مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۹، صفحه ۲۵-۱۷

طراحی هدایت بهینه مرکزی یک وسیله زیرآبی در خط اثر شناور مدل شده

علیرضا باصحبت نوین‌زاده [۱]، مجتبی اسدی ماتک [۲]

[۱] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، novinzadeh@kntu.ac.ir

[۲] فارغ‌التحصیل دکترای مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل ، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، masadimatak@mail.kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۰۹/۲۰ ویرایش اول: ۱۳۹۷/۰۲/۰۲ ویرایش دوم: ۱۳۹۷/۰۴/۱۱ ویرایش سوم: ۱۳۹۷/۰۶/۱۷ ویرایش چهارم: ۱۳۹۷/۰۸/۲۰ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۰۹

چکیده: هدف این مقاله ارائه یک الگوریتم جدید برای هدایت یک وسیله زیرآبی تا رسیدن به هدفش، و نشان دادن مؤثر بودن آن توسط شبیه‌سازی با یک کد رایانه‌ای، است. مقصود از هدف در اینجا، تعقیب کردن یک شناور روی سطح آب است. جهت انجام این منظور یکی از روشهای مؤثر و مفید، تعقیب کردن خط اثر شناور است که کشتی در پشت سر خود تولید می‌کند. از معایب هدایت خط اثر شناور می‌توان به حرکت زیگزاگی جهت کشف مجدد آن اشاره کرد که با توجه به کاهش سرعت خطی نزدیک شدن به هدف، گاها به آن نرسیده و اصابت و تخریب ناتمام می‌ماند. به همین علت ایده‌های مختلفی برای بهبود حرکت در مسیر خط اثر شناور مطرح شده است که هر کدام دارای محاسن و معایبی هستند. در این مقاله یک الگوریتم هدایت جدید برای حرکت وسیله زیرآبی در مرکز خط اثر، که هدایت مرکزی نامیده شده است، معرفی شده که مسیری بهینه را نتیجه می‌دهد که با استفاده از مبانی هندسی مرکز خط اثر را در فاز هدایت به صورت یک خط مرکزی تعیین نموده سپس با استفاده از روش بهینه کمترین تلاش مسیری برای وسیله تا خط مرکزی ارائه می‌شود. همچنین برای اعتبارسنجی این روش، خط اثر یک کشتی مدلسازی و برنامه‌نویسی شده و کد آن در برنامه هدایت، برای شبیه‌سازی عملکرد این روش استفاده شده است.

کلمات کلیدی: هدایت، بهینه، وسیله زیرآبی، خط اثر شناور، هدایت مرکزی

Design of optimal central guidance of an underwater vehicle in the modeled ship wake

Alireza Basohbat Novinzadeh, Mojtaba Asadi Matak

Abstract: The purpose of this paper is to provide a new algorithm for guidance of an underwater vehicle to reach its target, and demonstrate its effectiveness by simulation with a computer code. The meant of target in here is to chase a ship on the surface of the water. In order to do this, one of the most effective methods is to follow the ship wake which produced behind it. Disadvantages of wake guidance can be mentioned as zigzag motion for rediscovering the wake in its path which according to the decreasing linear speed of approaching the target, sometime it doesn't reach the target and collision fails. Therefore, various ideas, with both positive and negative aspects, have been introduced to improve movement in the wake path. In this paper, a new guidance algorithm for running an underwater vehicle at the center of wake, which is named central guidance, is introduced that results an optimal path that by using geometric bases, determining the center of the wake in guidance phase like a central line. Then, using the optimal least effort method, the path to central line is presented. Also, to test this method, the wake of a ship is modeled and programmed and its code is used in the guidance program to simulate the performance of this method.

Keywords: Guidance, Optimal, Underwater vehicle, Wake, Central guidance.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

۱- مقدمه

هدایت یک وسیله زیرآبی تا رسیدن به هدف، مشکلات خاص خود را دارد و روشهای مختلفی جهت این منظور استفاده شده است. برای شناسایی صوتی و تعقیب هدف، متون زیادی موجود است. برای پیدا کردن یک کشتی که بر روی آب حرکت می‌کند، یک روش بسیار مؤثر استفاده از خط اثری است که کشتی در پشت خود به جای می‌گذارد. وجود و شدت خط اثر شناور در هر نقطه و هر زمان را می‌توان با استفاده از حسگر هایی که بر روی وسیله نصب می‌شوند، اندازه گیری کرد. وقتی که هدف، خط اثر کشتی باشد، می‌توان از ویژگیهای مختلف خط اثر برای شناسایی صوتی و تعقیب، استفاده نمود.

کشتی‌ها با خلاءزایی سیستم جلوبرنده، شکستن موجهای ایجاد شده توسط کشتی، و با گرفتگی هوا در لایه‌های مرزی متلاطم زیر بدنه کشتی، حبابهایی ایجاد می‌کنند [۱]. وقتی که حبابها می‌ترکند، انتشار آشفتگی موجب ترکیب و تقسیم شدن حبابها می‌شود. سپس آشفتگی کاهش می‌یابد و حبابهای با اندازه متفاوت، به علت سبکی، شروع به بالا رفتن با سرعتهای متفاوتی می‌کنند. فرآیندهای فیزیکی اصلی که در این فاز بر روی حبابها اثر می‌گذارد، عبارتند از اشباع حاصل از جریانهای محلی، انتشار آشفتگی و انحلال [۲و۳]. طراحی سیستم جلوبرنده و بدنه کشتی، اثر سرعت و مانور کشتی بر روی انتشار حبابها هستند و بنابراین روی پدیده خط اثر شناور تاثیر می‌گذارند [۱و۴و۵].

در مرجع [۶]، یک الگوریتم کشف و تعقیب خط اثر شناور برای ردیابی شناور استفاده شده است. آشفتگی قدرتمند تولید شده توسط پروانه شناور هدف برای تخمین جهت اولیه حرکت آن استفاده شده است، سپس با استفاده از ویژگی‌های خطی مرتبط با خط اثر شناور و حسگر صوتی فعال با فرکانس بالا جهت اندازه‌گیری اکوی بازگشتی و فیلتر کالمن به تعقیب نقطه شروع خط اثر شناور و در نتیجه شناور هدف پرداخته شده است.

در مرجع [۷]، بکارگیری دینامیک خطی حبابها به عنوان یک روش امیدبخش برای تشخیص دادن خط اثر کشتی مطرح شده است. سیگنال ایجاد شده می‌تواند چنان تنظیم شود که، اگر پخش کننده‌های خطی پاسخی نداده یا پاسخ کمی بدهند، پاسخ دریافت شده از خط اثر کشتی برای تشخیص به اندازه کافی تقویت شود. در این مقاله روش هدایتی مناسب در خط اثر شناور پیشنهاد نشده است. در مرجع [۸]، با استفاده از آرایش 2 حسگری، هدایت خط اثر شناور به صورت مقاوم‌تری نسبت به آرایش تک حسگری انجام شده است، لکن حرکت در خط اثر شناور همچنان به صورت زیگزاگی شدید است. در مرجع [۹]، روشی برای مدل کردن خط اثر شناور و استفاده از آن در شبیه‌سازی هدایت در خط اثر شناور ارائه شده است. در مرجع[۱۰]، آرایش سه حسگری برای بهبود حرکت زیگزاگی در خط اثر شناور معرفی شده است.

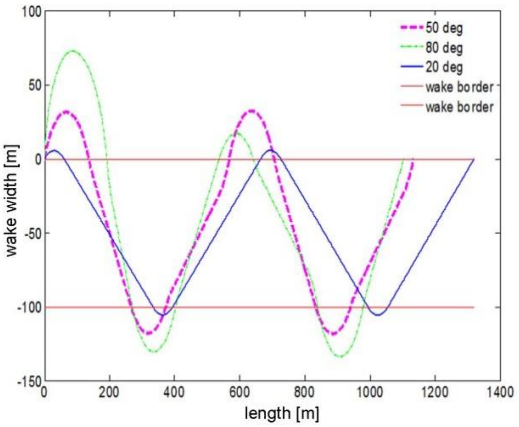
در اینجا برای طراحی سیستم هدایت و آزمایش مؤثر بودن آن با استفاده از یک کد رایانه‌ای، لازم است که خط اثر یک کشتی مدلسازی شود. مقالاتی در زمینه مدلسازی سیگنالهای بازگشتی از خط اثر کشتی که توسط حسگر صوتی تشخیص داده می‌شوند، موجود است [۱۱]. فیلتر تطبیق یافته و انرژی تشخیص داده شده، از جمله کشف کننده‌های استفاده شده برای سریهای زمانی اکو، هستند. اثر پارامترهایی مانند فاصله تا کشتی، زاویه انحراف و فرکانس منبع، با استفاده از مدلهای اکوی تشکیل داده شده، بررسی شده‌اند.

در متون آکادمیک، می‌توان کارهای تئوری و تجربی مختلفی در زمینه مدلسازی ساختار خط اثر کشتی، یافت [۵و۱۲-۲۳]. با این حال یک مدل کامل از ساختار خط اثر کشتی که شامل توزیع ابتدایی حبابها و ارزیابی توزیع حبابها نسبت به کشتی و پارامترهای محیط باشد، در متون در دسترس، موجود نیست.

وسیله‌های زیرآبی کنونی تنها یکحسگرصوتی (حسگر صوتی) رویبدنه خود و در راستای عمودی دارند. طریقه عملکرد حسگر صوتی چنان است که هرگاه سیگنال‌های صوتی ارسالی از آن به سطح آب برخورد کنند، موجی ضعیف‌تر اما با همان فرکانس ارسالی دریافت می‌شود که نشان دهنده این موضوع است که وسیله هنوز زیر خط اثر شناور قرار نگرفته است. اما اگر امواج صوتی ارسالی با خط اثر شناور برخورد کند به دلیل وجود حباب‌هایخط اثر، فرکانس برگشتی و دامنه آن تحت تاثیر قرار می‌گیرد که پس از انتگرال‌گیری از موج بازگشتی چنانچه شرط آستانه برآورده شود، وسیله، بودن در زیر خط اثر شناور را تایید می‌کند. برای شبیه‌سازی، مسیر حرکت وسیله زیرآبی به چهار ناحیه تقسیم شده است. این چهار ناحیه شامل دو قسمت داخل خط اثر شناور و دو قسمت در بیرون خط اثر شناور است.

الگوریتم فعلی یک وسیله زیرآبی بدین صورت است که در اولین برخورد به لبه خط اثر شناور در هنگام ورود، مسیر مستقیم الخط خود را طی می‌کند تا از خط اثر شناور برای بار اول خارج شود. سپس با سرعت زاویه‌ای $w1$ به مدت $t1$ در جهت ساعتگرد چرخیده و بعد از آن به مدت $t2$ و با سرعت زاویه‌ای $w2 > w1$ باز هم در همان جهت ساعتگرد می‌چرخد. چنانچه وسیله هنوز به زیر خط اثر شناور وارد نشده باشد با سرعت زاویه ای $w3 > w2$ می‌چرخد تا مجددا وارد خط اثر شناور شود.

شکل ۱ مسیر حرکت یک وسیله زیرآبی را با زوایای ورود متفاوت ۲۰، ۵۰ و ۸۰ که در متلب شبیه سازی شده نشان می‌دهد.



شکل۱: شبیه‌سازی مسیر حرکت یک وسیله زیرآبی با زوایای ورود مختلف

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

با توجه به شکل ۱ می‌توان عدم عملکرد مناسب روش هدایت خط اثر شناور را نشان داد. برای مثال در زاویه خروج ۵۰ درجه در سیکل دوم، وسیله حدود ۴۰ متر از مرز بالایی خط اثر شناور فاصله گرفته است که با توجه به سرعت هدف به هیچ وجه بهینه و مناسب نیست.لزوم پرداختن به این موضوع جهت تلاش برای رفع معایب هدایت خط اثر شناور است که با توجه حرکت زیگزاگی جهت کشف مجدد آن و کاهش سرعت خطی نزدیک شدن به هدف، گاها وسیله به هدف نرسیده و اصابت و تخریب ناتمام می‌ماند.توضیح اینکه افزایش سرعت وسیله زیرآبی با توجه به محدودیت‌های ابزاری و فنی کاری دشوار و نیازمند تحقیقات گسترده می‌باشد.

در بخش‌های بعدی، ابتدا روش و دانش مدلسازی خط اثر کشتی با استفاده از یک کد شبیه‌سازی رایانه‌ای، ارائه شده است. سپس الگوریتم هدایت ابداع شده که از خط اثر شناور برای تعقیب کردن کشتی استفاده می‌کند و با آرایش سه حسگری و تلفیق اطلاعات حاصل از چیدمان آن‌ها با مبانی هندسی مرکز خط اثر شناور را برای هدایت در مسیر مرکزی خط اثر ممکن می‌سازد. سپس با استفاده از حل عددی مسئله بهینه شتاب لازم جهت طی مسیر به سمت مرکز خط اثر شناور محاسبه شده و این عملکرد در شرایط مختلفی شامل کشتی در یک مسیر مستقیم یا مانوردار، نمایش داده شده است. در پایان جمع‌بندی مقاله انجام می‌شود.

۲- مدلسازی خط اثر شناور

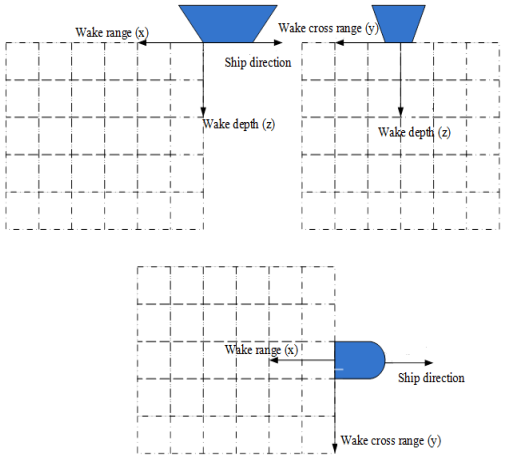
در این بخش، خط اثر یک کشتی مدل شده است. در آزمایشات مختلف مشاهده شده است که خط اثر شناور برای حدود ۱۵ دقیقه می‌تواند باقی بماند[۲ و ۵]. مقادیر معمول برای طول، عمق و عرض خط اثر به ترتیب ۱۵۰۰، ۱۰ و ۳۰ متر می‌باشند. عموما عمق خط اثر تقریبا به اندازه دو برابر آبخور شناور و عرض آن به اندازه ۵ تا ۱۰ برابر عرض ناو است [۵].

در مرجع [۱۶]، یک مدل که با استفاده از مطالعات انتشار صوتی تشکیل شده است، ارائه گردیده است. در این مدل تراکم متوسط حباب برای خط اثر کشتی، با استفاده از داده های موجود در متون، ساخته شده است. همچنین یک عملکرد مجزای تصادفی برای تشکیل ساختار تصادفی تراکم حباب استفاده شده است.

مقدار میانگین تراکم حباب $N(x, y, z, a)$یا بطور اسمی میانگین تعداد حبابها بر مترمکعب در مختصات (x, y, z) با شعاع بین a و a+ daرا می‌توان بصورت زیر نوشت(توضیح اینکه شعاع حبابها در محدوده a تا a+ daدر نظر گرفته می‌شوند):

$$N(x,y,z,a) = N_x(x).N_y(y).N_z(z).A(a) \qquad (۱)$$

در این معادله $N_x(x)$, $N_y(y)$ و $N_z(z)$ توابع مجزایی هستند، که مقادیر میانگین تعداد حبابها را در محورهای x, y, z نشان داده و وابسته به تراکم حباب هستند. همچنین $A(a)$ نیز توزیع اندازه حباب است. در شکل ۲ نمایش محورهای منطقه، منطقه متقاطع و عمق خط اثر مشاهده می‌شوند.



شکل۲: نمایش محورهای خط اثر شناور

توزیع اندازه حباب توسط رابطه (۲) محاسبه می‌شود که شعاع حباب بین ۵۰ تا ۱۰۰۰ میکرومتر می‌باشد:

$$A(a) = a^{-4} \qquad (۲)$$

تراکم حباب در طول توسط رابطه (۳) قابل محاسبه است که در آن v سرعت کشتی می‌باشد:

$$N_x(x) = 10^{(-3.10^{-3})\left(\frac{x}{v}\right)-13.3} \qquad (۳)$$

تراکم حباب در عرض نیز از رابطه (۴) قابل محاسبه است که در آن پارامتر σ مربوط به فاصله پشت کشتی است:

$$N_y(y) = e^{-(y/\sigma)^2} \qquad (۴)$$

تراکم حباب در عمق هم از رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$N_z(z) = N_z(z=0).e^{-\left(\frac{z}{D/coeff2}\right)} \qquad (۵)$$

در این رابطه پارامتر D که به عنوان عمق ویژه تعریف می‌شود وابسته به فاصله پشت کشتی می‌باشد. تغییر دادن پارامتر ثابت $coeff2$ خط اثر عمیق‌تر یا سطحی‌تر را تشکیل می‌دهد.

مدلسازی موج صوتی از میان ابر حبابها با چند نظریه انجام شده است. این نظریه‌ها با انتشار موج صوتی در میان ابر حبابها بصورت آماری که به علت تنوع ذاتی ابر حبابها ترجیح داده می‌شود، رفتار می‌کنند [۲].

پردازش سیگنال مانند فیلترسازی تطبیق یافته می‌تواند بر روی سیگنال دریافتی برای تمییز بهتر ابر حبابها، استفاده شود. شدت هدف (TS) یک هدف زیرآبی، بزرگی اکوی دریافتی از هدف را برمی‌گرداند. اگر V حجم اصلاح شده ابر حباب و S_s سطح مقطع پراکندگی بر واحد حجم باشند، شدت صوت هدف از رابطه (۶) بدست می‌آید [۲۰]:

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

$$TS = 10\,log\left(\frac{S_s}{4\pi}V\right) \quad (۶)$$

سطح مقطع پراکندگی بر واحد حجم از رابطه(۷) قابل محاسبه می‌باشد:

$$S_s = \int_0^\infty \sigma_s n(a)da = \int_0^\infty \frac{4\pi a^2 n(a)da}{\left(\frac{w_0^2}{w^2}-1\right)^2+\delta^2} \quad (۷)$$

در این معادله σ_s سطح مقطع پراکندگی حباب است که بصورت نسبت قدرت پراکندگی کل به شدت رویداد تعریف می‌شود، $w = 2\pi f$ فرکانس زاویه‌ای ارتعاشات است و ضریب میرایی ارتعاشات خطی می‌باشد.

معادله حسگر صوتی فعال برای یک تنظیمات ایستای یگانه منبع و دریافت کننده، را می‌توان بصورت (۸) نوشت:

$$RL = SL + TS - 2TL - 2TL_b \quad (۸)$$

در این معادله RL، سطح دریافت، SL، سطح منبع، TL، افت هنگام انتقال یکطرفه، و TL_b، افت انتقال یکطرفه ایجاد شده توسط ابر حباب‌ها است. افت هنگام انتقال بصورت(۹) محاسبه می‌شود:

$$TL = 20\,log\,r + \alpha r \times 10^{-3} \quad (۹)$$

در این معادله r، مسافت طی شده برحسب متر است و α ضریب میرایی حاصل از جذب برحسب dB/km است. افت انتقال حاصل از ابر حبابها از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود:

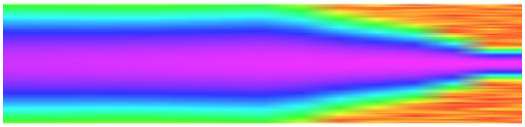
$$TL_b = 4.34 \times S_e \times r \quad (۱۰)$$

در این معادله، S_e سطح مقطع انهدام بر واحد حجم ابر حباب می‌باشد که از رابطه (۱۱) بدست می‌آید:

$$S_e = \int_0^\infty \sigma_e n(a)da = \int_0^\infty \frac{4\pi a^2(\delta/ka)n(a)da}{\left(\frac{w_0^2}{w^2}-1\right)^2+\delta^2} \quad (۱۱)$$

با استفاده از این روش خط اثر کشتی بصورت یک ماتریس ۱۰۱ در ۱۵ قابل مدلسازی می‌باشد، که هر یک از درایه‌های آن شدت خط اثر در یک نقطه را نشان می‌دهد. برای سایر نقاط نیز با استفاده از میان‌یابی از این نقاط، یک مقدار تقریبی می‌توان یافت. در شکل ۳ یک پروفایل شدت خط اثر شبیه‌سازی شده با استفاده از مدل ارائه شده در مرجع [۱۶] قابل مشاهده است. پروفیل چگالی حباب برای شعاع حباب۱۶۰ میکرومتر محاسبه شده است. مقادیر زیر برای پارامترها استفاده شده است [۲۱]:

$$\sigma(t) = [12.5, 12.1, 12.6, 15.7, 17.1, 19.1, 30]m$$
$$D(t) = [7.4, 8.3, 9.0, 7.0, 5.3, 2.5, 1.3]m \quad (۱۲)$$
$$t = [75, 125, 175, 225, 275, 325, 375]m$$
$$v = 7.5\ {}^{m}/_{s}\ , coeff2 = 2.3$$



شکل۳: پروفیل شدت خط اثر شناور شبیه سازی شده

در شکل ۳ قدرت خط اثر شناور با استفاده از رنگ‌های حاصل از تجزیه نور سفید نمایش داده شده است. این بدین معناست که رنگ بنفش قویترین شدت و رنگ قرمز ضعیف‌ترین شدت را نشان می‌دهد. سایر رنگها به ترتیب رنگ‌های استاندارد تجزیه نور (رنگین کمان) هستند، که به ترتیب از ضعیف به قوی عبارتند از: قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، نیلی و بنفش. با توجه به شکل خط اثر شناور مدل شده و با بررسی مقادیر عددی چگالی حباب در محل‌های مختلف می‌توان مدل شبیه‌سازی شده را بعنوان مبنای خط اثر شناور در ادامه پروژه در نظر گرفت.

۳- هدایت بهینه مرکزی خط اثر شناور

پس از مدلسازی خط اثر شناور، هدایت وسیله زیرآبی تا رسیدن به هدف با یک الگوریتم بهینه مورد نظر است. مدل خط اثر شناور که با استفاده از حسگر صوتی کشف شده برای هدایت استفاده می‌شود.این عملیات در این مقاله در حالت‌های مختلفی انجام شده است. در اولین حالت فرض می‌شود هدف به‌صورت مستقیم الخط حرکت می‌کند. با توجه به اینکه هدایت در خط اثر شناور در عمق مشخصی توسط وسیله انجام می‌شود می‌توان در تبیین روش هدایتی از دو بعد در صفحه استفاده نمود.

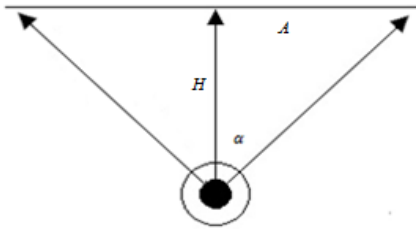
برای هدایت یک وسیله زیرآبی تا رسیدن به هدف، یک الگوریتم هدایتی و حسگر هایی برای تشخیص شدت خط اثر شناور مورد نیاز است. حسگر ها بر روی بدنه وسیله زیرآبی نصب می‌شوند که می‌توانند شدت خط اثر شناور را در هر نقطه و هر لحظه اندازه‌گیری کنند. برای مشخص کردن اینکه آیا نقطه جاری داخل محوطه خط اثر شناور قرار دارد یا نه، باید یک مقدار آستانه برای شدت خط اثر شناور تعیین شود، که اگر شدت اندازه‌گیری شده توسط حسگر از این مقدار بیشتر باشد، نشان می‌دهد که وسیله زیرآبی داخل محدوده خط اثر شناور قرار دارد.

برای نصب حسگرها بر روی وسیله زیرآبی یک ترکیب شامل ۳ حسگر استفاده شده است، که در قسمت‌های چپ، راست و مرکز وسیله زیرآبی نصب شده‌اند. حسگر ها شدت خط اثر شناور را مطابق زاویه نصب اندازه‌گیری می‌کنند. حسگر مرکزی با زاویه ۹۰ درجه نسبت به افق نصب شده است، و با زاویه α از جهت حسگر مرکزی به چپ و راست، نصب شده‌اند (شکل ۴). باید به این نکته توجه کرد که نقاطی که حسگرها شدت

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

آن را اندازه می‌گیرند بر روی سطح آب قرار دارند، بنابراین فاصله بین این نقاط بر حسب عمق کروز وسیله زیرآبی و زاویه α بوسیله رابطه (۱۳) قابل محاسبه است:

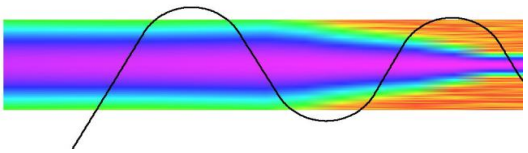
$$A = H \tan \alpha \qquad (۱۳)$$



شکل۴: شماتیک حسگرها بر روی وسیله زیرآبی

در شکل ۴، α، زاویه دید حسگر نسبت به راستای عمود بر محور بدنه وسیله، H، عمق حسگر نسبت سطح آب و A طول پوشش بیم حسگر هستند. این ترکیب نصب حسگرها می‌تواند نشان دهد که وسیله زیرآبی از کدام سمت به خط اثر شناور وارد یا خارج شده است [۱۱]. اگر از سمت چپ وارد شود ابتدا حسگر چپ تشخیص می‌دهد که شدت خط اثر شناور به میزان آستانه رسیده است، سپس حسگر مرکزی به آستانه می‌رسد. همچنین اگر وسیله زیرآبی از سمت راست از خط اثر شناور خارج شود ابتدا حسگر راست تشخیص می‌دهد که شدت خط اثر شناور از میزان آستانه کمتر است، و سپس حسگر مرکزی این مساله را تشخیص می‌دهد. در این مقاله عمق کروز وسیله زیرآبی، ۹ متر و زاویه α، ۴۵ درجه فرض شده‌اند.

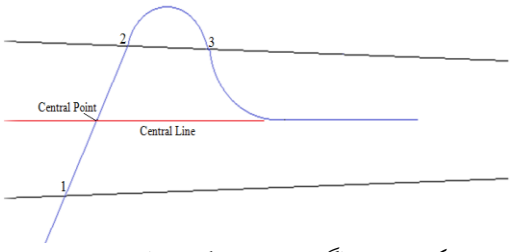
مرحله بعدی، طراحی الگوریتم هدایت است. هدف این الگوریتم تعقیب کردن خط اثر شناور تا زمانی‌که وسیله زیرآبی به کشتی برسد، است. در الگوریتم‌های مرسوم، هنگامی‌که مشخص می‌شود که وسیله زیرآبی از محدوده خط اثر شناور خارج شده است، دور می‌زند تا دوباره وارد محدوده خط اثر شناور شود، و سپس مستقیم حرکت می‌کند. در نتیجه این شیوه، پس از زمان کوتاهی، وسیله زیرآبی دوباره از سمت دیگر خط اثر شناور خارج می‌شود، و پس از آن، دوباره دور می‌زند تا به خط اثر شناور برگردد و این روال همینطور ادامه دارد. با این راهبرد، وسیله زیرآبی یک مسیر مارپیچ را طی می‌کند، بنابراین مسیر طولانی‌تری را طی کرده که موجب افزایش مصرف سوخت و زمان می‌شود. در شکل ۵، الگوریتم هدایت مرسوم در مدل خط اثر شبیه‌سازی شده نشان داده شده است.



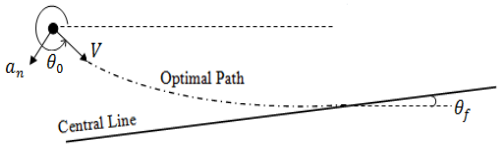
شکل۵: نمایش هدایت مرسوم خط اثر شناور (نمای از بالای هدایت در خط اثر شناور)

در این مقاله یک الگوریتم هدایت جدید استفاده شده که موجب طی مسیر کوتاه‌تری می‌شود. در این روش، ۳ نقطه مورد استفاده قرار می‌گیرند. در ابتدا وسیله زیرآبی به سمت خط اثر شناور شلیک می‌شود. وقتی که مشخص می‌شود که وسیله زیرآبی وارد محدوده خط اثر شده است، آن نقطه به عنوان نقطه شماره ۱ نام‌گذاری می‌شود. توضیح اینکه دستگاه مختصات مورد استفاده، دستگاه مختصات حامل وسیله زیرآبی است که وسیله از آن پرتاب شده است. سپس وسیله زیرآبی مستقیم به حرکت خود ادامه داده، تا اینکه مشخص شود از خط اثر شناور خارج شده است، که این نقطه نیز به عنوان نقطه شماره ۲ نام‌گذاری می‌شود. سپس وسیله زیرآبی با سرعت زاویه‌ای مشخصی دور می‌زند تا دوباره وارد خط اثر شناور شود. در این مقاله سرعت زاویه‌ای که بر اساس محدودیت‌های دینامیکی وسیله انتخاب می‌شود، ۲ رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شده است. نقطه ورود دوباره به خط اثر شناور نیز به عنوان نقطه شماره ۳ نام‌گذاری می‌شود (شکل ۶). سپس نقطه وسط فاصله بین ۱ و ۲ محاسبه و مشخص شده و خطی از این نقطه به موازات خط بین نقاط ۲ و ۳ رسم می‌شود. این خط تقریبا از وسط خط اثر شناور عبور می‌کند. اگرچه به دلیل زاویه کناره خط اثر شناور پس از گذشت مدتی ممکن است این خط دقیقا در وسط خط اثر شناور نباشد اما می‌توان از این انحراف صرفنظر نمود. مرحله بعدی الگوریتم، هدایت کردن وسیله زیرآبی به نحوی است که روی این خط بماند. جهت این منظور با داشتن معادله خط وسط، سرعت زاویه‌ای و جهت چرخش باید چنان محاسبه شود که این هدف برآورده شود، بنابراین وسیله زیرآبی در خط وسط محاسبه شده در رابطه(۱۴) رانده می‌شود(شکل ۶).

$$x_{mid} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_{mid} = \frac{y_1 + y_2}{2}, \qquad (۱۴)$$
$$m_{mid} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$
$$y - y_{mid} = m_{mid}(x - x_{mid})$$



شکل۶: نمایش الگوریتم هدایت مرکزی خط اثر شناور



شکل۷: هندسه حرکت وسیله از نقطه ۳ به سمت خط مرکزی

با توجه به اینکه معادله خط وسط با استفاده از رابطه (۱۴) محاسبه شده است، در این مرحله، با توجه به شکل ۶ ، شتاب لازم برای حرکت وسیله

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

از نقطه ۳ به سمت خط مرکزی خط اثر شناور با استفاده از مبانی کنترل بهینه محاسبه می‌شود. با توجه به شکل ۷، معادلات حالت وسیله زیرآبی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\dot{x} = V cos\theta \qquad (۱۵)$$

$$\dot{y} = V sin\theta \qquad (۱۶)$$

$$\dot{\theta} = \frac{a_n}{V} \qquad (۱۷)$$

تابع معیار به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} a_n^2 dt \qquad (۱۸)$$

تابع هامیلتونی به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$H = \frac{1}{2}a_n^2 + \lambda_x(V cos\theta) + \lambda_y(V sin\theta) + \lambda_\theta\left(\frac{a_n}{V}\right) \qquad (۱۹)$$

که در آن λ_x، λ_y و λ_θ ضرایب لاگرانژی هستند. معادلات اویلر-لاگرانژ به صوری زیر نوشته می‌شوند.

$$\dot{\lambda_x} = -\frac{\partial H}{\partial x} = 0 \rightarrow \lambda_x = cte \qquad (۲۰)$$

$$\dot{\lambda_y} = -\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \rightarrow \lambda_y = cte \qquad (۲۱)$$

$$\dot{\lambda_\theta} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\lambda_x V sin\theta + \lambda_y V cos\theta \qquad (۲۲)$$

رابطه(۲۰) و (۲۱) بیان می‌کنند که λ_x، λ_y در مسیر بهینه ثابت هستند. شرط بهینگی عبارت است از:

$$0 = \frac{\partial H}{\partial a_n} = a_n + \frac{\lambda_\theta}{V} \rightarrow a_n = -\frac{\lambda_\theta}{V} + \lambda_\theta\left(\frac{a_n}{V}\right) \qquad (۲۳)$$

با توجه به اینکه معادله خط وسط خط اثر شناور از معادله (۱۴) به دست آمده است و از طرفی زاویه $\theta_f = tan^{-1}m_{mid}$ به عنوان زاویه نهایی در مسیر بهینه از نقطه ۳ به سمت خط وسط در نظر گرفته می‌شود. در ادامه از شرایط تعامد، مقادیر مرزی ضرائب لاگرانژی بدست می‌آیند.

$$\phi(t_f) = \upsilon_x\left(m_{mid}x(t_f) + c - y(t_f)\right) + \upsilon_x\left(m_{mid}x(t_f) + c - y(t_f)\right) + \upsilon_\theta(\theta(t_f) - \theta_f) \qquad (۲۴)$$

که در آن $m_{mid}x(t_f) + c - y(t_f) = 0$ معادله خط وسط خط اثر شناور است که در معادله (۱۴) محاسبه شده است.

$$\lambda_x(t_f) = \frac{\partial\phi}{\partial x(t_f)} = m_{mid}\upsilon_x + \lambda_\theta\left(\frac{a_n}{V}\right) \qquad (۲۵)$$

$$\lambda_y(t_f) = \frac{\partial\phi}{\partial y(t_f)} = -m_{mid}\upsilon_y \qquad (۲۶)$$

$$\lambda_\theta(t_f) = \frac{\partial\phi}{\partial\theta(t_f)} = \upsilon_\theta \qquad (۲۷)$$

$$H(t_f) = \frac{\partial\phi}{\partial t_f} = 0 \qquad (۲۸)$$

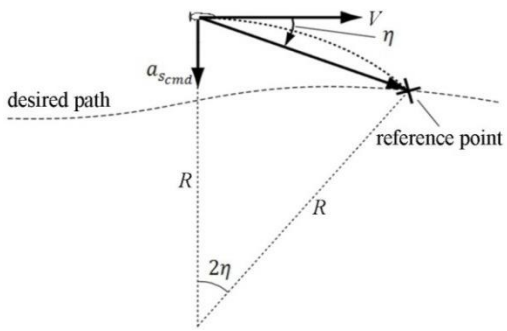
با توجه به رابطه (۲۳) و اینکه H تابع زمان نیست، می‌توان نتیجه گرفت که $H=0$.

با جایگذاری $H=0$ در معادله (۱۹) عبارت زیر برای شتاب بهینه به دست می‌آید.

با توجه به غیر خطی بودن معادلات حالت و عدم وجود جواب تحلیلی با استفاده از حل عددی معادلات فوق، محاسبه شتاب لازم جهت راندن بهینه وسیله زیرآبی به سمت خط وسط انجام می‌شود [۱۹]. پس از اینکه که وسیله بر روی خط وسط قرار گرفت، مستقیما به حرکت خود ادامه می‌دهد تا اینکه به هدف برسد و یا اینکه به دلیل مانور دوباره از خط اثر شناور خارج شود. با توجه به شکل ۸ هدایت روی خط مرکزی خط اثر شناور انجام شده است.

۳-۱- تحلیل پایداری

هندسه هدایت به سمت نقطه مرجع در شکل ۸ قابل نمایش است.



شکل۸: هندسه هدایت به سمت نقطه مرجع

در هر نقطه از زمان یک مسیر دایروی توسط مکان نقطه مرجع، مکان وسیله و بردار سرعت مماسی وسیله قابل تعریف می‌شود. فرمان شتاب تولیدی توسط رابطه زیر برای شتاب جانب مرکز در تعقیب بخش دایروی به صورت زیر قابل بیان است. با توجه به شکل داریم.

$$\begin{aligned} L_1 &= 2R\sin\eta \\ \text{شتاب جانب مرکز} &= \frac{V^2}{R} \\ &= 2\frac{V^2}{L_1}\sin\eta = a_{s_{cmd}} \end{aligned} \qquad (۲۹)$$

شکل زیر، برای خطی سازی مورد استفاده قرار می گیرد. توضیح اینکه در اینجا تعقیب خط مستقیم که در این مقاله همان خط مرکزی شناور است مد نظر می باشد. L_1 فاصله بین وسیله و نقطه مرجع روی خط اثر مرکزی ، d خطای تعقیب و V سرعت نامی وسیله است. با فرض η

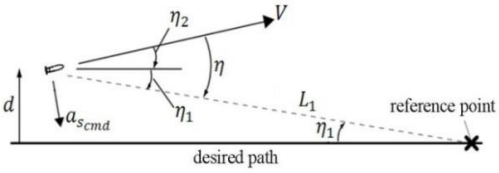
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

کوچک داریم (این فرض در واقعیت نیز برای حرکت روانتر به سمت نقطه مرجع مطلوب است).

$$sin\,\eta \approx \eta = \eta_1 + \eta_2$$

و

$$\eta_1 \approx \frac{d}{L_1}, \quad \eta_2 \approx \frac{\dot{d}}{V}$$



شکل۹: مدل خطی تعقیب مسیر مستقیم خط اثر مرکزی

با ترکیب موارد فوق با رابطه هدایت داریم.

$$a_{s_{cmd}} = 2\frac{V^2}{L_1} sin\,\eta \approx 2\frac{V}{L_1}\left(\dot{d} + \frac{V}{L_1}\right)(\dot{d} + \frac{V}{L_1} d) \qquad (۳۰)$$

بنابراین، خطی سازی منطق غیر خطی به کنترل کننده PD برای خطای تعقیب منجر می شود. همچنین، نسبت سرعت وسیله به فاصله L_1 یک فاکتور مهم برای تعیین بهره های تناسبی و مشتقی کنترل کننده است. برای مثال، یک مقدار کوچک برای L_1 به بهره بالای کنترل منجر می شود و نسبت $\frac{L_1}{V}$ ثابت زمانی کنترل کننده PD را تعیین می کند.

فاصله L_1 را می توان با استفاده از تحلیل پایداری به همراه مدل خطی پلنت و کنترلر خطی استخراج کرد. مدل پلنت می بایست شامل دینامیک وسیله با کنترلر زاویه حلقه داخلی و دینامیک همه حسگرها در تابع تبدیل باشد.

علاوه بر این، با فرض نبود دینامیک حلقه داخلی و زاویه کوچک η_2، در نتیجه $a_{s_{cmd}} \approx -\ddot{d}$ و رابطه (۳۰) به صورت زیر می شود.

$$\ddot{d} + 2\xi\omega_n\dot{d} + {\omega_n}^2 d = 0\,, \xi = 1/\sqrt{2}\,, \omega_n = \sqrt{2}V/L_1 \qquad (۳۱)$$

رابطه (۳۰)، یک معادله خطی تقریبی برای موضوع تعقیب مسیر مستقیم نشان می دهد که یک سیستم درجه دوم ساده است و همیشه دارای ضریب میرایی 0.707 است و فرکانس طبیعی توسط نسبت سرعت و فاصله تا نقطه مرجع تعیین می شود.

با استفاده از تحلیل پایداری لیاپانوف غیر خطی بر اساس شکل ۹ داریم:

$$\dot{d} = V\,sin\,\eta_2 \text{ و } \dot{\eta}_2 = -\frac{a_s}{V} \qquad (۳۲)$$

با توجه به رابطه (۲۹) و برای وجود نقطه مرجع منحصر به فرد با فرض:

$$d < L_1, \qquad -\frac{\pi}{2} < \eta < \frac{\pi}{2} \qquad (۳۳)$$

با تعریف تابع لیاپانوف:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(V\,sin\,\eta_2)^2 + \int_0^d \frac{2V^2}{L_1} sin(\eta - \eta_2)dy \qquad (۳۴)$$

با استفاده از شکل ۹:

$$sin(\eta - \eta_2) = \frac{d}{L_1} \qquad (۳۵)$$

بنابراین:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}V^2\,sin^2\,\eta_2 + \frac{V^2}{{L_1}^2}d^2 \qquad (۳۶)$$

که یک تابع مثبت معین است. با مشتق گیری زمان از رابطه (۳۴) داریم:

$$\dot{\mathcal{L}} = V^2\,sin\,\eta_2 cos\,\eta_2\dot{\eta}_2 + \frac{V^2}{{L_1}^2}d\dot{d} \qquad (۳۷)$$

از روابط (۳۲) و (۳۵) و (۳۷) داریم:

$$\dot{\mathcal{L}} = -\frac{2V^3}{L_1} sin\,\eta_2\{cos\,\eta_2\,sin\,\eta - sin(\eta - \eta_2)\}$$

در آخر با استفاده از

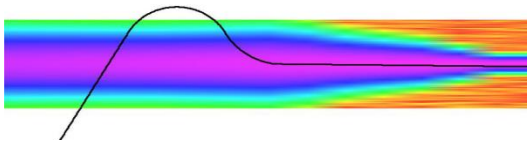
$$sin(\eta - \eta_2) = cos\,\eta_2\,sin\,\eta - cos\,\eta\,sin\,\eta_2$$

بنابراین تابع لیاپانوف به‌صورت زیر می‌شود.

$$\dot{\mathcal{L}} = -\frac{2V^3}{L_1} sin^2\,\eta_2\,cos\,\eta \qquad (۳۸)$$

که به ازای $|\eta| < \pi/2$، یک تابع منفی نیمه معین است. با توجه به قضیه مجموعه ثابت، $\dot{\mathcal{L}} = 0$ مسیر $(\eta_2 = 0\,, d = 0)$ را نتیجه می‌دهد،بنابراین برای $(\eta_2 = 0\,, d = 0)|\eta| < \pi/2\,, d < L_1$، پایدار مجانبی است.

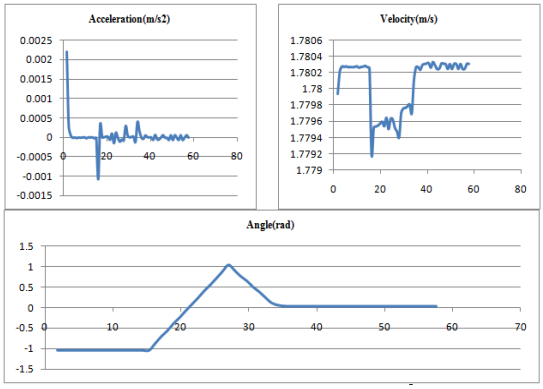
این الگوریتم در این بخش بر روی انواع خط اثر شناور مستقیم و منحنی (مانوردار) اعمال شده است. هدایت در خط اثر شناور مستقیم در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود. در این شبیه‌سازی میزان شدت خط اثر شناور آستانه ۷۰ دسی‌بل در نظر گرفته شده است. توضیح اینکه انتخاب این عدد تجربی است و وسیله با توجه به نویزهای زیرآبی و کسر آنها از موج برگشتی از آن بعنوان عدد مرز خط اثر استفاده می‌کند.



شکل۱۰: نمایش هدایت مرکزی خط اثر شناور(نمای از بالای هدایت در خط اثر شناور)

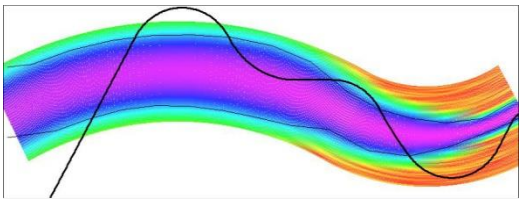
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

شکل ۱۱، نمودارهای سرعت، شتاب و زاویه سمت وسیله در مسیر حرکت شکل ۱۰ را نشان می‌دهد.



شکل۱۱: نمودار سرعت، شتاب و زاویه سمت وسیله در مسیر پروازی

حال این الگوریتم بر روی یک خط اثر شناور غیر مستقیم بکار گرفته می‌شود. این اتفاق زمانی صورت می گیرد که کشتی در حرکت خود دارای مانور باشد. این مساله موجب می‌شود که خط وسط پیدا شده پس از گذشت مقداری مسافت، دیگر خط وسط نباشد و وسیله زیرآبی دوباره از خط اثر شناور خارج شود. در این شرایط عملیات قبلی تکرار می‌شود و وسیله زیرآبی با سرعت زاویه‌ای مشخصی دور می‌زند تا دوباره وارد خط اثر شناور شود. نقاط ورود و خروج از خط اثر شناور به عنوان نقاط ۲ و ۳ نام‌گذاری می‌شوند ولی این بار نقطه ۱ وجود ندارد (شکل ۱۲).



شکل۱۲: نمایش هدایت مرکزی خط اثر شناور در خط اثر شناور منحنی(نمای از بالای هدایت در خط اثر شناور)

برای غلبه بر این مشکل، در عملیات قبلی عرض خط اثر شناور باید محاسبه شود. این کار با کشیدن خطی از نقطه ۳ عمود بر خط مرزی واصل بین نقاط ۲ و ۳ انجام می‌شود. سپس نقطه تلاقی این خط و خط وسط محاسبه می‌شود. فاصله بین این نقطه و نقطه ۳ به اندازه نصف عرض خط اثر شناور است. حال با داشتن این عرض، عملیات می‌تواند به هنگام خروج دوباره از خط اثر شناور، ادامه یابد. از نقطه ۳ عمود بر خط واسط بین نقاط ۲ و ۳ خطی رسم شده و نقطه‌ای بر روی این خط که فاصله آن از نقطه ۳ به اندازه نصف عرض خط اثر شناور است به عنوان نقطه وسط مشخص و خط وسط از این نقطه به موازات خط گذرا از نقاط ۲ و ۳ رسم می‌شود. سپس همانند مرحله قبل سرعت زاویه‌ای گردش به نحوی که وسیله زیرآبی بر روی این خط بیفتد محاسبه می‌شود و سپس آن را تعقیب می‌نماید.

٤- نتیجه گیری

هدف این مقاله، ارائه یک الگوریتم هدایت جدیدبرای حرکتیک وسیله زیرآبی به سمت یک شناور سطحی است. این الگوریتم از خط اثر شناور که کشتی با تولید حباب در پشت خود ایجاد نموده، استفاده می کند. این شیوه، روش مفید و مؤثری برای تعقیب یک شناور سطحی می‌باشد، زیرا وجود و شدت خط اثر شناور با حسگرهایی که بر روی وسیله زیرآبی نصب می‌شوند، قابل اندازه‌گیری است. همچنین برای آزمایش روش ارائه شده، شبیه‌سازی عملکرد آن با استفاده از یک کد شبیه‌سازی رایانه‌ای مورد نظر بوده است. بنابراین شبیه‌سازی خط اثر شناور کشتی نیز ضروری است. در این مقاله ابتدا جزئیات و دانش مورد نیاز برای مدلسازی خط اثر شناور کشتی، توضیح داده شد. با استفاده از داده‌ها و معادلات ارائه شده، خط اثر شناور با یک کد رایانه‌ای مدلسازی شد که فعالیتی جدید با توجه به محدودیت‌های دسترسی به منابع علمی در این زمینه به شمار می‌رود. سپس الگوریتم هدایت مرکزی برای هدایت وسیله زیرآبی معرفی شد. پس از آن با استفاده از مبانی عددی کنترل بهینه شتاب لازم جهت راندن بهینه وسیله به سمت خط مرکزی خط اثر شناور محاسبه شده و برنامه نرم‌افزاری ساخته شده در کنار کد مدلسازی، برای آزمایش روند هدایت و تشخیص مؤثر بودن آن استفاده شد. در ادامه با استفاده از تحلیل لیاپانوف پایداری روش هدایت به سمت نقاط تولیدی توسط سیستم هدایت انجام پذیرفت.در پایان در شرایط مختلفی شامل حالاتی که خط اثر شناور یک مسیر مستقیم یا مانوردار باشد، شبیه‌سازی انجام شد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با استفاده از این روش، وسیله زیرآبی می‌تواند در مسیر بهینه‌تری به هدف خود برسد که می توان نتیجه را با مقایسه اشکال ۱۰ و ۱۲ که به ترتیب روش هدایت پیشنهادی را در خط اثر شناور مستقیم و مانوردار مورد آزمایش قرار می‌دهد با شکل ۵ که هدایت کنونی و مرسوم در خط اثر است، راستی‌آزمایی نمود.

مراجع

[1] A. Sutin, A. Benilov, H.S. Roh, Y.I. Nah. Acoustic Measurements of Bubbles in the Wake of Ship Model in Tank. Proceedings of the Ninth European Conference on Underwater Acoustics, ECUA 2008.

[2] T. C. Weber. Acoustic Propagation Through Bubble Clouds. Ph.D. Thesis, The Pennsylvania State University, May 2006.

[3] S. Stanic, E. Kennedy, B. Brown, D. Malley, R. Goodman, J. Caruthers, Broadband Acoustic Transmission Measurements in Surface Ship Wakes. IEEE Conference Proceedings of Oceans, 2007.

[4] S. Stanic, J. W. Caruthers, R. R. Goodman, E. Kennedy, R. A. Brown, Attenuation Measurements Across Surface-Ship Wakes and

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]

[17] R. J. P. van Bree, H. Greidanus, Ship Wake Current Models and Bubble Distributions, TNO Report, July 2012.

[18] M. V. Trevorrow, S. Vagle, D. M. Farmer, Acoustical Measurements of Microbubbles within Ship Wakes, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 95, April 1994.

[19]Physics of Sound in the Sea, Department of the Navy Headquarters Naval Material Command, Washington, D.C., 1969.

[20] R. Lee Culver, M. F. Trujillo, Measuring and Modeling Bubbles in Ship Wakes, and Their Effect on Acoustic Propagation,. Proceedings of the Second International Conference on Underwater Acoustic Measurements: Technologies and Results, 2007.

[21] Çagla Önur, Acoustic Tracking of Ship Wakes. Doctoral Thesis in Middle East Technical University, 2013.

[22] Hull, David. G., Optimal Control Theory for Applications, Springer, 2003.

[23] A. E. Gamal, Performance and Stability of an Autonomous Underwater Vehicle Guidance and Control, Proc. of International Conference on Modelling, Identification & Control (ICMIC), pp.67-73, 2013.

Computed Bubble Distributions and Void Fractions. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 34, no. 1, January 2009

[5] Huiping Fu and Pengcheng Wan, Numerical Simulation on Ship Bubbly Wake, Harbin Engineering University and Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.

[6] K. W. Lo, B. G. Ferguson. Automatic Detection and Tracking of a Small Surface Watercraft in Shallow Water using a High Frequency Active Sonar. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 40, October 2004.

[7] T. G. Leighton, Nonlinear Bubble Dynamics And The Effects On Propagation Through Near-Surface Bubble Layers, AIP Conference Proceedings, 2004.

[8] Y. H. Lee, B. H. Ku, S. M. Chung, W. Y. Hong, H. S. Ko, Robust Search Method for Ship Wake Using Two Wake Sensors, Journal of Acoustical Society of Korea, vol. 29, no. 3, pp.155-164, 2010.

[9] Z. Xiang-tao, S. Xu-wen, Z. Ming, Simulation of trajectory logic for wake homing torpedo, Torpedo Technology , China, 2009.

[10] PAN Xun, ZHANG Jing-yuan, ZHANG Jiang, Simulation and optimization of homing strategy for acoustic wake guide torpedo, Journal of Naval University of Engineering, China, 2012.

[11] P. Schippers, Modelling Analysis of Echo Signature and Target Strength of a Realistically Modelled Ship Wake for a Generic Forward Looking Active Sonar. Proceedings of the Third International Conference on Underwater Acoustic Measurements: Technologies and Results, 2009.

[12] A. Smirnov, I. Celik, S. Shi, LES of Bubble Dynamics in Wake Flows. Computers and Fluids, Elsevier, vol. 34, 2005.

[13] H. Vorhoelter, S. Krueger, Wake Field Analysis of a Drifting Ship with RANS-CFD-Methods, Numerical Towing Tank Symposium, 2008.

[14] A. Soloviev, M. Gilman, K. Young, S. Brusch, S. Lehner, Sonar Measurements in Ship Wakes Simultaneous with TerraSAR-X Overpasses, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 48, no. 2 February 2010.

[15] G. O. Marmorino, C. L. Trump. Preliminary Side-Scan ADCP Measurements Across a Ship's Wake, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, vol. 13, April 1996.

[16] B. R. Rapids, R. L. Culver, An Acoustic Ship Wake for Propagation Studies, The Pennsylvania State University, ARL Technical Memorandum, April 2000.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-01-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.2.2]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.17]