماهواره گردد. مشکل فوق اصطلاحاً مسئله چرخش نامیده می‌شود. اما تغییر علامت  $q$  در عبارت  $q = q_d^{-1} \otimes \tilde{q}$  که در این مقاله نیز مد نظر است، مقادیر مختلفی را نتیجه نمی‌دهد و تنها علامت آن

همانطور که در رابطه (۲۳) دیده می‌شود دیگر مقدار  $\tilde{\omega}$  جهت تخمین  $a$  مورد نیاز نمی‌باشد. بر این اساس، خطای پیش‌بینی  $e$  مطابق زیر تعریف می‌گردد:

$$\hat{Y}_f(\omega, \omega_w) = W_f(\omega) \hat{a} \quad (28)$$

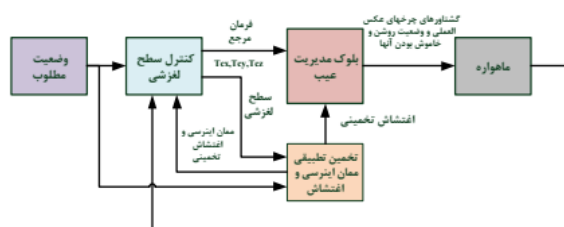
$$e = \hat{Y}_f(\omega, \omega_w) - Y_f(\omega, \omega_w) = W_f(\omega) \tilde{a} \quad (29)$$

$$\tilde{a} = \hat{a} - a \quad (30)$$

که  $\hat{a}$  تخمین بردار  $a$  و  $\tilde{a}$  خطای تخمین پارامترها است. در ادامه ساختار کنترل کننده تطبیقی-لغزشی تشریح می‌گردد و همگرایی خطای ردیابی و پارامترها با استفاده از تئوری لیاپانوف اثبات می‌شود.

#### ۴- طراحی قانون کنترل تطبیقی-لغزشی

هدف از این بخش بدست آوردن قانون کنترلی است که در حضور اغتشاشات محیطی و بروز عیب یا خرابی در چرخ‌های عکس‌العملی، علاوه بر همگرایی خطای ردیابی، همگرایی خطای تخمین پارامترها را به صفر تضمین کند. همچنین، از پدیده چرخش و ناپیوستگی ناشی از دوگانگی در نمایش کوآرتنیون جلوگیری شود و سیستم حلقه بسته دارای نقاط تعادل ناپایدار نیز نباشد. ساختار کنترلی پیشنهادی به صورت دیاگرام جعبه ای در شکل ۳ نشان داده شده است. هسته اصلی کنترل کننده، کنترل کننده لغزشی است. لختی دورانی ماهواره و اغتشاشات وارد بر ماهواره که شامل اغتشاشات محیطی و اغتشاش ناشی از عیب و یا خرابی چرخ‌های عکس‌العملی است، توسط بخش تطبیقی به صورت لحظه‌ای به دست آورده می‌شود و در اختیار کنترل کننده لغزشی قرار داده می‌شود تا اثر آنها را جبران کند. این کنترل کننده فرمان مرجع مورد نیاز برای ردیابی وضعیت ماهواره را تولید می‌کند. وظیفه بلوک مدیریت عیب، تعیین عملگرهای سالم در هر لحظه و مشخص نمودن سهم گشتاور هر یک از آنها جهت دستیابی به گشتاورهای فرمان  $T_{cx}$ ،  $T_{cy}$  و  $T_{cz}$  تولیدی توسط الگوریتم لغزشی می‌باشد.



شکل ۳. دیاگرام جعبه ای روش کنترل پیشنهادی

یکی دیگر از وظایف این بلوک، اتخاذ راهکار جبران عیب در مواقع رخداد عیب در یکی از عملگرها می‌باشد. در این راستا جهت جبران عیب ممکن است به پیکربندی جدید از عملگرها نیاز باشد که لازمه آن ارسال فرمان روشن و خاموش شدن به این عملگرها می‌باشد.

نداشتن تکینگی در قانون کنترل	✓	✓	در $\tilde{\eta} = 0$ تکینگی (	✓
مسئله چرخش	✓	×	✓	×
پیوستگی قانون کنترل	×	✓	✓	✓

تغییر خواهد داشت که اثر آن را می توان با انتخاب مناسب سطح لغزش حذف کرد.

**نکته ۲:** در مورد سطوح لغزشی همانند ستون های ۱ و ۲ از جدول (  $\tilde{\omega} + \lambda \tilde{\eta}$  یا  $\tilde{\omega} - \lambda \tilde{\eta}$  ) ، علاوه بر نقطه تعادل پایدار، نقطه تعادل ناپایدار نیز وجود دارد. اگر ماهواره در لحظه اولیه و یا در حین طی کردن مسیر از این نقطه بگذرد، چون حول این نقطه، گشتاور کنترل به سمت صفر میل می کند (  $s = 0$  است)، در این وضعیت باقی خواهد ماند (نقطه تعادل ناپایدار می تواند یک اختلاف  $180^\circ$  درجه ای با نقطه تعادل پایدار داشته باشد). مگر اینکه ماهواره توسط نویز یا اغتشاشات (در صورت دارا بودن مقدار لازم) به آرامی منحرف گردد و گشتاور کنترل مخالف صفر شود که البته مستلزم صرف زمان زیاد برای خروج از این نقطه خواهد بود جدا از اینکه دارای ریسک بالائی خواهد بود. در مورد سطوح فوق همچنین تغییر علامت در  $q \otimes q_d^{-1}$  باعث تغییر مقدار سطح لغزش  $S$  می گردد و لذا مسئله چرخش در آن حل نشده است. مراجع [۷]، [۸]، [۹] و [۱۲] از سطوح لغزش مشابهی استفاده کرده اند که دقیقاً دارای مشکلات فوق می باشد.

**نکته ۵:** در سطح لغزش  $\tilde{\omega} + \lambda \tilde{\eta}$  که در این مقاله مد نظر می- باشد، مسئله چرخش حل شده است که این موضوع با توجه به طی کردن مسیر کوتاه تر به سمت نقطه تعادل، باعث مصرف کمتر انرژی می گردد. حل مسئله فوق در حالی است که این سطح لغزش دارای پیوستگی می- باشد. اما این سطح دارای نقطه تعادل ناپایدار  $\tilde{\eta} = 0, \tilde{\omega} = 0$  می باشد. برای جبران این مسئله، در بخش بعد قانون کنترل بگونه ای پیشنهاد گردیده است که این نقطه تعادل از نقاط تعادل سیستم حلقه بسته حذف گردد. علاوه بر این، همانطور که در بخش بعد توضیح داده می شود، این قانون کنترل فاقد تکینگی خواهد بود. بنابراین، سطح لغزش انتخاب شده به همراه قانون کنترل پیشنهادی، مشکلات مطرح شده در بندهای فوق را حل خواهند کرد.

**نکته ۳:** روش موجود در ستون سوم (  $\tilde{\omega} + \lambda \tilde{\eta}$  ) هر چند دارای نقطه تعادل ناپایدار نیست اما کنترل آن دارای تکینگی است (مقدار آن بینهایت می شود) که باعث اشباع عملگر و کاهش عملکرد سیستم و یا حتی ناپایداری می گردد. روش ارائه شده در مرجع [۶] دارای مشکل مشابهی می باشد.

۴-۲- استخراج قانون کنترل تطبیقی-لغزشی و اثبات همگرایی

در این بخش مراحل طراحی قانون کنترل تطبیقی-لغزشی ارائه شده و اثبات می گردد. قبل از بیان قضیه، فرض های زیر و لم ۲ در نظر گرفته می شوند.

**نکته ۴:** مشکلات عنوان شده در بندهای فوق، در سطح لغزش  $\tilde{\omega} + \lambda \overline{sgn}(\tilde{\eta})$  حل شده است، اما به دلیل اینکه از تابع ناپیوسته  $\overline{sgn}(\tilde{\eta})$  در سطح لغزش استفاده شده است باعث ناپیوستگی در قانون کنترل می گردد و در هنگام عبور از  $\tilde{\eta} = 0$  مؤلفه ضربه ای تولید گردیده که در عمل اشباع عملگرها و فرسایش آنها را در پی خواهد داشت.

**فرض ۱:** بردارهای وضعیت مطلوب، سرعت زاویه ای مطلوب و مشتق آن  $(\omega_d, \dot{\omega}_d, q_d)$  معلوم هستند و  $\dot{\omega}_d$  محدود است.

**فرض ۲:** بردارهای وضعیت و سرعت زاویه ای ماهواره و همچنین سرعت زاویه ای چرخ های عکس العملی  $(q, \omega, \omega_p)$  قابل اندازه- گیری هستند.

جدول ۱: مقایسه سطوح لغزش مختلف

روش	۱	۲	۳	۴
سطح لغزشی $S$	$\tilde{\omega} + \lambda \tilde{\eta}$	$\tilde{\omega} - \lambda \tilde{\eta}$	$\dot{\tilde{\omega}} + \lambda \dot{\tilde{\eta}}$	$\tilde{\omega} + \lambda \overline{sgn}(\tilde{\eta}) \tilde{\epsilon}$
نقطه تعادل پایدار حلقه بسته	$\tilde{\omega} = 0$ $\tilde{\epsilon} = [000]$ $\tilde{\eta} = 1$	$\tilde{\omega} = 0$ $\tilde{\epsilon} = [000]$ $\tilde{\eta} = -1$	$\tilde{\omega} = 0$ $\tilde{\epsilon} = [000]$ $\tilde{\eta} = \pm 1$	$\tilde{\omega} = 0$ $\tilde{\epsilon} = [000]$ $\tilde{\eta} = \pm 1$
نقطه تعادل ناپایدار حلقه بسته	$\tilde{\omega} = 0$ $\tilde{\epsilon} = [000]$ $\tilde{\eta} = -1$	$\tilde{\omega} = 0$ $\tilde{\epsilon} = [000]$ $\tilde{\eta} = 1$	-	-

**لم ۲:** فرض کنید  $b \in C^1$  (فضای اعداد مختلط یک بعدی) یک تابع تعریف شده روی یک همسایگی  $U \subset R^n$  از مبدا باشد. همچنین فرض کنید شرایط زیر برای اعداد حقیقی و مثبت  $\alpha > 0$  و  $0 < c < 1$  برقرار باشد:

۱-  $b$  روی  $U$  مثبت معین است؛

۲-  $b + \alpha b^c$  روی  $U$  نیمه معین مثبت است؛

یافته و غیر ساختار یافته در هر محور است،  $L_{2 \times 3}$  و  $\Gamma_{9 \times 9}$  ماتریس-های مثبت معین و متقارن هستند،  $\dot{\tilde{\eta}}$  و  $\tilde{\eta}$  از رابطه (۷) بدست می آیند. تابع  $sgn(S)$  نیز نشان دهنده تابع علامت است که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$sgn(S) = sgn\left(\begin{bmatrix} S_x & S_y & S_z \end{bmatrix}^T\right) \\ = \begin{bmatrix} sgn(S_x) & sgn(S_y) & sgn(S_z) \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

$$sgn(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad x \in \mathbf{R} \quad (41)$$

و تابع  $\overline{sgn}(x)$  همان تابع علامت است به استثنای اینکه در صفر مقدار آن برابر ۱ است.

**اثبات:** یک تابع لیاپانوف بصورت زیر انتخاب می گردد:

$$V = \frac{1}{2} \left( S^T I_s S + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \right) + \gamma_1 \left( 1 - |\tilde{\eta}|^{1+b} \right) \quad (42)$$

با گرفتن مشتق از آن داریم:

$$\dot{V} = S^T I_s \dot{S} + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}} - \\ \gamma_1 (1+b) |\tilde{\eta}|^b sgn(\tilde{\eta}) \dot{\tilde{\eta}} - \\ \gamma_1 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) \dot{b} \quad (43)$$

با جایگذاری  $\dot{b}$  از رابطه (۳۷) داریم:

$$\dot{V} = S^T I_s \dot{S} + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}} \\ - \gamma_1 (1+b) |\tilde{\eta}|^b sgn(\tilde{\eta}) \dot{\tilde{\eta}} + \\ \alpha \gamma_1 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) b^c \\ - \gamma_1 \gamma_2 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) S^T S \quad (44)$$

با در نظر گرفتن اینکه  $\dot{\tilde{\eta}} = -\frac{1}{2} \tilde{\omega}^T \tilde{\omega}$  و  $\tilde{\omega} = S - \tilde{\lambda} \tilde{\eta}$  خواهیم داشت:

$$\dot{V} = S^T I_s \dot{S} + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}} + \\ \alpha \gamma_1 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) b^c - \\ \gamma_1 \gamma_2 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) S^T S - \frac{\gamma_1}{2} \lambda (1+b) |\tilde{\eta}|^{1+b} \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \\ + \frac{\gamma_1}{2} (1+b) |\tilde{\eta}|^b sgn(\tilde{\eta}) \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \quad (45)$$

در اینصورت، ناحیه  $U_0 \subset \mathbf{R}^n$  وجود دارد بطوریکه هر  $b$  که از  $U_0$  شروع شود، در زمان محدود به  $q$  می رسد. زمان رسیدن  $T_{reach}$  در رابطه زیر صدق می کند:

$$T_{reach} \leq \frac{b_0^{1-\alpha}}{c(1-\alpha)} \quad (33)$$

که  $b_0$  مقدار اولیه  $b$  است [۲۱].

**قضیه ۱:** ماهواره صلب با دینامیک (۱۰) را در نظر بگیرید. در اینصورت با در نظر گرفتن فرضهای (۱) و (۲) و قانون کنترل زیر:

$$T_c = W(\dot{\omega}_r, \omega) \hat{a} - h_w \times \omega - \\ - \gamma_3 S - F sgn(S) + T_{com} \quad (34)$$

$$T_{com} = -\frac{\gamma_1}{2} (1+b) |\tilde{\eta}|^b \overline{sgn}(\tilde{\eta}) \tilde{\omega} \\ + \gamma_1 \gamma_2 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) S \quad (35)$$

که  $T_{com}$  بخش جبران ساز بوده که جهت حذف نقطه تعادل ناپایدار اضافه شده است و  $\dot{\omega}_r$  و  $b$  مطابق زیر محاسبه می گردند:

$$\dot{\omega}_r = R(\tilde{q}) \dot{\omega}_d + [-\tilde{\omega}]^X R(\tilde{q}) \omega_d \\ - \lambda \tilde{\eta} \tilde{\omega} - \lambda \tilde{\eta} \tilde{\omega} \quad (36)$$

$$\dot{b} = -\alpha b^c + \gamma_2 S^T S, b(0) = 1, 0 < c < 1 \quad (37)$$

به همراه قانون تخمین پارامترهای زیر:

$$\dot{\hat{a}} = -\Gamma (W(\dot{\omega}_r, \omega)^T S + W_f^T(\omega) L_2 e) \quad (38)$$

خطای ردیابی وضعیت ماهواره بطور مجانبی و کلی به صفر میل می کند. همچنین با ثابت فرض کردن پارامترهای ماهواره  $a$ ، تخمین پارامترها محدود باقی می ماند و اگر سیگنال  $W_f(\omega_d)$  دارای تحریرک پایا باشد، یعنی اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$\exists \beta, T > 0 : \\ \forall t \geq 0 \int_t^{t+T} W_f(\omega_d)^T W_f(\omega_d) dt \geq \beta \mathbf{I}_{9 \times 9} \quad (39)$$

این خطا بطور مجانبی و کلی به صفر میل می کند.

در روابط فوق،  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \alpha$  اعداد مثبت دلخواه هستند، ماتریس  $F = \text{diag}(F_x, F_y, F_z)$  یک ماتریس قطری مثبت معین است که عناصر قطری آن برابر حداکثر اندازه عدم قطعیت های ساختار



آن بر اساس تئوری پایداری لیاپانوف همگرایی  $e \rightarrow 0$  و  $S \rightarrow 0$  تضمین شده است. در صورتیکه پس از زمان  $t_1$ ،  $S(t) \equiv 0$  شود، و حالتها در زمان  $t_1$  متعلق به  $\Omega$  نباشند در اینصورت مطابق لم ۱ خطای ردیابی وضعیت بطور مجانی به صفر میل می کند. اگر در زمان  $t_1$ ، حالتها متعلق به  $\Omega$  باشند، نشان داده می شود که مجموعه  $\Omega$  جزء نقاط تعادل سیستم حلقه بسته نیست. برای این منظور با جایگذاری قانون کنترلی (۳۴) در دینامیک حلقه بسته (۴۸) و در نظر گرفتن اینکه در نقطه تعادل،  $\dot{V} \equiv 0$  است و می توان از آن نتیجه گرفت که  $S \equiv 0$ ،  $e \equiv 0$  است، داریم:

$$\frac{\gamma_1}{2}(1+b)|\tilde{\eta}|^b \overline{\text{sgn}}(\tilde{\eta}) \sim \equiv 0 \quad (51)$$

با توجه به اینکه  $S \equiv 0$  است و در نظر گرفتن رابطه (۳۷) و لم ۲، مقدار  $b$  در زمان محدود برابر صفر می شود و رابطه (۵۱) نتیجه می دهد که  $\tilde{\eta} \equiv 0$  است که این با  $\tilde{\eta} \equiv 0$  مربوط به مجموعه  $\Omega$  در تناقض است. بنابراین مجموعه  $\Omega$  جزء نقاط تعادل سیستم حلقه بسته نیست و خطای ردیابی وضعیت بطور مجانی و کلی به صفر میل می کند.

از طرفی بر اساس رابطه (۵۰)، زمانی  $\dot{V} \equiv 0$  می شود که همزمان  $S \equiv 0$  و  $e \equiv 0$  شود. در اینصورت طبق رابطه (۳۰) داریم:

$$e = W_f(\omega) \tilde{a} \equiv 0 \quad (52)$$

با ضرب طرفین رابطه بالا در  $W_f(\omega)^T$  و انتگرالگیری داریم:

$$\int_t^{t+T} W_f(\omega)^T W_f(\omega) \tilde{a} dt \equiv 0 \quad (53)$$

از طرفی چون  $S \equiv 0$  و  $e \equiv 0$  است بر اساس رابطه (۳۸)  $\dot{a} \equiv 0$  است و در نتیجه مقدار بردار  $\tilde{a}$  ثابت است و می توان آنرا از انتگرال گیری خارج نمود:

$$\left( \int_t^{t+T} W_f(\omega)^T W_f(\omega) dt \right) \tilde{a} \equiv 0 \quad (54)$$

از آنجایی که همگرایی خطای ردیابی به صفر تضمین شده است، از رابطه بالا میتوان نتیجه گرفت:

$$\left( \int_t^{t+T} W_f(\omega_d)^T W_f(\omega_d) dt \right) \tilde{a} \equiv 0 \quad (55)$$

اگر مسیر مطلوب، تحریک پایا باشد، یعنی اگر شرط (۳۹) برقرار باشد، در اینصورت این شرط الزام می کند که تنها جواب رابطه (۵۵)،

با جایگذاری  $\tilde{\omega}$  از رابطه (۸)، عبارت  $I_s \dot{S}$  را می توان بصورت زیر نوشت:

$$I_s \dot{S} = I_s \left( \dot{\tilde{\omega}} + \lambda \tilde{\eta} \tilde{\eta} + \lambda \tilde{\eta} \tilde{\eta} \right) \quad (46)$$

$$I_s \left( \dot{\omega} - R(\tilde{q}) \dot{\omega}_d + \dot{R}(\tilde{q}) \omega_d + \lambda \tilde{\eta} \tilde{\eta} + \lambda \tilde{\eta} \tilde{\eta} \right) \quad (46)$$

از طرفی مشتق ماتریس دوران  $R(\tilde{q})$  را می توان مطابق زیر محاسبه نمود:

$$\dot{R}(\tilde{q}) = [-\tilde{\omega}]^\times R(\tilde{q}) \quad (47)$$

با در نظر گرفتن این رابطه و جایگذاری آن در رابطه (۴۶) و همچنین جایگذاری  $\dot{\omega}$  از رابطه دینامیک ماهواره (۱۰) داریم:

$$I_s \dot{S} = T_c - \omega \times H - I_s \dot{\omega}_r + T_d$$

$$= T_c - W_1(\omega) a - W_2(\dot{\omega}_r) a + h_w \times \omega + T_d \quad (48)$$

$$= T_c - W(\dot{\omega}_r, \omega) a + h_w \times \omega$$

با جایگذاری قانون کنترلی (۳۴) در (۴۸) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = S^T W(\dot{\omega}_r, \omega) \tilde{a} - S^T L_1 S - S^T F \text{sgn}(S)$$

$$- \frac{\gamma_1}{2} \lambda (1+b) |\tilde{\eta}|^{1+b} \tilde{\eta}^{-T} \tilde{\eta} \quad (49)$$

$$\alpha \gamma_1 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) b^c + \dot{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a}$$

حال اگر قانون تطبیقی (۳۸) را در رابطه بالا جایگذاری کنیم رابطه زیر حاصل می شود:

$$\dot{V} = S^T W(\dot{\omega}_r, \omega) \tilde{a} - S^T L_1 S - S^T F \text{sgn}(S)$$

$$- \frac{\gamma_1}{2} \lambda (1+b) |\tilde{\eta}|^{1+b} \tilde{\eta}^{-T} \tilde{\eta} \quad (50)$$

$$\alpha \gamma_1 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) b^c + \dot{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a}$$

مطابق رابطه (۳۷) مقدار  $b$  همواره بزرگتر یا مساوی صفر است در نتیجه مقدار  $-\frac{\gamma_1}{2} \lambda (1+b) |\tilde{\eta}|^{1+b} \tilde{\eta}^{-T} \tilde{\eta}$  همواره کوچکتر یا مساوی صفر است. از طرفی چون  $|\tilde{\eta}| \leq 1$  است مقدار عبارت  $\alpha \gamma_1 |\tilde{\eta}|^{1+b} \log(|\tilde{\eta}|) b^c$  نیز کوچکتر یا مساوی صفر است؛ بنابراین مقدار  $\dot{V}$  کوچکتر یا مساوی صفر است، که نتیجه می دهد خطای تخمین پارامترها محدود باقی می ماند. تا زمانی که  $S \neq 0$  باشد یا  $e \neq 0$  باشد  $\dot{V} < 0$  خواهد بود و بنابراین  $V$  به سمت صفر میل می کند و متعاقب

$\tilde{a} \equiv 0$  باشد، یعنی همگرایی خطای پارامترها به صفر تضمین می-شود. ■

در ارتباط با قانون کنترل فوق نکات زیر قابل طرح هستند:

**نکته ۱:** قانون کنترل پیشنهاد شده دارای ساختار جدیدی است و خصوصا با توجه به ترم پیوسته  $T_{com}$  در این قانون، کلیه نقاط تعادل ناپایدار آن حذف شده است. در واقع یک گشتاور جبران ساز حول این نقطه تولید می شود تا ماهواره خیلی سریع از آن دور شود و به نقطه تعادل پایدار خود برسد و لذا سرعت همگرایی را اصلاح خواهد کرد. این قانون کنترل همچنین دارای تکنیکی و مشکل چرخش نمی باشد.

**نکته ۲:** در قانون تطبیقی (۴۱) علاوه بر مقدار دقیق اغتشاشات، مقادیر لختی دورانی نیز به دست آورده می شوند. در حالی که در مراجعی همانند [۷] و [۹] علی رغم استفاده از الگوریتم تطبیقی، نیاز به مقدار لختی دورانی دارند. همچنین در این مراجع و یا در [۸] بجای مقدار دقیق اغتشاشات، حد بالای آنها استخراج می گردد که این موضوع باعث افزایش چترینگ می گردد.

**نکته ۳:** در اثبات ارائه شده، همگرایی پارامترهای تخمین به مقادیر واقعی تضمین شده است.

**نکته ۴:** در صورتیکه پارامترهای ماهواره،  $a$ ، ثابت باشد؛ نیاز به هیچگونه اطلاعات قبلی از پارامترهای ماهواره از جمله لختی دورانی ماهواره و حد بالای اغتشاشات خارجی نیست. در صورتیکه پارامترهای ماهواره متغیر با زمان باشد، در اینصورت ماتریس  $F$  تنها لازم است که عدم قطعیت ناشی از دامنه تغییرات پارامترها حول یک مقدار ثابت را جبران کند و لذا همگرایی مجانبی و کلی خطای ردیابی به صفر همچنان تضمین شده است. این امر باعث می شود که نیاز به ترم ناپیوسته کوچکتری باشد که به نوبه خود منجر به کاهش چترینگ و تلاش کنترلی کمتر می شود.

۳-۴ الگوریتم مدیریت عیب و تخصیص گشتاور به

### عملگرها

را همانطور که در بخش گذشته عنوان گردید، قانون کنترل تطبیقی-لغزشی پیشنهادی دارای قابلیت محاسبه اغتشاشات ثابت و متغیر و امکان جبران اثر آنها می باشد. در این بخش، با پیشنهاد یک سناریوی کنترل، از قابلیت این قانون کنترل بگونه ای استفاده شده است که بتوان در هر لحظه عملگرهای سالم را انتخاب نمود و توزیع گشتاور را میان آنها بگونه ای صورت داد تا امکان دستیابی به فرامین گشتاور مرجع فراهم گردد. برای این کار لازم است که در هر مرحله تنظیمات ویژه ای را در کنترل پایه ماهواره صورت دهیم تا امکان کنترل بدون وقفه و پایدار ماهواره علی-رغم افزایش ناگهانی اغتشاشات منتج از عیوب عملگرها ایجاد شود. روندنمای موجود در شکل ۴ مراحل انجام کار را به تصویر می کشد. این

مراحل بطور مکرر در کامپیوتر روی برد ماهواره اجرا می گردد تا امکان رصد تغییرات سریع و انجام تصمیم گیری های آنی فراهم گردد.

در ادامه هر یک از این مراحل تشریح می گردند. در مود کنترلی نخست، فرض می شود که چرخ های عکس العملی سالم هستند. این فرض، فرض معقولی است زیرا احتمال معیوب شدن چرخ های عکس-العملی در همان ابتدای پرتاب ماهواره، بسیار اندک است. در این حالت با اجرای قانون کنترلی پیشنهادی (تطبیقی-لغزشی) و با اعمال مانورهای مختلف در زمان محدود، پارامترهای ماهواره تخمین زده می شوند. بعد از اینکه با وجود مانورهای مختلف، پارامترهای تخمینی تقریبا ثابت بودند، می توان اطمینان حاصل کرد که پارامترها به مقادیر واقعی خود همگرا شده اند.

در مود کنترلی بعد، هدف بدست آوردن حد بالای اغتشاشات هر یک از عملگرها با فرض عدم رخداد عیب در آنها از روی استخراج اغتشاشات حاصل از الگوریتم تطبیقی می باشد. در این مود، در ماتریس قطری  $\Gamma$ ، که نرخ به روز رسانی پارامترها را در رابطه (۳۸) تعیین می کند، ضرایب مربوط به پارامترهای لختی دورانی صفر می شوند تا مقادیر تخمینی لختی دورانی تغییر نکنند و ضرایب مربوط به اغتشاشات، نسبت به قبل بیشتر می شوند. این کار بدین دلیل انجام می شود که تغییرات در اغتشاش ماهواره به دلیل ایجاد عیب در چرخ عکس العملی، در لختی دورانی تخمین زده شده ماهواره تاثیر نگذارد و اغتشاشات ماهواره با سرعت بیشتری به دست آورده می شوند. در انتهای این مود اغتشاشات متناظر با هر چرخ در پیکربندی موجود برای حالت بدون عیب و در یک دوره زمانی مشخص بدست آورده می شود. پس از بدست آوردن اغتشاشات فوق، به هر چرخ حد آستانه ای به شکل زیر جهت اعلان رخداد عیب اختصاص می یابد:

$$\left| \overline{T}_{di} \right| + 4\sigma_{T_{di}} \quad (56)$$

پیگیربندی‌های مختلف عملگرها که لازمه ارسال‌های مکرر فرمان‌های روشن و خاموش می‌باشد انجام می‌گردد و در مورد هر پیگیربندی حدود آستانه عملگرها بدست آورده می‌شوند.

بنابراین در کارکرد عادی ماهواره، وابسته به نوع پیگیربندی مورد استفاده از عملگرها از یکی از حدود آستانه از پیش محاسبه شده فوق استفاده می‌گردد. قابلیت فوق، حدود آستانه مطلوب و منطقی را برای هر شرایط و هر تغییر در نوع عملگرهای بکار گرفته شده را محاسبه می‌نماید و لذا از انتخاب حدود آستانه ثابت و محافظه کارانه اجتناب می‌گردد.

در مود کنترلی آخر، دقیقاً از همان مقدار  $\Gamma$  در مرحله دوم برای قانون کنترل استفاده می‌شود. با توجه به اینکه حد آستانه تشخیص عیب از مود دوم بدست آمده است، از این حد آستانه جهت تشخیص عیب در چرخ‌های عکس‌العملی استفاده می‌گردد. برای این منظور در ابتدا توسط الگوریتم تطبیقی، سه مؤلفه اغتشاش  $T_{dx}$ ،  $T_{dy}$ ،  $T_{dz}$  (سه مؤلفه آخر پارامتر تخمینی  $\hat{a}$  در رابطه (۱۶)) در راستای محورهای بدنه ماهواره تخمین زده می‌شوند و از روی آنها سهم گشتاورهای اغتشاش هر یک از چرخ‌های روشن موجود بدست آورده می‌شوند. سپس هر یک از مقادیر فوق با حدود آستانه فوق‌الذکر مقایسه می‌گردد و در مورد سالم یا معیوب بودن هر چرخ در پیگیربندی موجود تصمیم‌گیری می‌شود. جهت تعیین سهم گشتاورهای اغتشاش هر یک از چرخ‌ها از رابطه زیر استفاده می‌گردد که ارتباط میان گشتاورهای سه محور بدنه و گشتاورهای هر چرخ را ارائه می‌دهند:

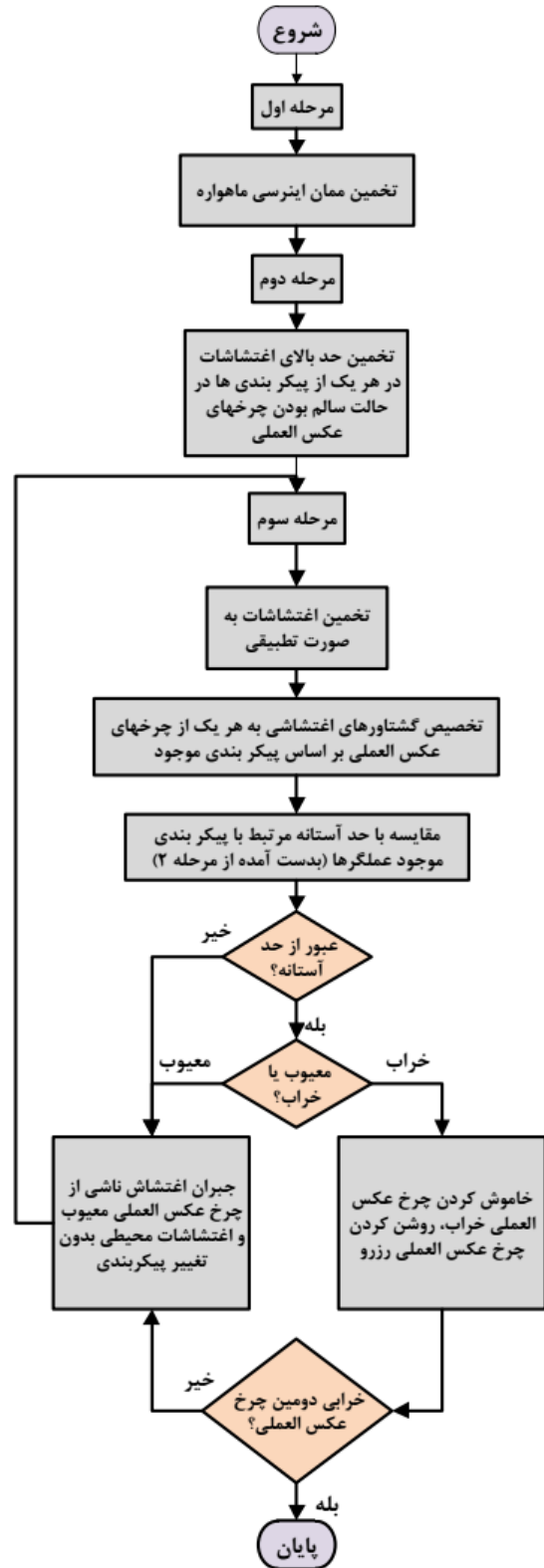
$$T_{cx} = \dot{h}_{wx} + \sin\beta \cos\alpha \dot{h}_{wr} \quad (57)$$

$$T_{cy} = \dot{h}_{wy} + \sin\beta \sin\alpha \dot{h}_{wr} \quad (58)$$

$$T_{cz} = \dot{h}_{wz} + \cos\beta \dot{h}_{wr} \quad (59)$$

که  $T_{cx}$ ،  $T_{cy}$  و  $T_{cz}$  به ترتیب مؤلفه‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  گشتاور کنترلی  $T_c$  بدست آمده در (۳۴) است. فرض می‌شود که هر چهار چرخ عکس‌العملی بطور همزمان با هم روشن نیستند، بنابراین با معلوم بودن  $T_{cx}$ ،  $T_{cy}$  و  $T_{cz}$  و با توجه به اینکه یکی از مقادیر  $\dot{h}_{wx}$ ،  $\dot{h}_{wy}$ ،  $\dot{h}_{wz}$  یا  $\dot{h}_{wr}$  برابر صفر است؛ می‌توان بقیه مؤلفه‌های  $\dot{h}_{wv}$  را محاسبه نمود. در اینجا فرض شده است که چرخ عکس‌العملی رزرو طوری نصب شده است که زاویه یکسان از هر سه محور  $x$ ،  $y$  و  $z$  دارد یعنی  $\alpha = 45(\text{deg})$  و  $\beta = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$  است. با در نظر گرفتن این

فرض پیگیربندی‌های مختلف چرخ عکس‌العملی همراه با اختصاص گشتاور به هر یک از چرخ‌ها در هر پیگیربندی در جدول ۲ آمده است. البته برای زوایای نصب متفاوت برای چرخ عکس‌العملی رزرو می‌توان



شکل ۴: ساختار سه مرحله‌ای تشخیص، جداسازی و پیگیربندی مجدد

که  $T_{di}$  نمایانگر  $T_{dx}$ ،  $T_{dy}$ ،  $T_{dz}$  یا  $T_{dR}$  (وابسته به نوع عملگرهای روشن) می‌باشند.  $T_{di}$  مقدار متوسط و  $\sigma_{T_{di}}$  انحراف معیار تغییرات اغتشاشات می‌باشد. عملیات فوق بطور متوالی برای کلیه

عیب رخ داده در چرخ (عملگر) کم باشد و به عبارتی چرخ فرمان‌پذیر باشد، همچنان از چرخ موجود استفاده می‌شود و تغییر پیکربندی صورت نمی‌گیرد. در واقع در این حالت گشتاورهای اغتشاشی شامل هر دوی گشتاورهای محیطی و اغتشاش ناشی از عیب عملگرها می‌باشد که توسط جدول ۳: سهم گشتاور تولیدی هر یک از چرخهای عکس‌العملی در پیکربندی-

های مختلف جهت دستیابی به گشتاور فرمان

گشتاورهای اغتشاشی چرخهای عکس‌العملی	پیکربندی
$\begin{cases} \dot{h}_{wx} = T_{cx} \\ \dot{h}_{wy} = T_{cy} \\ \dot{h}_{wz} = T_{cz} \\ \dot{h}_{wr} = 0 \end{cases}$	xyz
$\begin{cases} \dot{h}_{wx} = 0 \\ \dot{h}_{wy} = T_{cy} - T_{cx} \\ \dot{h}_{wz} = T_{cz} - T_{cx} \\ \dot{h}_{wr} = \sqrt{3} T_{cx} \end{cases}$	yzr
$\begin{cases} \dot{h}_{wx} = T_{cx} - T_{cy} \\ \dot{h}_{wy} = 0 \\ \dot{h}_{wz} = T_{cz} - T_{cy} \\ \dot{h}_{wr} = \sqrt{3} T_{cy} \end{cases}$	xzr
$\begin{cases} \dot{h}_{wx} = T_{cx} - T_{cz} \\ \dot{h}_{wy} = T_{cy} - T_{cz} \\ \dot{h}_{wz} = 0 \\ \dot{h}_{wr} = \sqrt{3} T_{cz} \end{cases}$	xyr

الگوریتم کنترل موجود در رابطه (۳۴) قابل جبران می‌باشد. در این راستا اغتشاشات  $T_{dx}$ ،  $T_{dy}$ ،  $T_{dz}$  در سه مؤلفه آخر پارامتر تخمینی  $\hat{a}$  در رابطه (۱۶) تخمین زده می‌شود؛ خطای تخمین اغتشاش با مقدار واقعی نیز (قسمت متغیر با زمان اغتشاش) توسط ترم ناپیوسته  $Fsgn(S)$  (قانون کنترل (۳۴)) جبران می‌شود. بنابراین در صورتیکه چرخ عکس‌العملی کاملاً معیوب نگردیده باشد مثلاً اگر این گشتاور اغتشاشی ناشی از اصطکاک باشد، می‌توان این گشتاور اغتشاشی را جبران کرد.

اگر شدت عیب بالا باشد به معنای خراب بودن چرخ می‌باشد و باید پیکربندی موجود تغییر یابد و چرخ یدک به جای چرخ خراب جایگزین گردد. در جدول ۳ برای هر پیکربندی، سهم گشتاور هر یک از چرخ‌ها جهت تولید گشتاورهای فرمان  $T_{cx}$ ،  $T_{cy}$ ،  $T_{cz}$  در راستای محورهای بدنه ماهواره محاسبه گردیده است. این گشتاورهای فرمان توسط الگوریتم تطبیقی-لغزشی (رابطه (۳۴)) درخواست می‌گردد. جهت محاسبه این گشتاورها مجدداً از روابط (۵۷)، (۵۸) و (۵۹) استفاده گردیده است. قابل ذکر است که در پیکربندی پایه xyz هر چرخ باید گشتاوری به اندازه گشتاور فرمان در راستای محور بدنه متناظر تولید کند.

روابط مشابهی را بدست آورد. نتیجه اینکه با معلوم بودن مؤلفه‌های گشتاور اغتشاشی و اینکه کدامیک از چهار چرخ عکس‌العملی خاموش است، می‌توان سهم هر یک از چرخ‌های عکس‌العملی را از این گشتاور اغتشاشی محاسبه نمود و با مقدار آستانه مقایسه کرد و در صورتی که از

جدول ۲: اختصاص گشتاورهای اغتشاشی چرخهای عکس‌العملی در پیکربندی-

های مختلف

گشتاورهای اغتشاشی چرخهای عکس‌العملی	پیکربندی
$\begin{cases} u_{fx} = \hat{T}_{dx} \\ u_{fy} = \hat{T}_{dy} \\ u_{fz} = \hat{T}_{dz} \\ u_{fr} = 0 \end{cases}$	xyz
$\begin{cases} u_{fx} = 0 \\ u_{fy} = \hat{T}_{dy} - \hat{T}_{dx} \\ u_{fz} = \hat{T}_{dz} - \hat{T}_{dx} \\ u_{fr} = \sqrt{3} \hat{T}_{dx} \end{cases}$	yzr
$\begin{cases} u_{fx} = \hat{T}_{dx} - \hat{T}_{dy} \\ u_{fy} = 0 \\ u_{fz} = \hat{T}_{dz} - \hat{T}_{dy} \\ \dot{h}_{wr} = \sqrt{3} \hat{T}_{dy} \end{cases}$	xzr
$\begin{cases} u_{fx} = \hat{T}_{dx} - \hat{T}_{dz} \\ u_{fy} = \hat{T}_{dy} - \hat{T}_{dz} \\ u_{fz} = 0 \\ u_{fr} = \sqrt{3} \hat{T}_{dz} \end{cases}$	xyr

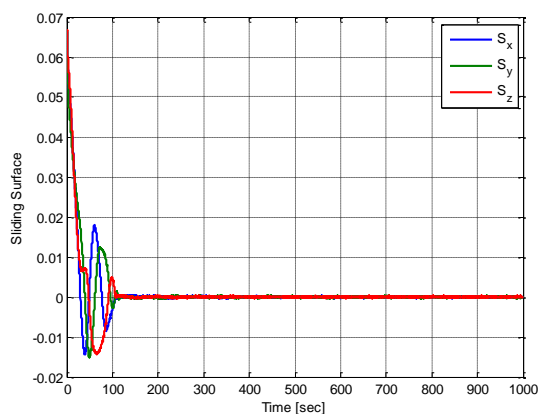
مقدار آستانه خارج شد، بطور همزمان هم عیب تشخیص داده می‌شود و هم مشخص می‌شود که کدام چرخ عکس‌العملی معیوب است.

**تکته ۱:** در صورت رخداد عیب در چرخ یدک، هر سه مؤلفه  $T_{dx}$ ،  $T_{dy}$ ،  $T_{dz}$  تغییر را نشان می‌دهند، بنابراین صرفاً بر اساس این داده‌ها امکان تعیین چرخ معیوب وجود ندارد. اما اگر از روابط موجود در جدول ۲ استفاده شود، برای حالت‌های مختلف رخداد عیب و از جمله برای چرخ یدک، امکان تعیین محل رخداد عیب وجود خواهد داشت. پیکربندی پایه عملگرها در ماهواره، پیکربندی xyz می‌باشد.

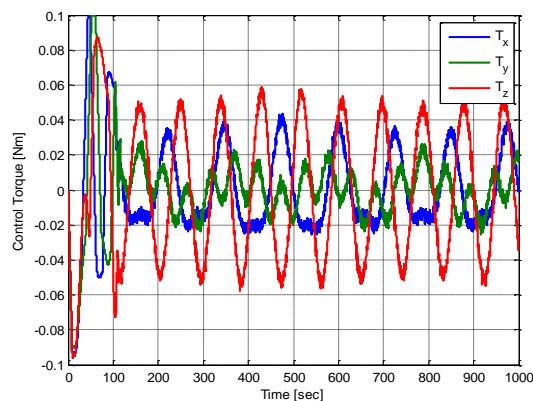
تا زمانی که عیبی در هیچ یک از عملگرها رخ نداده است از همین پیکربندی استفاده می‌گردد و الگوریتم کنترل موجود در رابطه (۳۴) صرفاً جهت غلبه بر اغتشاشات محیطی بکار گرفته می‌شود. اما با رخداد عیب در مورد راهکار جبران آن تصمیم‌گیری می‌گردد. این موضوع در روندنمای موجود در شکل ۴ نیز ارائه گردیده است. معیار مورد نظر برای انتخاب راهکار، میزان عیب حادث شده در عملگر می‌باشد. اگر شدت

ناگهانی، دامنه خیلی زیاد و چترینگ نیستند. خروجی کنترل کننده توسط محدود کننده اندازه و نرخ محدود شده‌اند تا تأثیر محدودیت‌های عملگر نیز در کارایی کنترل کننده دیده شود. محدودیت اندازه برابر  $0.1$  نیوتن-متر و محدودیت نرخ تغییرات برابر  $0.1$  نیوتن-متر بر ثانیه برای گشتاورهای کنترلی اعمال گردیده است.

شکل ۷ تخمین پارامترهای لختی دورانی ماهواره را نشان می‌دهد. مقادیر نهایی تخمین پارامترها به همراه مقادیر واقعی آنها در جدول ۸ مقایسه شده‌اند. همانطور که دیده می‌شود، پارامترها به مقادیر واقعی آنها با دقت خوبی همگرا شده‌اند. شکل ۸ خطای کواترنیون وضعیت را نشان می‌دهد. این خطا در نهایت به کمتر از  $4 \times 10^{-4}$  می‌رسد که معادل  $0.05$  درجه است. خطای سرعت زاویه‌ای ماهواره نیز در شکل ۹ نشان داده شده است. خطای سرعت زاویه‌ای ماهواره در نهایت به کمتر از  $1 \times 10^{-4}$  رادیان بر ثانیه می‌رسد. بنابراین نتایج فوق عملکرد قانون تطبیقی و دقت ردیابی زوایای وضعیت و سرعت‌های زاویه‌ای عملکرد الگوریتم لغزشی طراحی شده را به تأیید می‌رسانند.



شکل ۵: سطح لغزشی بدست آمده در مود ۱



شکل ۶: گشتاور کنترل بدست آمده در مود ۱

اما در پیکربندی‌های دیگر بدلیل حضور چرخ یدک این تناظر وجود نخواهد داشت. در بخش بعد با انجام شبیه‌سازی، الگوریتم‌های طراحی شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

## ۵- شبیه‌سازی

ماهواره مورد نظر در این مقاله یک ماهواره پایدارشونده سه محوره می‌باشد. در جدول ۴ مشخصات مداری و کمیت‌های دینامیکی مد نظر برای مأموریت که در شبیه‌سازی‌های سیستم کنترل مورد نیاز بوده، ارائه گردیده‌اند. جدول ۵ نیز حسگرها و عملگرهای مورد نیاز را ارائه می‌دهد.

خطای مجاز جهت ردیابی وضعیت برابر  $0.05$  درجه و پایداری وضعیت بهتر از  $10^{-4} \times 1/4$  رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شده‌اند. فرض شده است که وضعیت ماهواره توسط حسگر ستاره اندازه‌گیری می‌شود و خطای این حسگر به صورت نویز با توزیع گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار  $0.03$  درجه مدل شده است. همچنین فرض شده است که جهت اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای ماهواره از ژایرو FOG200 مربوط به شرکت Northrop Grumman با مشخصات فنی ارائه شده در جدول ۶ استفاده شده است. تمام خطاهای ذکر شده مطابق با جدول فوق که برگرفته شده از مرجع [۲۲] می‌باشند، لحاظ گردیده‌اند. در ادامه نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته ارائه می‌گردند.

### مود ۱: استخراج لختی دورانی

در ابتدا مود کنترلی نخست شبیه‌سازی شده است. همانطور که قبلاً ذکر شد، هدف از این مود کنترلی استخراج لختی دورانی ماهواره است. مقادیر پارامترهای کنترلی استفاده شده در شبیه‌سازی در جدول ۷ ارائه

گردیده‌اند. در این جدول  $I_{6 \times 6}$  نشاندهنده ماتریس واحد با ابعاد  $6 \times 6$  است. به دلیل اجتناب از اثر چترینگ، از تابع اشباع به جای تابع علامت با ضخامت لایه مرزی  $\Phi = 0.001$  استفاده می‌گردد. برای تخمین پارامترها لازم است که تعدادی مانور متوالی توسط ماهواره بصورت خودکار صورت گیرد تا امکان همگرایی سریع‌تر این پارامترها فراهم گردد. این مانورها بصورت چرخش‌های سینوسی با دامنه  $15$  درجه، فاز صفر و فرکانسهای  $0.05$ ،  $0.03$ ،  $0.07$  رادیان بر ثانیه به ترتیب برای رول، پیچ و یاو در نظر گرفته شده‌اند. وضعیت اولیه ماهواره  $q_0 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 \end{bmatrix}$  و سرعت زاویه‌ای اولیه ماهواره در هر سه محور  $0.5$  درجه بر ثانیه است. جهت شبیه‌سازی از محیط سیمولینک با روش حل معادلات دیفرانسیل ode3 و دوره زمانی ثابت  $0.1$  ثانیه استفاده شده است.

نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۵ تا ۹ نمایش داده شده‌اند. همانطور که از شکل ۵ دیده می‌شود سطح لغزشی حدوداً پس از  $120$  ثانیه صفر می‌شود و در صفر باقی می‌ماند. شکل ۶ نشان‌دهنده گشتاورهای کنترلی است که مقادیر معقولی را دارند و دارای تغییرات

جدول ۴: مشخصات مداری مأموریت و کمیت‌های دینامیکی مورد نیاز

پارامتر	مقدار
ارتفاع مداری	700km
شیب مداری	55(deg)
زاویه گره صعود	4(deg)
ممان‌های اینرسی ماهواره (Kg.m <sup>2</sup> )	$I_s = \begin{bmatrix} 40.45 & -0.2 & -0.5 \\ -0.2 & 42.09 & 0.4 \\ -0.5 & 0.4 & 41.36 \end{bmatrix}$
لختی دورانی چرخ‌ها (Kg.m <sup>2</sup> )	$I_w = diag([3 \ 3 \ 3]) \times 10^{-2}$

جدول ۵: حسگرها و عملگرهای بکار گرفته شده در سیستم کنترل وضعیت

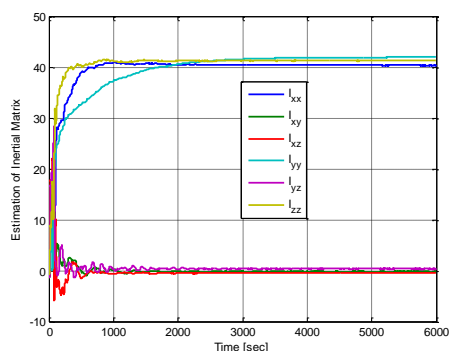
عملگرها	حسگرها
چهار چرخ عکس‌العملی	حسگر ستاره
سه عملگر مغناطیسی	حسگر ژایرو

جدول ۶: مشخصات ژایرو مدل NG FOG-200 [۲۲]

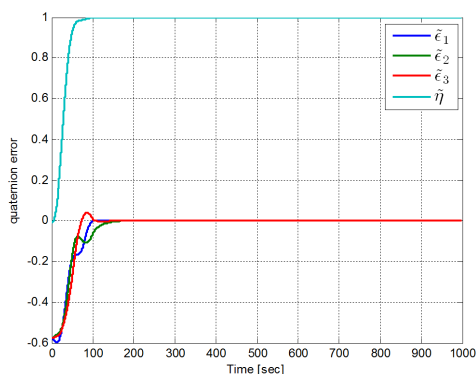
کمیت‌ها	NG FOG 200
بایاس روشن شدن	۰/۰۱ درجه بر ساعت
پایداری بایاس	بین ۰/۲۵ تا ۳ درجه بر ساعت
نویز تصادفی	۰/۰۱۲ درجه بر ساعت
پهنای باند نویز	۵۰۰ هرتز
خطای فاکتور مقیاس <sup>۱</sup>	۱۰۰ ppm تا ۲۰۰۰ ppm
خطای نصب	۱ درجه

جدول ۷: مقادیر پارامترهای کنترلی استفاده شده در شبیه‌سازی

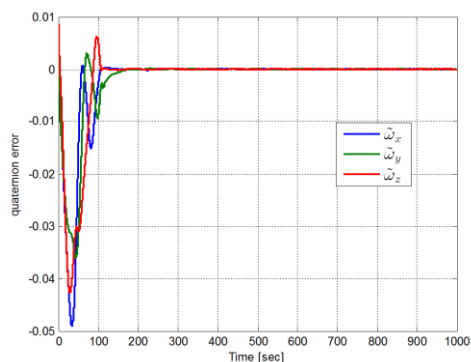
پارامتر	مقدار
$\lambda$	0.1
$F$	$0.05[1 \ 1 \ 1]^T$
$\Gamma$	$500diag(\mathbf{I}_{6 \times 6}, \mathbf{0}_{3 \times 3})$
$\phi$ (ضخامت لایه مرزی)	0.001
$L_2$	60
$c$	0.8
$\alpha$	0.1
$\gamma_1$	0.1
$\gamma_2$	10
$\gamma_3$	1



شکل ۷: تخمین لختی دورانی ماهواره در مود ۱



شکل ۸: خطای وضعیت ماهواره به شکل کوواترنیون در مود ۱

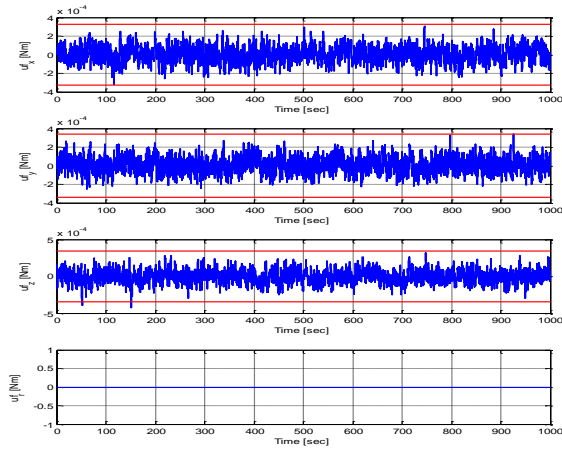


شکل ۹: خطای سرعت زاویه‌ای در مود ۱

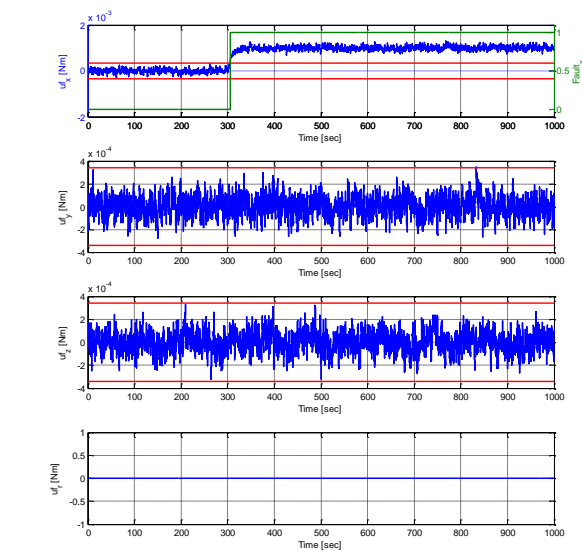
### مود ۲: تخمین حد بالای اغتشاشات

حال که لختی دورانی ماهواره تخمین زده شده است وارد مرحله بعد می‌شویم که تعیین حد آستانه اغتشاش است. برای این منظور مقادیر تخمین زده شده در جدول ۸ برای لختی دورانی ماهواره انتخاب می‌شود و ثابت در نظر گرفته می‌شود و از این به بعد تنها مقدار اغتشاش تخمین زده می‌شود. برای اعمال کمترین تغییرات در قانون کنترلی، تنها نیاز است که ماتریس  $\Gamma$  و مقدار  $L_2$  به ترتیب به  $\Gamma = diag(0_{6 \times 6}, \mathbf{I}_{3 \times 3})$  و  $L_2 = \mathbf{I}$  تغییر یابند و مؤلفه اول تا ششم بردار تخمین پارامترهای  $\hat{a}$  مساوی با مقادیر تخمین زده شده در جدول ۷ قرار داده شوند. تخمین اولیه اغتشاش نیز برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. همانطور که قبلاً ذکر شد، فرض شده است که چرخ عکس‌العملی رزرو طوری نصب شده است که زاویه یکسان از هر سه محور X، Y و Z دارد، بنابراین برای اغتشاش تخمین زده شده توسط تخمین گر، روابط جدول ۲ را اعمال می‌کنیم تا سهم هر یک از چرخ‌های عکس‌العملی از این اغتشاش معلوم گردد.

<sup>۱</sup> - scale factor



شکل ۱۰: اغتشاش تخمین زده شده در حالت پیکربندی XYZ در مود ۲



شکل ۱۱: تخمین اغتشاش چرخ‌های عکس‌العملی در مود ۳

را به تصویر می‌کشد. حال فرض می‌گردد که چرخ عکس‌العملی X در زمان ۳۰۰ ثانیه دچار خرابی می‌شود، بدینصورت که مقدار گشتاور آن برابر صفر می‌شود. جهت تشخیص خرابی می‌توان اینگونه عمل کرد که در صورتیکه مقدار تخمین اغتشاش از یک دهم مقدار ماکزیمم گشتاور قابل تولید که در اینجا ۰/۱ نیوتن-متر است، بیشتر شود خرابی رخ داده است و دیگر امکان جبران‌سازی وجود ندارد و باید چرخ عکس‌العملی خراب خاموش شود و چرخ عکس‌العملی رزرو روشن شود. شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان‌دهنده تخمین اغتشاش چرخ‌های عکس‌العملی هستند. همانطورکه دیده می‌شود، ۱۴ ثانیه پس از رخ دادن خرابی، خرابی تشخیص داده شده است و یک ثانیه بعد چرخ عکس‌العملی خراب خاموش و چرخ عکس‌العملی یدک جایگزین شده است. شکل ۱۵ نحوه خاموش کردن چرخ X و روشن کردن همزمان چرخ R را نشان می‌دهد.

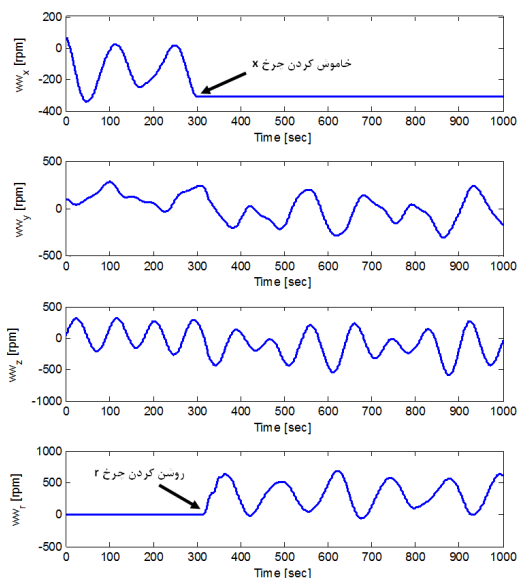
جدول ۸: مقادیر واقعی و تخمین زده شده لغزشی دورانی ماهواره

$I_{xx}$	$I_{yy}$	$I_{zz}$	$I_{xy}$	$I_{yz}$	$I_{zx}$
۴۰/۳۶۲	-۰/۱۶۸۲	-۰/۴۸۲۹	۴۱/۹۵۱۲	۰/۳۶۷۷	۴۱/۲۷۱۶
مقادیر تخمین زده شده					
۴۰/۴۵	-۰/۲	-۰/۵	۴۲/۰۹	۰/۴	۴۱/۳۶
مقادیر واقعی					

شکل ۱۰ اغتشاش تخمین زده شده را در حالت پیکربندی XYZ نشان می‌دهد. شرایط شبیه‌سازی دقیقاً مانند قبل است همچنین فرض می‌گردد که یک مانور مرجع سینوسی با دامنه ۱۰ درجه درخواست شده است. برای بدست آوردن حد بالای اغتشاش، در تمام بازه زمانی تخمین زده شده که در اینجا ۱۰۰۰ ثانیه است، مقدار متوسط و انحراف معیار استاندارد محاسبه می‌شود و مقدار آستانه برابر قدر مطلق متوسط به‌علاوه ۴ برابر انحراف معیار تعیین می‌گردد. این مقدار برابر  $[0.3293 \quad 0.3420 \quad 0.3431 \quad 0] \times 10^{-3}$  متناظر با چرخ‌های محورهای X، Y، Z و R تعیین شده است. چون چرخ R خاموش است، حد آستانه آن صفر بدست آمده است. با توجه به وجود نویز اندازه‌گیری، جهت ممانعت از بروز اشتباه اعلان عیب در صورتی انجام می‌شود که حداقل ۵ نمونه پشت سر هم اغتشاش تخمینی از حد آستانه بیشتر باشند. برای تعیین حد آستانه برای هر پیکربندی، زمانی حدود ۱۰۰۰ ثانیه مورد نیاز است که کسری از یک دور مداری ماهواره می‌باشد. لذا حد آستانه هر چهار پیکربندی در کمتر از یک دور مداری (معادل ۶۰۰۰ ثانیه) محاسبه می‌گردد.

### مود ۳: صحت‌سنجی الگوریتم مدیریت عیب

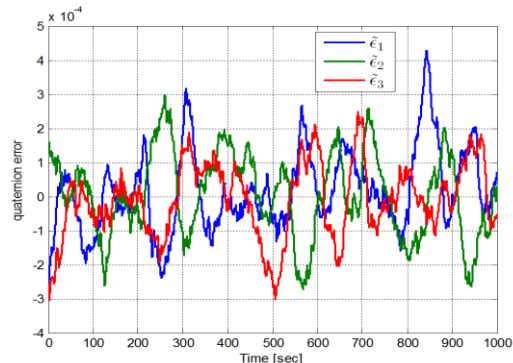
حال در این مرحله از شبیه‌سازی، با ایجاد حالت‌های مختلف عیب و یا خرابی در چرخ‌های عکس‌العملی، روال‌های تشخیص عیب، اصلاح عیب، تشخیص خرابی، تعیین منبع عیب و پیکربندی مجدد چرخ‌های عکس‌العملی ارزیابی می‌گردند. برای این منظور، در ابتدا فرض می‌شود که یک عیب به صورت پله‌ای با دامنه  $1 \times 10^{-3}$  نیوتن-متر در چرخ عکس‌العملی X در زمان ۳۰۰ ثانیه رخ دهد. شکل ۱۱ تخمین اغتشاش چرخ‌های عکس‌العملی را نشان می‌دهد. در این حالت نیز سهم اغتشاش هر یک از چرخ‌ها با استفاده از روابط موجود در جدول ۲ بدست آمده‌اند. مطابق با شکل فوق، پرچم  $Fault_x$  که نشان‌دهنده وجود عیب در چرخ عکس‌العملی X است، ۵ ثانیه بعد از رخداد عیب، فعال شده است. این فعال‌سازی با فراتر رفتن سطح گشتاورهای اغتشاشی چرخ فوق از حد آستانه صورت گرفته است. زمان ۵ ثانیه، تأخیر اجرای الگوریتم بوده که البته برای یک مأموریت فضائی قابل قبول می‌باشد. با توجه به اینکه میزان عیب کوچک است نیاز به تغییر پیکربندی نمی‌باشد و لذا با لحاظ کردن عیب بعنوان اغتشاش، اثر آن توسط الگوریتم کنترل موجود در رابطه (۳۴) جبران می‌گردد. شکل ۱۲ نشان‌دهنده خطای کواترنیون ردیابی مسیر مطلوب است که عدم تغییر دقت ردیابی علی‌رغم رخداد عیب فوق



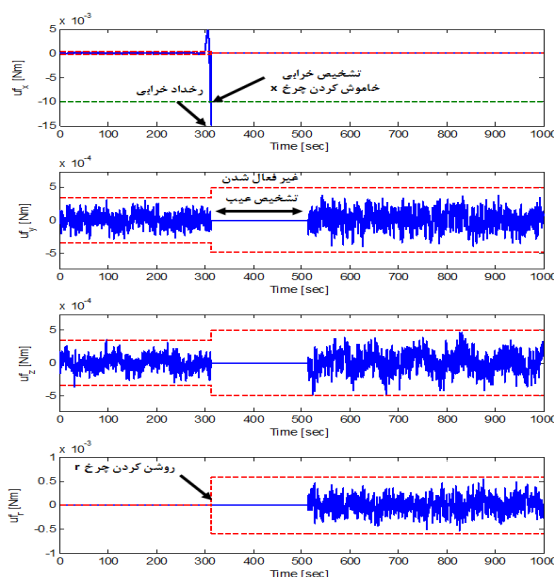
شکل ۱۵: سرعت دوران چرخ‌های عکس‌العملی در مود ۳

## ۶- نتیجه‌گیری

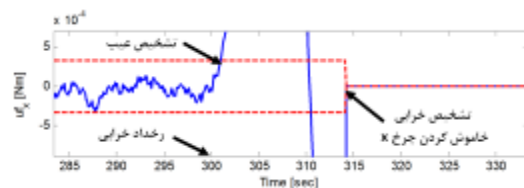
در این مقاله، مراحل طراحی یک الگوریتم تطبیقی-لغزشی برای کنترل ردیابی وضعیت ماهواره ارائه گردید. در این راستا، در حضور اغتشاشات ثابت و لختی دورانی ثابت ماهواره، بدون نیاز به هیچگونه اطلاعات قبلی از لختی دورانی ماهواره و حد بالای اغتشاشات، همگرایی خطای ردیابی وضعیت به صورت کلی و مجانبی اثبات گردید. همچنین نشان داده شد که در صورتی که مسیر مطلوب، تحریک پایا باشد، همگرایی پارامترهای تخمینی محقق می‌گردد. قانون کنترل پیشنهاد شده به گونه‌ای است که از پدیده ناخواسته چرخش بطور مؤثری جلوگیری می‌گردد، در عین حال پیوسته و بدون تکنیکی بوده و سیستم حلقه بسته دارای نقطه تعادل ناپایدار نمی‌باشد. در این راستا همچنین الگوریتم تطبیقی-لغزشی بگونه‌ای توسعه داده شد که رخداد عیب در زیر سیستم و محل رخداد عیب تشخیص داده شود، علاوه بر این راهکارهایی برای جبران اثر عیوب حادث شده پیشنهاد گردید. نتایج شبیه‌سازی ارائه شده در این مقاله، استخراج صحیح و با دقت مناسب ممان‌های اینرسی و اغتشاشات محیطی توسط بخش تطبیقی را نشان دادند. همچنین برای پیکربندی‌های مختلف، نحوه محاسبه حدود آستانه بر اساس گشتاورهای اختصاص یافته به هر عملگر تشریح گردید. با اعمال عیب در عملگرها، قابلیت جبران اثر عیب علاوه بر اغتشاشات محیطی توسط قانون کنترل نشان داده شد. در حالت رخداد خرابی نیز نشان داده شد که با تغییر موفقیت‌آمیز پیکربندی، امکان انجام یک کنترل پیوسته و پایدار مقدور می‌گردد.



شکل ۱۲: خطای کواترنیون ردیابی مسیر مطلوب در مود ۳



شکل ۱۳: تخمین اغتشاش چرخ‌های عکس‌العملی در مود ۳



شکل ۱۴: تخمین اغتشاش چرخ عکس‌العملی (نمای نزدیک) در مود ۳

جهت پرهیز از تشخیص عیب اشتباه ناشی از حالت گذرای تغییر پیکربندی و همگرایی تخمین اغتشاشات، به مدت ۲۰۰ ثانیه تشخیص عیب غیر فعال شده است (شکل ۱۴). تشخیص عیب پس از ۲۰۰ ثانیه مجدداً فعال شده است و اینبار مقدار اغتشاش هر یک از چرخ‌های عکس‌العملی بر اساس پیکربندی جدید و مطابق با جدول ۲ با حدود آستانه مرتبط با آن تعیین می‌گردند. همانطور که گفته شد، حدود آستانه برای پیکربندی YZR در ابتدای سناریو محاسبه گردیده بود و در اینجا با فعال شدن این پیکربندی برای ارزیابی رخداد عیب بارگذاری شده است (شکل ۱۴ این مقدار را نشان می‌دهد).



## مراجع

- [12] B. Xiao and Q. Hu, "Reaction wheel fault compensation and disturbance rejection for spacecraft attitude tracking", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 36, no. 6, pp. 1565-1575, 2013.
- [13] H. Qinglei, Z. Youmin, H. Xing, and X. Bing, "Adaptive integral-type sliding mode control for spacecraft attitude maneuvering under actuator stuck failures", *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 24, issue 1, pp. 32-45, 2011.
- [14] Q. Hu, X. Huo and B. Xiao, "Reaction wheel fault tolerant control for spacecraft attitude stabilization with finite-time convergence", *International Journal of Robust Nonlinear Control*, vol. 23, issue 15, pp. 1737-1752, 2013.
- [15] Q. Hu, "Robust adaptive sliding-mode fault-tolerant control with L2-gain performance for flexible spacecraft using redundant reaction wheels", *IET Control Theory and Applications*, vol. 4, no. 6, pp. 1055 – 1070, 2009.
- [16] W. Cai, X. H. Liao, and Y. D. Song, "Indirect robust adaptive fault-tolerant control for attitude tracking of spacecraft", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 31, no. 5, pp. 1456-1463, 2008.
- [17] Sidi M. J., *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach*, Cambridge University Press, New York, 1997.
- [18] H. Bolandi, M. Abedi and M. Haghparast, "Fault detection, isolation and accommodation for attitude control system of a three axis satellite using interval linear parametric varying observers and fault tree analysis", *Proceeding of IMechE Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 228, no 8, pp. 1403-1424, 2014.
- [19] Slotine, Jean-Jacques E., and Weiping Li, *Applied nonlinear control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [20] SP. Bhat and DS. Bernstein, "Finite-time stability of continuous autonomous systems", *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 38, no. 8, pp. 751–766, 2000.
- [21] A. Kutlu and O. Tekinalp, "Design of Kalman filter based attitude determination algorithms for a LEO satellite and for a satellite attitude control test Setup", Ankara, Turkey, Master's Thesis, Department of Aero Space Engineering, Middle East Technical University 2008.
- [22] O. Fjellstad and T. I. Fossen, "Singularity free tracking of unmanned underwater vehicles in 6DOF", *proceedings of the 33<sup>rd</sup> IEEE conference on decision and control* (vol. 2), Lake Buea Vista, 14-16 Dec., pp. 1128-1133, 1994.
- [1] J. R. Wertz, *Spacecraft attitude determination and control*, Ed. Norwell, MA: Kluwer, 1995.
- [2] N. Venkateswaran, M. S. Siva and P. S. Goel, "Analytical redundancy based fault detection of gyroscopes in spacecraft applications", *Acta Astronautica*, vol. 50, no 9, pp. 535-545, 2002.
- [3] J. F. Castet and J. H. Saleh,, "Satellite and satellite subsystems reliability: statistical data analysis and modeling", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 94, issue 11, pp. 1718-1728, 2009.
- [4] W. C. Cai and Y. D. Song, "New intermediate quaternion based control of spacecraft: part II – global attitude tracking", *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 8, no. 11, pp. 7853-7864, 2012.
- [5] C. Pukdeboon and P. Siricharuanun, "Nonsingular terminal sliding mode based finite-time control for spacecraft attitude tracking", *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 530-540, 2014.
- [6] S. Wu, G. Radice, Y. Gao, and Z. Sun, "quaternion-based finite time control for spacecraft attitude tracking", *Acta Astronautica*, vol. 69, issues 1-2, pp. 48–58, 2011.
- [7] G. Yong, S. S. Min, and L. X. Hui, "Terminal sliding mode control for attitude tracking of spacecraft based on rotation matrix," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2015, pp. 1-9, 2015.
- [8] Z. Zhu, Y. Xia and M. Fu, "Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 21, issue 6, pp. 686–702, 2011.
- [9] X. Zhang, X. Liu, and Q. Zhu, "Chattering-free adaptive sliding mode control for attitude tracking of spacecraft with external disturbance", *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, pp. 1-7, 2014.
- [10] F. K. Yeh, "Sliding-mode adaptive attitude controller design for spacecrafts with thrusters", *IET Control Theory and Applications*, vol. 4, no. 7, pp. 1254 – 1264, 2010.
- [11] J. Jin, S. Ko, and C. K. Ryoo, "Fault tolerant control for satellites with four reaction wheels", *Control Engineering Practice*, vol. 16, issue 10, pp. 1250 – 1258, 2008.