

# کنترل کننده خودتنظیم فازی-PID دو درجه آزادی برای سیستم زیر تحریک آونگ وارون با عدم قطعیت‌های مدل

سما ناظران<sup>۱</sup>، محمد فرخی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران samanazeran@yahoo.com

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران farrokhi@iust.ac.ir

قطب علمی مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های پیچیده

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۳۱

ویرایش دوم: ۱۴۰۱/۰۴/۲۰

ویرایش اول: ۱۴۰۰/۱۲/۰۹

دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۰۷

**چکیده:** در این مقاله، برای کنترل سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی از کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی استفاده شده است. قوام کنترل‌کننده طراحی شده، در مقابل عدم قطعیت در پارامترهای سیستم آزمایشگاهی و اغتشاش خارجی مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر آن، کنترل‌کننده پیشنهادی در مقابل نویز اندازه‌گیری آزمایش شده است. تحلیل پایداری روش پیشنهادی با استفاده از نمودارهای بودی در حوزه فرکانس بررسی شده است. عملکرد کنترل‌کننده فازی-PID دودرجه آزادی با کنترل‌کننده PID دودرجه آزادی مقایسه شده. نتایج آزمایشگاهی نشان از کارایی بهتر کنترل‌کننده پیشنهادی دارد.

**کلمات کلیدی:** کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی، آونگ وارون آزمایشگاهی، عدم قطعیت پارامتری، اغتشاش خارجی، سیستم فازی.

## 2-DoF Self-tuning Fuzzy PID Controller for Under-actuated Inverted Pendulum System with Uncertainties in Model

Sama Nazeran, Mohammad Farrokhi

**Abstract:** In this manuscript, the laboratory inverted pendulum mounted on a cart has been controlled using 2-DOF self-tuning fuzzy PID controller. The robustness of the proposed method is investigated against the uncertainties in the system's parameters and external disturbances. Moreover, the proposed method is tested against measurement noises. Stability of the proposed method is investigated using Bode diagrams in frequency domain. Performance of the 2Dof-fuzzy-PID controller is compared with the 2-DoF PID controller. The practical results indicates better performance of the proposed method.

**Keywords:** 2-DOF PID controller, laboratory inverted pendulum, parametric uncertainty, external disturbance, fuzzy system

## ۱- مقدمه

کنترل و تجزیه و تحلیل کردن سیستم‌ها با دینامیک پیچیده و غیرخطی به کمک کنترل کننده‌های کلاسیک بسیار پیچیده می‌باشد. در سال ۱۹۶۵ میلادی با معرفی روش‌های فازی کنترل این دسته از سیستم‌ها ساده‌تر شد. کنترل فازی بر اساس منطق فازی مقادیر ورودی را تحلیل می‌کند. متغیرها در این روش، مقادیری بین صفر و یک دارند. منطق فازی می‌تواند درست، نادرست و به صورت جزئی درست یا نادرست باشد. از مزایای این روش، استفاده از تجربیات شخص خیره برای کنترل سیستم است. امروزه در اکثر فرآیندهای صنعتی جهان از کنترل کننده PID استفاده می‌شود. ولی عملکرد آن نه تنها به تنظیم پارامترها بلکه به پدیده‌هایی مانند اشباع کنترل کننده و فیلتر نقطه تنظیم بستگی دارد. از مزایای طراحی کنترل کننده PID به کمک روش منطق فازی عبارت است از:

- ۱- در شرایط ایده‌آل، تقریب خوبی بین کنترل کننده PID و خودتنظیم فازی به وجود می‌آید.
  - ۲- کنترل کننده PID به صورت بهره‌مند، کنترل سیستم‌های پیوسته را مشکل می‌سازد.
- کنترل فازی راه‌حلی مناسب در این زمینه می‌باشد. در طراحی کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی، از تمام قواعد و توابع عضویت تعریف شده برای طراحی کنترل کننده خودتنظیم فازی PID استفاده خواهد شد.
- آونگ وارون یکی از ساختارهای مطرح در مهندسی کنترل است به طوری که در آزمایشگاه‌های کنترل معمولاً یافت می‌شود. مساله اصلی در سیستم آونگ وارون، پایدار کردن زاویه آونگ نسبت به محور عمودی است. روابط حاکم بر این سیستم با معادلات حالت بیان می‌شود. از آنجایی که این سیستم، غیرخطی و نامینیم فاز است، پیدا کردن ارتباط بین نیروی اعمالی به ارابه و زاویه آونگ به سادگی امکان پذیر نیست و نیاز به قوانین پیچیده‌ای دارد. از نتایج کنترل این سیستم می‌توان در کاربردهای مختلف مانند ربات‌های پادار استفاده کرد.
- از روش‌های کنترلی متفاوتی برای سیستم آونگ وارون استفاده شده است. هر کدام از این روش‌ها دارای مزایا و معایبی هستند و به طور کلی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

- دسته اول: روش‌های کلاسیک مانند کنترل مقاوم، حسابان کسری و تنظیم کننده خطی مرتبه دو
- دسته دوم: روش‌های هوشمند مانند الگوریتم ژنتیک، منطق فازی و شبکه‌های عصبی
- تنظیم ضرایب به کمک روش‌های هوشمند مزایای خاص خودش را دارد [۱]. در این مقاله، هدف استفاده از منطق فازی برای تنظیم ضرایب کنترل کننده PID مرتبه دو است.
- برای طراحی کنترل کننده به روش حسابان کسری ( $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ) که در آن پارامترهای  $\lambda$  و  $\mu$  مقادیری بین صفر و یک دارند، نیازمند به کارگیری

روش‌های محاسباتی مبتنی بر حسابان کسری است. از مزایای این روش می‌توان افزایش مقدار پایداری، دفع اغتشاش سریع‌تر، افزایش زمان استقرار و کاهش میزان بالازدگی نام‌برد و از معایب آن پیچیده بودن محاسبات است. طراحی کنترل کننده به این روش باعث افزایش مقاومت در برابر تغییرات شرایط محیطی می‌شود. با محاسبه تابع حساسیت می‌توان این موضوع را ثابت کرد. از معایب آن می‌توان به پیچیده بودن محاسبات اشاره کرد [۲ و ۳].

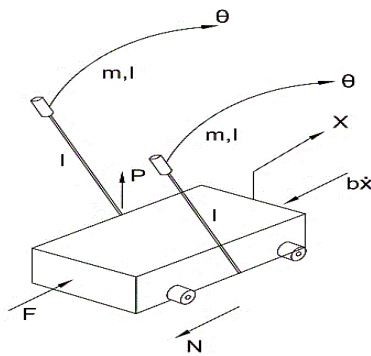
در کنترل سیستم آونگ وارون هدف، طراحی کنترل کننده‌ای است که توانایی دفع اغتشاشات خارجی را داشته و بتواند در برابر تغییر پارامترهای سیستم و شرایط محیطی نیز مقاومت کند. پایدار کردن سیستم‌ها در این شرایط کار دشواری است. جهت دستیابی به این اهداف، از روش تنظیم کننده خطی مرتبه دو و کنترل مد لغزشی استفاده شده است. از مزایای این روش تحمل اغتشاش و عدم قطعیت به صورت همزمان در سیستم است [۴]. نتایج نشان می‌دهد که پاسخ حالت ماندگار در این طراحی بهبود یافته و زمان استقرار افزایش پیدا کرده؛ همچنین زمان صعود کاهش و زاویه آونگ و موقعیت ارابه به سرعت به مقادیر مطلوب خود رسیده‌اند.

از روش کنترل مد لغزشی نیز می‌توان برای کنترل آونگ وارون دوار نیز استفاده کرد. ابتدا مختصات مرکز ثقل المان‌ها تعیین می‌شود. سپس قانون پایستگی انرژی (مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل) محاسبه و رابطه لاگرانژ به کمک این قانون محاسبه شده است. متغیرهای فضای حالت (معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم) به کمک روش مد لغزشی کنترل شده است. مقادیر بهینه وزن‌های شبکه عصبی به کمک الگوریتم ژنتیک محاسبه شده است. نتایج نشان داد که مقدار خطا به مقدار صفر نزدیک شده است [۵].

در روش الگوریتم ژنتیک، ضرایب PID در بازه‌های از پیش تعیین شده تغییر می‌کنند. از مزایای این روش، بهبود زمان صعود، کاهش مقدار بالازدگی و بهترین راه برای کنترل سیستم‌های غیرخطی است [۶]. در این روش ابتدا می‌بایست معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را با در نظر گرفتن سرو موتور DC نوشت. جهت اطمینان حاصل کردن از مدل به دست آمده، پارامترهای سیستم را تغییر داده و در هر مرحله کنترل کننده PID را طراحی کرده‌اند. پس از به دست آوردن مدل قطعی سیستم، کنترل کننده نهایی را طراحی کرده و ضرایب آن را به کمک الگوریتم ژنتیک تنظیم کرده‌اند. در نهایت سیستم را در برابر شرایط محیطی متفاوت قرار داده و مقدار مقاومت آن مورد سنجش قرار گرفته است [۷].

برای تنظیم ضرایب کنترل کننده PID می‌توان از روش شبکه‌های عصبی نیز استفاده کرد. پس از خطی‌سازی معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم آونگ وارون، به کمک روش بسط تیلور، PID را طراحی کرده و ضرایب آن را تنظیم می‌کنند. پس از پایدار شدن سیستم، اثر نویز اندازه‌گیری (نویز بروی سنسور) و اثر نویز بروی پارامترهای سیستم مورد بررسی قرار گرفته است [۸].

یکی از راه‌های پایدارسازی سیستم آونگ وارون، استفاده از روش



شکل ۱: سیستم آونگ وارون ساخت شرکت Feedback [۱۴]

جدول ۱: پارامترهای سیستم آونگ وارون [۱۴]

پارامتر	واحد	مقدار
$M$	جرم ارابه	۴٫۲ Kg
$m$	جرم آونگ	۰٫۲۳ Kg
$B$	ضریب اصطکاک ارابه	۰٫۰۵ $\frac{Nm}{sec}$
$F$	نیروی وارد بر ارابه	N
$L$	طول آونگ از مرکز ثقل	۰٫۳۶ - ۰٫۴ m
$I$	معان اینرسی آونگ	۰٫۰۹۹ $kgm^2$
$x$	موقعیت ارابه	m
$\theta$	زاویه آونگ	Deg
$g$	گرانش زمین	۹٫۸۱ $\frac{m}{s^2}$

در جدول ۱ پارامترهای سیستم آونگ وارون ساخت شرکت فیدبک آورده شده است [۱۴].

برای طراحی کنترل کننده‌ها به توابع تبدیل سیستم نیاز است. برای محاسبه این توابع تبدیل ابتدا معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را خطی سازی کرده و سپس نسبت خروجی‌ها (موقعیت موقعیت ارابه و زاویه آونگ) به ورودی (نیرو حاکم بر سیستم) به دست آورده می‌شود. تابع تبدیل سیستم خطی شده (یعنی زاویه آونگ به ورودی کنترلی و موقعیت ارابه به ورودی کنترلی) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{(ml/q)s}{s^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmg}{q}s} \quad (2)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{(I+ml^2)}{q}s^2 - \frac{mgl}{q}}{s^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmg}{q}s} \quad (3)$$

که در آن‌ها

$$q = [(M+m)(I+ml^2) - (ml)^2]$$

فازی است. پایگاه قواعد، موتور استنتاج، فازی گر و فازی زدا از اجزا مهم سیستم فازی هستند. از مزایای کنترل کننده‌های فازی، استفاده از تجربه شخص خبره، عدم نیاز به تعریف قوانین کنترلی پیچیده به صورت کلاسیک و قابلیت استفاده در سیستم‌های غیرخطی است [۹-۱۱]. با کنترل سیستم آونگ وارون به کمک منطق فازی خطای حالت ماندگار کاهش ولی زمان استقرار مقدار چشمگیری افزایش می‌یابد.

برای سنجش خطای ردیابی، یافتن بهترین کنترل کننده از لحاظ معیارهای کنترلی و پایداری سیستم می‌توان از روش مد لغزشی و شبکه‌های عصبی با توابع پایه‌ای شعاعی (RBF) استفاده کرد. نتایج به دست آمده نشان داد که مقدار چترینگ کاهش، پایداری سیستم افزایش و مقدار خطا در کنترل موقعیت ارابه به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است [۱۲]. همچنین با شبیه‌سازی نشان داده شده که سرعت همگرایی پاسخ نیز افزایش یافته است [۱۳].

در این مقاله، از کنترل کننده PID با دو درجه آزادی استفاده شده است. از سیستم فازی به عنوان ناظر برای تنظیم ضرایب PID با دو درجه آزادی در طول زمان بهره گرفته شده است. عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم بررسی شده است. عدم قطعیت‌هایی مانند تغییر در جرم آونگ و ارابه نیز در نظر گرفته شده است. همچنین، عملکرد کنترل کننده‌ها در حضور نویز اندازه‌گیری با یکدیگر مقایسه شده است. علاوه بر آن، با استفاده از روش‌های حساسیت و نمودارهای بودی، دفع اغتشاش ورودی و حذف نویز در کنترل کننده‌های خود تنظیم فازی PID و فازی PID با دو درجه آزادی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

ساختار این مقاله متشکل از موارد زیر است. در بخش دوم به خطی سازی معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم آونگ وارون و طراحی کنترل کننده‌های PID و فازی PID با دو درجه آزادی پرداخته شده است. نتایج آزمایشگاهی به دست آمده از کنترل این سیستم در حضور کنترل کننده‌های طراحی شده در بخش سوم نشان داده شده است. تجزیه و تحلیل نتایج و نتیجه‌گیری نیز در بخش چهارم مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- معادلات حاکم بر سیستم آونگ وارون

سیستم آونگ وارون دارای یک ورودی (نیروی وارد بر ارابه) و دو خروجی (موقعیت ارابه و زاویه آونگ) است (شکل ۱). روابط دینامیکی حاکم بر سیستم عبارت است از [۱۴]

$$(M+m)\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + ml\ddot{\theta}(t)\cos\theta(t) - ml\dot{\theta}^2(t)\sin\theta(t) = F \quad (1)$$

$$(I+ml^2)\ddot{\theta}(t) - mgl\sin\theta(t) + ml\ddot{x}(t)\cos\theta(t) = 0$$

در کنترل کننده PID، معمولاً ابتدا ضرایب تناسبی و مشتق گیر به صورت مستقیم تعیین و ضریب انتگرال گیر به صورت نسبتی از این دو ضریب به صورت زیر تعیین می شوند:

$$T_i = \alpha T_d \tag{9}$$

$$k_i = \frac{k_p}{\alpha T_d} = \frac{k_p^2}{\alpha k_d} \tag{9}$$

که در آنها  $T_i$  ثابت انتگرالی،  $T_d$  ثابت مشتقی و  $\alpha$  ضریبی است که توسط طراح و با توجه به سیستم مورد نظر تعیین می شود. برای راحتی محاسبات، از مقادیر نرمال شده ضرایب  $k_p$  و  $k_d$  بین صفر و یک به صورت زیر استفاده می شود:

$$k'_p = \frac{k_p - k_{p\min}}{k_{p\max} - k_{p\min}} \tag{10}$$

$$k'_d = \frac{k_d - k_{d\min}}{k_{d\max} - k_{d\min}} \tag{11}$$

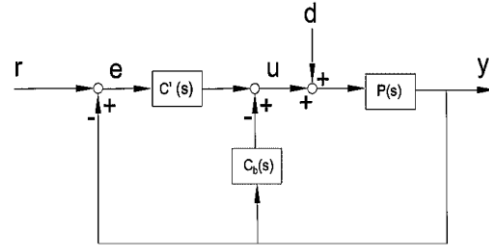
که در آنها  $k_p \in [k_{p\min}, k_{p\max}]$  و  $k_d \in [k_{d\min}, k_{d\max}]$ . مقادیر کمینه و بیشینه ضرایب معمولاً توسط شرکت سازنده سیستم ارائه می شود. برای سیستم آونگ وارون به کاررفته در این مقاله  $k_p \in [0, 0.1]$  و  $k_d \in [0, 5]$  می باشد. در این مقاله، از روش توضیح داده شده در بالا در طراحی کنترل کننده فازی PID استفاده می شود.

برای تنظیم هر کدام از ضرایب  $k'_p$ ،  $k'_d$  و  $\alpha$  از یک سیستم فازی استفاده شده است. بنابراین، در مجموع به ۵ سیستم فازی (۳ سیستم فازی برای کنترل کننده PID در مسیر پیشخور و ۲ سیستم فازی برای کنترل کننده PD در مسیر پسخور) مطابق با شکل ۲ نیاز می باشد. ورودی سیستم های فازی، خطای ردیابی مربوط به موقعیت ارابه و مشتق آن است. از ۷ تابع عضویت مثلثی برای ورودی های سیستم فازی استفاده شده است (شکل ۳). شکل های ۴ و ۵ توابع عضویت خروجی سیستم فازی برای تنظیم ضرایب  $k'_p$ ،  $k'_d$  و  $\alpha$  را نشان می دهد. قواعد فازی اگر-آنگاه نیز در جداول ۲ تا ۴ نشان داده شده است [۱۶].

با استفاده از موتور استنتاج ضرب ممدانی، فازی گر تکین و فازی زدا میانگین مرکز، خروجی نرمال شده این سه سیستم فازی عبارت است از

$$k'_p(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_p^l \mu_{A_l}(e(t)) \mu_{B_l}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A_l}(e(t)) \mu_{B_l}(\dot{e}(t))} \tag{12}$$

$$k'_d(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_d^l \mu_{A_l}(e(t)) \mu_{B_l}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A_l}(e(t)) \mu_{B_l}(\dot{e}(t))} \tag{13}$$



شکل ۲: بلوک دیاگرام کنترل کننده PID با دو درجه آزادی با ساختار پسخور

## ۱-۲ طراحی کنترل کننده PID با دو درجه آزادی

کنترل کننده PID با دو درجه آزادی ۵ ساختار معادل دارد [۱۵] که در این مقاله از ساختار پسخور استفاده شده است (شکل ۲). دلیل استفاده از این ساختار این است که در این طراحی، مقدار مطلوب برای موقعیت ارابه و زاویه آونگ برابر با صفر است. روابط حاکم در کنترل کننده PID با ساختار پسخور عبارت است از [۱۵]

$$C'(s) = k_p \left\{ (1-\gamma) + \frac{1}{T_i s} + (1-\beta)T_d s \right\} \tag{4}$$

$$C_b(s) = k_p \{ \gamma + \beta T_d s \} \tag{5}$$

که در آنها  $\gamma$  وزن بخش تناسبی و  $\beta$  وزن بخش مشتق گیر است.

پاسخ به ورودی مرجع و پاسخ به اغتشاش در کنترل کننده PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۲ برابر است با

$$G_{yr} = \frac{P(s)C'(s)}{1 + P(s)C'(s)} + \frac{P(s)C_b(s)}{1 + P(s)C_b(s)} \tag{6}$$

$$G_{yd} = \frac{P(s)}{1 + P(s)C'(s)} \tag{7}$$

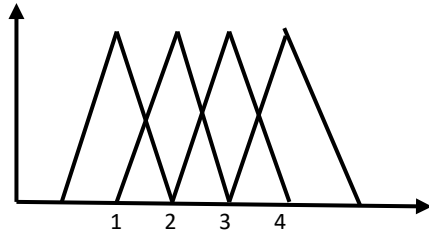
که در آنها  $G_{yr}$  پاسخ خروجی به ورودی مرجع،  $G_{yd}$  پاسخ خروجی به اغتشاش،  $G_b(s)$  کنترل کننده مسیر پسخور (PD)،  $C'(s)$  کنترل کننده PID و تابع تبدیل سیستم مورد نظر می باشد. با تنظیم کردن پارامترهای  $C_b(s)$ ، پاسخ سیستم به ورودی در کنترل کننده PID با دو درجه آزادی تنظیم خواهد شد. نشان داده می شود که می توان مقدار بالازدگی در این PID را به مقادیر خیلی کوچک تقلیل داد [۱۵].

## ۲-۲ طراحی کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی

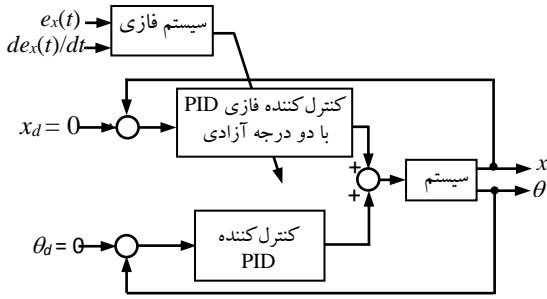
برای طراحی کنترل کننده PID، ضرایب تناسبی، انتگرال گیر و مشتق گیر باید به طور مناسب تعیین شوند. معادله این کنترل کننده در حوزه زمان برابر است با

$$U_{PID} = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \dot{e}(t) \tag{8}$$

که در آن  $e(t)$  و  $\dot{e}(t)$  به ترتیب خطای ردیابی و مشتق آن،  $k_p$ ،  $k_i$  و  $k_d$  به ترتیب ضرایب تناسبی، انتگرالی و مشتق گیر و  $U_{PID}$  سیگنال کنترلی است.



شکل ۵: توابع عضویت تنظیم ضریب  $\alpha$



شکل ۶: بلوک دیاگرام کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی

جدول ۲: قواعد تنظیم ضرایب  $k'_d$

		$\dot{e}(t)$							
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	
$e(t)$	NB	S	S	S	S	S	S	S	
	NM	B	B	S	S	S	B	B	
	NS	B	B	B	S	B	B	B	
	ZO	B	B	B	B	B	B	B	
	PS	B	B	B	S	B	B	B	
	PM	B	B	S	S	S	B	B	
	PB	S	S	S	S	S	S	S	

جدول ۳: قواعد تنظیم ضرایب  $k'_p$

		$\dot{e}(t)$							
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	
$e(t)$	NB	B	B	B	B	B	B	B	
	NM	S	B	B	B	B	B	S	
	NS	S	S	B	B	B	S	S	
	ZO	S	S	S	B	S	S	S	
	PS	S	S	B	B	B	S	S	
	PM	S	B	B	B	B	B	S	
	PB	B	B	B	B	B	B	B	

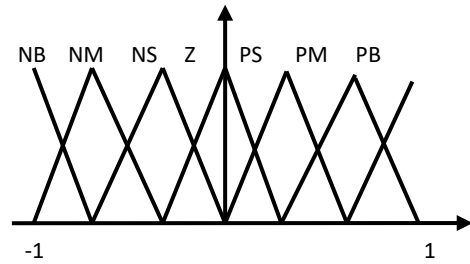
$$\alpha(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_\alpha^l \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))} \quad (14)$$

که در آن‌ها  $A^l$  و  $B^l$  توابع عضویت تعریف شده در شکل ۳، و  $\bar{y}_\alpha^l$ ،  $\bar{y}_\alpha^l$  و  $\bar{y}_d^l$  به ترتیب مرکز توابع عضویت در شکل‌های ۴ و ۵ است [۱۶]. پس از تعیین خروجی سیستم‌های فازی، مقدار ضرایب  $k_p$ ،  $k_i$  و  $k_d$  با استفاده از معادلات (۹) تا (۱۱) به دست می‌آیند.

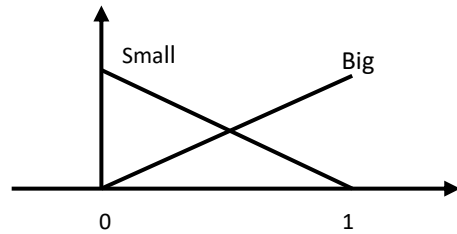
بلوک دیاگرام روش پیشنهادی در شکل ۶ نشان داده شده است. برطبق این بلوک دیاگرام، کنترل کننده پیشنهادی از دو بخش تشکیل می‌شود:

(۱) برای بخش تحریک شده سیستم (یعنی  $x$ ) از «کنترل کننده PID با دو درجه آزادی» استفاده شده است. ضرایب بخش PID این کنترل کننده که در مسیر پیشخورد قرار دارد (یعنی  $C^*(s)$  در شکل ۲) توسط سیستم فازی پیشنهادی تنظیم می‌شود و ضرایب بخش پس‌خورد آن (یعنی  $C_b(s)$  در شکل ۲) کنترل کننده معمولی است. به منظور ساده شدن ساختار این کنترل کننده و کاهش تعداد قواعد، ورودی سیستم فازی برای تنظیم ضرایب بخش PID این کنترل کننده، خطای موقعیت ارا به  $(e_x)$  و مشتق آن  $(de_x/dt)$  در نظر گرفته شده است.

(۲) برای بخش تحریک نشده سیستم (یعنی  $\theta$ ) از کنترل کننده PID معمولی استفاده شده است

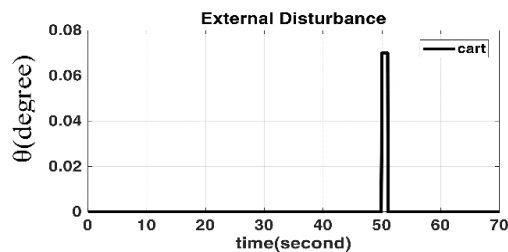
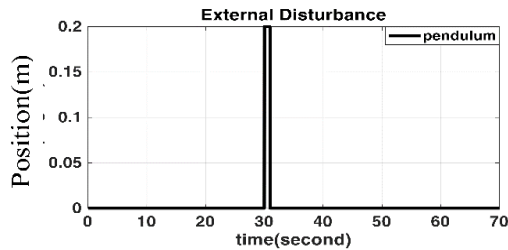


شکل ۳: توابع عضویت  $e_x(t)$  و  $\dot{e}_x(t)$

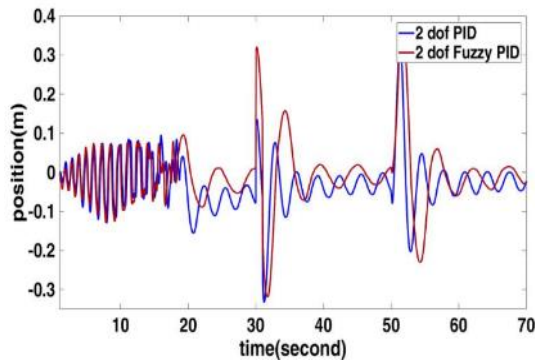


شکل ۴: توابع عضویت تنظیم ضرایب  $k'_d$  و  $k'_p$

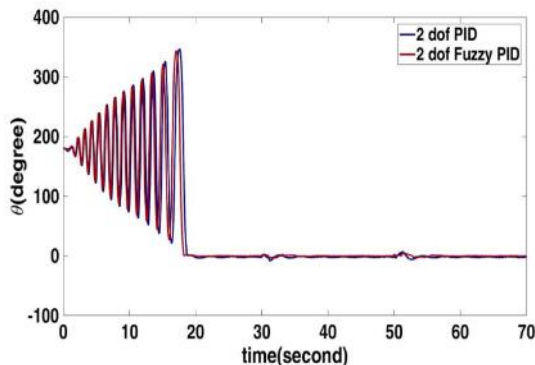
اغتشاش را تحمل کرد و در کنترل آونگ، کنترل کننده PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار اغتشاش را تحمل کرده است.



شکل ۷: اغتشاش خارجی وارد شده به ارايه و آونگ



شکل ۸: عملکرد کنترل کننده ها در پایداری سازی موقعیت ارايه (swing up به همراه اغتشاشات خارجی)



شکل ۹: عملکرد کنترل کننده ها در پایداری سازی زاويه آونگ (swing up) به همراه اغتشاشات خارجی

جدول ۴: قواعد تنظیم ضرایب  $\alpha$

		$\dot{e}(t)$						
		N	N	N	Z	P	P	P
$e(t)$	NB	2	2	2	2	2	2	2
	N	3	3	2	2	2	3	3
	NS	4	3	3	2	3	3	4
	ZO	5	4	3	3	3	4	5
	PS	4	3	3	2	3	3	4
	PM	3	3	2	2	2	3	3
	PB	2	2	2	2	2	2	2

ضرایب وزنی در معادلات (۴) و (۵) برای تابع تبدیل خطی آونگ (معادله (۲)) برابر  $\beta = 0.1$  و  $\gamma = 0.3$  و برای تابع تبدیل خطی ارايه (معادله (۳)) برابر  $\beta = 0.3$  و  $\gamma = 0.1$  در نظر گرفته شده است. آزمایش های انجام شده بر روی سیستم آزمایشگاهی آونگ وارون که ساخت شرکت فیدبک انگلستان است، برای دو حالت ارايه شد  
۱- اعمال عدم قطعیت در پارامترهای سیستم و اغتشاش خارجی در حرکت swing up.  
۲- اعمال نوز اندازه گیری به حسگرهای زاويه آونگ و موقعیت ارايه.

### ۱-۳- بررسی عدم قطعیت در پارامترهای سیستم و اغتشاش خارجی در حرکت swing up

عدم قطعیت بررسی شده در این آزمایش از نوع پارامتری می باشد. بدین منظور وزنه ای به جرم ۱۰۰ گرم به آونگ متصل شده است. علاوه بر آن، در زمان ۳۰-۳۱ ثانیه اغتشاش به ارايه و در زمان ۵۰-۵۱ ثانیه اغتشاش به آونگ وارد شده است (شکل ۷). نتایج عملکرد کنترل کننده های PID با دو درجه آزادی و خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در شکل های ۸ تا ۱۰ آورده شده است. شکل ۱۱ تغییرات ضرایب کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی را نشان می دهد.

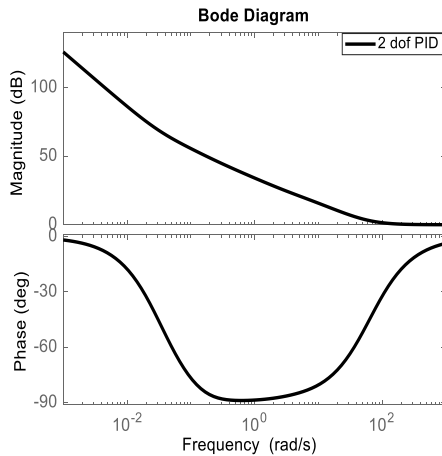
از مقایسه عملکرد کنترل کننده ها با یکدیگر می توان نتیجه گرفت که کنترل کننده PID با دو درجه آزادی و خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار اغتشاش را دفع کرده است. در واقع این امری که انتظار نیز می رفت زیرا کنترل کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی قابلیت دفع اغتشاش بیشتری را دارد.

برای اعمال اغتشاش خارجی، پالس به مدت یک ثانیه و با بیشینه دامنه ای که قابل تحمل برای کنترل کننده باشد، به صورت جداگانه به ارايه و آونگ وارد شد. در کنترل ارايه، کنترل کننده PID دو درجه آزادی مقدار ۰٫۲ متر و فازی PID دو درجه آزادی ۰٫۳ متر اغتشاش خارجی را تحمل کرده اند. در کنترل آونگ، کنترل کننده PID دو درجه آزادی مقدار ۵٫۴ درجه و فازی PID دو درجه آزادی ۳٫۶ درجه اغتشاش خارجی را تحمل کرده اند. پس می توان نتیجه گرفت که در کنترل ارايه، کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار

حساسیت آن هم بزرگتر شده است. با وارد شدن اغتشاش خارجی به ارايه، کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی با افزایش حاشیه پایداری توانستند سیستم را پایدار نگه دارند.

جدول ۵: ضرایب انتخاب شده از نمودار تغییرات ضرایب کنترل کننده خود تنظیم

حالت	PID	PD
حالت اول	$k_{p1} = 2$ $k_{i1} = 0.2$ $k_{d1} = 4$	$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$
حالت دوم	$k_{p2} = 2$ $k_{i2} = 0.2$ $k_{d2} = 4$	$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$
حالت سوم	$k_{p3} = 2$ $k_{i3} = 1.5$ $k_{d3} = 4$	$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$
حالت چهارم	$k_{p4} = 2$ $k_{i4} = 1.5$ $k_{d4} = 4$	$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$



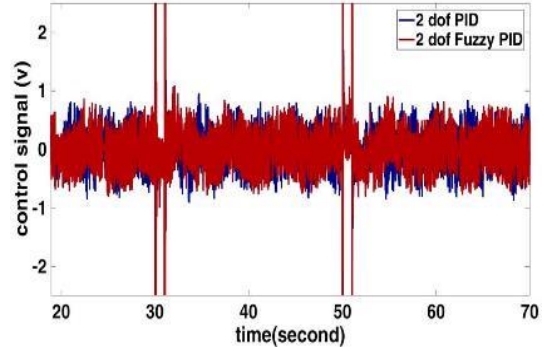
شکل ۱۲: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارايه حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاش خارجی

### ۳-۲- بررسی نویز اندازه گیری در سیستم آونگ وارون

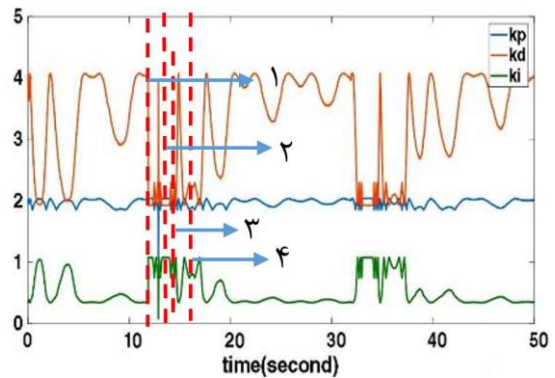
برای ایجاد نویز از بلوک نویز سفید با پهنای باند محدود در نرم افزار متلب استفاده شده است (شکل ۱۴). نتایج عملکرد کنترل کننده ها در شکل های ۱۵ تا ۱۷ نشان داده شده است. نمودار تغییر ضرایب کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی نیز در شکل ۱۸ نشان داده شده است.

از مقایسه کنترل کننده ها با یکدیگر می توان نتایج زیر را گرفت:

- ۱- برای کنترل ارايه، کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی عملکرد بهتری را داشته است.



شکل ۱۰: سیگنال های کنترلی (swing up) به همراه اغتشاشات خارجی



شکل ۱۱: ضرایب کنترل کننده های خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاشات خارجی

برای تحلیل قابلیت دفع اغتشاش در حضور کنترل کننده های مختلف از تابع حساسیت و رسم نمودارهای بودی استفاده می شود. زیرا برطبق تحلیل حساسیت، در فرکانس هایی که اغتشاش بیشترین مقدار دامنه را دارد، تابع حساسیت کمترین مقدار را خواهد داشت. رابطه محاسبه حساسیت (مبانی کنترل مقاوم) عبارت است از

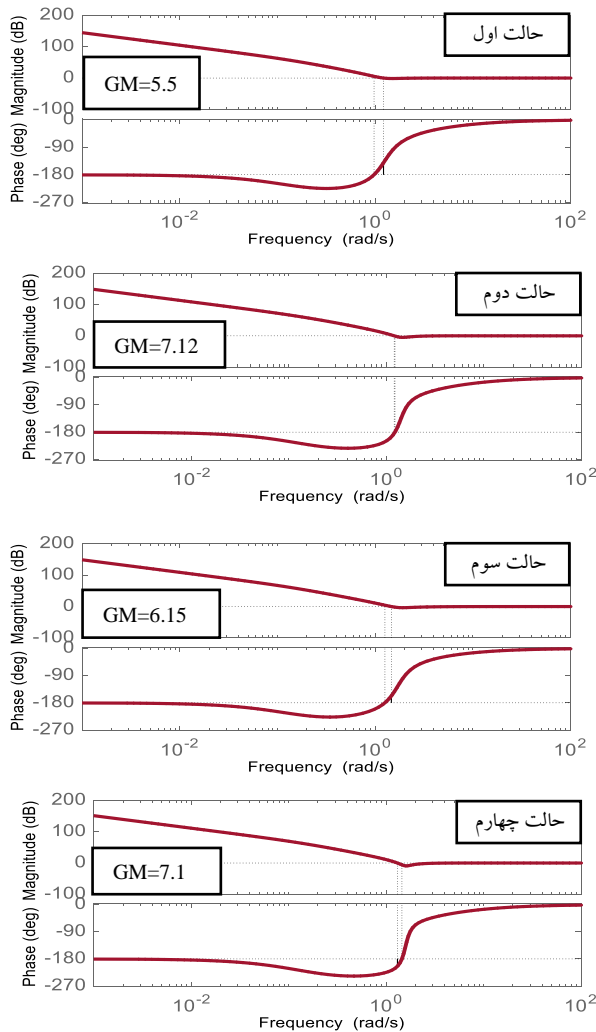
$$T(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} \quad (15)$$

که در آن  $G(s)$  تابع تبدیل سیستم خطی شده مورد بررسی و  $C(s)$  تابع تبدیل کنترل کننده طراحی شده است.

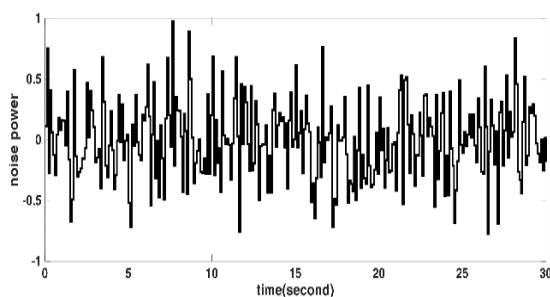
مقدار ضرایب انتخاب شده برای ترسیم نمودارهای بودی در حضور کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۱۱ برای چهار لحظه مختلف استخراج شده است (جدول ۵). در شکل های ۱۲ و ۱۳ پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارايه در حضور کنترل کننده های PID با دو درجه آزادی و فازی PID با دو درجه آزادی نشان داده شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده دامنه حساسیت در حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی حدوداً ۱۲۰ dB است. در آزمایشگاه، ارايه در حضور این کنترل کننده مقدار ۰.۲ متر اغتشاش را تحمل کرده است در حالی که کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی مقدار ۰.۳ متر اغتشاش را در آزمایشگاه تحمل کرده و دامنه حساسیت آن حدوداً ۲۰۰ dB است. بنابراین، می توان نتیجه گرفت که کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی اغتشاش خارجی بیشتری را تحمل کرده است. پس دامنه تابع

دست آمده از نمودارهای بودی و آزمایشگاه در حضور کنترل کننده های طراحی شده، آورده شده است.



شکل ۱۳: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارابه در حضور کنترل کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاش خارجی



شکل ۱۴: نویز سفید وارد شده به سیستم

۲- کنترل کننده PID با دو درجه آزادی نسبت به فازی PID با دو درجه آزادی در مقابل حذف نویز اندازه گیری مقاوم تر است. یعنی نویز با توان بیشتری را تحمل می کند.

مقدار ضرایب انتخاب شده برای ترسیم نمودار بودی در حضور فازی PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۱۳ برای چهار لحظه مختلف استخراج شده است (جدول ۶).

برای نشان دادن قابلیت مقابله با نویز در حضور کنترل کننده های مختلف می توان از تابع مکمل حساسیت استفاده کرد. زیرا در فرکانس هایی که نویز بیشترین مقدار دامنه را دارد، تابع مکمل حساسیت کمترین مقدار را خواهد داشت. رابطه محاسبه تابع مکمل حساسیت (مبانی کنترل مقاوم) چنین است

$$C'(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (16)$$

که در آن  $G(s)$  سیستم مورد بررسی و  $C(s)$  کنترل کننده طراحی شده است.

برای محاسبه تابع مکمل حساسیت نیاز به تابع تبدیل نویز می باشد که برای محاسبه آن، ابتدا از داده های نویزی تبدیل فوریه سریع (FFT) گرفته می شود. در اثر این عملیات، داده ها به صورت اعداد مختلط به دست می آیند. اندازه این اعداد را به دست آورده و به کمک دستور  $t_{xy} = tfestimate(x,y)$  در متلب (x ورودی سیستم، y خروجی سیستم،  $t_{xy}$  تابع تبدیل حاصل) تابع تبدیل نویز به دست خواهد آمد که برابر است با

$$T_{noise} = \frac{0.02s^2 + 0.02617s + 0.003807}{s^3 + 0.07145s^2 + 0.001642s + 4.705 \times 10^{-14}} \quad (17)$$

در نهایت این تابع تبدیل را با روابط (۲) و (۳) جمع کرده و توابع تبدیل آغشته به نویز برای ارابه و آونگ به دست خواهد آمد. نمودار بودی تابع تبدیل ارابه در حضور کنترل کننده های PID با دو درجه آزادی و فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه گیری برای چهار مقدار مختلف ضرایب در شکل های ۱۹ و ۲۰ نشان داده شده است.

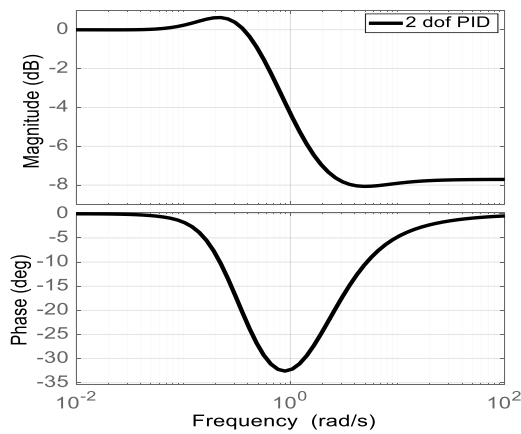
با توجه به نتایج به دست آمده از نمودارهای بودی، دامنه مکمل حساسیت در حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی برابر با صفر dB است. نتایج به دست آمده در آزمایشگاه نشان می دهد که این کنترل کننده مقدار ۰٫۰۱ نویز اندازه گیری را تحمل کرده است. نتایج به دست آمده در آزمایشگاه با نمودارهای بودی معادل یکدیگرند.

با توجه به نتایج به دست آمده در آزمایشگاه، کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی مقدار ۰٫۰۱ نویز اندازه گیری را تحمل کرده است. نتایج به دست آمده از نمودارهای بودی نشان می دهد که دامنه تابع مکمل حساسیت در حضور کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی برابر با صفر dB است. از آنجایی که کنترل کننده PID با دو درجه آزادی مقدار بیشتری نویز اندازه گیری را تحمل کرده است پس دامنه تابع مکمل حساسیت آن هم بزرگتر خواهد بود. در جدول ۷ مقایسه ای بین نتایج به

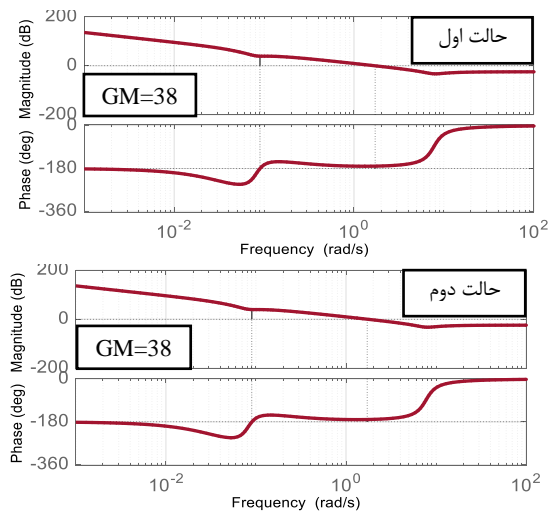


جدول ۶: ضرایب انتخاب شده از نمودار تغییرات ضرایب کنترل کننده خود تنظیم

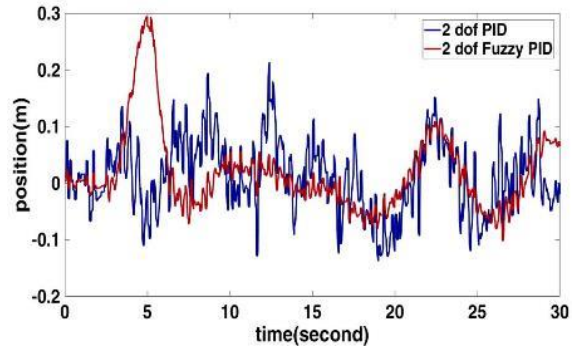
فازی PID با دو درجه آزادی		
PD	PID	حالت
$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$	$k_{p1} = 3.9$ $k_{i1} = 3.9$ $k_{d1} = 4$	حالت اول
$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$	$k_{p2} = 2.5$ $k_{i2} = 2.5$ $k_{d2} = 4$	حالت دوم
$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$	$k_{p3} = 2.5$ $k_{i3} = 2$ $k_{d3} = 4$	حالت سوم
$k_p = 0.1$ $k_d = 0.3$	$k_{p4} = 4$ $k_{i4} = 2.5$ $k_{d4} = 4$	حالت چهارم



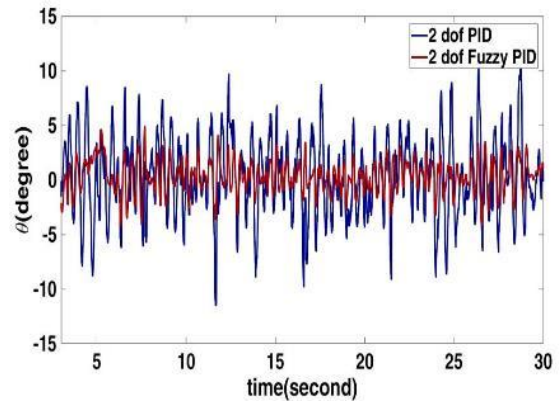
شکل ۱۹: پاسخ فرکانسی ارابه در حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه گیری



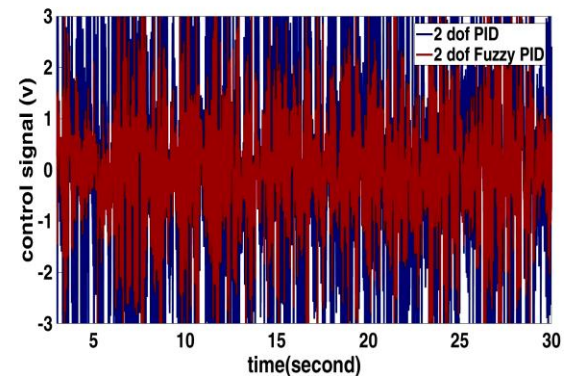
شکل ۲۰: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارابه در حضور کنترل کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه گیری



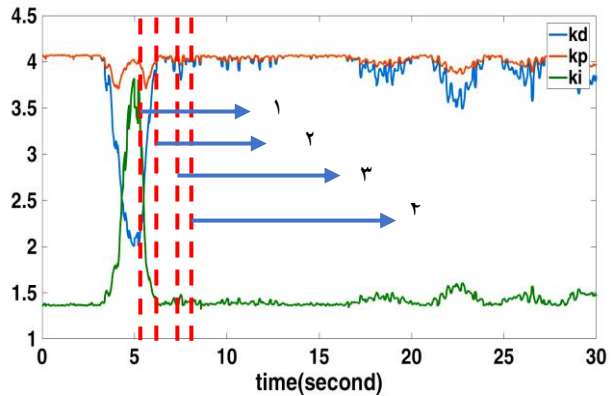
شکل ۱۵: عملکرد کنترل کننده ها در پایدارسازی موقعیت ارابه در حضور نویز اندازه گیری



شکل ۱۶: عملکرد کنترل کننده ها در پایدارسازی زاویه آونگ در حضور نویز اندازه گیری



شکل ۱۷: سیگنال های کنترلی در حضور نویز اندازه گیری



شکل ۱۸: ضرایب کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه گیری

می باشد. پس از پیاده سازی این سیستم در آزمایشگاه می توان مشاهده کرد که PID با دو درجه آزادی نسبت به سایر کنترل کننده ها دفع اغتشاش بیشتری داشت. برای بررسی صحت نتایج به دست آمده در آزمایشگاه از تابع حساسیت و نمودارهای بودی کمک گرفته شد. عملکرد این کنترل کننده ها نیز در حضور نویز اندازه گیری نیز بررسی شد. برای بررسی صحت نتایج آزمایشگاهی از تابع مکمل حساسیت و نمودارهای بودی کمک گرفته شد. در جدول ۸ مجموعه آزمایش های انجام شده بر روی سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی شرکت فیدبک آورده شده است.

مراجع

[1] H. Omur Ozer, "Genetic algorithm optimized PID control of a pendulum," *International Conference on Engineering Technology and Innovation, Istanbul, Turkey, 2017.*

[2] A. A. Hakim and I. M. Sanhoury, "Stabilizing x-y inverted pendulum via fractional order PID controller," *International Conference on Computer, Control, Electrical, and Electronics Engineering, Khartoum, Sudan, 2018.*

[3] P. Dwivedi, S. Pandey, and A. Junghare, "Performance analysis and experimental validation of 2 dof fractional order controller for underactuated rotary inverted pendulum," *Arabic Journal of Science and Engineering*, vol. 42, no. 12, pp. 5121-5145, 2017.

[4] S. Irfan, A. Mehmood, M. T. Razzaq, and J. Iqbal, "Advanced sliding mode control techniques for inverted pendulum modelling and simulation," *International Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 21, no. 4, pp. 753-759, 2018.

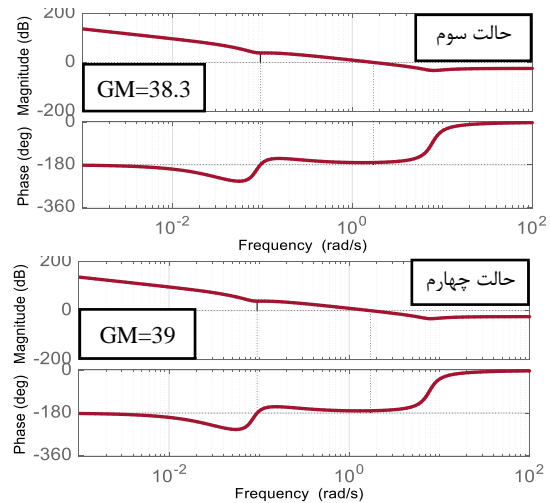
[5] M. Aydin, O. Yakut, and H. Tutumlu, "Implementation of the network based moving sliding mode control algorithm to the rotary inverted pendulum system," *Journal of Engineering and Technology*, vol. 3, no. 1, pp. 32-41, 2019.

[6] P. Kumar, O.N. Mehrotra, and J. Mahto, "Tuning PID controller of inverted pendulum using genetic algorithm," *International journal of Research in Engineering and Technology*, vol. 1, no. 3, pp. 359-363, 2018.

[7] M. Magdy, A. Al Marhomy, and M. A. Attia, "Modeling of inverted pendulum system with gravitational search algorithm optimized controller," *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 1, no. 10, pp. 129-149, 2019.

[8] C. Mahapatra, S. Chauhan, and B. Hemakumar, "Servo control and stabilizing of linear inverted pendulum on a cart using LQG," *International Conference on Power Energy, Environment and Intelligent Control*, Greater Noida, India 2018.

[9] N. Bintiismail, *Fuzzy Logic Controller Design for Inverted Pendulum System*, Master Thesis, Tun



شکل ۲۰: ادامه

جدول ۷: مقایسه عملکرد کنترل کننده ها در مقابل نویز اندازه گیری

کنترل کننده		نتایج
PID با دو درجه آزادی	فازی PID با دو درجه آزادی	
موقعیت	موقعیت	نتایج به دست آمده در آزمایشگاه
۰٫۰۱	۰٫۰۱	مقادیر دامنه در نمودارهای بودی
۰ dB	۰ dB	

جدول ۸: نتیجه گیری

کنترل کننده		معیار
PID با دو درجه آزادی	فازی PID با دو درجه آزادی	
۰٫۰۱	۰٫۰۱	بیشترین مقدار توان نویز قابل تحمل (ارابه)
۰٫۲ متر	۰٫۳ متر	بیشترین مقدار اغتشاش خارجی قابل تحمل (ارابه)
۵٫۴ درجه	۳٫۶ درجه	بیشترین مقدار اغتشاش خارجی قابل تحمل (آونگ)
۲۰۰ گرم	۲۰۰ گرم	بیشترین مقدار عدم قطعیت پارامتری قابل تحمل (آونگ)

۴- نتیجه گیری

در این مقاله هدف، کنترل سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی با استفاده از کنترل کننده فازی PID دو درجه آزادی بوده است. از سیستم فازی به عنوان ناظر برای تنظیم ضرایب PID با دو درجه آزادی در طول زمان بهره گرفته شده است. از مزایای منطقی فازی، استفاده از تجربیات شخص خبره بدون نیاز به دانستن مدل دقیقی از سیستم و قابلیت کاربرد برای سیستم های غیرخطی با مرتبه بالا است. از مزایای کنترل کننده PID با دو درجه آزادی قابلیت دفع اغتشاش خارجی بالا و کاهش میزان بالازدگی در پاسخ سیستم

Hussein Onn, University Electrical Engineering, Malaysia, 2013.

- [10] M. Shahrivel Mohd Aras, M. Sulaiman, A. Khamis, M. Hendra Hairi, M. Md Ghazaly, M. Khairi Mohd Zambri and H. Nizam Mohd Shah, "Evaluation of transient response for rotary inverted pendulum positioning using fuzzy logic controller," *International Journal of Electrical Engineering and Applied Sciences*, vol. 1, no. 1 pp. 9-16, 2018.
- [11] S. Khan and S. Paliwal, "Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using fuzzy controller," *Journal of Engineering Research and Application*, vol. 8, no. 5, pp. 62-66, 2018.
- [12] A. Yadav, *Sliding-Mode Control with RBF Neural Network for Two Link Robot Manipulator and an Inverted Pendulum System*, Master Thesis, Delhi Technological University, Department of Electrical Engineering, Bawana Road, Delhi, 2019.
- [13] A. Kumar Sharma and B. Bhushan, "Sliding mode control of inverted pendulum with decoupling algorithm," *International Journal of Computer Applications*, vol. 181, no. 27, pp. 1-5, 2018.
- [14] *Feedback Manual For Digital Pendulum*, www.feedback-instruments.co, 2015.
- [15] M. Araki and H. Taguchi, "Two degree of freedom PID controllers," *International Journal Control Automatic System*, vol. 1, no. 4, pp. 401-411, 2003.
- [16] L. X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, second ed., John Wiley & Sons, New Jersey, 1996.