

تخمین نرخ چرخش خط دید در جستجوگرهای چسبیده به بدنه با استفاده از رویتگر توسعه یافته زمان گسسته

مهسا جواهری پور^۱، احمد رضا ولی^{۲*}، وحید بهنام گل^۳، فیروز الهوردیزاده^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گرایش کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران mahsajavaheripour001437@gmail.com

^{۲*} دانشیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران ar.vali@aut.ac.ir

^۳ استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران vahid_behnamgol@mut.ac.ir

^۴ استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران saeed.allahverdizadeh@gmail.com

دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۵ ویرایش اول: ۱۴۰۰/۰۷/۱۰ ویرایش دوم: ۱۴۰۰/۰۹/۰۷ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۷

چکیده: نرخ چرخش خط دید، متغیری است که برای محاسبه شتاب اعمالی به موشک‌ها توسط قوانین هدایت تناسبی به منظور برخورد با هدف نیاز است. این متغیر معمولاً با استفاده از جستجوگرهای طوقه‌دار اندازه‌گیری می‌شود. اما اگر جستجوگر موشک از نوع چسبیده به بدنه باشد، نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری از زوایای خروجی جستجوگر و یا تخمین محاسبه شود. روش مشتق‌گیری به دلیل نویزی بودن خروجی جستجوگرها مطلوب نبوده و برای رسیدن به خروجی قابل قبول به فیلترهای پایین‌گذر نیاز است که منجر به تاخیر در حلقه هدایت خواهد شد. در این مقاله، رویتگر توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی خواهد شد. مزیت زمان گسسته بودن رویتگر این است که مسائل مربوط به پیاده‌سازی رویتگر بر روی پردازنده‌ها مانند انتخاب زمان نمونه برداری از مرحله طراحی در نظر گرفته شده و در شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی می‌شود.

کلمات کلیدی: رویتگر توسعه یافته زمان گسسته، تخمین نرخ چرخش خط دید، جستجوگر چسبیده به بدنه، قانون هدایت تناسبی.

Line of Sight (LOS) rate estimation in strap down seekers using discrete-time extended state observer

Mahsa Javaheripour, Ahmad Reza Vali*, Vahid Behnam Gol, Firouz

Allahverdi Zadeh

Abstract: The line of sight (LOS) rate is a parameter that is needed to calculate the acceleration applied to missiles by the proportional guidance laws in order to hit the target. This rate is usually measured using gimbaled seekers. However, if the type of missile seeker be strap down, the LOS rate must be calculated from deriving the missile's seeker output angles or estimation methodes. The derivation method is not desirable due to the noisy output of the seekers and low pass filters are needed to achieve an acceptable output, which will cause a lag in the guidance loop. In this paper, a discrete time extended state observers will be designed to estimate the LOS rate. The advantage of the time discontinuity of the observer is that issues related to the implementation of the observer on the processors, such as the choice of sampling time, considered from the design level and examined in computer simulation.

Keywords: Discrete-time Extended State Observer, LOS rate Estimation, Strap Down Seeker, Proportional Guidance law.

۱- مقدمه

برای رساندن یک موشک به یک نقطه مشخص، باید مسیر حرکت آن کنترل شود. هدایت یک وسیله به معنای تولید فرامین لازم جهت کنترل مسیر آن است. وظیفه سیستم هدایت، تعیین موقعیت و یا سرعت نهایی ای که موشک باید به آن برسد و تصمیم گیری در مورد اقداماتی که باید به این منظور انجام شود تا برخورد صورت بگیرد، می باشد. سیستم هدایت معمولاً شامل بخش های هدایت، ناوبری و کنترل است.

بخش هدایت، متشکل از دو زیر بخش حسگر هدایت و الگوریتم و قانون هدایت می باشد. امروزه برای هدایت موشک های هدایت شونده، الگوریتم ها و قوانین مختلفی وجود دارد. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دونقطه ای و سه نقطه ای تقسیم می شوند. خانواده هدایت تناسبی از معروف ترین قوانین هدایت دونقطه ای می باشند. به دلیل سادگی و کارایی بالای این قانون، هنوز هم در فاز نهایی بسیاری از موشک ها استفاده می شود. علت سادگی این قانون این است که تنها از نرخ چرخش خط دید و سرعت نسبی بین موشک و هدف استفاده می کند و از بقیه متغیرها در قانون هدایت استفاده نمی شود [۱]. بنابراین در پیاده سازی قوانین هدایت تناسبی، نرخ چرخش خط دید متغیر مهمی می باشد و برای محاسبه دستور شتاب باید در اختیار سیستم هدایت قرار بگیرد.

برای هدایت موشک، اغلب به دست آوردن اطلاعات صحیح در مورد هدف در طول پرواز ضروری است. یکی از روش های رایج برای تحقق این کار استفاده از جستجوگرها است [۲]. در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، ابزار بینایی به طور مستقیم بر روی موشک نصب می شود اما در جستجوگرهای قاب دار ابزار بینایی بر روی قاب ها سوار شده اند. بنابراین استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه نسبت به جستجوگرهای قاب دار موجب کاهش هزینه، بالا رفتن قابلیت اطمینان و کاهش وزن موشک می شود [۳]. از طرفی جستجوگرهای قاب دار به یک سیستم کنترل هم نیاز دارند و نسبت به جستجوگرهای چسبیده به بدنه از ساختار پیچیده تری برخوردار می باشند. بنابراین در مواردی استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه مطلوب تر می باشد.

اما مهم ترین ایرادی که به جستجوگرهای چسبیده به بدنه وارد می شود، این است که این جستجوگرها به طور مستقیم قادر به اندازه گیری نرخ چرخش خط دید نیستند. بنابراین در صورتی که از این جستجوگرها استفاده شود، برای پیاده سازی قوانین هدایت تناسبی این متغیر باید محاسبه یا تخمین زده شود [۴]. در [۵] روشی برای استخراج نرخ چرخش خط دید با استفاده از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه ارائه شده است. هم چنین در این مرجع به کاهش هزینه به دلیل استفاده از جستجوگر چسبیده به بدنه اشاره شده است. در شرایطی که ممکن است اندازه گیری متغیرهای حالت با استفاده از ابزار موجود امکان پذیر نباشد، می توان از رویکرد برای تخمین حالت های سیستم استفاده کرد [۶]. بنابراین در صورت استفاده از جستجوگرهای

چسبیده به بدنه می توان از رویکرد برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده کرد. رویکردهای حالت، تنها قادر به تخمین حالت های سیستم می باشند. در صورتی که سیستم دارای نامعینی باشد، با اضافه کردن نامعینی به عنوان متغیر حالت جدید به سیستم می توان رویکرد توسعه یافته طراحی کرد؛ به طوری که علاوه بر حالت های سیستم قادر است نامعینی را نیز تخمین بزند. در مراجع متعددی از رویکردهای توسعه یافته برای تخمین متغیرهای گوناگون و نامعینی ها استفاده شده است. به عنوان نمونه، در [۷] برای تخمین نامعینی ها و اغتشاشات و در [۸] برای تخمین حالت های نامعلوم سیستم از رویکرد توسعه یافته استفاده شده است. در [۹] به دلیل وجود پارامترهای نامعلوم و اختلالات خارجی از رویکرد خطی توسعه یافته به منظور تخمین متغیرها برای کشتی های زیرسطحی استفاده شده است. الگوریتم هدایت به کار رفته در این مرجع از نوع خط دید می باشد. در [۱۰] از یک رویکرد خطی توسعه یافته برای تخمین ارتعاشات فرکانس پایین در یک سکوی پایدار اینرسی استفاده شده است. مرجع [۱۱] مدل ریاضی یک سیستم تبدیل انرژی باد که سیستمی غیر خطی است را مورد بررسی و تحلیل قرار داده و برای تخمین ولتاژ و جریان شبکه از رویکرد خطی توسعه یافته استفاده کرده است.

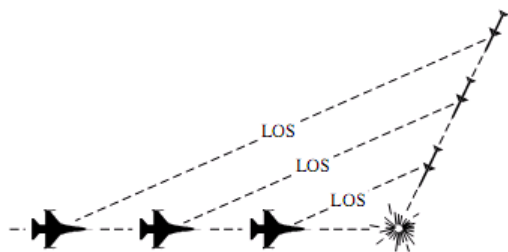
در مسئله پیاده سازی رویکردها بر روی پردازنده، رویکردهای زمان گسسته نسبت به رویکردهای زمان پیوسته دارای مزیت هایی می باشند. یکی از این مزیت ها این است که در طراحی رویکردهای زمان گسسته انتخاب زمان نمونه برداری از ابتدای مرحله طراحی در نظر گرفته می شود که این کار موجب ساده تر شدن پیاده سازی می شود. در [۱۲]، طراحی رویکرد برای سیستم های غیر خطی در دو رویکرد مورد بررسی قرار گرفته است. در یک رویکرد بر اساس مدل تقریبی فرآیند که به صورت زمان گسسته می باشد انجام شده و در رویکرد دوم رویکرد ابتدا بر اساس مدل زمان پیوسته فرآیند طراحی شده و سپس به منظور پیاده سازی، گسسته شده است.

محدودیت تخمین نرخ چرخش خط دید توسط رویکردهای معمول، عدم حذف اثر نویز است. لذا باید این رویکردها به همراه فیلترهای پایین گذر و یا دیگر فیلترها استفاده شود. روش فیلتر کالمن نیز از روش هایی است که امروزه برای تخمین مورد استفاده قرار می گیرد. در استفاده از فیلتر کالمن لازم است برای سیستم های غیر خطی عملیات خطی سازی صورت بگیرد که این امر موجب افزایش خطای تخمین خواهد شد. در انواع دیگر فیلتر کالمن مانند EKF و UKF نیاز به خطی سازی نیست اما این فیلترها دارای محاسبات سنگینی بوده و هم چنین ممکن است به اطلاعاتی نیاز داشته باشند که قابل اندازه گیری نباشند.

مسئله مورد نظر در این مقاله، طراحی رویکرد توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده های جستجوگر چسبیده به بدنه می باشد. بلوک دیاگرام کلی حلقه هدایت به صورت شکل ۱ است:

است؛ یعنی خود خط دید مهم است و بر خلاف روش های دوتقطه ای، نرخ خط دید در قانون هدایت وارد نمی شود. واضح است که در این روش ها هدف باید توسط ردگیر مشاهده شود [۱۳].

هدایت تناسبی از قوانین پر کاربرد دوتقطه ای می باشد. این قانون بیان می کند در صورتی که خط دید نسبت به فضای اینرسی نچرخد (این امر زمانی رخ می دهد که مولفه ی سرعت موشک و هدف در امتداد عمود بر خط دید با یکدیگر برابر باشند) و فاصله ی موشک و هدف در حال کم شدن باشد برخورد صورت می گیرد. شکل ۲ گویای این مسئله می باشد.



شکل ۲: نحوه عملکرد موشک در قانون هدایت ناوبری تناسبی

قانون هدایت استفاده شده در این مقاله، ناوبری تناسبی حقیقی (TPN)^۲ بوده که از قوانین هدایت تناسبی می باشد. از آنجا که در قوانین ناوبری تناسبی برای برخورد موشک با هدف، لازم است که نرخ چرخش خط دید صفر گردد، بنابراین اگر شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت به جای عمود بر بردار سرعت موشک (در قانون ناوبری تناسبی محض (PPN)^۳ در راستای عمود بر خط دید اعمال شود، تاثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید خواهد داشت.

شتاب محاسبه شده توسط ناوبری تناسبی حقیقی بصورت زیر است:

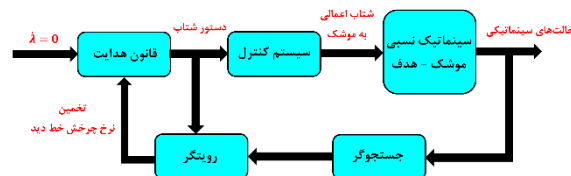
$$a_{m,\lambda} = NV_c \dot{\lambda} \quad (1)$$

با توجه به اینکه اکثر موشک های آشیانه یاب در فاز نهایی از کنترل آیرودینامیکی استفاده می کنند و با این نوع سیستم کنترل تنها امکان دستور شتاب جانبی در راستای عمود بر راستای طولی موشک فراهم می باشد، لذا در این موشک ها باید ناوبری تناسبی حقیقی را برای اعمال در راستای عمود بر بردار سرعت موشک اصلاح نمود. برای این منظور دستور شتاب جانبی به صورت زیر خواهد بود [۱۴]:

$$a_m = \frac{NV_c \dot{\lambda}}{\cos(\gamma_m - \lambda)} \quad (2)$$

۳- سینماتیک نسبی موشک-هدف [۱۴]

در شکل ۳، هندسه ی درگیری دوبعدی درگیری موشک و هدف مشاهده می شود:



شکل ۱: نمودار بلوکی حلقه هدایت

در این حلقه، وظیفه سیستم هدایت تولید دستور شتاب مناسب برای تضمین برخورد با هدف است. نقش بخش کنترل نیز معادل یک عملگر برای اعمال دستورات سیستم هدایت در حلقه هدایت است. ورودی سینماتیک موشک-هدف نیز شتاب جانبی اعمالی به موشک می باشد. سیستم هدایت که از نوع هدایت تناسبی می باشد برای محاسبه دستور شتاب به نرخ چرخش خط دید نیاز دارد که این متغیر با طراحی رویکرد و با استفاده از خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه که شامل زوایای بین محور طولی و خط دید (در صفحات سمت و فراز $(\varepsilon_y, \varepsilon_z)$) می باشد، تخمین زده شده و در اختیار سیستم هدایت قرار می گیرد.

در این مقاله، قانون هدایت تناسبی مورد نظر، معادلات حاکم بر سینماتیک موشک-هدف، معادلات مربوط به جستجوگر چسبیده تشریح شده و رویکرد توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی می گردد. نتایج رویکرد مورد نظر با نوع دیگری از رویکرد خطی زمان-گسسته مقایسه می شود. هم چنین عملکرد رویکرد در حضور نویز اندازه-گیری نیز بررسی و نتایج در بخش شبیه سازی ارائه می شود.

۲- قانون هدایت

در این بخش به صورت مختصر، قانون هدایت مورد استفاده در حلقه هدایت تشریح می شود. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دوتقطه ای و سه نقطه ای تقسیم می شوند. در قوانین هدایت دوتقطه ای، دو نقطه مهم وجود دارد: جسم هدایت شونده و هدف. این قوانین بر مبنای نرخ چرخش خط دید (خط واصل بین رهگیر و هدف) هستند. این روش ها برای زمانی که تعقیب کننده هدف را با استفاده از جستجوگر می بیند یعنی فاز نهایی پرواز مناسب هستند. در قوانین هدایت سه نقطه ای، سه نقطه مهم عبارت اند از: جسم هدایت شونده، هدف و رهگیر. ردگیر می تواند در نقطه پرتاب به همراه پرتاب کننده یا جدا از آن قرار داشته باشد. خط دید در این حالت با روش های دوتقطه ای تفاوت دارد و خط واصل ردگیر و هدف است. ردگیر وسیله ای است که به صورت دستی یا خودکار همواره تعقیب کننده و هدف را دنبال می کند و موقعیت نسبی تعقیب کننده را نسبت به هدف اندازه می گیرد. به بیانی دیگر، قانون هدایت در این روش ها (به جرمان به خارج خط دید^۱) نگه داشتن وسیله روی خط دید

³ Pure Proportional Navigation

¹ COLOS

² True Proportional Navigation

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_m - \lambda) \\ &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t \dot{\gamma}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + V_t \dot{\lambda} \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + V_m \dot{\gamma}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - V_m \dot{\lambda} \sin(\gamma_m - \lambda)\end{aligned}\quad (8)$$

با جایگذاری روابط (۴) و (۶) و (۷) در معادله (۸)، رابطه (۹) حاصل می شود:

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_t \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad + \dot{\lambda}(V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda) \\ &= R\dot{\lambda}^2 + \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_t \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda)\end{aligned}\quad (9)$$

هم چنین با مشتق گیری از رابطه (۵) نیز می توان نوشت:

$$\begin{aligned}\ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + V_t \dot{\gamma}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t \dot{\lambda} \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{+ \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \dot{\gamma}_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{V_m \dot{\lambda} \cos(\gamma_m - \lambda) - \dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R}\end{aligned}\quad (10)$$

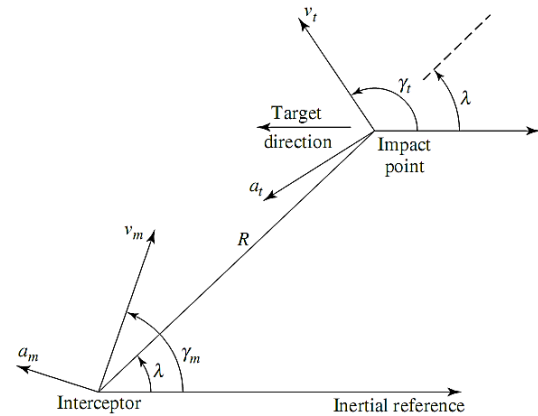
با جایگذاری روابط (۳) و (۶) و (۷) در معادله (۱۰)، رابطه (۱۱) حاصل می شود:

$$\begin{aligned}\ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_t \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{\lambda}(V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda))}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_t \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R}\end{aligned}\quad (11)$$

حال با در نظر گرفتن متغیرهای حالت به صورت:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ \dot{R} \\ \lambda \\ \dot{\lambda} \\ \gamma_m \\ \gamma_t \end{bmatrix}\quad (12)$$

و هم چنین استفاده از معادلات (۳)، (۵)، (۶)، (۷)، (۹)، (۱۱) معادلات حرکت به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۳: هندسه ی دوبعدی درگیری موشک و هدف [۱۴]

در این شکل، R بیانگر برد نسبی بین موشک و هدف، λ زاویه ی بین خط دید و خط مرجع، γ_m زاویه ی مسیر پرواز موشک با خط مرجع، γ_t زاویه ی مسیر پرواز هدف با خط مرجع، a_m بردار شتاب جانبی موشک، a_t بردار شتاب جانبی هدف، V_m بردار سرعت طولی موشک و V_t بردار سرعت طولی هدف می باشد.

سرعت نزدیک شدن موشک به هدف ($V_c = -\dot{R}$) بیانگر اختلاف سرعت موشک با هدف در راستای خط دید می باشد که از تفریق مولفه های سرعت آنها در راستای خط دید بصورت زیر محاسبه می گردد:

$$\dot{R} = V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda)\quad (3)$$

هم چنین، سرعت نسبی جانبی بین موشک و هدف که باعث چرخیدن خط دید خواهد شد، از تفریق مولفه های سرعت آنها در راستای عمود بر خط دید به صورت زیر محاسبه می شود:

$$V_\lambda = R\dot{\lambda} = V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)\quad (4)$$

بنابراین می توان نوشت:

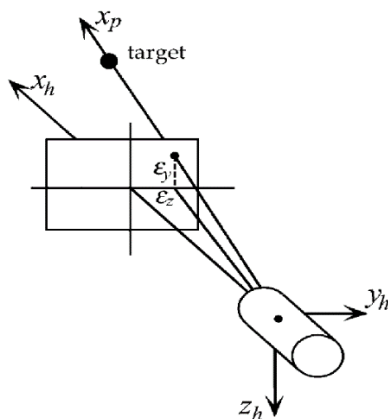
$$\dot{\lambda} = \frac{V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R}\quad (5)$$

نرخ تغییرات زاویه پرواز موشک و هدف مطابق زیر می باشد:

$$\dot{\gamma}_m = \frac{a_m}{V_m}\quad (6)$$

$$\dot{\gamma}_t = \frac{a_t}{V_t}\quad (7)$$

با مشتق گیری از رابطه ی (۳) می توان نوشت:



شکل ۵: زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحات سمت و فراز [۱۵]

$\varepsilon_z, \varepsilon_y$ به ترتیب زوایای خروجی جستجوگر در صفحه فراز و سمت می باشد که بیانگر اختلاف زاویه میان محور طولی موشک و خط دید بین موشک و هدف می باشد.

همانطور که در شکل ۵ مشخص است، در این مسئله با دو دستگاه سروکار داریم:

- دستگاه مختصات جستجوگر
- دستگاه مختصات خط دید

چنانچه جستجوگر خطای نصبی نسبت به بدنه نداشته باشد، می توان دستگاه جستجوگر را همان دستگاه چسبیده به بدنه (دستگاه بدنی) در نظر گرفت.

با توجه به شکل ۵، دستگاه جستجوگر با دو دوران حول محورهای مختصات، بر دستگاه LOS منطبق می شود. دوران اول، به اندازه زاویه ε_z حول محور z و دوران دوم به اندازه زاویه ε_y حول محور y . بنابراین، اگر دستگاه جستجوگر که منطبق بر دستگاه بدنی موشک می باشد را با B و دستگاه LOS را با L نمایش دهیم، ماتریس تبدیل دستگاه B به L به صورت زیر نوشته می شود:

$$L_{LB} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & -\sin \varepsilon_y \\ -\sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_z & 0 \\ \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (15)$$

اگر بردار سرعت زاویه ای در دستگاه بدنی و بردار سرعت زاویه ای در دستگاه LOS باشد، اختلاف این دو بردار در دستگاه LOS مطابق زیر می باشد [۱۵]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 x_4^2 \\ x_4 \\ -2x_2 x_4 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(x_5 - x_3) \\ 0 \\ -\cos(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ \frac{1}{V_m} \\ 0 \end{bmatrix} u + D \quad (13)$$

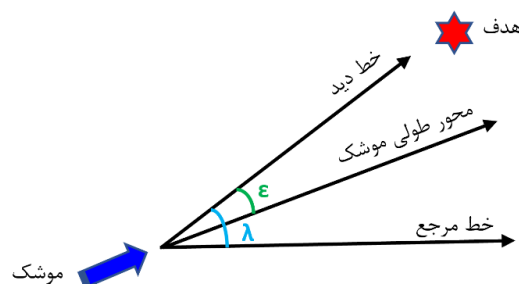
$$y = x_3$$

که $u = a_m$ ورودی و $y = \lambda$ خروجی سیستم می باشد. از آنجایی که در درگیری، اطلاع دقیقی از متغیرهایی مانند سرعت و شتاب هدف وجود ندارد، بنابراین جملاتی که شامل سرعت و شتاب هدف می باشد را به همراه جملات دارای مشتق سرعت موشک و هدف را می توان به عنوان نامعینی سیستم (D) در نظر گرفت که با توجه به روابط، مطابق زیر می باشد:

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{V}_t \cos(x_6 - x_3) - a_t \sin(x_6 - x_3) - \dot{V}_m \cos(x_5 - x_3) \\ 0 \\ \dot{V}_t \sin(x_6 - x_3) + a_t \cos(x_6 - x_3) - \dot{V}_m \sin(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ 0 \\ \frac{a_t}{V_t} \end{bmatrix} \quad (14)$$

۴- جستجوگر چسبیده به بدنه

در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، خروجی سر جستجوگر، زاویه محور جستجوگر با خط دید هدف از رهگیر می باشد و این زاویه باید صفر گردد تا برخورد صورت گیرد. به این زاویه، زاویه خطای ردیابی (ε) می گویند که در شکل ۴ نمایش داده شده است [۱۴]:



شکل ۴: چگونگی اندازه گیری خطای ردیابی توسط جستجوگر

زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحات سمت و فراز مطابق شکل ۵ است:

$$\begin{cases} x_i(k+1) = x_{i+1}(k) \\ \vdots \\ x_n(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases} \quad (22)$$

برای تخمین تابع $f(x(k))$ با اضافه کردن متغیر حالت $x_{n+1}(k) = f(x(k))$ به معادلات فضای حالت سیستم و با طراحی رویکرد توسعه یافته، می توان این تابع را تخمین زد.

فرضیه ۱: با ورودی کنترلی محدود u ، مقدار ثابت M_f مثبتی وجود دارد به طوری که x در رابطه (۲۲) محدود شده و رابطه زیر برقرار می شود [۱۶]:

$$|f(x(k))| \leq M_f \quad (23)$$

رویکرد خطی توسعه یافته زمان گسسته برای سیستم (۲۲) به صورت زیر نوشته می شود [۱۶]:

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = \hat{x}_{i+1}(k) + a_i \varepsilon^{n-i} \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n} \\ \vdots \\ \hat{x}_n(k+1) = \hat{x}_{n+1}(k) + a_n \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n} + g(x(k))u(k) \\ \hat{x}_{n+1}(k+1) = a_{n+1} \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^{n+1}} \\ \hat{y}(k) = \hat{x}_1(k) \end{cases} \quad (24)$$

که $\hat{x} = [\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{n+1}]^T \in R^{n+1}$ ، $i \in \{1, \dots, n-1\}$ متغیرهای حالت تخمین زده شده و ε متغیر بهره می باشد که مثبت فرض شده است و با تنظیم این متغیر می توان عملکرد رویکرد را بهبود بخشید. هم چنین $a_{n+1} \neq 0$ می باشد. در سیستم مورد نظر، فرض کرده ایم تابع $f(\cdot)$ نامعین می باشد و تنها کران بالای آن که در فرضیه ۱ از آن صحبت کردیم، مشخص می باشد.

خطای تخمین به صورت رابطه (۲۵) تعریف می شود:

$$e_i(k) = x_i(k) - \hat{x}_i(k) \quad 1 \leq i \leq n+1 \quad (25)$$

که $e = [e_1, \dots, e_{n+1}]^T$ می باشد.

در ادامه، عملکرد رویکرد و پایداری آن بررسی می شود.

قضیه: با توجه به سیستم و رویکرد طراحی شده اگر رابطه (۲۳) برقرار باشد، برای هر مقدار اولیه $x(k)$ و $\hat{x}(k)$ و $\varepsilon_0 > 0$ و $M_{\sigma}(\varepsilon) > 0$ ای وجود دارد به طوری که [۱۶]:

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0), \lim_{k \rightarrow \infty} \sup |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| &\rightarrow \infty \\ \forall \varepsilon \in [\varepsilon_0, \infty), \lim_{k \rightarrow \infty} \sup |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| &\leq \varepsilon^{n+1-i} M_{\sigma}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (26)$$

$1 \leq i \leq n+1$

اثبات: به منظور بررسی خطای بین $x_i(k)$ و $\hat{x}_i(k)$ ، تابع σ_i به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - L_{LB} \begin{bmatrix} p_s \\ q_s \\ r_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\varepsilon}_z \sin \varepsilon_y \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_z \cos \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (16)$$

با جایگذاری ماتریس L_{LB} در رابطه (۱۶)، رابطه (۱۷) حاصل می شود:

$$\begin{cases} \omega_x - (p_s \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z + q_s \cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z - r_s \sin \varepsilon_y) = -\dot{\varepsilon}_z \sin \varepsilon_y \\ \omega_y - (-p_s \sin \varepsilon_z + q_s \cos \varepsilon_z) = \dot{\varepsilon}_y \\ \omega_z - (p_s \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z + q_s \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z + r_s \cos \varepsilon_y) = \dot{\varepsilon}_z \cos \varepsilon_y \end{cases} \quad (17)$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \omega_y + p_s \sin \varepsilon_z - q_s \cos \varepsilon_z \\ \dot{\varepsilon}_z = \frac{\omega_z}{\cos \varepsilon_y} - r_s - (p_s \cos \varepsilon_z + q_s \sin \varepsilon_z) \tan \varepsilon_y \end{cases} \quad (18)$$

زوایای $\varepsilon_z, \varepsilon_y$ به دلیل وجود محدودیت در زاویه دید جستجوگر، زوایای کوچکی هستند. بنابراین، با تقریب های $\sin \varepsilon = 0$ و $\cos \varepsilon = 1$ رابطه (۱۸) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \omega_y - q_s + p_s \varepsilon_z \\ \dot{\varepsilon}_z = \omega_z - r_s - p_s \varepsilon_y \end{cases} \quad (19)$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_y = \omega_y = \dot{\varepsilon}_y + q_s - p_s \varepsilon_z \\ \dot{\lambda}_z = \omega_z = \dot{\varepsilon}_z + r_s + p_s \varepsilon_y \end{cases} \quad (20)$$

که ω_y و ω_z به ترتیب بیانگر نرخ چرخش خط دید در صفحه فراز و سمت در دستگاه LOS می باشند.

با انتگرال گیری از رابطه (۲۰)، زاویه خط دید در صفحه فراز و سمت به دست می آید [۱۵]:

$$\begin{cases} \lambda_y = \varepsilon_y + \int q_s dt - \int p_s \varepsilon_z dt \\ \lambda_z = \varepsilon_z + \int r_s dt + \int p_s \varepsilon_y dt \end{cases} \quad (21)$$

بنابراین با استفاده از دو رابطه (۲۰) و (۲۱)، زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید در دو صفحه فراز و سمت در دستگاه LOS به دست می آید.

۵- طراحی رویکرد

در این بخش، ابتدا ساختار رویکرد توسعه یافته زمان گسسته بررسی شده و پایداری آن اثبات می گردد. سپس رویکرد پیشنهادی با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید برای سیستم مورد نظر طراحی می گردد.

۵-۱- ساختار رویکرد توسعه یافته زمان گسسته

سیستم غیر خطی زمان گسسته ای به همراه نامعینی $f(x(k))$ که تابعی غیر خطی از حالت های سیستم است، مطابق زیر در نظر گرفته می شود:

$\sigma(k)$ برای پایداری BIBS رابطه (۲۹) می تواند به دست آید. بنابراین،
 $M'f > 0$ ای وجود دارد که رابطه ی (۳۴) برقرار شود:

$$\|\sigma(k)\|_{\infty} < M'f \quad (34)$$

هم چنین، با توجه به تعریف $\sigma(k)$ از رابطه ی (۲۷) می توان نوشت:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \leq \varepsilon^{n+1-i} M'_\sigma(\varepsilon) \quad (35)$$

حال به بررسی حالت $\varepsilon = \varepsilon_0$ می پردازیم. اگر این رابطه برقرار شود،
دینامیک خطای رویت سیستم پایدار مرزی می باشد. با توجه به محدودیت
 $M''_\sigma(\varepsilon)$ ، $x_{n+1}(k)$ ای وجود دارد به گونه ای که رابطه ی زیر برقرار
شود:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \leq \varepsilon^{n+1-i} M''_\sigma(\varepsilon) \quad (36)$$

بنابراین، با تعریف $M_\sigma(\varepsilon)$ به صورت:

$$M_\sigma(\varepsilon) = \max\{M'_\sigma(\varepsilon), M''_\sigma(\varepsilon)\} \quad (37)$$

فرض اثبات می شود [۱۶].

۲-۵- طراحی رویکرد حلقه هدایت

برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از زاویه خط دید به-
عنوان متغیر اندازه گیری شونده، می توان سیستم را با انجام تغییر متغیر به-
صورت زیر ساده کرد:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ f(t) + gu \end{bmatrix} \\ y = z_1 \end{cases} \quad (38)$$

که:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} \\ f(t) = \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_t \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ \quad - \frac{\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R} \end{cases} \quad (39)$$

برای طراحی رویکرد، ابتدا باید از رویت پذیری سیستم (۳۸) اطمینان
حاصل کرد. از آن جا که این سیستم سیستمی غیرخطی می باشد، بنابراین
رویت پذیری آن باید از طریق رویت پذیری سیستم های غیرخطی بررسی
شود.

قضیه: سیستم غیرخطی بدون ورودی به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$\sigma_i(k) = (x_i(k) - \hat{x}_i(k)) / \varepsilon^{n+1-i} \quad (27)$$

$$i \in \{1, \dots, n+1\}$$

با توجه به معادلات (۲۲) و (۲۴)، رابطه (۲۸) به دست می آید:

$$\begin{cases} \sigma_i(k+1) = -\frac{a_i}{\varepsilon} \sigma_1(k) + \frac{1}{\varepsilon} \sigma_{i+1}(k), i \in \{1, 2, \dots, n\} \\ \sigma_{n+1}(k+1) = -\frac{a_{n+1}}{\varepsilon} \sigma_1(k) + x_{n+1}(k+1) \end{cases} \quad (28)$$

رابطه (۲۸) را می توان به فرم زیر نوشت:

$$\sigma(k+1) = A\sigma(k) + Bx_{n+1}(k+1) \quad (29)$$

که:

$$A = \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_n & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_{n+1} & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

سپس، ماتریس $\tilde{A}$ طوری تعریف می شود که رابطه $\tilde{A} = \varepsilon A$ برقرار شود.
معادله مشخصه ماتریس $\tilde{A}$ تحت عنوان $D_{\tilde{A}}(\lambda)$ به صورت زیر نوشته
می شود:

$$D_{\tilde{A}}(\lambda) = \lambda^{n+1} + a_1 \lambda^n + \dots + a_n \lambda + a_{n+1} \quad (31)$$

با توجه به رابطه (۳۱) مقادیر ویژه ماتریس $\tilde{A}$ برابر $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}\}$
می باشد. بنابراین، با توجه به رابطه $\tilde{A} = \varepsilon A$ ، مقادیر ویژه ماتریس A نیز
برابر $\left\{\frac{\lambda_1}{\varepsilon}, \frac{\lambda_2}{\varepsilon}, \dots, \frac{\lambda_{n+1}}{\varepsilon}\right\}$ می باشد.

شعاع طیفی ماتریس A که با $r(A)$ نمایش داده می شود، مطابق رابطه
(۳۲) می باشد:

$$r(A) = \max \left\{ \frac{|\lambda_1|}{\varepsilon}, \frac{|\lambda_2|}{\varepsilon}, \dots, \frac{|\lambda_{n+1}|}{\varepsilon} \right\} \quad (32)$$

هم چنین برای ماتریس $\tilde{A}$ نیز می توان نوشت:

$$r(\tilde{A}) = \max \{|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_{n+1}|\} \quad (33)$$

سپس، ε_0 را به صورت $\varepsilon_0 = r(\tilde{A})$ تعریف می کنیم. با توجه به
رابطه ی (۳۳)، اگر $\varepsilon < \varepsilon_0$ باشد، بنابراین $r(A) > 1$ خواهد شد. این
بدین معنی است که تمامی مقادیر ویژه ماتریس A داخل دایره واحد قرار
نخواهند گرفت و $\sigma(k)$ واگرا خواهد بود. بنابراین، برای تضمین عملکرد
صحیح رویکرد توسعه یافته طراحی شده، لازم است $\varepsilon > \varepsilon_0$ باشد.

اگر مقادیر ویژه ماتریس A داخل دایره واحد باشند یعنی $\frac{|\lambda_i|}{\varepsilon} < 1$
باشد، سیستم (۲۹) پایدار مجانبی و پایدار BIBS^۱ خواهد بود. به دلیل محدود
بودن $x_{n+1}(k)$ به طوری که $|x_{n+1}(k)| < M'f$ باشد، محدودیت

¹ Bounded-Input-Bounded-State

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + a_1 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon} \\ \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + gu) + a_2 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^2} \\ \hat{z}_3(k) + a_3 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^3} \end{bmatrix} \\ \hat{y}(k) = \hat{z}_1(k) \end{cases}$$

با رویکرد طراحی شده، متغیرهای حالت سیستم شامل زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید ($z_1(k)$ و $z_2(k)$) و هم چنین نامعینی سیستم ($z_3(k)$) می توانند تخمین زده شوند.

۶- نتایج شبیه سازی

همان گونه که در بخش های قبل بررسی شد، معادلات کلی سیستم و رویکرد به صورت زیر می باشد:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 x_4^2 \\ x_4 \\ -2x_2 x_4 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(x_5 - x_3) \\ 0 \\ -\cos(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ \frac{1}{V_m} \\ 0 \end{bmatrix} u + D \\ y = x_3 \end{cases}$$

$$u = \frac{NV_c \hat{z}_2(k)}{\cos(x_5(k) - x_3(k))}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + a_1 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon} \\ \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + gu) + a_2 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^2} \\ \hat{z}_3(k) + a_3 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^3} \end{bmatrix} \\ \hat{y}(k) = \hat{z}_1(k) \end{cases}$$

در این بخش با استفاده از رویکرد طراحی شده، نتایج تخمین در شبیه سازی های دوبعدی و شش درجه آزادی بررسی می گردد.

۶-۱- نتایج شبیه سازی دو بعدی

در این بخش، شبیه سازی با استفاده از معادلات سینماتیک دوبعدی و با شرایط زیر صورت گرفته است و زاویه خط دید تنها خروجی قابل اندازه گیری می باشد. هم چنین، دینامیک حلقه کنترل معادل یک تابع تبدیل مرتبه اول در نظر گرفته شده است.

$$\psi_{nl} \begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (40)$$

تحقق فضای حالت بالا در یک همسایگی $U_0 \subset D$ شامل مبدا به - (۴۷)
طور محلی رویت پذیر است اگر [۱۷]:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \nabla h \\ \vdots \\ \nabla L_f^{n-1} h \end{bmatrix} = n \quad \forall x \in U_0 \quad (41)$$

با توجه به قضیه بیان شده برای بررسی رویت پذیری سیستم (۳۹)، در صورتی این سیستم رویت پذیر است که $\text{rank}(\{\nabla h, \nabla L_f h\}) = 2$ باشد. در این صورت با طرحی رویکرد، میتوان متغیرهای مورد نظر را تخمین زد. بنابراین:

$$\begin{cases} \nabla h = [1 \ 0] \\ \nabla L_f h = [0 \ 1] \end{cases} \quad (42)$$

در نتیجه $\text{rank}(\{[1 \ 0], [0 \ 1]\}) = 2$ است و سیستم (۳۸) رویت پذیر می باشد.

حال با استفاده از ساختار رویکرد توسعه یافته زمان گسسته ای که در بخش ۵-۱ معرفی شد، رویکرد با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید با فرض صفر بودن مشتق نامعینی طراحی خواهد شد. با توجه به این فرض، سیستم (۳۸) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2(t) \\ z_3(t) + gu \\ 0 \end{bmatrix} \\ y(t) = z_1(t) \end{cases} \quad (43)$$

طبق تعریف اصلی مشتق که برای سیستم های زمان پیوسته به صورت:

$$\frac{d}{dt} y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t} \quad (44)$$

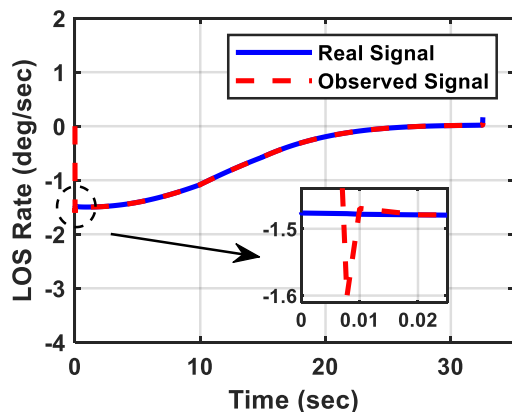
بیان می گردد، برای سیستم های زمان گسسته مطابق رابطه (۴۵) نوشته می شود:

$$\left. \frac{d}{dt} y \right|_t = kT = \frac{y((k+1)T) - y(kT)}{T} = \frac{y(k+1) - y(k)}{T} \quad (45)$$

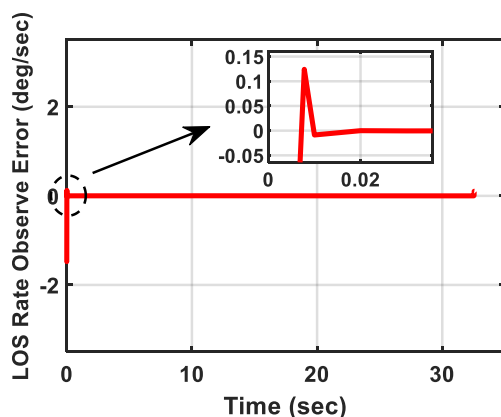
که T زمان نمونه برداری می باشد. بنابراین، مدل زمان گسسته سیستم (۴۳) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} z_1(k+1) \\ z_2(k+1) \\ z_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(k) + Tz_2(k) \\ z_2(k) + T(z_3(k) + gu) \\ z_3(k) \end{bmatrix} \\ y(k) = z_1(k) \end{cases} \quad (46)$$

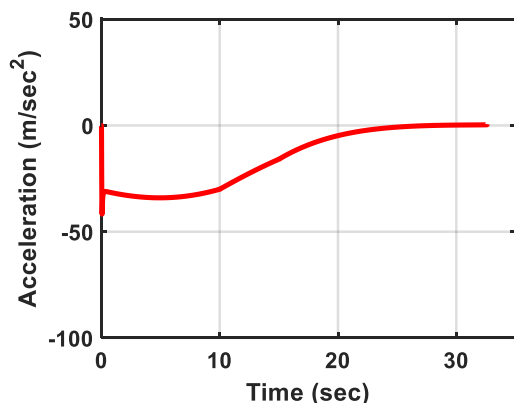
رویکرد پیشنهادی به ازای $n=2$ برای سیستم (۴۶) مطابق زیر نوشته می شود:



شکل ۷: تغییرات نرخ چرخش خط دید



شکل ۸: خطای تخمین نرخ چرخش خط دید



شکل ۹: شتاب جانبی اعمالی به موشک

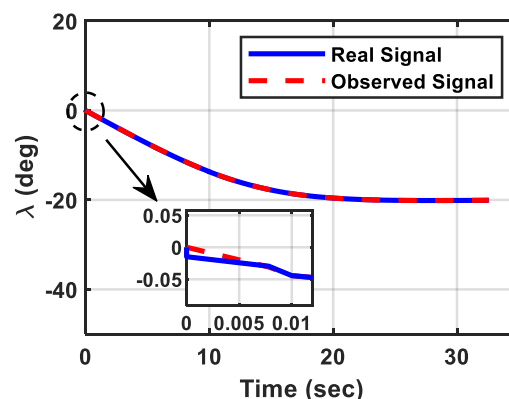
با توجه به شکل ۸، مشاهده می‌شود که خطای تخمین پس از گذشت ۰.۰۲ ثانیه صفر شده و رویکرد طراحی شده با دقت و سرعت بالایی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است. در صورتی که در اندازه‌گیری زاویه خط دید نیز اندازه‌گیری وجود داشته باشد، این نویز در نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده قابل مشاهده است. در شکل ۱۰، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور نویز با دو قدرت متفاوت رسم گردیده است (نویز از نوع سفید و با میانگین صفر می‌باشد).

همان‌گونه که در اثبات پایداری رویکرد بررسی شد، با توجه به مقادیر a_i ، مقدار ε باید به نحوی انتخاب شود که مقادیر ویژه ماتریس A داخل دایره واحد قرار بگیرند. در جدول ۱، شرایط شبیه‌سازی و مقادیر بهره‌های رویکرد مشخص شده است.

جدول ۱: شرایط شبیه‌سازی و بهره‌های تنظیم شده رویکرد

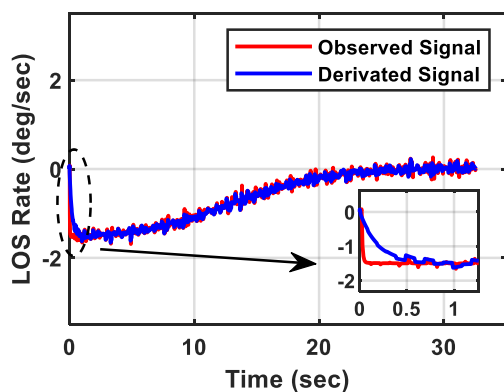
$\{0,0\}$	موقعیت اولیه موشک
$\{1000,0\}$	موقعیت اولیه هدف
۳۰۰ متر بر ثانیه	سرعت اولیه موشک
۴۰۰ متر بر ثانیه	بیشینه سرعت موشک
۴۰ متر بر ثانیه	سرعت هدف
۶۰ درجه	زاویه پرتاب موشک
۳۵ درجه	زاویه حرکت هدف
۰.۱۱ درجه بر مجذور ثانیه	کران بالای نامعینی
۰.۹۶	ε
۲	a_1
۱۰۰	a_2
۲.۵	a_3
۰.۰۱ ثانیه	T

شکل‌های ۶ و ۷ نشان‌دهنده تغییرات زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویکرد طراحی شده می‌باشند. پس از تخمین نرخ چرخش خط دید، از آن جهت محاسبه شتاب جانبی اعمالی به موشک توسط قانون هدایت ناوبری تناسبی حقیقی استفاده شده که در شکل ۹ رسم گردیده است.



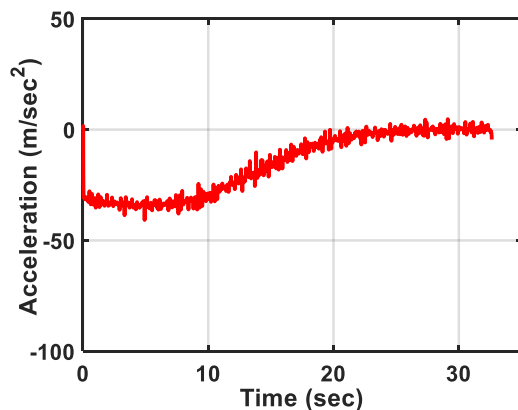
شکل ۱۰: تغییرات زاویه خط دید

و مجدداً عبور آن از فیلتر برای کاهش اثر نویز، نرخ چرخش خط دید حاصل می‌شود. کندتر بودن همگرایی سیگنال در این حالت در مقایسه با سیگنال تخمین به دلیل استفاده از فیلتر پایین گذر قبل و بعد از فرآیند مشتق‌گیری می‌باشد.



شکل ۱۰: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور نویز اندازه‌گیری
شکل ۱۱: مقایسه روش مشتق‌گیری و تخمین برای به‌دست آوردن نرخ چرخش خط دید

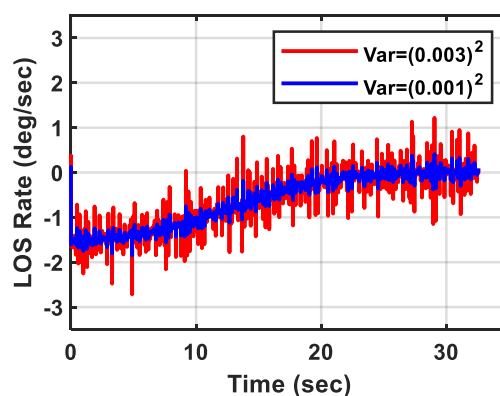
شکل ۱۲: نشان دهنده شتاب اعمالی به موشک بوده که با تخمین نرخ چرخش خط دید فیلتر شده محاسبه شده است.



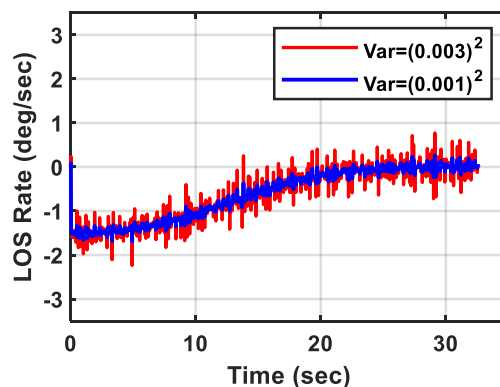
شکل ۱۳: شتاب جانبی محاسبه شده توسط نرخ چرخش خط دید آغشته به نویز
($Var = (0.001)^2$)

استفاده از فیلتر پایین گذر برای مقابله با اثر نویز موجب کاهش پهنای باند رویکرد خواهد شد. پهنای باند رویکرد با در نظر گرفتن فیلتر پایین گذر موجود به صورت تقریبی برابر ۲۵ هرتز به دست می‌آید که در شکل ۱۵ نشان داده شده است ($f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.04} = 25Hz$). اما در صورت عدم استفاده از فیلتر، این عدد به ۳۳ هرتز خواهد رسید.

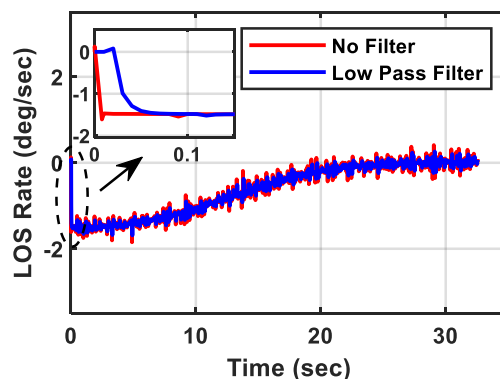
بنابراین، به طور تقریبی می‌توان گفت در صورتی که پهنای باند حلقه هدایت ۲.۵ هرتز و یا کمتر باشد، رویکرد طراحی شده قابل استفاده است.



شکل ۱۴: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین گذر
شکل ۱۵: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین گذر

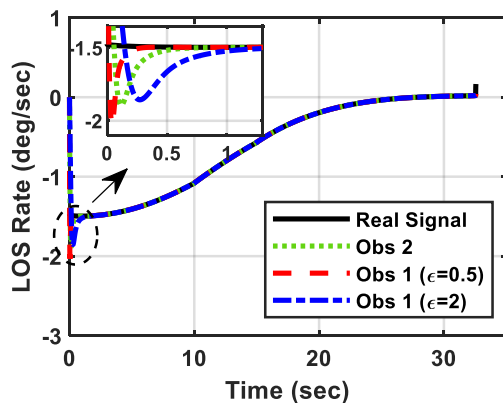


شکل ۱۶: تاثیر فیلتر بر سیگنال تخمین نویز آلود

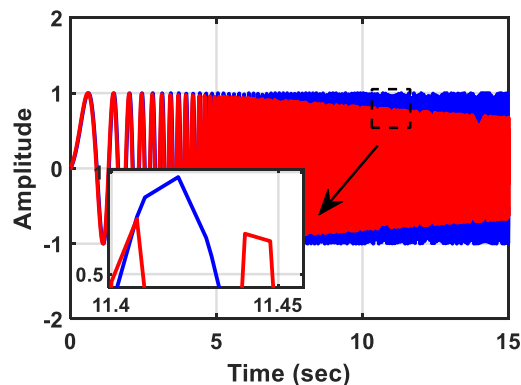


شکل ۱۸: منحنی قرمز رنگ نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری بوده که در آن زاویه خط دید که سیگنالی نویز آلود می‌باشد از یک فیلتر پایین گذر عبور داده شده و سپس با مشتق‌گیری از آن

در حالت دیگر، در صورتی که مقدار ε بزرگتر از ۱ باشد، ضریب $y(k) - \hat{z}(k)$ عددی کوچکتر از مقدار L_i شده و همگرایی سیگنال تخمین زده شده به سیگنال حقیقی نسبت به رویکرد (۴۹) دیرتر رخ می دهد.



شکل ۱۶: مقایسه عملکرد دو رویکرد با تغییر پارامتر ε



شکل ۱۵: محاسبه تقریبی پهنای باند رویکرد

- بررسی تاثیر ε در عملکرد رویکرد

نوع دیگری از رویکرد خطی زمان گسسته به فرم رابطه (۴۹) وجود دارد که تفاوت آن با رویکرد رابطه (۴۷) نداشتن پارامتر ε است. برای مقایسه عملکرد این دو رویکرد در تخمین نرخ چرخش خط دید در شرایطی که مقادیر L_i و a_i برابر انتخاب شده اند، با تغییر مقدار ε و مشاهده تغییر رفتار رویکرد، تاثیر این پارامتر در عملکرد رویکرد مشاهده می گردد.

۶-۲- نتایج شبیه سازی شش درجه آزادی

در این بخش نتایج شبیه سازی رویکرد در نرم افزار شش درجه آزادی ارائه شده است. به دلیل مشابه بودن عملکرد رویکرد در صفحات سمت و فراز، نتایج تخمین فقط در صفحه فراز ارائه شده است. هم چنین نتایج از ابتدای فاز نهایی پرواز موشک ارائه می شود.

جدول ۳ نشان دهنده شرایط شبیه سازی و مقادیر بهره های رویکرد می باشد.

جدول ۳: شرایط شبیه سازی و بهره های تنظیم شده رویکرد

$\{1,0\}$	موقعیت اولیه موشک
$\{1000,0\}$	موقعیت اولیه هدف
۰	سرعت اولیه موشک
۴۵۰ متر بر ثانیه	بیشینه سرعت موشک
۰	سرعت هدف
۰.۱۲ درجه بر مجذور ثانیه	کران بالای نامعینی
۱۸	ε
۱.۹	a_1
۴۶	a_2
۴	a_3
۰.۰۱ ثانیه	T

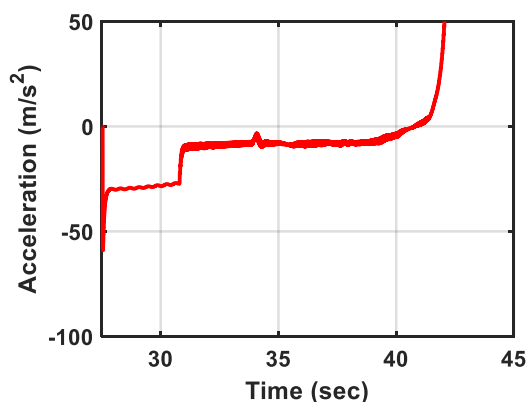
در شکل ۱۷ منحنی تغییرات زاویه خط دید و در شکل ۱۸ تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز در صفحه فراز رسم شده اند. در این بخش به منظور به دست آوردن نرخ چرخش خط دید در حالت ایده آل برای

$$\begin{cases} \hat{z}_1(k+1) = \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + L_1(y(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \hat{z}_2(k+1) = \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + g u) + L_2(y(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \hat{z}_3(k+1) = \hat{z}_3(k) + L_3(y(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \hat{y}(k) = \hat{z}_1(k) \end{cases} \quad (49)$$

جدول ۲: بهره های تنظیم شده رویکردها

۰.۵	$L_1 = a_1$
۱۰	$L_2 = a_2$
۵۰	$L_3 = a_3$
۰.۰۱ ثانیه	T

با توجه به شکل ۱۶، مشاهده می شود در صورتی که مقدار ε کوچکتر از ۱ باشد، ضریب $y(k) - \hat{z}(k)$ عددی بزرگتر از مقدار L_i شده و در این صورت خطای تخمین در مقایسه با خطای تخمین رویکرد رابطه (۴۹) زودتر به مقدار صفر می رسد.



شکل ۱۹: شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت در صفحه فراز

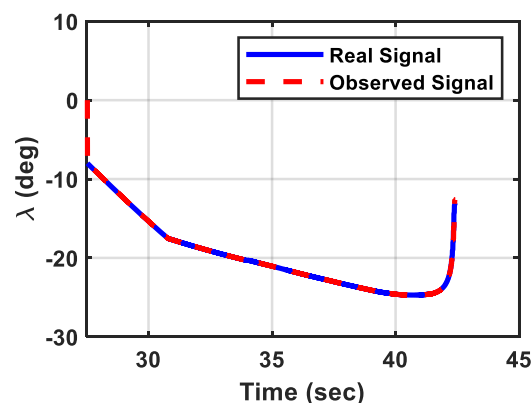
۷- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله، رویکرد زمان گسسته توسعه یافته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسبیده به بدنه طراحی شد. برای پیاده‌سازی قوانین هدایت ناوبری تناسبی، یکی از متغیرهای مورد نیاز، نرخ چرخش خط دید است که برای اندازه‌گیری این متغیر، معمولاً به جستجوگرهای طوقه‌دار نیاز است. در صورت استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه، متغیر نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری و یا تخمین بدست آید که بدلیل نویز آلود بودن سیگنال‌های اندازه‌گیری شده توسط جستجوگرها، مشتق گرفتن از زاویه خط دید مطلوب نبوده و نیازمند فیلترهای پایین‌گذری می‌باشند که منجر به تاخیر در حلقه هدایت می‌شود. بنابراین تخمین متغیر نرخ چرخش خط دید به جای مشتق‌گیری از زاویه خط دید، کارآمدتر است. در این مقاله، از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده گردید و پایداری رویکرد طراحی‌شده نیز اثبات شد. به دلیل زمان‌گسسته بودن رویکرد، پیاده‌سازی آن در پردازنده نسبت به رویکردهای زمان پیوسته آسان‌تر می‌باشد. حال آنکه رویکردهای زمان پیوسته پس از گسسته‌سازی نیاز به تنظیم مجدد بهره‌ها دارند. نتایج شبیه‌سازی که در حالت دو بعدی و شش درجه آزادی انجام شدند، نشان می‌دهد که تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویکرد پیشنهادی به خوبی انجام شده است و نسبت به روش مرسوم که شامل مشتق‌گیری و فیلتر کردن برای محاسبه نرخ چرخش خط دید می‌باشد، عملکرد بهتری دارد. محدودیت رویکرد پیشنهاد شده این است که به طور مستقل قادر به حذف نویز اندازه‌گیری نبوده و برای کاهش اثر نویز در سیگنال تخمین زده شده لازم است از فیلتر پایین‌گذر استفاده شود.

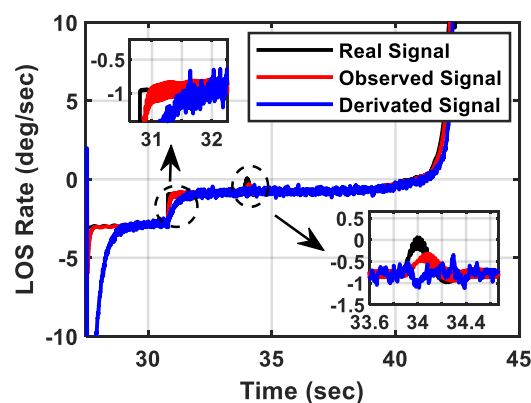
مراجع

- [1] Moosapour, S. H. "Tree-Dimensional Air to Surface Missile Guidance based on nonlinear model", M.S, Thesis, pp: 34-37, 2012.

به دست آوردن سیگنالی مرجع جهت انجام مقایسه سیگنال تخمین زده شده با آن، از زوایای خروجی جستجوگر در حالت ایده‌آل که فاقد نویز می‌باشد مشتق گرفته شده و با جایگذاری در رابطه (۲۰)، این متغیر به دست می‌آید. در منحنی قرمز رنگ که نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری است، با جایگذاری زوایای خروجی جستجوگر در رابطه (۲۱) زاویه خط دید در صفحه فراز به دست می‌آید. سپس با عبور آن از یک فیلتر پایین‌گذر (به دلیل نویز آلود بودن این سیگنال) و سپس مشتق‌گیری از آن می‌توان به نرخ چرخش خط دید دست یافت. نرخ چرخش خط دید تخمین زده نیز با استفاده از زاویه خط دید به عنوان ورودی رویکرد و عبور از فیلتر پایین‌گذر حاصل می‌شود.



شکل ۱۷: تغییرات زاویه خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری



شکل ۱۸: تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری

با توجه به نتایج، مشاهده می‌شود که رویکرد با دقت خوبی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است و نسبت به روش مشتق‌گیری عملکرد بهتر و سرعت بالاتری دارد. همان‌طور که در بخش قبل نیز گفته شد، کند بودن همگرایی سیگنال در روش مشتق‌گیری به دلیل استفاده از دو فیلتر پایین‌گذر برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید از سیگنال نویز آلود می‌باشد.

شکل ۱۹ نشان دهنده شتاب محاسبه شده با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در صفحه فراز می‌باشد.

- [۱۴] بهنام گل. وحید، "بهبود عملکرد سیستم هدایت با ارائه الگوریتم‌های نوینی در کنترل مد لغزشی"، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اسفند ۱۳۹۴.
- [15] Bertil, E. "Tracking Filters and Models for Seeker Applications." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 37, No. 3, pp: 965-977, 2001.
- [16] Huang, Yuan, et al. "Performance assessment of discrete-time extended state observers: Theoretical and experimental results." IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, pp: 2256-2268, 2017.
- [17] H. J. MARQUEZ, "Nonlinear Control Systems", John Wiley & Sons, Inc. 2003.
- [2] Özkan, Bülent, and Altuğ Uçar. "Comparison of the strapdown and gimbaled seekers utilized in aerial applications." Infrared Technology and Applications XXXVIII. Vol. 8353. International Society for Optics and Photonics, 2012.
- [3] Liu, YongShan, Li Song, and JingLong Li. "Extraction and Filter Algorithm of Guidance Information for Full-strapdown Seeker on Rotation Missile." MATEC Web of Conferences. Vol. 214. EDP Sciences, 2018.
- [4] Hong, Ju-Hyeon, et al. "Study on Parasite Effect with Strapdown Seeker in Consideration of Time Delay." Journal of Guidance, Control, and Dynamics, pp: 1383-1392, 2019.
- [5] Xu, Zheng, et al. "A Novel LOS Rate Estimation Method Based on Images for Strap-down Inertial Guidance." Journal of Physics: Conference Series. Vol. 1570. No. 1. IOP Publishing, 2020.
- [۶] خاکی صدیق. علی، "سیستم‌های کنترل خطی"، انتشارات دانشگاه پیام نور، مهرماه ۱۳۸۱.
- [7] Shao, Xingling, et al. "High-order ESO based output feedback dynamic surface control for quadrotors under position constraints and uncertainties." Aerospace Science and Technology, pp: 288-298, 2019.
- [8] Guo, Jishu, Junmei Guo, and Zhongjun Xiao. "Robust tracking control for two classes of variable stiffness actuators based on linear extended state observer with estimation error compensation." International Journal of Advanced Robotic Systems, 2020.
- [9] Li, Zongxuan, Ronghui Li, and Renxiang Bu. "Path following of under-actuated ships based on model predictive control with state observer." Journal of Marine Science and Technology, pp: 408-418, 2021.
- [10] Shi, Wanfa, Kun Liu, and Wenpeng Zhao. "Active Vibration Isolation of a Maglev Inertially Stabilized Platform Based on an Improved Linear Extended State Observer." IEEE Access, pp: 743-751, 2020.
- [11] Ma, Youjie, et al. "Analysis and control of wind power grid integration based on a permanent magnet synchronous generator using a fuzzy logic system with linear extended state observer." Energies, 2019.
- [12] Arcak, Murat, and Dragan Nešić. "A framework for nonlinear sampled-data observer design via approximate discrete-time models and emulation." Automatica, Vol. 40, No. 11, pp. 1931-1938, 2004.
- [۱۳] ازگلی. سجاد، عاروان. محمدرضا، "مدل‌سازی و شبیه‌سازی سامانه‌های متحرک"، انتشارات یامهدی (عج)، تابستان ۱۳۸۹.