



# مجله کنترل

ISSN (print) 2008-8345  
ISSN (online) 2538-3752



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
90<sup>th</sup> Anniversary  
K.N. TOOSI UNIVERSITY  
OF TECHNOLOGY FOUNDATION  
نوبال افتخار  
۱۳۰۷

نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
جلد ۱۲، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷

## فهرست مقالات

- ۱ محاسبه ماتریس تداخل برای سیستم‌های چند متغیره غیرخطی با استفاده از الگوریتم ساختار صفر نامحدود  
زینب اصلی پور، علیرضا فاتحی
- ۱۳ حل زیربینه بازی های گرافی دیفرانسیلی غیر خطی با استفاده از برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه  
مجید مازوچی، محمد باقر نقیبه سیستانی، سید کمال حسینی ثانی
- ۲۷ طراحی یک کنترل کننده ردیاب فیدبک خروجی برای بازوهای متحرک با استفاده از یک تکنیک مقاوم تطبیقی عصبی  
نوشین پورواعظ اصفهانی، خوشنام شجاعی
- ۴۱ طراحی کنترل کننده تصادفی ناهماهنگ برای کلاس خاصی از سیستم های پرش مارکوف خطی  
مونا فرجی نیری، محمدرضا جاهد مطلق
- ۵۳ کاهش تعداد عناصر کلیدزنی در واحد اینورتر درایو کنترل سرعت پیشنهادی موتور القایی قفس سنجابی دو سیم پیچه  
حجت مویدی راد، محمدعلی شمسی نژاد
- ۶۷ ردیابی توان بیشینه سیستم‌های فتوولتائیک با استفاده از الگوریتم رسانایی افزایشی اصلاح شده و کنترل کننده پیش‌بین  
احمد دهقان‌زاده، غلامرضا فراهانی، محسن معبودی



## مجله کنترل

ISSN (print) 2008-8345

ISSN (online) 2538-3752



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی

خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۱۲، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷

پست الکترونیک: [control@isice.ir](mailto:control@isice.ir)

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیک: [sedigh@kntu.ac.ir](mailto:sedigh@kntu.ac.ir)

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی.

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی - تلفن ۸۴۰۶۲۴۰۳ - پست الکترونیک [aliyari@kntu.ac.ir](mailto:aliyari@kntu.ac.ir)

### هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزیا (استاد) - پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد) - پروفسور علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

### هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسرووری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریش، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا، دکتر فائزه فریور، دکتر موسی آیتی، دکتر محمد منثوری، دکتر رمضان هاونگی، دکتر امین رضانی، دکتر عبدالرسول قاسمی، پروفسور محمد فرخی، دکتر یزدان باتمانی.

مدیر سایت: مهندس نسیم فراهانی

صفحه آرا: مهندس کیان خالوزاده

فهرست مقالات

- ۱ محاسبه ماتریس تداخل برای سیستم‌های چند متغیره غیر خطی با استفاده از الگوریتم ساختار صفر نامحدود  
زینب اصلی پور، علیرضا فاتحی
- ۱۳ حل زیربینه بازی های گرافی دیفرانسیلی غیر خطی با استفاده از برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه  
مجید مازوچی، محمد باقر نقیبه سیستانی، سید کمال حسینی ثانی
- ۲۷ طراحی یک کنترل کننده ردیاب فیدبک خروجی برای بازوهای متحرک با استفاده از یک تکنیک مقاوم تطبیقی عصبی  
نوشین پورواعظ اصفهانی، خوشنام شجاعی
- ۴۱ طراحی کنترل کننده تصادفی ناهماهنگ برای کلاس خاصی از سیستم های پرش مارکوف خطی  
مونا فرجی نیری، محمدرضا جاهد مطلق
- ۵۳ کاهش تعداد عناصر کلیدزنی در واحد اینورتر درایو کنترل سرعت پیشنهادی موتور القایی قفس سنجابی دو سیم پیچه  
حجت مویدی راد، محمدعلی شمسی نژاد
- ۶۷ ردیابی توان بیشینه سیستم‌های فتوولتائیک با استفاده از الگوریتم رسانایی افزایشی اصلاح شده و کنترل کننده پیش‌بین  
احمد دهقان‌زاده، غلامرضا فراهانی، محسن معبودی

**مجله کنترل**، مجله‌ای علمی - پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- ۱) مدل‌سازی، شناسایی، شبیه‌سازی، پیش‌بینی، بهینه‌سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
- ۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
- ۳) مکاترونیک و رباتیک.
- ۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- ۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص عیب، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی، تشخیص و جبران عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت، کنترل مدل چندگانه.

کاربردهای مورد علاقه مجله "کنترل"، وسیع بوده و می‌تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- ۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
- ۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- ۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- ۴) انرژی‌های تجدیدپذیر.
- ۵) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- ۶) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
- ۷) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه‌های صنعتی.
- ۸) مهندسی پزشکی، مهندسی زیستی و سامانه‌های زیستی.
- ۹) نانو کنترل.
- ۱۰) پردازش داده.
- ۱۱) مهندسی خودرو.
- ۱۲) سیستم‌های حمل و نقل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه‌های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می‌آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله [www.joc-isice.ir](http://www.joc-isice.ir) ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می‌توانید به سایت مجله مراجعه نمایید.

## شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت ۱۲ B Zar و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

## آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پست الکترونیک (email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

## چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

## تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

## مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

## مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

## کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

## واحد‌ها

کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

## طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۱۰۱۰۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

## فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس [www.joc-isice.ir](http://www.joc-isice.ir) مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

## حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

## محاسبه ماتریس تداخل برای سیستم‌های چند متغیره غیر خطی با استفاده از الگوریتم ساختار صفر نامحدود

زینب اصلی پور<sup>۱</sup>، علیرضا فاتحی<sup>۲</sup>

گروه پژوهشی اتوماسیون و کنترل پیشرفته فرایندها (ایپک)، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
<sup>۱</sup> z.aslipour@sbu.ac.ir ، <sup>۲</sup> fatehi@kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۲۲ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۴/۲۲ پذیرش: ۱۳۹۶/۹/۱۹

**چکیده:** ماتریس تداخل نقش مهمی در زمینه کنترل سیستم‌های خطی و غیرخطی چندمتغیره دارد. در این مقاله، روشی برای بدست آوردن این ماتریس برای یک سیستم چندمتغیره غیرخطی پیشنهاد شده است. الگوریتم قبلی موجود در این زمینه فقط برای سیستم‌های مربعی مناسب است و علاوه بر آن همیشه تعیین ماتریس تداخل را برای این سیستم‌ها تضمین نمی‌کند. روش ارائه شده در این مقاله، الگوریتم بالا را بسط می‌دهد به گونه‌ای که کاستی‌های آن برطرف می‌گردد. الگوریتم پیشنهادی بر اساس تعیین ساختار صفرهای انتقال نامحدود سیستم غیرخطی عمل می‌کند و با در نظر گرفتن این صفرها ساختار ماتریس تداخل را بدست می‌آورد. در انتها، کارایی الگوریتم پیشنهادی با ذکر چند مثال مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

**کلمات کلیدی:** سیستم غیرخطی، چند ورودی-چند خروجی، ماتریس تداخل، ساختار صفر نامحدود.

## Calculation of Interactor Matrix for Nonlinear Multivariable Systems via Infinite Zero Structure Algorithm

Zeinab Aslipour, Alireza Fatehi

**Abstract:** An interactor matrix plays an important role in the multivariable linear and nonlinear control systems theory. This paper proposes a method to obtain the interactor matrix for nonlinear multivariable systems. The only existing algorithm works only on square systems; moreover, it cannot guarantee providing the interactor matrix for these systems. The proposed method of this paper improves the above algorithm so that both mentioned defects are solved. The modified algorithm uses the infinite zeros structure for the nonlinear system and then it obtains the structure of interactor matrix. The effectiveness of the introduced method has been shown using various examples.

**Keywords:** Nonlinear System, Multi-Input Multi-Output, Interactor Matrix, Infinite Zeros Structure.

ورودی-تک خروجی<sup>۱</sup> به سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی<sup>۲</sup> می‌باشد. این ماتریس برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی برای اولین بار توسط Wolovich و Falb در ۱۹۷۶ مطرح شد که در ارتباط مستقیم با مفهوم تأخیر می‌باشد [۱]. برای سیستم‌های زمان پیوسته، تأخیر به عنوان زمان موردنیاز برای اینکه تغییر در ورودی یک سیستم منجر به

### ۱- مقدمه

در کنترل سیستم‌های چندمتغیره، وجود تأخیرهای متفاوت بین ورودی و خروجی‌های مختلف کار تحلیل و طراحی را پیچیده می‌کند. برای رفع این مشکل، مفهومی به نام ماتریس تداخل تعریف می‌شود. ماتریس تداخل در حالت گسسته تعمیم جمله تأخیر از سیستم‌های تک

<sup>۱</sup> Single Input-Single Output (SISO)

<sup>۲</sup> Multi Input-Multi Output (MIMO)

مارکوف فرآیند در حالت حلقه باز و حلقه بسته یکی است و می‌توان ماتریس تداخل سیستم حلقه باز را از روی داده‌های حلقه بسته بدست آورد.

یکی از روش‌های ارائه شده برای محاسبه ماتریس تداخل در سیستم‌های غیرخطی آن است که سیستم غیرخطی موجود حول یک نقطه کار مشخص خطی شده و سپس ماتریس تداخل خطی با استفاده از الگوریتم‌های معرفی شده بدست آید [۷, ۱۸]. در [۱۹] الگوریتمی غیرخطی جهت بدست آوردن ماتریس تداخل برای یک سیستم غیرخطی در تمامی نقاط کاری سیستم ارائه شده است. البته این الگوریتم برای بخشی از سیستم‌های غیرخطی قابل پیاده‌سازی نیست، که در بخش ۳-۱-۱ به جزئیات آن پرداخته خواهد شد.

در این مقاله، سعی شده است که برای سیستم‌های غیرخطی چند ورودی-چند خروجی که به صورت مربعی یا غیرمربعی هستند ماتریس تداخل خطی بدست آید. روند محاسبه ماتریس تداخل یک روند غیرخطی است، یعنی مشابه روش‌های موجود در برخی مقالات از خطی-سازی سیستم غیرخطی حول یک نقطه کار و تابع تبدیل سیستم برای تعیین ماتریس تداخل استفاده نمی‌کند. مشابه [۱۹] ابتدا کلاسی از سیستم‌های غیرخطی چند ورودی-چند خروجی به صورت افاین<sup>۱</sup> در نظر گرفته می‌شود و سپس با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، ماتریس تداخل خطی تعیین می‌گردد. الگوریتم پیشنهادی اصلاح یافته، الگوریتم ارائه شده در [۱۹] است اما برای تمامی سیستم‌های غیرخطی افاین می‌تواند ماتریس تداخل را ارائه دهد. این ماتریس تداخل ویژگی‌های اصلی تعریف این مفهوم را داراست که می‌توان با خطی‌سازی سیستم غیرخطی حول یک نقطه کار مشخص این ویژگی‌ها را تحقیق کرده و صحت روابط را نشان داد.

این مقاله در ادامه به صورت زیر سازمان‌دهی شده است. در بخش ۲، تعریف ماتریس تداخل برای یک سیستم خطی و غیرخطی آورده می‌شود. بخش ۳، الگوریتم موجود برای تعیین ساختار ماتریس تداخل یک سیستم غیرخطی را بررسی کرده و با ذکر چند مثال محدودیت‌های موجود در این روش را بیان می‌کند و سپس الگوریتم ساختار صفر نامحدود در این بخش ارائه می‌شود. در بخش ۴، الگوریتم پیشنهادی در این مقاله برای تعیین ساختار ماتریس تداخل بیان شده و کارایی این الگوریتم در جهت رفع کاستی‌های روش بخش ۳، با ذکر چند مثال و هم‌چنین در نظر گرفتن سیستم PH به عنوان یک سیستم واقعی نشان داده می‌شود. جمع‌بندی پژوهش در بخش ۵ ارائه می‌گردد.

تغییر در خروجی آن شود، تعریف می‌شود که برابر اولین زمان غیرصفر شدن پاسخ ضربه است. در سیستم‌های گسسته می‌توان گفت که تأخیر برابر تعداد صفرهای نامحدود است [۲].

در سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی، دو تعریف برای تأخیر می‌توان در نظر گرفت. تعریف اول که تأخیر عنصر نام دارد، تأخیر اثرگذاری یک ورودی بر روی یک خروجی مشخص را بیان می‌کند. این تعریف معادل با مفهوم صفرهای عنصر در بی‌نهایت است. اما تعریف دوم بر اساس صفرهای انتقال در بی‌نهایت ارائه می‌شود. در این تعریف، تأخیر بر حسب یک ماتریس ناویژه بیان می‌گردد که شامل کمترین تعداد ضرایب پاسخ ضربه سیستم یا همان پارامترهای مارکوف است. این ماتریس، ماتریس تداخل نامیده می‌شود و در زمینه‌های مختلفی کاربرد دارد. یکی از کاربردهای ماتریس تداخل، طراحی کنترل‌کننده حداقل واریانس برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی می‌باشد. در [۳]، سیگنال کنترل جهت طراحی این کنترل‌کننده با در نظر گرفتن ماتریس تداخل قطری برای سیستم چند ورودی-چند خروجی بدست آمده است. علاوه بر این می‌توان با استفاده از مرتبه این ماتریس بدون نیاز به محاسبه کامل ماتریس تداخل، حد بالا و پایینی برای شاخص حداقل واریانس محاسبه کرد [۴]. می‌توان از این ماتریس در طراحی کنترل‌کننده تطبیقی سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی نیز استفاده کرد [۵]. در بحث کنترل تطبیقی مدل مرجع، اطلاع داشتن از ماتریس تداخل سیستم برای انتخاب مدل مرجع نیاز است زیرا مدل مرجع باید همان ماتریس تداخل را داشته باشد [۶, ۷]. هم‌چنین در [۸] از این ماتریس برای طراحی کنترل‌کننده فیدبک حالت با معیار  $H_{\infty}$  استفاده شده است.

برای تعیین ماتریس تداخل در سیستم‌های خطی الگوریتم‌های زیادی ارائه شده است. در [۹] الگوریتمی معرفی شده است که در آن با استفاده از یک توصیف ماتریسی چپ از تابع تبدیل سیستم، ماتریس تداخل بدست می‌آید. در [۱۰] از پارامترهای مارکوف برای تعیین ماتریس تداخل استفاده شده است. این پارامترها به طور مستقیم از تابع تبدیل سیستم و یا داده‌های ورودی-خروجی سیستم چند ورودی-چند خروجی قابل محاسبه می‌باشند. در [۱۱] روشی برای بدست آوردن این پارامترها در سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی، معرفی شده است که از الگوریتم حداقل مربعات برای تخمین پارامترهای مارکوف و محاسبه ماتریس تداخل بر حسب مدلی شامل خروجی‌های حال، گذشته و ورودی‌های گذشته، استفاده می‌کند. در مراجع [۱۲-۱۴] نیز روش‌های دیگری برای محاسبه ماتریس تداخل با استفاده از معکوس مجازی تابع تبدیل سیستم برای سیستم‌های مربعی و غیرمربعی آورده شده است. در [۱۵, ۱۶] نیز با در نظر گرفتن فرض‌هایی روی تابع تبدیل سیستم، ماتریس تداخل محاسبه گردیده است. بعد از یافتن ساختار مناسب برای ماتریس تداخل، می‌توان با استفاده از روشی که در [۱۷] ارائه شده است به شناسایی پارامترهای مجهول این ماتریس هم‌زمان با پارامترهای سیستم پرداخت. در [۲] نشان داده شده است که ترکیب خطی پارامترهای

<sup>۱</sup> - affine



## ۲- ماتریس تداخل

## ۲-۱ ماتریس تداخل سیستم خطی

$$\mathbf{D}(z) = \mathbf{H}(z) \text{diag} [z^{f_1}, z^{f_2}, \dots, z^{f_p}]$$

$$\mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \varphi_{21}(z) & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{p1}(z) & \varphi_{p2}(z) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

که  $\varphi_{ij}(z)$  عناصر قابل قسمت به  $z$  و یا صفر است.  $f_1$  تا  $f_p$  مرتبه صفرهای انتقال نامحدود سیستم است، که رابطه زیر بین آن‌ها برقرار است:

$$f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_p \quad (6)$$

در این صورت یک ماتریس غیر یکتا و دو سره به نام  $\mathbf{B}(z)$  برای سیستم می‌توان تعریف کرد به گونه‌ای که:

$$\mathbf{G}(z) = [\mathbf{D}^{-1}(z), 0] \mathbf{B}(z) \quad (7)$$

مشاهده می‌شود که تابع تبدیل سیستم با معکوس ماتریس تداخل و یک ماتریس دوسره بیان شده است. از آنجایی که ماتریس دوسره هیچ قطب یا صفر نامحدودی ندارد، یعنی هم خودش و هم معکوش سره است، بنابراین ساختار بی‌نهایت تابع تبدیل سیستم یعنی  $\mathbf{G}(z)$  همان ساختار بی‌نهایت معکوس ماتریس تداخل می‌باشد و می‌توان گفت که بزرگترین مرتبه هر چندجمله‌ای ماتریس تداخل برابر با بزرگترین مرتبه صفر بی‌نهایت تابع تبدیل سیستم است. بنابراین مرتبه عناصر قطری این ماتریس برابر با مرتبه صفرهای انتقال نامحدود سیستم می‌باشد.

## ۲-۲ ماتریس تداخل سیستم غیر خطی

معادلات فضای حالت یک سیستم غیرخطی  $m$  ورودی- $m$  خروجی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن  $\mathbf{x} \in R^n$  و  $\mathbf{u}, \mathbf{y} \in R^m$  و  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in R^n$ ،  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \in R^{n \times m}$  و  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \in R^m$  می‌باشند. برای این سیستم، می‌توان یک ماتریس تداخل به فرم رابطه (۹) تعریف کرد. ماتریس تداخل معرفی شده  $m \times m$  بوده و مرتبه آن  $d$  است [۱۶]:

$$\mathbf{N}(v) = \mathbf{N}_d v^d + \mathbf{N}_{d-1} v^{d-1} + \dots + \mathbf{N}_0 \quad (9)$$

که در آن  $v$  اپراتور مشتق‌گیری است. در صورت ضرب کردن ماتریس تداخل در خروجی سیستم داریم:

$$\mathbf{N}(v) \mathbf{y} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \Lambda(\mathbf{x}) \mathbf{u} \quad (10)$$

برای هر ماتریس تابع تبدیل گسسته در زمان، چندجمله‌ای گویا و سره  $\mathbf{G}$  با ابعاد  $m \times p$  ( $p \geq m$ )، یک ماتریس  $p \times p$  پایین مثلثی ناویژه یکتا چپ  $\mathbf{D}$  به نام ماتریس تداخل وجود دارد به گونه‌ای که دو شرط زیر در مورد آن صادق است [۲]:

$$\begin{cases} i) |\mathbf{D}(z)| = z^r \\ ii) \lim_{z^{-1} \rightarrow 0} \mathbf{D}(z) \mathbf{G}(z) = \lim_{z^{-1} \rightarrow 0} \mathbf{G}(z) = \mathbf{K} \end{cases} \quad (1)$$

که  $r$  تعداد صفرهای نامحدود  $\mathbf{G}$ ،  $\mathbf{K}$  یک ماتریس ثابت و رتبه کامل<sup>۲</sup> است که معادل بهره فرکانس بالای سیستم  $\mathbf{D}(z) \mathbf{G}(z)$  است و  $\mathbf{G}$  تابع تبدیل بدون تأخیر ماتریس  $\mathbf{G}$  است که فقط شامل صفرهای محدود می‌باشد. برای سیستم‌های پیوسته در زمان نیز مشابه سیستم‌های گسسته در زمان ماتریس تداخل تعریف می‌شود [۲۰].

در حالت کلی ماتریس تداخل را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 z^d + \mathbf{D}_1 z^{d-1} + \dots + \mathbf{D}_{d-1} z \quad (2)$$

که  $d$  مرتبه ماتریس تداخل نامیده می‌شود و برای هر تابع تبدیل مشخص یکتاست و  $\mathbf{D}_i \in R^{p \times p}$  برای  $(i = 1, 2, \dots, d)$  ماتریس‌های ضرایب می‌باشند. از آنجایی که بهره استاتیکی ماتریس تداخل لزوماً ماتریس همانی نیست، مقایسه آن در حالت چند ورودی-چند خروجی با حالت تک ورودی-تک خروجی ( $z^d$ ) دچار اشکال می‌شود؛ بنابراین می‌توان ماتریس تداخل را در  $\mathbf{D}^{-1}(1)$  ضرب کرد تا ماتریس تداخل اصلاح شده<sup>۳</sup> بدست آید:

$$\mathbf{D}_m(z) = \mathbf{D}^{-1}(1) \mathbf{D}(z) \quad (3)$$

البته اگر در تعریف ماتریس تداخل شرط زیر اضافه شود، اطمینان حاصل می‌شود که بهره DC واحد است [۲۱]:

$$\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1 + \dots + \mathbf{D}_{d-1} = \mathbf{I} \quad (4)$$

علاوه بر این، ماتریس تداخل را در حالت خطی می‌توان به صورت یک ماتریس پایین مثلثی یکتا و ناویژه تعریف کرد که مرتبه عناصر قطری این ماتریس، مرتبه صفرهای نامحدود سیستم است [۲۲]:

<sup>۱</sup> - lower left triangular matrix

<sup>۲</sup> - full rank

<sup>۳</sup> - modified interactor matrix

که  $\Lambda(x) \in R^{m \times m}$  یک ماتریس ناویژه است.  $\mathbf{a}(x)$  و  $\Lambda(x)$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\text{rank} \Gamma_k(x) = \text{rank} \Gamma_{k-1}(x) + m \quad (14)$$

می‌توان نشان داد که:

$$\Gamma_d(x) \begin{bmatrix} \mathbf{N}_d^T \\ \mathbf{N}_{d-1}^T \\ \vdots \\ \mathbf{N}_1^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \overline{\Lambda^T(x)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن  $\mathbf{N}_i$ ها مطابق (۹) تعریف شده‌اند. فرض می‌شود بردارهای مستقل خطی  $\gamma_j^k(x)$  را نشان دهد. اگر  $q_k$  تعداد بردارهای مستقل خطی  $\gamma_j^k(x)$  باشد، آنقدر این مراحل تکرار می‌گردند که:

$$q_1 \leq q_2 \leq \dots \leq q_{d-1} < q_d = m \quad (16)$$

آن‌گاه مرتبه عناصر قطری ماتریس تداخل به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_{m-1} \leq k_m = d \quad (17)$$

به عنوان مثال اگر سیستم موجود  $2 \times 2$  باشد، می‌توان ماتریس تداخل را با توجه به تعریف آن که یک ماتریس پایین مثلثی است به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{N}(\psi, v) = \begin{bmatrix} n_{11}(v) & 0 \\ n_{21}(\psi, v) & n_{22}(v) \end{bmatrix} \quad (18)$$

که در رابطه بالا عناصر روی قطر یعنی  $n_{11}(v)$  و  $n_{22}(v)$  هر چند جمله‌ای دلخواه معلوم با مرتبه‌های به ترتیب برابر با  $k_1$  و  $k_2$  است که مطابق با الگوریتم بالا بدست می‌آید. اما چند جمله‌ای  $n_{21}(\psi, v)$  دارای پارامترهای مجهول می‌باشند که باید شناسایی گردند که روند شناسایی در [۱۹] به تفصیل آورده شده است.

۳-۱- محدودیت‌های روش Mutoh

با بررسی جزئیات این روش می‌توان به برخی محدودیت‌های آن پی‌برد که این موضوع در زیر با ذکر مثال‌هایی آورده شده است.

**محدودیت اول:** این روش تنها برای کلاس خاصی از سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی غیرخطی، یعنی سیستم‌های مربعی، کاربرد دارد.

**محدودیت دوم:** این روش تنها شامل سیستم‌هایی می‌شود که برای آنها شرط توقف الگوریتم Mutoh یعنی رابطه (۱۴) برقرار شود و نمی‌تواند برای محاسبه ماتریس تداخل سیستم‌هایی که این شرط هیچ‌گاه

$$\mathbf{a}(x) = [\mathbf{N}_0, \mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_d] \begin{bmatrix} \mathbf{h}(x) \\ L_f \mathbf{h}(x) \\ \vdots \\ L_f^d \mathbf{h}(x) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Lambda(x) = [\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2, \dots, \mathbf{N}_d] \begin{bmatrix} L_g \mathbf{h}(x) \\ L_g L_f \mathbf{h}(x) \\ \vdots \\ L_g L_f^{d-1} \mathbf{h}(x) \end{bmatrix}$$

در رابطه (۱۱) از مشتق لی استفاده شده است.

### ۳- محاسبه ماتریس تداخل سیستم‌های غیرخطی

ماتریس تداخل هم برای سیستم‌های خطی و هم برای سیستم‌های غیرخطی قابل تعریف می‌باشد. البته در هر دو حالت، خود این ماتریس به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود. مفهوم ماتریس تداخل برای سیستم‌های غیرخطی دقیقاً مشابه سیستم‌های خطی که در بخش ۱-۲ ذکر گردید، می‌باشد. یک روش بدست آوردن آن، خطی کردن سیستم حول یک نقطه کار مشخص و سپس استفاده از الگوریتم‌های موجود در حوزه سیستم‌های خطی است [۷, ۱۸]. روش دیگری نیز موجود است که مستقیم از ساختار خود سیستم غیرخطی برای محاسبه ماتریس تداخل استفاده می‌کند که در زیر به تفصیل آمده است.

#### ۳-۱- مروری بر روش Mutoh

در مرجع [۱۹]، روشی را ذکر کرده است که با استفاده از آن برای یک سیستم غیرخطی مربعی  $m \times m$ ، ابتدا ساختار ماتریس تداخل محاسبه گردیده و سپس پارامترهای مجهول این ماتریس شناسایی می‌شوند.

برای سیستم غیرخطی (۸) با کمک مشتقات لی می‌توان ماتریس‌های  $\mathbf{T}_i$  را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\mathbf{T}_i(x) = L_g L_f^{i-1} \mathbf{h}(x) \quad i = 1, 2, \dots \quad (12)$$

از طرفی، ماتریس‌های  $\Gamma_i$  به صورت رابطه (۱۳) قابل تعریف است:

$$\Gamma_1(x) = \mathbf{T}_1^T(x)$$

$$\Gamma_i(x) = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_1^T(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{T}_i^T(x) & \dots & \mathbf{T}_1^T(x) \end{pmatrix} \quad i = 2, 3, \dots \quad (13)$$

این ماتریس‌ها تا زمانی که شرط زیر برقرار شود تعریف می‌شوند:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_3 x_4 \\ x_1 x_3 x_4 \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ x_1 & x_2 \\ x_2 & -x_3 \\ x_3 & 1 \end{bmatrix}, h(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

گام اول:

$$\Gamma_1 = T_1^T = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ x_1 & x_2 \end{bmatrix}$$

رتبه این ماتریس برابر با ۲ است و در نتیجه  $q_1 = 2$  خواهد شد.

گام دوم:

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} T_1^T & 0 \\ T_2^T & T_1^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ x_2 & x_3 & 1 & x_1 \\ x_3 & 1 & x_1 & x_2 \end{bmatrix}$$

رتبه این ماتریس برابر با ۴ می‌باشد بنابراین  $q_2 = 2$  خواهد بود.

با توجه به آنکه  $d = 2$  است و از آنجایی که  $q_2 = q_1 = 2$  است، رابطه (۱۳) برقرار نمی‌باشد.

دو مثال فوق نشان می‌دهند که این الگوریتم در بخش اول خود، یعنی بدست آوردن تعیین مرتبه عناصر روی قطر ماتریس تداخل، ممکن است دچار مشکل شود. اما در صورت بدست آمدن این ساختار می‌توان پارامترهای آن را بدست آورد.

### ۲-۳ الگوریتم ساختار صفر نامحدود

همان‌گونه که در بخش ۲-۱ گفته شد، برای تعیین مرتبه عناصر روی قطر می‌توان از تعیین مرتبه صفرهای نامحدود سیستم نیز استفاده کرد. Liu & Lin [۲۳] الگوریتمی ارائه داده‌اند که برای یک سیستم غیرخطی، مرتبه صفرهای نامحدود را معین می‌کند. این الگوریتم به اختصار در زیر آورده شده است.

برای یک سیستم غیرخطی با رابطه (۸) متغیرهای زیر تعریف می‌شود:

$$\Theta_0(x) = h(x), \Omega_0(x) = \emptyset, \rho_0 = 0, k = 1 \quad (19)$$

می‌توان نشان داد که ماتریس  $\begin{bmatrix} L_g \Omega_{k-1}(x) \\ L_g \Theta_{k-1}(x) \end{bmatrix}$  برای  $x \in U$

رتبه ثابت برابر با  $\rho_k$  دارد و یک  $R_k \in R^{(\rho_k - \rho_{k-1}) \times (p - \rho_{k-1})}$

وجود دارد به‌گونه‌ای که ماتریس  $\begin{bmatrix} L_g \Omega_{k-1}(x) \\ L_g R_k \Theta_{k-1}(x) \end{bmatrix}$  برای

$x \in U$  رتبه سطری کامل برابر با  $\rho_k$  داشته باشد. در این صورت رابطه (۲۰) برقرار است:

در مورد آنها اتفاق نمی‌افتد، استفاده شود. برای مشخص شدن این محدودیت مثال ۱ آورده شده است.

**مثال ۱)** سیستم غیرخطی (۸) با ماتریس‌های زیر فرض می‌شود، این سیستم  $2 \times 2$  می‌باشد:

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_1 + x_3 \\ x_2 x_4 \\ -x_2 x_4 - x_2 x_4^2 \\ -x_4 \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} x_2 & e^{-x_4} \\ 0 & 0 \\ 0 & e^{-x_4} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, h(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

الگوریتم Mutoh برای محاسبه ماتریس تداخل خطی آن بکار گرفته می‌شود.

گام اول:

$$\Gamma_1 = T_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین  $\gamma_1^1 = 1$  و در نتیجه  $q_1 = 1$  خواهد شد.

گام دوم:

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} T_1^T & 0 \\ T_2^T & T_1^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

رتبه این ماتریس برابر با ۲ می‌باشد که  $\gamma_1^1 = 1$  و  $\gamma_1^2 = 1$  است.

بنابراین  $q_2 = 1$  خواهد بود.

گام سوم:

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} T_1^T & 0 & 0 \\ T_2^T & T_1^T & 0 \\ T_3^T & T_2^T & T_1^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2x_2 x_4 - x_2 & 1 & x_2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

رتبه این ماتریس برابر با ۳ می‌باشد که در آن  $\gamma_1^1 = 1$  و  $\gamma_1^2 = 1$  و

$\gamma_1^3 = 1$  است.

و همین‌طور این الگوریتم ادامه پیدا می‌کند چرا که شرط زیر هیچ وقت محقق نمی‌شود:

$$rank \Gamma_k(x) = rank \Gamma_{k-1}(x) + 2$$

**محدودیت سوم:** این محدودیت شامل سیستم‌هایی می‌شود که برای آن‌ها رابطه (۱۶) برقرار نمی‌گردد. توجه شود که آخرین نامعادله رابطه (۱۶) به صورت  $<$  است و نه  $\leq$ . برای مشخص شدن این محدودیت مثال ۲ آورده شده است.

**مثال ۲)** سیستم غیرخطی (۸) با ماتریس‌های زیر فرض می‌شود، این سیستم  $2 \times 2$  می‌باشد:

در واقع مجموعه  $q$ ، صفرهای نامحدود سیستم را نشان می‌دهند. یعنی  $q_i$ ها مجموعه‌ای از انتگرال گیرها بین جفت ورودی و خروجی می‌باشند.

#### ۴- الگوریتم پیشنهادی در محاسبه ماتریس تداخل

همان‌طور که مشاهده شد، الگوریتم بخش ۳-۱ در صورت در اختیار داشتن مرتبه درایه‌های روی قطر ماتریس تداخل می‌تواند ماتریس تداخل را بدست آورد اما در برخی موارد این الگوریتم در بدست آوردن این مرتبه دچار مشکل می‌شود. از طرف دیگر این مرتبه برابر مرتبه صفرهای انتقال نامحدود است که توسط الگوریتم بخش ۳-۲ می‌تواند بدست آید. بنابراین با ترکیب این دو الگوریتم می‌توان ساختار ماتریس تداخل را برای هر سیستم غیرخطی با ساختار (۸) اعم از مربعی و غیرمربعی بدست آورد. بر این اساس الگوریتم زیر ارائه می‌شود:

گام اول- محاسبه مرتبه عناصر قطری ماتریس تداخل با استفاده از الگوریتم بخش ۳-۲.

گام دوم- تعیین ساختار ماتریس تداخل با استفاده از الگوریتم بخش ۳-۱.

گام سوم- شناسایی پارامترهای مجهول ماتریس تداخل با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی<sup>۲</sup>.

#### ۴-۱ محاسبه ماتریس تداخل برای چند مثال

در این بخش سعی می‌شود ساختار ماتریس تداخل مطابق با گام‌های اول و دوم الگوریتم پیشنهادی برای مثال‌های ذکر شده در بخش ۳-۲ محاسبه گردد. سپس می‌توان پارامترهای مجهول ماتریس تداخل را با استفاده از روش ذکر شده در [۱۹] شناسایی کرد.

#### مثال ۳) سیستم غیرخطی مثال ۱ را در نظر می‌گیریم:

گام اول: ابتدا با اعمال الگوریتم بخش ۳-۲ مرتبه صفرهای انتقال نامحدود آن تعیین می‌شوند:

$$\Theta_0(x) = h(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad \Omega_0(x) = \emptyset, \quad \rho_0 = 0$$

تکرار اول ( $k=1$ ):

$$L_g \Theta_0(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \rho_1 = 1$$

$$R_1 \in R^{1 \times 2} \rightarrow R_1 = [0 \ 1]$$

$$S_1 \in R^{1 \times 2} \rightarrow S_1 = [1 \ 0]$$

$$\Omega_1(x) = x_4, \quad \Theta_1(x) = x_2 x_4$$

$$\Omega_k(x) = \text{col}\{\mathbf{R}_1 \Theta_0, \mathbf{R}_2 \Theta_1, \dots, \mathbf{R}_k \Theta_{k-1}\} \quad (20)$$

حال اگر  $S_k \in R^{(p-\rho_k) \times (p-\rho_{k-1})}$  به گونه‌ای در نظر گرفته شود که:

$$\det \left( \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k \\ \mathbf{S}_k \end{bmatrix} \right) \neq 0 \quad (21)$$

در آن صورت یک تابع هموار<sup>۱</sup> یکتا  $\mathbf{P}_{k,l}(x): U \rightarrow R^{(p-\rho_k) \times (p-\rho_{l-1})}$ ,  $l=1, 2, \dots, k$  وجود دارد که:

$$L_g \mathbf{S}_k \Theta_{k-1}(x) - \sum_{l=1}^k \mathbf{P}_{k,l}(x) L_g \mathbf{R}_l \Theta_{l-1}(x) = 0 \quad (22)$$

حال تابع زیر تعریف می‌شود:

$$\Theta_k(x) = L_f \mathbf{S}_k \Theta_{k-1}(x) - \sum_{l=1}^k \mathbf{P}_{k,l}(x) L_f \mathbf{R}_l \Theta_{l-1}(x) \quad (23)$$

اگر  $k + \sum_{j=1}^k j(\rho_j - \rho_{j-1}) < n$  تعداد متغیرهای

حالت سیستم و  $\rho_k < \min(p, m)$  که  $p$ ، تعداد خروجی‌های سیستم و  $m$ ، تعداد ورودی‌های آن باشد،  $k$  یک عدد افزایش می‌یابد. در غیر این صورت  $k^* = k$  تعریف می‌شود و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} k &= k^* \\ k^* + \sum_{j=1}^{k^*} j(\rho_j - \rho_{j-1}) &= n \quad \text{or} \quad \rho_{k^*} = \min(p, m) \\ \rho &= \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{k^*}\} \\ m_d &= \rho_{k^*} \\ n_d &= \sum_{j=1}^{k^*} j(\rho_j - \rho_{j-1}) \end{aligned} \quad (24)$$

سپس مجموعه‌ای از اعداد صحیح به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} q &= \{q_1, q_2, \dots, q_{m_d}\} \\ q &= \left\{ \underbrace{1, \dots, 1}_{\rho_1 - \rho_0}, \underbrace{2, \dots, 2}_{\rho_2 - \rho_1}, \dots, \underbrace{k^*, \dots, k^*}_{\rho_{k^*} - \rho_{k^*-1}} \right\} \\ 0 &< q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq \dots \leq q_{m_d} \end{aligned} \quad (25)$$

<sup>۲</sup> Recursive Least Squares (RLS)

<sup>۱</sup> smooth

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_1x_2 - x_1x_4 - 3x_1 - x_2 - x_4 \\ -x_1x_2 - x_1 - 2x_2 \\ x_1x_2 + x_1 + x_2 - x_3 \\ x_1x_4 + x_1 \\ x_1x_4 + x_1 + x_4 - x_5 \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تکرار دوم  $(k=2)$ :

$$L_g \Theta_1(x) = [x_2 \ 0], L_g \Omega_1(x) = [1 \ 0] \rightarrow \rho_2 = 1, R_2 = \emptyset$$

$$S_2 = 1, \Omega_2(x) = x_4, \Theta_2(x) = x_2x_4^2$$

تکرار سوم  $(k=3)$ :

$$L_g \Theta_2(x) = [2x_2x_4 \ 0], L_g \Omega_2(x) = [1 \ 0]$$

$$\rightarrow \rho_3 = 1, R_3 = \emptyset$$

$$S_3 = 1, \Omega_3(x) = x_4, \Theta_3(x) = x_2x_4^3, k^* = 3$$

$$\rightarrow k^* + \sum_{j=1}^{k^*} j(\rho_j - \rho_{j-1}) = 4$$

بنابراین این سیستم یک صفر نامحدود از مرتبه یک دارد.

گام دوم: ساختار ماتریس تداخل آن به فرم زیر خواهد شد:

$$N(\psi, v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \psi_1v + \psi_2 & v + a \end{bmatrix}$$

**مثال ۴** سیستم غیرخطی مثال ۲ را در نظر می‌گیریم:

گام اول: ابتدا با اعمال الگوریتم بخش ۳-۲ مرتبه صفرهای انتقال

نامحدود آن تعیین می‌شوند:

$$\Theta_0(x) = h(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \Omega_0(x) = \emptyset, \rho_0 = 0$$

تکرار اول  $(k=1)$ :

$$L_g \Theta_0(x) = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ x_1 & x_2 \end{bmatrix} \rightarrow \rho_1 = 2$$

$$\rho_{k^*} = \min(p, m) = 2 \rightarrow k^* = 1$$

در نتیجه سیستم دارای دو صفر نامحدود از مرتبه یک است.

گام دوم: بنابراین ساختار ماتریس تداخل آن به فرم زیر می‌شود:

$$N(\psi, v) = \begin{bmatrix} v + a & 0 \\ \psi_1v + \psi_2 & v + b \end{bmatrix}$$

**مثال ۵** اشکال دیگر الگوریتم بخش ۳-۱ آن است که تنها برای

سیستم‌های مربعی تعریف شده است. در حالی که می‌توان با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، مرتبه عناصر قطری ماتریس تداخل را هم برای سیستم‌های مربعی و هم غیرمربعی بدست آورد. سیستم زیر را در نظر می‌گیریم.

$$h(x) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$\Theta_0(x) = h(x) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_5 \end{bmatrix}, \Omega_0(x) = \emptyset, \rho_0 = 0$$

تکرار اول  $(k=1)$ :

$$L_g \Theta_0(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \rho_1 = 0$$

$$S_1 \in R^{2 \times 2} \rightarrow S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Theta_1(x) = \begin{bmatrix} x_1x_2 + x_1 + x_2 - x_3 \\ x_1x_4 + x_1 + x_4 - x_5 \end{bmatrix}$$

تکرار اول  $(k=2)$ :

$$L_g \Theta_1(x) = \begin{bmatrix} x_2 + 1 & 1 & 0 \\ x_4 + 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \rho_2 = 2$$

$$\rho_{k^*} = \min(p, m) = 2 \rightarrow k^* = 2$$

در نتیجه سیستم دارای دو صفر نامحدود از مرتبه دو می‌باشد،

بنابراین ساختار ماتریس تداخل آن به فرم زیر است:

$$N(\psi, v) = \begin{bmatrix} v^2 + a_1v + b_1 & 0 \\ \psi_1v^2 + \psi_2v & v^2 + a_2v + b_2 \end{bmatrix}$$

چندجمله‌ای‌های روی قطر، چندجمله‌ای‌های پایدار دلخواه می‌باشند.

چندجمله‌ای غیر قطری، چندجمله‌ای با مرتبه‌ای برابر با مرتبه ماتریس تداخل و حداقل پارامترهای موجود جهت برقرار بودن ویژگی‌های ماتریس تداخل می‌باشد.

**مثال ۶** محاسبه ماتریس تداخل سیستم pH

به منظور بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، در این مثال این الگوریتم بر روی مدل فرایند خنثی‌سازی pH اعمال می‌گردد. فرآیند pH یک فرآیند غیرخطی است که بسته به مواد شرکت‌کننده در فرآیند و دینامیک مسأله، شدت غیرخطی بودن آن تغییر می‌کند. در سال ۱۹۸۹ Seborg یک فرآیند چند ورودی-چند خروجی pH ارائه کرد و مدل‌سازی کامل از سیستم را انجام داد. معادلات حالت سیستم pH به صورت زیر می‌باشد [۲۴]:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p(x)d \tag{۲۶}$$

$$y = h(x)$$

مشاهده می‌شود که در این رابطه خروجی pH به صورت صریح بر حسب متغیرهای حالت بیان نشده است، درحالی که در مراحل بعد برای محاسبه ماتریس تداخل نیاز به چنین رابطه صریحی است. در این مقاله برای بدست آوردن pH به صورت تابع صریحی از متغیرهای حالت، از شبکه عصبی چندجمله‌ای<sup>۲</sup> (PNN) استفاده شده است. این شبکه عصبی مبتنی بر تئوری روش گروهی برای مدیریت داده‌ها (GMDH)<sup>۳</sup> [۲۵] است که در آن رابطه بین ورودی و خروجی به صورت ترکیبات متوالی از چند جمله‌ای‌های با مرتبه محدود مدل می‌شود. در PNN با انتخاب تعداد ورودی‌ها و تابع مناسب برای هر گره و اضافه کردن لایه‌ها می‌توان به بهترین مدل دست یافت. تابع عملکرد هر گره به نام توصیف جزئی (PD)<sup>۴</sup> شناخته می‌شود که معمولاً توابع چند جمله‌ای از درجات پایین هستند. آموزش شبکه PNN در دو مرحله صورت می‌گیرد. در مرحله یادگیری، هر لایه دارای تعدادی PD است که ورودی‌های آنها از خروجی‌های لایه قبل ساخته می‌شود. ضرایب جملات PDهای آخرین لایه به صورتی تنظیم می‌شود که هر کدام بتوانند بهترین تخمین ممکن را از خروجی ارائه دهند. این کار درحالی صورت می‌گیرد که ضرایب لایه‌های قبل از آن بدون تغییر باقی می‌مانند. در صورتی که خروجی هیچ کدام از PDهای لایه آخر تخمین خوبی از خروجی ارائه ندهند، لایه جدیدی به شبکه اضافه می‌شود. افزایش لایه‌ها تا جایی ادامه پیدا می‌کند که یکی از خروجی‌های آخرین لایه تخمین قابل قبولی از خروجی اصلی ارائه دهد. پس از آن در مرحله حذف، تمامی PDهایی که در ساختن این خروجی نقشی نداشته‌اند حذف می‌شوند و تنها PDهای موثر بر آن باقی می‌مانند. خروجی نهایی با ترکیب روابط PDها به صورت یک تابع چند جمله‌ای از ورودی‌ها می‌تواند نوشته شود. بر این اساس، با فرض رابطه ورودی و خروجی به صورت رابطه (۳۰)، می‌توان خروجی تخمین زده شده را مطابق رابطه (۳۱) در نظر گرفت:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (30)$$

$$\hat{y} = \hat{f}(x_1, x_2, \dots, x_N) = c_0 + \sum_{k_1} c_{k_1} x_{k_1} + \sum_{k_1 k_2} c_{k_1 k_2} x_{k_1} x_{k_2} + \sum_{k_1 k_2 k_3} c_{k_1 k_2 k_3} x_{k_1} x_{k_2} x_{k_3} + \dots \quad (31)$$

که در آن  $c$  ها ضرایب مدل می‌باشند. الگوریتم کامل بدست آوردن این شبکه در [۲۶] ارائه شده است.

همان‌گونه که از رابطه (۲۹) پیداست، pH به هر سه متغیر حالت وابسته است. البته این نکته طبیعی است که غلظت اسید و باز تأثیر بیشتری روی مقدار pH دارند. برای تولید شبکه PNN، در ابتدا ورودی‌های لایه

که ورودی‌های این فرآیند باز  $(F_b)$  و بافر  $(F_{bf})$ ، خروجی‌های آن pH خروجی از مخزن ترکیب و ارتفاع محلول داخل مخزن و اسید  $(F_a)$  به عنوان اغتشاش در نظر گرفته می‌شود. متغیرهای حالت به صورت رابطه (۲۷) تعریف می‌گردند:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T \quad (27)$$

که در آن  $x_1$  غلظت اسید،  $x_2$  غلظت باز و  $x_3$  ارتفاع مایع در مخزن ترکیب را نشان می‌دهند. سایر ماتریس‌های معادلات حالت سیستم pH مطابق رابطه (۲۶) در زیر آمده است:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{A}(-C_v(x_3)^{0.5}) \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{Ax_3}(W_{a1} - x_1) & \frac{1}{Ax_3}(W_{a2} - x_1) \\ \frac{1}{Ax_3}(W_{b1} - x_2) & \frac{1}{Ax_3}(W_{b2} - x_2) \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{p}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{Ax_3}(W_{a3} - x_1) & \frac{1}{Ax_3}(W_{b3} - x_2) & \frac{1}{A} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} x_3 \\ pH \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)،  $A$  مساحت سطح مخزن ترکیب استوانه‌ای،  $W_{ai}$  و  $W_{bi}$  ثابت‌های واکنش برای جریان  $i$  ام ( $i = acid, base, buffer$ ) هستند. سیستم pH جز سیستم‌هایی می‌باشد که محدودیت سوم بخش ۳-۲ در مورد آن صدق می‌کند. بنابراین برای بدست آوردن ماتریس تداخل این سیستم نمی‌توان از روش Mutoh استفاده کرد. برای اعمال الگوریتم پیشنهادی در این مقاله بر روی این سیستم چند ورودی-چند خروجی، نیاز است خروجی‌های آن به صورت صریح بر اساس متغیرهای حالت در اختیار باشند چرا که باید مشتقات لی خروجی‌ها نسبت به متغیرهای حالت محاسبه گردد. در این سیستم دو خروجی داریم که یکی ارتفاع و دیگری pH می‌باشد. در مورد ارتفاع مشکلی وجود ندارد چرا که این خروجی تابعی از متغیرهای حالت تعریف شده است اما خروجی pH به این شکل نیست. رابطه (۲۹) خروجی pH را به طور ضمنی بر حسب متغیرهای حالت مسئله بدست می‌دهد.

$$\begin{aligned} c(\mathbf{x}, pH) &= x_1 + 10^{pH-14} - 10^{-pH} + x_2 \frac{1 + 2 \times 10^{pH-pK_{a2}}}{1 + 10^{pK_{a1}-pH} + 10^{pH-pK_{a2}}} \\ c(\mathbf{x}, pH) &= 0 \end{aligned} \quad (29)$$

<sup>۲</sup> Polynomial Neural Network (PNN)

<sup>۳</sup> Group Method of Data Handling

<sup>۴</sup> Partial Description

<sup>۱</sup> Buffer

انتخاب می‌شوند. یعنی تنها کافی است یک چندجمله‌ای پایدار باشند. بنابراین فقط در عنصر غیرقطری پارامترهای مجهول  $\psi_1$  و  $\psi_2$  وجود دارد که باید شناسایی شوند. این کار با استفاده از روشی که به تفصیل در [۱۹] آورده شده است، انجام می‌شود. پارامترهای عنصر غیرقطری ماتریس تداخل به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\psi_1 = -0.1735, \quad \psi_2 = 0$$

بنابراین ماتریس تداخل در نهایت به فرم زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{N}(v) = \begin{bmatrix} v+1 & 0 \\ -0.1735v & v+2 \end{bmatrix}$$

اطمینان از صحت ماتریس تداخل بدست آمده برای سیستم pH از دو راه ممکن است:

- ۱- بررسی رابطه (۱۰) با ماتریس تداخل بدست آمده.
- ۲- استفاده از روش خطی و بررسی رابطه (۱).

همان‌گونه که در بخش ۲-۲ ذکر گردید، برای اطمینان از اینکه ماتریس تداخل درست بدست آمده است باید رابطه (۱۰) برای آن برقرار باشد. جهت بررسی این نکته از شبیه‌سازی رابطه (۱۰) مبتنی بر مدل فرایند و ماتریس تداخل بدست آمده استفاده می‌شود. برای ماتریس تداخل  $\mathbf{N}(v)$  بدست آمده، قسمت سمت چپ و سمت راست رابطه (۱۰) به صورت مجزا برای خروجی‌ها، ورودی‌ها و حالت‌های سیستم pH مطابق با آنچه که در رابطه (۲۸) ذکر گردید محاسبه شد. برای این منظور، محاسبه  $\Lambda(x)$  و  $a(x)$  با استفاده از رابطه خروجی pH که از شبکه عصبی PNN حاصل گردید، انجام شده است. چون سیستم pH دو ورودی و دو خروجی دارد و ماتریس تداخل بدست آمده نیز  $2 \times 2$  است، بنابراین رابطه (۱۰) به دو رابطه تبدیل می‌شود که به ترتیب در شکل ۱ قسمت (a) و قسمت (b) نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود دو طرف رابطه (۱۰) در تمامی زمان‌ها با دقت قابل قبولی برابر هم هستند که نشان می‌دهد رابطه (۱۰) در تمام زمان‌ها برقرار است.

ارزیابی دیگر براساس رابطه (۱) است. برای اینکه رابطه (۱) در مورد ماتریس تداخل بدست آمده برای سیستم pH تحقیق شود، نیاز به معادلات خطی شده این سیستم است. تابع تبدیل سیستم pH در یک نقطه کار مشخص ( $h=16$  و  $pH=7.8$ ) به فرم زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{G}(z) = \begin{bmatrix} \frac{0.15}{z-0.84} & \frac{0.15}{z-0.84} \\ \frac{0.2}{z-0.7} & \frac{0.64}{z-0.7} \end{bmatrix}$$

اول شبکه عصبی چندجمله‌ای  $x_1$ ،  $x_2$  و  $x_3$  در نظر گرفته شد. اما خطای مدل‌سازی علی‌رغم افزایش لایه‌ها کم‌کم زیاد بود. علت آن این بود که طبق رابطه (۲۹)، رابطه بین متغیرها دارای جملات نمایی است که به خوبی توسط چندجمله‌ای‌ها بیان نمی‌شوند. بنابراین برای کمتر شدن خطای شناسایی سه ورودی دیگر نیز به صورت  $e^{x_1}$ ،  $e^{x_2}$ ،  $e^{x_3}$  به آنها اضافه گردید:

$$u = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad e^{x_1} \quad e^{x_2} \quad e^{x_3}]$$

به این ترتیب، خروجی  $pH$  برحسب ورودی‌های مطرح شده زمانی که تعداد لایه‌های شبکه عصبی به ۳ رسید، با دقت خوبی تخمین زده شد. با حذف PDهای غیر موثر، شبکه نهایی بدست آمده دارای ۱۱ عدد PD با درجات یک و دو بود. لازم به ذکر است که در شبیه‌سازی‌ها ارتفاع و pH به همراه نویز اندازه‌گیری در نظر گرفته شد. نویز اندازه‌گیری، نویز سفید با میانگین صفر و واریانس 0.01 فرض گردید. با استخراج تابع کلی عملکرد شبکه به صورت رابطه (۳۱)، از آن در رابطه (۲۶) به جای مدل خروجی استفاده گردید. مزیت رابطه جدید این است که اولاً خروجی pH را به صورت صریح بر اساس متغیرهای حالت ارائه می‌دهد و ثانیاً به علت استفاده از ترکیب چندجمله‌ای، محاسبات مربوط به مشتقات لی در آن به سادگی انجام می‌شود. این رابطه به صورت صریح تابع  $\Lambda(x)$  مطابق رابطه (۱۰) را به صورت یک ماتریس  $2 \times 2$  ناویژه بدست می‌دهد. بر اساس این رابطه می‌توان به صورت صریح مشتقات لی را بدست آورده و ماتریس تداخل را طبق الگوریتم پیشنهادی محاسبه کرد.

گام اول) مرتبه عناصر قطری ماتریس تداخل با استفاده از الگوریتم بخش ۳-۲ محاسبه می‌گردند. برای این کار از معادلات فضای حالت سیستم pH یعنی رابطه (۲۶) و رابطه تولید شده توسط شبکه عصبی استفاده شده است:

$$\Theta_0(x) = \mathbf{h}(x) = \begin{bmatrix} x_3 \\ pH \end{bmatrix}, \Omega_0(x) = \emptyset, \rho_0 = 0$$

تکرار اول ( $k=1$ ):

$$\text{rank}(L_g \Theta_0(x)) = 2$$

از آنجایی که  $\rho_1 = \min(p, m)$  الگوریتم خاتمه می‌یابد. به این ترتیب این سیستم دو صفر نامحدود از مرتبه یک دارد.

گام دوم- ساختار ماتریس تداخل با استفاده از الگوریتم بخش ۳-۱

تعیین می‌شود.

$$\mathbf{N}(\psi, v) = \begin{bmatrix} v+a & 0 \\ \psi_1 v + \psi_2 & v+c \end{bmatrix}$$

گام سوم) در این گام باید پارامترهای مجهول ماتریس تداخل شناسایی شوند. چندجمله‌ای‌های روی قطر ماتریس تداخل به صورت دلخواه

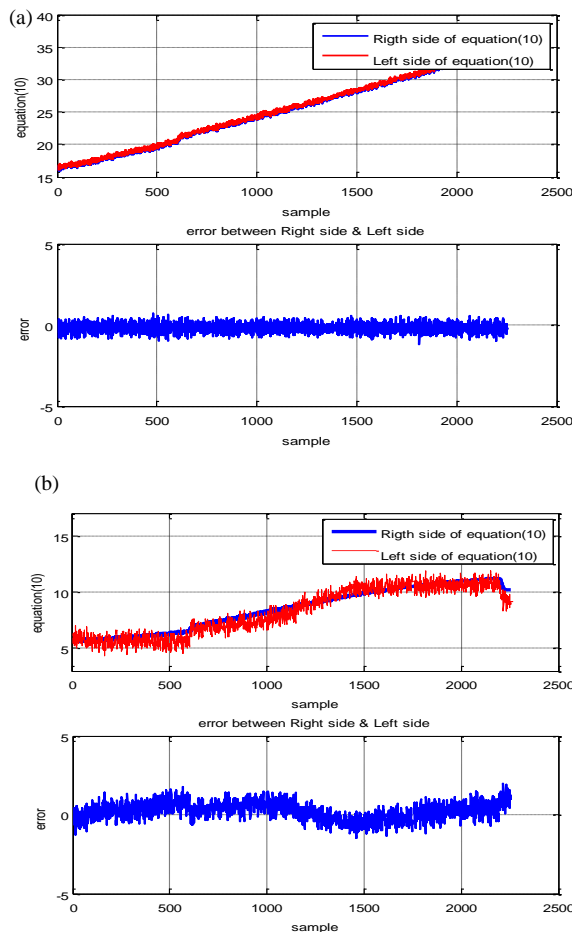
<sup>۱</sup> با توجه به طولانی بودن این رابطه برای شبکه بدست آمده، از ذکر آن خودداری شده است.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله روشی جدید برای بدست آوردن ماتریس تداخل یک سیستم غیرخطی چند ورودی-چند خروجی ارائه گردید. الگوریتم موجود در این زمینه (Mutoh) [۱۹] دارای ۲ قسمت است. قسمت اول، ساختار ماتریس تداخل را با استفاده از مشتقات لی برای سیستم غیرخطی چند ورودی-چند خروجی بدست می‌آورد و در قسمت دوم پارامترهای مجهول این ماتریس شناسایی می‌گردند. با ذکر چند مثال در این مقاله نشان داده شد که قسمت اول این الگوریتم دارای محدودیت‌هایی است و تنها برای کلاس خاصی از سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی یعنی سیستم‌های مربعی کاربرد دارد. در الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، قسمت اول الگوریتم Mutoh بهبود داده شد و ساختار ماتریس تداخل با بکارگیری تعریف مرتبه ماتریس تداخل، به وسیله الگوریتم ساختار صفر نامحدود بدست آمد و سپس کارایی این الگوریتم با ذکر چند مثال و هم‌چنین در نظرگرفتن فرایند pH به عنوان یک سیستم واقعی مورد بررسی قرارگرفت و نشان داده شد که این الگوریتم قادر است برای کلاس وسیع‌تری از سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی غیرخطی اعم از مربعی و غیرمربعی ماتریس تداخل را محاسبه کند. با این وجود، برای انجام این کار نیاز است خروجی‌های سیستم غیرخطی به صورت صریح بر حسب متغیرهای حالت قابل بیان باشند. ضمن آنکه، الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، همانند سایر الگوریتم‌های موجود، تنها برای سیستم‌های غیرخطی افاین، ماتریس تداخل خطی بدست می‌دهد.

## مراجع

- [1] W. A. Wolovich, and P. L. Falb, "Invariants and Canonical Forms under Dynamic Compensation," SIAM Journal on Control and Optimization, vol. 14, pp. 996-1008, 1976.
- [2] B. Huang, and S. L. Shah, Performance Assessment of Control Loops: Theory and Applications: Springer London, 1999.
- [3] K. Zhang, Y. Zhu, and B. Huang, "MV benchmark estimation based on high-frequency test signal," Journal of Process Control, vol. 47, pp. 35-45, 2016.
- [4] M. Jelali, Control Performance Management in Industrial Automation: Assessment, Diagnosis and Improvement of Control Loop Performance: Springer London, 2012.
- [5] L. Wen, G. Tao, H. Yang, and Y. Yang, "Aircraft Turbulence Compensation Using Adaptive Multivariable Disturbance Rejection Techniques," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 38, pp. 954-963, 2014.
- [6] S. Cheng, Y. Wei, Y. Chen, Y. Wang, and Q. Liang, "Fractional-order multivariable composite model reference adaptive control," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2017.



شکل ۱: بررسی صحت رابطه (۱۰) برای ماتریس تداخل بدست آمده سیستم pH

حال اگر ماتریس تداخل را با زمان نمونه‌برداری ۳۰ ثانیه به حالت گسسته ببریم،  $D(z)$  حاصل می‌شود:

$$D(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & 2z \end{bmatrix}$$

برای تعیین تابع تبدیل بدون تأخیر  $\tilde{G}(z)$  باید ماتریس تداخل  $D(z)$  بدست آمده در تابع تبدیل  $G(z)$  ضرب شود و در نهایت رابطه (۱) در مورد آن بررسی گردد:

$$\bullet \quad |D(z)| = 2z^2$$

نامحدود تابع تبدیل می‌باشد.

$$\bullet \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \tilde{G}(z) = K = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.15 \\ 0.4 & 1.28 \end{bmatrix}$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود،  $K$  یک ماتریس رتبه کامل است. بنابراین  $D(z)$  همان ماتریس تداخل است.



- [17] L. Dugard, G. Goodwin, and C. D. Souza, "Prior knowledge in model reference adaptive control of multiinput multioutput systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 29, pp. 761-764, 1984.
- [18] J. Guo, and G. Tao, "A discrete-time multivariable MRAC scheme applied to a nonlinear aircraft model with structural damage," *Automatica*, vol. 53, pp. 43-52, 2015.
- [19] Y. Mutoh, "Design of Model Reference Adaptive Control for Nonlinear Multivariable Systems," *IEEE Transactions on Electronics, Information and Systems*, vol. 129, pp. 1070-1076, 2009.
- [20] W. Kase, "Inner-outer factorization for continuous-time systems using interactor matrix," In: 9th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), pp. 330-335, 2011.
- [21] G. Tao, "Model reference adaptive control of multivariable plants with unknown interactor matrix," *Proc. of the 29th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. vol.5, 2730-2735, 1990.
- [22] K. Sugimoto, L. Yi, and A. Inoue, "Parametrization of identity interactors and the discrete-time all-pass property," In: *Proceedings of the American Control Conference*, vol.6, pp. 4403-4407, 1995.
- [23] X. Liu, and Z. Lin, "On Normal Forms of Nonlinear Systems Affine in Control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, pp. 239-253, 2011.
- [24] R. Hall, C. and D. E. Seborg, "Modelling and Self-Tuning Control of a Multivariable pH Neutralization Process Part I: Modelling and Multiloop Control," In: *American Control Conference*, 1989, pp. 1822-1827, 1989.
- [25] A. G. Ivakhnenko, "Polynomial Theory of Complex Systems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-1, pp. 364-378, 1971.
- [26] H. Sadjadian, H. Taghirad, and A. Fatehi, "Neural networks approaches for computing the forward kinematics of a redundant parallel manipulator," *International Journal of Computational Intelligence*, vol. 2, pp. 40-47, 2005.
- [7] G. Tao, "Multivariable adaptive control: A survey," *Automatica*, vol. 50, pp. 2737-2764, 2014.
- [8] W. Kase, and Y. Shigehiro, "Pseudo innerizing control by state feedback," In: 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 288-293, 2016.
- [9] M. Rogozinski, A. Paplinski, and M. Gibbard, "An algorithm for the calculation of a nilpotent interactor matrix for linear multivariable systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, pp. 234-237, 1987.
- [10] W. Kase, "A simple derivation of lower triangular interactor matrix," *Proc. of the 4th WSEAS/IASME international conference on System science and simulation in engineering*, Tenerife, Spain, 2005.
- [11] M. Kamrunnagar, et al., "Estimation of Markov parameters and time-delay/interactor matrix," *Chemical Engineering Science*, vol. 55, pp. 3353-3363, 2000.
- [12] W. Kase, and K. Tamura, "Design of G-interactor and its application to direct multivariable adaptive control," *International Journal of Control*, vol. 51, pp. 1067-1088, 1990.
- [13] W. Kase, and Y. Mutoh, "A simple derivation of the interactor matrix and its applications," *International Journal of Systems Science*, vol. 40, pp. 1197-1205, 2009.
- [14] W. Kase, "A Simple Derivation of Right Interactor for Tall Transfer Function Matrix and its Application to Inner-Outer Factorization," *IEEE Transactions on Electronics, Information and Systems*, vol. 131, pp. 1608-1615, 2011.
- [15] R. Ortega, J. M. Dion, F. J. Carrillo, and L. Dugaro, "A Globally Stable Multivariable Adaptive Controller with Reduced Prior Knowledge," In: *American Control Conference*, pp. 418-422, 1985.
- [16] Y. Mutoh, and R. Ortega, "Interactor structure estimation for adaptive control of discrete-time multivariable nondecouplable systems," *Automatica*, vol. 29, pp. 635-647, 1993.



## حل زیربینه بازی های گرافی دیفرانسیلی غیر خطی با استفاده از برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه

مجید مازوچی<sup>۱</sup>، محمد باقر نقیبی سیستانی<sup>۲</sup>، سید کمال حسینی ثانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، Mazouchi.majid@mail.um.ac.ir

<sup>۲</sup>دانشیار دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، mb-naghbi@um.ac.ir

<sup>۳</sup>دانشیار دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، K.hosseini@um.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۵/۳/۲۷ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۴/۱۰ پذیرش: ۱۳۹۶/۹/۱۹

**چکیده:** در این مقاله یک الگوریتم یادگیری برخط بر مبنای برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه برای حل تقریبی بازی های گرافی دیفرانسیلی زمان پیوسته غیرخطی با تابع هزینه زمان نامحدود و دینامیک معین پیشنهاد شده است. در بازی های گرافی دیفرانسیلی، هدف عامل ها ردیابی حالت رهبر به صورت بهینه می باشد، به طوری که دینامیک خطا و اندیس عملکرد هر عامل بستگی به توپولوژی گراف تعاملی بازی دارد. در الگوریتم پیشنهادی، هر عامل تنها از یک شبکه عصبی نقاد برای تقریب ارزش و سیاست کنترلی بهینه خود استفاده می کند و از قوانین تنظیم وزن پیشنهاد شده برای به روزرسانی برخط وزن های شبکه عصبی نقاد خود بهره می جوید. در این مقاله، با معرفی سوئیچ های پایدار ساز محلی در قوانین تنظیم وزن های شبکه عصبی که پایداری سیستم حلقه بسته و همگرایی به سیاست های تعادل نش را تضمین می کنند، دیگر نیازی به مجموعه سیاست های کنترلی پایدار ساز اولیه وجود ندارد. بعلاوه در این مقاله از تئوری لیابانوف برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته استفاده می شود. در پایان، مثال شبیه سازی، موثر بودن الگوریتم پیشنهادی را نشان می دهد.

**کلمات کلیدی:** برنامه ریزی پویای تقریبی، شبکه های عصبی، کنترل بهینه، یادگیری تقویتی.

### Suboptimal Solution of Nonlinear Graphical Games Using Single Network Approximate Dynamic Programming

Majid Mazouchi, Mohammad B. Naghibi Sistani, Seyed Kamal Hosseini Sani

**Abstract:** In this paper, an online learning algorithm based on approximate dynamic programming is proposed to approximately solve the nonlinear continuous time differential graphical games with infinite horizon cost functions and known dynamics. In the proposed algorithm, every agent employs a critic neural network (NN) to approximate its optimal value and control policy and utilizes the proposed weight tuning laws to learn its critic NN optimal weights in an online fashion. Critic NN weight tuning laws containing a stabilizer switch guarantees the closed-loop system stability and the control policies convergence to the Nash equilibrium. In this algorithm, there is no requirement for any set of initial stabilizing control policies anymore. Furthermore, Lyapunov theory is employed to show uniform ultimate boundedness of the closed-loop system. Finally, a simulation example is presented to illustrate the efficiency of the proposed algorithm.

**Keywords:** Approximate Dynamic Programming; Neural Networks; Optimal Control; Reinforcement learning.

## ۱- مقدمه

باید به حل معادلات هامیلتون- جاکوبی کوپل شده<sup>۸</sup> پرداخت. حل این معادلات که کاملاً وابسته به توپولوژی گراف تعاملی می باشد، بسیار دشوار بوده و در اکثر موارد حل تحلیلی آنها غیر ممکن است. بنابراین به منظور حل تقریبی برخط معادلات هامیلتون-جاکوبی کوپل شده، از روش های یادگیری تقویتی<sup>۹</sup> [۲۴،۲۵] که روش های غیر تحلیلی و عددی هستند، استفاده می شود. برنامه ریزی پویای تقریبی<sup>۱۰</sup> یک روش یادگیری تقویتی پیشرو در زمان<sup>۱۱</sup> می باشد، که می تواند برای یافتن سیاست های بهینه تقریبی برخط مورد استفاده قرار گیرد [۲۶].

مفاهیم برنامه ریزی پویای تقریبی و بازی های گرافی دیفرانسیلی در [۲۷،۲۸-۳۰]، به منظور پیدا نمودن حل بهینه کنترل ردیابی توزیع شده سیستم های خطی زمان پیوسته بصورت برخط مورد استفاده قرار گرفته اند. در [۲۳]، یک الگوریتم تکرار سیاست همکارانه برخط برای حل بازی های گرافی دیفرانسیلی توسعه داده شد که از ساختار عملگر-نقاد<sup>۱۲</sup> [۳۱] با دو شبکه عصبی پیوند تابعی<sup>۱۳</sup> [۳۲،۳۳] استفاده کرده است. یک الگوریتم تکرار سیاست بر اساس تکنیک انتگرال یادگیری تقویتی [۳۴] به منظور یادگیری حل نش بازی های گرافی دیفرانسیلی خطی بصورت برخط در [۲۹] پیشنهاد شده است. در [۳۰]، یک الگوریتم تکرار سیاست خطی برای حل بازی های گرافی دیفرانسیلی خطی بصورت برخط توسعه داده شد و یک الگوریتم تکرار سیاست همکارانه نیز در [۲۷] به منظور حل بازی های گرافی دیفرانسیلی خطی با بازیکنانی با دینامیک های متفاوت پیشنهاد داده شده است. در [۲۸]، یک الگوریتم تکرار سیاست برخط برای پیدا نمودن حل معادلات هامیلتون-جاکوبی-ایساک کوپل شده<sup>۱۴</sup> در بازی های گرافی دیفرانسیلی مجموع-صفر خطی که بازیکنان در آن تحت تاثیر اغتشاش هستند، پیشنهاد شده است. محققان در مطالعه [۳۵]، یک الگوریتم برنامه ریزی پویای تقریبی به منظور حل بازی های گرافی دیفرانسیلی سیستم های غیر خطی زمان پیوسته توسعه داده اند، که از ساختار عملگر-نقاد استفاده کرده است. در [۲۷-۳۰،۳۵]، سیاست های کنترلی پایدار ساز اولیه برای تضمین پایداری بازی گرافی دیفرانسیلی مورد نیاز است. شایان ذکر است که یافتن مجموعه ای از سیاست های کنترلی پایدار ساز اولیه در بازی گرافی دیفرانسیلی کار راحت و سراسری نیست.

تحقیق بر روی کنترل توزیع شده سیستم های چندعاملی در [۵-۱] مورد مطالعه قرار گرفته است. این زمینه ی در حال رشد، در زمینه های متفاوتی از سیستم های مهندسی، مانند آرایش گروهی از ربات های متحرک<sup>۱</sup> [۶]، هواپیماهای بدون سرنشین<sup>۲</sup> [۷]، کنترل آرایش وسایل نقلیه<sup>۳</sup> [۸]، تیم های خودمختار تحت شبکه<sup>۴</sup> [۹]، کنترل سیستم های الکترونیک قدرت [۱۰] و همزمان سازی فرآیندهای دینامیکی کاربرد دارد. کنترل توزیع شده در مقایسه با کنترل متمرکز دارای مزایای بسیاری از جمله پیچیدگی محاسباتی پایین تر، عدم نیاز به یک مرکز تصمیم گیری بصورت متمرکز و قابلیت اطمینان بالاتر بوده که باعث مورد توجه قرار گرفتن این زمینه شده است.

مسائل کنترل توزیع شده به دو گروه عمده، اجماع بدون رهبر<sup>۵</sup> (تنظیم توزیع شده) و همزمان سازی به رهبر<sup>۶</sup> (ردیابی توزیع شده)، تقسیم می شوند. در اجماع بدون رهبر [۱۴-۱۱] همه عامل ها به یک مقدار مشترک کنترل نشده که وابسته به حالت های اولیه آنها در شبکه ارتباطی می باشد، همگرا می شوند. از طرف دیگر، در مسئله همزمان سازی به رهبر که به آن اجماع پیرو-رهبر<sup>۷</sup> [۱۵] نیز گفته می شود، همه عامل ها به رهبر یا عامل کنترلی که مسیر مرجع مطلوب را تولید می کند، همزمان سازی می شوند [۲۱-۱۶].

تئوری بازی یک چارچوب حل مناسب برای مدل سازی و فرمول بندی مسایل کنترلی و تصمیم گیری چندنفره را فراهم می آورد، که در آن سیاست هر بازیکن بستگی به عملکرد خود بازیکن و دیگر عامل های بازی دارد [۲۲]. بازی های دیفرانسیلی شاخه ای از تئوری بازی هستند که به مسئله کنترل سیستم های چند عامله با تعاملات دینامیکی می پردازند. کلاس جدیدی از بازی های دیفرانسیلی با نام بازی های گرافی دیفرانسیلی در [۲۳] معرفی شده اند که شاخص عملکرد و دینامیک خطای هر بازیکن وابسته به توپولوژی گراف تعاملی بازی است. در بازی های گرافی دیفرانسیلی، بطور کلی بازیکنان به دنبال یافتن مجموعه ای از سیاست های کنترلی قابل قبولی هستند، که علاوه بر تضمین پایداری سیستم و همزمان سازی، با حداقل سازی توابع هزینه، حل نقطه تعادل نش نیز حاصل گردد. در این دسته از مسایل به منظور یافتن نقطه تعادل نش،

<sup>۸</sup> Coupled Hamilton-Jacobi

<sup>۹</sup> Reinforcement learning

<sup>۱۰</sup> Approximate dynamic programming

<sup>۱۱</sup> Forwarded in time

<sup>۱۲</sup> Actor-Critic

<sup>۱۳</sup> Functional link

<sup>۱۴</sup> Coupled Hamilton-Jacobi-Issac

<sup>۱</sup> Formation of a group of mobile robots

<sup>۲</sup> Unmanned air vehicle

<sup>۳</sup> vehicle formation control

<sup>۴</sup> Networked autonomous team

<sup>۵</sup> Leaderless consensus

<sup>۶</sup> Leader synchronization

<sup>۷</sup> Leader-follower consensus

کرونکر دو ماتریس  $A$  و  $B$  به صورت  $A \otimes B$  نشان داده می شود.

نحوه تعامل بین  $N$  عامل، توسط گراف  $Gr(V, \Sigma)$  توصیف می شود که در آن  $V = \{1, 2, \dots, N\}$  مجموعه گره های گراف است که نماینده  $N$  عامل بوده و  $\Sigma \subseteq V \times V$  مجموعه شاخه های گراف است که  $(i, j) \in \Sigma$  به معنی وجود یک شاخه از گره  $i$  به گره  $j$  می باشد. در این مقاله گراف ساده فرض می شود، یعنی بین هر دو گره تنها یک شاخه وجود دارد و خود حلقه  $(i, i) \notin \Sigma, \forall i$  در گراف وجود ندارد. توپولوژی یک گراف معمولاً توسط ماتریس همسایگی آن  $E = [e_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$  نمایش داده می شود به طوری که اگر  $(j, i) \in \Sigma$  آنگاه  $e_{ij} = 1$  و در غیر این صورت  $e_{ij} = 0$  می باشد.  $N_i^I = \{j : (j, i) \in \Sigma\}$  مجموعه همسایگان گره  $i$  است، به عبارت دیگر مجموعه گره ها با شاخه هایی است که به گره  $i$  وارد می شوند.  $N_i^O = \{j : (i, j) \in \Sigma\}$  نیز نشان دهنده مجموعه ای از واردشونده<sup>۲</sup>  $D = \text{diag}(d_i) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ، یک ماتریس قطری است، با  $d_i = \sum_{j \in N_i^I} e_{ij}$  که درجه-واردشونده گره  $i$  می باشد (یعنی مجموع عناصر سطر  $i$  ام  $E$ ). ماتریس لاپلاسیان گراف به صورت  $L = D - E$  نمایش داده می شود و مجموع عناصر هر سطر آن صفر می باشد. مسیر، دنباله ای از گره های به هم متصل در یک گراف است و یک گراف را قویاً متصل گویند اگر مسیری بین هر دو گره دلخواه آن وجود داشته باشد. معمولاً گره رهبر توسط اندیس صفر نشان داده می شود.

در این مقاله گراف های ساده، قویاً متصل و جهتدار با توپولوژی تغییرناپذیر با زمان برای نمایش توپولوژی تعاملی بین عامل ها در نظر گرفته می شوند.

## ۲-۲- فرمول بندی مسئله

یک گروه شامل  $N$  بازیکن ناهمگن<sup>۳</sup> را بر روی یک گراف ارتباطی قویاً متصل و جهتدار در نظر بگیرید که دینامیک آنها به صورت زیر بیان می شود

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i, i = 1, \dots, N \quad (1)$$

که در آن  $x_i \in \mathbb{R}^n$  بردار حالت و  $u_i \in \mathbb{R}^m$  بردار ورودی کنترلی برای بازیکن  $i$  می باشد. همچنین دینامیک عامل رهبر  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  به صورت زیر داده می شود

$$\dot{x}_0 = f_0(x_0) \quad (2)$$

در این مقاله، یک طرح کنترلی زیر-بهنه جدید با استفاده از برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه، برای حل تقریبی بازی های گرافی دیفرانسیلی سیستم های غیرخطی زمان پیوسته، بدون نیاز به سیاست های کنترل اولیه پایدار ساز پیشنهاد شده است. برای شبکه عصبی نقاد هر یک از عامل ها، الگوریتم تنظیم وزن جدیدی که ضامن پایداری دینامیکی حلقه بسته با مفهوم کراندار نهایی یکنواخت<sup>۱</sup> می باشد، ارائه شده است و در ادامه همگرایی پاسخ بهینه تقریبی به تعادل نش نیز اثبات شده است. نوآوری های این مقاله بقرار زیر است:

- این مقاله، نتایج [۳۶] و [۳۷] را به بازی های گرافی دیفرانسیلی زمان پیوسته غیر خطی با  $N$  -بازیکن بسط می دهد که به دلیل فرمول نویسی بازی بصورت توزیع شده و مبتنی بر توپولوژی گراف و همچنین تعداد بازیکنان، نسبت به بازی های دیفرانسیلی مجموع صفر [۳۷] و مجموع غیر صفر [۳۶] با دو بازیکن، پیچیده تر می باشد. همچنین، پایداری سیستم حلقه بسته کل سیستم نیز ضمانت می شود.
- الگوریتم یادگیری توزیع شده پیشنهاد شده در این مقاله تنها از یک شبکه عصبی برای هر بازیکن استفاده می نماید. در نتیجه، این الگوریتم دارای بار محاسباتی کمتر و ساختار ساده تری برای پیاده سازی در مقایسه با [۳۵،۳۰-۲۷،۲۳]، که برای هر بازیکن از ساختار عملگر-نقاد با دو شبکه عصبی استفاده کرده است، می باشد.
- با معرفی اپراتورهای محلی توزیع شده جدید در قوانین تنظیم وزن ها، در مقایسه با [۳۵،۳۰-۲۷،۲۳]، دیگر هیچ نیازی به سیاست های کنترلی پایدار ساز اولیه وجود ندارد.

## ۲- مقدمات و فرمول بندی مسئله

برخی مفاهیم پایه ای که در طول مقاله از آنها استفاده می شود در ادامه ذکر شده است. بعلاوه، فرمول بندی مسئله بازی های گرافی دیفرانسیلی  $N$  نفره برای سیستم های غیرخطی نیز در این بخش ذکر می شود.

### ۲-۱- گرافها و نمادها

نمادهای زیر در طول این مقاله مورد استفاده قرار می گیرند.  $\mathbb{R}$  اعداد حقیقی،  $\mathbb{R}^n$  بردارهای حقیقی  $n$  تایی و  $\mathbb{R}^{m \times n}$  ماتریس های حقیقی  $m \times n$  را نشان می دهند.  $I_n$  ماتریس همانی با ابعاد  $n \times n$  را نشان می دهد.  $\|X\|$  نشان دهنده نرم اقلیدسی بردار  $X$  می باشد.  $\|M\|$  نشان دهنده نرم-۲ القایی برای ماتریس  $M$  می باشد و  $\underline{\sigma}(M)$  نشان دهنده  $i$  امین مقدار منفرد ماتریس  $M$  و  $\bar{\sigma}(M)$  کمترین مقدار منفرد ماتریس  $M$  را نشان می دهد. ضرب

<sup>۲</sup>In-degree

<sup>۳</sup> Heterogeneous

<sup>۱</sup> Uniformly ultimately bounded

$$H_i(\delta_i, u_i, u_{N_i^I}) \equiv \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i + \frac{1}{2} \times \sum_{j \in N_i^I} u_j^T R_{ij} u_j + \nabla V_i^T \left( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) \right) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i - \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} g_j(x_j) u_j \quad (8)$$

که در آن  $\nabla V_i = \partial V_i / \partial \delta_i \in \mathbb{R}^n$  مشتق جزئی  $V_i(\delta_i)$  نسبت به  $\delta_i$  می باشد.

**تعریف ۱- [۲۳]** سیاست های کنترلی  $u_i$  به ازای هر  $i$ ، قابل قبول گفته می شوند، اگر  $u_i$  پیوسته و  $u_i(0) = 0$  باشد، همچنین  $u_i$  سیستم (۴) را به صورت محلی پایدار سازد و مقدار رابطه (۵) را محدود گرداند.

**تعریف ۲- [۲۲]** مجموعه سیاست های  $\{u_1^*, u_2^*, \dots, u_N^*\}$  حل تعادل نش همه جایی برای بازی  $N$  نفره می باشد، اگر نامساوی های زیر  $\forall u_i, u_{Gr-i}$  برقرار باشد

$$V_i(u_i^*, u_{Gr-i}^*) \leq V_i(u_i, u_{Gr-i}^*) \quad (9)$$

که در آن  $u_{Gr-i} = \{u_j | j \neq i\}$

**لم ۱- سیستم (۴) و تابع هزینه محلی توزیع شده (۵) را در نظر بگیرید.** بر اساس همیلتونین (۸)، سیاست های کنترلی فیدبک بهینه با استفاده از شرط ایستایی  $\partial H_i / \partial u_i = 0$  [۳۸]، به صورت زیر به دست می آید

$$u_i^* = -(d_i + e_{i0}) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla V_i \quad (10)$$

که  $\nabla V_i$  حل معادلات همیلتون-جاکوبی کوپل شده (۱۱) است، که این معادلات با جایگذاری سیاست کنترلی فیدبک بهینه (۱۰) در (۸)، بصورت زیر به دست آمده اند.

$$\frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \nabla V_i^T g_i(x_i) R_{ii}^{-1} \times g_i^T(x_i) \nabla V_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i^I} (d_j + e_{j0})^2 \nabla V_j^T \times g_j^T(x_j) \nabla V_j + \nabla V_i^T \times \left( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 g_i(x_i) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla V_i + \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla V_j \right) = 0 \quad (11)$$

به طور کلی، یافتن راه حل های تحلیلی برای معادلات همیلتون-جاکوبی کوپل شده دشوار و حتی غیر ممکن می باشد. در این مقاله، برای حل تقریبی این معادلات به صورت برخط، یک طرح کنترلی زیر-بهینه جدید که از برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه برای هر بازیکن استفاده می کند، پیشنهاد می شود.

فرض زیر در ادامه مقاله، مورد نیاز می باشد:

که حداقل به یکی از بازیکن ها در گراف تعاملی متصل می باشد. در این مقاله فرض می شود که  $f_i(x_i), f_0(x_0)$  و  $g_i(x_i)$  همسایگان محلی برای هر بازیکن  $i = 1, \dots, N$  لیشیتز محلی هستند. خطای ردیابی به صورت زیر تعریف می شود

$$\delta_i = \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (x_i - x_j) + e_{i0} (x_i - x_0) \quad (3)$$

که در آن  $e_{i0} \geq 0$  بهره اتصال می باشد که برای حداقل یک بازیکن، غیر صفر می باشد. توجه شود که اگر بازیکن  $i$  به صورت مستقیم با رهبر تعامل نماید، آنگاه  $e_{i0} = 1$  در غیر این صورت  $e_{i0} = 0$ . دینامیک خطای ردیابی همسایگان محلی برای بازیکن

$i, i = 1, \dots, N$ ، به صورت زیر داده می شود [۳۵]

$$\dot{\delta}_i = \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i - \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} g_j(x_j) u_j \quad (4)$$

دینامیک خطای محلی هر عامل تحت تاثیر ورودی کنترلی خود عامل  $i$  و ورودی های کنترلی همسایگان این عامل می باشد. تابع هزینه محلی توزیع شده برای هر بازیکن به صورت زیر تعریف می شود [۲۳]

$$V_i(\delta_i, u_i, u_{N_i^I}) = \int_t^{\infty} r_i(\delta_i(\tau), u_i(\tau), u_{N_i^I}(\tau)) d\tau \quad (5)$$

که در آن  $u_{N_i^I} = \{u_j | j \in N_i^I\}$  و  $r_i(\delta_i, u_i, u_{N_i^I})$  برابر با های وزن  $Q_i(\delta_i) > 0, R_{ii} > 0, R_{ij} > 0$  متقارن و ثابت هستند.

توجه کنید که تابع هزینه محلی توزیع شده در بازی های گرافی دینامیکی برای بازیکن  $i$  متأثر از ورودی بازیکن  $i$  و همسایگان آن می باشد. بنابراین، هدف کنترلی بازیکن  $i$  انتخاب سیاست کنترلی فیدبکی برای حداقل کردن تابع هزینه محلی و یافتن ارزش بهینه زیر می باشد

$$V_i^*(\delta_i) = \min_{u_i, u_{N_i^I}} \int_t^{\infty} r_i(\delta_i, u_i, u_{N_i^I}) d\tau \quad (6)$$

فرمول معادل دینامیکی رابطه (۵) به صورت معادله لیاپانوف غیرخطی زیر بیان می شود

$$\nabla V_i^T \left( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i - \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} g_j(x_j) u_j + \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i^I} u_j^T R_{ij} u_j \right) = 0, V_i(0) = 0 \quad (7)$$

تابع همیلتونین برای تابع هزینه محلی توزیع شده برای بازیکن  $i$  به صورت زیر تعریف می شود

**۲- حل برخط بازی های گرافی دیفرانسیلی سیستم های چندعاملی غیرخطی با استفاده از برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه**

بر اساس قضیه تقریب مرتبه بالای وایرشراس [۴۰-۳۹] و نتیجه [۴۱] مجموعه های پایه مستقل کامل  $\mathfrak{R}^{K_i}$   $\rightarrow \mathfrak{R}^n$   $(\delta_i)$  برای  $i = 1, \dots, N$  وجود دارند به طوری که  $\sigma_i(0) = 0$ ،  $\nabla \sigma_i(0) = 0$ ، آنگاه حل  $V_i(\delta_i)$  و گرادیان آن به طور یکنواخت تخمین زده می شوند. بنابراین می توان در نظر گرفت که وزن  $W_i \in \mathfrak{R}^{K_i}$  شبکه های عصبی نقاد وجود دارند به طوری که توابع هزینه  $V_i(\delta_i)$  برای  $i = 1, \dots, N$  به صورت زیر تقریب زده می شوند

$$V_i = V_i(\delta_i) = W_i^T \sigma_i(\delta_i) + \varepsilon_i(\delta_i) \quad (۱۷)$$

که  $\sigma_i(\delta_i): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^{K_i}$  توابع فعالیت شبکه های عصبی نقاد،  $K_i$  تعداد نرون ها در لایه مخفی عامل  $i$  و  $\varepsilon_i(\delta_i)$  خطای تقریب شبکه های عصبی برای  $i = 1, \dots, N$  می باشند. همانگونه که پیش تر گفته شد، توابع فعالیت شبکه عصبی نقاد  $\sigma_i(\delta_i)$  طوری انتخاب می شوند که مجموعه های پایه مستقل کامل را طوری فراهم آورند که  $V_i(\delta_i, u_i, u_{N_i})$  و گرادیان آنها برای  $i = 1, \dots, N$

$$\nabla V_i = \nabla \sigma_i^T W_i + \nabla \varepsilon_i \quad (۱۸)$$

که  $\nabla \sigma_i \square \partial \sigma_i / \partial \delta_i$  و  $\nabla \varepsilon_i \square \partial \varepsilon_i / \partial \delta_i$  به طور یکنواخت تخمین زده می شوند. بنابراین هنگامی که تعداد نرون های لایه مخفی  $K_i \rightarrow \infty$ ، خطای تقریب برای  $i = 1, \dots, N$  به صورت یکنواخت  $\nabla \varepsilon_i(\delta_i) \rightarrow 0$ ،  $\varepsilon_i(\delta_i) \rightarrow 0$  [۴۰].  
 با جاگذاری (۱۸) در (۱۰) و (۱۱)، می توانیم سیاست های بهینه (۱۰) و معادلات هامیلتون-جاکوبی کوپل شده (۱۱) را به ترتیب زیر بازنویسی کنیم

$$u_i^* = -(d_i + e_{i0})R_{ii}^{-1}g_i^T(x_i)\nabla\sigma_i^T W_i - (d_i + e_{i0})R_{ii}^{-1}g_i^T(x_i)\nabla\varepsilon_i \quad (۱۹)$$

$$\frac{1}{2}Q_i(\delta_i) - \frac{1}{2}(d_i + e_{i0})^2 W_i^T \nabla \sigma_i D_i \nabla \sigma_i^T W_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i^t} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j S_{ij} \nabla \sigma_j^T W_j + W_i^T \times \nabla \sigma_i (\sum_{j \in N_i^t} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0))) + \sum_{j \in N_i^t} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T W_j) - \varepsilon_{ii} = 0 \quad (۲۰)$$

که در آن

$$D_i = g_i(x_i)R_{ii}^{-1}g_i^T(x_i) \quad (۲۱)$$

**فرض ۱-** برای هر بازیکن، یک کاندید لیاپانوف شعاعی بی کران دیفرانسیل پذیر پیوسته<sup>۱</sup>  $J_i(\delta_i)$  وجود دارد به طوری که

$$J_i = \nabla J_i^T \delta_i = \nabla J_i^T (\sum_{j \in N_i^t} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j))) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0})g_i(x_i)u_i^* - \sum_{j \in N_i^t} e_{ij}g_j(x_j)u_j^* < 0 \quad (۱۲)$$

که در آن  $\nabla J_i = \partial J_i / \partial \delta_i \in \mathfrak{R}^n$  مشتق جزئی  $J_i(\delta_i)$  نسبت به  $\delta_i$  می باشد.

**لم ۲-** سیستم غیرخطی (۴) با توابع هزینه محلی توزیع شده (۵) و سیاست های بهینه (۱۰) را در نظر بگیرید. ضمن برقراری فرض ۱، فرض کنید که ثابت مثبت  $\bar{Q}_i$  وجود داشته باشد که در نامساوی زیر صدق نماید

$$\nabla V_i^{*T} \bar{Q}_i \nabla J_i \leq r_i(\delta_i, u_i^*, u_{N_i}^*) \quad (۱۳)$$

آنگاه رابطه زیر برقرار می باشد

$$\nabla J_i^T (\sum_{j \in N_i^t} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j))) + e_{i0} \times (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0})g_i(x_i)u_i^* - \sum_{j \in N_i^t} e_{ij}g_j(x_j)u_j^* \leq -\nabla J_i^T \bar{Q}_i \nabla J_i \quad (۱۴)$$

**اثبات لم ۲-** با به کارگیری سیاستهای کنترلی فیدبک بهینه (۱۰) در سیستم غیرخطی (۴)، تابع هزینه محلی توزیع شده  $V_i(\delta_i, u_i^*, u_{N_i}^*)$  در (۵)، تشکیل یک تابع لیاپانوف می دهد. آنگاه با استفاده از تابع هامیلتونین (۸) و مشتق گرفتن از تابع هزینه محلی توزیع شده  $V_i(\delta_i, u_i^*, u_{N_i}^*)$  نسبت به  $t$ ، برای  $i = 1, \dots, N$ ، داریم

$$\dot{V}_i^* = \nabla V_i^{*T} (\sum_{j \in N_i^t} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j))) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0})g_i(x_i)u_i^* - \sum_{j \in N_i^t} e_{ij}g_j(x_j)u_j^* = -r_i(\delta_i, u_i^*, u_{N_i}^*) \quad (۱۵)$$

با استفاده از (۱۳)، می توان (۱۵) را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\sum_{j \in N_i^t} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0})g_i(x_i)u_i^* - \sum_{j \in N_i^t} e_{ij}g_j(x_j)u_j^* = -(\nabla V_i^* \nabla V_i^{*T})^{-1} \nabla V_i^* r_i(\delta_i, u_i^*, u_{N_i}^*) \leq -(\nabla V_i^* \nabla V_i^{*T})^{-1} \nabla V_i^* \nabla V_i^{*T} \bar{Q}_i \nabla J_i \leq -\bar{Q}_i \nabla J_i \quad (۱۶)$$

در نهایت، با ضرب  $\nabla J_i^T$  به هر دو طرف (۱۶)، (۱۴) به دست می آید که اثبات را کامل می نماید.

<sup>۱</sup> Continuously differentiable radially unbounded

قانون تنظیم پیشنهادی برای شبکه عصبی نقاد هر عامل  $i$  برای  $i = 1, \dots, N$  به صورت زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}}_i &= -\alpha_i \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} \left( \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \times \right. \\ &\hat{W}_i^T \nabla \sigma_i D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i^I} (d_j + e_{j0})^2 \times \\ &\hat{W}_j^T \nabla \sigma_j S_{ij} \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j + \hat{W}_i^T \nabla \sigma_i \left( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} \times \right. \\ &(f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0}(f_i(x_i) - f_0(x_0)) \\ &\left. - (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) \right. \\ &\left. \times D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j \right) + \frac{1}{2} \alpha_i (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \times \\ &\nabla \sigma_i^T \hat{W}_i \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} \hat{W}_i + \frac{1}{2} \alpha_i \lambda_i^{-1} (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i \times \\ &\sum_{j \in N_i^O} \lambda_j \hat{W}_j^T \frac{\bar{B}_j}{m_{s_j}} S_{ji} \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i - \bar{\Sigma}_i (\lambda_i^{-1} \alpha_i \times \\ &(d_i + e_{i0}) \nabla \sigma_i D_i \left( \sum_{j \in N_i^O} e_{ji} \nabla J_j \right. \\ &\left. - (d_i + e_{i0}) \nabla J_i \right) + \lambda_i^{-1} \alpha_i (d_i + e_{i0}) \nabla \sigma_i \times \\ &D_i \left( \bar{\Sigma}_i \sum_{j \in N_i^O} e_{ji} \sum_j \nabla J_j - \sum_i \sum_{j \in N_i^O} e_{ji} \bar{\Sigma}_j \nabla J_j \right) \\ &\left. - \alpha_i F_{1i} \frac{\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T}{1 + \|\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T\|} \hat{W}_i \right. \\ &\left. - \alpha_i F_{2i} \begin{bmatrix} e_{i1} \frac{\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T}{1 + \|\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T\|} \hat{W}_1 \\ \vdots \\ e_{iN} \frac{\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T}{1 + \|\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T\|} \hat{W}_N \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن  $\bar{B}_i = B_i / m_{s_i}$ ،  $m_{s_i} = 1 + B_i^T B_i$  بهره تطبیقی،  $F_{1i}$  و  $F_{2i}$  ماتریس های طراحی برای  $i = 1, \dots, N$  می باشند، همچنین  $\nabla J_i$  برای  $i = 1, \dots, N$  در لم ۲ ذکر شده است. بعلاوه،  $B_i$  که با مشتق جزئی گرفتن از  $e_i$  نسبت به  $\hat{W}_i$  به دست می آید به صورت زیر می باشد

$$\begin{aligned} B_i &= \nabla \sigma_i \left( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) \right. \\ &\left. + e_{i0}(f_i(x_i) - f_0(x_0)) + \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) \right. \\ &\left. \times D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j \right) - \nabla \sigma_i (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i \end{aligned} \quad (29)$$

اپراتورهای سوئیچ  $\bar{\Sigma}_i$  و  $\Sigma_i$  برای  $i = 1, \dots, N$  به صورت زیر تعریف می شود

$$S_{ij} = g_j(x_j) R_{jj}^{-1} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \quad (22)$$

و خطای باقی مانده با  $\varepsilon_{HJ_i}$  نشان داده شده است.

وزن های شبکه های عصبی نقاد  $W_i$  برای  $i = 1, \dots, N$  نامعلوم هستند و باید به صورت پرخط تخمین زده شوند.  $\hat{W}_i$  را مقدار تخمین زده شده  $W_i$  برای هر بازیکن  $i$ ، برای  $i = 1, \dots, N$  در نظر می گیریم.

بنابراین خروجی شبکه عصبی نقاد به صورت زیر می باشد

$$\hat{V}_i = \hat{W}_i^T \sigma_i(\delta_i) \quad (23)$$

با جاگذاری (۲۳) در (۱۰)، تخمین سیاست های کنترلی بهینه به صورت زیر به دست می آید

$$\hat{u}_i = -(d_i + e_{i0}) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i \quad (24)$$

با اعمال کردن (۲۴) در سیستم (۴)، دینامیک حلقه بسته سیستم به صورت زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i(\hat{W}_i, \hat{W}_j) &= \dot{\delta}_i = \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) \\ &+ e_{i0}(f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \sigma_i^T \\ &\times \hat{W}_i + \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j \end{aligned} \quad (25)$$

با جایگذاری (۲۳) و (۲۴) در (۸)، توابع هامیلتونین تقریبی به صورت زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} H_i(\delta_i, \hat{W}_i, \hat{W}_j) &= \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \hat{W}_i^T \times \\ &\nabla \sigma_i D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i^I} (d_j + e_{j0})^2 \hat{W}_j^T \nabla \sigma_j S_{ij} \times \\ &\nabla \sigma_j^T \hat{W}_j + \hat{W}_i^T \nabla \sigma_i \left( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + \right. \\ &\left. e_{i0}(f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \right. \\ &\left. \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j \right) = e_i \end{aligned} \quad (26)$$

برای به دست آوردن مقادیر ایده آل وزن های شبکه های عصبی نقاد، مطلوب است تا مربع خطای باقی مانده  $e_i$  در (۲۶) حداقل شود.

برای این منظور، از گرادیان نزولی نرمالایز شده برای انتخاب  $\hat{W}_i$  برای  $i = 1, \dots, N$  استفاده می شود. در اینجا قوانین تنظیم وزن جدید برای شبکه های عصبی نقاد برای  $N$  بازیکن که علاوه بر حداقل ساختن مربع خطای باقی مانده (۲۷) می تواند پایداری سیستم را برآورده کند، ارایه می گردد.

$$E = \sum_{i=1}^N E_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T e_i \quad (27)$$



(۳) توابع فعالیت شبکه های عصبی نقاد کراندار هستند، به طوری که  
 $\sigma_{idM} > 0$  و  $\sigma_{iM} > 0$  با  $\|\nabla \sigma_i\| \leq \sigma_{idM}$  و  $\|\sigma_i\| \leq \sigma_{iM}$   
 برای  $i = 1, \dots, N$ .

(۴) وزن های شبکه های عصبی نقاد کراندار هستند، به طوری  
 که  $W_{iM} > 0$  با  $\|W_i\| \leq W_{iM}$  برای  $i = 1, \dots, N$ .

(۵) خطاهای باقی مانده  $\mathcal{E}_{HJ_i}$  کراندار هستند، به طوری که  
 $\mathcal{E}_{HJ_i} > 0$  برای  $i = 1, \dots, N$ .

قضیه ۱- سیستم (۴) را در نظر بگیرید، سیاست های کنترلی توسط  
 رابطه (۲۴) داده شده اند و قانون تنظیم وزن شبکه عصبی نقاد برای هر  
 عامل توسط (۲۸) فراهم شده است. در نظر می گیریم که فرضیات ۱ و ۲  
 برقرار هستند. آنگاه حالت های سیستم  $\delta_i$  و خطای تخمین وزن شبکه  
 های عصبی نقاد  $\tilde{W}_i$  برای  $i = 1, \dots, N$ ، به ازای تعداد کافی نرون،  
 کراندار نهایی یکنواخت هستند.

**اثبات قضیه ۱-** تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید

$$J = \sum_{i=1}^N \left\{ J_i(\delta_i) + \frac{1}{2} \lambda_i \tilde{W}_i^T \alpha_i^{-1} \tilde{W}_i \right\} \quad (۳۲)$$

که  $J_i(\delta_i)$  برای  $i = 1, \dots, N$  از لم ۲ به دست آمده اند.  
 مشتق زمانی تابع لیاپانوف (۳۲) با توجه به سیستم (۲۵) به صورت  
 زیر به دست می آید

$$\dot{\Sigma}_i = \begin{cases} 0 & i \in S \\ 1 & i \in \bar{S} \end{cases} \quad (۳۰)$$

$$\Sigma_i = \begin{cases} 1 & i \in S \\ 0 & i \in \bar{S} \end{cases} \quad (۳۱)$$

که  $\bar{S} = \{i : i \notin S\}$  و  $S = \{i : \nabla J_i \delta_i < 0 \& \nabla J_j \delta_j > 0, j \in N_i^o\}$

با به کار گیری الگوریتم گرادیان نزولی نرمالایز شده، از جملات  
 ابتدایی (۲۸) برای حداقل کردن خطای باقی مانده مربعی (۲۷) استفاده  
 می شود و از باقی جملات، برای تضمین پایداری سیستم حلقه بسته در  
 زمان یادگیری وزن های بینه شبکه های عصبی نقاد استفاده می شود.

**ملاحظه ۱-** توجه شود که  $\dot{\Sigma}_i = 0$  و  $\Sigma_i = 1$  به این  
 معناست که دینامیک های خطای ردیابی محلی بازیکن  $i$  و بازیکنانی  
 که  $i$  در همسایگی آنهاست پایدار است. از طرف دیگر،  $\dot{\Sigma}_i = 1$  و  
 $\Sigma_i = 0$  به این معناست که حداقل دینامیک خطای ردیابی محلی  
 یکی از این بازیکنان ناپایدار شده است. به این ترتیب با استفاده از  
 اپراتورهای سوئیچ (۳۰) و (۳۱)، نیاز به سیاست کنترلی اولیه قابل قبول  
 برای هر عامل که در [۲۳] و [۳۵] احتیاج است، برطرف می شود. توجه  
 شود که جملاتی که به وسیله اپراتورهای سوئیچ (۳۰) و (۳۱) فعال می  
 شوند، طبق شرایط کافی لیاپانوف برای پایداری انتخاب شده اند.

**ملاحظه ۲-** به منظور حداقل کردن خطاهای باقی مانده مربعی  
 (۲۷)، نیاز است تا حالت های سیستم (۴) به اندازه کافی تحریک پایا<sup>۱</sup> باشند.  
 در نتیجه برای برآورده کردن شرط تحریک پایا، یک نویز تحریک به  
 ورودی های کنترلی اضافه می شود. خطای تخمین وزن شبکه های  
 عصبی نقاد برای هر عامل  $i$ ،  $i = 1, \dots, N$  بصورت  
 $\tilde{W}_i = W_i - \hat{W}_i$  تعریف می شود.

### ۳- تحلیل پایداری

در این قسمت، پایداری بازی گرافی دیفرانسیلی با قوانین تنظیم وزن  
 پیشنهادی شبکه های عصبی نقاد (۲۸) مورد تحلیل قرار می گیرد. ابتدا  
 فرضیات زیر را در نظر می گیریم.

#### فرض ۲-

(۱)  $g_i(\cdot)$  ها کراندار هستند، یعنی  $\|g_i(\cdot)\| \leq g_{iM}$  که  
 ثابت هایی مثبت می باشند برای  $i = 1, \dots, N$ .

(۲) خطاهای تقریب شبکه عصبی نقاد و گرادیان آن کراندار هستند،  
 به طوری که  $\|E_i\| \leq \mathcal{E}_{iM}$  و  $\|\nabla E_i\| \leq \mathcal{E}_{idM}$  با  $\mathcal{E}_{iM} > 0$   
 و  $\mathcal{E}_{idM} > 0$  برای  $i = 1, \dots, N$ .

$$j = -Z^T \begin{bmatrix} m_{11} & \dots & \frac{m_{1N} + m_{N1}^T}{2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{m_{N1} + m_{1N}^T}{2} & \dots & m_{NN} \end{bmatrix} Z \quad (34)$$

$$+ Z^T d + \sum_{i=1}^N \{ \nabla J_i^T ( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0}(f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j + \sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T \times \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_j - \tilde{W}_i^T (d_i + e_{i0})^2 \times \nabla \sigma_i D_i \nabla J_i \} \}$$

که در آن اجزای ماتریس  $M$  به صورت زیر داده شده اند.

$$m_{ii} = -\frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i^O} \frac{\bar{B}_j^T}{m_{s_j}} W_j \lambda_j S_{ji} \times \nabla \sigma_i^T - \frac{1}{2} \lambda_i (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \nabla \sigma_i^T W_i \frac{\bar{B}_i^T}{m_{s_i}} + \quad (35)$$

$$\bar{B}_i \lambda_i \bar{B}_i^T - \frac{1}{2} \lambda_i (d_i + e_{i0})^2 \frac{\bar{B}_i^T}{m_{s_i}} W_i \nabla \sigma_i D_i \nabla \sigma_i^T + \lambda_i F_{1i} \frac{\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T}{1 + \|\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T\|}$$

$$m_{ij} = \lambda_i e_{ij} (d_j + e_{j0}) \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} W_i^T \nabla \sigma_i D_j \nabla \sigma_j^T$$

$$+ \frac{1}{2} \lambda_i e_{ij} (d_j + e_{j0})^2 \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} W_j^T \nabla \sigma_j S_{ij} \nabla \sigma_j^T$$

$$+ \lambda_i F_{2i} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & e_{ij} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes I_K \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{\nabla \sigma_1 \nabla \sigma_1^T}{1 + \|\nabla \sigma_1 \nabla \sigma_1^T\|} \hat{W}_1 \\ \vdots \\ \frac{\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T}{1 + \|\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T\|} \hat{W}_N \end{bmatrix} \quad (36)$$

و اجزای بردار  $d^T = [d_1^T \dots d_N^T]$  به صورت زیر به دست می

آیند

$$d_i = -\frac{1}{2} \lambda_i (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \nabla \sigma_i^T W_i \frac{\bar{B}_i^T}{m_{s_i}} W_i$$

$$j = \sum_{i=1}^N \nabla J_i^T ( \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0}(f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j - \tilde{W}_i^T \bar{B}_i \lambda_i \bar{B}_i^T \tilde{W}_i + \lambda_i \tilde{W}_i^T \bar{B}_i \frac{\varepsilon_{H_i}}{m_{s_i}} - \frac{1}{2} \tilde{W}_i^T \lambda_i (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \times \nabla \sigma_i^T W_i \frac{\bar{B}_i^T}{m_{s_i}} W_i + \frac{1}{2} \lambda_i \tilde{W}_i^T (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \times \nabla \sigma_i^T W_i \frac{\bar{B}_i^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i + \frac{1}{2} \lambda_i \tilde{W}_i^T (d_i + e_{i0})^2 \frac{\bar{B}_i^T}{m_{s_i}} W_i \times \nabla \sigma_i D_i \nabla \sigma_i^T \tilde{W}_i - \frac{1}{2} \tilde{W}_i^T (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i \times$$

$$\sum_{j \in N_i^O} \lambda_j S_{ji} \nabla \sigma_j^T W_i \frac{\bar{B}_j^T}{m_{s_j}} W_j + \frac{1}{2} \tilde{W}_i^T (d_i + e_{i0})^2 \times \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i^O} \frac{\bar{B}_j^T}{m_{s_j}} W_j \lambda_j S_{ji} \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_i - \frac{1}{2} \lambda_i \tilde{W}_i^T \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}}$$

$$\times \begin{bmatrix} \nabla \sigma_{i1} S_{i1} \nabla \sigma_{i1}^T W_1 \\ \vdots \\ \nabla \sigma_{iN} S_{iN} \nabla \sigma_{iN}^T W_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} e_{i1} (d_1 + e_{10})^2 \tilde{W}_1 \\ \vdots \\ e_{iN} (d_N + e_{N0})^2 \tilde{W}_N \end{bmatrix}$$

$$+ \lambda_i \tilde{W}_i^T F_{1i} \frac{\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T}{1 + \|\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T\|} \hat{W}_i - \lambda_i \tilde{W}_i^T \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} \times W_i^T \nabla \sigma_i \begin{bmatrix} \nabla \sigma_{i1} D_1 \\ \vdots \\ \nabla \sigma_{iN} D_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} e_{i1} (d_1 + e_{10}) \tilde{W}_1 \\ \vdots \\ e_{iN} (d_N + e_{N0}) \tilde{W}_N \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$+ \lambda_i \tilde{W}_i^T F_{2i} \begin{bmatrix} \frac{\nabla \sigma_1 \nabla \sigma_1^T}{1 + \|\nabla \sigma_1 \nabla \sigma_1^T\|} \hat{W}_1 \\ \vdots \\ \frac{\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T}{1 + \|\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T\|} \hat{W}_N \end{bmatrix}$$

$$+ \sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_j - \tilde{W}_i^T (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \nabla J_i \}$$

$$+ \sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T \sum_{j \in N_i^I} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_j - \tilde{W}_i^T (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \nabla J_i \}$$

برای نوشتن (۳۳) به صورت فشرده،

$$Z^T = [\tilde{W}_1^T \dots \tilde{W}_N^T]$$

را به صورت زیر بازنویسی کرد (۳۳)

$$\sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T ( \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \varepsilon_j - (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \varepsilon_i ) \} \quad (۴۰)$$

به سمت راست (۳۹) داریم

$$\begin{aligned} J \leq & -\|Z\|^2 \underline{\zeta}(M) + \|Z\| d_M - \sum_{i \in S} \{ \delta_{id \min} \|\nabla J_i\| \} \\ & + \sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T ( \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + \\ & e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i^* \\ & + \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} g_j(x_j) u_j^* + (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \varepsilon_i \\ & - \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \varepsilon_j ) \} \end{aligned} \quad (۴۱)$$

با استفاده از لم ۲، (۴۱) به صورت زیر بازنویسی می شود

$$\begin{aligned} J \leq & -\sum_{i \in S} \{ \delta_{id \min} \|\nabla J_i\| \} + \sum_{i=1}^N \{ \frac{\eta_i^2}{4\bar{Q}_{i \min}} \} \\ & - \sum_{i \in S} \{ \bar{Q}_{i \min} (\|\nabla J_i\| - \frac{\eta_i}{2\bar{Q}_{i \min}})^2 \} + \frac{d_M^2}{4\underline{\zeta}(M)} \\ & - \underline{\zeta}(M) (\|Z\| - \frac{d_M}{2\underline{\zeta}(M)})^2 \end{aligned} \quad (۴۲)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \eta_i = & (d_i + e_{i0})^2 D_{iM} \varepsilon_{idM} + \\ & \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_{jM} \varepsilon_{jdM} \end{aligned} \quad (۴۳)$$

توجه شود که  $\nabla \varepsilon_i$  برای  $i = 1, \dots, N$  و  $d$  از بالا کراندار هستند.

اکنون اگر یکی از نامساوی های زیر به ازای یکی از  $i$  ها،  $i = 1, \dots, N$

$$\|\nabla J_{i \in S}\| > \sqrt{\frac{\sum_{i \in S} \{ \frac{\eta_i^2}{4\bar{Q}_{i \min}} \} + \frac{d_M^2}{4\underline{\zeta}(M)}}{\bar{Q}_{i \min}}} + \frac{\eta_i}{2\bar{Q}_{i \min}} \square B_{\nabla J_i}^S \quad (۴۴)$$

$$\|\nabla J_{i \in S}\| > \sqrt{\frac{\sum_{i \in S} \{ \frac{\eta_i^2}{4\bar{Q}_{i \min}} \} + \frac{d_M^2}{4\underline{\zeta}(M)}}{\delta_{id \min}}} \square B_{\nabla J_i}^S \quad (۴۵)$$

$$\|Z\| > \sqrt{\frac{\sum_{i \in S} \{ \frac{\eta_i^2}{4\bar{Q}_{i \min}} \} + \frac{d_M^2}{4\underline{\zeta}(M)}}{\underline{\zeta}(M)}} + \frac{d_M}{2\underline{\zeta}(M)} \square B_Z^S \quad (۴۶)$$

برقرار باشد، آنگاه  $\dot{J} < 0$ . بنابراین طبق تئوری پایداری لیپانوف

$$\|Z\| > B_Z \quad [۴۲] \quad \text{نتیجه می شود که}$$

$$i = 1, \dots, N \quad \text{برای} \quad \|\nabla J_i\| > \max(B_{\nabla J_i}^S, B_{\nabla J_i}^{\bar{S}}) \square \bar{B}_{\nabla J_i}$$

$$-\frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i^+} \lambda_j S_{ji} \nabla \sigma_i^T W_i \frac{\bar{B}_j^T}{m_{s_j}} W_j \quad (۳۷)$$

$$+ \lambda_i \bar{B}_i \frac{\varepsilon_{H_i}}{m_{s_i}} + \lambda_i F_{1i} \frac{\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T}{1 + \|\nabla \sigma_i \nabla \sigma_i^T\|} W_i +$$

$$\begin{bmatrix} e_{i1} \frac{\nabla \sigma_1 \nabla \sigma_1^T}{1 + \|\nabla \sigma_1 \nabla \sigma_1^T\|} W_1 \\ \vdots \\ e_{iN} \frac{\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T}{1 + \|\nabla \sigma_N \nabla \sigma_N^T\|} W_N \end{bmatrix}$$

پارامترهای طراحی  $\lambda_i$  و ماتریس های طراحی  $F_{2i}$  و  $F_{1i}$  برای  $i = 1, \dots, N$  باید به گونه ای انتخاب شوند که  $M > 0$  باشد.

تحت شرط تحریک پایا داریم  $\|\delta_i\| > 0$ ، که وجود ثابت های  $\delta_{id \min}$  را که در  $\|\delta_i\| < \delta_{id \min} < 0$  صدق می کند را تضمین می نماید. بنابراین داریم

$$\begin{aligned} & \sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T ( \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + \\ & e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 D_i \times \\ & \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j ) \} \end{aligned} \quad (۳۸)$$

$$< -\sum_{i \in S} \{ \delta_{id \min} \|\nabla J_i\| \} < 0$$

طبق فرض ۲ و این حقیقت که  $\bar{B}_i < 1$  برای  $i = 1, \dots, N$  می توان نشان داد  $\|D_i\| \leq D_{iM}$  و  $\|d\| \leq d_M$ ، که هر دو یک ثابت مثبت مشخص می باشند. اکنون (۳۴) به صورت زیر در می آید.

$$J \leq -\|Z\|^2 \underline{\zeta}(M) + \|Z\| d_M - \sum_{i \in S} \{ \delta_{id \min} \|\nabla J_i\| \}$$

$$+ \sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T ( \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) +$$

$$e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 D_i \nabla \sigma_i^T \hat{W}_i + \sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j ) \} + \sum_{i \in S} \{ \nabla J_i^T \times$$

$$\sum_{j \in N_i^+} e_{ij} (d_j + e_{j0}) D_j \nabla \sigma_j^T \hat{W}_j - \hat{W}_i^T \times (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i D_i \nabla J_i \}$$

که در آن کوچکترین مقدار منفرد ماتریس  $M$  با  $\underline{\zeta}(M)$  نشان داده شده است.

**ملاحظه ۳-** توجه داشته باشید که با انتخاب مناسب پارامترهای

طراحی  $\lambda_i$  و ماتریس های طراحی  $F_{2i}$  و  $F_{1i}$  برای  $i = 1, \dots, N$  می توانیم  $\underline{\zeta}(M)$  را افزایش دهیم.

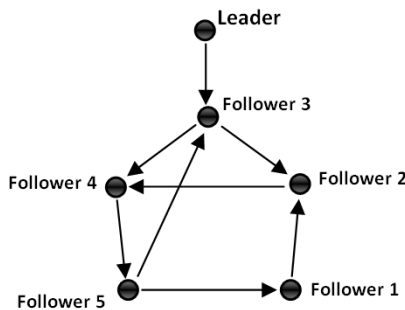
با توجه به (۱۰) و (۲۰) و اضافه و کم نمودن جملات زیر

$$f_i(x_i) = \begin{pmatrix} x_{i2} \\ -x_{i1} + \varepsilon(1-x_{i1}^2)x_{i2} \end{pmatrix} \quad (49)$$

$$g_1(x_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.8x_{11}x_{12} \end{bmatrix}, g_2(x_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_{21}x_{22} \end{bmatrix}, \\ g_3(x_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5x_{31}x_{32} \end{bmatrix}, g_4(x_4) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2x_{41}x_{42} \end{bmatrix} \quad (50) \\ g_5(x_5) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.4x_{51}x_{52} \end{bmatrix}$$

که  $\varepsilon = 0.5$  می باشد و دینامیک عامل رهبر به صورت زیر می باشد

$$f(x_0) = \begin{pmatrix} x_{02} \\ -x_{01} + \varepsilon(1-x_{01}^2)x_{02} \end{pmatrix} \quad (51)$$



شکل ۱. گراف ارتباطی

برای توابع هزینه عامل ها داریم  $Q_i(\delta_i) = \delta_i^T \delta_i$ ،  $i = 1, \dots, 5$  برای  $R_{ij} = 1, (i \neq j, j \in N_i^I)$ ،  $R_{ii} = 10$ ، برای شبکه های عصبی نقاد عامل ها داریم  $\alpha_i = 1$  برای  $i = 1, \dots, 5$  و ماتریس های طراحی برابر با  $F_{1i} = 0.1I_5$ ،  $F_{2i} = [F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14}, F_{15}]$  برای  $i = 1, \dots, 5$  و پارامتر های طراحی  $\lambda_1 = 0.7, \lambda_2 = 10, \lambda_3 = 10, \lambda_4 = 0.46, \lambda_5 = 12$  انتخاب شده اند. توابع فعالیت هر یک از عامل ها به صورت زیر در نظر گرفته شده اند:

$$\sigma_i = [\delta_{i1}^2, \delta_{i1}\delta_{i2}, \delta_{i2}^2, \delta_{i1}^3, \delta_{i1}^2\delta_{i2}, \delta_{i1}\delta_{i2}^2, \delta_{i1}^3\delta_{i2}, \delta_{i1}^4, \delta_{i1}^3\delta_{i2}, \delta_{i1}^2\delta_{i2}^2, \delta_{i1}\delta_{i2}^3, \delta_{i2}^4] \quad (52)$$

برای نشان دادن عدم نیاز به سیاست های کنترلی اولیه پایدارساز در الگوریتم پیشنهادی، همه وزن های اولیه شبکه های عصبی نقاد برابر با صفر انتخاب می شوند. در ۵۰ ثانیه ابتدایی شبیه سازی، یک نوز نمای کاهشی برای تضمین شرط تحریک پایا به ورودی های کنترلی اضافه شده است. شکل های ۲ و ۳ همگرایی خطای ردیابی محلی (۳) هر عامل

آنگاه  $J < 0$  و  $\|\nabla J_i\|$  و  $\|Z\|$  کراندار نهایی یکنواخت هستند، یعنی  $\|\nabla J_i\| < \bar{B}_{\nabla J_i}$  برای  $i = 1, \dots, N$  و  $\|Z\| < \bar{B}_Z$ . توجه شود که اگر یکی از اجزای  $Z$  از باند  $\bar{B}_Z$  فراتر رود، یعنی  $\|\tilde{W}_i\| > \bar{B}_Z$  برای یک  $i$ ، آنگاه با توجه به این که  $Z$  توسط باند  $\bar{B}_Z$  کراندار نهایی یکنواخت است، می توان مشاهده کرد که خطاهای تخمین وزن شبکه عصبی نقاد، یعنی  $\|\tilde{W}_i\|$  برای  $i = 1, \dots, N$  نیز توسط باند  $\bar{B}_Z$  کراندار نهایی یکنواخت هستند. طبق فرض ۱، کرانداری  $\|\nabla J_i\|$  ها، کراندار بودن  $\|\delta_i\|$  ها را برای  $i = 1, \dots, N$  نشان می دهد. بنابراین  $\|\delta_i\| \leq \bar{B}_{\delta_i}$  است برای  $i = 1, \dots, N$ ، که  $\bar{B}_{\delta_i}$  ها توسط  $\bar{B}_{\nabla J_i}$  ها برای  $i = 1, \dots, N$  تعیین می شوند.

**نتیجه فرعی ۱-** با اثبات قضیه ۱، همگرایی سیاست های  $\hat{u}_i$  برای  $i = 1, \dots, N$  به استراتژی تعادل نش تقریبی بازی گرافی دیفرانسیلی نیز بدست می آید.

**اثبات** - طبق فرض ۲ و کرانداری  $\|\tilde{W}_i\|$  برای  $i = 1, \dots, N$  از (۱۰) و (۲۴) داریم

$$\|\hat{u}_i - u_i^*\| \leq \|(d_i + e_{i0})R_{ii}^{-1}g_i^T(x_i)\nabla\sigma_i^T\tilde{W}_i\| \quad (47) \\ \leq (d_i + e_{i0})\lambda_{\max}(R_{ii}^{-1})g_{iM}\sigma_{idM}\bar{B}_Z \square \in_{u_i}$$

که همگرایی به تعادل نش تقریبی بازی را تضمین می کند.

**ملاحظه ۴-** از (۴۷) مشاهده می شود که خطای همگرایی  $\in_{u_i}$  می تواند با کاهش  $\bar{B}_Z$  کاهش پیدا کند که آن نیز با افزایش  $\underline{\lambda}(M)$  و کاهش  $d_M$ ، کاهش پیدا می کند. آنگاه با انتخاب مناسب پارامترهای  $\lambda_i$  و ماتریس های طراحی  $F_i$  و  $F_{2i}$  برای  $i = 1, \dots, N$  خطای همگرایی  $\in_{u_i}$  در (۴۷) را می توانیم کاهش دهیم.

## ۴- نتایج شبیه سازی

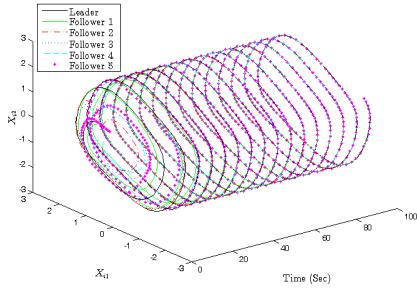
در این قسمت مثال شبیه سازی برای نمایش موثر بودن الگوریتم ارائه شده، برای بازی های گرافی دیفرانسیلی چندعاملی بدون نیاز به کنترل پایدارساز اولیه، ارائه می گردد.

گراف ارتباطی شامل ۵ عامل و یک رهبر که در شکل ۱ نشان داده شده است را در نظر بگیرید. بهره های اتصال و وزن یال ها برابر یک می باشند.

مشابه [۳۵]، دینامیک عامل ها برای  $i = 1, \dots, 5$   $\dot{x}_i \square [x_{i1} \ x_{i2}]^T$  به صورت زیر در نظر گرفته شده اند

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i \quad (48)$$

صفحه فاز سه بعدی نمایش داده شده در شکل ۶، نشان دهنده همگرایی حالت همه عامل ها به حالت رهبر است. همانطور که از شکل ۶ دیده می شود، حالت های تمامی عامل ها با شرایط اولیه متفاوت نهایتا با همگرایی وزن های شبکه عصبی نقاد به وزن های زیر بینه، به حالت های رهبر همگرا شده و در نتیجه خطای ردیابی محلی تمامی عامل ها به صفر همگرا می شود.



شکل ۶. صفحه فاز همگرایی حالت عامل ها به حالت رهبر

نتایج شبیه سازی نشان می دهد که الگوریتم پیشنهادی ضمن حفظ پایداری حلقه بسته تمامی عامل ها، به حل نش تقریبی بازی گرافی دیفرانسیلی مذکور همگرا شده است.

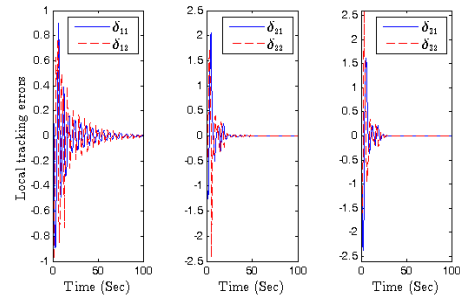
همانطور که پیشتر ادعا شد، الگوریتم پیشنهادی در این مقاله بار محاسباتی کمتری در مقایسه با روش [۳۵] دارد. برای توجیه این ادعا، الگوریتم پیشنهادی در [۳۵] و الگوریتم پیشنهادی در این مقاله به سیستم چند عاملی (۴۸)–(۵۰) با گراف ارتباطی نشان داده شده در شکل ۱ اعمال می شوند. شرایط اولیه حالت های بازیکنان بصورت یکسان انتخاب می شوند. توابع فعالیت شبکه عصبی نقاد هر یک از عامل ها بصورت (۵۲) انتخاب می گردند. در الگوریتم پیشنهادی در [۳۵] توابع فعالیت شبکه عصبی عملگر بصورت  $\sigma_i^{Actor} = \nabla \sigma_i$  برای  $i = 1, \dots, 5$  انتخاب می شوند. در هر دو روش ها،  $(i \neq j, j \in N_i^T), R_{ij} = 1, R_{ii} = 10, Q_i(\delta_i) = \delta_i^T \delta_i$  برای  $i = 1, \dots, 5$ . در الگوریتم پیشنهادی در [۳۵] بهره های تنظیم همگی برابر با یک انتخاب می شوند. در الگوریتم پیشنهادی در این مقاله،  $\alpha_i = 1$  برای  $i = 1, \dots, 5$  و ماتریس های طراحی برابر با  $F_{1i} = 0.1I_5, F_{2i} = [F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14}, F_{15}]$  برای  $i = 1, \dots, 5$  و پارامتر های طراحی  $\lambda_1 = 0.7, \lambda_2 = 10, \lambda_3 = 10, \lambda_4 = 0.46, \lambda_5 = 12$  انتخاب شده اند.

برای مقایسه عملکردها، توابع ارزیابی بشکل زیر تعریف می شوند.

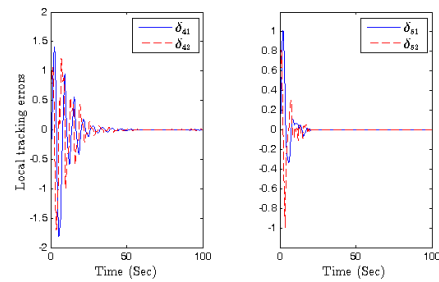
$$P(i) = \sum_{i=1}^{N_S} \{ \|\delta_i(K)\| + R_{ii} \|\hat{u}_i(K)\| + \sum_{j \in N_i} R_{ij} \|\hat{u}_j(K)\| \} \quad (53)$$

برای  $i = 1, \dots, 5$ ، که  $N_S$  تعداد نمونه ها است.

به صفر را نشان می دهد. همگرایی کلیه خطاهای ردیابی به صفر، همگرایی حالت های عامل ها به رهبر را نشان می دهد.

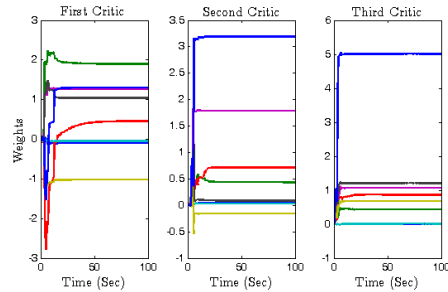


شکل ۲. همگرایی خطای ردیابی محلی عامل های ۱، ۲، ۳

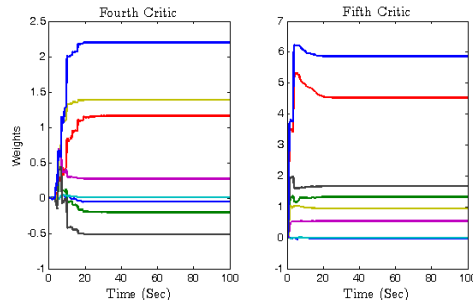


شکل ۳. همگرایی خطای ردیابی محلی عامل های ۴ و ۵

شکل های ۴ و ۵ همگرایی وزن های شبکه های عصبی نقاد عامل ها را به وزن های زیر بینه نشان می دهد. شایان ذکر است، همانطور که از شکل های ۴ و ۵ دیده می شود، همه وزن های اولیه شبکه های عصبی نقاد برابر با صفر انتخاب شده اند، که عدم نیاز به سیاست های کنترلی اولیه پایدارساز در الگوریتم پیشنهادی را نشان می دهد.



شکل ۴. همگرایی وزن های شبکه های عصبی نقاد برای عامل های ۱، ۲، ۳



شکل ۵. همگرایی وزن های شبکه های عصبی نقاد برای عامل های ۴ و ۵

systems: optimal and adaptive design approaches, Berlin: Springer-Verlag, 2014.

- [6] Defoort M., Floquet T., Kokosy A., et al. 2008, "Sliding-mode formation control for cooperative autonomous mobile robots", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 55, no. 11, pp. 3944–3953.
- [7] Lin W., 2014, "Distributed UAV formation control using differential game approach", Aerospace Science and Technology, vol. 35, pp. 54–62.
- [8] Beard, R. W. and Stepanyan, V., 2003, "Synchronization of information in distributed multiple vehicle coordination control". In Proc. of the IEEE conference on decision and control, Maui, HI, pp. 2029–2034.
- [9] Mu S., Chu T. and Wang L., 2005, "Coordinated collective motion in a motile particle group with a leader", Physica A, vol. 351, pp. 211–226.
- [10] Nasirian V., Davoudi A., and Lewis F. L., 2014 "Distributed adaptive droop control for DC Microgrids," in Proc. 29th IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, pp. 1147–1152.
- [11] Rong L., Xu S. and Zhang B., 2012, "On the general second-order consensus protocol in multi-agent systems with input delays", Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 34, no. 8, pp. 983–989.
- [12] Xie D. and Chen J., 2013, "Consensus problem of data-sampled networked multi-agent systems with time-varying communication delays", Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 35, no. 6, pp. 753–763.
- [13] Zhang H., Lewis F. and Qu Z., 2012, "Lyapunov, adaptive, and optimal design techniques for cooperative systems on directed communication graphs", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, pp. 3026–3041.
- [14] Ren W., Beard R. and Atkins E., 2007, "Information consensus in multi vehicle cooperative control", IEEE Control Systems, vol. 27, no.2, pp. 71–82.
- [15] Zhuand W. and Cheng D., 2010, "Leader-following consensus of second-order agents with multiple time-varying delays". Automatica 46(12): 1994–1999.
- [16] Ren W., Moore K. and Chen Y., 2007, "High-order and model reference consensus algorithms in cooperative control of multi vehicle systems", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 129, no. 5, pp. 678–688.
- [17] Wang X. and Chen G., 2002, "Pinning control of scale-free dynamical networks", Physica A, vol. 310, no. 3–4, pp. 521–531.
- [18] Hong Y., Hu J. and Gao L., 2006, "Tracking control for multi-agent consensus with an active

جدول ۱- مقایسه بین روش پیشنهادی در این مقاله و روش

پیشنهادی در [۳۵]

روش [۳۵]	روش پیشنهادی	
۵۶۱,۵۸	۴۷۶,۱۶	$P(1)$
۸۵۲,۷۴	۷۷۱,۴۴	$P(2)$
۸۹۱,۵۴	۸۰۵,۸۴	$P(3)$
۵۱۲,۷۰	۵۰۹,۷۲	$P(4)$
۵۰۶,۴۶	۴۸۳,۸۶	$P(5)$
۱۶,۳۵	۱۴,۷۲	زمان(ثانیه)

جدول ۱، مقایسه ای بین روش پیشنهادی در این مقاله و روش پیشنهادی در [۳۵] را با توجه به توابع ارزیابی (۵۳) و مقدار زمانی که هر یک از این روش ها طول می کشند، ارایه می نماید. همانطور که از جدول ۱ دیده می شود، در شرایط یکسان، روش پیشنهادی در این مقاله به دلیل این که فقط از ۵ شبکه عصبی در مقابل ۱۰ شبکه عصبی در روش پیشنهادی در [۳۵] استفاده می نماید، دارای بار محاسباتی کمتر بوده و سریعتر می باشد.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، الگوریتم یادگیری بر خط برای حل تقریبی بازی های گرافی دیفرانسیلی زمان پیوسته غیرخطی با استفاده از برنامه ریزی پویای تقریبی تک-شبکه برای هر یک از عامل ها، پیشنهاد داده شده است. قوانین تنظیم وزن جدید برای تضمین پایداری حلقه بسته و همگرایی به سیاست های نش بازی بدون نیاز به سیاست های اولیه پایدارساز برای شبکه های عصبی نقاد توسعه داده شده است. تئوری لیاپانوف برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته به کار گرفته شده است. در نهایت نتایج شبیه سازی موثر بودن الگوریتم پیشنهادی را نشان داده است.

## مراجع

- [1] Olfati-Saber R. and Murray R. M., 2004, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 49, no. 9, pp. 1520–1533.
- [2] Ren W., Beard R. W. and Atkins E. M., 2005, "A survey of consensus problems in multi-agent coordination," in Proc. of the 2005 IEEE American Control Conference, pp. 1859–1864.
- [3] Olfati-Saber R., Alex Fax J. and Murray R. M., 2007, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems," in Proc. of the IEEE 2007, vol. 95, no. 1, pp. 215–233.
- [4] Qu Z., Cooperative Control of Dynamical Systems: Applications to Autonomous Vehicles. New York: Springer-Verlag, 2009.
- [5] Lewis F. L., Zhang H., Hengster-Movric K. and Das A., Cooperative control of multi-agent

- [31] Barto A.G., Sutton R.S. and Anderson C.W., 1983, "Neuronlike adaptive elements that can solve difficult learning control problems", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 13, pp. 834–846.
- [32] Pao Y.H. and Philips S.M., 1995, "The functional link net learning optimal control", Neurocomputing vol. 9, pp. 149–164.
- [33] Abu-Khalaf M. and Lewis F.L., 2005, "Nearly optimal control laws for nonlinear systems with saturating actuators using a neural network HJB approach", Automatica, vol. 41, pp. 779–791.
- [34] Modares, H., Lewis, F. L., and Naghibi-Sistani, M. B., 2014, "Integral reinforcement learning and experience replay for adaptive optimal control of partially-unknown constrained-input continuous-time systems," Automatica, vol. 50, no. 1, pp. 193–202.
- [35] Tatari F., Naghibi-Sistani M. B., Vamvoudakis K. G., 2015, "Distributed Learning Algorithm for Nonlinear Differential Graphical Games," in Transactions of the Institute of Measurement and Control, doi: 10.1177/0142331215603791.
- [36] Zhang H., Cui L. and Luo Y., 2013, "Near-optimal control for nonzero-sum differential games of continuous-time nonlinear systems using single-network ADP", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 43, no. 1, pp. 206–216.
- [37] Dierks, T., and Jagannathan, S., 2010, "Optimal control of affine nonlinear continuous-time systems using an online Hamilton-Jacobi-Isaacs formulation," In: Proceedings of the 49th Decision and Control Conference. Atlanta, GA: IEEE, 3048 – 3053.
- [38] Lewis F. L., Vrabie D. and Syrmos V. L., Optimal Control. 3rd Edition. John Wiley, 2012.
- [39] Abu-Khalaf M., and Lewis F. L., 2005, "Nearly optimal control laws for nonlinear systems with saturating actuators using a neural network HJB approach". Automatica 41: 779–791.
- [40] Finlayson B.A., The Method of Weighted Residuals and Variational Principles. New York: Academic Press, 1990.
- [41] Hornik K., Stinchcombe M. and White H., 1990, "Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multi layer feedforward networks", Neural Networks, vol. 3, no. 5, pp. 551–560.
- [42] Khalil H. K., Nonlinear System. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- leader and variable topology", Automatica, vol. 42, no. 7, pp. 1177–1182.
- [19] Li X., Wang X. and Chen G., 2004, "Pinning a complex dynamical network to its equilibrium", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 51, no.10, pp. 2074–2087.
- [20] Tang Z., 2015, "Leader-following consensus with directed switching topologies", Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 37, no. 3, pp. 406-413.
- [21] Xie D., Yuan D., Lu J., et al., 2013, "Consensus control of second-order leader-follower multi-agent systems with event-triggered strategy", Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 35, no.4, pp. 426–436.
- [22] Başar, T. and Olsder, G. J., Classics in applied mathematics, Dynamic noncooperative game theory (2nd ed.). Philadelphia: SIAM, 1999.
- [23] Vamvoudakis, K. G., Lewis, F. L., and Hudus, G. R., 2012, "Multi-agent differential graphical games: online adaptive learning solution for synchronization with optimality", Automatica, vol. 48, no. 8, pp. 1598–1611.
- [24] Sutton, R. S. and Barto, A. G., Reinforcement learning—an introduction. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.
- [25] Sen, S. and Weiss, G., Learning in multi-agent systems, in multi-agent systems: a modern approach to distributed artificial intelligence. (pp. 259–298). Cambridge, MA: MIT Press, 1999.
- [26] Murray J.J., Cox C.J., Lendaris G.G., et al., 2002, "Adaptive dynamic programming", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 32, no. 2, pp. 140–153.
- [27] Wei, Q., Liu, D., and Lewis F. L., 2015, "Optimal distributed synchronization control for continuous-time heterogeneous multi-agent differential graphical games," Inform. Sci., vol. 317, pp. 96–113.
- [28] Jiao, Q., Modares, H., Xu, S., Lewis, F. L., and Vamvoudakis, K. G., 2016, "Multi-agent zero-sum differential graphical games for disturbance rejection in distributed control," Automatica, vol. 69, pp. 24-34.
- [29] Abouheaf M. I. and Lewis F. L., 2013, "Multi-agent differential graphical games: Nash online adaptive learning solutions", 52nd IEEE Conference on Decision and Control, pp. 5803-5809.
- [30] Abouheaf M. I., Lewis F. L. and Mahmoud M. S., 2014, "Differential graphical games: Policy iteration solutions and coupled Riccati formulation", European Control Conference, pp.1594-1599.





# طراحی یک کنترل کننده ردیاب فیدبک خروجی برای بازوهای متحرک با استفاده از یک تکنیک مقاوم تطبیقی عصبی

نوشین پورواغظ اصفهانی<sup>۱</sup>، خوشنام شجاعی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران، n.poorvaez@sel.iaun.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران، shojaei@pel.iaun.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۳/۲۳ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۸/۱۵ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳

**چکیده:** در این مقاله، کنترل ردیابی یک بازوی ربات متصل بر روی یک پایه متحرک چرخ‌دار مورد توجه قرار می‌گیرد. یک الگوریتم کنترلی غیرخطی مقاوم تطبیقی عصبی به منظور کنترل ردیاب فیدبک خروجی برای یک بازوی متحرک چرخ‌دار بدون اندازه‌گیری سرعت سیستم برای مقابله با دینامیک‌های مدل نشده سیستم، نامعینی‌های پارامتری و غیرپارامتری و اغتشاشات خارجی، پیشنهاد شده است. یک تحلیل پایداری مبتنی بر لیاپانوف نشان می‌دهد که خطاهای ردیابی و رؤیت حالت نهایتاً به طور یکنواخت کران‌دار هستند و به توپ کوچکی شامل مبدأ همگرا می‌شوند. یک شبکه عصبی مبتنی بر توابع پایه شعاعی برای جبران نامعینی‌های ناشی از دینامیک‌های بازوی متحرک به کار گرفته شده است. نامعینی‌های غیر پارامتری و خطای تقریب شبکه عصبی نیز با یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی جبران شده اند. علاوه بر این، تابع تانژانت هایپربولیک در طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی به کار گرفته شده است تا خطر اشباع عملگرها را کاهش دهد و سیگنال‌های کنترلی هموارتری تولید کند. در نهایت، نتایج شبیه سازی تأثیر الگوریتم پیشنهادی در این مقاله را به خوبی نشان می‌دهند.

**کلمات کلیدی:** اشباع عملگر، بازوهای متحرک، کنترل غیرخطی مقاوم تطبیقی، شبکه عصبی تابع پایه شعاعی.

## Designing an Output Feedback Tracking Controller for Mobile Manipulators by Using a Neural Adaptive Robust Technique

Nooshin Poorvaez Esfahani, Khoshnam Shojaei

**Abstract:** In this paper, the tracking control of a robotic arm mounted on a wheeled mobile platform is considered. A nonlinear neural adaptive robust control algorithm is proposed for the output feedback tracking control of a wheeled mobile manipulator without measuring system velocities to deal with the unmodeled system dynamics, parametric uncertainties and external disturbances. A Lyapunov-based stability analysis shows that tracking and observation errors are Uniformly Ultimately Bounded (UUB) and converge to a small ball containing the origin. A Radial Basis Function Neural Network (RBFNN) is employed to compensate for the uncertainties of mobile manipulator dynamics. Nonparametric uncertainties and NN approximation errors are also compensated by an adaptive robust controller. In addition, hyperbolic tangent function is employed in the design of the output feedback controller to reduce the risk of actuators saturation and to produce smoother control signals. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed controller well.

**Keywords:** Actuator saturation, Mobile manipulators, Nonlinear adaptive robust control, Radial basis function neural network.

## ۱- مقدمه

به کارگیری بازوهای ربات با پایه متحرک چرخ‌دار به دلیل این که فضای کاری<sup>۱</sup> بزرگ‌تری نسبت به بازوهای رباتیکی با پایه ثابت را دارا می‌باشند، به‌طور قابل ملاحظه‌ای قابلیت‌های عملکرد این سیستم‌ها را افزایش می‌دهد [۱]. یکی از رایج‌ترین پایه‌های متحرک موجود، دراوی تفاضلی<sup>۲</sup> می‌باشد که این دراوی دو چرخ ثابت است که در سمت چپ و راست بدنه متحرک نصب شده است. این مقاله به کنترل حرکت بازوی متحرک چرخ‌دار با دراوی تفاضلی اختصاص داده شده است. اثر متقابل بین بازوی ماهر و پایه متحرک و همچنین وجود قیدهای هولونومیک و غیرهولونومیک و عملکرد غیرخطی از جمله خصوصیات بازوی متحرک چرخ‌دار هستند که طراحی کنترل کننده را برای آن دشوارتر می‌کنند [۲]. تاکنون روش‌های کنترلی بسیاری برای کنترل بازوی متحرک ربات پیشنهاد شده است که از جمله آن‌ها می‌توان به کنترل مد لغزشی، کنترل تطبیقی، کنترل تطبیقی عصبی، کنترل مقاوم تطبیقی و غیره اشاره کرد [۱]-[۱۸]. بسیاری از طرح‌های کنترلی برای کنترل حرکت ربات، براساس اندازه‌گیری‌های کامل حالت یعنی اندازه‌گیری‌های موقعیت و سرعت بازوی متحرک ارائه شده است. اندازه‌گیری موقعیت بازو را می‌توان با استفاده از انکودرها که اندازه‌گیری بسیار دقیقی از جابه‌جایی‌های بازو را ارائه می‌دهند، بدست آورد. در مقابل، اندازه‌گیری سرعت بازو با استفاده از سرعت‌سنج‌ها بدست می‌آید که اغلب با نویز همراه هستند و از طرفی، وزن ربات با وجود سرعت‌سنج‌ها افزایش می‌یابد که باعث می‌شود از عملکرد دینامیکی بازو کاسته شود. از این رو، این نکته اهمیت دارد که برای عملکرد کنترل مناسب و حفظ کنترل با دقت بالا، تنها به اندازه‌گیری‌های موقعیت نیاز داریم و به منظور حذف نیاز به سرعت‌سنج‌ها از یک مشاهده‌گر سرعت می‌توان استفاده کرد [۳]. از طرفی، بسیاری از روش‌های کنترلی به دانش قبلی از دینامیک‌های بازوی متحرک نیاز دارند یا برای سادگی دینامیک‌های موجود در مدل دینامیکی مانند دینامیک‌های پایه متحرک، دینامیک‌های بازو و دینامیک‌های ناشی از تعاملات بین پایه و بازو را نادیده می‌گیرند. چنین مسائلی سبب شده است که این طرح‌های کنترلی برای کاربردهای دنیای واقعی نامناسب باشند. روش کنترل تطبیقی نیازی به دانش دقیق قبلی از پارامترهای ربات نظیر جرم، ممان اینرسی یا ضرایب اصطکاک ندارد. مرجع [۴] یک کنترل کننده تطبیقی را براساس ماتریس رگرسیون برای چند

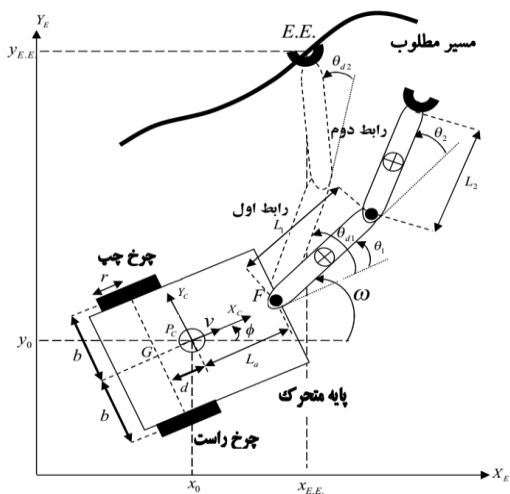
بازوی متحرک در حضور نامعینی‌ها، طراحی کرده است. در مرجع [۵]، کنترل کننده تطبیقی به منظور تضمین این که حالت‌های یک سیستم حلقه بسته بطور مجانبی مسیر مطلوب را تحت قیود هولونومیکی در حضور اغتشاشات و نامعینی‌ها دنبال می‌کند، پیشنهاد شده است. حجم محاسباتی بالا، هزینه زیاد پیاده‌سازی و عدم مقاومت در برابر اغتشاشات کران‌دار از جمله معایب روش کنترل تطبیقی می‌باشد. مرجع [۶] کنترل حرکت بازوهای متحرک غیرهولونومیک در حضور نامعینی‌ها و اغتشاشات را بررسی کرده و یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی برای مقابله با نامعینی‌های مدل و اغتشاشات کران‌دار پیشنهاد کرده است. این روش کنترلی ترکیب بهترین ویژگی‌های کنترل کننده مقاوم و تطبیقی است، اما تا حدودی سیگنال‌های کنترلی ناهموار را بوجود می‌آورد که برای تبدیل آن‌ها به سیگنال‌های هموارتر، ترکیب شبکه عصبی با کنترل کننده مقاوم تطبیقی پیشنهاد می‌شود. زیرا شبکه‌های عصبی با توجه به توانایی در قدرت یادگیری، اثبات کردند که ابزار مناسبی برای کنترل سیستم‌های دینامیکی غیرخطی پیچیده می‌باشند [۷]. در مرجع [۸]، یک الگوریتم کنترل مقاوم تطبیقی برای بازوی متحرک براساس شبکه عصبی مقاوم به منظور مقابله با اغتشاشات، غیرخطی‌ها و قیود غیرهولونومیکی بین پایه متحرک و بازوی نصب شده روی آن، توصیف شده است. در این روش، به دلیل در نظر نگرفتن فیدبک خروجی یا به عبارتی وجود سنسور سرعت، وزن و هزینه ربات افزایش یافته و در نتیجه پیاده‌سازی مشکل‌تر می‌شود. برای رفع این مشکل از مشاهده‌گر مرتبه کاهش یافته، به منظور حذف سنسور سرعت می‌توان استفاده کرد. در مرجع [۹]، یک روش کنترل مقاوم تطبیقی عصبی مبتنی بر رؤیت‌گر برای کنترل یک بازوی زبردربایی هیدرولیکی پیشنهاد شده است. اما این روش کنترلی مسأله اشباع عملگرها را نادیده می‌گیرد و قابل اعمال به بازوی متحرک چرخ‌دار نیست. در مرجع [۱۰]، یک کنترل کننده غیرخطی براساس مدل سینماتیکی و دینامیکی بازوی متحرک با دراوی تفاضلی بدون در نظر گرفتن نامعینی طراحی شده است. مسأله کنترل همکاری چندین بازوی متحرک در مرجع [۱۲] مورد توجه قرار گرفته است. در مرجع [۱۳]، مدل سازی و کنترل بازوهای متحرک بر مبنای تکنیک‌های کنترل مقاوم و تطبیقی به طور مفصل ارائه شده است. یک کنترل کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی برای کنترل ردیابی مسیر بازوی متحرک تمام جهته در مرجع [۱۷] پیشنهاد شده است. مرجع [۱۸] نیز مسأله کنترل فیدبک خروجی مقاوم تطبیقی را برای بازوهای متحرک غیرهولونومیکی مورد توجه قرار داده است. متأسفانه، اغلب کارهای قبلی

<sup>1</sup> Workspace

<sup>2</sup> Differentially-Driven

بازوی متحرک چرخ دار شکل ۱ شامل دو قسمت بازوی ماهر و بدنه متحرک می باشد. بدنه متحرک، دو چرخ فعال دارد که محور این چرخ ها در یک راستا واقع شده اند و  $b$  فاصله هر چرخ نسبت به خط مرکزی است. خط واصل چرخ ها نسبت به مرکز جرم، در فاصله  $d$  واقع شده است. پارامترهای  $r$ ،  $L_a$ ،  $L_1$  و  $L_2$  به ترتیب شعاع چرخ ها، فاصله پایه بازو تا مرکز جرم و طول رابطها را نشان می دهند. دستگاه مختصات متصل به بدنه را به صورت  $(O_B, X_B, Y_B)$  و دستگاه مختصات متصل به زمین به صورت  $(O_E, X_E, Y_E)$  نمایش داده شده است. بردار حالت با معرفی  $q = [x_0, y_0, \phi, \theta_1, \theta_2]^T$  که در آن  $x_0$  و  $y_0$  مختصات نقطه  $P_C$  در دستگاه مختصات متصل به زمین و زاویه  $\phi$  مختصات متصل به بدنه را نسبت به مختصات متصل به زمین ایجاد می کند که این زاویه سمت گیری ربات را تعیین می کند. متغیر  $\theta_1$  زاویه نسبی بین مختصات بدنه و لینک اول است و  $\theta_2$  جهت گیری نسبی لینک دوم نسبت به لینک اول را توصیف می کند. تنها قید در نظر گرفته شده در این مقاله، از رفتار غیرهولونومیک چرخ ها بدست می آید و سرعت پایه متحرک را در جهت عمود بر جهت غلتش چرخ ها محدود می کند که به صورت زیر داده شده است [۱۰]:

$$-\dot{x} \sin \phi + \dot{y} \cos \phi - \dot{\phi}d = 0 \quad (1)$$



شکل ۱- توصیف ربات در دستگاه های مختصات

معادله قید در رابطه (۱) برای بازوی متحرک چرخ دار را می توان به شکل ماتریسی  $A(q)\dot{q} = 0$  بیان کرد که این معادله انتگرال ناپذیر به عنوان محدودیت غیرهولونومیک در حرکت ربات های متحرک یاد می شود که مفهوم شهودی این محدودیت در یک ربات متحرک با مکانیزم چرخ های موازی، عدم توانایی آن در حرکت از پهلو است.  $A(q)$  در این مورد یک

روی کنترل بازوهای متحرک [۱]-[۱۸] نیازمند حسگرهای سرعت هستند و یا سیگنال های کنترلی غیر قابل پیاده سازی تولید می کنند و از مسأله اشباع عملگرها صرف نظر می کنند. در این مقاله، با ترکیب یک مشاهده گر کاهش مرتبه یافته و شبکه های عصبی تابع پایه شعاعی<sup>۱</sup>، برای اولین بار یک طرح جدید کنترل فیدبک خروجی غیرخطی مقاوم تطبیقی برای سیستم بازوی متحرک چرخ دار با درایو تفاضلی در حضور نامعینی های پارامتری و غیرپارامتری بدون اندازه گیری های سرعت و کاهش خطر اشباع عملگر را توأمآ توسعه داده ایم. با مرور پژوهش های پیشین [۱]-[۱۸]، نوآوری هایی که در این مقاله انجام شده است، به صورت زیر ارائه می شوند:

۱. در این مقاله، با استفاده از تابع اشباع تانژانت هایپربولیک دامنه سیگنال های خطاهای ردیابی و تخمین حالت محدود شده اند تا خطر اشباع عملگر کاهش یابد و سیگنال های کنترلی هموارتری تولید شوند. در حالی که در کارهای پیشین نظیر [۱]-[۱۸]، دامنه سیگنال های کنترلی با افزایش خطای ردیابی اولیه بسیار زیاد می شود و خطر اشباع عملگرها را افزایش می دهد.
۲. بسیاری از کارهای قبلی برای پیاده سازی به حسگرهای سرعت نیاز دارند. در این مقاله، یک رویت گر با به کار گیری تابع اشباع برای حذف حسگرهای سرعت سیستم به منظور کاهش هزینه پیاده سازی و کاهش وزن ربات طراحی شده است.
۳. به منظور جبران نامعینی های پارامتری و غیر خطی در پارامتر از شبکه های عصبی تابع پایه شعاعی استفاده می شود. برای جبران نامعینی های غیرپارامتری و خطای تقریب شبکه عصبی، یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی نوع اشباع به طور مؤثری به کار گرفته شده است.

این مقاله، از بخش های زیر تشکیل شده است. در بخش دوم، مدل ریاضی غیرخطی بازوی متحرک چرخ دار و مقدمات استفاده آن در طراحی کنترل کننده ارائه شده است. در بخش سوم، اهداف کنترل، فرض ها و لم ها به منظور اثبات پایداری بیان شده است. در بخش چهارم، به بررسی طرح کنترل فیدبک خروجی مقاوم تطبیقی شبکه عصبی برای سیستم بازوی متحرک چرخ دار با وجود دینامیک های نامعین و اغتشاشات نامعلوم زمانی که سرعت بازوی متحرک چرخ دار در دسترس نیستند، می پردازیم. سپس، در بخش پنجم به تحلیل پایداری کنترل کننده پیشنهادی پرداخته شده است. در نهایت، در بخش های ششم و هفتم به ترتیب نتایج شبیه سازی و نتیجه گیری را خواهیم داشت.

## ۲- مدل حرکت بازوی متحرک

<sup>۱</sup> Radial Basis Function Neural Networks (RBFNN)

$$x_{E.E.} = x_0 + L_a \cos \phi + L_1 \cos(\phi + \theta_{d1}) + L_2 \cos(\phi + \theta_{d1} + \theta_{d2}) \quad (7)$$

$$y_{E.E.} = y_0 + L_a \sin \phi + L_1 \sin(\phi + \theta_{d1}) + L_2 \sin(\phi + \theta_{d1} + \theta_{d2})$$

که در آن  $\theta_{d1}$  و  $\theta_{d2}$  زوایای مطلوب  $\theta_1$  و  $\theta_2$  را برای قرار گرفتن در موقعیت مطلوب نشان می‌دهند. منظور از این که مجری نهایی و پایه متحرک موقعیت مطلوب را دنبال کنند، این است که مختصات موقعیت‌های مطلوب را کنترل کنیم. در واقع هدف ما کنترل مختصات  $(x_{E.E.}, y_{E.E.})$  و زوایای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  می‌باشد. به این منظور، بردار خروجی جدید با نام  $\eta$  را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم که شامل متغیرهای کنترل است:

$$\eta = h(q) = \begin{bmatrix} x_{E.E.} \\ y_{E.E.} \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$= \begin{bmatrix} x_0 + L_a \cos \phi + L_1 \cos(\phi + \theta_{d1}) + L_2 \cos(\phi + \theta_{d1} + \theta_{d2}) \\ y_0 + L_a \sin \phi + L_1 \sin(\phi + \theta_{d1}) + L_2 \sin(\phi + \theta_{d1} + \theta_{d2}) \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۸) و جایگذاری معادله (۶) در آن، معادله سینماتیک سرعت بازوی متحرک چرخ‌دار دو لینکی با درایو تفاضلی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -L_a \sin \phi - L_1 \sin(\phi + \theta_{d1}) - L_2 \sin(\phi + \theta_{d1} + \theta_{d2}) & 0 & 0 \\ \sin \phi & L_a \cos \phi + L_1 \cos(\phi + \theta_{d1}) + L_2 \cos(\phi + \theta_{d1} + \theta_{d2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

حال با در نظر گرفتن  $\dot{\eta} = [\dot{x}_{E.E.} \ \dot{y}_{E.E.} \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2]^T$  و همچنین با داشتن رابطه (۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\eta} = J(q)v \quad (10)$$

که  $J(q)$  ماتریس ژاکوبین نامیده می‌شود و یک ماتریس رتبه کامل<sup>۲</sup> است. برای تحلیل سرعت بازوی ربات، از ماتریس ژاکوبین استفاده می‌شود. مشتق زمانی معادله (۱۰) به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\ddot{\eta} = \dot{J}(q)v + J(q)\dot{v} \quad (11)$$

بردار است که به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد:

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin \phi & \cos \phi & -d & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

فرض کنید  $N(q)$  یک ماتریس شامل مجموعه‌ای از بردارهای مستقل خطی و هموار  $n_1(q), n_2(q), n_3(q), n_4(q)$  باشد که در فضای پوچی<sup>۱</sup> ماتریس  $A(q)$  به صورت  $A(q)N(q) = 0$  واقع شده‌اند. مجموعه‌های ممکن بسیاری از بردارهای  $n_1(q), n_2(q), n_3(q)$  و  $n_4(q)$  وجود دارند که یکی از آن‌ها به صورت زیر است [۱۰]:

$$N(q) = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & n_3 & n_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(b \cos \phi - d \sin \phi) & c(b \cos \phi + d \sin \phi) & 0 & 0 \\ c(b \sin \phi + d \cos \phi) & c(b \sin \phi - d \cos \phi) & 0 & 0 \\ c & -c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

که  $c = r/2b$  است و  $r$  شعاع چرخ می‌باشد. حال، رابطه سینماتیک سرعت را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{q} = N(q)v, \quad v = [\dot{\theta}_R, \dot{\theta}_L, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T \quad (4)$$

که  $\dot{\theta}_R$  و  $\dot{\theta}_L$  سرعت زوایای چرخ‌های چپ و راست هستند. برای سادگی، سرعت خطی  $v = (r\dot{\theta}_R + r\dot{\theta}_L)/2$  و سرعت زوایای  $\omega = c(\dot{\theta}_R - \dot{\theta}_L)$  را برای بدنه متحرک در نظر می‌گیریم و بردار سرعت جدید  $v$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$v = [v \ \omega \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2]^T \quad (5)$$

اگر برای سادگی  $d=0$  را در نظر بگیریم، معادله سینماتیک بدنه متحرک به صورت زیر باز نویسی می‌شود [۱۱]:

$$\dot{q} = N_n(q)v = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

هدف اصلی در این مقاله این است که مجری نهایی بازوی متحرک بتواند یک مسیر زمانی مطلوب را دنبال کند. براساس شکل ۱، موقعیت مطلوب مجری نهایی را با  $(x_{E.E.}, y_{E.E.})$  نشان می‌دهیم و زوایای مطلوب رابطه‌ها را برای رسیدن به آن به صورت  $\theta_{d1}$  و  $\theta_{d2}$  در نظر می‌گیریم. برای بررسی سینماتیک بازوی نصب شده بر روی پایه متحرک، مطابق شکل ۱، موقعیت مطلوب مجری نهایی را به صورت زیر تصویرسازی می‌کنیم [۱۲]:

<sup>2</sup> Full Rank

<sup>1</sup> Null Space

مدل دینامیکی ربات، به کمک روش اویلر لاگرانژ به صورت زیر بدست می آید:

$$M_a(q)\ddot{q} + C_a(q, \dot{q})\dot{q} + D_a\dot{q} + \tau_d(t) = B_a(q)\tau(t) - A_a^T(q)\lambda \quad (12)$$

که  $M_a(q)$  ماتریس اینرسی،  $C_a(q, \dot{q})$  ماتریس کوریولیس و گریز از مرکز،  $D_a$  ماتریس اصطکاک ویسکوز و ضرایب میرایی،  $\tau_d(t)$  گشتاور اغتشاشات خارجی، دینامیک های مدل نشده و اصطکاک کولمب،  $B_a(q)$  ماتریس تبدیل ورودی،  $A_a^T(q) = [A^T(q), 0]^T$  و  $\tau(t)$  بردار گشتاور ورودی می باشد. با مشتق گیری از رابطه (۶)، رابطه زیر نتیجه می شود:

$$\ddot{q} = \dot{N}_n v + N_n \dot{v} \quad (13)$$

با ضرب  $N_n^T$  از سمت چپ در معادله (۱۲)، در نظر گرفتن  $A_a(q)N_n(q) = 0$  و جایگذاری رابطه (۱۳) در این رابطه داریم:

$$M_c(q)\dot{v} + C_c(q, v)v + D_c(q)v + \tau_d(t, q) = B_c(q)\tau(t) \quad (14)$$

که در آن  $M_c(q) = N_n^T(q)M_a(q)N_n(q)$ ،  $C_c(q, v) = N_n^T(q)(M_a(q)\dot{N}_n + C_a(q, \dot{q})N_n)$

$$\tau_d(t, q) = N_n^T(q)\tau_d(t), \quad D_c(q) = N_n^T(q)D_aN_n(q)$$

و  $B_c(q) = N_n^T(q)B_a(q)$ . حال از روابط (۱۰) و (۱۱) به دو معادله زیر می رسیم:

$$v = J^{-1}(q)\dot{q} \quad (15)$$

$$\dot{v} = J^{-1}(q)\ddot{q} - J^{-1}(q)\dot{J}(q)v \quad (16)$$

که  $J^{-1}(q)$  معکوس ماتریس ژاکوبین است. با جایگذاری معادلات (۱۵) و (۱۶) در رابطه (۱۴) و ضرب  $J^{-T}(q)$  از سمت چپ در رابطه، دینامیک بازوی متحرک چرخ دار را به شکل زیر بدست می آوریم:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q)\dot{q} + \tau_w(t, q) = B(q)\tau(t) \quad (17)$$

که در آن  $M(q) = J^{-T}(q)M_c(q)J^{-1}(q)$ ،  $C(q, \dot{q}) = J^{-T}(q)(C_c(q, v) - M_c(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q))J^{-1}(q)$ ،  $D(q) = J^{-T}(q)D_c(q)J^{-1}(q)$

$$B(q) = J^{-T}(q)B_c(q) \quad \text{و} \quad \tau_w(t, q) = J^{-T}(q)\tau_d(t, q)$$

می باشد. با توجه به مراجع [۱۳]-[۱۴]، خواص ساختاری زیر برای مدل (۱۷) ارائه می شود:

**خاصیت ۱:**  $M(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ، ماتریس اینرسی جرم یک ماتریس مثبت معین و متقارن است به عبارتی  $M^T(q) = M(q) > 0$ . ماتریس

اینرسی از بالا و پایین کران دار می باشد یعنی  $m_1 \leq \|M(q)\| \leq m_2$  که  $m_1$  و  $m_2$  ثابت های اسکالر مثبت هستند.

**خاصیت ۲:**  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ، ماتریس کوریولیس و نیروهای جانب مرکز، رابطه زیر را برقرار می کند:

$$C(q, x_1)x_2 = C(q, x_2)x_1 \quad \forall q \in \mathbb{R}^5, x_1, x_2 \in \mathbb{R}^4 \quad (18)$$

از طرفی، دقت شود که ماتریس  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  پادمقارن است، بدین معنی که  $x^T(\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))x = 0, \forall x, \dot{q} \in \mathbb{R}^4$ .

**خاصیت ۳:**  $D \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  یک ماتریس مثبت معین و متقارن است که شامل ماتریس ضرایب میرایی و اصطکاک ویسکوز می باشند. این ماتریس از بالا و پایین به صورت زیر کران دار می باشد:

$$\lambda_d \|x\|^2 \leq x^T D(q)x \leq \lambda_D \|x\|^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}^4, q \in \mathbb{R}^5 \quad (19)$$

که  $\lambda_D = \max_{q \in \mathbb{R}^5} \lambda_{\max}(D(q))$  و  $\lambda_d = \min_{q \in \mathbb{R}^5} \lambda_{\min}(D(q))$  است و همچنین رابطه  $0 < \lambda_d \leq \lambda_D < \infty$  برقرار است.

**خاصیت ۴:** ثابت اسکالر مثبت  $\lambda_c$  ماتریس کوریولیس را به صورت زیر کران دار می کند:

$$\|C(q, \dot{q})\| \leq \lambda_c \|\dot{q}\| \quad (20)$$

### ۳- اهداف کنترلی

هدف کنترلی مورد نظر در این مقاله، طراحی یک قانون کنترلی فیدبک خروجی برای یک سیستم بازوی متحرک چرخ دار، تحت ملزومات زیر می باشد:

- خطای ردیابی  $e(t) = \eta(t) - \eta_d(t)$ ، در حضور نامعینی های ساختار یافته و بدون ساختار، حداقل به طور یکنواخت نهایتاً کران دار گردد.
- اندازه گیری سیگنال های سرعت برای فیدبک قابل دسترسی نیستند.
- کنترل کننده پیشنهادی بایستی مشکل اشباع عملگرها را به منظور جلوگیری از عملکرد ضعیف ردیابی سیستم با وجود بزرگ بودن خطای ردیابی اولیه در نظر بگیرد.

در نظر گرفتن فرض های زیر، به منظور توسعه اهداف کنترلی بالا ضروری هستند:

**فرض ۱:** بردار حالت  $q(t)$  برای فیدبک به صورت بلادرنگ قابل اندازه گیری است.

که  $\lambda_{\min} \{M\}$  بیانگر کوچکترین مقدار ویژه و  $\lambda_{\max} \{M\}$  بیانگر بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $M$  می‌باشند.

**لم ۴-** چنانچه  $a, b, p, q$  اعداد حقیقی و مثبت باشند به نحوی که مجموع معکوس‌های  $p$  و  $q$  برابر یک باشد، آنگاه نامساوی یانگ به صورت زیر برقرار است:

$$ab \leq a^p / p + b^q / q \quad (23)$$

از طرفی، می‌توان اثبات کرد که به ازای  $x, y \in \mathbb{R}^n$  و اسکالر  $k$  نامساوی زیر برقرار است [۱۶]:

$$x^T M y \leq \frac{1}{2k^2} \lambda_{\max} \{M\} \|x\|^2 + \frac{k^2}{2} \lambda_{\max} \{M\} \|y\|^2 \quad (24)$$

### ۴- طراحی کنترل کننده

در این بخش، یک کنترل کننده ردیاب برای بازوی متحرک به منظور دنبال کردن مسیر مطلوب ارائه می‌شود. برای این منظور، خطاهای تخمین حالت و ردیابی به ترتیب به صورت  $\tilde{\eta}(t) = \eta(t) - \hat{\eta}(t)$  و  $\tilde{\eta}(t) = \eta(t) - \eta_d(t)$  بیانگر بردار حالت جدید در (۸)،  $\hat{\eta}(t)$  نشان دهنده تخمین حالت  $\eta(t)$  و  $\eta_d(t)$  مسیر مطلوب می‌باشند. سپس، متغیرهای خطای زیر معرفی می‌گردند:

$$s(t) = \dot{e}(t) + A_p \text{Tanh}(e(t) - \tilde{\eta}(t)) = \dot{e}(t) + A_p \text{Tanh}(\hat{e}(t)), \quad (25)$$

$$r(t) = \dot{\tilde{\eta}}(t) + A_p \text{Tanh}(\tilde{\eta}(t)) \quad (26)$$

که  $\hat{e}(t) = \hat{\eta}(t) - \eta_d(t)$  است و  $A_p \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  یک ماتریس بهره مثبت معین متقارن می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۲۵) در رابطه (۱۷)، معادله زیر بدست می‌آید:

$$M(q)\dot{s} = -C(q, \dot{\eta})s - D(q)s + B(q)\tau(t) + \zeta - \tau_w(t, q) + \chi_1 \quad (27)$$

که در آن  $\zeta$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\zeta = -M(q)\ddot{\eta}_d - C(q, \dot{\eta}_d)\dot{\eta}_d - D(q)\dot{\eta}_d \quad (28)$$

با استفاده از خواص تقریب شبکه عصبی تابع پایه شعاعی،  $\zeta$  به شکل زیر تقریب زده می‌شود [۱۴]، [۱۷]:

$$\zeta = W\sigma(x_w) + \varepsilon(x_w) \quad (29)$$

که  $W \in \mathbb{R}^{4 \times \ell}$ ، یک ماتریس وزن نامعلوم است و  $\sigma(x_w)$  برداری به صورت  $\sigma(x_w) = [\sigma_1(x_w), \dots, \sigma_\ell(x_w)]^T$  می‌باشد که  $\sigma_j(x_w)$  تابع پایه شعاعی  $j$ ام است که به صورت

**فرض ۲:** مسیر مطلوب  $\eta_d(t)$ ، به گونه‌ای انتخاب گردیده است که  $\eta_d(t)$ ،  $\dot{\eta}_d(t)$  و  $\ddot{\eta}_d(t)$  همگی سیگنال‌های کران‌دار هستند، بدین معنی که شرایط  $\sup_{t \geq 0} \|\ddot{\eta}_d(t)\| < B_{dv}$ ،  $\sup_{t \geq 0} \|\dot{\eta}_d(t)\| < B_{dp}$  و  $\sup_{t \geq 0} \|\eta_d(t)\| < B_{da}$  برقرار باشند که  $B_{da}$  و  $B_{dv}$  ثابت‌های مثبت نامعین هستند.

**فرض ۳:** بردار اغتشاش‌های خارجی به صورت زیر کران‌دار است که در آن  $\lambda_w$  ثابت نامعلوم می‌باشد.

$$\|\tau_w(t, q)\| \leq \lambda_w \quad (21)$$

**فرض ۴:** وزن‌های شبکه عصبی کران‌دار هستند به طوری که شرط  $\|W\|_F \leq W_M$  برقرار باشد که  $W_M$  ثابت‌های مثبت نامعین هستند.

لم‌های کمکی زیر در اثبات پایداری سیستم کنترل حلقه بسته استفاده می‌شوند:

**لم ۱-** خواص توابع هایپربولیک زیر به سادگی قابل اثبات هستند [۳]:

$$\cdot \quad \tanh^2(\xi) / 2 \leq \ln(\cosh(\xi)) \leq \xi^2, \forall \xi \in \mathbb{R}$$

$$\cdot \quad \ln(\cosh(\xi)) \rightarrow \infty \text{ و } \ln(\cosh(\xi)) > 0, \forall \xi \neq 0$$

$$\cdot \quad \left| \frac{\xi}{\cosh(\xi)} \right| \rightarrow 0$$

$$\cdot \quad |\tanh(k_1 x + k_2 y) - \tanh(k_2 y)| \leq k_1 |x|, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$\cdot \quad |\tanh(x) - \tanh(x - y)| \leq |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$\cdot \quad |\tanh(k_1 x)| \leq k_1 |x|, \forall x \in \mathbb{R}$$

از خاصیت ۴ می‌توان به خاصیت

$$|\tanh(x)|^2 \leq |x| |\tanh(x)| = x \tanh(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\cdot \quad x^T \Psi \text{Tanh}(x) \geq \lambda_{\min} \{\Psi\} \|\text{Tanh}(x)\|^2, \forall \Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

از خاصیت ۱ می‌توان به خاصیت

$$\tanh^2(\xi) \leq \xi^2, \forall \xi \in \mathbb{R}$$

$$\cdot \quad \|\text{Tanh}(x)\|^2 \leq \|x\|^2$$

**لم ۲** [۱۵]- نامساوی  $h \|x\| - x^T h \text{Tanh}(vx / \varepsilon_i) \leq n \varepsilon_i$  به

ازای هر  $\varepsilon_i > 0$  و برای هر  $\forall x \in \mathbb{R}^n$  و  $h \in \mathbb{R}$  برقرار است که

$v$  یک مقدار ثابت که از رابطه  $v = e^{-(v+1)}$  بدست می‌آید و به عبارت

$$v = 0.2785$$

**لم ۳-** چنانچه ماتریس مثبت معین باشد، به ازای  $x \in \mathbb{R}^n$  نامساوی ریلی ریتز به صورت زیر برقرار است:

$$\lambda_{\min} \{M\} \|x\|^2 \leq x^T M x \leq \lambda_{\max} \{M\} \|x\|^2 \quad (22)$$

که در روابط فوق Proj• بیانگر عملگر تصویرسازی پارامتر است [۱۹] و  $\hat{a}$ ،  $\gamma_a$  و  $\gamma_w$  بهره‌های تطبیقی را نشان می‌دهند. حال، مشاهده‌گر غیرخطی زیر برای تخمین سیگنال خطای سرعت پیشنهاد می‌گردد:

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}(t) = \xi(t) + A_p \text{Tanh}(\hat{\eta}(t)) + k_d \hat{\eta}(t) - \dot{\eta}_d(t) \\ \dot{\xi}(t) = \ddot{\eta}_d(t) - A_p \text{Sech}^2(\hat{e}(t))\dot{\hat{e}}(t) + k_d A_p \text{Tanh}(\hat{\eta}(t)) \end{cases} \quad (۳۵)$$

که در آن  $k_d$  بهره مشاهده‌گر است. شرایط اولیه برای مشاهده‌گر به صورت  $\hat{\eta}_i(0) = 0$ ،  $\xi_i(0) = -A_{pi} \text{Tanh}(\hat{\eta}_i(0)) - k_{di} \hat{\eta}_i(0) + \dot{\eta}_{di}(0)$  و  $\dot{\hat{e}}_i(0) = 0$  انتخاب شده‌اند. به سادگی از تفاضل روابط (۲۵) و (۲۶) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$s - r = \dot{\hat{e}} + A_p \text{Tanh}(\hat{e}) - A_p \text{Tanh}(\hat{\eta}) \quad (۳۶)$$

با جایگذاری روابط (۲۹) و (۳۲) در معادله (۲۷)، معادله دینامیکی خطای حلقه بسته زیر بدست می‌آید:

$$M(q)\dot{s} = -C(q, \dot{\eta})s - D(q)s - K_p(s - r) - \hat{a} \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) + \tilde{W}\sigma(x_w) + \varepsilon(x_w) - \tau_w(t, q) + \chi_1 \quad (۳۷)$$

که  $\tilde{W} = W - \hat{W}$  خطای تقریب ماتریس وزن‌ها است. با مشتق‌گیری از دو طرف معادله اول رابطه (۳۵) و جایگذاری رابطه دوم در (۳۵) به  $\dot{s}_i = \dot{r}_i + k_{di} r_i$  می‌رسیم که معادله دینامیکی خطای مشاهده‌گر زیر را نتیجه می‌دهد:

$$M(q)\dot{r} = -C(q, \dot{\eta})r - k_{di} M(q)r - K_p(s - r) - \hat{a} \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) + \tilde{W}\sigma(x_w) + \varepsilon(x_w) - \tau_w(t, q) + \chi_2 \quad (۳۸)$$

که  $\chi_2 = \chi_1 - C(q, \dot{\eta})(\dot{\hat{e}} + A_p \text{Tanh}(\hat{e}) - A_p \text{Tanh}(\hat{\eta})) - D(q)s$  می‌باشد و با توجه به خاصیت‌های ۱ و ۳ و همچنین با در نظر گرفتن یک خاصیت از ماتریس کوریولیس که به صورت  $\|C(q, x_1)x_2\| \leq \lambda_c \|x_1\| \|x_2\|$ ،  $\lambda_c \geq 0$  بیان می‌شود [۱۴]،  $\chi_2$  به صورت زیر کران‌دار شده است:

$$\|\chi_2\| \leq \beta_3 \|z\| + \beta_4 \|z\|^2 \quad (۳۹)$$

که  $\beta_3$  و  $\beta_4$  ثابت‌های مثبت نامعین هستند. در بخش بعدی، تحلیل پایداری مبتنی بر لیاپانوف سیستم کنترل پیشنهادی ارائه می‌گردد.

## ۵- تحلیل پایداری

**قضیه ۱-** مدل کلی بازوی متحرک چرخ‌دار که توسط معادلات حرکت (۶) و (۱۴) و تبدیل مختصات (۱۰) مطرح شده‌اند، در نظر بگیرید. فرض کنید یک مسیر مطلوب کران‌دار داده شده است. با توجه به فرض‌های ۱ تا ۴، کنترل کننده فیدبک خروجی تطبیقی عصبی مقاوم پیشنهادی (۳۲)-(۳۵) تضمین می‌کند که تمامی سیگنال‌ها در سیستم حلقه بسته کران‌دار بوده و خطاهای ردیابی و تخمین حالت نهایتاً به طور

شده  $\sigma_j(x_w) = \exp\left(-\|x_w - \mu_j\|^2 / \kappa_j^2\right)$ ،  $j = 1, 2, \dots, \ell$  تعریف شده است. به علاوه،  $\mu_j = [\mu_{j1}, \mu_{j2}, \dots, \mu_{jq}]^T$  و  $\kappa_j$  به ترتیب بردار میانگین و انحراف معیار توابع گاوسی هستند. همچنین، می‌باشند  $\|\varepsilon(x_w)\| \leq B_\varepsilon$  و  $x_w = [q^T, \dot{\eta}_d^T, \ddot{\eta}_d^T]^T$  خواننده علاقه مند به مرجع [۱۴] ارجاع داده می‌شود.  $\chi_1$  نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \chi_1 = & M(q)A_p \text{Sech}^2(\hat{e})\dot{\hat{e}} - C(q, s)(\dot{\eta}_d - A_p \text{Tanh}(\hat{e})) \\ & + C(q, \dot{\eta}_d)A_p \text{Tanh}(\hat{e}) + C(q, A_p \text{Tanh}(\hat{e}))\dot{\eta}_d \\ & - C(q, A_p \text{Tanh}(\hat{e}))A_p \text{Tanh}(\hat{e}) + D(q)A_p \text{Tanh}(\hat{e}) \end{aligned} \quad (۳۰)$$

با به کارگیری روابط (۲۵) و (۲۶)، با استفاده از خاصیت‌های ۱ و ۳ و با توجه خاصیت ماتریس کوریولیس که به صورت  $\|C(q, x_1)x_2\| \leq \lambda_c \|x_1\| \|x_2\|$ ،  $\lambda_c \geq 0$  بیان می‌شود [۱۴]،  $\chi_1$  به شکل زیر کران‌دار می‌گردد:

$$\|\chi_1\| \leq \beta_1 \|z\| + \beta_2 \|z\|^2 \quad (۳۱)$$

که  $\beta_1$  و  $\beta_2$  ثابت‌های مثبت نامعلوم هستند و  $z = [\text{Tanh}^T(\hat{e}), \text{Tanh}^T(\hat{\eta}), s^T, r^T]^T$  تعریف شده است. برای جلوگیری از طولانی‌تر شدن مقاله، اثبات نامساوی (۳۱) به خوانندگان علاقه مند واگذار می‌شود. با ایده گرفتن از [۱۸]، کنترل کننده زیر را در این مقاله پیشنهاد می‌کنیم:

$$\begin{cases} \tau(t) = B^{-1}(q) \left( -K_p \dot{\hat{e}} - K_p A_p \text{Tanh}(\hat{e}) + K_p A_p \text{Tanh}(\hat{\eta}) \right. \\ \quad \left. - \hat{W}\sigma(x_w) - \hat{a} \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) \right) \\ \hat{s} + \hat{r} = \dot{\hat{e}} + A_p \text{Tanh}(\hat{e}) + A_p \text{Tanh}(\hat{\eta}) \end{cases} \quad (۳۲)$$

که  $K_p \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  یک ماتریس بهره مثبت معین و مقارن را بیان می‌کند و  $\hat{a} \in \mathbb{R}^{4 \times \ell}$  و  $\hat{W} \in \mathbb{R}^{4 \times \ell}$  توسط قوانین تطبیق زیر به‌روزرسانی می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}} = & \text{Proj}_{\hat{W}} \left( \gamma_w (\hat{s} + \hat{r}) \sigma^T(x_w) \right) \\ = & \begin{cases} \gamma_w (\hat{s} + \hat{r}) \sigma^T, & \text{if } \text{tr}\{\hat{W}^T \hat{W}\} < W_m \text{ or} \\ & \text{if } \text{tr}\{\hat{W}^T \hat{W}\} = W_m \text{ and} \\ & \sigma^T \hat{W}^T (\hat{s} + \hat{r}) \leq 0 \\ \gamma_w (\hat{s} + \hat{r}) \sigma^T - \gamma_w \frac{\sigma^T \hat{W}^T (\hat{s} + \hat{r})}{\text{tr}\{\hat{W}^T \hat{W}\}} \hat{W}, & \text{if } \text{tr}\{\hat{W}^T \hat{W}\} = W_m \\ & \text{and } \sigma^T \hat{W}^T (\hat{s} + \hat{r}) > 0 \end{cases} \quad (۳۳) \\ \dot{\hat{a}} = & \text{Proj}_{\hat{a}} \left( \gamma_a \|\hat{s} + \hat{r}\| \right) = \begin{cases} \gamma_a \|\hat{s} + \hat{r}\|, & \text{if } \hat{a} < a_m \\ 0, & \text{if } \hat{a} = a_m \end{cases} \quad (۳۴) \end{aligned}$$

که  $\tilde{s} + \tilde{r} = s + r - (\hat{s} + \hat{r}) = 2\tilde{\eta}$  و به صورت  $\|\tilde{s} + \tilde{r}\| \leq \beta_5 \|z\|$  کران دار شده است که  $\beta_5$  یک ثابت مثبت نامعلوم است و  $c_j, j = 1, \dots, 4$  به صورت زیر داده می شود:

$$\begin{aligned} c_1 &= \lambda_{\min}(K_p A_p) - \lambda_{\max}(K_p) - 0.5\lambda_{\max}(K_p A_p) \\ c_2 &= \lambda_{\min}(K_p A_p) - 0.5\lambda_{\max}(K_p) - 0.5\lambda_{\max}(K_p A_p) \end{aligned} \quad (۴۵)$$

$c_3 = \lambda_{\min}(K_p + D(q)) - 0.5\lambda_{\max}(K_p) - 0.5\beta_2 - 0.5\beta_1$   
 $c_4 = \lambda_{\min}(k_d M(q) - K_p) - \lambda_{\max}(K_p) - 0.5\beta_3 - 0.5\beta_4$   
 با در نظر گرفتن خواص تصویر سازی [۱۹] و با استفاده از لم ۲، نامساوی های زیر را داریم:

$$\begin{aligned} \|\hat{s} + \hat{r}\| \tilde{a} - \tilde{a} \text{Proj}_{\tilde{a}}(\|\hat{s} + \hat{r}\|) &\leq 0 \\ (\hat{s} + \hat{r})^T \tilde{W} \sigma - \text{tr}\{\tilde{W}^T \text{Proj}_{\tilde{W}}((\hat{s} + \hat{r}) \sigma^T)\} &\leq 0 \end{aligned} \quad (۴۶)$$

$\|\hat{s} + \hat{r}\| \hat{a} - \hat{a}(\hat{s} + \hat{r})^T \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) \leq 4\varepsilon_a$   
 نامساوی  $2ab \leq a^2 + b^2$  به ما کمک می کند که رابطه (۴۴) را به شکل زیر بیان کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\left(c_m - 0.5(\beta_1 + \beta_3) - 0.5(\beta_2 + \beta_4)\|z\|^2\right)\|z\|^2 \\ & + 4\varepsilon_a + \|\tilde{s} + \tilde{r}\| \delta \end{aligned} \quad (۴۷)$$

که  $c_m = \min\{c_j\}_{j=1}^4$  و  $\delta = \|\tilde{W}\sigma\| + \|\hat{a}\text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a)\| + a$  است. به صورت  $\delta \leq \delta_M$  کران دار شده است که  $\delta_M = (W_m + \sqrt{W_m})\sqrt{\ell} + 2a_m + a$  می توان رابطه (۴۷) را بدین گونه بیان کرد:

$$\dot{V}(t) \leq -c\|z\|^2 + \gamma \quad (۴۸)$$

که  $\gamma = 4\varepsilon_a + \frac{1}{2}\beta_5\delta_M^2$  و  $c = c_m - 0.5(\beta_1 + \beta_3 + \beta_5) - 0.5(\beta_2 + \beta_4)\|z\|^2$  است. اگر شرایط قضیه ۱ برقرار باشد،  $c_j > 0, j = 1, \dots, 4$  و

آنگاه  $\dot{V}(t)$  خارج از مجموعه  $\Omega_z = \{z(t) | 0 \leq \|z(t)\| \leq \sqrt{\gamma/c}\}$  منفی است. در واقع،  $V(t)$  خارج از مجموعه  $\Omega_z$  نامساوی زیر را نتیجه می دهد:

$$\lambda_z \|z\|^2 \leq V(t) \leq V(0) \leq \lambda_{ur} \|u_r(0)\|^2, \forall t \geq 0 \quad (۴۹)$$

از معادله (۴۹)، رابطه  $\|z(t)\|^2 \leq \lambda_{ur} / \lambda_z \|u_r(0)\|^2$  بدست می آید. بنابراین، یک شرط کافی برای  $c_m > 0.5(\beta_1 + \beta_3 + \beta_5) + 0.5(\beta_2 + \beta_4)\|z\|^2$  به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} c_m &> 0.5(\beta_1 + \beta_3 + \beta_5) \\ &+ 0.5(\beta_2 + \beta_4) \left( \lambda_{ur} / \lambda_z \|u_r(0)\|^2 \right) \end{aligned} \quad (۵۰)$$

بدین صورت، نهایتاً ناحیه جذب زیر را خواهیم داشت:

یکنواخت کران دار نیمه کلی<sup>۱</sup> هستند و به همسایگی کوچکی شامل مبدأ همگرا می شوند.

**اثبات** - تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} V(t) &= \sum_{j=1}^4 k_{pj} \ln \cosh(\hat{e}_j) + \frac{1}{2} s^T M(q) s + \sum_{j=1}^4 k_{pj} \ln \cosh(\tilde{\eta}_j) \\ &+ \frac{1}{2} r^T M(q) r + \frac{\text{tr}\{\tilde{W}^T \tilde{W}\}}{2\gamma_w} + \frac{\tilde{a}^2}{2\gamma_a} \end{aligned} \quad (۴۰)$$

که  $\tilde{a} = a - \hat{a}$  است. با استفاده از مورد اول لم ۱، تابع لیپانوف فوق می تواند به صورت زیر کران دار شود:

$$\lambda_z \|z\|^2 \leq \lambda_{zr} \|z_r\|^2 \leq V(t) \leq \lambda_{ur} \|u_r\|^2 \quad (۴۱)$$

که  $\lambda_z = 0.5 \min\{\{k_{pj}\}_{j=1}^4, \lambda_m\}$ ،  $\lambda_{zr} = [z^T, \tilde{w}_{11}, \dots, \tilde{w}_{4\ell}, \tilde{a}]^T$ ،  $\lambda_{ur} = \max\{\{k_{pj}\}_{j=1}^4, 0.5\lambda_m, 0.5\gamma_w^{-1}, 0.5\gamma_a^{-1}\}$ ،  $z = [\text{Tanh}^T(\hat{e}), \text{Tanh}^T(\tilde{\eta}), s^T, r^T]^T$ ،  $u = [\hat{e}^T, \tilde{\eta}^T, s^T, r^T]^T$ ،  $\lambda_{ur} = \max\{\{k_{pj}\}_{j=1}^4, 0.5\lambda_m, 0.5\gamma_w^{-1}, 0.5\gamma_a^{-1}\}$

هستند. از نامساوی بالا و عبارت دوم لم ۱، این موضوع واضح است که  $V(t)$  مثبت معین، به طور شعاعی بی کران و نقصانی است. با مشتق گیری از رابطه (۴۰) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \text{Tanh}^T(\hat{e}) K_p \dot{e} + s^T M(q) \dot{s} + \frac{1}{2} \dot{s}^T M(q) s + \text{Tanh}^T(\tilde{\eta}) K_p \dot{\tilde{\eta}} \\ &+ r^T M(q) \dot{r} + \frac{1}{2} \dot{r}^T M(q) r + \text{tr}\{\tilde{W}^T \dot{\tilde{W}}\} / \gamma_w + \dot{\tilde{a}} \tilde{a} / \gamma_a \\ &= -\text{Tanh}^T(\hat{e}) K_p A_p \text{Tanh}(\hat{e}) - \text{Tanh}^T(\tilde{\eta}) K_p A_p \text{Tanh}(\tilde{\eta}) \\ &- s^T (K_p + D(q)) s - r^T (k_d M(q) - K_p) r \end{aligned} \quad (۴۲)$$

$+ \text{Tanh}^T(\hat{e}) K_p s - \text{Tanh}^T(\hat{e}) K_p r + \text{Tanh}^T(\hat{e}) K_p A_p \text{Tanh}(\tilde{\eta})$   
 $+ \text{Tanh}^T(\tilde{\eta}) K_p r + (s + r)^T (\varepsilon(x_w) - \tau_w(t, q))$   
 $+ s^T \chi_1 + r^T \chi_2 - \hat{a}(\hat{s} + \hat{r})^T \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) + (\hat{s} + \hat{r})^T \tilde{W} \sigma(x_w)$   
 $- \hat{a}(\hat{s} + \hat{r})^T \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) + (\tilde{s} + \tilde{r})^T \tilde{W} \sigma(x_w)$   
 $- \text{tr}\{\tilde{W}^T \text{Proj}_{\tilde{W}}(\gamma_w (\hat{s} + \hat{r}) \sigma^T(x_w))\} / \gamma_w - \tilde{a} \text{Proj}_{\tilde{a}}(\|\hat{s} + \hat{r}\|)$   
 با استفاده از نامساوی  $2ab \leq a^2 + b^2$  و با در نظر گرفتن رابطه زیر

$$\|\varepsilon(x_w) - \tau_w(t, q)\| \leq a \quad (۴۳)$$

و همچنین با استفاده از جمله  $a = \tilde{a} + \hat{a}$ ، رابطه (۴۲) به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -c_1 \|\text{Tanh}(\hat{e})\|^2 - c_2 \|\text{Tanh}(\tilde{\eta})\|^2 - c_3 \|s\|^2 - c_4 \|r\|^2 \\ & + 0.5(\beta_1 + \beta_3)\|z\|^2 + 0.5(\beta_2 + \beta_4)\|z\|^4 + \|\tilde{s} + \tilde{r}\| \tilde{a} + \|\hat{s} + \hat{r}\| \hat{a} \\ & - \hat{a}(\hat{s} + \hat{r})^T \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) + (\hat{s} + \hat{r})^T \tilde{W} \sigma(x_w) \\ & + (\tilde{s} + \tilde{r})^T \tilde{W} \sigma(x_w) - \hat{a}(\tilde{s} + \tilde{r})^T \text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) + \|\tilde{s} + \tilde{r}\| a \\ & - \text{tr}\{\tilde{W}^T \text{Proj}_{\tilde{W}}(\gamma_w (\hat{s} + \hat{r}) \sigma^T(x_w))\} / \gamma_w - \tilde{a} \text{Proj}_{\tilde{a}}(\|\hat{s} + \hat{r}\|) \end{aligned} \quad (۴۴)$$

<sup>1</sup> Semi-Globally Uniformly Ultimately bounded(SGUUB)



انجام شده اند.  $L_i$ ،  $m_i$  و  $I_i$  به ازای  $i = 1, 2$  به ترتیب طول، جرم و ممان اینرسی هر رابط بازو و  $C_i$  ضریب اصطکاک ویسکوز در هر مفصل می باشد.  $L_0$  فاصله مرکز جرم پایه متحرک تا بازوی اول،  $m_c$  و  $I_c$  به ترتیب جرم و ممان اینرسی پایه متحرک،  $m_w$  و  $I_w$  به ترتیب جرم و ممان اینرسی هر چرخ،  $C_L$  و  $C_R$  شامل ضریب اصطکاک ویسکوز در چرخ راست و چپ می باشد. وضعیت اولیه ربات شامل موقعیت، سمت گیری و زوایای لینک ها به صورت  $\eta(0) = [4, -2, 0, 0, 0]^T$  انتخاب شده اند. ردیابی مسیر مطلوب به منظور کنترل موقعیت مکانی مجری نهایی، به صورت زیر به شکل دایره ای با شعاع 3 و مرکز (2.5, 2.5) انتخاب می شود:

$$\eta_d(t) = [2.5 + 3\cos(0.05t) \quad 2.5 + 3\sin(0.05t)]^T \quad (53)$$

اصطکاک کولمب و دینامیک مدل نشده و اغتشاشات دینامیکی به صورت  $\tau_w(t, q) = 2[\sin(0.05t), \sin(0.05t), \sin(0.05t), \sin(0.05t)]^T + 0.1\text{sign}(v)$  در نظر گرفته شده اند که جمله اول بیانگر دینامیک مدل نشده سیستم و جمله دوم نشان دهنده اصطکاک کولمب می باشد که در آن  $v$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$v = \begin{bmatrix} r/2 & r/2 & 0 & 0 \\ r/(2b) & -r/(2b) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_R \\ \dot{\theta}_L \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (54)$$

پارامترهای کنترل کننده و بهره های تطبیق مطابق جدول ۱ انتخاب می شوند. این مقادیر براساس سعی و خطا به صورتی انتخاب شده اند که بهترین پاسخ بدست آید. با این حال، با تنظیم بیشتر پارامترهای کنترلی می توان به پاسخ های بهتری نیز دست یافت.

جدول ۱: تنظیم بهره های کنترل کننده و مشاهده گر فیدبک خروجی عصبی تطبیقی

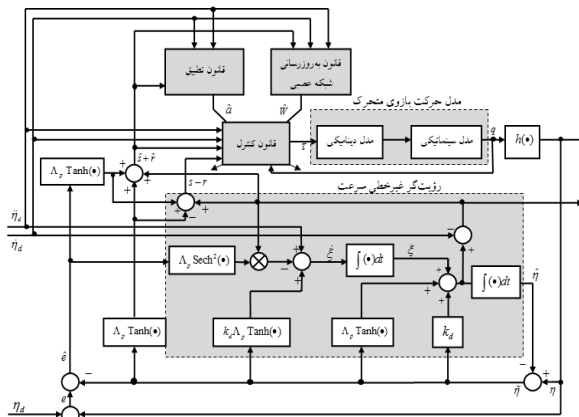
مقدار	سمبل	پارامتر
$7\text{diag}(3, 3, 0.1, 0.1)$	$K_p$	بهره کنترل کننده
10	$k_d$	بهره رویتگر
$3\text{diag}(5, 5, 0.1, 0.1)$	$\Lambda_p$	بهره کنترل کننده
2	$\gamma_a$	بهره تطبیق
180	$a_m$	ضریب $\sigma$ ثابت
100	$\varepsilon_a$	ضریب ثابت بیانگر ضخامت لایه مرزی

برای تمام شبیه سازی ها، زمان نمونه برداری ۲۰ میلی ثانیه در نظر گرفته شده است. پارامترهای شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی دارای  $l = 12$  گره در لایه مخفی به منظور تخمین دینامیک های نامعین سیستم مطابق با

$$R_A = \left\{ u_i \in \mathbb{R}^p \mid \|u_i(t)\| < \sqrt{\frac{c_m - 0.5(\beta_1 + \beta_3 + \beta_5)}{0.5(\beta_2 + \beta_4)(\lambda_{ui} / \lambda_c)}} \right\} \quad (51)$$

که  $P = 4l + 17$  و  $u_i = [\hat{e}^T, \hat{\eta}^T, s^T, r^T, \tilde{w}_{11}, \dots, \tilde{w}_{4l}, \tilde{a}]^T$  می باشد. باید توجه شود که ناحیه جذب  $R_A$  می تواند به دلخواه بزرگ در نظر گرفته شود که هر شرط اولیه ای را با انتخاب بهره های کنترلی به اندازه کافی بزرگ در بر گیرد. از بحث بالا به این نتیجه می رسیم که  $\text{Tanh}^T(\hat{e}), \text{Tanh}^T(\hat{\eta}), s, r, \tilde{w}_{11}, \dots, \tilde{w}_{4l}, \tilde{a}$  به طور یکنواخت نهایتاً کران دار نیمه کلی هستند و به یک همسایگی کوچک شامل مبدأ همگرا می شوند. در نتیجه،  $\hat{e}_i(t)$  و  $\hat{\eta}_i(t)$  نیز با توجه به خواص توابع تانزانت هایپربولیک که در بخش قبل اشاره شد، به ناحیه ای کوچک شامل مبدأ همگرا می شوند. به علاوه، با در نظر گرفتن روابط (۲۵) و (۲۶)،  $\dot{e}(t), \dot{\eta}(t) \in L_\infty$  در نهایت، با توجه به فرض های ۲ تا ۴ به این نتیجه می رسیم که تمام سیگنال ها در سیستم حلقه بسته کران دار هستند و به عبارتی  $\eta(t), \dot{\eta}(t), q(t), v(t), \hat{v}(t), \tau(t), \hat{W}(t), \hat{a}(t) \in L_\infty$  می باشند. در نتیجه اثبات تکمیل می شود. □

در شکل ۲ دیاگرام کنترلی نشان داده شده است که  $\eta_d$  و  $\dot{\eta}_d$  به ترتیب بیانگر مسیر مطلوب و مشتقات مسیر مطلوب می باشند.

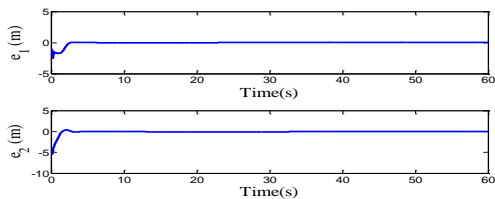


شکل ۲- بلوک دیاگرام کنترل کننده فیدبک خروجی تطبیقی عصبی مقاوم پیشنهادی.

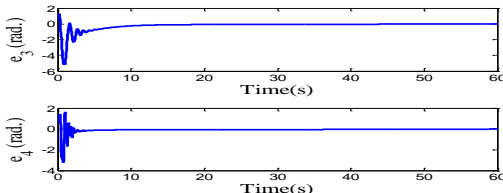
## ۶- نتایج شبیه سازی

در این بخش، نتایج شبیه سازی به منظور اعتبارسنجی روش کنترلی مقاوم تطبیقی شبکه عصبی تابع پایه شعاعی با تابع اشباع به منظور کنترل بازوی متحرک چرخ دار در محیط MATLAB بر اساس مدل مرجع [۱۰] ارائه می گردد. شبیه سازی ها برای ربات دو درجه آزادی صفحه ای با پارامترهای زیر

$$L_1 = 0.514, L_2 = 0.362, L_a = 0.2(m), m_1 = 2.56, m_2 = 1.07, m_c = 17.25, m_w = 0.159(kg), I_1 = 0.148, I_2 = 0.0228, I_c = 0.297, I_w = 2e - 4(kg.m^2), c_1 = 0.1, c_2 = 0.1, c_R = 0.1, c_L = 0.1(Nm.sec) \quad (52)$$

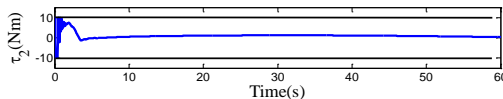
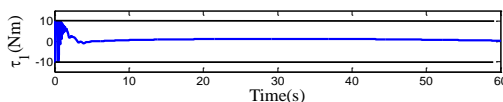


شکل ۴- خطاهای ردیابی  $e_1$  و  $e_2$

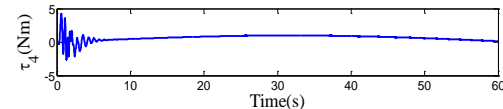
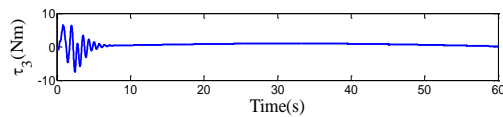


شکل ۵- خطاهای ردیابی  $e_3$  و  $e_4$

در شکل ۶، سیگنال‌های کنترلی اعمال شده به بدنه متحرک و در شکل ۷، سیگنال‌های کنترلی مورد نیاز مفاصل دو بازو توسط کنترل کننده فیدبک خروجی عصبی تطبیقی مقاوم طراحی شده در حضور نامعینی‌ها، نشان داده شده است. به دلیل کوچک شدن خطاهای ردیابی و رؤیت بر روی مسیر مطلوب، سیگنال‌های گشتاور نهایتاً به مقادیر کوچکی حدود نیم تا یک نیوتن-متر میل کرده اند. با توجه به این شکل‌ها، علیرغم وجود نامعینی‌های پارامتری و غیرپارامتری، ردیابی و مقاومت کنترل کننده پیشنهادی کاملاً رضایت‌بخش می‌باشد. در این کنترل کننده، با محدود شدن دامنه سیگنال‌های کنترلی به صورت  $|\tau(t)| \leq 10Nm$  و همچنین توسط تابع تناژت هاپربولیک در کنترل کننده (۳۲) از خطر اشباع عملگرها کاسته شده است. اما محدود کردن سیگنال‌های کنترلی سبب کاهش سرعت همگرایی می‌گردد و در نتیجه پاسخ گذرا طولانی‌تر می‌شود.



شکل ۶- ورودی‌های کنترل کننده اعمال شده به بدنه متحرک



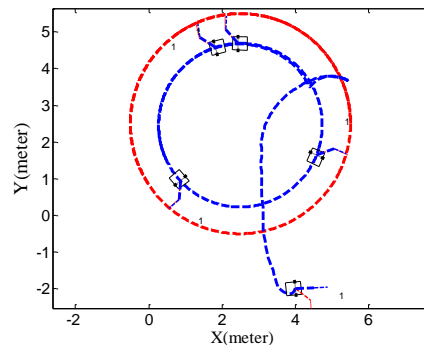
شکل ۷- ورودی‌های کنترل کننده مفاصل دو بازو

جدول ۲ انتخاب می‌گردند. در این شبیه سازی، ضرایب وزنی براساس سعی و خطا انتخاب شده‌اند. با وجود این که انتخاب در تعداد گره‌های بیشتر لایه مخفی، منجر به تخمین دقیق‌تری از نامعینی‌های پارامتری می‌شود اما افزایش تعداد گره‌ها، بار محاسباتی را نیز افزایش می‌دهد.

جدول ۲: پارامترهای شبکه عصبی

پارامتر	سمبل	مقدار
بهره تطبیق	$\gamma_w$	2
ضریب $\sigma$ ثابت	$W_m$	10000
بردار میانگین تابع گاوسی	$\mu_x$	$\mu_x = (-6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6)^T$
بردار انحراف معیار تابع گاوسی	$\lambda_k$	$\lambda_k = 10(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T$

با توجه به تنظیمات اولیه انجام شده، نتایج شبیه‌سازی برای کنترل کننده فیدبک خروجی عصبی مقاوم تطبیقی در زیر ارائه می‌گردد.



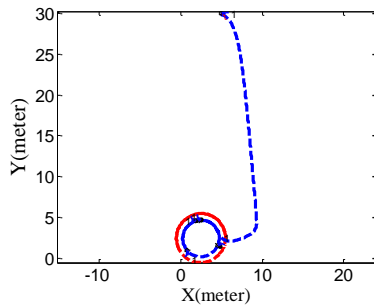
شکل ۳- بازوی متحرک دو درجه آزادی به همراه مسیر مطلوب مجری نهایی و مسیر پایه متحرک

با توجه به شکل ۳، خطوط قرمز و آبی به ترتیب ردیابی مطلوب مجری نهایی و مسیر حرکت پایه متحرک را در صفحه  $(X, Y)$  بیان می‌کنند که با اعمال کنترل کننده پیشنهادی، مجری نهایی بازوی متحرک به خوبی مسیر دایره‌ای را طی می‌کند. بردار آرایش مطلوب بازوی متحرک به صورت  $q_d = [0.514 \ 0.362 \ -45\pi/180 \ -45\pi/180]^T$  در نظر گرفته می‌شود. شکل ۴ خطای ردیابی موقعیت مجری نهایی در راستای  $X$  و  $Y$  برای رسیدن به موقعیت مطلوب را نشان می‌دهد که نهایتاً این خطا به کران بسیار کوچکی اطراف صفر همگرا شده است. شکل ۵ خطاهای ردیابی موقعیت زاویه‌ای رابط‌ها را با استفاده از کنترل کننده عصبی تطبیقی مقاوم برای رسیدن به موقعیت‌های زاویه‌ای مطلوب  $\theta_{d1}$  و  $\theta_{d2}$  نمایش می‌دهد.

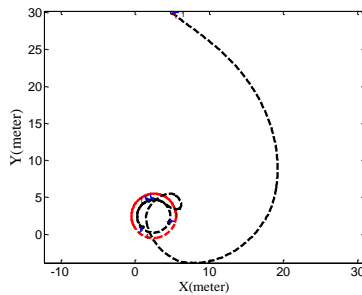
در زیر، معادله کنترل کننده فیدبک خروجی مشابه با مرجع [۱۸] برای بازوهای متحرک با استفاده از روش تطبیقی مقاوم عصبی تابع پایه شعاعی بدون استفاده از تابع تانژانت هایپربولیک به منظور مقایسه با کنترل کننده پیشنهادی ارائه شده است. نتایج شبیه سازی هر دو کنترل کننده در شکل های ۱۲ تا ۱۶ مطابق با پارامترهای رابطه (۵۲) نمایش داده شده اند.

$$\begin{cases} \tau(t) = B^{-1}(q) \left( -K_1(s-r) - K_2(e + \tilde{\eta}) - \hat{W}\sigma(x_w) - \hat{d}\text{Tanh}(v\hat{a}(\hat{s} + \hat{r}) / \varepsilon_a) \right) \\ s = \dot{e} + A_p(e - \tilde{\eta}), \quad r = \dot{\tilde{\eta}} + A_p \tilde{\eta}, \\ \hat{s} + \hat{r} = \dot{\tilde{\eta}} - \dot{\tilde{\eta}}_d + A_p e, \\ \dot{\tilde{\eta}} = \xi + A_p \tilde{\eta} + k_d \tilde{\eta}, \\ \dot{\xi} = \ddot{\eta}_d - A_p(\dot{e} - \dot{\tilde{\eta}}) + k_d A_p \tilde{\eta}, \end{cases} \quad (55)$$

شرایط شبیه سازی مشابه شبیه سازی قبل در نظر گرفته شده اند و هر دو کنترل کننده بهره های یکسان دارند.

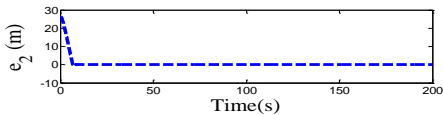
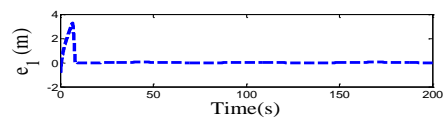


(الف)



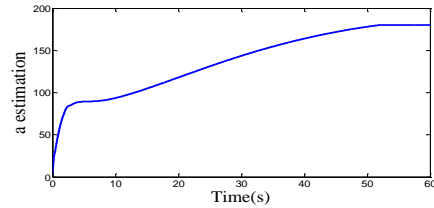
(ب)

شکل ۱۲- مسیر بازوی متحرک و مسیر مطلوب مجری نهایی: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)

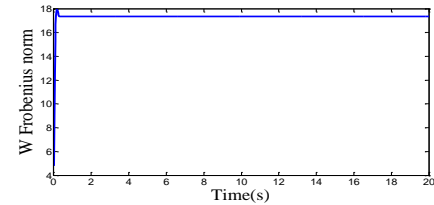


(الف)

در شکل های ۸ و ۹، به ترتیب تخمین کران بالای نامعینی های غیر پارامتری و اندازه فروبنیوس تخمین وزن های شبکه عصبی، نمایش داده شده است که از اصلاح سیگما در بروزسانی قوانین تطبیق استفاده کرده ایم. همان گونه که مشخص است، این تخمین ها کران دار می باشند. پس می توان نتیجه گرفت که وجود اصلاح سیگما در قوانین تطبیقی که باعث به روز رسانی آن ها می گردد، به منظور افزایش مقاومت کنترلی کاملاً ضروری است و سبب بهبود مقاومت در تخمین پارامترها و تخمین وزن های شبکه عصبی می شود.

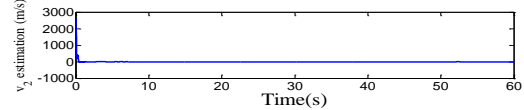
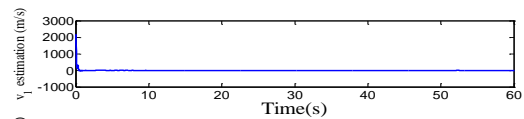


شکل ۸- تخمین پارامتر a

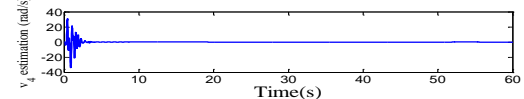
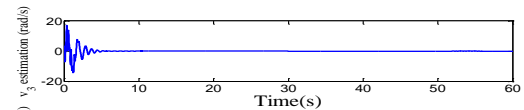


شکل ۹- تخمین وزن های شبکه عصبی

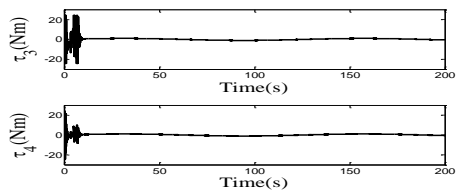
شکل ۱۰، خطای تخمین سرعت مجری نهایی و شکل ۱۱، خطاهای تخمین سرعت زاویه ای رابطه ها را که توسط مشاهده گر سرعت بدست آمده است را ارائه می دهند. همان طور که مشاهده می شود، رؤیت گر سرعت طراحی شده این تخمین ها را به خوبی فراهم می کند و تمام خطاها به همسایگی صفر همگرا می شوند.



شکل ۱۰- خطاهای تخمین سرعت مجری نهایی



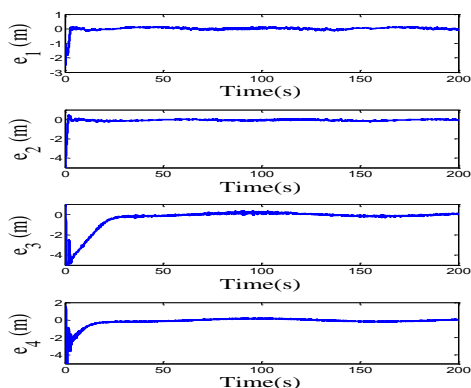
شکل ۱۱- خطاهای تخمین سرعت زاویه ای رابطه ها



(ب)

شکل ۱۶- ورودی های کنترل کننده مفاصل دو بازو: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)

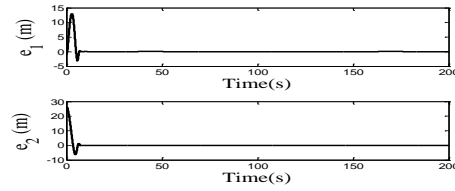
همان طور که از شکل های ۱۲ تا ۱۶ ملاحظه می شود، عملکرد کنترل کننده پیشنهادی نرم تر و هموارتر از عملکرد کنترل کننده (۵۵) است. شبیه سازی ها نشان می دهند که با افزایش خطای ردیابی اولیه برای هر دو کنترل کننده، سیگنال های کنترلی کنترل کننده (۵۵) خشن تر می شوند و پاسخ گذرای ردیابی ناهموارتری بدست می آید. در حالی که کنترل کننده پیشنهادی سیگنال های کنترلی با چترینگ کمتر و پاسخ گذرای هموارتری را نشان می دهد. برای بررسی عملکرد کنترل کننده در برابر نویز اندازه گیری، یک نویز سفید گاوسی با متوسط صفر و انحراف از معیار ۰/۰۰۷ به متغیرهای حالت افزوده شده است و نتایج شبیه سازی در شکل ۱۷ برای نمونه آورده شده است. ملاحظه می شود که بدلیل استفاده از کنترل مقاوم تطبیقی نوع اشباع در کنترل کننده (۳۲)، عملکرد ردیابی کنترل کننده پیشنهادی قابل قبول است. البته باید توجه شود که با افزایش سطح نویز، چترینگ در سیگنال کنترلی بیشتر می شود که با افزایش مقدار پارامتر  $\epsilon_a$  در کنترل کننده (۳۲) می توان آن را کاهش داد.



شکل ۱۷- عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در برابر نویز اندازه گیری

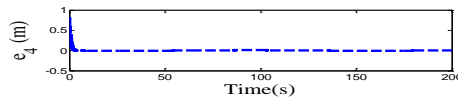
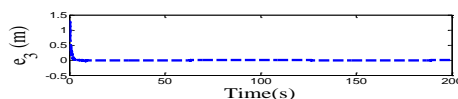
## ۷- نتیجه گیری

در این مقاله، یک کنترل کننده ردیاب فیدبک خروجی برای بازوهای متحرک با استفاده از روش تطبیقی مقاوم عصبی با ترکیب یک مشاهده گر سرعت و شبکه عصبی تابع پایه شعاعی، پیشنهاد شد. طرح کنترلی پیشنهادی تنها به اندازه گیری های موقعیت و جهت گیری نیازمند می باشد. به همین دلیل، یک مشاهده گر سرعت معرفی شده است تا تخمین سرعت های

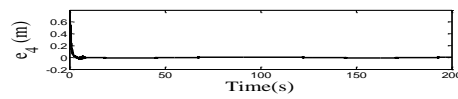
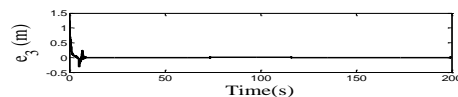


(ب)

شکل ۱۳- خطاهای ردیابی  $e_1$  و  $e_2$ : (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)

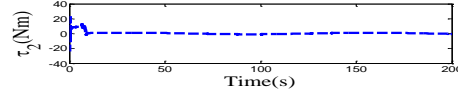
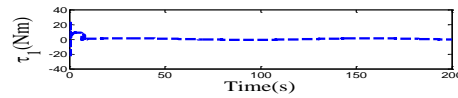


(الف)

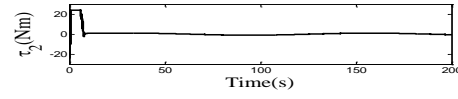
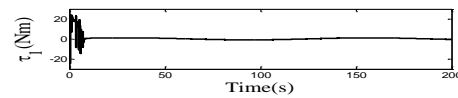


(ب)

شکل ۱۴- خطاهای ردیابی  $e_3$  و  $e_4$ : (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)

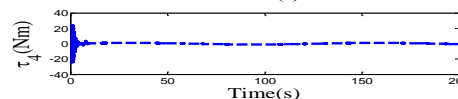
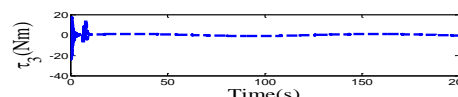


(الف)



(ب)

شکل ۱۵- ورودی های کنترل کننده اعمال شده به بدنه متحرک: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)



(الف)

- Networks and Learning Systems, Vol. 24, No. 9, pp. 1400-1413, 2013.
- [8] Chen. N., Yang. H., Han. X., Ai. Ch., Tang. Ch., Li. X., "Adaptive robust control of the mobile manipulator based on neural network," 11th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), pp. 2425-2430, 2016.
- [9] Xu. Y., Cao. X., Wang. Y., Gu. L., "The observer-based neural network adaptive robust control of underwater hydraulic manipulator," Conference on OCEANS'15 MTS/IEEE Washington, pp. 1-5, 2015.
- [10] White. G. D., Bhatt. R. M., Krovci. V.N., "Dynamic redundancy resolution in a nonholonomic wheeled mobile manipulator," Robotica, Vol. 25, No. 2, pp. 147-156, 2007.
- [11] Tzafestas. Spyros G., Introduction to Mobile Robot Control, 1st Edition, Elsevier Insights, 2013.
- [12] Bhatt. Rajankumar M., "Towards Modular Cooperation Between Multiple Nonholonomic Mobile Manipulators," Ph. D. Thesis, State University of New York at Buffalo, 2007.
- [13] Li. Zhijun, Ge. Shuzhi Sam, Fundamentals in modeling and control of mobile manipulators, CRC Press, Taylor and Francis Group, 2013.
- [14] Lewis. Frank L., Dawson. Darren M., Abdallah, C.T., *Robot Manipulator Control Theory and Practice*. 2nd ed. Revised and Expanded, Marcel Dekker: New York, 2004.
- [15] Polycarpou. M., "Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 41, No. 3, pp. 447-451, 1996.
- [16] Khalil. Hassan K., Nonlinear Systems, Englewood Cliffs, Third Edition, Prentice Hall, NJ, 2002.
- [17] Xu. D., Zhao. D., Yi. J., Tan. X., "Trajectory Tracking Control of Omnidirectional Wheeled Mobile Manipulators: Robust Neural Network-Based Sliding Mode Approach," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, Vol. 39, No. 3, pp. 788-799, 2009.
- [18] Li. Z., Ge. S. S., Adams. M., Vijesoma. W. S., "Adaptive Robust Output-Feedback Motion/Force Control of Electrically Driven Nonholonomic Mobile Manipulators," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 16, No. 6, pp. 1308-1315, 2008.
- [19] Ioannou. Petros, Fidan. Baris, Adaptive Control Tutorial, SIAM, Philadelphia, 2006.
- غیرقابل دسترس از بازوی متحرک را فراهم کند. علاوه بر این، نیازی به دانش قبلی از دینامیک‌های بازوی متحرک و اغتشاشات محیطی با استفاده از قوانین تطبیقی و شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی نداریم. از لحاظ نظری اثبات شد که کنترل کننده پیشنهادی می‌تواند با ایجاد موقعیت و جهت گیری بازوی متحرک با وجود خطاهای کوچک، بازو را در حضور نامعینی‌ها به موقعیت مطلوب برساند. کنترل کننده پیشنهادی تضمین می‌کند که تمامی سیگنال‌ها در سیستم حلقه بسته کران‌دار بوده و خطاهای ردیابی و مشاهده سرعت به طور یکنواخت نهایتاً کران‌دار نیمه کلی هستند و به همسایگی کوچکی شامل مبدأ همگرا می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی تأثیر طرح کنترلی پیشنهادی را به خوبی نشان می‌دهند. این مقاله می‌تواند به گروهی از بازوهای متحرک چرخ‌دار با دینامیک‌های نامعین و اغتشاشات نامعلوم تعمیم داده شود.

### مراجع

- [1] Galicki. M., "An adaptive non-linear constraint control of mobile manipulators," Mechanism and Machine Theory, Vol. 88, pp. 63-85, 2015.
- [2] Sun. W., Xia. J., "Adaptive control for mobile manipulators with affine constraints," 3rd International Conference on Informative and Cybernetics for Computational Social Systems (ICCSS), pp. 354-357, 2016.
- [3] Shojaei. K., "Neural adaptive output feedback formation control of type (m,s) wheeled mobile robots," IET Control Theory and Applications, Vol. 11, No. 4, pp. 504-515, 2016.
- [4] Fang. M., Chen. W. and Li. Z., "Adaptive tracking control of coordinated nonholonomic mobile manipulators," Proceedings of 17th World Congress: The International Federation of Automatic Control, pp. 4343-4348, 2008.
- [5] Sun. W., Wu. Y Q., "Adaptive motion/force tracking control for a class of mobile manipulators," Asian Journal of Control, Vol. 17, No. 6, pp. 2409-2416, 2015.
- [6] Wang. Y., Miao. Zh., Liu. L., Chen. Y., "Adaptive robust control of nonholonomic mobile manipulators with an application to condenser cleaning robotic systems," 8th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), pp. 358-363, 2013.
- [7] Li. Zh., Su. Ch., "Neural-Adaptive Control of Single-Master-Multiple-Slaves Teleoperation for Coordinated Multiple Mobile Manipulators With Time-Varying Communication Delays and Input Uncertainties," IEEE Transactions on Neural



# طراحی کنترل کننده تصادفی ناهماهنگ برای کلاس خاصی از سیستم های پرش مارکوف خطی

مونا فرجی نیری<sup>۱</sup>، محمدرضا جاهد مطلق<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، موسسه آموزش عالی پویش، m\_farajiniri@pooyesh.ac.ir

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، jahedmr@iust.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۵/۹/۱۶ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۷/۱۵ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳

**چکیده:** هدف این مقاله طراحی کنترل کننده تصادفی کلیدزن ناهماهنگ برای سیستم پرش مارکوف است. منظور از این ناهماهنگی، عدم تطابق بین کلیدزنی کنترل کننده و کلیدزنی سیستم است. این ناهماهنگی یکی از محدودیت‌هایی است که به هنگام کنترل سیستم‌های پرش مارکوف بروز می‌کند و دلیل آن نبود امکان تشخیص دقیق و بلادرنگ سیگنال کلیدزنی در سیستم پرش مارکوفی است. در این مقاله با بهره‌گیری از رویکردی جدید، اثرات تشخیص نادقیق وضعیت کلیدزنی در کنترل کننده لحاظ شده و علی‌رغم عدم تطابق بین تغییر وضعیت سیستم و تغییر وضعیت کنترل کننده، پایدارسازی سیستم صورت پذیرفته است. بدین منظور ابتدا اثر ناهماهنگی با تعریف دو زنجیره مارکوف مستقل اما پیرو برای سیستم و کنترل کننده معرفی شده و سپس با ساختاردهی سیستم حلقه بسته به صورت یک سیستم پرش مارکوف ناهمگن به طراحی کنترل کننده پرداخته شده است. اساس این طراحی بر تئوری لیاپانوف چندگانه‌ای استوار است که به شرایط کافی پایداری پذیری و طراحی کنترل کننده برای سیستم منجر می‌شود. کلیه روابط بدست آمده جهت بررسی پایداری پذیری و طراحی پایدارساز به صورت مجموعه‌ای از نامساوی‌های ماتریسی خطی بوده و نتایج شبیه‌سازی نشانگر مزایا و ویژگی‌های طرح پیشنهادی است.

**کلمات کلیدی:** کنترل تصادفی، کنترل ناهماهنگ، نامساوی ماتریسی خطی، سیستم پرش مارکوف خطی، سیستم پرش مارکوف ناهمگن.

## Asynchronous Stochastic Controller Design for a Class of Markov Jump Linear Systems

Mona Faraji-Niri, Mohammad Reza Jahed-Motlagh

**Abstract:** This paper investigates asynchronous controller design problem for a class of continuous-time Markov jump linear systems. The mentioned asynchronous phenomenon is a case in which the system and the controller Markov chains are not matched, however they are relevant according to certain probabilities. This phenomenon describes a realistic and practical situation which arises as a result of inaccurate observation of the system's Markov chain. The proposed design scheme considers the closed-loop system as a unified Markov jump linear system and utilizes the multiple Lyapunov function approach. By this approach, firstly, the stabilizability of the closed-loop system is ensured and then the asynchronous state-feedback controller is synthesized. The designed controller is formulated in terms of linear matrix inequalities; which are easy to check. A numerical example illustrates the usefulness of the developed method.

**Keywords:** Asynchronous Control, Linear Matrix Inequality, Markov Jump Linear System, Stochastic Control.

## ۱- مقدمه

امروزه ساختارهای پرش مارکوف با قابلیت خود در توصیف تغییرات ناگهانی در سیستم‌ها، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱-۱۰]. کاربردهای این سیستم را می‌توان در حوزه‌های متعددی همچون سیستم‌های اقتصادی [۸]، سیستم‌های قدرت [۹]، سیستم‌های زیستی [۱۰]، سیستم‌های چندعامله [۱۱]، سیستم‌های در معرض عیب [۱۲] و سیستم‌های کنترلی شبکه [۱۳] یافت. سیستم های پرش مارکوف کلاس خاصی از سیستم‌های کلیدزن تصادفی هستند. سیستم‌های کلیدزن تصادفی، ساختارهایی هستند که منطق کلیدزنی در آن‌ها از نوع تصادفی بوده و می‌توانند اثرات ناشی از تغییرات ناگهانی در اثر اغتشاشات داخلی و خارجی، تعمیرات و یا تغییرات اندرکنش‌های بین اجزای سیستم را مدل کنند [۱۴ و ۱۵]. سیستم های پرش مارکوف، شامل دسته‌ای از زیرسیستم‌ها (وضعیت‌های سیستم) هستند که کلیدزنی بین آن‌ها توسط قاعده مارکوفی با تعداد وضعیت‌های محدود صورت می‌گیرد [۱۵].

محققین بسیاری از مسائل پایداری [۲ و ۳ و ۵ و ۶]، پایداری [۵ و ۶ و ۱۶]، و طراحی کنترل کننده [۷ و ۱۷ و ۱۸] را برای سیستم‌های پرش مارکوف مورد بررسی قرار داده‌اند. اغلب پژوهش‌هایی که بر مسائل پایداری و کنترل این سیستم‌ها تعلق دارند، مبتنی بر یک فرض اساسی هستند که بر اساس آن پایداری یا کنترل کننده کاملاً با سیستم تحت کنترل هماهنگ است [۱ و ۵-۷ و ۱۴-۱۸]. این فرض بدین معناست که فرآیند مارکوفی که تغییرات موده‌های کنترل کننده را مدیریت می‌کند دقیقاً با زنجیره مارکوف مدیریت کننده‌ی تغییرات موده‌های سیستم یکسان است. باید توجه داشت که این یک فرض دور از واقعیت است و هرچند منجر به سادگی تحلیل و طراحی می‌گردد اما کاربرد کنترل کننده را برای این سیستم‌ها بسیار محدود می‌کند. دلیل این امر آن است که، زنجیره مارکوف سیستم همواره به صورت دقیق قابل شناسایی نبوده و معمولاً مود فعال سیستم به صورت بلادرنگ در اختیار کنترل کننده قرار نمی‌گیرد. به عبارتی دیگر، از دیدگاه عملی، زنجیره مارکوف مدیریت کننده سیستم و کنترل کننده نامطابق هستند. این عدم تطابق اگر به درستی در نظر گرفته نشود کلیدزنی ناهمزمان سیستم و کنترل کننده باعث افت کارایی و یا حتی ناپایداری سیستم می‌گردد.

یک راه برای برخورد با این مسئله، طراحی کنترل کننده‌های مستقل از مود برای سیستم است [۱۵ و ۱۹]. منظور از کنترل کننده مستقل از مود سیستم، کنترل کننده‌ای است که کلیه تغییرات وضعیت سیستم را نادیده گرفته و در واقع فاقد کلیدزنی است. هرچند کنترل کننده‌ی مستقل از مود می‌تواند راه‌حلی ساده در مواقع عدم دسترسی به موده‌های سیستم باشد اما بسیار محافظه‌کار است [۱۹]. دلیل این محافظه‌کاری، ثابت ماندن کنترل کننده علی‌رغم تغییرات سیستم است. بدیهی است این نوع کنترل کننده نمی‌تواند در مواقع تغییرات شدید وضعیت سیستم پاسخ مناسبی برای آن فراهم سازد. به همین سبب اتخاذ رویکردی که بتواند عدم تطابق پیچیده‌ی موجود بین سیستم و کنترل کننده را لحاظ کند بسیار

ضروری است. بر خلاف کنترل کننده مستقل از مود، که از اطلاعات سیستم چشم پوشی می‌کند، یک کنترل کننده ناهمبستگی سعی در بهره‌گیری از اطلاعات بدست آمده از طریق مشاهده‌ی زنجیره‌ی مارکوف سیستم دارد.

در رابطه با سیستم‌های پرش مارکوف، پژوهش‌هایی تحت عنوان طراحی کنترل کننده ناهمبستگی برای این سیستم‌ها صورت پذیرفته است [۲۰-۲۵]. نکته قابل ذکر آن است که، در اغلب این پژوهش‌ها ماهیت ناهمبستگی مربوط به حالت‌های پیوسته در دینامیک‌ها بوده و با عدم تطابق حالت‌های زنجیره‌های مارکوف کاملاً متفاوت است. در واقع، در پژوهش‌های یادشده ناهمبستگی به معنای وجود تاخیر بین حالت‌های سیستم و کنترل کننده است که از طریق تعریف تاخیر زمانی به صورت متغیری قطعی و از پیش تعریف شده [۲۳]، و یا متغیری تصادفی با توزیع احتمالاتی خاص در سیستم حلقه‌بسته [۲۲ و ۲۴ و ۲۵] بررسی می‌شود. از جمله پژوهش‌های اختصاص یافته به مسئله‌ی عدم تطابق زنجیره‌های مارکوف [۲۰] و [۲۱] هستند. در پژوهش [۲۱]، مسئله‌ی ناهمبستگی بین موده‌های سیستم و کنترل کننده با تعریف دو زنجیره‌ی مارکوف کاملاً متفاوت مطرح شده که بر اساس تئوری جدایی‌پذیری به طراحی کنترل کننده منجر می‌گردد. رویکرد مذکور بسیار محافظه‌کارانه است. در واقع با این که زنجیره کنترل کننده با سیستم متفاوت است اما اطلاعاتی از آن را دربردارد که چشم‌پوشی از این اطلاعات منجر به محافظه‌کاری می‌گردد. فرض متفاوت بودن زنجیره‌ها در [۲۱] توسط [۲۰] از میان برداشته می‌شود اما این رویکرد [۲۰] خود تنها محدود به طراحی فیلتر بوده و وجود تعداد زیاد پارامترهای طراحی در آن باعث دشواری در تست شرایط و پیاده‌سازی عملی آن‌ها است.

با توجه به آن‌چه که ذکر شد، پرداختن به مسئله‌ی طراحی یک کنترل کننده با فرض دسترسی نادقیق آن به وضعیت‌های سیستم و دست‌یافتن به شروطی با قابلیت تست ساده و پیاده‌سازی عملی بسیار حائز اهمیت است. هدف این مقاله دست‌یافتن به اهداف مذکور است. بدین ترتیب روش ارائه شده در این مقاله در دو بخش قابل پیگیری است. در بخش نخست، ابتدا اثر عدم تطابق بین سیستم و کنترل کننده به صورت دو زنجیره مارکوف مجزا اما وابسته به هم بیان شده و در ادامه با توجه به وجود این زنجیره‌های دوگانه، سیستم به صورت یک مجموعه‌ی مارکوفی ناهمگن، یا به طور دقیق‌تر تکه‌های همگن [۱۷ و ۲۶]، ساختاردهی مجدد می‌گردد. دلیل این ساختاردهی آن است که زنجیره‌ی مشاهده‌شده در عمل به زنجیره‌ی سیستم وابسته است. از آنجایی که زنجیره‌ی سیستم یک سیگنال متغیر با زمان به صورت تکه‌ای است، لذا ویژگی‌های احتمالاتی (نرخ‌های گذار [۱۵]) زنجیره مشاهده‌شده نیز متغیر با زمان به صورت تکه‌ای خواهند بود. بنابراین کل سیستم می‌تواند به صورت یک سیستم پرش مارکوف تکه‌ای همگن در نظر گرفته شود. در یک ساختار مارکوفی تکه‌ای همگن نرخ‌های گذار متغیر با زمان بوده اما در بازه‌ی زمانی مشخصی ثابت هستند [۱۷ و ۲۶]. در بخش دوم، با



$$\Lambda_{N \times N} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1N} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{N1} & \lambda_{N2} & \dots & \lambda_{NN} \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن نرخ های گذار از رابطه (۳) پیروی می کنند.

$$\Pr\{r_{t+h} = j \mid r_t = i\} = \begin{cases} \lambda_{ij} h + o(h) & i \neq j \\ 1 + \lambda_{ii} h + o(h) & i = j \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه (۳)،  $\lambda_{ij}$  معرف نرخ گذار از مود  $i$  در لحظه  $t$  به مود  $j$  در لحظه  $t+h$  است که شرایط زیر را برقرار می سازد،

$$\lambda_{ij} \geq 0 \quad (4)$$

$$\lambda_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N \lambda_{ij} \quad (5)$$

که شرط (۴) بدین معناست که نرخ های گذار منفی نیستند و شرط (۵) نیز بدین معناست که حرکت سیستم از مود  $i$  به یکی از مودهای  $j$  با احتمال یک تضمین شده است. همچنین فرض بر آن است که زنجیره مارکوف کاهش ناپذیر است یعنی احتمال حرکت سیستم از یک مود به مود دیگر در تعداد قابل شمارشی از کلیدزنی ها (پرش ها) صورت می گیرد [۱۵].

در معادله (۱)،  $A(r_t, t)$  و  $B(r_t, t)$  ماتریس های سیستم هستند که وابسته به مود بوده و ابعاد مناسبی دارند. به منظور لحاظ کردن عدم قطعیت ها در مدل، ماتریس های دینامیک سیستم به صورت  $B(r_t, t) = B(r_t) + \Delta B(r_t, t)$  و  $A(r_t, t) = A(r_t) + \Delta A(r_t, t)$  عریف شده اند که در آن ها  $A(r_t)$  و  $B(r_t)$  ماتریس های معلوم و  $\Delta B(r_t, t)$  و  $\Delta A(r_t, t)$  ماتریس هایی نامعلوم و وابسته به مود هستند که اثر عدم قطعیت متغیر با زمان و کران محدود را بیان می کنند. این عدم قطعیت ها به صورت (۶) هستند،

$$\begin{aligned} \Delta A(r_t, t) &= D_A(r_t) F_A(r_t, t) E_A(r_t), \\ \Delta B(r_t, t) &= D_B(r_t) F_B(r_t, t) E_B(r_t) \end{aligned} \quad (6)$$

ماتریس های  $D_A(r_t)$ ،  $D_B(r_t)$ ،  $E_A(r_t)$  و  $E_B(r_t)$  معلوم و حقیقی بوده و ماتریس های  $F_A(r_t, t)$  و  $F_B(r_t, t)$  نامعلوم و متغیر با زمان هستند که عناصر قابل سنجش با معیار لگک<sup>۱</sup> با شرایط زیر را دارند،

$$F_B^T(r_t, t) F_B(r_t, t) \leq I, \quad F_A^T(r_t, t) F_A(r_t, t) \leq I$$

**نکته ۱-** از این پس به منظور سادگی در علامت گذاری ها از عبارت  $r_t = i$  به منظور اشاره به مود  $i$  ام بهره برده می شود. بنابراین ماتریس های سیستم به صورت  $A(i)$ ،  $B(i)$ ،  $\Delta A(i)$ ،  $\Delta B(i)$ ،  $F_A(i)$ ،  $F_B(i)$ ،  $D_A(i)$ ،  $D_B(i)$ ،  $E_A(i)$  و  $E_B(i)$  می باشد.

استفاده از ساختار ارائه شده، به طراحی کنترل کننده بر مبنای تئوری لیاپانوف پرداخته می شود. بدین منظور تابع لیاپانوفی از نوع چندگانه در نظر گرفته می شود که تنها به مودهای کنترل کننده وابسته بوده و به صورت غیرمستقیم مودهای سیستم را نیز لحاظ می کند. براساس این تابع لیاپانوف ابتدا پایداری پذیری سیستم مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت کنترل کننده ناهماهنگ طراحی می گردد. شایان ذکر است که سیستم پرش مارکوف برای سادگی به صورت خطی در نظر گرفته شده و به منظور عمومیت دهی به مسئله، شامل عدم قطعیت های دینامیک کران محدود از نوع متغیر با زمان فرض گشته است. به دلیل رویکرد خاص مبتنی بر سیستم های پرش مارکوفی تکه ای همگن، تمام روابط و طراحی ها به صورت مجموعه ای از روابط نامساوی ماتریسی خطی حاصل شده اند که قابلیت حل پذیری بالایی توسط نرم افزارها و روش های بهینه سازی موجود دارند. روش ارائه شده، به دلیل استفاده از اطلاعات مربوط به تغییر وضعیت در سیستم، نسبت به کنترل کننده مستقل از مود [۱۹] از لحاظ محافظه کاری ارجحیت دارد. همچنین، این کنترل کننده نسبت به کنترل کننده های ناهماهنگ مشابه [۲۰ و ۲۱] قابلیت لحاظ کردن زنجیره های مستقل اما پیرو را بین سیستم و کنترل کننده داشته و از نظر قابلیت حل پذیری و سادگی روابط بر آن ها برتری دارد. نتایج شبیه سازی این روش بر روی سیستم نمونه، نمایانگر ویژگی های آن است.

ساختار این مقاله بدین ترتیب است، در بخش ۲ تعاریف اولیه ذکر شده و مسئله کنترل ناهماهنگ برای سیستم پرش مارکوف بیان گشته است. در بخش ۳ با استفاده از رویکرد سیستم های پرش مارکوف ناهمگن، ابتدا پایداری پذیری سیستم بررسی گشته و در ادامه، طراحی کنترل کننده صورت پذیرفته است. بخش ۴ به نتایج شبیه سازی و مقایسه های مربوطه اختصاص یافته و بخش ۵ حاوی جمع بندی، نتیجه گیری و پیشنهاداتی برای ادامه پژوهش جاری است.

## ۲- تعاریف اولیه و بیان مسئله

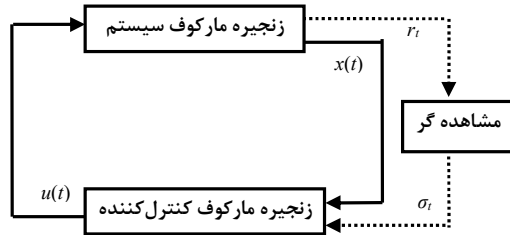
برای معرفی سیستم پرش مارکوف خطی، فضای احتمالاتی  $(\Omega, F, \rho)$  با فرض های رایج در نظر گرفته می شود [۲۰] که در آن  $\rho$  به ترتیب فضای نمونه، جبر وقایع و سنجی احتمال در فضای نمونه هستند. در این صورت سیستم پرش مارکوف خطی نامعین به صورت معادله (۱) در فضای احتمالاتی بیان می گردد.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(r_t, t)x(t) + B(r_t, t)u(t), \\ x(t_0) = x_0, r_{t_0} = r_0 \end{cases} \quad (1)$$

که در آن  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  بردار حالت های سیستم با بعد  $m$  و  $u(t) \in \mathbf{R}^m$  بردار ورودی سیستم با بعد  $m$  و  $x_0$  بردار شرایط اولیه برای سیستم است. پارامتر  $\{r_t, t \geq 0\}$  معرف یک زنجیره مارکوف همگن و پیوسته- زمان است که مقادیری گسسته خود را از مجموعه ای متناهی  $\{1, 2, \dots, N\}$  اتخاذ می کند. این زنجیره مارکوف ماتریس گذاری به صورت (۲) دارد،

<sup>۱</sup> Lebesgue

وضعیت صحیح از کنترل کننده می شود. برای غلبه بر این مشکل لازم است ساختار کنترلی اثرات این عدم انطباق بین زنجیره مارکوف سیستم و زنجیره مارکوف مشاهده شده از سیستم را لحاظ کند. چنین ساختاری که یک ساختار ناهماهنگ نامیده می شود و در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: ساختار کنترلی ناهماهنگ مارکوفی

در ادامه، با توجه به بیانی که از مسئله کنترل ناهماهنگ برای سیستم های مارکوفی ارائه گشت به طراحی این ساختار پرداخته شده است. اما پیش از آغاز این طراحی تعدادی از تعاریف مهم و کاربردی بیان می گردند.

**تعریف ۱-** [۱۷ و ۲۶] یک فرآیند مارکوف با تعداد حالات محدود بر مجموعه  $N = \{1, 2, \dots, N\}$  همگن است اگر احتمالات گذار آن از وضعیت  $i$  به وضعیت  $j$  در تمامی زمانها مطابق رابطه  $\Pr\{r_{t+h} = j | r_t = i\} = p(i, j, h)$  باشد که در آن  $p(\cdot)$  معرف تابع احتمال است. به همین ترتیب یک فرآیند مارکوف ناهمگن است اگر نرخ های گذار آن در رابطه  $\Pr\{r_{t+h} = j | r_t = i\} = p(i, t, j, t+h)$  صدق نمایند. به عبارتی یک فرآیند مارکوف ناهمگن (همگن) است اگر نرخ های گذار آن متغیر با زمان (ثابت با زمان) باشند.

**تکته ۲-** نرخ های گذار فرآیند مارکوف کنترل کننده، متغیر با زمان هستند اما تغییرات زمانی آنها به صورت لحظه ای نیست. در واقع تغییرات زمانی نرخ های گذار زنجیره  $\sigma_t$  به دلیل وابستگی آن به زنجیره  $r_t$  است. از آنجایی که  $r_t$  یک سیگنال متغیر با زمان به صورت تکه ای است، لذا نرخ های گذار  $\sigma_t$  نیز متغیر با زمان به صورت تکه ای هستند. بنابراین زنجیره  $\sigma_t$  در واقع یک زنجیره مارکوف تکه ای همگن است. منظور از زنجیره تکه ای همگن، زنجیره ای با نرخ های گذار متغیر با زمان، اما ثابت در بازه های مشخص است.

**تکته ۳-** سیستم (۱) یک سیستم پرش مارکوف همگن و خطی است اما کنترل کننده ی مربوط به آن بر اساس یک زنجیره مارکوف تکه ای همگن کلید می زند. از این رو، سیستم حلقه بسته (کنترل شده) دارای دو زنجیره مارکوف مجزا بوده و به عنوان یک سیستم یکپارچه، ساختاری با پرش مارکوف تکه ای همگن است.

**تعریف ۲-** [۱۵] برای هر وضعیت آغازین  $r_0$  و به ازای هر بردار از شرایط اولیه  $x_0$  سیستم (۱) با  $u(t) = 0$  پایدار مقاوم تصادفی است اگر شرط (۱۰) به ازای تمامی عدم قطعیت های ممکن برقرار گردد،

$E_B(i)$  و  $E_A(i)$  خواهند بود. علاوه بر این زمان آغازین  $t_0 = 0$  بوده و حالت و وضعیت آغازین یعنی  $r_0$  و  $x_0$  معلوم فرض شده اند. برای سیستم (۱)، کنترل کننده به صورت،

$$u(t) = K(\sigma_t)x(t) \quad (۷)$$

در نظر گرفته شده است. ماتریس  $K(\sigma_t)$  بهره کنترل کننده و دارای ابعاد مناسب است که باید به منظور پایدارسازی مقاوم و تصادفی سیستم طراحی گردد.  $\{\sigma_t, t \geq 0\}$  معرف زنجیره مارکوفی است که کلیدزنی بین کنترل کننده های کاندید  $K(\sigma_t)$  را برای پایدارسازی مدیریت می کند. این زنجیره نیز یک زنجیره پیوسته-زمان با مقادیر گسسته است که در مجموعه متناهی  $M = \{1, 2, \dots, M\}$  با ماتریس گذار (۸) بیان می شود.

$$P^{r_{t+h}} = \begin{bmatrix} P_{11}^{r_{t+h}} & P_{12}^{r_{t+h}} & \dots & P_{1M}^{r_{t+h}} \\ P_{21}^{r_{t+h}} & P_{22}^{r_{t+h}} & \dots & P_{2M}^{r_{t+h}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{M1}^{r_{t+h}} & P_{M2}^{r_{t+h}} & \dots & P_{MM}^{r_{t+h}} \end{bmatrix} \quad (۸)$$

عناصر ماتریس گذار (۸) مطابق با (۹) تعریف شده اند، و در آن  $p_{mm}^{r_{t+h}} \geq 0$  نرخ گذار از وضعیت  $m$  در زمان  $t$  به وضعیت  $n$  در زمان  $t+h$  بوده و شرط  $P_{mm}^{r_{t+h}} = -\sum_{n=1, n \neq m}^M P_{mn}^{r_{t+h}}$  را نیز برقرار می سازد که پیش تر در مورد آن شرح داده شده است.

$$\Pr\{\sigma_{t+h} = n | \sigma_t = m\} = \begin{cases} p_{mn}^{r_{t+h}} h + o(h) & m \neq n \\ 1 + p_{mm}^{r_{t+h}} h + o(h) & m = n \end{cases} \quad (۹)$$

طبق رابطه (۹) مشخص است که زنجیره  $\sigma_t$  به دلیل نرخ های گذار وابسته به  $r_t$  از این زنجیره پیروی می کند اما باید توجه داشت که زنجیره  $r_t$  از نظر تصادفی از زنجیره  $\sigma_t$  مستقل است. این بدین معناست که حالت بعدی در زنجیره  $\sigma_t$  تنها به حالت قبلی خود این زنجیره وابسته بوده و به طور تصادفی با حالت های زنجیره  $r_t$  در ارتباط نیست. از این پس همانند نکته ذکر شده در توجه ۱، به منظور سادگی برای اشاره به بهره های کنترل کننده از  $K(m)$  در حالت  $\sigma_t = m$  استفاده خواهد شد.

کنترل کننده (۷) یک کنترل کننده ناهماهنگ با سیستم است چرا که زنجیره مارکوف مدیریت کننده کلیدزنی در آن با زنجیره مارکوف تنظیم کننده ی پرش در سیستم متفاوت است. البته، لازم به ذکر است که هر چند دو زنجیره نامطابق هستند اما براساس احتمالات مشخصی (مطابق رابطه (۹))، به یکدیگر مرتبط می باشند.

انگیزه اصلی برای در نظر گرفتن یک ساختار کنترلی ناهماهنگ، مسئله عدم دسترسی به وضعیت های سیستم در هر لحظه است. در واقع تشخیص وضعیت فعال سیستم به صورتی دقیق و صحیح عملاً با دشواری هایی مواجه است. تشخیص وضعیت فعال توسط مشاهده گری از زنجیره مارکوف صورت می گیرد، دقیق نبودن این مشاهده منجر به تشخیص نادقیق وضعیت فعال و باعث بروز عدم قطعیت در انتخاب

هدف این بخش پرداختن به مسئله پایداری پذیری و طراحی پایدار ساز تصادفی ناهماهنگ برای سیستم پرش مارکوف خطی است. در ابتدا یک شرط کافی برای پایداری پذیری سیستم با کنترل کننده فیدبک حالت ناهماهنگ بدست آمده و سپس کنترل کننده به نحوی طراحی می گردد که سیستم (۱) پایدار مقاوم تصادفی گردد. شرط پایداری پذیری و روابط طراحی کنترل کننده همگی به صورت مجموعه ای از نامساوی های ماتریسی خطی بدست آمده اند که به صورت سیستماتیک و با استفاده از ابزارهای موجود به سادگی قابل حل هستند. قانون کنترلی به صورت (۷) در نظر گرفته شده و با جایگزینی در معادله (۱)، دینامیک سیستم حلقه بسته به صورت (۱۱) بدست می آید،

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \bar{A}(r_t, \sigma_t, t)x(t) \\ x(t_0) = x_0, r_{t_0} = r_0 \end{cases} \quad (11)$$

به صورتی که ماتریس حلقه بسته سیستم به صورت (۱۲) است.

$$\bar{A}(r_t, \sigma_t, t) = A(r_t, t) + B(r_t, t)K(\sigma_t) \quad (12)$$

قضیه ای که در ادامه خواهد آمد، شرط کافی برای پایداری پذیری سیستم است.

**قضیه -** سیستم نامعین (۱) تحت بهره های کنترلی (۷) پایداری پذیر در مفهوم مقاوم تصادفی است اگر مجموعه ای از ماتریس های متقارن، مثبت معین و وابسته به وضعیت  $X(m)$ ، مجموعه ای از ماتریس های وابسته به وضعیت  $Y(m)$  و همچنین اسکالارهای مثبت و وابسته به وضعیت  $\varepsilon A(i)$  و  $\varepsilon B(i)$  به نحوی وجود داشته باشند که مجموعه روابط نامساوی ماتریسی خطی زیر به ازای تمامی  $m \in \underline{M}$  و  $i \in \underline{N}$  برقرار گردند،

$$\begin{bmatrix} J(i, m) & X(m)E_A^T(i) & Y^T(m)E_B^T(i) & \underline{S}(i, m) \\ E_A(i)X(m) & -\varepsilon_A(i)I & 0 & 0 \\ E_B(i)Y(m) & 0 & -\varepsilon_B(i)I & 0 \\ \underline{S}^T(i, m) & 0 & 0 & -\underline{Z}(m) \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

که در آن داریم،

$$J(i, m) = X(m)A^T(i) + A(i)X(m) + Y^T(m)B^T(i) + B(i)Y(m) + \varepsilon_A(i)D_A^T(i)D_A^T(i) + \varepsilon_B(i)D_B^T(i)D_B^T(i) + p_{mm}^i X(m) \quad (14)$$

$$\underline{S}(i, m) = \left[ \sqrt{p_{m1}^i} X(m), \dots, \sqrt{p_{mm-1}^i} X(m), \sqrt{p_{mm+1}^i} X(m), \dots, \sqrt{p_{mM}^i} X(m) \right] \quad (15)$$

$$\underline{Z}(m) = \text{diag} [X(1), \dots, X(m-1), X(m+1), \dots, X(M)] \quad (16)$$

$$\int_0^{\infty} E \left\{ \|x(t)\|^2 dt \mid x_0, r_0 \right\} < \infty \quad (10)$$

که در این رابطه،  $E\{\cdot | \cdot\}$  امید مشروط به مقادیر اولیه  $x_0$  و  $r_0$  است.

**لم ۱- [۲۷]** اگر  $Y$  ماتریس متقارن،  $H$  و  $E$  ماتریس هایی با ابعاد مناسب و  $F$  ماتریسی با شرط  $F^T F \leq I$  باشد، آنگاه نامساوی های زیر برقرار و معادل هستند،

$$- \text{به ازای هر } \varepsilon > 0 \quad HFE + E^T F^T H^T \leq \varepsilon HH^T + \varepsilon^{-1} E^T E$$

برقرار است.

$Y + HFE + E^T F^T H^T < 0$  - اگر  $\varepsilon > 0$  وجود داشته باشد که  $Y + \varepsilon HH^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$  برقرار باشد.

**لم ۲- [۱۵]** نامساوی ماتریس خطی  $M = \begin{bmatrix} X & Y^T \\ Y & Z \end{bmatrix}$  را در نظر

بگیرید که در آن  $X$  و  $Z$  ماتریس هایی متقارن و  $Y$  ماتریسی با ابعاد مناسب باشد. در این صورت  $M$  مثبت معین است اگر و فقط اگر  $X > 0$  بوده و  $X - Y^T Z^{-1} Y > 0$  برقرار باشد. به رابطه دوم مکمل شرط گفته می شود.

با معرفی سیستم، ساختار کنترل کننده ناهماهنگ، تعاریف و لم ها، اکنون مسئله ای این مقاله بدین صورت بیان می گردد: (۱) بدست آوردن شرایط پایداری پذیری برای سیستم پرش مارکوف خطی و نامعین تحت کنترل کننده ناهماهنگ.

(۲) طراحی بهره های کنترل کننده ناهماهنگ برای سیستم پرش مارکوف خطی به طوری که سیستم حلقه بسته پایدار مقاوم تصادفی گردد.

**تکته ۴-** در این مقاله فرض بر آن است که نرخ های گذار مربوط به زنجیره مارکوف سیستم و نرخ های گذار مربوط به زنجیره مارکوف مشاهده شده (که توسط کنترل کننده مورد استفاده قرار می گیرند)، از پیش موجود و فراهم هستند. به عبارتی دیگر تعداد وضعیتها و نرخ های گذار آنها، پارامترهای طراحی نیستند. در حالت کلی، برای دستیابی به اطلاعات ماتریس های گذار باید آزمایش هایی عملی بر روی سیستم صورت پذیرد و یا از داده های ذخیره شده در طول مدت عملکرد پیشین سیستم (داده های حافظه سیستم) بهره برده شود. روش های متعدد و معروفی برای به دست آوردن نرخ های گذار سیگنال های مارکوفی وجود دارد که به تعدادی از آنها در [۲۸] اشاره شده است. نخستین راه استفاده از الگوریتم های تخمین آماری و دومین راه استفاده از تکنیک های گرافیکی است [۲۸] و [۲۹]. روش اول هنگامی کارائی دارد که تعداد کل نرخ های گذار اندک باشد اما روش دوم برای تعداد زیاد نرخ های گذار مناسب است.

### ۳- بررسی پایداری پذیری و طراحی پایدار ساز

#### تصادفی ناهماهنگ

<sup>۱</sup> Schur Complement.

$$LV(x(t), i, m) = \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \sum_{j=1, j \neq i}^N \lambda_{ij} x(t+h)^T P(m) x(t+h) + 1/h \left[ \sum_{n=1, n \neq m}^M p_{mn}^i h x(t+h)^T + (1 + p_{mm}^i h) P(n) x(t+h) x(t+h)^T P(m) x(t+h) + \lambda_{ii} x(t+h)^T P(m) x(t+h) - 1/h x(t)^T P(m) x(t) \right] \right\} = \quad (20)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} x(t+h)^T P(m) x(t+h) + \sum_{n=1}^M p_{mn}^i x(t+h)^T P(n) x(t+h) + 1/h [x(t+h)^T P(m) x(t+h) - x(t)^T P(m) x(t)] \right\}$$

رابطه (۲۰) پس از ساده سازی به صورت (۲۱) در می آید.

$$LV(x(t), i, m) = x(t)^T [\bar{A}^T(i, t) P(m) + P(m) \bar{A}(i, t) + \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} P(m) + \sum_{n=1}^M p_{mn}^i P(n)] x(t) \quad (21)$$

بر اساس (۲۱)، اگر نامساوی (۲۲) برقرار باشد آنگاه  $LV(x(t), i, m) < 0$  برقرار خواهد بود.

$$\bar{A}^T(i, t) P(m) + P(m) \bar{A}(i, t) + \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} P(m) + \sum_{n=1}^M p_{mn}^i P(n) < 0 \quad (22)$$

بر اساس اثبات اشاره شده در تئوری ۴ بخش ۲، ۲ از [۱۵]، برقراری نامساوی  $LV(x(t), i, m) < 0$  به معنای برقراری تعریف پایداری تصادفی مقاوم (۱۰) برای سیستم حلقه بسته (۱۱) است. اگر عبارت  $(A(i) + \Delta A(i, t)) + (B(i) + \Delta B(i, t)) K(m)$  جایگزین  $\bar{A}(i, m, t)$  در نامساوی (۲۲) شود، نامساوی (۲۳) بدست می آید.

$$A^T(i) P(m) + P(m) A(i) + K^T(m) B^T(i) P(m) + P(m) B(i) K(m) + P(m) \Delta A(i, t) + \Delta A^T(i, t) P(m) + P(m) \Delta B(i, t) K(m) + K^T(m) \Delta B^T(i, t) P(m) + \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} P(m) + \sum_{n=1}^M p_{mn}^i P(n) < 0 \quad (23)$$

با استفاده از عبارت های (۶) که توصیف کننده عدم قطعیت های

موجود در دینامیک سیستم هستند و برقراری  $\sum_{j=1}^N \lambda_{ij} P(m) = 0$  با توجه به خاصیت (۵) از زنجیره مارکوف، نامساوی (۲۳) به صورت (۲۴) در می آید.

در این صورت بهره های پایدار ساز از رابطه  $K(m) = Y(m) X(m)^{-1}$  بدست می آیند.

**اثبات** - تابع لیانوفی به صورت مربعی و وابسته به زنجیره مشاهده شده به صورت (۱۷) در نظر گرفته شده است.

$$V(x(t), r_t, \sigma_t) = x^T(t) P(\sigma_t) x(t) \quad (17)$$

این تابع به صورت یک تابع لیانوف چندگانه<sup>۱</sup> فرض شده است تا اثرات تغییرات دینامیک و بهره های کنترلی را لحاظ کند. زوج  $(r_t, \sigma_t)$  در  $V(x(t), r_t, \sigma_t)$  مقادیر خود را از مجموعه  $\underline{N} \times \underline{M}$  اخذ کرده و  $P(m)$  معرف ماتریس های مثبت معین متقارن به ازای  $m \in \underline{M}$  است. این تابع لیانوف به صورت مستقیم به وضعیتهای زنجیره مارکوف سیستم وابستگی ندارد بلکه از طریق زنجیره مشاهده شده با آن مرتبط می شود. مولد ضعیف<sup>۲</sup> [۱۵] برای این تابع لیانوف به صورت (۱۸) است.

$$LV(x(t), i, m) = \lim_{h \rightarrow 0} 1/h (E[V(x(t+h), r_{t+h}, \sigma_{t+h}) | x(t) = x(t), r_t = i, \sigma_t = m] - V(x(t), i, m)) \quad (18)$$

این مولد ضعیف در طول مسیر سیستم پرش مارکوف خطی به صورت رابطه (۱۹) محاسبه می شود که مبتنی بر قانون احتمالات کل است.

$$LV(x(t), i, m) = \lim_{h \rightarrow 0} 1/h \left\{ \sum_{j=1, j \neq i}^N \lambda_{ij} h \left[ \sum_{n=1, n \neq m}^M p_{mn}^j h x(t+h)^T P(n) x(t+h) + (1 + p_{mm}^j h) x(t+h)^T P(m) x(t+h) \right] + (1 + \lambda_{ii} h) \left[ \sum_{n=1, n \neq m}^M p_{mn}^i h x(t+h)^T P(n) x(t+h) + (1 + p_{mm}^i h) x(t+h)^T P(m) x(t+h) \right] - x(t)^T P(m) x(t) \right\} \quad (19)$$

با توجه به استقلال احتمالاتی دو زنجیره مارکوف  $r_t$  و  $\sigma_t$ ، رابطه ی،

$$Pr(r_{t+h} = j, \sigma_{t+h} = n | r_t = i, \sigma_t = m) = Pr(r_{t+h} = j | r_t = i, \sigma_{t+h} = n, \sigma_t = m) = Pr(\sigma_{t+h} = n | r_t = i, \sigma_t = m)$$

برای احتمالات گذار برقرار است. بدین ترتیب، رابطه (۲۰) نوشته می شود.

<sup>۱</sup> Multiple Lyapunov Function

<sup>۲</sup> Infinitesimal Generator

در نهایت با تعریف  $Y(m) = K(m)X(m)$  و استفاده از نامساوی (۲۹)، نامساوی (۳۰) حاصل می گردد. این نامساوی با استفاده از لم ۲ به صورت مجموعه ای از شروط به فرم نامساوی های ماتریسی خطی (۱۳) درمی آید.

$$\begin{aligned} & X(m)A^T(i) + A(i)X(m) + X(m)K^T(m)B^T(i) + \\ & B(i)K(m)X(m) + \varepsilon_A(i)D_A(i)D_A^T(i) + \varepsilon_A^{-1}(i) \\ & X(m)E_A^T(i)E_A(i)X(m) + \varepsilon_B(i)D_B(i)D_B^T(i) + \\ & \varepsilon_B^{-1}(i)K^T(m)X(m)E_B^T(i)E_B(i)K(m)X(m) + \\ & \underline{S}(i, m)\underline{Z}^{-1}(m)\underline{S}^T(i, m) + p_{mm}^i X(m) < 0 \end{aligned} \quad (۳۰)$$

بدین ترتیب اثبات تکمیل است. ■

لازم به ذکر است که، قضیه ارائه شده وابسته به پارامترهای طراحی  $\varepsilon_B(i)$  و  $\varepsilon_A(i)$  است. این پارامترها که از لم ۱ نتیجه شده اند، درجه قوام ساختار طراحی شده را مشخص می کنند. هر چند لم ۱ به ازای هر مقداری از این پارامترها برقرار است اما اندازه آن ها در محافظه کاری نتایج موثر است. از همین رو بهتر است این مقدار به صورت آگاهانه انتخاب گردند. به طور کلی دو دیدگاه برای انتخاب این پارامترها مطرح است. دیدگاه اول انتخاب آن ها بر اساس درجه قوامی از پیش توصیه شده است دیدگاه دوم بهینه سازی این پارامترهاست [۲۷]. با توجه به این که بهینه ساز این پارامترها منجر به روابط نامساوی دوخطی ماتریسی می گردد که با دشواری های بسیار در حل مواجه هستند در این مقاله از رویکرد اول بهره برده شده است.

**توجه ۵-** به دلیل وجود عدم قطعیت در سیستم (۱)، قضیه ارائه شده یک شرط کافی برای بررسی پایداری پذیری سیستم و طراحی کنترل کننده است. توسعه شروط مذکور به صورت شروط لازم و کافی برای سیستم های مارکوف تحت کنترل ناهماهنگ نیازمند بررسی و پژوهش های تکمیلی می باشد.

**توجه ۶-** کنترل کننده ناهماهنگ حالت عمومی تری از کنترل هماهنگ و مستقل از وضعیت است. در واقع به ازای  $I_i$  و  $\sigma_i$  یکسان، نتایج به دست آمده در این مقاله حالت هماهنگ مورد اشاره در قضیه ۱۴ در [۱۵] و حالت مستقل از وضعیت در قضیه ۳۸ از [۱۵] را دربر می گیرد.

#### ۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش به منظور نشان دادن کارایی روش ارائه شده، یک کنترل کننده ناهماهنگ برای سیستم خطی پرش مارکوفی که در [۱۵] مورد اشاره قرار گرفته، طراحی و شبیه سازی شده است. نتایج بدست آمده از این طراحی با کنترل کننده هماهنگ با سیستم و کنترل کننده مستقل از وضعیت سیستم، مورد مقایسه قرار گرفته است. در واقع در این شبیه سازی ها نشان داده شده است که ساختار کنترل ناهماهنگ نه تنها قابلیت لحاظ کردن اثرات عدم انطباق را دارد بلکه کارایی قابل قبولی

$$\begin{aligned} & A^T(i)P(m) + P(m)A(i) + K^T(m)B^T(i)P(m) + \\ & P(m)B(i)K(m) + P(m)D_A(i)F_A(i, t)E_A(i) + \\ & E_A^T(i)F_A^T(i, t)D_A^T(i)P(m) + P(m)D_B(i)F_B(i, t) \\ & E_B^T(i)K(m) + K^T(m)E_B^T(i)F_B^T(i, t)D_B^T(i)P(m) + \\ & \sum_{n=1}^M p_{mn}^i P(n) < 0 \end{aligned} \quad (۲۴)$$

بر اساس آن چه که در لم ۱ ذکر شد، اگر اسکالره های حقیقی و مثبت  $\varepsilon_B(i)$  و  $\varepsilon_A(i)$  طبق نامساوی های (۲۵) و (۲۶) برای بخش های غیرقطعی سیستم موجود باشند، آن گاه با استفاده از این نامساوی ها رابطه (۲۴) به صورت (۲۷) درمی آید.

$$\begin{aligned} & P(m)D_A(i)F_A(i, t)E_A(i) + E_A^T(i)F_A^T(i, t)D_A^T(i) \\ & P(m) \leq \varepsilon_A(i)P(m)D_A(i)D_A^T(i)P(m) + \\ & \varepsilon_A^{-1}(i)E_A^T(i)E_A(i) \end{aligned} \quad (۲۵)$$

$$\begin{aligned} & P(m)D_B(i)F_B(i, t)E_B(i)K(m) + K^T(m)E_B^T(i) \\ & F_B^T(i, t)D_B^T(i)P(m) \leq \varepsilon_B(i)P(m)D_B(i)D_B^T(i) \\ & P(m) + \varepsilon_B^{-1}(i)K^T(m)E_B^T(i)E_B(i)K(m) \end{aligned} \quad (۲۶)$$

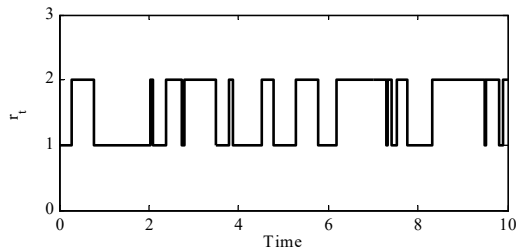
$$\begin{aligned} & A^T(i)P(m) + P(m)A(i) + K^T(m)B^T(i)P(m) + \\ & P(m)B(i)K(m) + \varepsilon_A(i)P(m)D_A(i)D_A^T(i)P(m) + \\ & \varepsilon_A^{-1}(i)E_A^T(i)E_A(i) + \varepsilon_B(i)P(m)D_B(i)D_B^T(i)P(m) + \\ & \varepsilon_B^{-1}(i)K^T(m)E_B^T(i)E_B(i)K(m) + \sum_{n=1}^M p_{mn}^i P(n) < 0 \end{aligned} \quad (۲۷)$$

همان طور که مشاهده می شود، رابطه (۲۷) در واقع یک شرط غیرخطی برحسب  $P(m)$  و  $K(m)$  است. به منظور تبدیل این نامساوی ماتریسی به یک نامساوی ماتریسی خطی،  $X(m) = P^{-1}(m)$  تعریف شده و عبارت (۲۷) از سمت راست و چپ در  $X(m)$  ضرب می شود. در این صورت رابطه (۲۸) بدست می آید.

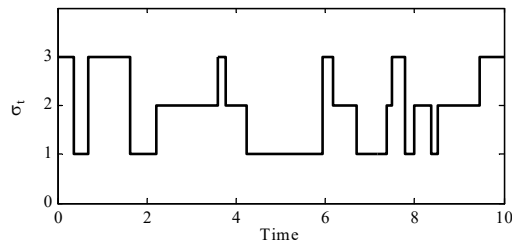
$$\begin{aligned} & X(m)A^T(i) + A(i)X(m) + X(m)K^T(m)B^T(i) + \\ & B(i)K(m)X(m) + \varepsilon_A(i)D_A(i)D_A^T(i) + \varepsilon_A^{-1}(i) \\ & X(m)E_A^T(i)E_A(i)X(m) + \varepsilon_B(i)D_B(i) \\ & D_B^T(i) + \varepsilon_B^{-1}(i)K^T(m)X(m)E_B^T(i)E_B(i)K(m) \\ & X(m) + X(m) \left[ \sum_{n=1}^M p_{mn}^i X^{-1}(n) \right] X(m) < 0 \end{aligned} \quad (۲۸)$$

در این مرحله  $\underline{S}(i, m)$  و  $\underline{Z}(m)$  مطابق با (۱۵) و (۱۶) تعریف شده و عبارت  $X(m) \left[ \sum_{n=1}^M p_{mn}^i X^{-1}(n) \right] X(m)$  در نامساوی (۲۸)، به صورت (۲۹) نوشته می شود.

$$\begin{aligned} & X(m) \left[ \sum_{n=1}^M p_{mn}^i X^{-1}(n) \right] X(m) = \\ & \underline{S}(i, m)\underline{Z}^{-1}(m)\underline{S}^T(i, m) + p_{mm}^i X(m) \end{aligned} \quad (۲۹)$$

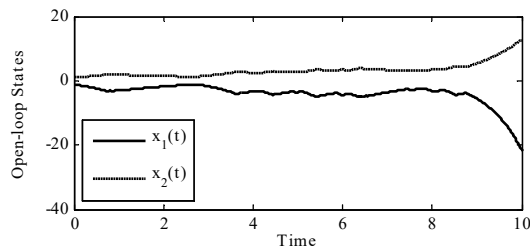


شکل ۲: تغییرات بین دو وضعیت از زنجیره مارکوف سیستم  $(r_i)$



شکل ۳: تغییرات بین دو وضعیت از زنجیره مارکوف کنترل کننده  $(\sigma_i)$

شکل ۴ حالت های سیستم کنترل نشده را تحت کلیدزنی شکل ۲ نمایش می دهد. همان طور که از این شکل بر می آید سیستم کنترل نشده ناپایدار و طراحی کنترل کننده برای آن ضروری است.



شکل ۴: حالت های سیستم پرش مارکوف کنترل نشده

در ابتدا لازم است پایداری پذیر بودن سیستم بررسی گردد، بدین منظور بر اساس نامساوی های ماتریسی خطی (۱۳)–(۱۶) در قضیه به ازای انتخاب پارامترهای قوام [۲۷]  $\varepsilon_A(2) = \varepsilon_B(2) = \varepsilon_A(1) = \varepsilon_B(1) = 0.5$  و  $\varepsilon_A(2) = \varepsilon_B(2) = \varepsilon_A(1) = \varepsilon_B(1) = 0.5$  ماتریس های  $X(m)$  و  $Y(m)$  به صورت (۳۵) بدست می آیند که پایداری پذیر بودن سیستم را آشکار می سازد.

$$\begin{aligned} X(1) &= \begin{bmatrix} 0.20 & 0.01 \\ 0.01 & 0.21 \end{bmatrix}, X(2) = \begin{bmatrix} 0.18 & 0.09 \\ 0.09 & 0.19 \end{bmatrix}, \\ X(3) &= \begin{bmatrix} 0.19 & 0.09 \\ 0.09 & 0.19 \end{bmatrix}, Y(1) = \begin{bmatrix} -0.3391 & 0.01 \\ 0.0147 & -0.34 \end{bmatrix}, \\ Y(2) &= \begin{bmatrix} -0.31 & 0.01 \\ 0.01 & -0.32 \end{bmatrix}, Y(3) = \begin{bmatrix} -0.32 & 0.01 \\ 0.01 & -0.33 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

بدین ترتیب بهره های کنترل کننده ناهماهنگ به صورت (۳۶) بدست می آیند.

همانند یک ساختار هماهنگ داشته و علاوه بر این، محافظه کاری کمتری نسبت به ساختار مستقل از وضعیت نیز فراهم می سازد. لازم به ذکر است که برای بدست آوردن نتایج شبیه سازی در این بخش، از نرم افزار MATLAB 2016a و به منظور حل روابط نامساوی ماتریسی خطی از [۳۰] استفاده شده است.

**مثال:** یک سیستم پرش مارکوف با دو وضعیت، یعنی  $N = 2$  در نظر گرفته شده است. هر وضعیت دارای عدم قطعیت های دینامیکی پارامتری از نوع متغیر با زمان و کران محدود است. این سیستم دارای بردار حالت دو بعدی به صورت  $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]$  و بردار ورودی کنترلی به صورت  $u(t) = [u_1(t), u_2(t)]$  است. وضعیت های نامی سیستم کلیدزن مارکوفی به همراه ماتریس های عدم قطعیت آن ها مطابق با روابط (۳۱) و (۳۲) هستند.

وضعیت اول،

$$\begin{aligned} A(1) &= \begin{bmatrix} 1.0 & -0.5 \\ 0.1 & 1.0 \end{bmatrix}, D_A(1) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \\ E_A(1) &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, B(1) = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$D_B(1) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, E_B(1) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

وضعیت دوم،

$$\begin{aligned} A(2) &= \begin{bmatrix} -0.2 & 0.5 \\ 0.0 & -0.25 \end{bmatrix}, D_A(2) = \begin{bmatrix} 0.13 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \\ E_A(2) &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, B(2) = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$D_B(2) = \begin{bmatrix} 0.13 \\ 0.1 \end{bmatrix}, E_B(2) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

این سیستم دارای ماتریس گذاری به صورت (۳۳) است.

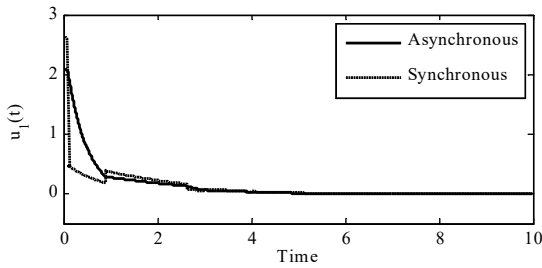
$$\Lambda = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

فرض بر آن است که زنجیره مارکوف مشاهده شده،  $\sigma_i$  سه وضعیتی یعنی دارای  $M = 3$  است. ماتریس نرخ های گذار برای این زنجیره مطابق با (۳۴) فرض شده اند.

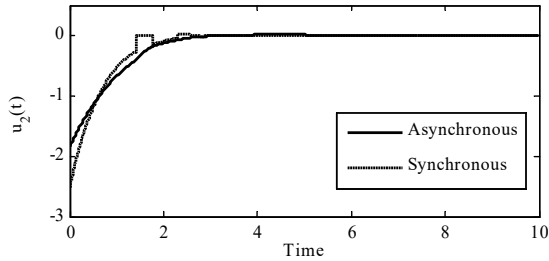
$$\begin{aligned} P^1 &= \begin{bmatrix} -0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & -0.7 & 0.2 \\ 0.4 & 0.7 & -1.1 \end{bmatrix}, \\ P^2 &= \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1.5 & -2.5 & 1 \\ 1 & 0.2 & -1.2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

یک تحقق از فرآیند مارکوف  $r_i$  در شکل ۲ و همچنین یک تحقق از زنجیره مارکوف  $\sigma_i$  در شکل ۳ نشان داده شده است.

را به مبدا هدایت کرده و ورودی های کنترلی مناسبی را فراهم نموده است.



شکل ۶ (الف): سیگنال  $u_1(t)$  ناشی از کنترل کننده هماهنگ و ناهماهنگ مورد طراحی



شکل ۶ (ب): سیگنال  $u_2(t)$  ناشی از کنترل کننده هماهنگ و ناهماهنگ مورد طراحی

در مقایسه بین کنترل کننده هماهنگ و ناهماهنگ باید گفت که کنترل کننده ناهماهنگ رفتاری نزدیک به کنترل کننده کاملا هماهنگ با سیستم دارد. این تشابه هم از نظر سرعت همگرایی پاسخ ها به مبدا و هم از جنبه همواری سیگنال کنترلی در اشکال مشهود است. در واقع کنترل کننده ناهماهنگ می تواند با اثرات عدم انطباق بین زنجیره مارکوف سیستم و کنترل کننده برخورد کند و با این وجود کارایی بسیار مناسبی در مقایسه با کنترل کننده کاملا هماهنگ را فراهم سازد. بدیهی است هر چه خطای مشاهده و تخمین زنجیره مارکوف سیستم بیشتر باشد تفاوت بین ساختار ناهماهنگ و هماهنگ بیش تر خواهد شد. در چنین حالت هایی بهره گیری از ساختارهای ناهماهنگ کاملا ضروری خواهد بود.

به منظور مقایسه عملکرد ساختار ناهماهنگ و مستقل از وضعیت برای این سیستم، کنترل کننده مستقل از وضعیت طبق قضیه ۳۸ از [۱۵] به شرح (۳۸) طراحی شده است.

$$K = \begin{bmatrix} -2.9551 & 0.4308 \\ 0.4437 & -3.200 \end{bmatrix} \quad (38)$$

میزان محافظه کاری دو ساختار با دو معیار زمان نشست،  $T_s$ ، برای پاسخ حالت ها و تغییرات کلی برای سیگنال کنترلی،  $TV$ ، مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج حاصل از سیستم کنترل شده تحت این دو ساختار در جدول ۱ نمایش داده شده اند.

$$\|x(t)\|_2 \leq 1.5\% \|x(0)\|_2, \quad t > T_s \quad (39)$$

$$K(1) = \begin{bmatrix} -1.6376 & 0.1522 \\ 0.1545 & -1.6552 \end{bmatrix},$$

$$K(2) = \begin{bmatrix} -1.3399 & 0.1743 \\ 0.1418 & -0.9095 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

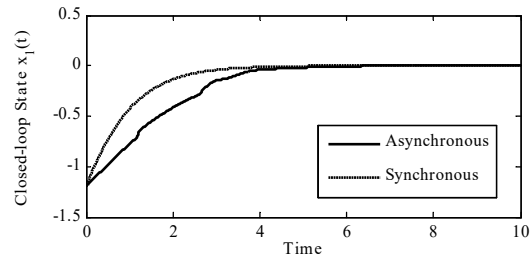
$$K(3) = \begin{bmatrix} -1.6981 & 0.1435 \\ 0.1467 & -1.7233 \end{bmatrix}$$

به منظور بررسی کارایی کنترل کننده ناهماهنگ، این ساختار با کنترل کننده هماهنگ با وضعیت های سیستم مورد مقایسه قرار گرفته است. در این حالت بهره های کنترل کننده هماهنگ بر اساس قضیه ۱۴ در [۱۵] مطابق با (۳۷) بدست می آیند.

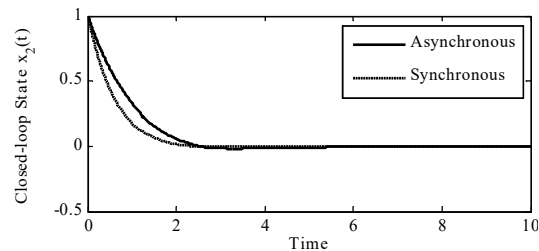
$$K(1) = \begin{bmatrix} -2.2133 & 0.1779 \\ 0.1944 & -2.2160 \end{bmatrix},$$

$$K(2) = \begin{bmatrix} -0.9172 & -0.2744 \\ -0.2795 & -0.7090 \end{bmatrix} \quad (37)$$

با در نظر گرفتن  $x_1(0) = -1.2, x_2(0) = 1, r_0 = 1, \sigma_0 = 3$  حالت  $x_1(t)$  از سیستم کنترل شده تحت طراحی های هماهنگ و ناهماهنگ در شکل ۵ (الف) و حالت  $x_2(t)$  از سیستم کنترل شده تحت این دو طراحی در شکل ۵ (ب) نشان داده شده اند.



شکل ۵ (الف): حالت  $x_1(t)$  از سیستم پرش مارکوف مورد شبیه سازی تحت کنترل هماهنگ و ناهماهنگ



شکل ۵ (ب): حالت  $x_2(t)$  از سیستم پرش مارکوف مورد شبیه سازی تحت کنترل هماهنگ و ناهماهنگ

این پاسخ ها به ازای تحقق های ۲ و ۳ بوده و سیگنال های کنترلی نظیر آن ها نیز در اشکال ۶ (الف) و ۶ (ب) نشان داده شده اند. نتایج بدست آمده حاکی از آن است که کنترل کننده ناهماهنگ حالت های سیستم ها

بگیرد. مستقل کردن این ساختارها از زنجیره سیستم و طراحی آن‌ها به صورتی که تنها به زنجیره مشاهده شده وابسته باشند گامی مهم در نزدیک‌تر کردن این ساختارها از حالت نظری به حالت‌های عملی و کاربردی است.

### مراجع

- [1] P. Shi, F. Li, "A survey on Markovian jump systems: Modeling and design", *Int J Control Autom*, 13(1), 1-16, 2015.
- [2] C.C. Lutz and D.J. Stilwell, "Stability and disturbance attenuation for markov jump linear systems with time-varying transition probabilities", *IEEE Trans. on Automatic Control*, 61(5), 1413-1418, 2016.
- [3] L. Zhang, Y. Leng, P. Colaneri, "Stability and stabilization of discrete-time semi-Markov jump linear systems via semi-Markov kernel approach", *IEEE Trans. on Automatic Control*, 61(2), 503-508, 2016.
- [4] M. Faraji-Niri, M. R. Jahed-Motlagh and M. Barkhordari-Yazdi, "Stochastic stabilization of uncertain Markov jump linear systems with time varying transition rates", *22nd Iranian Conference on Electrical Engineering*, pp. 1186-1191, Tehran, Iran, 20-22 May 2014.
- [5] M. Faraji-Niri, M.R. Jahed-Motlagh, M. Barkhordari-Yazdi, "Stochastic stability and stabilization of a class of piecewise-homogeneous Markov jump linear systems with mixed uncertainties", *Int J. Robust Nonlin*, DOI: 10.1002/mc.3602, 2016.
- [6] M. Faraji-Niri, M.R. Jahed-Motlagh, "Stochastic Stability and Stabilization of Markov jump linear system with instantly time-varying transition probabilities", *ISA Trans.* 65, 51-61, 2016.
- [7] نسبیه ظهراپی، حمید رضا مومنی، امیرحسین ابوالمعمومی، "کنترل مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف همراه با تأخیر متغیر با زمان با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم"، *مجله کنترل*، جلد ۶ شماره ۳، صفحات ۷۰-۶۱، ۱۳۹۱.
- [8] L.E.O. Svensson, N. Williams, "Optimal monetary policy under uncertainty: A Markov jump linear quadratic approach", *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 90, 275-293, 2008.
- [9] M. Rasheduzzaman, M.O. Rolla, T. Paul, and J.W. Kimball, "Markov jump linear system analysis of microgrid stability", *American Control Conference*, pp. 5062 – 5066, Portland, USA, 4-6 June 2014.
- [10] F.R. Pour Safaei, K. Roh, S.R. Proulx, and J.P. Hespanha, "Quadratic control of stochastic hybrid systems with renewal transitions", *Automatica*, 50(11), 2822–2834, 2014.
- [11] B.C. Wang, J.F. Zhang, "Distributed output feedback control of Markov jump multi-agent systems", *Automatica*, 49(5), 1397–1402, 2013.
- [12] M. Faraji-Niri, M.R. Jahed-Motlagh, and M. Barkhordari-Yazdi, "Stabilization of active fault-tolerant control systems by uncertain

$$TV = \sum_{t=0}^{\infty} \|u(t + \Delta) - u(t)\| \quad (40)$$

شایان ذکر است که به منظور افزایش اطمینان، میانگینی از نتایج برای ۱۵۰ تحقق مستقل از سیستم گزارش شده است.

جدول ۱: مقایسه کنترل کننده‌های ناهماهنگ و مستقل از وضعیت برای سیستم

مثال		
نوع کنترل کننده	تغییرات کلی سیگنال کنترلی	زمان نشست میانگین
ناهماهنگ	۰/۰۰۱۹	۵/۱۹۲
مستقل از وضعیت	۱/۲۳۱۴	۹/۵۲۲

همان‌طور که از جدول ۱ برمی‌آید، کنترل کننده ناهماهنگ در مقایسه با کنترل کننده مستقل از وضعیت از محافظه‌کاری کمتری برخوردار است. اما باید توجه داشت که این کاهش محافظه‌کاری به بهای طراحی و پیاده‌سازی تعداد بیشتری از بهره‌های کنترلی است. لذا در این ساختارها محافظه‌کاری و هزینه، از نقطه نظر طراح، در دو سوی یک طیف قرار دارند.

### ۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله طراحی کنترل کننده ناهماهنگ برای سیستم پرش مارکوف خطی مورد بررسی قرار گرفته است. پدیده ناهماهنگی مورد اشاره، ناشی از عدم انطباق‌هایی بین زنجیره مارکوف سیستم و زنجیره مارکوف کنترل کننده است و در صورتی که به درستی با آن برخورد نشود منجر به افت کارایی و یا گاهی ناپایداری سیستم می‌گردد. بدین منظور در این مقاله یک کنترل کننده ناهماهنگ برای سیستم طراحی شده است. اصول این طراحی بر تئوری لیاپانوف چندگانه استوار بوده و با دید جدیدی از سیستم به صورت یک ساختار مارکوفی ناهمگن صورت پذیرفته است. حاصل این امر شروطی به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی، به منظور بررسی پایداری پذیری و طراحی بهره‌های کنترلی است. ساختار کنترلی ناهماهنگ ارائه شده به دلیل عدم وابستگی مستقیم به وضعیت‌های سیستم ساختاری عملی‌تر و واقع‌گرایانه‌تر از کنترل کننده هماهنگ است و بر خلاف آن تنها به وضعیت‌های مشاهده شده از سیستم وابستگی دارد. مقایسه نتایج شبیه‌سازی این کنترل کننده با کنترل کننده هماهنگ نشان می‌دهد که کارایی کنترل کننده مذکور، علی‌رغم استقلال از وضعیت‌های سیستم، هم‌چنان قابل توجه و مناسب است و به همین سبب از دیدگاه عملی بر کنترل کننده هماهنگ ارجحیت دارد. همچنین این کنترل کننده بر ساختار مستقل از وضعیت نیز ارجحیت دارد و محافظه‌کاری کمتری در پاسخ به نتایج را فراهم می‌سازد. بدیهی است بهای این کاهش محافظه‌کاری، تعداد بهره‌های بیشتر کنترلی است که باید طراحی و پیاده‌سازی شوند. لازم به ذکر است که، روش پیشنهادی می‌تواند در طراحی انواع دیگر کنترل کننده‌ها با قابلیت‌های مختلف، از جمله کنترل کننده‌های بهینه، مقاوم و یا چندمنظوره نیز مورد استفاده قرار



- [22] R. Zhang, Y. Zhang, Y. Zhao, J. Liao, B. Li, "Extended  $H_\infty$  estimation for two-dimensional Markov jump systems under asynchronous switching", *Math. Probl. Eng.* DOI: 10.1155/2013/734271, 2012.
- [23] J. Wen, L. Peng, S.K. Nguang, "Asynchronous  $H_\infty$  control of constrained Markovian jump linear systems with average dwell time", *Int. J. Sensor Wireless Comm. Contr.* 3, 45-58, 2013.
- [24] Y. Zhang, R. Zhang, A.G. Wu, "Asynchronous  $l_2-l_\infty$  filtering for Markov jump systems", *Australian Control Conference*, 99-103, Perth, Australia, 2013.
- [25] R. Zhang, Y. Zhang, C. Hu, M.Q.H. Meng, Q. He, "Asynchronous  $H_\infty$  filtering for a class of two-dimensional Markov jump systems", *IET Control Theory Appl.* 6, 979-984, 2012.
- [26] L. Zhang, " $H_\infty$  estimation for discrete-time piecewise homogeneous Markov jump linear system", *Automatica* 49, 2570-2576, 2009.
- [27] L. Xie, "Output-feedback  $H_\infty$  control of systems with parameter uncertainty", *Int. J. Control* 63, 741-750, 1996.
- [28] M. Xie, and CD. Lai, "Reliability analysis using an additive Weibull model with bathtub-shaped failure rate function", *Reliab. Eng. Syst. Safe.* 52(1), 87-93, 1996.
- [29] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, S.N. Kavuri, and K. Yin, "A review of process fault detection and diagnosis. Part III. Process history based methods", *Comput. Chem. Eng.* 27(3), 327-346, 2003.
- [30] J. Löfberg, "YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB", *IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design*, Taipei, 284-289, 2004.
- nonhomogeneous Markovian jump models", *Complexity*, 21, 318-329, 2016.
- [13] L. Qiu, S. Li, B. Xu, and G. Xu, " $H_\infty$  control of networked control systems based on Markov jump unified model", *Int J Robust Nonlinear Control*, 25(15), 2770-2786, 2015.
- [14] O.L.V. Costa, M.G. Todorov, M.D. Fragoso, "Continuous-Time Markov Jump Linear Systems", *Springer-Verlag, Heidelberg*, 2013.
- [15] E.K. Boukas, "Stochastic Switching Systems: Analysis and Design", *Birkhäuser, Basel*, 2005.
- [16] N.K. Kwon, B.Y. Park, and P. Park, "Less conservative stabilization conditions for Markovian jump systems with incomplete knowledge of transition probabilities and input saturation", *Optimal Control Applications and Methods.*, 37(6), 1207-1216, 2016.
- [17] L. Zhang, " $H_\infty$  control of a class of piecewise homogeneous Markov jump linear systems", *7th Asian Control Conference*, Hong Kong, China, 197-202, 27-29 Aug 2009.
- [۱۸] بهزاد کفاش، زهرا نیکویی نژاد، علی دلاورخلفی، "یک الگوریتم تکراری برای حل مسایل کنترل بهینه تصادفی با استفاده از زنجیر مارکوف"، *مجله کنترل*، جلد ۱۰، شماره ۲، صفحات ۴۳-۳۵، ۱۳۹۵.
- [19] R.C.L.F. Oliveira, A.N. Vargas, J.B.R. do Val, P.L.D. Peres, "Mode-independent  $H_2$  control of a DC motor modeled as a Markov jump linear system", *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* 22 (5), 1915-1919, 2014.
- [20] Z.G. Wu, P. Shi, H. Su, J. Chu, "Asynchronous  $l_2-l_\infty$  filtering for discrete-time stochastic Markov jump systems with randomly occurred sensor nonlinearities", *Automatica* 50, 180-186, 2014.
- [21] Z. Shu, J. Xiong, J. Lam, "Asynchronous output-feedback stabilization of discrete-time Markovian jump linear systems", *51st IEEE Conference on Decision and Control*, 1307-1312, Maui, HI, 2012.



# کاهش تعداد عناصر کلیدزنی در واحد اینورتر درایو کنترل سرعت پیشنهادی موتور القایی قفس سنجابی دو سیم پیچه

حجت مویدی راد<sup>۱</sup>، محمدعلی شمس نژاد<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه قدرت، دانشگاه بیرجند، hojatrad@birjand.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه قدرت، دانشگاه بیرجند، mshamsi@birjand.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۵/۱۰/۲۶ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۱۰/۱۷ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۴

**چکیده:** موتور القایی با تحریک دو گانه، یک موتور القایی قفس سنجابی بدون جاروبک است که دو سیم پیچ سه فاز متعادل مجزا با تعداد قطب نابرابر داشته و به طور معمول توسط دو اینورتر سه فاز مجزا تغذیه می شوند. کنترل برداری مستقیم، یک روش کنترلی مناسب برای کنترل درایو موتور القایی قفس سنجابی با تحریک دو گانه است. تخمین شار روتور در این روش کنترلی برای سرعت های پایین مشکل است. در این مقاله یک روش کنترل برداری مستقیم مبتنی بر جبران کننده ی شار روتور پیشنهاد می شود که دستاورد این روش کنترلی، حفظ کارکرد استاندارد درایو این موتور در سرعت های پایین است که کاهش تلفات توان واحد اینورتر را نسبت به روش های کنترلی مرسوم در پی دارد. شار روتور در روش کنترلی پیشنهادی توسط یک کنترلر تناسبی-انتگرالی جبران می شود. ماهیت روش کنترلی پیشنهادی بر اساس کنترل مجزای شار روتور و گشتاور الکترومغناطیسی به ترتیب در راستای محورهای مستقیم ( $d$ ) و متعامد ( $q$ ) است و جبران سازی شار روتور از طریق اصلاح شار مرجع روتور انجام می شود. همچنین در این مقاله برای اولین بار تعداد عناصر کلیدزنی واحد اینورتر در درایو پیشنهادی این موتور، از طریق استفاده از مبدل های الکترونیک قدرت پنج ستونه و نه سوئیچه، کاهش می یابد. دستاوردهای به کار بردن این ساختارهای پیشنهادی در درایو این موتور، کاهش هزینه ی واحد اینورتر و نیز کاهش تلفات توان واحد اینورتر می باشند.

**کلمات کلیدی:** اینورتر پنج ستونه، اینورتر نه سوئیچه، درایو موتور القایی، دو سیم پیچه، کنترل برداری.

## Reduction in Number of Switching Elements of the Inverter Unit for the Proposed Dual Stator Winding Squirrel-Cage Induction Motor Speed Control Drive

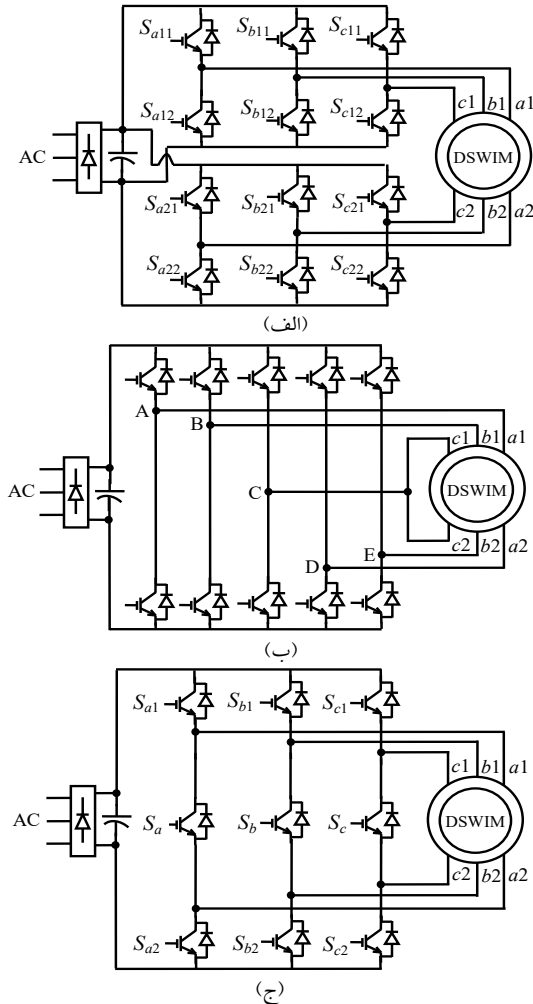
Hojat Moayedirad, Mohammad Ali Shamsi Nejad

**Abstract:** A dual stator winding induction motor (DSWIM) is a brushless squirrel-cage induction motor that contains a stator with two isolated three-phase windings wound with dissimilar number of poles. Generally, each stator winding is fed by an independent three-phase inverter. A direct vector control is a suitable method for controlling the DSWIM drive. In the vector control method, the estimation of the rotor flux is difficult at low speeds. In this paper, a direct vector control is proposed based on the rotor flux compensation. The achievement of this proposed control method is to maintain the standard performance of the motor drive at low speeds to reduce the power loss of the inverter unit compared to the conventional methods. In the proposed control method, the rotor flux is compensated with a PI controller. The proposed control scheme is based on the independent control of the rotor flux and the electromagnetic torque in the direct and orthogonal axes ( $d$  and  $q$ -axis), respectively. The rotor flux is compensated via reformed of the reference rotor flux. Also in this paper, for the first time, the reduction in number of switching elements of the inverter unit for the DSWIM drive can be achieved by utilizing five-leg and nine-switch power electronic converters. The advantages of using these proposed

structures in the DSWIM drive are the reduction of the capital cost and also the reduction of power loss in the inverter unit.

**Keywords:** Dual stator winding, five-leg inverter, induction motor drive, nine-switch inverter, vector control.

در این روش، برای محدوده‌ی سرعت‌های پایین، به دلیل قابل ملاحظه بودن افت ولتاژ روی مقاومت استاتور نسبت به ولتاژ ورودی، تخمین شار مشکل است.



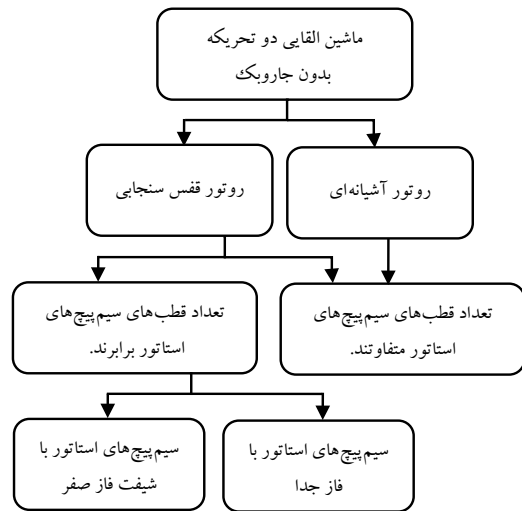
شکل ۲: نمایش شماتیکی درایو پیشنهادی DSWIM: (الف) با دو اینورتر سه فاز، (ب) با اینورتر پنج ستونه و (ج) با اینورتر نه سوییچه

در [۲۱]، برای برطرف کردن مشکل کنترل سرعت موتور در محدوده-ی سرعت پایین از تخمین مقاومت استاتور استفاده شده است. در [۲۲] از روش‌های هوش مصنوعی برای بهبود عملکرد درایو کنترل سرعت موتور القایی استفاده شده، که به بهبود پاسخ حالت دائمی درایو منتهی شده است. ولی با این مدل، در حل مشکل درایو برای سرعت‌های پایین توفیقی حاصل نشده است.

در روش ارائه شده در [۵]، یکی از سیم‌پیچ‌های استاتور DSWIM با فرکانس ثابت دلخواه (معمولاً ۰/۰۵ پرینیت) و سیم‌پیچ دیگر به صورت متغیر تحریک شده‌اند. فرکانس تحریک سیم‌پیچ اول در روش ارائه شده

۱- مقدمه

امروزه درصد قابل توجهی از ماشین‌های الکتریکی AC مورد استفاده در صنعت از نوع ماشین‌های القایی هستند [۱ و ۲]. ماشین‌های القایی دو تحریک‌ی بدون جاروبک را می‌توان بر اساس نوع سیم‌بندی استاتور و نوع روتور به کار رفته در آن، به صورت چارت شکل (۱) تقسیم‌بندی کرد. موتورهای القایی دو تحریک‌ی بدون جاروبک، به‌طور معمول دارای دو نوع ساختار روتور قفس سنجایی و روتور آشیانه‌ای<sup>۱</sup> هستند [۳ و ۴]. ماشین مورد مطالعه در مقاله‌ی پیشرو، یک موتور القایی قفس سنجایی دو تحریک با تعداد قطب‌های نابرابر سیم‌پیچ‌های استاتور (DSWIM)<sup>۲</sup> است [۵]. قطب-های استاتور آن معمولاً به نسبت ۱ به ۳ انتخاب می‌شوند (مانند نسبت ۲:۶ و نیز ۴:۱۲). در مد کاری استاندارد DSWIM، نسبت دو فرکانسی که برای تغذیه‌ی ماشین به کار می‌روند برابر نسبت تعداد قطب‌های استاتور است. بهره‌وری مناسب از DSWIM با این مد کاری حاصل می‌شود [۶]. شکل (۲-الف) یک نمایش شماتیکی ساده از درایو DSWIM را نشان می‌دهد. رفتار DSWIM شبیه دو موتور القایی سه فاز مستقل است. لذا، روش‌های کنترل سرعت موتور القایی سه فاز نیز برای آن صادق است [۵ و ۶].



شکل ۱: طبقه‌بندی ماشین‌های القایی بدون جاروبک با دو سیم‌پیچ تحریک بر اساس نوع روتور و سیم‌پیچ‌های استاتور

از روش‌های کنترل درایو موتور القایی می‌توان به روش‌های کنترل عددی [۵ و ۷]، کنترل مستقیم گشتاور [۸-۱۰] و کنترل برداری [۱۱-۲۰] اشاره کرد. متداول‌ترین روش کنترل سرعت با دقت بالا در موتورهای القایی، کنترل برداری است [۱۴]. در این روش، برخلاف روش کنترل عددی، فاز هم کنترل می‌شود. لذا، شار و گشتاور را می‌توان به‌طور مجزا کنترل کرد.

<sup>۲</sup> Dual Stator Winding Induction Motor (DSWIM)

<sup>۱</sup> Nested loop rotor

پیشنهادی حفظ کارکرد استاندارد درایو DSWIM در سرعت‌های پایین است که بهبود پاسخ زمانی و کاهش تلفات توان در واحد اینورتر را در پی دارد.

۲- ایده‌ی استفاده از اینورترهای پنج‌ستونه و نه‌سوئیچه جهت کنترل درایو DSWIM برای اولین بار توسط این مقاله پیشنهاد می‌شود که دستاوردهای استفاده از این ساختارهای پیشنهادی در درایو DSWIM، کاهش هزینه‌ی واحد اینورتر و نیز کاهش تلفات توان واحد اینورتر می‌باشند.

ساختار ادامه‌ی مقاله بدین شرح است: مدل موتور القایی قفس سنجایی دو سیم‌پیچه در بخش ۲ و مدل مورد استفاده برای جریان شار در بخش ۳ ارائه شده است. کنترل برداری پیشنهادی برای درایو DSWIM مبتنی بر دو اینورتر سه فاز در بخش ۴ تشریح گردیده است. در بخش‌های ۵ و ۶، به ترتیب به کاربرد اینورترهای پنج‌ستونه و نه‌سوئیچه پرداخته می‌شود. در بخش ۷ محاسبات تلفات توان در واحد اینورتر تشریح می‌شود. در بخش ۸ نتایج شبیه‌سازی ارائه و بالاخره مقاله با ارائه‌ی نتیجه‌گیری در بخش ۹ خاتمه می‌یابد.

## ۲- مدل موتور القایی قفس سنجایی دو سیم‌پیچه

معادلات  $d$ - $q$  ولتاژ ماشین القایی دو تحریکه با تعداد قطب نابرابر در قالب فرم مختلط به صورت معادله‌های (۱) و (۲) بیان می‌شوند [۵].

$$V_{qdsi} = r_{si} i_{qdsi} + \rho \lambda_{qdsi} - j \omega \lambda_{qdsi} \quad (1)$$

$$V_{qdri} = r_{ri} i_{qdri} + \rho \lambda_{qdri} - j(\omega - \omega_{ri}) \lambda_{qdri} = 0 \quad (2)$$

که در آن  $i=1$  و  $i=2$  است و به ترتیب برای بیان متغیرهای سیم‌پیچ‌های استاتور  $abc1$  و  $abc2$  هستند.  $\omega$  سرعت چرخش قاب مرجع مشترک  $\omega_{ri}$ ، سرعت الکتریکی روتور،  $V_{qdr}$ ،  $V_{qds}$ ،  $i_{qdr}$ ،  $i_{qds}$ ،  $\lambda_{qdr}$  به ترتیب ولتاژها، جریان‌ها و شارهای پیوندی استاتور و روتور در محورهای  $d$  و  $q$ ،  $r_s$  و  $r_r$  نیز به ترتیب مقاومت‌های استاتور و روتور و  $\rho = d/dt$  می‌باشند. گشتاور الکترومغناطیسی ( $T_{ei}$ ) برای هر سیم‌پیچ استاتور به صورت معادله‌ی (۳) بیان می‌شود.

$$T_{ei} = \frac{3}{2} \frac{P_i}{2} \text{Im}(\lambda_{qdsi} i_{qdsi}^*) \quad (3)$$

که در آن  $P_i$  تعداد قطب‌های سیم‌پیچ‌های  $abc1$  و  $abc2$  است. گشتاور الکترومغناطیسی کل ( $T_e$ ) در DSWIM برابر مجموع گشتاورهای تولیدی هر دو سیم‌پیچ استاتور ( $T_{e1}$  و  $T_{e2}$ ) است که برای آن رابطه‌ی (۴) را خواهیم داشت [۵].

$$T_e = T_{e1} + T_{e2} = \frac{3}{2} \frac{P_1}{2} \text{Im}(\lambda_{qds1} i_{qds1}^*) + \frac{3}{2} \frac{P_2}{2} \text{Im}(\lambda_{qds2} i_{qds2}^*) \quad (4)$$

در [۵] به گونه‌ای تنظیم می‌شود که اگر فرکانس به زیر فرکانس ثابت دلخواه رسید، سیستم کنترلی، آن را به مقدار ثابت  $1/0.5$  پریونیت می‌رساند. لذا، سیم‌پیچ دوم بر خلاف سیم‌پیچ اول با توجه به سرعت و گشتاور درخواستی قادر به تولید گشتاور مثبت و منفی است. با تحریک اجباری سیم‌پیچ اول در یک فرکانس ثابت دلخواه، دو میدان گردان حاصل از سیم‌پیچ‌ها به صورت غیرهمزمان گردش می‌کنند و موتور از مد کاری استاندارد خارج می‌شود، اما مشکل ردیابی درایو برای سرعت‌های پایین حل می‌شود. روش‌های کنترل برداری ارائه شده در [۱۱ و ۱۲] بر اساس روش پایه‌ی ارائه شده در [۵] هستند که گشتاور تولیدی توسط دو سیم‌پیچ استاتور، به گونه‌ای بین آنها تقسیم می‌شود که سیم‌پیچ اول و یا دومی قادر به تولید گشتاور منفی یا مثبت در سرعت‌های پایین باشد. در [۱۶]، برای بهبود پاسخ زمانی و حل مشکل تخمین شار روتور در درایو موتور القایی سه فاز برای محدوده‌ی سرعت‌های پایین، از یک جبران‌ساز شار روتور استفاده شده است، که به خوبی مشکل تخمین شار روتور در سرعت‌های پایین را بر طرف کرده است.

تاکنون در تمامی روش‌های ارائه شده برای درایو DSWIM از دو اینورتر مجزای سه فاز که در مجموع شامل دوازده سوئیچ است، استفاده شده است. با کاهش تعداد ادوات کلیدزنی الکترونیک قدرت می‌توان هزینه را کاهش داد [۲۳]. کاربرد اینورترهای پنج‌ستونه (ده‌سوئیچه) و سه‌ستونه (نه‌سوئیچه) جهت کنترل مجزای دو موتور القایی سه فاز به ترتیب در [۲۷-۲۳] و [۳۱-۲۸] مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نمایش شماتیکی پیشنهادی آرایش اینورتر پنج‌ستونه و نه‌سوئیچه برای درایو DSWIM به ترتیب در شکل‌های (۲-ب) و (۲-ج) نشان داده شده است.

نوآوری‌های مقاله‌ی پیشرو به صورت کلی شامل دو دسته است که دسته‌ی دوم نیز خود شامل دو نوآوری است:

۱- در روش کنترلی مرسوم، مشکل کمبود شار روتور توسط تحریک سیم‌پیچ استاتور با فرکانس بیشتر برطرف می‌شود. در واقع در روش مرسوم از ظرفیت آزاد سیم‌پیچ‌های استاتور DSWIM کمک گرفته می‌شود. اما در مقاله‌ی پیشرو، یک روش کنترل برداری مستقیم بر اساس تکنیک ایده‌ی جبران شار روتور پیشنهاد می‌شود که در سرعت‌های پایین موتور، باعث می‌شود نسبت فرکانسی که برای تحریک دو سیم‌پیچ استاتور به کار می‌رود برابر نسبت بین قطب‌های سیم‌پیچ‌های استاتور باشد. روش کنترلی پیشنهادی باعث تولید مناسب گشتاورهای الکترومغناطیسی در هر دو سیم‌پیچ استاتور می‌شود. در روش کنترلی پیشنهادی، برخلاف روش کنترلی مرسوم، کمبود شار روتور از طریق یک تکنیک کنترلی جبران می‌شود. در این مقاله، شارهای روتور ناشی از سیم‌پیچ‌های سه فاز اول و دوم استاتور توسط دو کنترل‌کننده‌ی تناسبی-انتگرالی مجزا و از طریق تصحیح شار مرجع روتور جبران می‌شوند. ماهیت روش کنترلی پیشنهادی بر اساس کنترل مجزای شار روتور و گشتاور الکترومغناطیسی به ترتیب در راستای محورهای مستقیم ( $d$ ) و متعامد ( $q$ ) است. دستاورد روش کنترلی

۳- مدل مورد استفاده برای جبران شار روتور

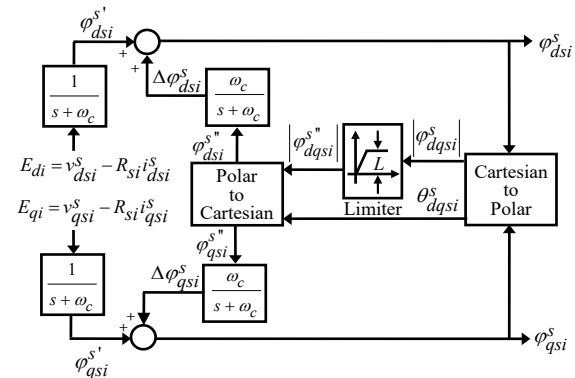
روش کنترل برداری مستقیم، وابسته به تخمین بردارهای واحد و شار روتور است. شار تخمینی روتور، متناسب با اختلاف بین ولتاژ استاتور و افت ولتاژ روی مقاومت استاتور است. در سرعت‌های بالا  $V_s \geq R_s i_s$  است و لذا شار روتور به تغییرات این افت ولتاژ، وابستگی کمتری دارد. اما در سرعت‌های پایین افت ولتاژ روی مقاومت استاتور در مقایسه با ولتاژ ورودی استاتور، قابل ملاحظه است. لذا، شار روتور با تغییرات افت ولتاژ روی مقاومت استاتور، به صورت پایدار کنترل نمی‌شود و در نهایت با توجه به رابطه‌ی (۴) سیستم کنترلی قادر به کمینه کردن کردن خطای گشتاور نیست. لذا، عملکرد کنترل‌کننده‌های سیستم کنترلی درایو با مشکل مواجه می‌شوند. برای جبران این تغییرات، از یک جبران‌کننده‌ی شار روتور استفاده می‌شود [۱۶]. در این جبران‌کننده، شار روتور تحت مؤلفه‌ی دیگری که خطای گشتاور است، توسط یک کنترل‌کننده‌ی PI جبران می‌شود. در واقع هدف اصلی در درایو کنترل سرعت  $\Delta T_e \rightarrow 0$  و از آنجا  $\Delta \omega_e \rightarrow 0$  است.

برای سرعت‌های پایین،  $\phi_{ri} \neq \hat{\phi}_{ri}$  است. برای جبران شار مرجع اصلی  $(\phi_{ri}^*)$  از مؤلفه‌ی  $\Delta \phi_{ri}^*$  استفاده می‌شود. این مؤلفه توسط جبران‌کننده-ی شار تولید می‌شود و شار مرجع اصلی را به صورت  $\phi_{ri}^* = \hat{\phi}_{ri}^* + \Delta \phi_{ri}^*$  تنظیم می‌کند.

طبق معادله‌های (۸) و (۹)، شار استاتور در سیستم کنترلی درایو DSWIM به‌طور مستقیم با انتگرال‌گیری از نیروی محرکه‌ی الکتریکی حاصل می‌شود. انتگرال‌گیر خالص مشکلات آفست DC و اشباع را به‌همراه دارد که برای حل این مشکل از الگوریتمی مبتنی بر روش ارائه شده در [۳۳] که در شکل (۵) نشان داده شده است، استفاده می‌شود.

$$\phi_{dsi}^s = \int (v_{dsi}^s - R_{si} i_{dsi}^s) dt \quad (۸)$$

$$\phi_{qsi}^s = \int (v_{qsi}^s - R_{si} i_{qsi}^s) dt \quad (۹)$$



شکل ۵: نمایش شماتیکی الگوریتم پیشنهادی بر اساس روش ارائه شده در [۳۳]، برای حل مشکل آفست DC در درایو DSWIM

برای جلوگیری از اشباع انتگرال‌گیر خالص، از یک محدود کننده می‌توان استفاده کرد. همان‌طور که در [۳۳] نشان داده شده است، برای

سرعت‌های الکتریکی  $\omega_{r1}$  و  $\omega_{r2}$  بر حسب سرعت مکانیکی روتور  $(\omega_r)$  نیز به‌صورت رابطه‌های (۵) و (۶) تعریف می‌شوند [۱۲].

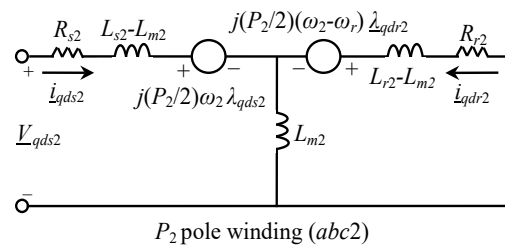
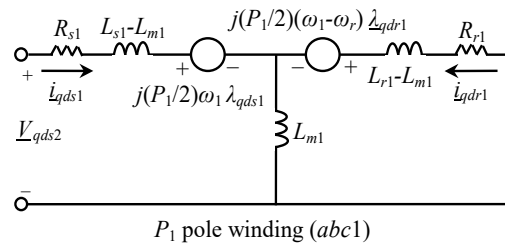
$$\omega_{r1} = \frac{P_1}{2} \omega_r \quad (۵)$$

$$\omega_{r2} = \frac{P_2}{2} \omega_r \quad (۶)$$

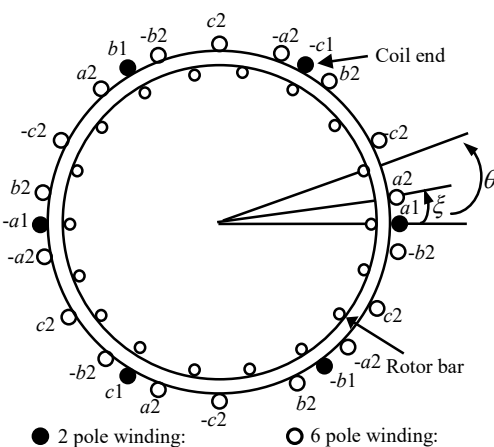
معادله‌ی مکانیکی ماشین بصورت معادله‌ی (۷) بیان می‌شود.

$$p\omega_r = \frac{K_{e1}}{J} (\lambda_{dr1} I_{qs1} - \lambda_{qr1} I_{ds1}) + \frac{K_{e2}}{J} (\lambda_{dr2} I_{qs2} - \lambda_{qr2} I_{ds2}) - \frac{T_L}{J} \quad (۷)$$

که در آن  $K_{e2} = (3P_2/4)(L_{m2}/L_{r2})$ ،  $K_{e1} = (3P_1/4)(L_{m1}/L_{r1})$ ،  $J$  ضریب اینرسی و  $T_L$  گشتاور بار است. مدار معادل  $d-q$ ی DSWIM در شکل (۳) نشان داده شده است که در آن  $L_r$  و  $L_s$  به ترتیب اندوکتانس‌های استاتور و روتور و  $L_m$  اندوکتانس مغناطیس‌کننده است. نمایی از توزیع سیم‌پیچی DSWIM با نسبت قطب  $P_1:P_2$  در شکل (۴) نشان داده شده است [۵]. در این مقاله، نام  $abc1$  برای سیم‌پیچ استاتور با تعداد قطب کم و  $abc2$  برای سیم‌پیچ با تعداد قطب بیشتر به کار می‌رود.



شکل ۳: مدار معادل  $d$  و  $q$ ی DSWIM [۵]



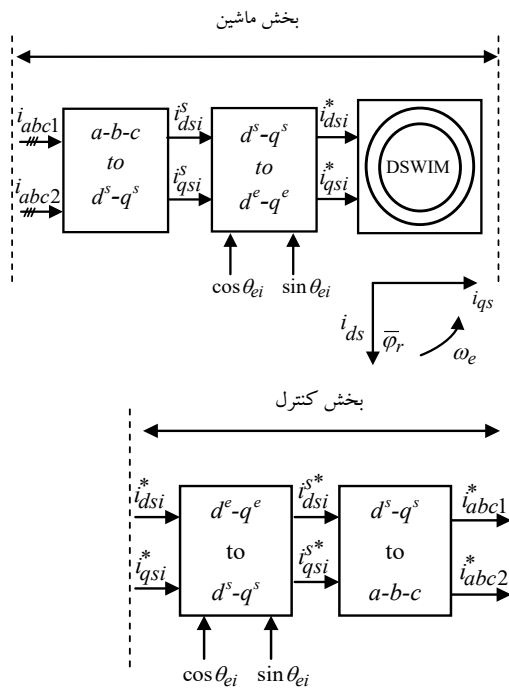
شکل ۴: توزیع سیم‌پیچی در DSWIM [۵]

**۴- کنترل برداری پیشنهادی موتور القایی قفس سنجایی دو سیم پیچه با استفاده از دو اینورتر سه فاز**

نمایش شماتیکی روش کنترل برداری درایو DSWIM در شکل (۶) نشان داده شده است، که به کمک آن می توان ساختار کنترل را بر اساس مدل ماشین تشریح کرد. معادله های (۱۵) - (۲۳) برای تولید سیگنال های برگشتی، مورد استفاده قرار گرفته اند [۵] و [۳۴].

$$\varphi_{qdm}^s = \varphi_{qdsi}^s - L_{lsi} i_{qdsi}^s \quad (15)$$

$$\varphi_{dri}^s = (L_{ri} / L_{mi}) \varphi_{dmi}^s - L_{lri} i_{dri}^s \quad (16)$$



شکل ۶: نمایش شماتیکی کنترل برداری DSWIM

$$\varphi_{qri}^s = (L_{ri} / L_{mi}) \varphi_{qmi}^s - L_{lri} i_{qri}^s \quad (17)$$

$$T_{ei} = (3P_i / 4) (\varphi_{dqi}^s i_{qsi}^s - \varphi_{qsi}^s i_{dqi}^s) \quad (18)$$

$$\varphi_{ri} = \sqrt{(\varphi_{qri}^s)^2 + (\varphi_{dri}^s)^2} \quad (19)$$

$$\cos \theta_{ei} = \varphi_{dri}^s / \varphi_{ri} \quad (20)$$

$$\sin \theta_{ei} = \varphi_{qri}^s / \varphi_{ri} \quad (21)$$

$$\varphi_{dri}^s = L_{mi} i_{dri}^s + L_{lri} i_{dri}^s \quad (22)$$

$$\varphi_{qri}^s = L_{mi} i_{qri}^s + L_{lri} i_{qri}^s \quad (23)$$

که  $\varphi_{dri}^s$ ،  $\varphi_{qri}^s$  و  $\varphi_{dmi}^s$  به ترتیب شارهای استاتور و روتور در

محورهای مستقیم و متعامد،  $L_{lsi}$  اندوکتانس نشتی استاتور،  $L_{lri}$

جلوگیری از اعوجاج خروجی انتگرالگیر بهتر است سیگنالی با ماهیت dc محدود شود. با توجه به اینکه شار روتور در موتور القایی شامل دو مؤلفه  $d$  و  $q$  است به راحتی می توان با تبدیل فرم دکارتی به قطبی به جای محدود کردن سیگنال متناوب  $\varphi_{dqi}^s$ ، مقدار اندازه ی آن  $|\varphi_{dqi}^s|$  را توسط یک محدودکننده، محدود کرد و بعد از محدود کردن، آن را به فرم دکارتی تبدیل کرد. این عمل، موجب حذف اعوجاج غیرخطی خروجی انتگرالگیر می شود [۳۳]. هر یک از دو خروجی این الگوریتم انتگرالگیر همان طور که در رابطه ی (۱۰) نشان داده شده است شامل دو مؤلفه ی پیشخور و پسخور است که مؤلفه ی پسخور نیز طبق رابطه ی (۱۱) تعریف می شود.

$$\varphi_{dqi}^s = \frac{1}{s + \omega_c} (v_{dqi}^s - R_{si} i_{dqi}^s) + \Delta \varphi_{dqi}^s \quad (10)$$

$$\Delta \varphi_{dqi}^s = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \varphi_{dqi}^{s''} \quad (11)$$

اگر در الگوریتم شکل (۵) محدودکننده وجود نداشته باشد آنگاه  $\varphi_{dqi}^s$  برابر  $\varphi_{dqi}^{s''}$  خواهد شد و با جایگذاری آن در رابطه ی (۱۱) و سپس با جایگذاری  $\Delta \varphi_{dqi}^s$  در رابطه ی (۱۰)، رابطه ی (۱۲) بدست خواهد آمد که رفتار یک انتگرالگیر خالص است.

$$\varphi_{dqi}^s = \frac{1}{s} \varphi_{dqi}^{s'} \quad (12)$$

با حضور محدودکننده در الگوریتم، اگر  $|\varphi_{dqi}^{s''}| = L \leq |\varphi_{dqi}^s|$  باشد، آنگاه برای ناحیه اشباع، خروجی الگوریتم انتگرالگیر  $(\varphi_{dqi}^s)$  به صورت رابطه ی (۱۳) خواهد شد. اگر در ورودی الگوریتم انتگرالگیر، یک سیگنال dc با مقدار  $E_{dq(i)(dc)}$  وجود داشته باشد، آنگاه خروجی الگوریتم انتگرالگیر بصورت رابطه ی (۱۴) است و این رابطه نشان می دهد که خروجی الگوریتم انتگرالگیر در حضور سیگنال dc واگرا نمی شود. با توجه به ثابت بودن شار مرجع در سیستم کنترلی مقدار  $L$  برابر شار مرجع روتور تعریف می شود.

$$\varphi_{dqi}^s = \frac{1}{s + \omega_c} (v_{dqi}^s - R_{si} i_{dqi}^s) + \varphi_{dqi}^{s''} \quad (13)$$

$$\varphi_{dqi}^s(dc) = \frac{1}{\omega_c} E_{dq(i)(dc)} + L \quad (14)$$

که  $\varphi_{dqi}^{s''}$  خروجی بلوک اشباع است. دستاورد روش کنترلی پیشنهادی در مجموع حفظ کارکرد استاندارد درایو DSWIM در سرعت های پایین است که کاهش تلفات توان در واحد اینورتر را در پی دارد. همچنین در روش کنترلی پیشنهادی با توجه به جبران کردن شار روتور، بهبود پاسخ زمانی سیستم کنترلی را خواهیم داشت که در بخش نتایج شبیه سازی این ویژگی نشان داده می شود.

نمایش شماتیکی درایو پیشنهادی کنترل سرعت موتور القایی در شکل (۸) نشان داده شده است. که در آن  $K_1$  ضریب تقسیم گشتاور،  $K_2$  ضریب شار و  $\varepsilon$  اختلاف بین سیگنال مرجع تولیدی و سیگنال واقعی است. پالس‌های مورد نیاز جهت کلیدزنی IGBT ها در تمام مدل‌های پیشنهادی، بر اساس مدل ارائه شده در [۳۵] تولید می‌شوند. اساس روش کنترل درایو DSWIM بر پایه‌ی کنترل برداری مستقیم مدل ولتاژ است. در سیستم کنترلی درایو پیشنهادی DSWIM، گشتاور کل به صورت  $T_e = T_{e1} + T_{e2} = |T_{e1}| + |T_{e2}|$  و در روش مرسوم درایو DSWIM به صورت  $T_e = T_{e1} + T_{e2} \neq |T_{e1}| + |T_{e2}|$  است.

۴-۱ تخمین سیگنال‌های برگشتی توسط مدل ولتاژ

روش کنترل برداری مستقیم مدل ولتاژ، بر اساس تولید سیگنال‌های بردار واحد از روی شار روتور عمل می‌کند. شار روتور، گشتاور الکترومغناطیسی، سیگنال‌های  $\sin \omega_e t$  و  $\cos \omega_e t$  برای سیم‌پیچ abc1 به صورت شکل (۹) تخمین زده می‌شوند [۳۴]. برای سیم‌پیچ abc2 نیز سیگنال‌های مورد نیاز در سیستم کنترلی درایو، مشابه شکل (۹) تخمین زده می‌شوند.

۵- کنترل برداری پیشنهادی موتور القایی قفس سنجایی دو سیم‌پیچه با استفاده از اینورتر ده‌سوئیچه

شماتیکی از درایو DSWIM مبتنی بر اینورتر ده‌سوئیچه در شکل (۲)-ب نشان داده شده است. این اینورتر به پنج سیگنال مرجع  $(v_j(t))$  که  $j=A, B, C, D, E$  است، برای تولید فرمان‌های کلیدزنی نیاز دارد. از هر سیم‌پیچ سه فاز، سه سیگنال مرجع در دسترس است که در مجموع، شش سیگنال وجود خواهد داشت. در [۲۳]، برای کاهش تعداد سیگنال‌های مرجع از شش به پنج، روشی طبق رابطه‌ی (۲۸) ارائه شده است.

$$v_i(t) = v_i^*(t) + v_{no}(t) \quad (28)$$

که در آن  $v_{no}(t)$  سیگنال توالی صفر،  $i=a, b, c$ ، سیگنال  $v_i^*(t)$  سیگنال مرجع اصلی هستند. در روش پیشنهادی [۲۳]، سیگنال فاز سوم هر یک از سیم‌پیچ‌ها  $(v_{e2}(t) و v_{e1}(t))$ ، به سیگنال فازهای سیم‌پیچ دیگر  $(v_k(t))$  که  $k=a1, b1, a2, b2$  است، طبق رابطه‌ی (۲۹) اضافه می‌شوند. مزیت سیگنال توالی صفر در این است که در ولتاژهای خط به خط ظاهر نمی‌شود [۲۳].

$$\begin{aligned} v_A(t) &= v_{a1}(t) + v_{c2}(t), & v_B(t) &= v_{b1}(t) + v_{c2}(t), \\ v_C(t) &= v_{c1}(t) + v_{c2}(t), & v_D(t) &= v_{a2}(t) + v_{c1}(t), \\ v_E(t) &= v_{b2}(t) + v_{c1}(t) \end{aligned} \quad (29)$$

اندوکنانس ناشی روتور و نیز  $\varphi_{qmi}^s$  و  $\varphi_{dmi}^s$  به ترتیب شارهای فاصله هوایی در محورهای مستقیم و متعامد هستند.

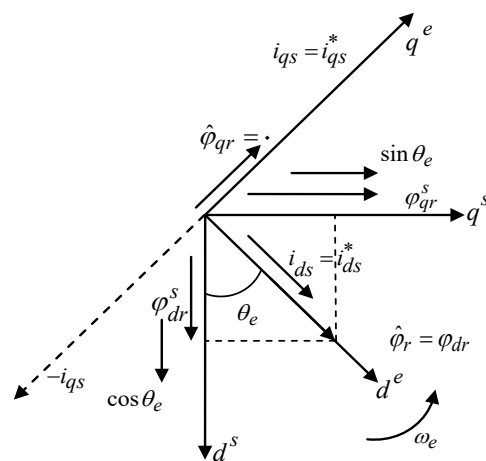
برای موتور القایی محورهای  $d^e-q^e$  و  $d^s-q^s$  به صورت فازوری در شکل (۷) نشان داده شده‌اند [۳۴]. با توجه به دیاگرام فازوری شکل (۷)، می‌توان معادلات (۱۹)-(۲۱) را تعریف کرد. در کنترل برداری ماشین القایی یک سیستم سنکرون تعریف می‌شود که باعث می‌شود متغیرهای سینوسی موتور به صورت مقادیر dc ظاهر شوند. جریان‌های  $i_{ds}$  و  $i_{qs}$  به ترتیب مؤلفه‌های جریان استاتور در محورهای  $d^e$  و  $q^e$  هستند که با سرعت سنکرون در حال گردش هستند. زاویه بین محورهای  $d$  و  $q$  نود درجه است که باعث می‌شود متغیرهای  $i_{ds}$  و  $i_{qs}$  مستقل از یکدیگر کنترل شوند و هر یک از آنها را می‌توان به صورت مجزا تغییر داد. شار روتور و گشتاور الکترومغناطیسی به ترتیب با تغییر  $i_{ds}$  و  $i_{qs}$  به صورت مستقل از هم کنترل می‌شوند.

پارامترهای اصلی کنترل یعنی  $i_{qsi}^*$  و  $i_{dsi}^*$ ، که مقادیری dc هستند، به ترتیب به کمک سیگنال‌های خطای شار روتور و خطای گشتاور الکترومغناطیسی و توسط کنترلرهای PI تولید می‌شوند. سپس پارامترهای کنترلی توسط سیگنال‌های  $\sin \omega_e t$  و  $\cos \omega_e t$  به سیگنال‌های متناظر در سیستم مرجع ساکن تبدیل می‌شوند. در گام بعدی، این سیگنال‌ها بر اساس رابطه‌ی  $i_c = -(i_a + i_b)$  و رابطه‌های (۲۴)-(۲۷) به سیگنال‌های فرمان سه فاز اینورتر تبدیل می‌شوند [۳۴].

$$i_{qs}^s = \frac{2}{3}i_a - \frac{1}{3}i_b - \frac{1}{3}i_c = i_a \quad (24)$$

$$i_{ds}^s = -\frac{1}{\sqrt{3}}(i_a + 2i_b) \quad (25)$$

$$v_{qs}^s = \frac{1}{3}(v_{ab} + v_{ac}) \quad (26)$$

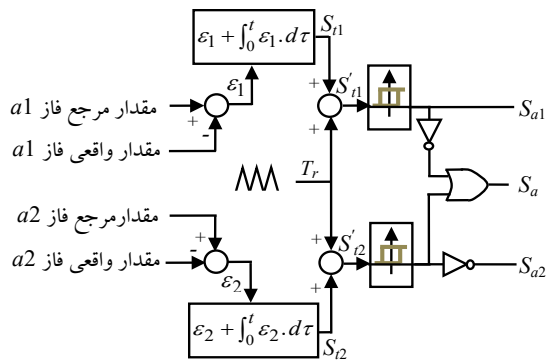


شکل ۷: نمایش برداری مؤلفه‌های  $d^e-q^e$  و  $d^s-q^s$  [۳۴]

$$v_{ds}^s = -\frac{1}{\sqrt{3}}v_{bc} \quad (27)$$







شکل ۱۰: تولید فرامین کلیدزنی برای ستون اول اینورتر نه سوئیچ

به حداقل رساندن تلفات توان واحد اینورتر با حداقل هزینه، جهت افزایش بهره‌وری بیشتر انرژی، اهمیت دارد. ترانزیستورهای با گیت عایق شده<sup>۱</sup> پرکاربردترین عنصر در واحد اینورتر محرکه‌های الکتریکی هستند. قابلیت اطمینان IGBT ها به مدیریت حرارت عناصر به کار رفته در آن وابسته است. لذا، توجه به تلفات توان واحد اینورتر، اهمیت بالایی در افزایش راندمان کاری و قابلیت اطمینان آن دارد. تلفات IGBT/Diode شامل دو بخش تلفات IGBT و دیود است. که هر بخش از تلفات توان، شامل تلفات کلیدزنی ( $P_{sw}$ ) و تلفات هدایتی ( $P_C$ ) است. تلفات کلیدزنی شامل تلفات روشن و خاموش شدن کلید است. تلفات انرژی هدایتی برای IGBT و دیود به ترتیب به صورت رابطه‌های (۳۰)–(۳۲) تعریف می‌شوند [۳۸].

$$E_{CT\_loss}(k) = \int_{T_{on}(k)} V_{ce}(t) \cdot i_c(t) \cdot dt \quad (30)$$

$$V_{ce}(t) = f(i_c(k), T_j(k)) \quad (31)$$

$$E_{CD\_loss}(k) = \int_{T_{on}(k)} V_D(t) \cdot i_D(t) \cdot dt \quad (32)$$

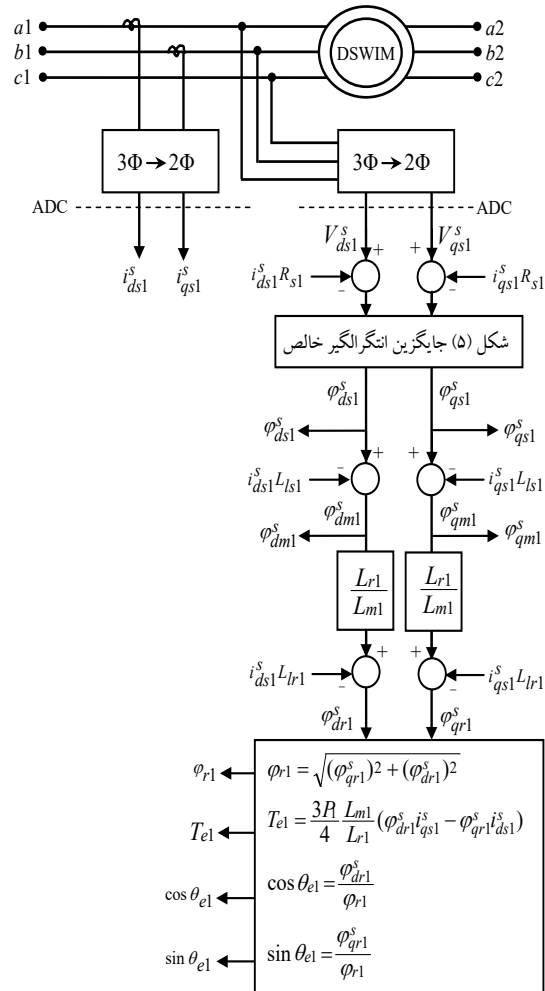
که  $E_{CT\_loss}$  و  $E_{CD\_loss}$  به ترتیب تلفات انرژی هدایتی IGBT و دیود،  $V_{ce}$  ولتاژ اشباع مستقیم<sup>۲</sup>، ولتاژ آستانه هدایت،  $i_c$  جریان کلکتور،  $k$  شماره‌ی کلید و  $T_{on}(k)$  دوره‌ی تناوب زمان روشن بودن کلید است. تلفات انرژی کلیدزنی IGBT نیز به صورت تابعی از جریان و دمای پیوندی ( $T_j$ )، به صورت رابطه‌های (۳۳) و (۳۴) تعریف می‌شوند. تلفات انرژی کلیدزنی کل، طبق رابطه‌ی (۳۵) بیان می‌شود.

$$E_{sw\_on}(k) = f_{sw-on}(i_c(k), T_j(k)) \quad (33)$$

$$E_{sw\_off}(k) = f_{sw-off}(i_c(k), T_j(k)) \quad (34)$$

$$E_{sw}(k) = f_{sw-on}(k) + f_{sw-off}(k) \quad (35)$$

تلفات کلیدزنی دیود بر اساس انرژی بازگشتی<sup>۳</sup> ( $E_r$ ) به صورت رابطه‌ی (۳۶) بیان می‌شود [۳۹]. متوسط تلفات توان کلیدزنی کل



شکل ۹: نمایش شماتیکی تخمین سیگنال‌های برگشتی مدل ولتاژ برای سیم-پیچ abc1 در درایو DSWIM

سه کلید قسمت پایین شکل (۲-ج) شامل  $S_{a2}$ ،  $S_{b2}$  و  $S_{c2}$  را به همراه سه کلید مشترک، اینورتر شماره (۲) می‌نامند. عملکرد این کلیدها به گونه‌ای است که اگر کلید بسته باشد، مقدار آن عدد یک و اگر باز باشد مقدار آن صفر خواهد بود. برای اجتناب از اتصال کوتاه شدن منبع ورودی باید در همه‌ی حالت‌ها در هر ستون یکی از کلیدها خاموش باشد. لذا، بر اساس اطلاعات فازهای مشابه هر یک از سیم‌پیچ‌های سه فاز، فرامین کلیدزنی هر بازو طبق شکل (۱۰) تولید می‌شود. در این شکل فرامین کلیدزنی ستون اول اینورتر نه سوئیچ که در شکل (۲-ج) آمده است، بر اساس فازهای  $a1$  و  $a2$  تعیین شده است. فرامین کلیدزنی دو ستون دیگر نیز به صورت مشابه، تولید می‌شوند.

## ۷- تلفات توان در واحد اینورتر

اینورترها نقش اساسی جهت کنترل توان در سیستم‌های الکتریکی مانند درایوهای صنعتی دارند [۳۶]. در سرعت‌های پایین، تلفات هسته‌ی موتور چشم‌گیر نیست [۳۷].

<sup>۳</sup> Diode recovery energy ( $E_r$ )

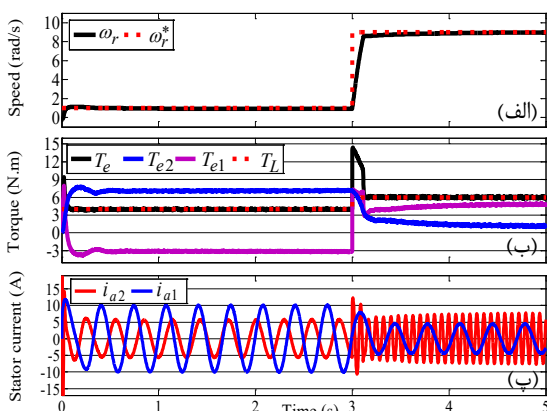
<sup>۱</sup> Insulated-gate bipolar transistor (IGBT)

<sup>۲</sup> Forward saturation voltage

مجموع جبری گشتاور تولیدی توسط دو سیم پیچ  $abc1$  و  $abc2$  برابر گشتاور درخواستی باشد. در شبیه‌سازی انجام شده برای روش مرسوم، فرکانس تحریک سیم پیچ اول ثابت در نظر گرفته می‌شود. شکل (۱۱) رفتار سیستم کنترلی مرسوم درایو DSWIM را به یک فرمان پله‌ای نشان می‌دهد. در ثانیه ۳، فرمان‌های سرعت از  $1 \text{ rad/s}$  به  $9 \text{ rad/s}$  و به ترتیب با گشتاورهای بار  $4 \text{ N.m}$  و  $6 \text{ N.m}$  تغییر کرده است. سیستم کنترلی مرسوم درایو، سرعت‌های مرجع پایین را در حالت ماندگار به خوبی ردیابی کرده است. شکل (۱۱-ب) پروفایل گشتاور تولیدی توسط سیم پیچ‌های  $abc1$  و  $abc2$  و نیز گشتاور تولیدی کل را که از مجموع این دو گشتاور حاصل می‌شود، نشان می‌دهد. در ثانیه ۳، مد کاری سیم پیچ دوم از ژنراتوری به موتوری تغییر کرده است. جریان‌های مربوط به فاز  $a1$  و  $a2$  نیز در شکل (۱۱-پ) نشان داده شده است.

## ۸-۲ نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی ۱

شکل (۱۲) رفتار سیستم کنترلی درایو پیشنهادی DSWIM مبتنی بر دو اینورتر سه فاز را به ترتیب در پاسخ به فرمان‌های سرعت  $1 \text{ rad/s}$  و  $9 \text{ rad/s}$  و به ترتیب با گشتاورهای بار  $4 \text{ N.m}$  و  $6 \text{ N.m}$  نشان می‌دهد. سیستم کنترلی درایو پیشنهادی ۱، سرعت‌های مرجع را در حالت ماندگار به خوبی روش مرسوم ردیابی کرده است. شکل (۱۲-ب) پروفایل گشتاور تولیدی توسط سیم پیچ‌های  $abc1$  و  $abc2$  و نیز گشتاور کل تولیدی را که از مجموع این دو گشتاور حاصل می‌شود، نشان می‌دهد. هر یک از گشتاورهای تولیدی سیم پیچ‌های استاتور در صدی از گشتاور تولیدی کل را تشکیل می‌دهند که مجموع درصد آنها از ۱۰۰ تجاوز نمی‌کند. این نکته، ویژگی مهم مد استاندارد کاری این موتور است. متناسب با گشتاور تولیدی توسط هر یک از سیم پیچ‌ها، جریان‌های مربوط به فاز  $a1$  و  $a2$  در شکل (۱۲-ت) نشان داده شده است. شکل (۱۲-ث) مقدار مولفه‌های  $d$  و  $q$  شار روتور را نشان می‌دهد.



شکل ۱۱: نتایج شبیه‌سازی روش مرسوم در پاسخ به فرمان سرعت  $1 \text{ rad/s}$  و  $9 \text{ rad/s}$  و به ترتیب با گشتاورهای بار  $4 \text{ N.m}$  و  $6 \text{ N.m}$ . (الف) پروفایل سرعت روتور، (ب) پروفایل گشتاور، (پ) جریان فاز  $a1$  و  $a2$  سیم پیچ  $abc2$

$(P_{sw\_ave}(k))$  نیز طبق رابطه (۳۷) بدست می‌آید. تلفات توان کل از مجموع تلفات هدایتی و کلیدزنی طبق رابطه (۳۸) بدست می‌آید.

$$E_{rr}(k) = f(i_c(k), T_j(k)) \quad (36)$$

$$P_{sw\_ave}(k) = \frac{1}{T_{sw}} E_{sw}(k) \quad (37)$$

$$P_{ave\_loss}(k) = P_{sw\_ave}(k) + P_{cond\_ave}(k) \quad (38)$$

در یک اینورتر سه فاز، جریان‌های IGBT و دیود بر اساس وضعیت روشن و یا خاموش بودن کلیدها طبق رابطه‌های (۳۹) و (۴۰) تعیین می‌شوند [۳۸].

$$\begin{bmatrix} i_{T1} \\ i_{T2} \\ i_{T3} \\ i_{T4} \\ i_{T5} \\ i_{T6} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1+\text{sign})S_1 & 0 & 0 \\ 0 & (1+\text{sign})S_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1+\text{sign})S_3 \\ (1-\text{sign})S_4 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\text{sign})S_5 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\text{sign})S_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} i_{D1} \\ i_{D2} \\ i_{D3} \\ i_{D4} \\ i_{D5} \\ i_{D6} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1-\text{sign})S_1 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\text{sign})S_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\text{sign})S_3 \\ (1+\text{sign})S_4 & 0 & 0 \\ 0 & (1+\text{sign})S_5 & 0 \\ 0 & 0 & (1+\text{sign})S_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (40)$$

که  $i$  شماره‌ی کلیدها  $(i=1, 2, \dots, 6)$ ،  $D_i$  و  $T_i$  به ترتیب دیود معکوس موازی  $i$ ام و IGBT  $i$ ام و نیز  $S_i$  کلید  $i$ ام هستند. اگر کلید روشن باشد مقدار  $S_i$  برابر یک و اگر خاموش باشد مقدار آن برابر صفر است.

## ۸- نتایج شبیه‌سازی

شبیه‌سازی در محیط نرم افزار متلب و بر روی یک DSWIM با مشخصات ذکر شده در جدول (۱) که در پیوست (الف) آمده است، انجام گرفته است [۶]. پارامترهای استفاده شده برای IGBT/Diode ها از مدل BSM50GB60DLC انتخاب شده است. شبیه‌سازی بر روی چهار مدل انجام می‌شود: ۱- مدل کنترلی مرسوم درایو DSWIM (روش مرسوم)، ۲- مدل کنترلی پیشنهادی درایو DSWIM با دو اینورتر سه فاز (روش پیشنهادی ۱)، ۳- مدل کنترلی پیشنهادی درایو DSWIM با اینورتر پنج-ستونه (روش پیشنهادی ۲) و ۴- مدل کنترلی پیشنهادی درایو DSWIM با اینورتر نه‌سوییچه (روش پیشنهادی ۳).

### ۸-۱ نتایج شبیه‌سازی روش مرسوم

در مدل کنترلی مرسوم، برای سرعت‌های پایین معمولاً سیم پیچ اول یا دوم با یک فرکانس ثابت تحریک می‌شود و بر اساس فرمان سرعت و گشتاور درخواستی، تحریک سیم پیچ دوم تعیین می‌شود. با توجه به اینکه سیم پیچ اول تحت فرکانس تحریک ثابتی کار می‌کند، لذا سیم پیچ دوم قادر است در دو مد کاری موتوری یا ژنراتوری کار کند. به عبارتی بایستی

۸-۳ نتایج شبیه سازی روش پیشنهادی ۲

شکل (۱۴) رفتار سیستم کنترلی درایو پیشنهادی DSWIM مبتنی بر اینورتر پنج ستونه (ده سوئیچ) را به ترتیب در پاسخ به فرمان های سرعت ۱ rad/s با گشتاور بار ۴ N.m و سرعت ۹ rad/s با گشتاور بار ۶ N.m نشان می دهد. سیستم کنترلی درایو پیشنهادی، سرعت های مرجع را در حالت ماندگار، به خوبی روش پیشنهادی ۱ و روش مرسوم، ردیابی کرده است. شکل (۱۴-ب) پروفایل گشتاور تولیدی توسط سیم پیچ های  $abc_1$  و  $abc_2$  و نیز گشتاور تولیدی کل را که از مجموع این دو گشتاور حاصل می شود، نشان می دهد. جریان های فاز اول مربوط به سیم پیچ های  $abc_1$  و  $abc_2$  استاتور در شکل (۱۴-ت) نشان داده شده است. شکل (۱۴-ث) مقدار مولفه های  $d$  و  $q$  شار روتور را نشان می دهد. ترتیب نام گذاری ستون های اینورتر ده سوئیچ در شکل (۲-ب) مشخص شده است. نمایش حالت ماندگار جریان ستون های A، D و C (ستون مشترک) و طیف فرکانسی آنها در اینورتر پنج ستونه درایو پیشنهادی DSWIM در پاسخ به فرمان سرعت ۳۰ rad/s و گشتاور بار ۱ N.m، در شکل (۱۵) نشان داده شده است. جریان ستون مشترک (C) حاوی دو فرکانس اصلی است. فرکانس کمتر متعلق به فرکانس  $i_{c1}$  و فرکانس بیشتر متعلق به فاز سوم سیم پیچ  $abc_2$  یعنی  $i_{c2}$  است.

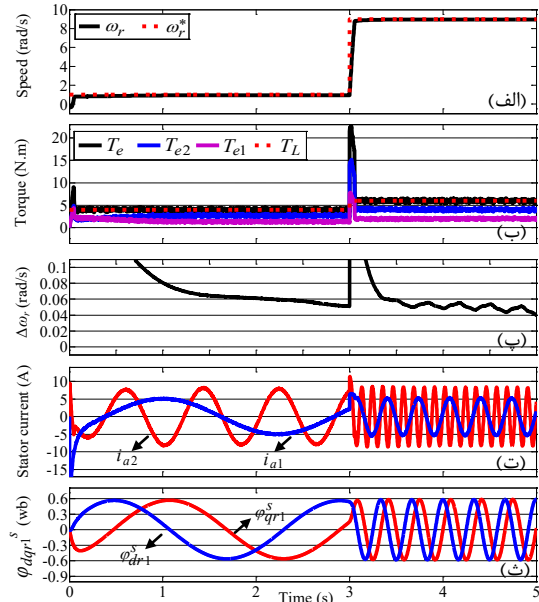
۸-۴ نتایج شبیه سازی روش پیشنهادی ۳

شکل (۱۶) رفتار سیستم کنترلی درایو DSWIM پیشنهادی مبتنی بر اینورتر نه سوئیچ را به ترتیب در پاسخ به فرمان های سرعت ۱ rad/s با گشتاور بار ۴ N.m و سرعت ۹ rad/s با گشتاور بار ۶ N.m نشان می دهد. سیستم کنترلی درایو در حالت ماندگار، سرعت های مرجع را به خوبی روش های مرسوم و پیشنهادی ۱ ردیابی کرده است. شکل (۱۶-ب) پروفایل گشتاور تولیدی توسط سیم پیچ های  $abc_1$  و  $abc_2$  و نیز گشتاور تولیدی کل را که از مجموع این دو گشتاور حاصل می شود، نشان می دهد. جریان های مربوط به فاز  $a_1$  و  $a_2$  نیز در شکل (۱۶-ت) نشان داده شده است. شکل (۱۶-ث) مقدار مولفه های  $d$  و  $q$  شار روتور را نشان می دهد.

۸-۵ مقایسه نتایج شبیه سازی روش های پیشنهادی

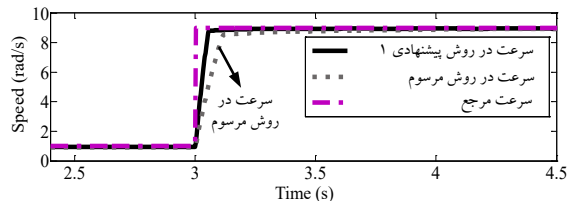
۱، ۲ و ۳ با روش مرسوم

شکل های (۱۱-الف)، (۱۲-الف)، (۱۴-الف) و (۱۶-الف) از جهت کیفیت و سرعت پاسخ دهی بازای فرمان سرعت ۹ rad/s در ثانیه ۳، در شکل (۱۷) با هم مقایسه شده اند. همان طور که در این شکل مشاهده می شود روش کنترلی پیشنهادی مبتنی بر جریان شار روتور در هر سه ساختار واحد اینورتر (۱۲ سوئیچ، ۱۰ سوئیچ و ۹ سوئیچ) از پاسخ زمانی سریعتری نسبت به روش مرسوم برخوردار است. هر سه روش کنترلی پیشنهادی از منظر ریبیل پاسخ، فراجش، پاسخ زمانی و ردیابی سیگنال مرجع سرعت، خوب عمل کرده اند. عملکرد کنترلی در روش پیشنهادی ۳

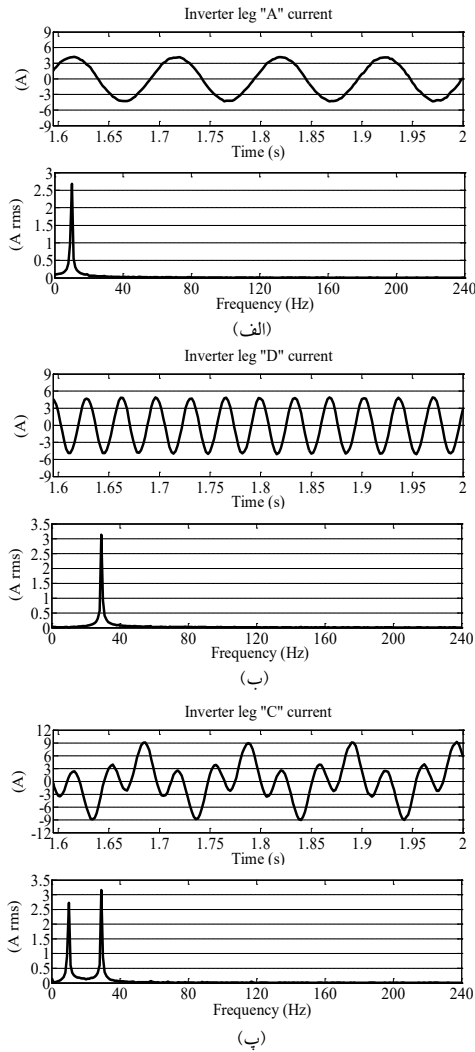


شکل ۱۲: نتایج شبیه سازی روش پیشنهادی ۱ در پاسخ به فرمان سرعت ۱ rad/s و ۹ rad/s و به ترتیب با گشتاورهای بار ۴ N.m و ۶ N.m. الف) پروفایل سرعت روتور، ب) پروفایل گشتاور، پ) پروفایل خطای سرعت، ت) جریان فاز  $a_1$  سیم پیچ  $abc_1$  و جریان فاز  $a_2$  سیم پیچ  $abc_2$  مولفه های  $d$  و  $q$  شار روتور

شکل های (۱۱-الف) و (۱۲-الف) در شکل (۱۳) مقایسه شده اند. همان طور که در این شکل مشاهده می شود، روش کنترلی پیشنهادی مبتنی بر جریان شار روتور از پاسخ زمانی سریعتری نسبت به روش مرسوم برخوردار است. هر دو روش کنترلی مرسوم و پیشنهادی از نظر ریبیل پاسخ و ردیابی سیگنال مرجع خوب عمل کرده اند با این تفاوت که روش کنترلی پیشنهادی علاوه بر پاسخ زمانی بهتر نسبت به روش مرسوم، منجر به کاهش تلفات توان واحد اینورتر نیز می شود که در بخش (۵-۸) به آن پرداخته می شود. در روش مرسوم با تحریک سیم پیچ استاتور با فرکانس بیشتر اثر منفی کم بودن شار روتور تا حدودی کمتر می شود اما به طور کامل اثر آن بر طرف نمی شود. اثر آن وقتی به طور قابل ملاحظه کم می شود که به جای فرکانس تحریک ۰/۰۵، پریونیت از فرکانس بالاتر استفاده شود که در آن صورت تلفات موتور افزایش می یابد که قاعدتاً مقرون به صرفه و منطقی نخواهد بود. اما در روش پیشنهادی، با حفظ حالت استاندارد تحریک سیم پیچ های استاتور، شار روتور نیز به صورت مناسب جبران می شود. لذا، سرعت بودن پاسخ زمانی سرعت در روش پیشنهادی نسبت به روش کنترلی مرسوم دور از انتظار نیست.



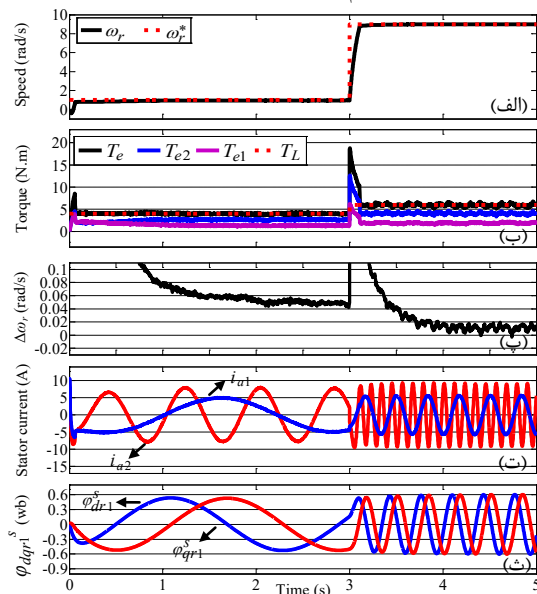
شکل ۱۳: مقایسه ی روش کنترلی پیشنهادی با روش مرسوم از نظر ردیابی سرعت



شکل (۱۵): نمایش حالت ماندگار جریان ستون‌های A، D و C (ستون مشترک) و طیف فرکانسی آنها در اینورتر پنج ستونه درایو پیشنهادی DSWIM در پاسخ به فرمان سرعت ۳۰ rad/s و گشتاور بار ۱ N.m. مجموع قدر مطلق گشتاور تولیدی هر یک از سیم‌پیچ‌های استاتور در روش‌های پیشنهادی، کمتر از روش مرسوم است. لذا، برتری کاهش تلفات توان کل در واحد اینورتر برای روش‌های پیشنهادی نسبت به روش مرسوم، دور از انتظار نبود. در روش مرسوم از قابلیت ظرفیت آزاد سیم‌پیچ‌های استاتور موتور و بخش قدرت درایو (اینورترها) بهره گرفته شده است، که قاعدتاً تلفات را به همراه خواهد داشت. مدل‌های پیشنهادی ۲ و ۳ با حفظ عملکرد مطلوب مدل پیشنهادی ۱، از کارکرد قابل قبولی از نظر تلفات توان واحد اینورتر و هم کاهش هزینه‌ی واحد اینورتر برخوردار هستند. کاهش تعداد کلیدهای اینورتر در محدوده‌ی توانی مجاز، از ۱۲ به ۱۰ و از (۱۸) مشاهده می‌شود، یک توفیق نسبی هم از نظر کاهش مجموع کل تلفات توان و کلیدزنی واحد اینورتر حاصل شده است.

نسبت به روش پیشنهادی ۲ از منظر سرعت پاسخ‌دهی به روش پیشنهادی ۱ نزدیکتر است. در روش پیشنهادی ۲ یک فاز به اشتراک گذاشته می‌شود اما در روش پیشنهادی ۳ به مانند روش پیشنهادی ۱ هر شش فاز مجزا هستند و در عوض دو کلید به اشتراک گذاشته می‌شود. برای داشتن نسبت گشتاور بر آمپر مناسب در DSWIM، بایستی موتور در مد کاری استاندارد کار کند [۶]. شکل (۱۸) مجموع کل تلفات توان (شامل هدایتی و کلیدزنی) واحدهای اینورتر را در روش‌های پیشنهادی ۱، ۲، ۳ و مرسوم در پاسخ به فرمان‌های سرعت ۱ rad/s و ۹ rad/s و به ترتیب با گشتاورهای بار ۴ N.m و ۶ N.m نشان می‌دهد. روش‌های پیشنهادی ۱، ۲ و ۳ در مقایسه با روش مرسوم از کاهش تلفات قابل ملاحظه‌ای برخوردار هستند.

مجموع جبری گشتاورهای تولیدی در روش‌های پیشنهادی و مرسوم، برابر گشتاور کل است و قاعدتاً گشتاورهای تولیدی درصدی از گشتاور کل هستند. در روش کنترلی پیشنهادی مجموع درصد هر دو گشتاور تولیدی از ۱۰۰ تجاوز نمی‌کند. اما همان‌طور که در [۵] هم گزارش شده، در روش مرسوم این گونه نیست. همان‌طور که در شکل (۱۱-ب) نشان داده شده است، گشتاور کل برابر ۴ N.m است، اما سیم‌پیچ abc1 با توجه به فرکانس تحریک ثابتش، گشتاور بیشتری را نسبت به گشتاور مورد تقاضا، تولید کرده است. لذا، بالا بودن نسبت گشتاور بر آمپر در روش‌های پیشنهادی نسبت به روش مرسوم دور از انتظار نیست.



شکل ۱۴: نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی ۲ در پاسخ به فرمان سرعت ۱ rad/s و ۹ rad/s و به ترتیب با گشتاورهای بار ۴ N.m و ۶ N.m. (الف) پروفایل سرعت روتور، (ب) پروفایل گشتاور، (پ) پروفایل خطای سرعت، (ت) جریان فاز a1 سیم‌پیچ abc1 و جریان فاز a2 سیم‌پیچ abc2 (ث) مولفه‌های d و q ی شار روتور

کنترلی پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفت. در مد عملکردی استاندارد این موتور دو میدان گردان حاصل از دو سیم پیچ استاتور، به صورت همزمان گردش می کنند. اما در روش کنترلی مرسوم برای سرعت های پایین با فرکانس تحریک ثابت یکی از سیم پیچ ها، عملاً این دو میدان به صورت غیرهمزمان گردش می کنند و موتور از حالت مدکاری استاندارد خارج می شود. با به کارگیری ایده ی جبران شار روتور در سیستم کنترلی پیشنهادی درایو DSWIM، مشکل تخمین شار در سرعت های پایین برطرف شد و موتور در مد استاندارد از عملکرد مطلوبی در سرعت های پایین برخوردار بود. در این مقاله دو موضوع پیشنهادی زیر مورد نظر قرار گرفت:

۱- روشی برای جبران شار روتور در سیستم کنترلی درایو DSWIM ارائه شد که مشکل تخمین مناسب شار روتور در سرعت های پایین را برطرف کرد و مد کاری استاندارد موتور در سرعت های پایین را حفظ کرده و منجر به بهبود پاسخ زمانی و کاهش تلفات توان در واحد اینورتر شد (روش پیشنهادی ۱).

۲- در حالت معمول واحد اینورتر درایو DSWIM در مجموع دارای دوازده سوئیچ است. کاربرد اینورترهای پنج ستونه (ده سوئیچه) و سه ستونه (نه سوئیچه) در کنترل دو موتور القایی سه فاز مستقل قبلاً توسط محققین مورد بررسی قرار گرفته بود. در مقاله ی پیش رو، کاربرد این اینورترها با تلفیق روش پیشنهادی ۱، در درایو DSWIM مورد بررسی قرار گرفت. ویژگی مهم این اینورترها کاهش تعداد کلیدهای الکترونیک قدرت در محدوده ی مجاز عملیاتی است که علاوه بر هزینه، منجر به کاهش نسبی مجموع کل تلفات توان کلیدزنی و هدایتی واحد اینورتر نیز شدند. (روش پیشنهادی ۲ و ۳).

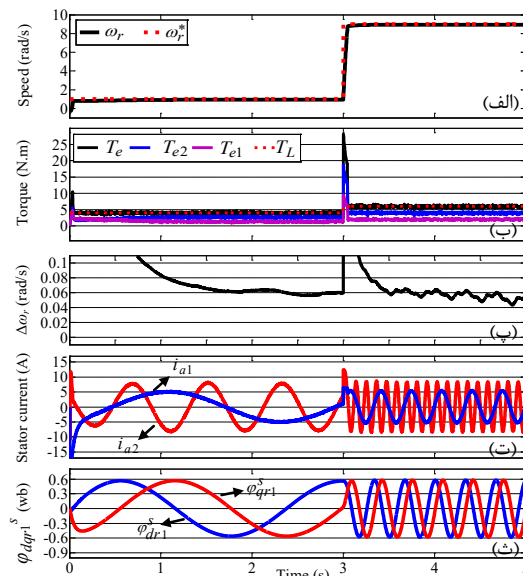
روش پیشنهادی ۱، ۲ و ۳ از تلفات توان واحد اینورتر بهتری نسبت به روش مرسوم برخوردار بودند. نتایج شبیه سازی مؤید بهبود عملکرد درایوهای پیشنهادی DSWIM در محدوده ی سرعت های پایین بودند.

### مراجع

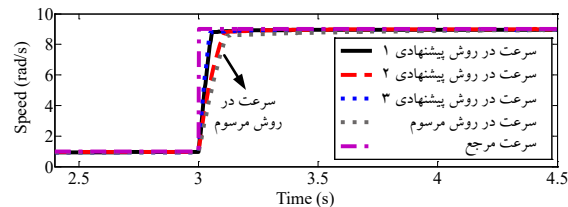
[1] Singh. G. K., 2002, "Multi-Phase Induction Machine Drive Research—A Survey", Electric Power Systems Research, vol. 61, no. 2, pp. 139–147.

[2] خسروجردی. م. ج. و رضایی. ح.، ۱۳۹۱، "یک رویکرد فعال جهت طراحی سیستم کنترل تحمل پذیر خطا مبتنی بر مدل برای موتورهای القایی سه فاز"، مجله کنترل، سال ۶، شماره ۲، صفحه ی ۱۵-۹.

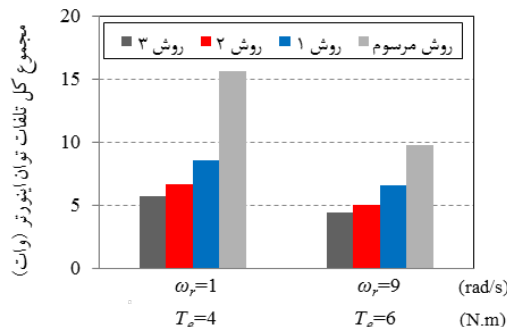
[3] Abdi. E., McMahon. R. A., Tatlow. M. R., and Tavner. P. J., 2013, "Design and Performance Analysis of a 6 MW Medium-Speed Brushless DFIG", In 2nd IET Renewable Power Generation Conference, pp. 1-4.



شکل ۱۶: نتایج شبیه سازی روش پیشنهادی ۳ در پاسخ به فرامین سرعت ۱ rad/s و ۹ rad/s و به ترتیب با گشتاورهای بار ۴ N.m و ۶ N.m. الف) پروفایل سرعت روتور، ب) پروفایل گشتاور، پ) پروفایل خطای سرعت، ت) جریان فاز a1 سیم پیچ abc1 و جریان فاز a2 سیم پیچ abc2 و مولفه های d و q شار روتور



شکل ۱۷: مقایسه ی روش های کنترلی پیشنهادی ۱، ۲، ۳ با روش مرسوم از نظر ردیابی سرعت



شکل ۱۸: مجموع کل تلفات توان کلیدزنی و هدایتی واحد اینورتر درایو DSWIM در روش های پیشنهادی ۱، ۲، ۳ و مرسوم برای فرامین سرعت ۱ rad/s و ۹ rad/s و به ترتیب با گشتاورهای بار ۴ N.m و ۶ N.m

### ۹- نتیجه گیری

در این مقاله، روشی مبتنی بر جبران شار روتور جهت کاهش تلفات توان واحد اینورتر در درایو موتور القایی قفس سنجایی با تحریک دو گانه و با تعداد قطب نابرابر (DSWIM)، در سرعت های پایین ارائه شد و کاربرد اینورترهای پنج ستونه (ده سوئیچه) و سه ستونه (نه سوئیچه) در سیستم

- [۱۶] مویدی راد. ح.، شمسی نژاد. م. ع. و فرشاد. م.، ۱۳۹۱، "بهبود عملکرد درایو کنترل سرعت موتور القایی در محدوده سرعت-های پایین و بالا با جبران ساز شار روتور"، مجله‌ی انجمن مهندسين برق و الکترونیک ایران، سال ۹، شماره ۲ صفحه‌ی ۶۴-۵۹.
- [17] Holmes. D. G., McGrath. B. P., and Parker. S. G., 2012, "Current Regulation Strategies for Vector-Controlled Induction Motor Drives", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, no.10, pp. 3680-3689.
- [18] Joshi. B. M., Chandorkar. M. C., 2014, "Vector Control of Two-motor Single-inverter Induction Machine Drives", Electric Power Components and Systems, vol. 42, no. 11, pp. 1158-1171.
- [19] D. B. Lawson and R. D. Lorenz, 1990, "A Simplified Approach to Continuous On-Line Tuning of Field Oriented Induction Motor Drives", IEEE Transactions On Industrial Applications, vol. 26, no. 3, pp. 420-424.
- [20] M. P. Kazmierkowski, 1991, "A Novel Vector Control Scheme for Transistor PWM Inverter-Fed Induction Motor Drive", IEEE Transactions On Industrial Applications, vol. 38, no.1, pp. 41-47.
- [21] Chang. L., Doraiswami. R., and Kojabadi. H. M., 2005, "A MRAS-Based Adaptive Pseudoreduced-Order Flux Observer for Sensorless Induction Motor Drives," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 20, no.4, pp. 930-176.
- [22] Dey. A., Chandra. D., Dwivedi. B., and Singh. B., 2009, "Vector Control of Three-Phase Induction Motor Using Artificial Intelligent Technique", ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, vol. 4, no. 4, pp. 57-67.
- [23] Dujic. D., Jones. M., Levi. E., Vukosavic. S. N., and Wright. P., 2008, "Five-Leg Inverter PWM Technique for Reduced Switch Count Two-Motor Constant Power Applications", IET Electric Power Applications, vol. 2, no.5, pp.275-287.
- [24] Nozawa. Y., Matsuse. K., Oka. K., 2006, "An Improved Method of Voltage Utility Factor for PWM Control of a Five-Leg Inverter in Two Induction Motor Drives", IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, vol. 1, no. 1, pp. 108-111.
- [25] Hew. W. P., Levi. E., Lim. C. S., Rahim. N. A., 2013, "Model Predictive Control of a Two-Motor Drive With Five-Leg-Inverter Supply", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 60, no. 1, pp. 54-65.
- [26] Feng. S. and Mei. Y., 2015, "An Optimized Modulation Method for a Five-Leg-Inverter for Dual Induction Motor Drives", IEEE 18th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia), pp. 1524-1529.
- [4] Roberts. P. C., 2005, "A Study of Brushless Doubly-Fed (Induction) Machines", PhD dissertation, University of Cambridge.
- [5] Lipo T. A. and Muñoz A. R., 2000, "Dual Stator Winding Induction Machine Drive", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 36, no. 5, pp. 1369-1379.
- [6] Guerrero. J. M. and Ojo. O., 2009, "Total Airgap Flux Minimization in Dual Stator Winding Induction Machines", IEEE Trans. Power Electron., vol. 24, no. 3, pp. 787-795.
- [7] Ichikawa. M., Koga. K., Sonoda T., and Ueda. R., 1992, "Stability Analysis in Induction Motor Driven by V/f Controlled General Purpose Inverter", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 82, no. 2, pp. 472-481.
- [8] Bojoi. R., Farina. F., Griva. G., and Profumo. F., 2005, "Direct Torque Control for Dual Three-phase Induction Motor Drives", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 41, no. 6, pp. 1627-1636.
- [9] Pienkowski. K., 2012, "Analysis and control of Dual Stator Winding Induction Motor", Archives of Electrical Engineering, vol. 61, no. 3, pp. 421-438.
- [10] Basak. S. and Chakraborty. C., 2015, "Dual Stator Winding Induction Machine: Problems, Progress and Future Scope", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 7, pp. 4641-4652.
- [11] Ojo. O., Sastry. J., and Wu. Z., 2007, "High-Performance Control of a Dual Stator Winding DCPower Induction Generator", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 43, no. 2, pp. 582-592.
- [12] Ojo. O. and Wu. Z. 2007, "Speed control of a dual stator winding induction machine", In Proc. IEEE APEC, pp. 229-235.
- [13] Fredj. M. B., Khelifi. M. L., Rehaoulia. H., and Slimene. M. B., 2013, "Indirect Field-Oriented Control for Dual Stator Induction Motor Drive", Systems, Signals & Devices (SSD), 10th International Multi-Conference on.
- [۱۴] مویدی راد. ح.، فرشاد. م. و شمسی نژاد. م. ع.، ۱۳۹۰، "ارائه شیوه-ای جدید برای کنترل عصبی سرعت موتور القایی: مقاوم در قبال تغییرات مقاومت‌های استاتور و روتور و مناسب برای هر دو محدوده‌ی سرعت‌های خیلی کم و زیاد"، مجله‌ی مهندسی برق و کامپیوتر ایران، سال ۹، شماره ۲، صفحه‌ی ۱۱۳-۱۰۷.
- [۱۵] مویدی راد. ح.، فرشاد. م. و شمسی نژاد. م. ع.، ۱۳۹۰، "بهبود پروفایل سرعت در درایو کنترل سرعت موتور القایی با استفاده از ایده‌ای جدید در تولید پالس‌های کلیدزنی مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی"، مجله‌ی سیستم‌های هوشمند در مهندسی برق، دانشگاه اصفهان، سال ۲، شماره ۴، صفحه‌ی ۴۶-۳۵.

[39] Ceballos. S., Jaen. C., Osorno. D., Pou. J., and Zaragoza. J., 2011, "Power Losses Calculation Methodology to Evaluate Inverter Efficiency in Electrical Vehicles", 7th International Conference-Workshop Compatibility and Power Electronics (CPE), pp. 404-408.

### پیوست

#### الف- مشخصات DSWIM

جدول ۱: مشخصات DSWIM [۶].

توان نامی	۳hp	نسبت قطب‌ها	۴ / ۱۲
$R_{s1}$	$۲/۵۶ \Omega$	$R_{s2}$	$۲/۰۲ \Omega$
$L_{ls1}$	$۰/۰۰۲۵ H$	$L_{ls2}$	$۰/۰۰۴ H$
$R_{r1}$	$۰/۴۶ \Omega$	$R_{r2}$	$۰/۴۲ \Omega$
$L_{lr1}$	$۰/۰۰۴۴ H$	$L_{lr2}$	$۰/۰۰۲۸ H$
$L_{m1}$	$۰/۱۰۸ H$	$L_{m2}$	$۰/۰۳۱ H$
$K_1$	$۰/۳۳۳$	$K_2$	$۰/۶$

[27] Dangeam. S. and V. Kinnares, 2014, "Five-Leg Voltage Source Inverter for Driving Two Single-Phase Induction Motors", Electrical Machines and Systems (ICEMS), 17th International Conference on, pp. 156 – 161.

[28] Liu. C., Wu. B., Wang. J., Xu. D., and Zargari. N. R., 2009, "A Novel Three-Phase Three-Leg AC/AC Converter Using Nine IGBTs", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 24, no. 5, pp. 1151–1160.

[29] Blaabjerg. F., Loh. P. C., and Qin. Z., 2015, "Application Criteria for Nine-Switch Power Conversion Systems with Improved Thermal Performance", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 30, no. 8, pp. 4608–4620.

[30] Matsuse. K., and Oka. K., 2007, "A Nine-switch Inverter for Driving Two AC Motors Independently", IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, vol. 2, no. 1, pp. 94–96.

[31] Azizi. M., Beiranvand. R., and Mohamadian. M., 2016, "A New Family of Multi-Input Converters Based on Three Switches Leg", IEEE Transactions On Industrial Applications, vol. 63, no.11, pp. 6812 – 6822.

[32] Ojo. O. and Wu. Z., 2008, "Modeling of a Dual-Stator-Winding Induction Machine Including the Effect of Main Flux Linkage Magnetic Saturation", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 44, no. 4, pp. 1099–1107.

[33] Hu. J. and Wu. B., 1998, "New Integration Algorithms for Estimating Motor Flux over a Wide Speed Range", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 13, no. 5, pp. 969–976.

[34] Bose. Bimal. K., Modern Power Electronics and AC Drives, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002.

[35] Martin. J. P., Pierfederici. S., F. Meibody-Tabar, and Shamsi-Nejad. M. A., 2007, "Study of an Hybrid Current Controller Suitable for DC–DC or DC–AC Applications", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 22, no.6, pp. 2176 – 2186.

[۳۶] ابجدی. ر.، جلال. س. م.، سلطانی. ج. وفاطمی. ر.، ۱۳۹۲، "کنترل مستقیم گشتاور و شار یک موتور شش فاز القایی نامتقارن، تغذیه شده با اینورترهای سه سطحی SVPWM با بکارگیری طبقه‌بندی عصبی"، مجله‌ی کنترل، صفحه‌ی ۱۵–۹، سال ۷، شماره ۳.

[37] Lipo. Thomas. A. and Novotny. D. W., "Vector Control and Dynamics of AC Drives", Oxford University Press, 1997.

[38] Khanniche. M. S., Igic. P., Towers. S. M., Mawby. P. A., and Zhou. Z., 2005, "Power Loss Calculation and Thermal Modelling for a Three Phase Inverter Drive System", Journal Electrical Systems, vol. 1, no.4, pp. 33-46.



# ردیابی توان بیشینه سیستم‌های فتوولتائیک با استفاده از الگوریتم رسانیابی افزایشی اصلاح‌شده و کنترل کننده پیش‌بین

احمد دهقان‌زاده<sup>۱</sup>، غلامرضا فراهانی<sup>۲</sup>، محسن مابودی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه فناوری‌های مخابراتی و فضایی، سازمان پژوهش‌های علمی و صنعتی ایران، a.dehghanzadeh@irost.ir

<sup>۲</sup> استادیار، پژوهشکده مهندسی برق، گروه فناوری‌های مخابراتی و فضایی، سازمان پژوهش‌های علمی و صنعتی ایران، farahani.gh@irost.ir

<sup>۳</sup> مدیریت پایش وضعیت، معاونت پژوهش و فناوری، شرکت مهندسی و ساخت برق و کنترل مپنا (مکو)، maboodi.mohsen@mapnaec.com

دریافت: ۱۳۹۶/۶/۱۵ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۱۰/۱۷ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۱/۲۳

**چکیده:** در این مقاله روش طراحی الگوریتم رسانیابی افزایشی اصلاح‌شده به همراه کنترل کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل به منظور ردیابی توان بیشینه سیستم فتوولتائیک (PV) تشریح شده است. سیستم PV مورد بررسی، انرژی خورشیدی را از ماژول PV با استفاده از مبدل توان کاهنده DC-DC به یک لینک DC و متعاقباً به سیستم ذخیره انرژی منتقل می‌نماید. الگوریتم رسانیابی افزایشی با دو اصلاح به منظور ردیابی نقطه توان بیشینه بر روی منحنی P-V ماژول خورشیدی نسبت به تغییرات شرایط محیطی در نظر گرفته شده است. برای اجتناب از یک سیگنال کنترلی با مجموعه متناهی، مدل میانگین سیستم PV محاسبه و حول نقطه توان بیشینه خطی‌سازی می‌گردد. با طراحی کنترل کننده پیش‌بین، مزیت‌های آن نسبت به روش طراحی کنترل پیش‌بین با مدل کلیدزنی مقایسه شده است. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که کنترل کننده پیشنهادی این مقاله تغییرات توان بیشینه نسبت به تغییرات تابش خورشید را با سرعت بیشتر و خطای حالت ماندگار کمتری ردیابی می‌کند.

**کلمات کلیدی:** سیستم PV، کنترل کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل، کنترل کننده پیش‌بین با مجموعه ورودی متناهی، رسانیابی افزایشی.

## Maximum Power Point Tracking of a Photovoltaic System Using Modified Incremental Algorithm and Model Predictive Control

Ahmad Dehghanzadeh, Gholamreza Farahani, Mohsen Maboodi

**Abstract:** In this paper a systematic methodology to design a modified incremental conductance and a model predictive control (MPC) for maximum power point tracking of a photovoltaic system is presented. The PV system includes a PV module that supplies a DC link and also an energy storage system using a buck DC-DC converter. The incremental conductance (INC) method with two modifications is employed for maximum power point tracking (MPPT) within P-V characteristic curve according to changes in weather condition. To avoid a finite set control signal, the average model of the PV system is analytically calculated and subsequently the model is linearized around MPP. Designing an MPC with continuous control set, its performance respect to finite control set MPC is compared. The simulations demonstrate that the proposed controller with augmented integrator could track the MPP faster and with less steady state error.

**Keywords:** PV system, model predictive control (MPC), finite control set MPC (FCS-MPC), Incremental conductance.

## ۱- مقدمه

علی‌رغم کاهش قیمت سوخت‌های فسیلی و قیمت تمام شده برق نیروگاه‌های با سوخت‌های فسیلی، طراحی، توسعه و ساخت نیروگاه‌های با انرژی تجدیدپذیر ضروری می‌باشد. سیستم‌های فتوولتائیک (PV) یکی از انرژی‌های نویدبخش در راستای تلاش جهانی برای رفع نگرانی‌های بین‌المللی در حوزه انرژی پاک، تغییرات اقلیمی و همچنین توسعه پایدار می‌باشد. براساس نقشه راه انرژی فتوولتائیک، با وجود آنکه قیمت برق فتوولتائیک در حال حاضر بیش از سایر منابع است، ولی به لحاظ حذف مخارج انتقال و توزیع، در سال ۲۰۲۰ قیمت آن با قیمت برق پیک و در چشم‌انداز ۲۰۴۰ با قیمت برق پایه برابر خواهد شد [۱، ۲]. براساس گزارش‌های انجمن انرژی‌های تجدیدپذیر اروپا (EREC)، در انتهای قرن بیست‌ویکم، فتوولتائیک و نیروگاه‌های گرمایی-خورشیدی عمده‌ترین تولیدکنندگان انرژی الکتریکی خواهند بود.

گرایش فزاینده صنعت برق به استفاده از سیستم‌های PV منجر به پژوهش‌های گسترده‌ای در این حوزه گردیده است. هدف مشترک همه این تلاش‌ها، افزایش هرچند بسیار کوچک در میزان بازده سیستم‌های PV است. بازده این سیستم‌ها به مواد مورد استفاده در ساخت سلول‌های PV، فرایند ساخت، توانایی در ردیابی خورشید، الگوریتم ردیابی توان بیشینه و نوع مبدل توان استفاده شده به منظور تغذیه بار در حالت مستقل از شبکه یا متصل به شبکه بستگی دارد. در این مقاله، بنا داریم که با طراحی کنترل‌کننده پیشرفته جهت ردیابی توان بیشینه سلول‌های PV، با افزایش توان دریافتی، بازده سیستم PV را افزایش دهیم. شایان ذکر است که کنترل‌کننده PI به دلیل سادگی طراحی و عملکرد نسبتاً قابل قبول، در سیستم‌های PV نیز همانند صنایع دیگر به کار گرفته شده است [۳، ۴]؛ اما با تکامل تراشه‌های الکترونیکی جهت پردازش سیگنال‌های دیجیتال امکان بکارگیری الگوریتم‌های پیچیده کنترلی به منظور بهبود شاخص‌های عملکردی در طراحی سیستم‌های PV فراهم شده است. تا کنون کنترل‌کننده‌های فازی [۵، ۶]، شبکه‌های عصبی [۷]، الگوریتم ژنتیک [۸] و ... در این سیستم‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. با توجه به وجود مدل نسبتاً دقیق، نوع دیگر از کنترل‌کننده‌های پیشرفته که در دهه اخیر در سیستم‌های الکترونیک- قدرت نظر پژوهشگران را جلب نموده است، کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل (MPC) است. در طراحی MPC می‌توان غیرخطی-گری‌های ذاتی و همچنین اشباع عملکردی محرک‌ها را در سیستم‌های الکترونیک- قدرت در نظر گرفت. علاوه بر این، تحقق MPC در فضای ماتریس حالت این امکان را فراهم می‌کند تا این کنترل‌کننده به سادگی قابل تعمیم به سیستم‌های چندمتغیره باشد. اساساً، MPC یک مسئله بهینه‌سازی را در پنجره زمانی متحرک به منظور یافتن ورودی‌های بعدی در راستای قرار گرفتن سیستم در حالت بهینه، حل می‌کند [۹]. در حقیقت، در هر زمان نمونه‌برداری، MPC مدل سیستم را در نقطه کار فعلی ساخته، متغیرهای حالت را در زمان‌های بعدی محاسبه و با در نظر گرفتن آن‌ها دینامیک فعلی سیستم را جهت رسیدن به حالت مطلوب در آینده‌ای

نزدیک بهینه می‌کند. تکرار این فرایند در هر زمان نمونه‌برداری موجب به‌روزرسانی مدل در هر لحظه و کاهش خطای مدل‌سازی به ویژه در سیستم‌های غیرخطی می‌گردد [۱۰].

از طرف دیگر، کلیدزنی ذاتی در مبدل‌های توان، منجر به توسعه حالت خاصی از کنترل‌کننده‌های پیش‌بین در زمینه الکترونیک- قدرت گردید که تابع هزینه را در همه حالت‌های کلیدزنی محاسبه و با انتخاب حالت کلیدزنی متناظر با کمترین مقدار تابع هزینه، یک الگوریتم ساده بهینه‌سازی را در هر زمان نمونه‌برداری حل می‌کند. این کنترل‌کننده‌ها که کنترل‌کننده پیش‌بین با مجموعه ورودی متناهی (FCS-MPC) نامیده می‌شود در بسیاری از کاربردهای مبدل‌های توان [۱۱-۱۳] به‌ویژه در سیستم‌های PV [۱۴-۱۷] استفاده شده‌اند. اگرچه مقاله‌های متعددی کنترل‌کننده FCS-MPC را بررسی کرده‌اند اما هنوز هم چالش‌هایی مشاهده می‌گردد؛ حجم محاسبات در حالت افق پیش‌بینی طولانی و همچنین در کاربردهای مبدل‌های توان چندسطحی به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد [۱۸]. کنترل‌کننده FCS-MPC با فرکانس کلیدزنی متغیر کار می‌کند که منجر به ایجاد هارمونیک‌های گسترده برای شکل موج‌ها می‌گردد؛ بنابراین، طراحی فیلتر در سیستم‌هایی که از FCS-MPC استفاده می‌کنند با یک محدودیت اساسی مواجه می‌شوند [۱۹، ۲۰]. در مقابل، CCS-MPC به دلیل استفاده از یک مدولاتور، با فرکانس ثابت کلیدزنی کار می‌کند. می‌توان FCS-MPC را حالت گسسته و خاصی از کنترل‌کننده‌های پیش‌بین با ورودی پیوسته (CCS-MPC) فرض کرد که در آن از یک متغیر پیوسته برای اهداف کنترلی استفاده می‌گردد. در حقیقت، انتخاب یک متغیر پیوسته به عنوان متغیر قابل دستکاری از نظر کنترلی مطلوب است. در این پژوهش قصد داریم کنترل‌کننده CCS-MPC را با در نظر گرفتن متغیر دوره کاری به عنوان متغیر قابل دستکاری طراحی کنیم؛ در حالی که FCS-MPC ناگزیر است ورودی کنترلی را از بین چند حالت خاص کلیدزنی انتخاب می‌نماید.

در ادامه مقاله ابتدا سیستم PV مورد استفاده در این پژوهش معرفی و مدل‌سازی می‌شود. الگوریتم رسانیابی افزایشی نیز با اصلاحاتی برای ردیابی توان بیشینه ماژول خورشیدی در بخش دوم ارائه می‌گردد. فرایند طراحی کنترل‌کننده CCS-MPC در بخش سوم به تفصیل بیان می‌شود. در بخش چهارم با شبیه‌سازی هر دو روش کنترلی، ویژگی‌های آن‌ها در حالت گذرا و ماندگار مقایسه و ملاحظات مربوط به هر دو روش کنترلی تشریح می‌گردد. نتیجه‌گیری پژوهش نیز در بخش آخر ارائه می‌شود.

## ۲- تحلیل سیستم PV

## ۲-۱ مدل‌سازی

سیستم PV مورد استفاده در این مقاله در شکل ۱ نشان داده شده است که توان از طریق یک مبدل کاهنده به سیستم ذخیره‌کننده انرژی منتقل می‌گردد. جهت بهره‌برداری از منابع PV در حالت بیشینه توان، استفاده از مبدل‌های توان الزامی است که با توجه به کاربرد مورد نظر می‌توان از مبدل‌های افزایشنده و یا کاهنده-افزاینده استفاده نمود. خروجی سیستم

همچنین  $d$  به عنوان دوره کاری از میانگین‌گیری از متغیر  $u$  در پنجره زمانی متحرک  $T$  حاصل می‌گردد.

$$\begin{cases} \frac{dv_s(t)}{dt} = \frac{1}{C_s}(i_s(t) - d(t) i_L(t)) \\ \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L}(-ri_L(t) + d(t) v_s(t) - V_{dc}) \end{cases} \quad (6)$$

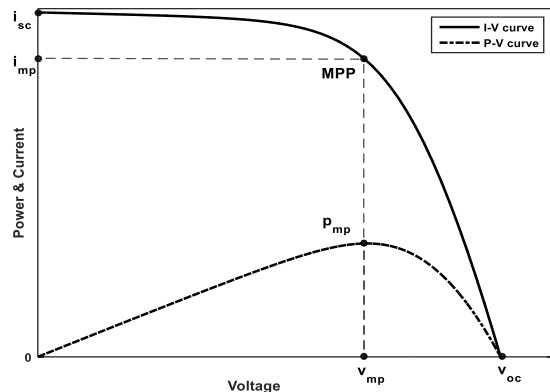
معادله (۶) مدل دقیقی از سیستم فتوولتائیک شکل ۱ نمی‌باشد؛ با این حال برای بررسی رفتار این سیستم در فرکانس‌های پایین کفایت می‌کند؛ در عمل، مولفه‌های فرکانس بالای ناشی از عمل کلیدزنی نامطلوب می‌باشند و اثر آن‌ها با طراحی فیلترهای مناسب حداقل می‌گردد [۲۲].

### ۲-۲ ردیابی توان بیشینه

تغییرات دما و تابش، مختصات توان بیشینه را در منحنی جریان-ولتاژ ماژول‌های PV در محدوده وسیعی جابجا می‌کند. با به کارگیری مبدل توان و استفاده از ردیاب توان بیشینه (MPPT)، می‌توان بیشترین انرژی را به صورت بلادرنگ ذخیره نمود. روش‌های متعددی برای ردیابی توان بیشینه در منابع گزارش شده است [۲۳]؛ در این مقاله از روش رسانایی افزایشی (INC) با تغییراتی که در ادامه ذکر می‌گردد، استفاده شده است. توان لحظه‌ای حاصل ماژول فتوولتائیک به صورت معادله (۷) می‌باشد:

$$p_s(t) = v_s(t) i_s(t) \quad (7)$$

تغییرات توان نسبت به ولتاژ خروجی با معادله (۸) بیان می‌گردد که در آن  $g$  و  $dg$ ، رسانایی و رسانایی دیفرانسیلی می‌باشند:

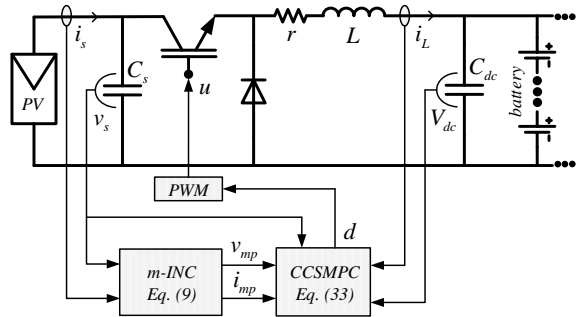


شکل ۲: مشخصه I-V و P-V ماژول‌های PV.

$$\begin{aligned} \frac{dp_s(t)}{dv_s(t)} &= v_s(t) \left( \frac{i_s(t)}{v_s(t)} + \frac{di_s(t)}{dv_s(t)} \right) \\ &= v_s(t) (g(t) + dg(t)) \end{aligned} \quad (8)$$

شکل ۲، به طور کلی منحنی I-V و P-V مربوط به ماژول‌های PV را نشان می‌دهد. نقاط جریان اتصال کوتاه ( $i_{sc}$ )، ولتاژ مدار باز ( $v_{oc}$ )، توان بیشینه (MPP)، ولتاژ در حالت توان بیشینه ( $v_{mp}$ ) و جریان در حالت توان بیشینه ( $i_{mp}$ ) در شکل ۲ مشخص گردیده‌اند. پرواضح است که شیب نمودار P-V به طور مستقیم محل نقطه کار ماژول PV را نسبت به MPP

شکل ۱ با استفاده از باتری ثابت نگه داشته شده است؛ شایان ذکر است که برای تغذیه شبکه DC می‌توان از یک کنترل کننده مستقل دیگر برای تنظیم ولتاژ استفاده نمود. همچنین، برای سیستم‌های PV متصل به شبکه AC، در ادامه لینک DC می‌توان از یک اینورتر DC-AC با حلقه کنترلی مستقل برای تنظیم دامنه و فرکانس در خروجی AC استفاده کرد که از حوزه کاری این مقاله خارج است.



شکل ۱: طرح کلی سیستم PV با کنترل کننده پیشنهادی برای ردیابی توان بیشینه.

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌گردد، ولتاژ و جریان ماژول PV با نماد  $v_s$  و  $i_s$  نشان داده شده است. جریان عبوری از سلف و همچنین ولتاژ لینک DC نیز با  $i_L$  و  $V_{dc}$  مشخص گردیده‌اند. مبدل توان با سیگنال  $u$  که از خروجی بلوک PWM تولید می‌شود، فعال می‌گردد. سیگنال  $u$  با دوره تناوب  $T$  و دوره کاری  $d$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < dT \\ 0 & dT \leq t \leq T \end{cases} \quad u(t-T) = u(t) \forall t \quad (9)$$

با اعمال قانون کیرشهف در دو حالت کلیدزنی  $u = 1$  و  $u = 0$ ، معادلات حالت سیستم شکل ۱ به صورت فشرده معادله (۱۰) ارائه می‌گردد؛ این معادله با قابلیت مدل کردن طبیعت کلیدزنی مبدل توان، مدل کلیدزنی یا مدل دقیق نامیده می‌شود:

$$\begin{cases} -i_s(t) + C_s \frac{dv_s(t)}{dt} + u(t) i_L(t) = 0 \\ -u(t) v_s(t) + r i_L(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + V_{dc} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

در مهندسی کنترل، مطلوب است که سیگنال کنترلی یک متغیر پیوسته باشد [۲۱]؛ بنابراین با استفاده از معادلات (۱۰) تا (۱۱)، مدل میانگین سیستم شکل ۱ به صورت معادله (۱۱) بدست می‌آید.

$$\langle x(t)_0 \rangle(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau \quad (11)$$

$$\left\langle \frac{dx(t)}{dt} \right\rangle_0(t) = \frac{d}{dt} \langle x(t) \rangle_0(t) \quad (12)$$

$$\langle x(t) u(t) \rangle_0(t) \approx \langle x(t) \rangle_0(t) \langle u(t) \rangle_0(t) \quad (13)$$

شایان ذکر است که نماد  $\langle x \rangle_0$  اعمال عمل میانگین‌گیری بر روی متغیر  $x$  را نشان می‌دهد. در ادامه، برای سادگی در نمایش معادلات ریاضی، از همان متغیر  $x$  به جای متغیر  $\langle x \rangle_0$  در معادله (۱۱) استفاده می‌شود.

$$i_{Lmp}(t) = \frac{i_{mp}(t)}{d_{mp}(t)} \quad (11)$$

با آگاهی از مقادیر نامی حالت‌ها و ورودی در نقطه کار MPP، مدل غیرخطی (۶) با استفاده از بسط سری تیلور خطی‌سازی می‌شود [۲۴]. همانطور که معادله (۱۲) نشان می‌دهد،  $x = [v_s \quad i_L]^T$  حالت‌های مدل سیگنال کوچک می‌باشند. شایان ذکر است که متغیرهای موجود در معادله (۱۲) تغییرات  $v_s$ ،  $i_L$  و  $d$  پیرامون نقطه کار می‌باشند که به منظور سادگی نمایش نمادهای ریاضی از همان نمادهای قبلی استفاده شده است.

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_c(t)x(t) + B_c(t)d(t) \\ y(t) = C_c(t)x(t) \end{cases} \quad (12)$$

همچنین:

$$\begin{cases} A_c = \begin{bmatrix} \frac{dg_{mp}(t)}{C_s} & -\frac{d_{mp}(t)}{C_s} \\ \frac{d_{mp}(t)}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} -\frac{i_{Lmp}(t)}{C_s} \\ \frac{v_{mp}(t)}{L} \end{bmatrix} \\ C_c = [1 \quad 0] \end{cases} \quad (13)$$

با توجه به اینکه معادله (۸) در MPP صفر می‌باشد، مقدار  $dg_{mp}$  در

معادله (۱۳) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$dg_{mp}(t) = \left. \frac{di_s(t)}{dv_s(t)} \right|_{mp} = -\frac{i_{mp}(t)}{v_{mp}(t)} \quad (14)$$

مدل سیگنال کوچک در فضای گسسته نیز به صورت زیر محاسبه

می‌گردد:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d d(k) \\ y(k) = C_d x(k) \end{cases} \quad (15)$$

که ماتریس‌های حالت، ورودی و خروجی در فضای گسسته در معادله (۱۶) نمایش داده شده است. این ماتریس‌ها به طور ذاتی متغیر با زمان می‌باشند ولی در مدت زمان نمونه‌برداری ثابت فرض شده‌اند.

$$\begin{cases} A_d = \exp(A_c T_s), B_d = \int_0^{T_s} \exp(A_c \tau) B_c d\tau \\ C_d = C_c \end{cases} \quad (16)$$

### ۲-۳ پیش‌بینی

در این بخش، مقادیر پیش‌بینی شده حالت‌ها و خروجی سیستم PV بر اساس مدل گسسته سیگنال کوچک بدست می‌آید. برای از بین بردن خطای حالت ماندگار، بردار حالت جدید معادله (۱۷) تعریف می‌گردد که با افزودن انتگرال‌گیر به کنترل کننده پیش‌بینی موجب بهبود در عملکرد حالت ماندگار می‌گردد [۱۰].

$$x_a(k) = [\Delta x(k) \quad y(k)]^T \quad (17)$$

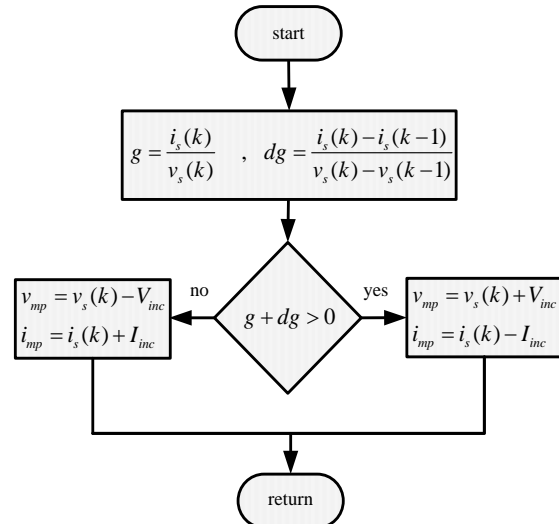
$$\Delta x(k) = x(k) - x(k-1) \quad (18)$$

بدین ترتیب مدل افزونه سیستم PV به صورت زیر می‌باشد:

تعیین می‌نماید؛ درحقیقت، اگر شیب نمودار مثبت باشد، نقطه کار در سمت چپ MPP و اگر شیب نمودار منفی باشد، نقطه کار در سمت راست MPP واقع می‌شود. بدین ترتیب، با اندازه‌گیری  $v_s$  و  $i_s$  متغیرهای  $g$  و  $dg$  محاسبه که در نهایت MPP با معادله (۹) بدست می‌آید:

$$\begin{cases} v_{mp}(t) = v_s(t) + V_{inc} \text{sign}(g(t) + dg(t)) \\ i_{mp}(t) = i_s(t) - I_{inc} \text{sign}(g(t) + dg(t)) \end{cases} \quad (9)$$

در این پژوهش، دو تغییر در روش INC ایجاد شده است. اول اینکه به منظور تطبیق با کنترل کننده CCS-MPC که در بخش بعد طراحی خواهد شد، علاوه بر ولتاژ، متغیر جریان نیز در MPP تعیین گردیده است. ثانیاً، با استفاده از  $V_{inc}$  و  $I_{inc}$  تحریکی بر متغیرهای لحظه‌ای  $v_s$  و  $i_s$  ایجاد شده است؛ در مقایسه با ویرایش قبلی که تغییرات بر نمونه قبلی  $v_{mp}$  و  $i_{mp}$  اعمال می‌شد، عملکرد این روش در پیدا کردن جهت حرکت درست به سمت MPP با گام‌های بلندتر فراهم می‌گردد که این موضوع در موارد تغییر شدید تابش موثر می‌باشد. روند الگوریتم m-INC در شکل ۳ نشان داده شده است که در آن  $k-1$  و  $k$  به ترتیب نمونه‌های قبلی و فعلی متغیرهای اندازه‌گیری شده می‌باشند.



شکل ۳: روندنمای الگوریتم m-INC به منظور تعیین MPP.

## ۳- طراحی کنترل کننده CCS-MPC

### ۳-۱ مدل سیگنال کوچک

از آنجایی که مدل میانگین معادله (۶) یک سیستم غیرخطی است، ابتدا سعی می‌کنیم که مدل سیگنال کوچک این سیستم را پیرامون نقطه کار مطلوب بدست آوریم. با توجه به تعیین MPP در بخش قبل، با برابر صفر قرار دادن تغییرات حالت‌ها در مدل (۶)، نقطه کار سیستم با فرض قرار گرفتن ماژول PV در نقطه توان بیشینه بدست می‌آید:

$$d_{mp}(t) = \frac{V_{dc} + \sqrt{V_{dc}^2 + 4r v_{mp}(t) i_{mp}(t)}}{2 v_{mp}(t)} \quad (10)$$

$$R_s = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T v_{mp} \quad (28)$$

هدف کنترل کننده MPC کمینه نمودن خطای بین مقادیر خروجی و سیگنال مرجع در طول افق پیش‌بینی می‌باشد. علاوه بر این مقدار  $\Delta D$  نیز در فرایند بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین تابع هزینه کنترل کننده MPC به طور کلی به صورت معادله (۲۹) بیان می‌گردد:

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta D^T R_w \Delta D \quad (29)$$

که در آن  $R_w$  ضریب وزنی مربوط به اندازه تغییرات سیگنال کنترلی می‌باشد که با یک ماتریس قطری در نظر گرفته می‌شود:

$$R_w = r_w I_{N_c \times N_c} \quad (30)$$

مقدار توجهی که به اندازه  $\Delta D$  پرداخته می‌شود با اندازه  $r_w$  تعیین می‌گردد؛ در حقیقت با  $r_w = 0$ ، اهمیتی به اندازه  $\Delta D$  در تابع هزینه داده نمی‌شود و تنها هدف کنترلی کمینه‌سازی خطای  $(R_s - Y)^T (R_s - Y)$  خواهد بود. برای تابع هزینه این پژوهش، مقدار یکسان  $r_w = 0.001$  در طول افق کنترل در نظر گرفته شده است. با استفاده از معادله (۲۵)، تابع هزینه به صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشد:

$$J = (R_s - Fx_a(k))^T (R_s - Fx_a(k)) - 2\Delta D^T \Phi^T (R_s - Fx_a(k)) + \Delta D^T (\Phi^T \Phi + R_w) \Delta D \quad (31)$$

مقدار کمینه تابع هزینه  $J$  به سادگی با استفاده از مشتق‌گیری نسبت به  $\Delta D$  بدست می‌آید:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta D} = -2\Phi^T (R_s - Fx_a(k)) + 2(\Phi^T \Phi + R_w) \Delta D \quad (32)$$

در نهایت مقدار بهینه تغییرات دوره کاری به صورت معادله (۳۳) معرفی می‌شود:

$$\Delta D = (\Phi^T \Phi + R_w)^{-1} \Phi^T (R_s - Fx_a(k)) \quad (33)$$

متقابلاً دنباله مربوط به سیگنال کنترلی در طول افق کنترل تولید می‌گردد که درایه اول برای دوره کاری اجرا می‌گردد.

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

به منظور ارزیابی روش کنترلی CCS-MPC، مدل الکتریکی شکل ۱ با استفاده از جعبه‌ابزار SimPowerSystems در نرم‌افزار MATLAB شبیه‌سازی می‌گردد. مقدار عناصر موجود در مدار برای مطالعات شبیه‌سازی در جدول ۱ مشخص گردیده‌اند. از معادله (۳۴) برای شبیه‌سازی ماژول PV استفاده شده است. این مدل الکتریکی که از دودیود به همراه مقاومت‌های سری و موازی تشکیل شده است در [۲۵، ۲۶] به تفصیل به آن پرداخته و پارامترهای آن تعریف شده است. بر اساس مدل ریاضی مذکور، مقدار دقیق ولتاژ و جریان در محل MPP به صورت تحلیلی محاسبه می‌گردد تا به کمک آن بتوان دقت کنترل کننده CCS-MPC جهت اجرای فرامین m-INC MPPT را صحت‌گذاری نمود.

$$\begin{cases} x_a(k+1) = A_a x_a(k) + B_a \Delta d(k) \\ y(k) = C_a x_a(k) \end{cases} \quad (19)$$

که در آن:

$$\Delta d(k) = d(k) - d(k-1) \quad (20)$$

و

$$\begin{cases} A_a = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ C_d A_d & 1 \end{bmatrix}, B_a = \begin{bmatrix} B_d \\ C_d B_d \end{bmatrix} \\ C_a = [0 \ 0 \ 1] \end{cases} \quad (21)$$

با استفاده از معادله (۱۹)، نمونه‌های آینده خروجی و حالت‌های سیستم افزونه با استفاده از معادلات (۲۲) و (۲۳) بدست می‌آیند. قابل ذکر است که  $N_p$  افق پیش‌بینی می‌باشد که تعداد نمونه‌های حالت‌های سیستم که در فرایند بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند را تعیین می‌کنند. همچنین  $N_c$  متغیر افق کنترل می‌باشد که کنترل کننده پیش‌بین سیگنال کنترلی را در طول آن تولید می‌نماید.

$$\begin{cases} x_a(k+2) = A_a^2 x_a(k) + A_a B_a \Delta d(k) + B_a \Delta d(k+1) \\ \vdots \\ x_a(k+N_p) = A_a^{N_p} x_a(k) + A_a^{N_p-1} B_a \Delta d(k) + A_a^{N_p-2} B_a \Delta d(k+1) + \dots + A_a^{N_p-N_c} B_a \Delta d(k+N_c-1) \end{cases} \quad (22)$$

$$y(k+N_p) = C_a x_a(k+N_p) \quad (23)$$

با تعریف بردارهای معادله (۲۴)، تمامی متغیرهای حالت و خروجی نمونه‌های آتی در افق پیش‌بینی به صورت فشرده (۲۵) ارائه می‌گردد:

$$\begin{cases} Y = [y(k+1) \ y(k+2) \ \dots \ y(k+N_p)]^T \\ \Delta D = [\Delta d(k) \ \Delta d(k+1) \ \dots \ \Delta d(k+N_c-1)]^T \end{cases} \quad (24)$$

$$Y = Fx_a(k) + \Phi \Delta D \quad (25)$$

که در آن:

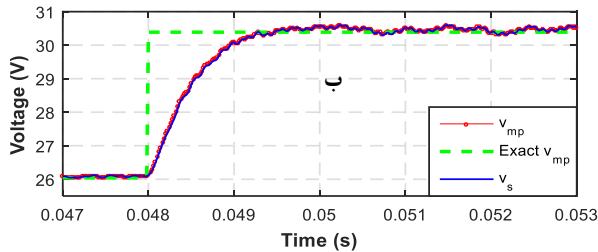
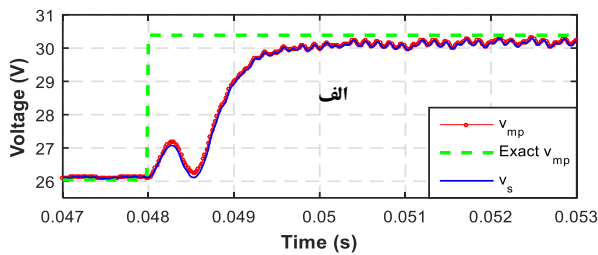
$$F = [C_a A_a \quad C_a A_a^2 \quad \dots \quad C_a A_a^{N_p}]^T \quad (26)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} C_a B_a & 0 & \dots & 0 \\ C_a A_a B_a & C_a B_a & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ C_a A_a^{N_p-1} B_a & C_a A_a^{N_p-2} B_a & \dots & C_a A_a^{N_p-N_c} B_a \end{bmatrix} \quad (27)$$

#### ۳-۳ بهینه‌سازی

برای کنترل خروجی ماژول PV در MPP، ورودی مرجع کنترل کننده پیش‌بین در طول افق پیش‌بینی به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

است که فیلترهای یکسانی جهت پالایش مولفه‌های فرکانس‌های بالا در سیگنال‌های ولتاژ و جریان برای هر دو کنترل‌کننده استفاده شده است. برای مقایسه دو کنترل‌کننده، عملکرد حالت گذرا و ماندگار بررسی می‌گردند:



شکل ۴: ولتاژ خروجی ماژول PV در حالت تغییر ناگهانی در شدت تابش: الف) CCS-MPC، ب) FCS-MPC

به دلیل اینکه کنترل‌کننده CCS-MPC با استفاده از مدولاتور PWM در فرکانس ثابتی کار می‌کند و در مقابل کنترل‌کننده FCS-MPC فرکانس کلیدزنی متغیر کار می‌کند، مقایسه درست بین FCS-MPC و CCS-MPC کار ساده‌ای نیست. به منظور فراهم کردن شرایط برابر در مقایسه فرکانس کار دو کنترل‌کننده باید در نظر گرفته شود. بر اساس گزارش منابع، فرکانس کنترلی موثر در کنترل‌کننده‌های FCS-MPC چندین برابر کمتر از فرکانس نمونه‌برداری بدست آمده است [۹، ۲۷، ۲۸]. در این پژوهش فرکانس نمونه‌برداری  $50 \text{ kHz}$  می‌باشد که فرکانس موثر  $5 \text{ kHz}$  در سیگنال ولتاژ مربوط به روش FCS-MPC در شکل ۴ مشاهده شده است. بنابراین فرکانس مشابه  $5 \text{ kHz}$  برای کلیدزنی PWM انتخاب شده است تا بتوان مقایسه منصفانه‌تری صورت پذیرد.

#### ۴-۱ عملکرد حالت گذرا

برای ارزیابی عملکرد حالت گذرای دو کنترل‌کننده، ابتدا باید مقدار میانگین آن‌ها در حالت ماندگار تعیین و با استفاده از آن معیار، زمان نشست مورد نظر این پژوهش بدست می‌آید. مقدار میانگین در حالت ماندگار با میانگین‌گیری از نوسان‌های دائمی سیگنال ولتاژ با دامنه مشخص پیرامون نقطه تعادل و بدون گذر از آن بدست می‌آید. این مقدار برای کنترل‌کننده‌های FCS-MPC و CCS-MPC به ترتیب برابر  $30.13$  و  $30.45$  ولت محاسبه می‌شود. همچنین محدوده‌ای متقارن با عرض  $\pm 0.16$  به مرکز مقدار میانگین در حالت ماندگار برای پوشش نوسان‌های حالت ماندگار تعریف می‌گردد. این محدوده در شکل ۵ با بزرگنمایی نمایش داده شده است. بنابراین، زمان نشست کنترل‌کننده‌ها به صورت زمانی که سیگنال ولتاژ به این محدوده وارد گردد و در آن باقی بماند محاسبه می‌گردد که برای FCS-MPC مقدار  $3.1 \text{ ms}$  و برای CCS-MPC مقدار

$$I_s = \frac{I_{ph} - G_p V_s}{1 + R_s G_p} - \left\{ \frac{n_1 V_T}{a R_s} \text{Lambert } w \left[ \frac{I_{s1} a R_s}{n_1 V_T (1 + R_s G_p)} \exp \left( \frac{V_s + I_{ph} R_s + I_{s1} a R_s}{n_1 V_T (1 + R_s G_p)} \right) \right] - \frac{I_{s1}}{(1 + R_s G_p)} \right\} - \left\{ \frac{n_2 V_T}{R_s} \text{Lambert } w \left[ \frac{I_{s2} R_s}{n_2 V_T (1 + R_s G_p)} \exp \left( \frac{V_s + I_{ph} R_s + I_{s2} R_s}{n_2 V_T (1 + R_s G_p)} \right) \right] - \frac{I_{s2}}{(1 + R_s G_p)} \right\} \quad (34)$$

که در آن تابع لمبرت به صورت رابطه (۳۵) تعریف می‌شود:

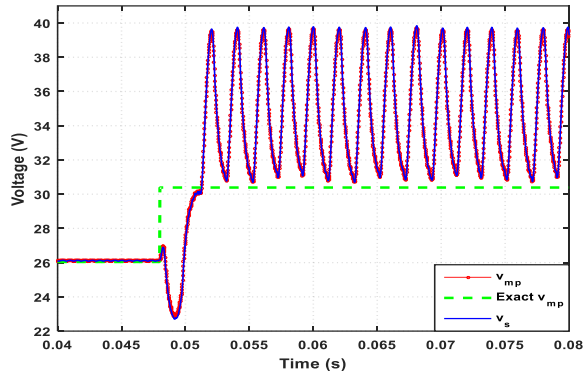
$$\text{if } ye^y = u \quad \leftrightarrow \quad y = \text{Lambert } w(u) \quad (35)$$

جدول ۱: مشخصات سیستم PV مورد مطالعه در این پژوهش

$150 \mu F$	خازن ورودی ( $C_s$ )
$0.5 \text{ mH}$ و $1 \text{ m}\Omega$	سلف ( $r, L$ )
$150 \mu F$	خازن لینک DC ( $C_{dc}$ )
$\approx 12 \text{ V}$	ولتاژ باتری ( $V_{dc}$ )
$40 \Omega$	بار خروجی
$5 \text{ kHz}$	فرکانس کلیدزنی
$20 \mu s$	زمان نمونه‌برداری ( $T_s$ )

برای مقایسه کنترل‌کننده پیشنهادی با کنترل‌کننده پیش‌بین FCS، عملکرد آن‌ها در حالت تغییر ناگهانی شدت تابش از  $200$  به  $800 \text{ W/m}^2$  بررسی می‌گردد. برای انجام این کار، جعبه m-INC با اندازه‌گیری ولتاژ و جریان خروجی ماژول PV مقادیر لحظه‌ای  $v_{mp}$  و  $i_{mp}$  را محاسبه می‌کند. با مصالحه بین شاخص‌های سرعت و نوسان پیرامون MPP، پارامترهای  $V_{inc}$  و  $I_{inc}$  مربوط به m-INC به صورت سعی و خطا انتخاب شده‌اند. برای مقایسه دو کنترل‌کننده در ردیابی توان بیشینه، سیگنال مرجع تولیدی توسط m-INC از کنترل‌کننده‌های FCS-MPC و CCS-MPC ردیابی می‌گردند. طراحی کنترل‌کننده FCS-MPC براساس کمینه‌سازی  $(v_{mp} - v_s)^2$  در افق پیش‌بینی  $N_p = 1$  انجام شده است. شایان ذکر است که به منظور مقایسه معنی‌دار،  $N_p$  در کنترل‌کننده CCS-MPC نیز مقدار مشابه یک انتخاب شده است. این روش که با استفاده از مدل کلیدزنی مبدل طراحی می‌شود در [۱۱] تشریح شده است. ولتاژ خروجی ماژول PV در هر دو حالت FCS-MPC و CCS-MPC در شکل ۴ رسم شده است.

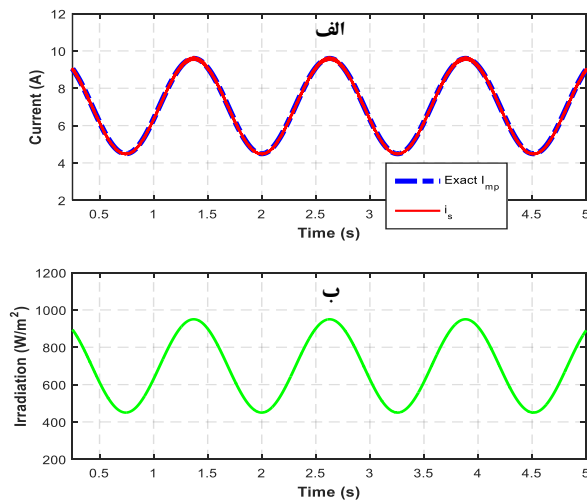
برای ارزیابی عملکرد الگوریتم m-INC، مقدار دقیق  $v_{mp}$  و  $i_{mp}$  براساس مشخصه ماژول PV محاسبه شده است که در شکل ۴ با خط چین سبزرنگ نشان داده شده است. براساس مدل ماژول PV، مقدار دقیق  $v_{mp}$  برابر  $26.04$  و  $30.38 \text{ V}$  به ترتیب در تابش‌های  $200$  و  $800 \text{ W/m}^2$  بدست می‌آید. سیگنال مرجعی که با استفاده از m-INC به صورت بلادرنگ محاسبه می‌گردد، با نقطه‌چین قرمز رنگ و همچنین ولتاژ خروجی ماژول PV با منحنی آبی رنگ نمایش داده شده است. شایان ذکر



شکل ۶: ناپایداری کنترل کننده FCS-MPC در ردیابی توان بیشینه سیستم PV در شرایط احتمالی.

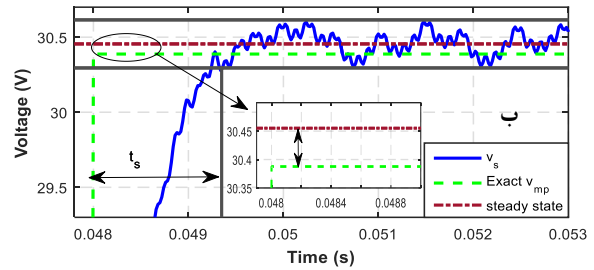
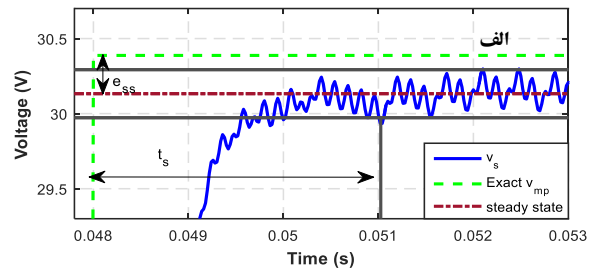
#### ۴-۲ عملکرد حالت ماندگار

در این بخش ابتدا قابل ذکر است که خطا به صورت خطای بین ولتاژ خروجی ماژول PV و مقدار دقیق  $v_{mp}$  تعریف می‌گردد. در حقیقت خطا در مهندسی کنترل، خطای بین سیگنال مرجع و خروجی سیستم در نظر گرفته می‌شود. مقاله [۳۱] خطای کنترل کننده FCS-MPC را در پاسخ به سیگنال‌های مرجع مختلف بدست آورده است. پرواضح است که خطا در ردیابی سیگنال مرجع تولید شده توسط m-INC به خطا در ردیابی توان بیشینه واقعی در سیستم حلقه بسته می‌انجامد. همانطور که شکل ۵ نشان می‌دهد، مقدار دقیق  $v_{mp}$  با استفاده از مدل ماژول PV برابر ۳۰٫۳۸ ولت محاسبه شده است. با توجه به محاسبه مقدار میانگین حالت ماندگار برای دو کنترل کننده FCS-MPC و CCS-MPC در بخش قبل، خطای حالت ماندگار میانگین به ترتیب برابر ۰٫۲۵ و ۰٫۰۷ بدست می‌آید که این موضوع اهمیت استفاده از انتگرال‌گیر افزونه را در فرایند طراحی کنترل کننده پیشنهادی نشان می‌دهد. بنابراین، کنترل کننده پیش‌بین CCS به همراه الگوریتم ردیابی توان بیشینه m-INC، توان بیشتری را در شرایط محیطی مشابه نسبت به کنترل کننده FCS فراهم می‌نماید.



شکل ۷: ردیابی توان بیشینه توسط کنترل کننده CCS-MPC نسبت به تغییرات تابش. الف) جریان خروجی ماژول PV و جریان مرجع در MPP، ب) سیگنال تابش.

۱٫۴ ms محاسبه می‌گردد. با معیار زمان نشست، کنترل کننده پیش‌بین دو برابر سریع‌تر از کنترل کننده FCS به حالت ماندگار می‌رسد.



شکل ۵: تعیین محدوده نوسان حالت ماندگار ولتاژ خروجی ماژول PV جهت مقایسه کنترل کننده‌های الف) FCS-MPC و ب) CCS-MPC.

با وجود پژوهش‌های متعدد در زمینه پیاده‌سازی FCS-MPC، همچنان برخی از چالش‌ها باقی مانده است. به عنوان مثال، روش تحلیلی برای اثبات پایداری آن در نقطه‌های کار مختلف گزارش نشده است؛ اگرچه، به صورت مشروط و با در نظر گرفتن قیدهای مشخصی بر روی عملکرد متغیرهای سیستم، پایداری FCS-MPC بررسی گردیده است [۲۹]. پایداری کنترل کننده‌ها عملکرد حالت گذرای سیستم را در ردیابی توان بیشینه ماژول PV تحت تاثیر قرار می‌دهد. همانطور که شکل ۵ نشان می‌دهد تغییر ناگهانی در مسیر حرکت سیگنال ولتاژ به سمت حالت ماندگار برای کنترل کننده FCS-MPC مشاهده می‌گردد. علاوه بر این، پس از ورود به محدوده تعریف شده، سیگنال ولتاژ از آن خارج گردیده که می‌توان آن را به عنوان فراجش در عملکرد این کنترل کننده در نظر گرفت که حاشیه پایداری سیستم فتولتائیک را تهدید می‌کند. همچنین عملکرد الگوریتم m-INC به همراه کنترل کننده پیش‌بین FCS در مقابل تغییرات پارامترهای سیستم حلقه بسته آسیب‌پذیر می‌باشد. همانطور که شکل ۶ نشان می‌دهد، با تغییر کوچکی در پارامترهای مربوط به m-INC، ردیابی توان بیشینه دچار نوسان شدید گردیده و قابلیت خود را از دست داده می‌دهد. پایداری کنترل کننده CCS-MPC با استفاده از مفاهیم بهینه‌سازی کوژ قابل درک است [۳۰]. از آنجایی که کنترل کننده FCS را می‌توان به عنوان نسخه گسسته روش CCS تصور کرد، قابل انتظار است که کنترل کننده CCS-MPC مقاومت بیشتری در برابر تغییرات پارامترهای سیستم حلقه بسته فتولتائیک داشته باشد. همانطور که شکل ۴ نشان می‌دهد، روش CCS محل دقیق MPP را بدون تغییر مسیر طی می‌کند.

ردیابی توان بیشینه، سیگنال ورودی مرجع را برای کنترل‌کننده پیش‌بین تولید می‌نماید. الگوریتم کنترلی پیشنهادی با الگوریتم کنترل‌کننده پیش-بین FCS-MPC مقایسه شده است. با در نظر گرفتن شاخص‌های رفتار حالت گذرا و همچنین خطای حالت ماندگار، کنترل‌کننده پیشنهادی عملکرد بهتری را در ردیابی توان بیشینه نشان داده است. نقاط قوت کنترل‌کننده پیشنهادی نسبت به کنترل‌کننده FCS-MPC تشریح شده است؛ در حقیقت با ارائه فرکانس کلیدزنی ثابت، قابلیت در نظر گرفتن قیدهای محدودکننده، قابلیت تعمیم به سیستم‌های چندمتغیره و ...، کنترل‌کننده پیشنهادی را می‌توان یکی از راه‌های افزایش بهره‌وری در سیستم‌های PV دانست. با آگاهی از چگونگی اثرگذاری پارامترهای افق پیش‌بینی و افق کنترل در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی، مقدار آن‌ها را می‌توان با شبیه‌سازی‌های هدفمند و با سعی و خطا انتخاب نمود. در پژوهش‌های آینده می‌توان با تعریف یک شاخص عملکرد برای سیستم PV، مقادیر این پارامترها را نیز بهینه نمود. همچنین پیشنهاد می‌گردد با توجه به قابلیت کنترل‌کننده‌های پیش‌بین برای در نظر گرفتن قیود موجود در سیستم‌ها، قیدهای مربوط به سیستم PV یا کاربرد خاص این سیستم را تعریف و نتایج حاصل از این کنترل‌کننده را با حالت بدون قید مقایسه نمود. در این پژوهش به منظور تشریح فرآیند طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین از مبدل ساده توان استفاده شده است. با توجه به ساختارهای پیشرفته‌ای که در سال‌های اخیر برای مبدل‌ها ارائه شده است، می‌توان کنترل‌کننده پیشنهادی را برای مبدل‌های پیشرفته در حالت متصل به شبکه طراحی و آزمایش نمود.

## مراجع

- [1] P. Frankl, S. Nowak, M. Gutschner, S. Gnos, and T. Rinke, "Technology roadmap: solar photovoltaic energy," *International Energy Association*, 2010.
- [2] A. Lopez, B. Roberts, D. Heimiller, N. Blair, and G. Porro, "US renewable energy technical potentials: a GIS-based analysis," *Contract*, vol. 303, pp. 275-3000, 2012.
- [3] M. A. G. De Brito, L. Galotto, L. P. Sampaio, G. d. A. e Melo, and C. A. Canesin, "Evaluation of the main MPPT techniques for photovoltaic applications," *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 60, pp. 1156-1167, 2013.
- [4] R. Kadri, J.-P. Gaubert, and G. Champenois, "An improved maximum power point tracking for photovoltaic grid-connected inverter based on voltage-oriented control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, pp. 66-75, 2011.
- [5] B. N. Alajmi, K. H. Ahmed, S. J. Finney, and B. W. Williams, "Fuzzy-logic-control approach of a modified hill-climbing method for maximum power point in microgrid standalone photovoltaic system," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, pp. 1022-1030, 2011.
- [6] A. Al Nabulsi and R. Dhaouadi, "Efficiency optimization of a DSP-based standalone PV system using fuzzy logic and dual-MPPT

عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی این مقاله در ردیابی توان بیشینه نسبت به تغییرات سینوسی تابش در شکل ۷ رسم شده است. سیگنال لحظه‌ای جریان خروجی ماژول PV و همچنین جریان مرجعی که الگوریتم m-INC برای کنترل‌کننده CCS-MPC تولید می‌کند در قسمت الف در شکل ۷ رسم شده است. همچنین سیگنال سینوسی تابش در محدوده ۴۰۰ تا ۱۰۰ وات بر مترمربع در قسمت ب) نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد کنترل‌کننده CCS-MPC در برداشت بهینه انرژی قابل حصول ماژول PV موفق عمل کرده است. شکل ۷ به خوبی رابطه تقریباً خطی تغییرات تابش و جریان را منعکس نموده است.

شایان ذکر است که با افزایش افق پیش‌بینی، پایداری سیستم PV بهبود می‌یابد [۱۲]. از طرف دیگر افزایش افق پیش‌بینی منجر به افزایش حجم محاسباتی لازم در هر زمان نمونه‌برداری می‌گردد. از آنجایی که روش FCS، تابع هزینه را در تمامی حالت‌های کلیدزنی ارزیابی می‌کند، بنابراین با افزایش افق پیش‌بینی حجم محاسبات به صورت نمایی بالا می‌رود. با این حال روش بهینه‌سازی مربوط به الگوریتم CCS به طور شدیدی تحت تاثیر طول افق پیش‌بینی قرار نمی‌گیرد. از نظر عملی بسیار امیدوارکننده می‌باشد که بتوان افق پیش‌بینی طولانی را برای کنترل‌کننده پیش‌بین به خصوص در تغییرات ناگهانی تابش که MPPT باید در مسیر درست جست‌وجوی MPP حرکت کند، در نظر گرفت. اگرچه افزایش طول افق پیش‌بینی تاثیر مثبتی بر پایداری سیستم دارد، اما در کاربردهای FCS-MPC در سیستم‌های PV امکان انتخاب مقادیر بزرگتر افق پیش‌بینی وجود ندارد؛ در حقیقت، الگوریتم FCS-MPC بر مبنای مدل کلیدزنی مبدل توان طراحی می‌گردد. معادله (۲)، مقدار یک گام جلوتر سیگنال ولتاژ را با استفاده از معادلات حالت گسسته سیستم PV ارائه می‌دهد؛ اما گام‌های جلوتر قابل محاسبه نمی‌باشند زیرا مقدار  $\hat{v}_{gk+1}$  در دسترس نمی‌باشد. این یک محدودیت برای روش FCS-MPC در کاربردهای PV می‌باشد. از طرف دیگر، یکی دیگر از ملاحظات که در کاربرد FCS-MPC در مبدل‌های توان پیشرفته (مانند مبدل‌های چندسطحی) وجود دارد، مقدار فزاینده حجم محاسبات با توجه به افزایش تعداد کلیدها در مبدل و در نتیجه افزایش نمایی حالت‌های کلیدزنی می‌باشد. همچنین، روش FCS-MPC ذاتاً قادر به کار در فرکانس ثابت نمی‌باشد؛ این موضوع فرایند طراحی فیلتر به پیچیدگی‌های ناشی از گستردگی طیف فرکانسی مواجه می‌کند. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که کنترل‌کننده CCS-MPC که در این پژوهش در جهت ردیابی توان بیشینه برای سیستم‌های PV ارائه شده است کاستی‌های مرتبط با کنترل‌کننده FCS-MPC را ندارد و با توجه به شبیه‌سازی‌های ارائه شده در این بخش از عملکرد بهتری در حالت گذرا و حالت ماندگار برخوردار می‌باشند.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله کنترل‌کننده CCS-MPC در یک سیستم PV شامل ماژول PV، مبدل توان DC-DC کاهنده و مجموعه‌ای از باتری‌ها جهت ذخیره انرژی، طراحی شده است. با دو تغییر، روش INC به عنوان الگوریتم



- inverter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, pp. 4180-4186, 2016.
- [19] J. I. Leon, S. Kouro, L. G. Franquelo, J. Rodriguez, and B. Wu, "The Essential Role and the Continuous Evolution of Modulation Techniques for Voltage-Source Inverters in the Past, Present, and Future Power Electronics," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, pp. 2688-2701, 2016.
- [20] M. G. Judewicz, S. A. Gonzalez, N. I. Echeverria, J. R. Fischer, and D. O. Carrica, "Generalized Predictive Current Control (GPCC) for Grid-Tie Three-Phase Inverters."
- [21] J. Sun and H. Grotstollen, "Averaged modelling of switching power converters: reformulation and theoretical basis," in *Power Electronics Specialists Conference, 1992. PESC'92 Record., 23rd Annual IEEE*, 1992, pp. 1165-1172.
- [22] S. Bacha, I. Munteanu, and A. I. Bratcu, *Power Electronic Converters Modeling and Control* vol. 5: Springer, 2014.
- [23] A. Dehghanzadeh and G. Farahani, "A Survey on Maximum Power Point Tracking Techniques in Solar Installations," presented at the International Conference on New Research Achievements in Electrical and Computer Engineering, Tehran, 2016.
- [24] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems," *Prentice-Hall, New Jersey*, vol. 2, p. 5.1, 1996.
- [25] A. Dehghanzadeh, G. Farahani, and M. Maboodi, "A novel approximate explicit double-diode model of solar cells for use in simulation studies," *Renewable energy*, vol. 103, pp. 468-477, 2017.
- [26] A. Dehghanzadeh, G. Farahani, H. Vahedi, and K. Al-Haddad, "Explicit double-exponential modeling methods for photovoltaic cells," in *Industrial Technology (ICIT), 2017 IEEE International Conference on*, 2017, pp. 423-428.
- [27] P. Lezana, R. Aguilera, and D. E. Quevedo, "Model predictive control of an asymmetric flying capacitor converter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 1839-1846, 2009.
- [28] J. Rodriguez and P. Cortes, *Predictive control of power converters and electrical drives* vol. 40: John Wiley & Sons, 2012.
- [29] R. P. Aguilera and D. E. Quevedo, "Stability analysis of quadratic MPC with a discrete input alphabet," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 58, pp. 3190-3196, 2013.
- [30] J. M. Maciejowski, *Predictive control: with constraints*: Pearson education, 2002.
- [31] R. P. Aguilera, P. Lezana, and D. E. Quevedo, "Finite-control-set model predictive control with improved steady-state performance," *IEEE Transactions on Industrial informatics*, vol. 9, pp. 658-667, 2013.
- control," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 8, pp. 573-584, 2012.
- [7] W.-M. Lin, C.-M. Hong, and C.-H. Chen, "Neural-network-based MPPT control of a stand-alone hybrid power generation system," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, pp. 3571-3581, 2011.
- [8] M. Dahmane, J. Bosche, A. El-Hajjaji, and X. Pierre, "MPPT for photovoltaic conversion systems using genetic algorithm and robust control," in *2013 American Control Conference*, 2013, pp. 6595-6600.
- [9] C. Bordons and C. Montero, "Basic principles of MPC for power converters: Bridging the gap between theory and practice," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 9, pp. 31-43, 2015.
- [10] L. Wang, *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*: Springer Science & Business Media, 2009.
- [11] J. Rodriguez, M. P. Kazmierkowski, J. R. Espinoza, P. Zanchetta, H. Abu-Rub, H. A. Young, et al., "State of the art of finite control set model predictive control in power electronics," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 9, pp. 1003-1016, 2013.
- [12] S. Vazquez, J. I. Leon, L. G. Franquelo, J. Rodriguez, H. A. Young, A. Marquez, et al., "Model predictive control: A review of its applications in power electronics," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 8, pp. 16-31, 2014.
- [13] S. Kouro, P. Cortés, R. Vargas, U. Ammann, and J. Rodríguez, "Model predictive control—A simple and powerful method to control power converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 1826-1838, 2009.
- [14] P. E. Kakosimos, A. G. Kladas, and S. N. Manias, "Fast photovoltaic-system voltage-or current-oriented MPPT employing a predictive digital current-controlled converter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, pp. 5673-5685, 2013.
- [15] P. E. Kakosimos and A. G. Kladas, "Implementation of photovoltaic array MPPT through fixed step predictive control technique," *Renewable Energy*, vol. 36, pp. 2508-2514, 2011.
- [16] M. B. Shadmand, R. S. Balog, and H. Abu-Rub, "Model predictive control of PV sources in a smart DC distribution system: Maximum power point tracking and droop control ", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 29, pp. 913-921, 2014.
- [17] S. Sajadian and R. Ahmadi, "Model Predictive Based Maximum Power Point Tracking for Grid-tied Photovoltaic Applications Using a Z-Source Inverter."
- [18] J. I. Metri, H. Vahedi, H. Y. Kanaan, and K. Al-Haddad, "Real-time implementation of model-predictive control on seven-level packed U-cell





## Journal of Control

ISSN (print) 2008-8345  
ISSN (online) 2538-3752



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 12, No. 2, Summer 2018.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliyari@kntu.ac.ir

### Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

### Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Moosavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Prof. H. Seyfi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh- Toutouchi, Prof. M. Golkar, Prof. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein- Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Sh., Dr. M. Arvan, Prof. M. Tavakoli-Bina, Dr. F. Farivar, Dr. M. Ayati, Dr. M. Mansouri, Dr. R. Havangi, Dr. A. Ramezani, Dr. A. Ghasemi, Prof. M. Farrokhi, Dr. Y. Batmani.

Website Manager: Nasibeh Farahani

Page Editor: Kiyan Khaloozadeh



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and  
the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology**

**Vol. 12, No. 2, Summer 2018**

## Contents

- Calculation of Interactor Matrix for Nonlinear Multivariable Systems via Infinite Zero Structure Algorithm** 1  
Zeinab Aslipour, Alireza Fatehi
- Suboptimal Solution of Nonlinear Graphical Games using Single Network Approximate Dynamic Programming** 13  
Majid Mazouchi, Mohammad B. Naghibi Sistani, Seyed Kamal Hosseini Sani
- Designing an Output Feedback Tracking Controller for Mobile Manipulators by using a Neural Adaptive Robust Technique** 27  
Nooshin Poorvaez Esfahani, Khoshnam Shojaei
- Asynchronous Stochastic Controller Design for a Class of Markov Jump Linear Systems** 41  
Mona Faraji-Niri, Mohammad Reza Jahed-Motlagh
- Reduction in Number of Switching Elements of the Inverter Unit for the Proposed Dual Stator Winding Squirrel-Cage Induction Motor Speed Control Drive** 53  
Hojat Moayedirad, Mohammad Ali Shamsi Nejad
- Maximum Power Point Tracking of a Photovoltaic System using Modified Incremental Algorithm and Model Predictive Control** 67  
Ahmad Dehghanzadeh, Gholamreza Farahani, Mohsen Maboodi