

# پایدارسازی کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر با استفاده از کنترل کننده مبتنی بر رؤیتگر بازه‌ای

مصطفی فرامین<sup>۱</sup>، بهروز رضایی<sup>۲</sup>، زهرا رحمانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، mostafa.faramin@gmail.com

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، brezaie@nit.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، zrahmani@nit.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۷/۰۳/۲۱

ویرایش: ۱۳۹۷/۰۱/۳۰

دریافت: ۱۳۹۶/۱۰/۲۴

**چکیده:** هدف از این مقاله ارائه یک روش جدید برای کنترل کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر از طریق کنترل رؤیتگر بازه‌ای می‌باشد. رؤیتگرهای بازه‌ای برای سیستم‌های دارای نامعینی کاربرد دارند و به جای تخمین حالت‌ها، کران‌هایی را برای آنها تعیین می‌کنند. نشان داده شده است که اگر بتوان با طراحی ورودی‌های کنترلی مناسب کران‌های رؤیتگر بازه‌ای را کنترل نمود، با همان ورودی‌های کنترلی حالت‌های سیستم نیز کنترل می‌شوند. در این راستا ابتدا یک رؤیتگر بازه‌ای مناسب برای سیستم پارامتر متغیر طراحی می‌شود و شرایط لازم برای یکنواخت بودن معادله دینامیکی شامل کران‌های پایین و بالای خطا ارائه می‌گردد. سپس برای پایدارسازی سیستم، کنترل کننده جدیدی برای رؤیتگر بازه‌ای طراحی می‌گردد تا کران‌های روی حالت‌ها را پایدار سازد و در نتیجه حالت‌های سیستم نیز پایدار شوند. کنترل کننده پیشنهادی مبتنی بر روش کنترل مد لغزشی تطبیقی می‌باشد که برای مقابله با تغییرات بعضی از پارامترهای رؤیتگر بازه‌ای و کاهش اثرات اغتشاشات موجود در سیستم استفاده می‌شود. با انتخاب یک تابع لیاپانوف مناسب شرایط پایداری و محدوده پایداری رؤیتگر تعیین می‌شود. نتایج شبیه‌سازی این روش برای یک سیستم نمونه نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادی است.

**کلمات کلیدی:** رؤیتگر بازه‌ای، سیستم پارامتر متغیر، کنترل مبتنی بر رؤیتگر، کنترل مد لغزشی تطبیقی.

## Stabilizing a class of parameter-varying systems using interval observer-based controller

Mostafa Faramin, Behrooz Rezaie, Zahra Rahmani

**Abstract:** The aim of this paper is to propose a novel method for controlling a class of parameter-varying systems by controlling interval observer. The interval observers, that are applicable for the systems with uncertainty, estimate bounds on the states instead of estimating the states. It has been shown that by designing appropriate control inputs for controlling the bounds of the interval observer, the states of the system can be also controlled using the same control inputs. For this purpose, a suitable interval observer is firstly designed for the parameter-varying system and the required conditions, for which the dynamical system consisting of lower and upper bounds on error is monotone, are presented. Then, a novel controller is designed for stabilizing the interval observer such that the bounds on the states are stabilized and thereby the states are also stabilized. The proposed controller is based on adaptive sliding mode control method that is utilized to tackle the effects of variations in some parameters of the interval observers as well as the existing disturbances in the system. By choosing an appropriate Lyapunov function, the conditions and areas for the stability of

the observer are determined. Simulation results, obtained by applying the method to a sample system, show the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** Interval observer, parameter-varying systems, observer-based control, adaptive sliding mode control.

## ۱- مقدمه

طراحی رویتگر یکی از مسائل پرکاربرد و چالش برانگیز در علم مهندسی کنترل می‌باشد که تاثیر زیادی در بهبود عملکرد سیستم و کاهش هزینه‌های طراحی دارد. رویتگرها ابزارهایی هستند که برای تخمین متغیرهای حالت سیستم، زمانی که به دلایلی از جمله هزینه‌ی زیاد، محدودیت‌های فناوری و معایب حسگرها امکان اندازه‌گیری آنها وجود نداشته باشد، استفاده می‌شوند. مطابق با مرجع [۱] رویتگرها را می‌توان به کلاس‌های مختلفی شامل رویتگرهای لیونبرگر [۲]، رویتگرهای سیستم‌های ابعاد مشخص [۳]، تخمینگرهای بیزین [۴]، رویتگرهای اغتشاش و تشخیص خطا [۵]، رویتگرهای هوش مصنوعی [۶] دسته‌بندی نمود. معمولاً با توجه به اطلاعات موجود و ویژگی‌های دینامیکی سیستم و همچنین مزیت‌ها و محدودیت‌های رویتگرهای معرفی شده، می‌توان رویتگرهای ترکیبی به صورت ترکیبی از چند رویتگر [۷] را برای رسیدن به هدف مورد نظر انتخاب نمود. در این میان رویتگرهای بازه‌ای<sup>۱</sup> که اولین بار در [۸] معرفی شدند، نوع جدیدی از رویتگرها هستند که می‌توان آنها را به عنوان ترکیبی از رویتگرهای لیونبرگر و رویتگرهای سیستم‌های ابعاد مشخص در نظر گرفت. این رویتگرها زمانی کاربرد دارند که توصیف دقیقی از مدل سیستم در دسترس نیست و سیستم شامل بخش‌های نامشخص زیادی است. ساختار این رویتگرها به گونه‌ای است که به جای تخمین حالت‌های سیستم، کران‌هایی برای آنها تعیین می‌شوند به نحوی که حالت‌های اصلی سیستم همواره بین این کران‌ها قرار گیرند [۸]. مدت زمان زیادی نیست که مطالعه بر روی رویتگرهای بازه‌ای آغاز شده است، لذا مسئله‌ی طراحی این نوع رویتگر و کاربردهای آن به عنوان یک مسئله‌ی باز برای تحقیق شناخته می‌شود. در [۹] مسئله‌ی تعیین کران‌های حالت با استفاده از رویتگر بازه‌ای در یک سیستم زیستی وقتی که مدل سینماتیکی مشخص می‌باشد، ولی پارامترها و غلظت ورودی‌های فرآیند دارای عدم قطعیت است، در نظر گرفته شد. در مقاله‌ی [۱۰] برای اولین بار یک رویتگر بازه‌ای مقاوم برای تخمین و همزمان‌سازی متغیرهای نامشخص سیستم آشوبی چوآ که دارای عدم قطعیت است، طراحی شد. در [۱۱-۱۳] طراحی رویتگر بازه‌ای برای سیستم خطی پارامتر متغیر مورد مطالعه قرار گرفت و روش‌هایی برای بهینه‌سازی فاصله‌ی بین کرانهای بالا و پایین در این رویتگر ارائه گردید. در [۱۴، ۱۵] ساختاری برای تعیین رویتگرهای بازه‌ای برای سیستم‌های خطی ارائه شد و سپس برای شرایطی که سیستم دینامیکی خطا شرایط یکنواخت بودن را نداشته باشد، نوعی روش بر مبنای تغییر مختصات برای حل مشکل پیشنهاد گردید.

کنترل سیستم‌های دینامیکی بر اساس رویتگر موضوعی است که در بسیاری از مقالات، مورد بررسی قرار گرفته است. با این وجود تضمین پایداری حالت‌ها توسط کنترل کننده و همگرایی تخمین آن‌ها توسط رویتگر در سیستم حلقه بسته، خصوصاً زمانی که سیستم دارای بخش‌های غیرخطی و نامعینی زیاد باشد، از منظر تئوری بسیار دشوار است [۱۶]. از طرفی طراحی کنترل کننده بر اساس رویتگر بازه‌ای، این مزیت را دارد که تنها با کنترل کرانهای بالا و پایین حالت‌های مستخرج از رویتگر بازه‌ای، به صورت همزمان و طی یک فرآیند غیرمستقیم حالت‌های سیستم اصلی نیز کنترل شود. چنین مزیتی برای این روش باعث می‌شود تا برخلاف روشهای کنترل مبتنی بر رویتگرهای معمول، کمتر درگیر مشکلات تئوری شود. با این وجود، به دلیل جدید بودن مسئله، تا به امروز مطالعات چندان در این زمینه صورت نگرفته است و تمرکز اصلی مقالات تنها بر روی طراحی رویتگر برای سیستم‌های دینامیکی بوده است. در [۱۷، ۱۸] ابتدا نوعی رویتگر بازه‌ای برای یک نوع سیستم پارامتر متغیر غیرخطی طراحی شد. در این مقاله ثابت شد که برای برقراری شرایط رویتگر بازه‌ای، ماتریس‌های خطا باید متزلزل باشند. پس از آن از طریق روش فیدبک حالت، کنترل کننده‌ای مشترک برای سیستم ارائه شد که سیستم را در تمام نواحی کاری پایدار نماید. در [۱۹] روشی برای پایدارسازی یک سیستم بیولوژیکی با استفاده از حالت‌های استخراج شده از رویتگر بازه‌ای ارائه گردید. برای سیستم‌هایی که امکان متزلزل کردن ماتریس حالت در سیستم دینامیکی خطا برای آنها وجود ندارد از دو ماتریس کمکی استفاده شد. در [۲۰] الگوریتمی مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی<sup>۲</sup> برای برآورده سازی شرط متزلزل بودن ماتریس خطای رویتگر بازه‌ای برای یک سیستم سویچینگ ارائه شد و یک کنترل کننده‌ی فیدبک حالت معرفی شد تا بتواند با کنترل حالت‌های رویتگر بازه‌ای، به صورت همزمان، حالت‌های سیستم اصلی را نیز کنترل نماید. اثبات پایداری مجانبی روش کنترلی پیشنهادی منجر به دسته‌ای از نامساویهای ماتریسی خطی گردید. با این حال، روش نامساوی‌های ماتریسی خطی ارائه شده در این مقالات چنان محافظه کارانه است که در بسیاری از موارد امکان دست یافتن به پاسخ را غیرممکن می‌سازد. لذا ارائه‌ی روشی جدید، که بتواند بر این مشکلات غلبه کند، لازم و حائز اهمیت است.

در این مقاله یک روش مقاوم بر اساس کنترل رویتگرهای بازه‌ای برای کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر ارائه می‌شود. در این راستا رویتگر بازه‌ای مناسب به همراه شرایط لازم برای سیستم مورد نظر توصیف می‌شود تا حالت‌های اصلی سیستم به ازای هر ورودی کنترلی

<sup>2</sup> Linear Matrix Inequality (LMI)

<sup>1</sup> Interval Observer

به طوری که رابطه‌ی  $x_i \leq y_i$  برای  $i = 1, \dots, n$  و  $a_{ij} \leq b_{ij}$  برای  $i, j = 1, \dots, n$  به صورت متناظر برقرار است.

**تعریف:** ماتریس  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  هر ویتز<sup>۱</sup> گفته می‌شود، اگر همه‌ی مقادیر ویژه‌ی آن سمت چپ محور موهومی قرار گرفته باشند. همچنین این ماتریس متزلز<sup>۲</sup> نامیده می‌شود، اگر همه‌ی درایه‌های خارج قطر اصلی آن نامنفی باشند.

**لم ۱ [۲۱]:** برای سیستم  $\dot{e}(t) = Me(t) + r(t)$  که  $e(t), r(t) \in \mathbb{R}^n$  است، اگر ماتریس  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  متزلز و  $r(t) \geq 0$  باشد، آنگاه سیستم یکخواخت<sup>۳</sup> نامیده می‌شود و برای  $e(0) \geq 0$ ، پاسخ‌های نامنفی دارد. به بیان دیگر، برای  $t \geq 0$ ،  $e(t) \geq 0$  است.

**لم ۲ [۲۲]:** برای هر اسکالر  $\chi \in \mathbb{R}$  و عدد مثبت  $\varepsilon$  نامساوی زیر برقرار می‌باشد:

$$0 \leq |\chi| - \chi \tanh\left(\frac{\chi}{\varepsilon}\right) \leq \kappa \varepsilon, \quad \kappa = 0.2785 \quad (۱)$$

## ۲-۲- توصیف سیستم

کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(\theta)u(t) + f(x, y, \theta) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (۲)$$

در این رابطه  $y(t) \in \mathbb{R}^p$ ،  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ،  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  به ترتیب متغیرهای حالت سیستم، ورودی‌های کنترلی و خروجی‌های قابل اندازه‌گیری سیستم محسوب می‌شوند. همچنین  $\theta \in \mathbb{R}^q$  بردار پارامترهای متغیر سیستم،  $B(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  ماتریس ورودی پارامتر متغیر،  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  و  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  نیز ماتریس‌های ثابت هستند.  $f(x, y, \theta) \in \mathbb{R}^n$  نیز بردار توابع غیرخطی می‌باشد که می‌تواند شامل اغتشاشات و بخش‌های نامشخص سیستم باشد.

## ۲-۳- فرضیات

قبل از معرفی رویکرد بازه‌ای برای سیستم (۲)، لازم است تعدادی از فرضیاتی که برای بیان مسئله ضروری می‌باشد، بیان گردند.

**فرض ۱:** تابع  $f(x, y, \theta)$  شرایط لپشیتز را برآورده می‌کند و سیستم (۲) حداقل به صورت محلی دارای پاسخ یکتایی است. همچنین بدون از دست دادن کلیت مسئله فرض شده است که برای همه‌ی  $\theta \in \mathbb{R}^q$ ،  $f(0, 0, \theta) = 0$  است.

**فرض ۲:** تابع غیرخطی  $f(x, y, \theta)$  و ماتریس  $B(\theta)$  از بالا و پایین کراندارند و برای هر  $\theta \in \mathbb{R}^q$ ، بردارهای  $\underline{f}, \bar{f} \in \mathbb{R}^n$  و  $\underline{B}, \bar{B} \in \mathbb{R}^n$  وجود دارند، به طوری که داریم:

بین کران‌های بالا و پایین قرار گیرد. سپس با انتخاب یک تابع لیاپانف مناسب و با توجه به ساختار رویکرد بازه‌ای، یک کنترل کننده‌ی مد لغزشی تطبیقی برای مقابله با عوامل غیرخطی و اغتشاش موجود در رویکرد بازه‌ای پیشنهاد می‌شود. مزیت روش ارائه شده این است که به جای کنترل یک سیستم پارامتر متغیر شامل بخش‌های نامشخص، با کنترل رویکرد بازه‌ای مربوط به آن، که دینامیک کاملاً مشخصی دارد، به صورت غیرمستقیم حالت‌های سیستم اصلی نیز کنترل می‌شود. روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های پیشین مطرح شده در این زمینه برتری‌های زیر را دارد:

- برای اولین بار یک روش کنترل غیرخطی برای کنترل سیستم‌های پارامتر متغیر، از طریق کنترل رویکرد بازه‌ای ارائه شده است.
- روش ارائه شده به علت ماهیت تطبیقی، قابلیت تطبیق با ساختار متغیر سیستم رویکرد بازه‌ای را دارا می‌باشد.
- نیازی به حل یک مسئله‌ی بهینه‌سازی بر اساس نابرابری ماتریسی خطی نمی‌باشد.

ابتدا در بخش دوم این مقاله، با معرفی سیستم پارامتر متغیر مورد نظر، بعضی از تعاریف و پیش‌زمینه‌هایی که برای معرفی رویکرد بازه‌ای لازم است، بیان می‌شوند. سپس در بخش سوم یک رویکرد بازه‌ای مناسب برای سیستم معرفی می‌شود و شرایط مورد نیاز برای طراحی این رویکرد بیان می‌گردد. در بخش چهارم با انتخاب یک تابع لیاپانف مناسب، یک کنترل کننده‌ی مد لغزشی تطبیقی برای رویکرد بازه‌ای طراحی می‌شود تا با استفاده از کنترل حالت‌های رویکرد، به صورت غیرمستقیم حالت‌های سیستم اصلی کنترل شوند. در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شوند که این نتایج برتری روش پیشنهادی را در مقایسه با روش‌های کنترلی دیگر نشان می‌دهد. در بخش آخر نیز نتیجه‌گیری مقاله آورده می‌شود.

## ۲- توصیف سیستم و مقدمات ریاضی

### ۲-۱- تعاریف و مقدمات ریاضی

**تعریف:** برای دو بردار  $x, y \in \mathbb{R}^n$  و دو ماتریس  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ، روابط  $x \leq y$  و  $A \leq B$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \leq B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

<sup>3</sup> Monotone

<sup>1</sup> Hurwitz

<sup>2</sup> Metzler

$$\dot{\tilde{e}} = M\tilde{e} + \tilde{B}u + \tilde{f} \quad (۷)$$

که هر کدام از ماتریسهای  $M$ ،  $\tilde{B}$  و  $\tilde{f}$  به صورت (۸) تعریف می‌شوند.

$$M = \begin{bmatrix} A - LC + F_1 & F_1 \\ F_2 & A - LC + F_2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B(\theta) - B_1 \\ B_2 - B(\theta) \end{bmatrix}, \quad \tilde{f} = \begin{bmatrix} f(x, y, \theta) - \underline{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) \\ \bar{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) - f(x, y, \theta) \end{bmatrix} \quad (۸)$$

مطابق با لم ۱، برای آنکه به ازای همهی  $t \geq 0$  رابطه‌ی  $\underline{x}(t) \leq x(t) \leq \bar{x}(t)$  یا  $\underline{e}(t) \geq 0$  برقرار باشد، لازم است تا سیستم رابطه‌ی (۷) یک سیستم یکنواخت باشد. با توجه به فرض ۲،  $\tilde{f} \geq 0$  می‌باشد، لذا برای یکنواخت بودن رابطه‌ی (۷) پارامترهای طراحی به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

- برای آنکه  $(B(\theta) - B_1)u \geq 0$  و  $(B_2 - B(\theta))u \geq 0$  باشد، ماتریسهای  $B_1$  و  $B_2$  به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$B_1^i = \begin{cases} \underline{B}^i & u_i \geq 0 \\ \bar{B}^i & u_i < 0 \end{cases}, \quad B_2^i = \begin{cases} \bar{B}^i & u_i \geq 0 \\ \underline{B}^i & u_i < 0 \end{cases} \quad (۹)$$

که اندیس بالای  $i$  برای ماتریس به معنای  $i$ امین ستون ماتریس می‌باشد و  $u_i$  بیان کنندهی  $i$ امین ورودی می‌باشد [۱۷].

- یکی دیگر از الزامات یکنواخت بودن سیستم (۷) متزلر بودن ماتریس  $M$  می‌باشد. برای دستیابی به این هدف، ماتریسهای  $F_1, F_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  با درایه‌های غیرمنفی و ماتریس  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  باید به گونه‌ای انتخاب شوند که  $A - LC + F_1$  و  $A - LC + F_2$  متزلر باشند. برای حالت خاصی که بتوان یک ماتریس  $L$  پیدا کرد که  $A - LC$  متزلر باشد، آنگاه می‌توان  $F_1 = F_2 = 0_n$  در نظر گرفت که یک ماتریس  $n \times n$  با درایه‌های صفر می‌باشد (در [20] الگوریتمی برای انتخاب پارامترهای طراحی جهت متزلر بودن ماتریس  $M$  ارائه شده است).

$$\underline{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) \leq f(x, y, \theta) \leq \bar{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) \quad (۳)$$

$$\underline{B} \leq B(\theta) \leq \bar{B}$$

در این صورت می‌توان با ورودی محدود تمام حالت‌های سیستم برای هر  $t \geq 0$  در محدوده‌ی  $\underline{x}(t) \leq x(t) \leq \bar{x}(t)$  قرار داد [۱۷].

**فرض ۳:** ثابت‌های  $\underline{a}_i \geq 0$ ،  $\bar{a}_i \geq 0$  برای  $i = 1, \dots, 4$  وجود دارند به طوری که برای هر  $\underline{x}(t), \bar{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  و  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  نامساوی‌های زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} |\underline{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta)| &\leq \underline{a}_1 |\bar{x}| + \underline{a}_2 |\underline{x}| + \underline{a}_3 |y| + \underline{a}_4 \\ |\bar{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta)| &\leq \bar{a}_1 |\bar{x}| + \bar{a}_2 |\underline{x}| + \bar{a}_3 |y| + \bar{a}_4 \end{aligned} \quad (۴)$$

که در رابطه فوق  $|\cdot|$  نرم القایی بردار می‌باشد.

### ۳- رویکرد بازه‌ای

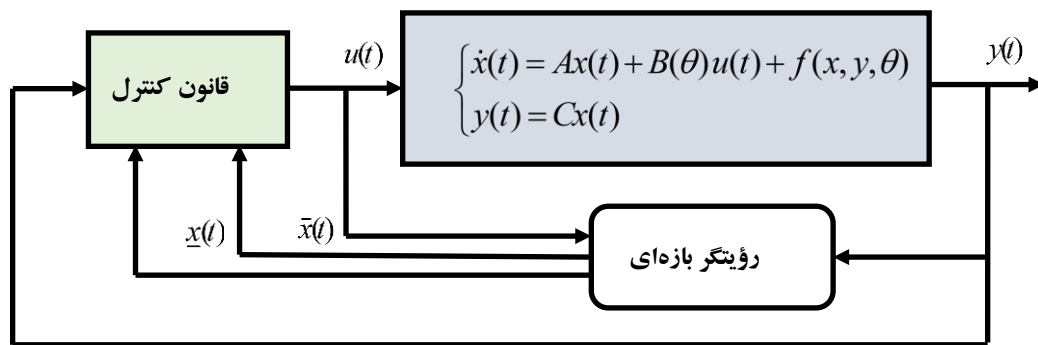
همانطور که گفته شد رویکرد بازه‌ای نوعی رویکرد است که به جای تخمین حالت‌های سیستم، کرانه‌هایی را برای آن‌ها تعیین می‌نماید و تضمین می‌کند که حالت‌های اصلی همواره در بین این کرانه‌ها قرار می‌گیرند. با توجه به فرضیات ۱ الی ۳ رویکرد بازه‌ای برای سیستم (۲) به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B_1 u + \underline{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) + L(y - C\underline{x}) - F_1(\bar{x} - \underline{x}) \\ \dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B_2 u + \bar{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) + L(y - C\bar{x}) + F_2(\bar{x} - \underline{x}) \end{cases} \quad (۵)$$

در رابطه (۵)،  $\underline{x}(t), \bar{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  کرانه‌های بالا و پایین رویکرد،  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  ماتریس بهره‌ی رویکرد،  $B_1, B_2 \in \mathbb{R}^{n \times m}$  و  $F_1, F_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ماتریسهای طراحی می‌باشند که برای برقراری شرایط عملیاتی مناسب برای این نوع رویکرد انتخاب می‌شوند. اگر  $\underline{e} = \bar{x} - \underline{x}$  و  $\bar{e} = x - \underline{x}$  به ترتیب خطای کران پایین و بالا باشند، با مشتق‌گیری از آن‌ها و جایگذاری رابطه‌های (۲) و (۵) و پس از انجام ساده‌سازی داریم:

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = \dot{\bar{x}} - \dot{\underline{x}} = (A - LC + F_1)\bar{e} + F_1 \bar{e} + (B(\theta) - B_1)u + f(x, y, \theta) - \underline{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) \\ \dot{\bar{e}} = \dot{x} - \dot{\bar{x}} = (A - LC + F_2)\bar{e} + F_2 \bar{e} + (B_2 - B(\theta))u + \bar{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta) - f(x, y, \theta) \end{cases} \quad (۶)$$

با تعریف  $\tilde{e} = [\bar{e} \quad \bar{e}^T]^T$  به عنوان بردار خطا، رابطه‌ی (۶) به صورت (۷) بازنویسی می‌شود:



شکل ۱: بلوک دیاگرام سیستم کنترل بر اساس رؤیتگر بازه‌ای برای یک سیستم پارامتر متغیر

• اعمال رؤیتگر بازه‌ای برای تعیین کران‌های حالت‌های سیستم.

• طراحی یک قانون کنترلی بر اساس مدل رؤیتگر بازه‌ای طراحی شده. لازم است که این قانون کنترل پایداری حالت‌های رؤیتگر بازه‌ای و فرآیند اصلی را به صورت همزمان تضمین نماید.

به منظور طراحی کنترل کننده، رابطه‌ی (۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\bar{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - LC + F_1 & -F_1 \\ -F_2 & A - LC + F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \bar{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} L \\ L \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} \underline{f} \\ \bar{f} \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در این رابطه  $\bar{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta)$  و  $\underline{f}(\underline{x}, \bar{x}, y, \theta)$  کران‌های

قسمت غیرخطی سیستم (۲) است. با فرض  $z = \begin{bmatrix} \underline{x}^T & \bar{x}^T \end{bmatrix}^T$  معادله‌ی دینامیکی رابطه‌ی (۱۱) به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{z} = A_z z + B_z u + L_z y + f_z \quad (12)$$

که  $y$  و  $f_z$  توابع مشخصی هستند و ماتریس‌های  $A_z \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ ،  $B_z \in \mathbb{R}^{2n \times m}$ ،  $L_z \in \mathbb{R}^{2n \times p}$  و  $f_z \in \mathbb{R}^{2n}$  با معادل قرار دادن طرف راست رابطه‌های (۱۱) و (۱۲) قابل استخراج می‌باشند. از این معادله در فرآیند طراحی کنترل کننده استفاده می‌شود. وجود جمله غیرخطی  $L_z y + f_z$  که می‌تواند به صورت یک ترم اغتشاش کراندار در نظر گرفته شود، سبب می‌شود تا استفاده از یک قانون کنترل کننده مقاوم قابل توجه باشد. کنترل کننده پیشنهادی مبتنی بر روش کنترل مد لغزشی تطبیقی است که از عملکرد مناسبی در مواجهه با اغتشاشات و نامعینی‌های موجود در سیستم برخوردار است.

#### ۴-۱- کنترل مد لغزشی تطبیقی

در روش کنترل مد لغزشی، ابتدا یک سطح لغزش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

با برقراری دو شرط بالا ماتریس  $M$  متزلزل و عبارت  $\tilde{B}u + \tilde{f}$  نیز مثبت می‌باشد و یکنواخت بودن سیستم رابطه‌ی (۷) ثابت می‌شود. لذا تضمین می‌شود که حالت‌های اصلی سیستم  $X(t)$  همواره و به ازای هر ورودی کنترلی، بین کران‌های پایین  $\underline{x}(t)$  و بالا  $\bar{x}(t)$  قرار می‌گیرند. مطابق با شرایط بیان شده، با وجود قرار گرفتن  $X(t)$  بین  $\underline{x}(t)$  و  $\bar{x}(t)$ ، نمی‌توان کراندار بودن  $X(t)$  را تضمین کرد، مگر اینکه خود  $\underline{x}(t)$  و  $\bar{x}(t)$  کراندار باشند. لذا اگر بتوان کنترل کننده‌ای طراحی نمود که همزمان بتواند کران‌های بالا و پایین رؤیتگر بازه‌ای  $\underline{x}(t)$  و  $\bar{x}(t)$  را کنترل نماید،  $X(t)$  نیز کنترل می‌شود. هدف از این مقاله ارائه‌ی یک کنترل کننده‌ی مناسب برای پایدارسازی سیستم (۵) می‌باشد که با کنترل این سیستم به طور همزمان سیستم (۲) را نیز کنترل نماید.

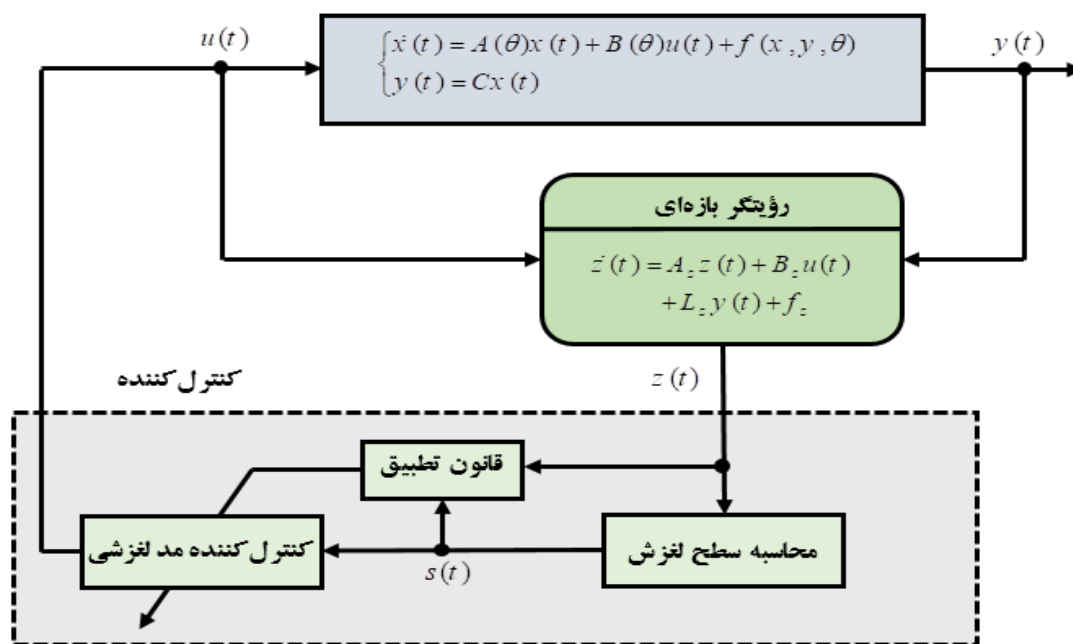
#### ۴- طراحی کنترل کننده

در این قسمت قانون کنترلی طراحی می‌شود که بتواند با استفاده از کران‌های مستخرج از رؤیتگر بازه‌ای، حالت‌های سیستم اصلی را کنترل نماید. در واقع از آنجا که در بخش قبل تضمین شد که با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی، حالت‌های اصلی سیستم همواره و به ازای هر ورودی بین کران‌های بالا و پایین رؤیتگر بازه‌ای قرار می‌گیرند، اگر بتوان کنترل کننده‌ای طراحی نمود که مطابق رابطه‌ی (۱۰) این کران‌ها را به سمت یک مقدار مطلوب هدایت نماید، آنگاه حالت اصلی متناظر با این کران‌ها نیز قطعاً به سمت آن مقدار مطلوب میل می‌کند [۱۸].

$$\underline{x}(t) \leq x(t) \leq \bar{x}(t) \Rightarrow \begin{cases} \underline{x}(t) \rightarrow x_d \\ \bar{x}(t) \rightarrow x_d \end{cases} \Rightarrow x(t) \rightarrow x_d \quad (10)$$

عدم نیاز به متغیرهای اصلی سیستم و همچنین مشخص بودن کامل مدل رؤیتگر سبب می‌شود که استفاده از این رؤیتگر برای کنترل سیستم اصلی یک مزیت قابل توجه محسوب شود.

در شکل ۱ بلوک دیاگرام مربوط به روش پیشنهادی برای مدل دینامیکی رابطه‌ی (۲) نشان داده شده است. همانطور که از این شکل مشخص است طراحی کنترل کننده شامل دو مرحله می‌باشد:



شکل ۲. بلوک دیاگرام روش کنترلی پیشنهادی

چپ ماتریس  $A_z$  متناظر با مقدار ویژه صفر باشد و طوری انتخاب شود که  $h^T B_z$  یک بردار غیر صفر باشد. آنگاه ورودی کنترلی (۱۵) سیستم (۱۲) را پایدار می‌کند که به معنی پایداری حالت‌های سیستم (۲) می‌باشد.

**اثبات.** ابتدا تابع زیر را به عنوان تابع لیپانف به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V = \frac{1}{2}S^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\eta}^2 \quad (16)$$

که در آن  $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$  خطای تنظیم پارامتر و  $\hat{\eta}$  مقدار نامی پارامتر تطبیقی است که مقداری ثابت و مثبت دارد. همچنین  $\gamma$  نیز یک پارامتر ثابت مثبت می‌باشد که سرعت همگرایی پارامتر تطبیقی را تعیین می‌نماید. مشتق این تابع لیپانف به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V} = S\dot{S} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\eta}\dot{\eta} \quad (17)$$

با جایگذاری (۱۴) در (۱۷) داریم:

$$\dot{V} = Sh^T A_z z + Sh^T B_z u + Sh^T L_z y + Sh^T f_z + \frac{1}{\gamma}\tilde{\eta}\dot{\eta} \quad (18)$$

از آنجا که  $h$  بردار ویژه سمت چپ متناظر با مقدار ویژه صفر ماتریس  $A_z$  می‌باشد، لذا  $h^T A_z = 0$  می‌باشد. با جایگذاری قانون کنترل (۱۵) در (۱۸) و استفاده از رابطه  $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$  داریم:

$$\dot{V} = -\eta \left( S \text{sign}(S) - \frac{1}{\gamma}\dot{\eta} \right) - \frac{1}{\gamma}\hat{\eta}\dot{\eta} \quad (19)$$

قانون کنترل تطبیقی به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$S = h^T z \quad (13)$$

که در این رابطه  $S \in \mathbb{R}$  و  $h \in \mathbb{R}^{2n}$  بردار ضرایب لغزشی می‌باشد. با مشتقگیری از رابطه  $S$  و جایگذاری (۱۲) در آن خواهیم داشت:

$$\dot{S} = h^T \dot{z} = h^T A_z z + h^T B_z u + h^T L_z y + h^T f_z \quad (14)$$

در نتیجه ورودی کنترلی به صورت زیر خواهد بود:

$$u = -\frac{(h^T B_z)^T}{\|h^T B_z\|^2} (h^T L_z y + h^T f_z + \eta \text{sign}(S)) \quad (15)$$

که  $\eta$  پارامتر تنظیم است که برای تضمین پایداری مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش‌های متفاوتی برای تعیین پارامتر  $\eta$  وجود دارد که در این مقاله از یک قانون تطبیقی برای تخمین آن استفاده می‌شود. در بخش بعد نشان داده می‌شود که قانون کنترلی (۱۵) پایداری سیستم (۱۲) را تضمین می‌کند. بلوک دیاگرام شکل ۲ ساختار روش کنترلی پیشنهادی را نشان می‌دهد.

## ۲-۴- تحلیل پایداری

**قضیه ۱.** فرض کنید برای سیستم (۲)، فرض‌های ۱ الی ۳ برقرار باشند و پارامترهای رؤیتگر بازه‌ای به گونه‌ای انتخاب شوند که مدل دینامیکی شامل خطای کران بالا و پایین سیستم (۷) یکنواخت باشد. همچنین فرض کنید سیستم (۱۲) کنترل‌پذیر باشد و ماتریس  $A_z$  به گونه‌ای باشد که یکی از مقادیر ویژه‌اش در نقطه صفر قرار داشته باشد (یا بتوان با کنترل فیدبک در نقطه صفر قرار داد) و  $h$  بردار ویژه سمت

$$\dot{\eta} = \gamma \text{Sign}(S) \quad (20)$$

با جایگذاری قوانین تطبیق بدست آمده در مشتق تابع لیاپانف، (۱۹) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\dot{V} = -S (\hat{\eta} \text{sign}(S)) = -\hat{\eta} |S| \leq 0 \quad (21)$$

مشتق تابع لیاپانف نسبت به زمان منفی نیمه‌معین است که نشان دهنده‌ی پایداری لیاپانف سیستم می‌باشد. بنابراین مطابق با تئوری لیاپانف حالت‌های  $\bar{x}$  و  $\underline{x}$  و در نتیجه حالت  $X$  پایدار محلی خواهد بود و پارامتر تخمین نیز کران‌دار خواهد بود. در واقع از آنجا که حالت‌های اصلی سیستم بین کران‌های بالا و پایین رویتگر بازه‌ای قرار دارند، لذا از آنجا که با گذشت زمان این کران‌ها پایدار می‌شوند، حالت‌های اصلی سیستم نیز پایدار خواهند شد.

**نکته ۱:** همانطور که در بخش ۳ بیان شد، اگر یک ماتریس  $L$  وجود نداشته باشد که ماتریس  $M$  در رابطه‌ی (۷) را متزلزل نماید، می‌توان از ماتریس‌های  $F_1$  و  $F_2$  استفاده نمود. با این وجود حتی اگر ماتریس  $L$  به تنهایی بتواند متزلزل بودن ماتریس  $M$  را تضمین نماید، در بعضی از موارد می‌توان از ماتریس‌های  $F_1$  و  $F_2$  به عنوان ماتریس‌های کمکی جهت کنترل‌پذیری جفت  $(A_z, B_z)$  استفاده کرد.

**نکته ۲:** برای کاهش میزان چترینگ در روش مد لغزشی از روش‌های متفاوتی استفاده می‌شود که استفاده از تابع  $\tanh(S/\phi)$  به جای تابع  $\text{sign}(S)$  یکی از این روش‌ها است که  $\phi$  میزان تندی شیب تابع  $\tanh$  را تنظیم می‌نماید [۲۳]. بنابراین قانون ورودی کنترلی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$u = -\frac{(h^T B_z)^T}{\|h^T B_z\|^2} \left( h^T L_z y + h^T f_z + \eta \tanh\left(\frac{S}{\phi}\right) \right) \quad (22)$$

**قضیه فرعی ۱:** تحت شرایط تئوری ۱، کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی رابطه‌ی (۲۲) پایداری حالت‌های سیستم (۱۲) را تحت شرایط  $|h^T z| \geq \kappa \phi$  که  $\kappa = 0.2785$  می‌باشد، تضمین می‌کند.

**اثبات:** با جایگذاری رابطه‌ی (۲۲) در مشتق تابع لیاپانف رابطه‌ی (۱۸) و پس از انجام محاسبات، با استفاده از لم ۲ داریم:

$$\dot{V} = -S \hat{\eta} \tanh\left(\frac{S}{\phi}\right) \leq -\hat{\eta} |S| + \hat{\eta} \kappa \phi \quad (23)$$

اگر  $|S| \geq \kappa \phi$ ، آنگاه  $\dot{V} \leq 0$  می‌باشد. بنابراین پایداری سیستم (۱۲) با برقراری شرط  $|h^T z| \geq \kappa \phi$  تضمین می‌شود.

روش کنترلی پیشنهادی از اطلاعات خروجی‌های اندازه‌گیری شده و کران‌های تعیین شده برای پایدارسازی همه‌ی حالت‌های سیستم استفاده می‌کند و در مقایسه با روش‌های موجود در مقابل اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها مقاوم‌تر می‌باشد.

## ۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش روش پیشنهادی را بر روی یک مدل دینامیکی برگرفته از [۱۷] اعمال می‌کنیم تا عملکرد روش پیشنهادی بررسی گردد. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و با زمان‌نمونه‌برداری ۰/۰۱ انجام شده است. برای این منظور سیستم پارامتر متغیر یک پاندول را در نظر می‌گیریم که با استفاده از رابطه‌ی زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\omega^2(t) \sin(x_1(t)) - \kappa(t)x_2(t) + b(t)u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (24)$$

در این رابطه  $X_1(t)$  زاویه‌ی پاندول نسبت به محور عمودی و  $X_2(t)$  سرعت زاویه‌ای پاندول می‌باشد. پارامترهای این سیستم با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= 0.5(\omega_m + \omega_m + (\omega_m - \omega_m) \cos(t)), \\ \kappa(t) &= \kappa_a + \delta_k \sin(t), \\ b(t) &= 0.5(b_m + b_m + (b_m - b_m) \cos(2t)), \\ \omega_m &= 0.1, \quad \omega_M = 1.2, \quad 0 \leq \omega_m \leq \omega \leq \omega_M \\ \kappa_m &= 0.4, \quad \kappa_M = 1.5, \quad \kappa_m \leq \kappa \leq \kappa_M, \\ b_m &= 0.5, \quad b_M = 2.5, \quad b_m \leq b(t) \leq b_M \end{aligned} \quad (25)$$

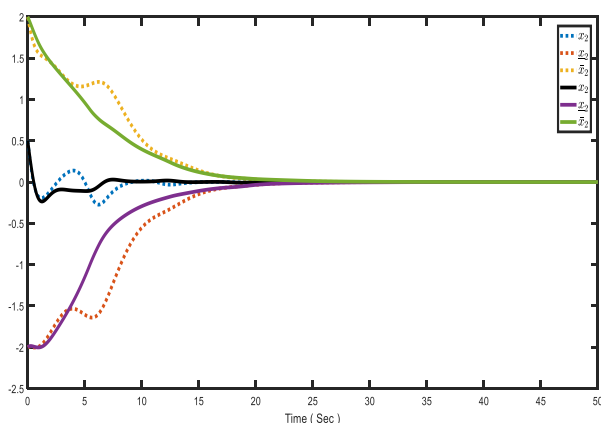
بردارها و ماتریس‌های زیر مدل (۲۴) را به صورت رابطه‌ی (۲) درمی‌آورند.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\kappa_a \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ b(t) \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ f(t, x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega(t) \sin(x_1) - \delta_k \sin(t)x_2 \end{bmatrix} \\ \kappa_a &= 0.5(\kappa_m + \kappa_M), \quad \Delta \kappa(t) = \kappa(t) - \kappa_a, \\ |\Delta \kappa(t)| &\leq \delta_k = 0.5(\kappa_M - \kappa_m) \end{aligned} \quad (26)$$

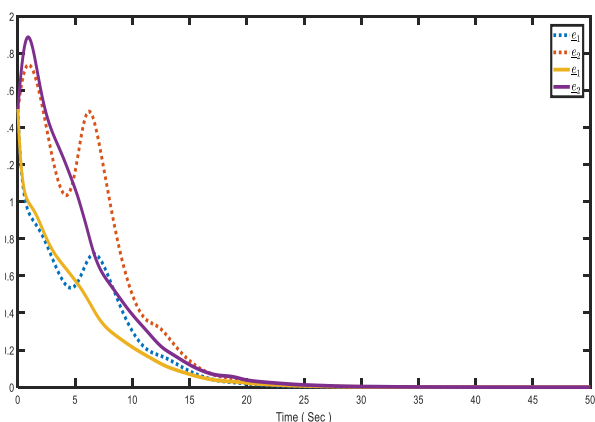
کران‌های بالا و پایین بردارهای  $B(t)$  و  $f(t, x)$  که در طراحی رویتگر بازه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \underline{f} &= \begin{cases} 0 & \sin(y) > 0 \\ -\omega_m^2 \sin(y) & \sin(y) \leq 0 \end{cases} - \delta_k \max\{|x_2|, |\bar{x}_2|\} \\ \bar{f} &= \begin{cases} 0 & \sin(y) \leq 0 \\ -\omega_m^2 \sin(y) & \sin(y) > 0 \end{cases} + \delta_k \max\{|x_2|, |\bar{x}_2|\} \\ \underline{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ b_m \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_M \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

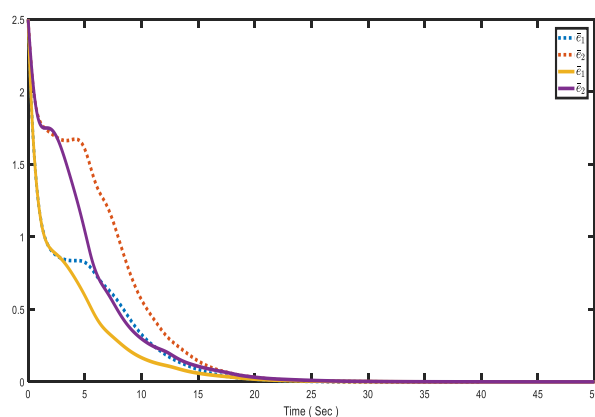
شرایط اولیه‌ی سیستم اصلی  $x(0) = [0.5 \quad 0.5]^T$  و شرایط اولیه‌ی رویتگر بازه‌ای  $\underline{x}(0) = [-2 \quad 2]^T$  و  $\bar{x}(0) = [2 \quad 2]^T$  در نظر گرفته شده است. برای آنکه ماتریس  $M$  در رابطه‌ی (۷) متزلزل



شکل ۴: پایدارسازی حالت  $x_2(t)$  با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر)  
در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط چین)



شکل ۵: کرانهای پایین خطای تخمین  $e_1(t)$  و  $e_2(t)$  با استفاده از روش  
پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط چین)



شکل ۶: کرانهای بالای خطای تخمین  $\bar{e}_1(t)$  و  $\bar{e}_2(t)$  با استفاده از روش  
پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط چین)

باشد، پارامترهای طراحی رویتگر بازه‌ای به صورت  $L = [2 \ 0]^T$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, F_1 = 0_2$$

در این صورت انتخاب می‌شوند.

ماتریس نهایی  $M$  برای سیستم دینامیکی خطای رویتگر بیان شده به

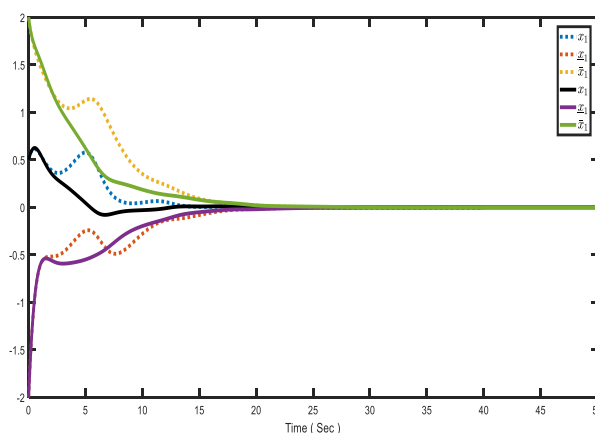
$$M = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.95 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0.1 & 0 & 0 & -0.95 \end{bmatrix}$$

می‌باشد که نشان صورت

دهنده‌ی یک ماتریس متزلزل می‌باشد. همچنین در قانون تطبیق (۲۰)،

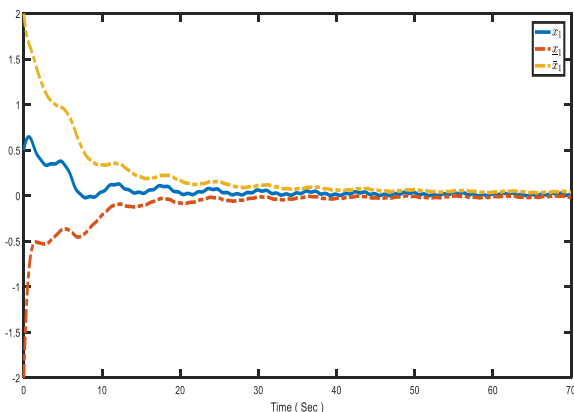
$\gamma = 0.001$  در نظر گرفته شده است. عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله با روش طراحی کنترل کنندهی فیدبک حالت بر اساس رویتگر بازه‌ای براساس LMI که در مقاله‌ی [۱۷، ۱۸] ارائه شده است، مقایسه

می‌شوند. شکل ۳ و شکل ۴ نتایج حالت‌های  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  را در صورتی که ورودی پیشنهادی به سیستم اعمال شود، در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷]، نشان می‌دهند. این شکل‌ها نشان می‌دهد که همزمان با پایداری کران‌های رویتگر بازه‌ای، حالت‌های اصلی سیستم نیز با سرعت و به صورت هموار به سمت صفر همگرا می‌شوند. شکل ۵ و شکل ۶ مثبت بودن خطاهای کران پایین و بالا را نشان می‌دهد که توصیف کننده‌ی این واقعیت است که حالت‌های اصلی سیستم همواره بین کران‌های طراحی شده قرار دارند. شکل ۷ نیز ورودی کنترلی اعمال شده به سیستم جهت پایدارسازی رویتگر بازه‌ای را نشان می‌دهد که با سرعت بهتری نسبت به روش ارائه شده در [۱۷] به صفر همگرا می‌شود و دارای دامنه‌ی کمی است. همچنین شکل ۸ همگرایی پارامتر تطبیقی  $\eta$ ، به ازای چند مقدار  $\gamma$ ، را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌گردد که با تغییر  $\gamma$  مقادیر همگرایی و سرعت همگرایی تغییر می‌کند و در حالت کلی تضمینی برای همگرایی پارامتر تطبیق به یک مقدار ثابت وجود ندارد و پارامترهای تخمین صرفاً کراندار می‌باشند. بر اساس نتایج کنترل تطبیقی برای همگرایی پارامترهای تخمین به مقدار واقعی، لازم است تا ورودی سیستم به اندازه‌ی کافی غنی باشد.

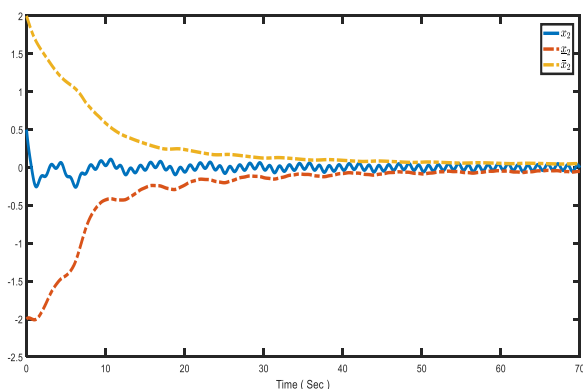


شکل ۳: پایدارسازی حالت  $x_1(t)$  با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر)  
در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط چین)

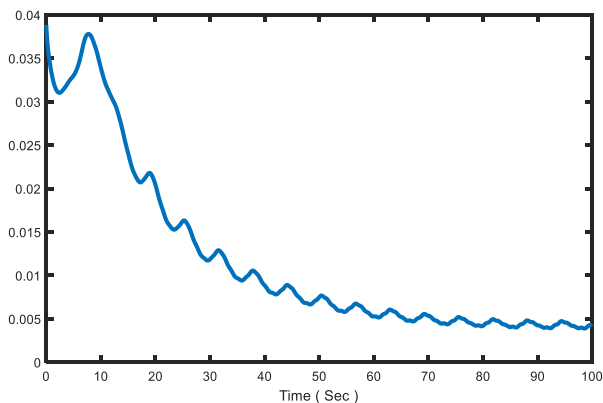
فاصله‌ای وجود داشته باشد، با این وجود پایداری سیستم دچار مشکل نشده است و حالت‌های سیستم به خوبی پایدار شده‌اند.



شکل ۹: پایدارسازی حالت  $x_1(t)$  در حضور اغتشاش.



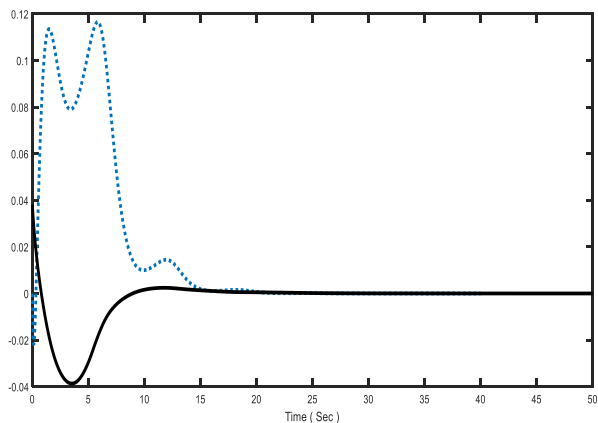
شکل ۱۰: پایدارسازی حالت  $x_2(t)$  در حضور اغتشاش.



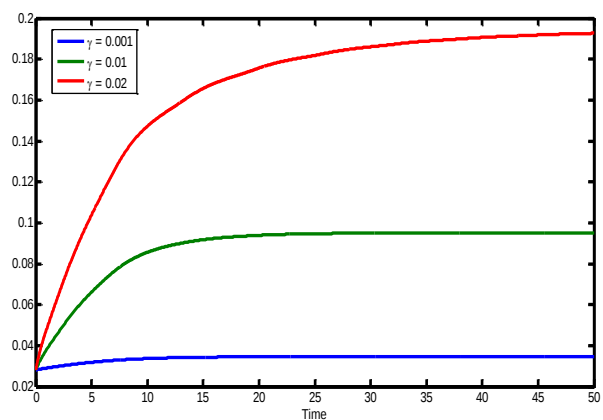
شکل ۱۱: ورودی کنترلی اعمال شده به سیستم در حضور اغتشاش.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جدید برای کنترل سیستم‌های پارامتر متغیر از طریق کنترل رویتگر بازه‌ای مربوط به آن ارائه گردید. ابتدا جهت تأمین شرایط لازم برای طراحی رویتگر بازه‌ای و با تعیین رابطه‌ای برای کران‌های بالا و پایین، شرایط لازم برای یکنواخت بودن سیستم بیان شد. در مرحله‌ی طراحی کنترل‌کننده، سیستم رویتگر به عنوان یک مدل با



شکل ۷: ورودی کنترلی اعمال شده به سیستم با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط چین)



شکل ۸: همگرایی پارامترهای تطبیقی  $\eta$  در روش پیشنهادی.

علاوه بر شکلهای بالا جدول ۱ نیز به خوبی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در مقایسه با روش ارائه شده‌ی قبل عملکرد بهتری دارد. نتایج این جدول بر اساس معیار میانگین ریشه‌ی دوم خطا می‌باشد که خطای مورد نظر در واقع اختلاف بین کرانهای بالا و پایین حالتها نسبت به حالت‌های اصلی سیستم می‌باشد.

جدول ۱. مقایسه‌ی عملکرد روش پیشنهادی با روش ارائه شده در [۱۷] با در نظر گرفتن معیار میانگین ریشه‌ی دوم (RMS) برای کرانها بالا و پایین خطا

| $\bar{e}_2$ | $\underline{e}_2$ | $\bar{e}_1$ | $\underline{e}_1$ |                       |
|-------------|-------------------|-------------|-------------------|-----------------------|
| ۰/۶۴۸۶      | ۰/۳۶۰۰            | ۰/۷۵۱۴      | ۰/۴۵۲۶            | روش ارائه شده در [۱۷] |
| ۰/۵۲۹۸      | ۰/۳۰۰۳            | ۰/۵۶۳۰      | ۰/۳۶۱۸            | روش پیشنهادی          |

شکل های ۹ الی ۱۱ تاثیر روش پیشنهادی زمانی که به سیستم اغتشاشی به صورت  $d(t) = 0.2 \sin(5t)$  اعمال شود را نشان می‌دهد. بدیهی است که ترم اغتشاش باید به تابع غیرخطی  $f(x, y, \theta)$  در رابطه‌ی (۲) اضافه شود. این شکل‌ها نشان می‌دهد که اثر اغتشاش سبب شده است تا بین حالت‌های اصلی و کران‌های آن

- [10] Moisan, M. and O. Bernard, 'Robust interval observers for uncertain chaotic systems', in *45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, CA, USA*, 2006.
- [11] Rami, M.A., C.H. Cheng, and C. de Prada, 'Tight robust interval observers: An LP approach', in *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, 2008.
- [12] McCarthy, P.J., C. Nielsen, and S.L. Smith, 'Cardinality constrained robust optimization applied to a class of interval observers', in *American Control Conference (ACC), 2014. 2014, IEEE*, p. 5337-5342.
- [13] Chebotarev, S., et al., 'Interval observers for continuous-time LPV systems with L1/L2 performance', *Automatica*, 2015. **58**: p. 82-89.
- [14] Mazenc, F. and O. Bernard, 'Interval observers for linear time-invariant systems with disturbances', *Automatica*, 2011. **47**(1): p. 140-147.
- [15] Efimov, D., et al., 'Interval estimation for lpv systems applying high order sliding mode techniques', *Automatica*, 2012. **48**(9): p. 2365-2371.
- [16] Atassi, A.N. and H.K. Khalil, 'A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems', *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999. **44**(9): p. 1672-1687.
- [17] Efimov, D., T. Raissi, and A. Zolghadri, 'Control of Nonlinear and LPV Systems: Interval Observer-Based Framework', *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 2013. **58**(3): p. 773-778.
- [18] Efimov, D., T. Raissi, and A. Zolghadri, 'Stabilization of nonlinear uncertain systems based on interval observers', in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, 2011.
- [19] Cai, X., G. Lv, and W. Zhang, 'Stabilisation for a class of non-linear uncertain systems based on interval observers', *IET Control Theory & Applications*, 2012. **6**(13): p. 2057-2062.
- [20] Zhongwei, H. and X. Wei, 'Control of non-linear switched systems with average dwell time: interval observer-based framework', *Control Theory & Applications, IET*, 2016. **10**(1): p. 10-16.
- [21] Smith, H.L., 'Monotone dynamical systems: an introduction to the theory of competitive and cooperative systems'. 2008: American Mathematical Soc.
- [22] Polycarpou, M.M. and P.A. Ioannou, 'A robust adaptive nonlinear control design', *Automatica*, 1996. **32**(3): p. 423-427.
- [23] Liu, J., 'Sliding Mode Control Using MATLAB'. 1st ed. 2017: Academic Press.

جمله‌های مشخص در نظر گرفته شد. با تعریف یک تابع لیاپانف مناسب، کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی طراحی شد تا کران‌های سیستم رویتگر را کنترل نماید. از آنجا که حالت‌های سیستم همواره بین کران‌های بالا و پایین رویتگر بازه‌ای قرار دارد، با کنترل این کران‌ها می‌توان به صورت همزمان حالت‌های سیستم اصلی را نیز کنترل نمود. روش پیشنهادی در مرحله‌ی شبیه‌سازی به یک سیستم آونگ معکوس اعمال گردید تا کارایی روش پیشنهادی نشان داده شود. نتایج نشان می‌دهد که حالت‌های سیستم با سرعت خوبی همگرا می‌شوند و در مقابل اثرات اغتشاش نیز مقاوم می‌باشند. از طرفی روش پیشنهادی برای رسیدن به اهداف مورد نظر تلاش کمی به خرج می‌دهد. طراحی کنترل کننده برای این سیستم‌ها با کاهش تعداد فرضیات و متغیر بودن ماتریس A از جمله موضوعات در دست مطالعه می‌باشد.

## قدردانی

نویسندگان مقاله مراتب قدردانی خود را از حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل از طریق اعتبار پژوهشی شماره BNTU/370632/97 اعلام می‌دارند.

## مراجع

- [1] Mohd Ali, J., et al., 'Review and classification of recent observers applied in chemical process systems', *Computers & Chemical Engineering*, 2015. **76**(0): p. 27-41.
- [2] Luenberger, D., 'An introduction to observers', *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 1971. **16**(6): p. 596-602.
- [3] Postoyan, R. and D. Nešić, 'On emulated nonlinear reduced-order observers for networked control systems', *Automatica*, 2012. **48**(4): p. 645-652.
- [4] Chen, T., J. Morris, and E. Martin, 'Particle filters for state and parameter estimation in batch processes', *Journal of Process Control*, 2005. **15**(6): p. 665-673.
- [5] Li, S., et al., 'Disturbance observer-based control: methods and applications'. 2014: CRC press.
- [6] Theocharis, J. and V. Petridis, 'Neural Network Observer'. *vectors*, 1994. **27**.
- [7] Gao, Z., X. Shi, and S.X. Ding, 'Fuzzy state/disturbance observer design for T-S fuzzy systems with application to sensor fault estimation', *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2008. **38**(3): p. 875-880.
- [8] Gouzé, J.L., A. Rapaport, and M.Z. Hadj-Sadok, 'Interval observers for uncertain biological systems', *Ecological Modelling*, 2000. **133**(1-2): p. 45-56.
- [9] Rapaport, A. and D. Dochain, 'Interval observers for biochemical processes with uncertain kinetics and inputs', *Mathematical Biosciences*, 2005. **193**(2): p. 235-253.