مجله کنترل

ISSN 2008-8345

قطب علمی کنترل صنعتی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲

فهرست مقالات

پایداری گوشه‌ای در سیستم‌های غیرخطی خودگردان ۱

ارسلان رحیم‌آبادی، حمیدرضا تقی راد

کنترل مستقیم گشتاور و شار یک موتور شش فاز القایی نامتقارن، تغذیه شده با اینورترهای سه سطحی SVPWM با بکارگیری طبقه‌بندی عصبی ۹

سید محمد جلال رستگار فاطمی، جعفر سلطانی، نوید رضا ابجدی

راهکار کنترل مقاوم مبتنی بر یادگیری تقویتی به منظور توانبخشی حرکتی بازو دست ۱۷

زهرا حسن زاده بنابیدی، حمیدرضا کبروی، سعید طوسی زاده، رضا بوستانی

تحلیل و طراحی تأخیر زمانی بهینه در انفجار سرجنگی ۳۱

زهرا پارسانژاد، جعفر حیرانی نوبری، سعید عبادالهی

شناسایی عیب مقاوم به عدم قطعیت برای سیستم تراکم پذیر به روش باندگراف ۴۱

احمد صانعی، علیرضا باصحبت نوین زاده

رابطه درایه‌های ماتریس تابع تبدیل 3×3 با درایه‌های RGA آن و کاربرد آن در طراحی کنترل‌کننده‌های غیرمتمرکز ۵۳

عارف شاه منصوریان

مجله کنترل

(ISSN 2008-8345)

قطب علمی کنترل صنعتی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق- تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷- پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر مهدی علیاری شوره دلی

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی -تلفن - ۷۱۳۲۲۱۳۳ پست الکترونیکی aliyari@kntu.ac.ir

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد)- پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد)- پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)- پروفسور علی غفاری (استاد)- دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار)- پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد)- پروفسور مسعود شفیعی (استاد)- پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفرکاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا، دکتر مجتبی احمدیه خانه سر، دکتر فائزه فریور، دکتر موسی آیتی.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

پرفسور مسعود شفیعی، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، پرفسور ایرج گودرزنیا، پرفسور بهزاد مشیری، پروفسور علی اکبر صفوی، دکترایمان محمدزمان، دکتر علی اشرف مدرس، مهندس علی کیانی.

ایران - تهران، صندوق پستی ۳۵۹۵-۱۵۸۱۵

تلفن : ۸۱۰۳۲۲۲۳۱

فاکس: ۸۱۰۳۲۲۰۰

www.joc-isice.ir

به نام خدا

فهرست مقالات

پایداری گوشه‌ای در سیستم‌های غیرخطی خودگردان ۱

ارسلان رحیم‌آبادی، حمیدرضا تقی راد

کنترل مستقیم گشتاور و شار یک موتور شش فاز القایی نامتقارن، تغذیه شده با اینورترهای سه سطحی SVPWM با بکارگیری طبقه‌بندی عصبی ۹

سید محمد جلال رستگار فاطمی، جعفر سلطانی، نوید رضا ابجدی

راهکار کنترل مقاوم مبتنی بر یادگیری تقویتی به منظور توانبخشی حرکتی بازو دست ۱۷

زهرا حسن زاده بنابیدی، حمیدرضا کبروی، سعید طوسی زاده، رضا بوستانی

تحلیل و طراحی تأخیر زمانی بهینه در انفجار سرجنگی ۳۱

زهرا پارسانژاد، جعفر حیرانی نوبری، سعید عبادالهی

شناسایی عیب مقاوم به عدم قطعیت برای سیستم تراکم پذیر به روش باندگراف ۴۱

احمد صانعی، علیرضا باصحبت نوین زاده

رابطه درایه‌های ماتریس تابع تبدیل 3×3 با درایه‌های RGA آن و کاربرد آن در طراحی کنترل‌کننده‌های غیرمتمرکز ۵۳

عارف شاه منصوریان

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
۳) مکاترونیک و رباتیک.
۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص خطا، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
۳) تولید و توزیع نیروی برق.
۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
۵) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
۶) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
۷) مهندسی پزشکی.
۸) نانو کنترل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس www.joc-isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت B Zar ۱۲ و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، *نام کامل نشریه یا کنفرانس*، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، *عنوان کتاب*، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها

کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰،۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- درصورتی‌که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکرشده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. درهرصورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزاردقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نماید. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزاردقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله به آدرس: www.joc-isice.ir ارسال نمایید.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، صفحه ۸-۱

پایداری گوشه‌ای در سیستم های غیر خطی خود گردان

ارسلان رحیم‌آبادی، حمیدرضا تقی‌راد
گروه رباتیک ارس، قطب کنترل صنعتی، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
arsalan.rahimabadi@ee.kntu.ac.ir, taghirad@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۵/۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۷/۲)

چکیده: در بسیاری از کاربردهای عملی بررسی پایداری مجانبی نقاط تعادل یک سیستم دارای اهمیت ویژه‌ای است. همچنین در برخی از این سیستم‌ها با وضعیتی مواجه می‌شویم که وجود پاسخ در این سیستم‌ها محدود به بخشی از فضای حالت است. برای مثال سیستم‌های مثبت که در فرایندهای شیمیایی متداول هستند دارای متغیرهای حالت نامنفی می‌باشند. در این نوع سیستم‌ها تحلیل پایداری با استفاده از روش مستقیم لیاپانوف همیشه انتخاب مناسبی نیست؛ زیرا بررسی شرایط لیاپانوف در بخشی از فضای حالت که وجود پاسخ‌ها به آنجا محدود می‌شود، کافی می‌باشد و همواره نیاز به تضمین وجود حداقل یک قلمرو شامل نقطه تعادل که دارای شرایط لیاپانوف است نخواهد بود. از این رو در این مقاله به تعریف نوع دیگری از پایداری با عنوان پایداری گوشه‌ای می‌پردازیم که جایگزین مناسبی برای بررسی پایداری مجانبی نقاط تعادل در این گونه سیستم‌ها است. شرایط تضمین این نوع پایداری توسط قضیه‌ای مشابه با قضیه لیاپانوف ارائه می‌شود و برای دو سیستم متفاوت با استفاده از این قضیه، پایداری گوشه‌ای نقطه تعادل واقع در مبدا را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

کلمات کلیدی: سیستم‌های خودگردان، سیستم‌های مثبت، تحلیل پایداری، پایداری لیاپانوف، پایداری مجانبی.

Corner Stability in Nonliner Autonomous Systems

Arsalan Rahimabadi, Hamidreza Taghirad

Abstract: In many practical applications, studying the asymptotic stability of equilibrium points of a system are of utmost importance. Furthermore, in some of such cases the response is restricted to only a sector of the state space. For example positive systems that are really common in chemical processes, have non-negativestate variables. For such systems stability analysis of the system using direct Lyapunov stability is not a suitable choice everywhen, since it suffices to consider of Lypunov conditions in a part of the state space that the existence of solutions is restricted to there and the existence guarantee of at least a domain that includes the equilibrium point & has the Lypunov conditions, will not be required every time. In this paper a new notion of stability which is called corner stability is defined which is more suitable for studying asymptotic stability of equilibriumpoints in such systems. To derive the sufficient condition of corner stability a theorem is stated in this paper, and for two different cases studies corner stability of an equilibrium point at the origin, is studied according to this theorem.

Keywords: Autonomous systems, positive system, stability analysis, Lyapunov stability, asymptotic stability.

۱- مقدمه

تعاریف فراوانی در مورد پایداری پاسخ یک سیستم دینامیکی بیان شده است که برای مطالعه تاریخچه‌ای از این تعاریف می توانید به [۱] مراجعه کنید. از تعاریف متداول برای پایداری پاسخ یک سیستم دینامیکی می‌توان به پایداری پوانکاره (یا اُربیتالی[1]) [۲]، پایداری ژاکوفسکی[2] [۳]، پایداری لیاپانوف [۴] و پایداری مجانبی [۴] اشاره کرد. برای حالتی که هدف تحلیل پایداری یک نقطه تعادل است تعاریف مربوط به پایداری پوانکاره، ژاکوفسکی و لیاپانوف معادل می‌باشند. از این رو به تبیین پایداری لیاپانوف برای یک نقطه تعادل در ارتباط با این سه پایداری بسنده می‌کنیم. نقطه تعادل یک سیستم دینامیکی را پایدار به مفهوم لیاپانوف گویند، اگر با

[1] Orbitally stability

[2] Zhukovsky stability

انتخاب شرط اولیه مناسب، پاسخ به اندازه دلخواه نزدیک نقطه تعادل باقی بماند. در بسیاری از کاربردهای عملی پایداری به مفهوم لیاپانوف کافی نیست و علاوه بر آن همگرا شدن پاسخ به نقطه تعادل نیز مد نظر قرار می‌گیرد، که در این صورت نقطه تعادل را پایدار مجانبی گویند. پایه‌ای‌ترین کار برای تضمین پایداری مجانبی، روش مستقیم لیاپانوف می‌باشد [۴]. در این روش برای اثبات پایداری مجانبی نقطه تعادل مربوط به یک سیستم خودگردان، هدف بدست آوردن تابع معین مثبتی است، که مشتق آن نسبت به زمان معین منفی باشد. در واقع در این روش مسئله تضمین پایداری مجانبی نقطه تعادل یک سیستم، به مسئله بدست آوردن تابع لیاپانوف، تبدیل می‌شود.

لازال[1] در مقاله خود [۵]، با استفاده از مفاهیم مجموعه‌های پایا شرایط قضیه لیاپانوف را برای تضمین پایداری مجانبی نقطه تعادل یک سیستم خودگردان، ساده سازی کرد. در مرجع [۶]، شرط معین منفی بودن مشتق تابع نسبت به زمان در قضیه لیاپانوف برای حالت پایدار مجانبی یکنواخت[2] با دو شرط دیگر جایگزین گشت؛ ۱) مشتق تابع نسبت به زمان نیمه معین منفی باشد، ۲) یک $T > 0$ موجود باشد، که برای تمام $t \geq t_0$ داشته باشیم: $\int_t^{t+T} \dot{V}(x(\tau),\tau)\, d\tau \leq -\alpha(\|x(t)\|) < 0$؛ که α یک تابع یکنوای‌مثبت[3] روی $\mathbb{R}^+$ است، که شرط $\alpha(0) = 0$ را ارضا می‌کند. در مرجع [۷] نشان داده شد، که تنها شرط دوم ارائه شده توسط مرجع [۶] با در نظر گرفتن تابع α در کلاس K برای جایگزینی با شرط معین منفی بودن مشتق تابع در قضیه لیاپانوف، برای اثبات پایداری مجانبی یکنواخت کافی است، همچنین در مرجع [۸] نشان داده شد، که اگر شرط دوم ارائه شده توسط مرجع [۶] برای دنباله اکیدا صعودی[4] از زمان برقرار باشد، می‌توان آن را جایگزین شرط معین منفی بودن مشتق تابع در قضیه لیاپانوف، برای اثبات پایداری مجانبی یکنواخت دانست.

تابع لیاپانوف برداری که در مراجع [۹،۱۰] معرفی شده است، شیوه استفاده از قضیه لیاپانوف را برای سیستم‌های با ابعاد بالا توسعه می‌دهد. در واقع در این روش به جای بدست آوردن یک تابع لیاپانوف برای کل سیستم سعی می‌شود برای هر زیرسیستم یک تابع کاهشی[5] و حداقل نیمه معین مثبت به صورت $V_i(x,t)$ بدست آوریم تا تابع $V = \sum_{i=1}^{m} k_i V_i$ برای $k_i > 0$، معین مثبت باشد، آنگاه توابع V_i به عنوان نامزد تابع لیاپانوف برای یک زیرسیستم و تابع V کاندیدای تابع لیاپانوف برای کل سیستم خواهد بود. با استفاده از لم قیاس تعمیم یافته، تعریف شده در مرجع [۱۱]، مراجع [۱۲،۱۱] تابع لیاپانوف برداری را به صورت دیگری مورد استفاده قرار داده‌اند. آنها رابطه‌ای بین پاسخ‌های نامساوی برداری $\dot{V} \leq g(V(x,t))$ و سیستم $\dot{U} = g(U(x,t))$ با $V, U \in \mathbb{R}^m$، را بدست آورده‌اند، که نشان می‌دهد اگر تابع $g: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ در کلاس W باشد و برای شرایط اولیه داشته باشیم: $V(x_0,t_0) = U(t_0)$؛ آنگاه خواهیم داشت: $V_i(x,t) \leq U_i(t)$. حال اگر نقطه تعادل برای سیستم $\dot{U} = g(U(x,t))$ پایدار مجانبی باشد، آنگاه نقطه تعادل برای سیستمی که تابع برداری V برای اثبات پایداری مجانبی آن در نظر گرفته شده است، پایدار مجانبی خواهد بود. در این روش نیاز به معین منفی بودن توابع $\dot{V}_i(x,t)$ نیست.

در مراجع [۱۳،۱۴،۱۵،۱۶،۱۷]، از مشتقات بالاتر یک تابع برای اثبات پایداری مجانبی نقطه تعادل یک سیستم استفاده شده است. در مرجع [۱۳] برای سیستم‌های خودگردان، شرط معین منفی بودن تابع $\dot{V}$ را با شرط معین منفی بودن تابع $min\{\dot{V}(x), h\ddot{V}(x)\}$ به ازای $h > 0$ در برخی از نواحی مجاور مبدا (نقطه تعادل در مبدا فرض شده است)، جایگزین شده است. در مرجع [۱۴] نشان داده شده است، این شرط وقتی برآورده می‌شود که $\dot{V}(x)$ معین منفی باشد و این یعنی استفاده از این شرط بی‌فایده است، همچنین مرجع [۱۴]، شرط $\forall x \neq 0, a_2\dddot{V}(x) + a_1\ddot{V}(x) + \dot{V}(x) < 0$ با $a_1, a_2 \geq 0$، را جایگزین شرط معین منفی بودن $\dot{V}(x)$ کرد. مرجع [۱۵]، از نامساوی $V^{(m)} \leq g_m(V, \dot{V}, \dots, V^{(m-1)}, t)$ و مقایسه کردن آن با سیستم کمکی $u^{(m)} = g_m(u, \dot{u}, \dots, u^{(m-1)}, t)$ استفاده کرد و نشان داد که اگر نقطه تعادل سیستم کمکی با میدان برداری در کلاس W پایدار مجانبی باشد، آنگاه نقطه تعادل سیستم توصیف شده با حالت $x(t)$، پایدار مجانبی است. در مرجع [۱۷] نشان داده شد، اگر تابع برداری V با V_iهای کاهشی و V_1 معین مثبت، موجود باشد تا بتواند نامساوی برداری $A_{m\times m}\dot{V} \leq [V_2 V_3 \ \dots \ V_m \ -\varphi(\|x\|)]^T$ با ماتریس پایین مثلثی A، را برقرار کند، پایداری مجانبی سیستم تضمین می‌شود (تابع φ در کلاس K است).

در مرجع [۱۸] تابع لیاپانوف دینامیک[6]، معرفی شده است. تابع لیاپانوف دینامیک به صورت زوج مرتب (D_τ, V) تعریف می‌شود، که D_τ توصیف کننده معادله به صورت $\dot{\xi} = \tau(x,\xi)$ با $\xi \in \mathbb{R}^n$ و V یک تابع لیاپانوف برای سیستم توسعه‌یافته به صورت $[\dot{x}\dot{\xi}]^T = [f(x) \ \ \tau(x,\xi)]^T$ است. اثبات پایداری سیستم با استفاده از تابع لیاپانوف دینامیک، مرتبط با بدست آوردن جواب $\xi(x)$ برای معادله $\frac{\partial \xi}{\partial x} f(x) = \tau(x, \xi(x))$ می‌باشد.

فرض کنید می‌خواهیم پایداری مجانبی نقطه تعادل یک سیستم مثبت[7] [۲۰،۱۹] را مورد بررسی قرار دهیم. در این صورت کافی خواهد بود که تعریف پایداری مجانبی برای بخشی از فضای حالت که مقدار حالت‌ها در

[1] LaSalle

[2] با توجه به این که مطالب این نوشته به سیستم‌های خودگردان محدود می‌شود خواص مربوط به پایداری یکنواخت است. بدین معنی که در سیستمهای خودگردان پایداری مجانبی معادل با پایدای مجانبی یکنواخت می‌باشد.

[3] Positive monotonic function

[4] Strictly increasing

[5] Decrescent

[6] Dynamic Lyapunov Functions

[7] سیستم مثبت یعنی سیستمی که همه حالت‌های آن در همه زمان‌های $t \geq 0$، نامنفی هستند. این دسته از سیستم‌ها در سیستم‌های عملی نظیر کنترل سطح مایع، کنترل دمای مطلق، رکتورهای شیمیایی (غلظت مواد مقداری نامنفی است) و ... کاربرد دارند.

آن مثبت است برآورده گردد. همچنین ممکن است، استفاده از قضایای متداول برای تضمین پایداری مجانبی، در این گونه سیستم‌ها مقدور نباشد (به مثال (۱) مراجعه کنید). از سوی دیگر اکثر کارهای انجام شده در زمینه تحلیل پایداری سیستم‌های مثبت، مربوط به سیستم‌های خطی [۲۱] و همگن [۲۵،۲۴،۲۳،۲۲] می‌باشد. همچنین در بسیاری از سیستم‌های عملی مانند سیستم‌های مثبت ممکن است با محدودیت فیزیکی برای وجود پاسخ در بخشی از فضای حالت روبرو باشیم. از این رو نیاز به توسعه قضیه‌ای مشابه با قضیه لیاپانوف در ارتباط با این گونه سیستم‌ها احساس می‌شود.

۲- تعریف پایداری گوشه‌ای

سیستم خودگردان به صورت زیر را در نظر بگیرید.

$$\dot{x} = f(x) \qquad (۱)$$

تابع $f: D \to \mathbb{R}^n$ در قلمرو $D \subset \mathbb{R}^n$ شامل مبدا، لیپ‌شیتز محلی است؛ همچنین مبدا نقطه تعادل این سیستم است.

قضیه (۱)[۲۶]: فرض کنید C زیرمجموعه‌ای فشرده، در D باشد و برای تمام زمان‌های $t \geq t_0$، هرپاسخ سیستم (۱) با شرط اولیه $x_0 \in C$ بطور کامل درون C قرار بگیرد. در این صورت پاسخ یکتایی که به ازای جمیع مقادیر $t \geq t_0$ تعریف می‌شود؛ وجود دارد.

تعریف (۱): نقطه تعادل واقع در مبدا برای سیستم (۱) را پایدار گوشه‌ای گوییم، اگر قلمرو $\omega \subset D$ به گونه‌ای یافت شود که مبدا یک نقطه مرزی برای این قلمرو باشد و همچنین مجموعه $\Omega = \omega \cup \{0\}$ تشکیل یک مجموعه پایا مثبت بدهد، به صورتی که برای هر پاسخ $x(t)$ در مجموعه Ω داشته باشیم[۱]:

$$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \delta > 0 : \;\; \|x(t_0)\| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow \begin{cases} \|x(t)\| < \varepsilon & , \forall t \geq t_0 \geq 0 \\ lim_{t\to\infty}\|x(t)\| = 0 \end{cases} \qquad (۲)$$

۳- شرایط تضمین پایداری گوشه‌ای

قضیه (۲) : سیستم خودگردان با معادله (۱) را در نظر بگیرید. حال فرض کنید توابع $V_1: D \to \mathbb{R}$ و $V_2: D \to \mathbb{R}$ با مشتقات جزئی مرتبه اول پیوسته که شرایط (*) را برآورده کنند، موجود باشند. در این صورت ناحیه $\Omega \subset D$ وجود خواهد داشت که برای آن پایداری گوشه‌ای مبدا تضمین می‌گردد.

شرایط (*):

۱) قلمرو $\Omega_1 \subset D$ به گونه‌ای موجود باشد که[۲]:

$$\forall x \in \Omega_1 \Rightarrow V_1(x) > 0 \;\; , \Omega_1 \subset B(r_1, 0) \subset D \;\; , r_1 > 0 \qquad (۳)$$

و همچنین برای مرز Ω_1 داشته‌باشیم[۳]:

$$\begin{gathered} \forall x \in \partial\Omega_1 \Rightarrow V_1(x) = 0 \;\vee\; \|x\| = r_1 \\ , 0 \in \partial\Omega_1, \partial\Omega_1 \cap B(r_1, 0) \neq \emptyset \end{gathered} \qquad (۴)$$

۲) قلمرو $\Omega_2 \subset \Omega_1$ به گونه‌ای موجود باشد که:

$$\forall x \in \Omega_2 \Rightarrow \dot{V}_1(x) < 0 \qquad (۵)$$

و همچنین برای مرز Ω_2 داشته‌باشیم:

$$\begin{gathered} \forall x \in \partial\Omega_2 \Rightarrow \dot{V}_1(x) = 0 \;\vee\; \|x\| = r_1 \\ , 0 \in \partial\Omega_2, \partial\Omega_2 \cap B(r_1, 0) \neq \emptyset \\ H = \{x \in \partial\Omega_2 \backslash \{0\} : \dot{V}_1(x) = 0\} \\ [H \;\cup\; \Omega_2] \;\subset\; \Omega_1 \end{gathered} \qquad (۶)$$

۳) قلمرو $\Omega_3 \subset \Omega_2$ به گونه‌ای موجود باشد که:

$$\forall x \in \Omega_3 \Rightarrow V_2(x) > 0 \;\;\; , \Omega_3 \subset B(r_2, 0) \;\;\; , r_2 > 0 \qquad (۷)$$

و همچنین برای مرز Ω_3 داشته‌باشیم:

$$\begin{gathered} \forall x \in \partial\Omega_3 \Rightarrow V_2(x) = 0 \;\vee\; \|x\| = r_2 \;\;\; , r_2 < r_1 \\ , 0 \in \partial\Omega_3, \partial\Omega_3 \cap B(r_2, 0) \neq \emptyset \\ \bar{\Omega}_3 \backslash \{0\} \subset \Omega_2 \end{gathered} \qquad (۸)$$

۴) قلمرو $\Omega_4 \subset \Omega_3$ به گونه‌ای موجود باشد که:

$$\begin{gathered} \forall x \in [\Omega_3 \backslash \Omega_4]^o \Rightarrow \dot{V}_2(x) > 0 \\ , \Omega_4 \subset B(r_3, 0) \;\;\;\; , r_3 > 0 \end{gathered} \qquad (۹)$$

و همچنین برای مرز Ω_4 داشته‌باشیم:

$$\begin{gathered} \forall x \in \partial\Omega_4 \Rightarrow \dot{V}_2(x) = 0 \;\vee \|x\| = r_3 \;\; , r_3 < r_2 \\ , 0 \in \partial\Omega_4 \;\; , \partial\Omega_4 \cap B(r_3, 0) \neq \emptyset \\ [\bar{\Omega}_4 \backslash \{0\}] \subset \Omega_3 \end{gathered} \qquad (۱۰)$$

اثبات: قلمرو Ω_3^ε را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Omega_3^\varepsilon = \Omega_3 \cap B(\varepsilon, 0) \;\;\;\; , 0 < \varepsilon < r_3 \qquad (۱۱)$$

قلمرو π_ρ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\pi_\rho = \{x \in \Omega_3^\varepsilon : \; V_1(x) < \rho\} \;\;\;\; , \rho > 0 \qquad (۱۲)$$

با توجه به پیوسته بودن تابع $V_1(x)$ و این که هر چقدر هم که مقدار ε را کوچک کنیم قلمرو π_ρ ناتهی باقی خواهد ماند، خواهیم داشت:

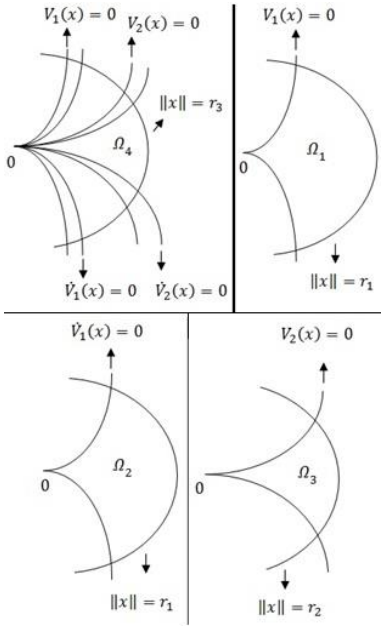
$$0 \in \partial\pi_\rho \qquad (۱۳)$$

---

[۱] نماد $\|\cdot\|$ متناظر هر یک از نرم‌های p می‌تواند باشد.

[۲] $B(r, 0) = \{x \in \mathbb{R}^n : \; \|x\| < r\}$

[۳] $\partial\Omega_1$، Ω_1^o و $\bar{\Omega}_1$ به ترتیب بیانگر مرز، درون و بستار مجموعه Ω_1 می‌باشد.



شکل ۱: نمایش هندسی مجموعه‌ها در شرایط (*)

و همچنین ρ در رابطه زیر صدق می‌کند.

$$0<\rho<\rho_m \tag{۱۴}$$

که ρ_m به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\rho_m = min_{x\in L} V_1(x) \quad ,L=\{x\in\partial\Omega_3^\varepsilon:\ \|x\|=\varepsilon\} \tag{۱۵}$$

با توجه به این که L یک مجموعه فشرده است و تابع $V_1(x)$ روی L پیوسته است پس روی آن، مینیمم خواهد داشت. همچنین با توجه به روابط (۶) و (۱۰)، $L\subset\Omega_1$ است پس $V_1(x)$ روی L مثبت می‌باشد، درنتیجه $\rho_m>0$ خواهد بود. حال می‌خواهیم نشان دهیم: $L\cap\partial\pi_\rho=\emptyset$. برای بستار π_ρ خواهیم داشت:

$$\bar\pi_\rho=\overline{[\Omega_3^\varepsilon\cap\{x\in\Omega_1:\ 0<V_1(x)<\rho\}]}\subset [\bar\Omega_3^\varepsilon\cap\{x\in\bar\Omega_1:\ 0\le V_1(x)\le\rho\}] \tag{۱۶}$$

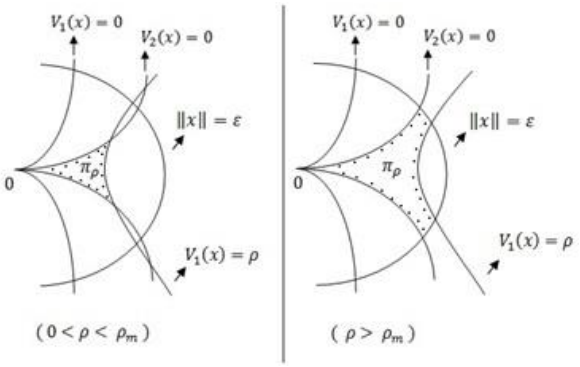
درنتیجه برای عبارت سمت راست رابطه (۱۶) خواهیم داشت:

$$[\bar\Omega_3^\varepsilon\cap\{x\in\bar\Omega_1:\ 0\le V_1(x)\le\rho\}]\subset \{x\in\bar\Omega_3^\varepsilon:\ 0\le V_1(x)\le\rho\} \tag{۱۷}$$

فرض خلف: $L\cap\partial\pi_\rho\neq\emptyset$. در این صورت نقطه $p_0\in L$ وجود دارد که عضو $\partial\pi_\rho$ نیز خواهد بود. برای نقطه p_0 روی L با توجه به رابطه (۱۵) خواهیم داشت: $V_1(p_0)\ge\rho_m$ و همچنین برای $p_0\in\partial\pi_\rho$ خواهیم داشت: $0\le V_1(p_0)\le\rho$، که چون $\rho<\rho_m$ است؛ پس فرض خلف باطل و $L\cap\partial\pi_\rho=\emptyset$ است.

قلمرو Ω_4^ε را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Omega_4^\varepsilon=\Omega_4\cap B(\varepsilon,0) \tag{۱۸}$$



شکل ۲: نمایش هندسی مجموعه π_ρ

قلمرو ψ_ρ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\psi_\rho=\{x\in\Omega_4^\varepsilon:\ V_1(x)<\rho\} \quad ,\rho>0 \tag{۱۹}$$

با توجه به پیوسته بودن تابع $V_1(x)$ و این که هر چقدر هم که مقدار ε را کوچک کنیم قلمرو ψ_ρ ناتهی باقی خواهد ماند، خواهیم داشت:

$$0\in\partial\psi_\rho \tag{۲۰}$$

همچنین با توجه به این که $\Omega_4^\varepsilon\subset\Omega_3^\varepsilon$ و براساس روابط (۱۲) و (۱۹) نتیجه می‌شود: $\psi_\rho\subset\pi_\rho$.

حال اثبات می‌کنیم: $[\pi_\rho\backslash\psi_\rho]\subset[\Omega_3\backslash\Omega_4]$. با توجه به روابط (۱۱) و (۱۲) داریم: $[\pi_\rho\backslash\psi_\rho]\subset\Omega_3$، پس کافی است نشان دهیم: $[\pi_\rho\backslash\psi_\rho]\cap\Omega_4=\emptyset$. فرض کنید $p_0\in[\pi_\rho\backslash\psi_\rho]$ یعنی $p_0\in\pi_\rho$ و $p_0\notin\psi_\rho$ است با توجه به رابطه (۱۹) داریم: $p_0\notin\Omega_4$. درنتیجه خواهیم داشت:

$$[\pi_\rho\backslash\psi_\rho]\subset[\Omega_3\backslash\Omega_4] \tag{۲۱}$$

برای قلمرو π_ρ داریم:

$$\forall x\in\partial\pi_\rho\ \Rightarrow V_2(x)=0\ \vee\ V_1(x)=\rho \quad ,0\in\partial\pi_\rho \tag{۲۲}$$

با توجه رابطه (۱۰) و (۱۸) نتیجه می‌شود: $\bar\Omega_4^\varepsilon\backslash\{0\}\subset\bar\Omega_4\backslash\{0\}\subset\Omega_3$، پس داریم:

$$\forall x\in\partial\psi_\rho/\{0\}\Rightarrow V_1(x)\neq 0 \tag{۲۳}$$

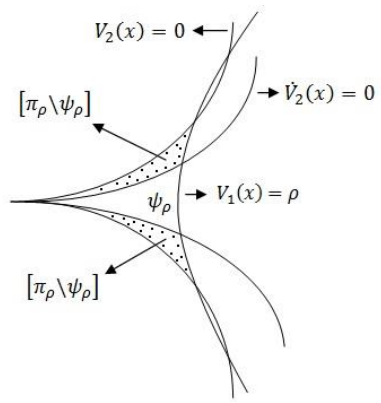
برای قلمرو ψ_ρ داریم:

$$\forall x\in\partial\psi_\rho\Rightarrow V_1(x)=\rho\ \vee\ \dot V_2(x)=0 \quad ,0\in\partial\psi_\rho \tag{۲۴}$$

برای قلمرو π_ρ می‌توان نوشت:

$$\pi_\rho=\psi_\rho\cup[\pi_\rho\backslash\psi_\rho] \tag{۲۵}$$

با توجه به روابط (۲۲) و (۲۳)، مرز مشخص شده‌ی π_ρ توسط $V_2(x)=0$ بخشی از مرز $\pi_\rho\backslash\psi_\rho$ است.



شکل ۳: نمایش هندسی مجموعه ψ_ρ

حال فرض کنید پاسخ $x(t)$ در بازه‌ی‌زمانی $[t_0, T)$ درون π_ρ باشد. با توجه به رابطه (۱۲) داریم:

$$\forall x \in \pi_\rho \Rightarrow V_1(x) > 0 \quad , \dot{V}_1(x) < 0 \tag{۲۶}$$

که در این صورت خواهیم داشت:

$$V_1(x(t)) = V_1(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t\in[t_0,T)} \dot{V}_1(x(\tau))d\tau \\ \Rightarrow V_1(x(t)) \le V_1(x(t_0)) < \rho \tag{۲۷}$$

از رابطه (۲۷) نتیجه می‌شود که پاسخ $x(t)$ قلمرو π_ρ را از مرز مشخص شده با $V_1(x) = \rho$ ترک نخواهد کرد. با توجه به رابطه (۲۴)، همچنین اگر پاسخ $x(t)$ بخواهد قلمرو π_ρ را از مرز مشخص شده با $V_2(x) = 0$ ترک کند، از ناحیه $\pi_\rho \backslash \psi_\rho$ عبور خواهد کرد. برای ناحیه $\pi_\rho \backslash \psi_\rho$ با توجه به روابط(۹) و (۲۱) داریم:

$$\forall x \in [\pi_\rho \backslash \psi_\rho]^o \Rightarrow V_2(x) > 0 \quad , \dot{V}_2(x) > 0 \tag{۲۸}$$

که در این صورت برای پاسخ $x(t)$که در بازه‌ی‌زمانی $[t_0, T_1)$ درون $\pi_\rho \backslash \psi_\rho$ باشد، داریم:

$$V_2(x(t)) = V_2(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t\in[t_0,T_1)} \dot{V}_2(x(\tau))d\tau \\ \Rightarrow V_2(x(t)) \ge V_2(x(t_0)) > 0 \tag{۲۹}$$

از رابطه (۲۹) نتیجه می‌شود که پاسخ $x(t)$ قلمرو π_ρ را از مرز مشخص شده با $V_2(x) = 0$ نیز نمی‌تواند ترک کند. پس براساس رابطه (۲۸) پاسخ $x(t)$ با شرط اولیه $x(t_0) \in \pi_\rho$ برای تمام زمان‌های $t \ge t_0$ درون قلمرو π_ρ باقی می‌ماند. با توجه به قضیه (۱) و این که $\pi_\rho \subset \bar{B}(\varepsilon, 0) \subset D$ یکتایی پاسخ $x(t)$ تضمین می‌شود. با توجه به این که برای ε دلخواه در بازه $0 < \varepsilon < r_3$ مجموعه‌ی π_ρ حاصل شد و با انتخاب δ به صورت:

$$\delta_m = min_{x\in L}\|x\| \quad , L = \{x \in \bar{\pi}_\rho : V_1(x) = \rho\} \\ \Rightarrow \delta < \delta_m \tag{۳۰}$$

و همچنین با این عبارت که : $\pi_\rho \cap B(\delta, 0) \neq \emptyset$ (چون $0 \in \partial\pi_\rho$)؛ رابطه زیر اثبات می‌شود.

$$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \delta > 0 : \;\; \|x(t_0)\| < \delta(\varepsilon) \\ \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon \quad , t \ge t_0 \ge 0 \tag{۳۱}$$

حال کافی است اثبات کنیم:

$$\forall x(t_0) \in \pi_\rho \Rightarrow lim_{t\to\infty}\|x(t)\| = 0 \tag{۳۲}$$

باید نشان دهیم با افزایش t به سمت بی‌نهایت، $V_1(x(t))$ به سمت صفر سوق خواهد یافت زیرا $V_1(x(t))$ روی π_ρ به طور یکنوا کاهشی است و از پایین با مقدار صفر کراندار می‌باشد. یعنی:

$$t \to \infty \quad \Rightarrow V_1(x(t)) = \sigma \ge 0 \quad , \sigma < \rho \tag{۳۳}$$

با استفاده از برهان خلف اثبات می‌کنیم؛ $\sigma = 0$ است.

فرض خلف: $\sigma \neq 0$. پس داریم: $V_1(x(t)) \to \sigma > 0$، که نشان می‌دهد، پاسخ $x(t)$ با شرط اولیه $x(t_0) \in \pi_\rho \backslash \pi_\sigma$ برای بازه‌ی‌زمانی $[t_0, \infty)$ خارج $\pi_\sigma \subset \pi_\rho$ می‌ماند. حال مقدار α را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\alpha = min_{x\in L}\left(-\dot{V}_1(x)\right) \\ , L = \{x \in \bar{\pi}_\rho : \; \sigma \le V_1(x) \le \rho\} \tag{۳۴}$$

با توجه به این که $[\bar{\pi}_\rho \backslash \{0\}] \subset \Omega_1$ و $0 \notin L$، اگر α وجود داشته باشد، $\alpha > 0$خواهد بود. که مقدار αوجود دارد زیرا مجموعه L یک مجموعه فشرده است و تابع $\dot{V}_1(x)$ روی آن پیوسته می‌باشد. حال اگر $x(t)$ برای بازه‌ی‌زمانی $[t_0, \infty)$ در $\pi_\rho \backslash \pi_\sigma$ باقی بماند. خواهیم داشت:

$$V_1(x(t)) = V_1(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t} \dot{V}_1(x(\tau))d\tau \\ \le V_1(x(t_0)) - \alpha(t - t_0) \quad , t \ge t_0 \tag{۳۵}$$

برای سمت راست رابطه (۳۵) با توجه به مثبت بودن $V_1(x(t))$ باید داشته باشیم:

$$t < \frac{V_1(x(t_0))}{\alpha} + t_0 \tag{۳۶}$$

که رابطه (۳۶) با این که پاسخ $x(t)$ برای بازه‌زمانی $[t_0, \infty)$، در $\pi_\rho \backslash \pi_\sigma$ باقی بماند در تناقض است، در نتیجه فرض خلف باطل و $\sigma = 0$ است و اثبات تمام است.

۴- مثال‌های موردی

مثال (۱): معادلات زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1^2 \\ -x_2 \end{bmatrix} \tag{۳۷}$$

فرض کنید این معادلات توصیف کننده سیستمی باشد که حالت x_1 آن نشان دهنده غلظت یک ماده است در این صورت همواره برای $t \ge t_0$ ، خواهیم داشت: $x_1(t) \ge 0$. حال اگر چه با توجه به تابع $V = x_1$، براساس قضیه چتایف[۲۶]، می‌توان ناپایداری مبدا را ثابت کرد. اما همان طور که از شکل (۵) مشخص است رفتار ناپایداری مبدا ناشی از شرایط اولیه مربوط به ناحیه $x_1(t) < 0$ است. حال آن که می دانیم پاسخ‌های سیستم توصیف شده با این معادلات فقط دارای شرایط اولیه که

$x_1(t_0) \geq 0$ باشد؛ خواهد بود. از این رو ناپایدار خواندن سیستم درست نیست و با استفاده از مفهوم پایداری گوشه‌ای و قضیه ارائه شده در این مقاله به بررسی پایداری این سیستم می‌پردازیم.

$$V = x_1 \Rightarrow \dot{V} = -x_1^2 \qquad (۳۸)$$

با استفاده از توابع V_1 و V_2، به ترتیب با پارامترهای a و b، بیان شده در رابطه (۳۹) می‌خواهیم پایداری گوشه‌ای مبدا را مورد مطالعه قرار دهیم.

$$V_1 = x_1 + ax_2^2 \quad , V_2 = -x_2^2 - bx_1^4 \qquad (۳۹)$$

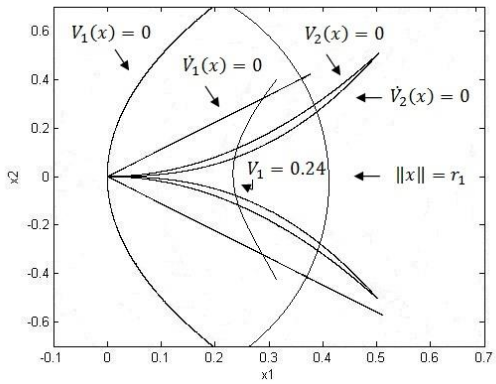
برای مشتق این دو تابع نسبت به زمان داریم:

$$\dot{V}_1 = -x_1^2 - 2ax_2^2 \quad , \dot{V}_2 = 2x_2^2 + 4bx_1^5 \qquad (۴۰)$$

به ازای $a = -0.4$ و $b = -4$ دو تابع V_1 و V_2 شرایط قضیه را برآورده می‌کنند. در این صورت ناحیه $\Omega \subset B(0.4,0)$، که برای مرز آن داریم:

$$x \in \partial\Omega \ : \ V_1(x) = 0.24 \ \vee \ V_2(x) = 0 \qquad (۴۱)$$

وجود خواهد داشت که برای آن پایداری مجانبی گوشه‌ای مبدا تضمین می‌گردد. شکل (۴) را مشاهده کنید.



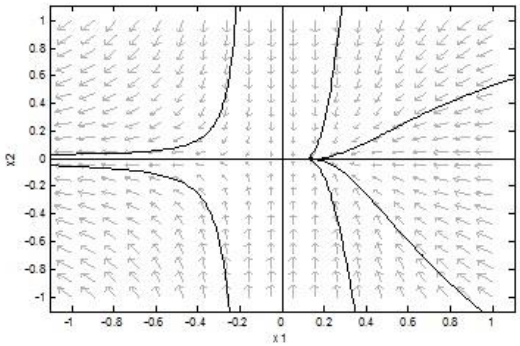
شکل ۴ : نمایش هندسی مرزها، مرتبط با مجموعه‌های مورد نیاز برای برقراری شرایط قضیه

مثال (۲) : سیستم توصیف شده با معادلات زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - (x_2 + 1)x_1 \\ 0.2[-x_2 + (x_2 + 0.5)x_1] \end{bmatrix} \qquad (۴۲)$$

این سیستم توصیف کننده سینتیک آنزیم[1] است. که رفتار آن در مراجع [۲۸،۲۷] مورد بررسی قرار گرفته است و تخمینی از رویه کُند[2] این سیستم به صورت زیر ارائه شده است.

$$M_{slow} = \left\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 = \frac{x_2}{x_2+1} + \frac{0.1x_2}{(x_2+1)^4}\right\} \qquad (۴۳)$$



شکل ۵ : صفحه فاز مربوط به سیستم با رابطه (۳۷)

حال می‌خواهیم با استفاده از پایداری گوشه‌ای، ناحیه‌ای در برگیرنده رویه کُند سیستم در نزدیکی نقطه تعادل واقع در مبدا بدست آوریم که تمام مسیرهای وارد شونده به این ناحیه جذب مبدا گردد. در واقع به جای یک منحنی (رویه کُند سیستم)، یک ناحیه که در برگیرنده آن منحنی است را بدست می‌آوریم، که این امر سبب می‌شود تا تخمینی از حوزه جذب مبدا نیز حاصل گردد. تابع V و مشتق آن نسبت به زمان را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$V = -(x_2 - ax_1)(x_2 - bx_1^3) \quad , a , b = cte$$
$$\dot{V} = \frac{1}{10}[ax_1^2 - (2 + 12a)x_1x_2 + (4 + 10a)x_2^2 - (4 + 10a)x_1x_2^2 + 2ax_1^2x_2 + (b + 4ab)x_1^4 - (32b + 40ab)x_1^3x_2 + 30bx_1^2x_2^2 + (2b + 40ab)x_1^4x_2 - 30bx_1^3x_2^2] \qquad (۴۴)$$

حال توابع V_1 و V_2، را برای بررسی پایداری گوشه‌ای مبدا به صورت رابطه (۴۵) بدست می‌آوریم.

$$V_1 = V|_{a=20,b=0.2}$$
$$V_2 = -\dot{V}|_{a=5,b=0.5} \qquad (۴۵)$$

مشتق تابع V_1 نسبت به زمان را به سادگی از رابطه (۴۴) می‌توانید بدست آورید و مشتق تابع V_2 نسبت به زمان را با جایگذاری مقادیر a و b در رابطه (۴۶) می‌توانید بدست آورید.

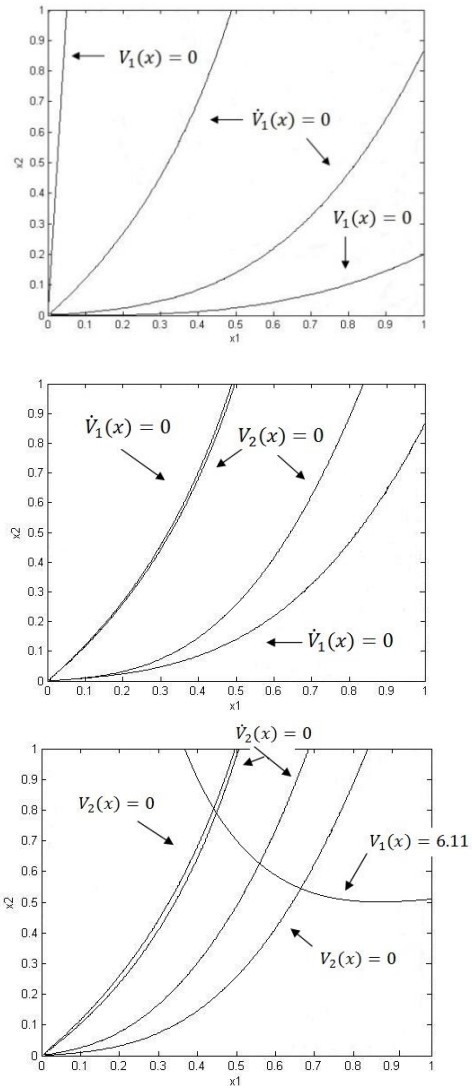
$$\dot{V}_2 = \frac{-1}{50}[-(1 + 16a)x_1^2 + (16 + 92a)x_1x_2 - (18 + 80a)x_2^2 + ax_1^3 - (6 + 54a)x_1^2x_2 + (46 + 170a)x_1x_2^2 - (20 + 50a)x_2^3 - (36b + 820ab)x_1^4 + (2a + 562b + 1440ab)x_1^3x_2 - (8 + 40a + 840b + 600ab)x_1^2x_2^2 + (20 + 50a + 300b)x_1x_2^3 + (b + 20ab)x_1^5 - (124b + 1680ab)x_1^4x_2 + (1090b + 1400ab)x_1^3x_2^2 - 750bx_1^2x_2^3 + (40ab + 2b)x_1^5x_2 - (100b + 800ab)x_1^4x_2^2] \qquad (۴۶)$$

در این صورت ناحیه $\Omega \subset B(1,0)$، که برای مرز آن داریم:

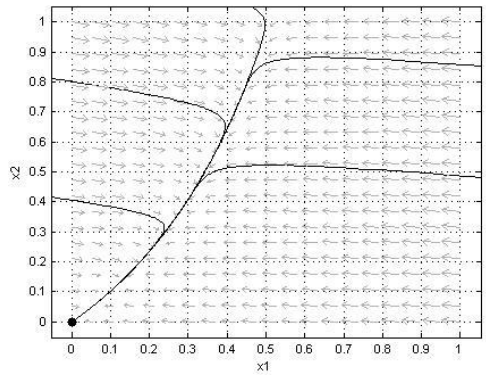
$$x \in \partial\Omega \ : \ V_1(x) = 6.11 \ \vee \ V_2(x) = 0 \qquad (۴۷)$$

وجود خواهد داشت که برای آن پایداری گوشه‌ای مبدا تضمین می‌گردد. شکل (۶) را مشاهده کنید.

[1] Enzyme kinetics
[2] Slow manifold



شکل ۶: نمایش هندسی منحنی‌های $V_1(x) = 0$ و $\dot{V}_1(x) = 0$ و $V_2(x) = 0$ و $\dot{V}_2(x) = 0$ و $V_1(x) = 6.11$ در ربع اول مختصات



شکل ۷: صفحه فاز مربوط به سیستم با رابطه (۴۲)

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله پایداری گوشه‌ای تعریف شده است. این نوع پایداری می تواند جایگزین مناسبی برای بررسی پایداری مجانبی نقطه تعادل سیستم‌هایی شود که وجود پاسخ در این سیستم‌ها مانند سیستم‌های مثبت، محدود به بخشی از فضای حالت باشد. همچنین قضیه‌ای مشابه با قضیه لیاپانوف در ارتباط با تضمین پایداری گوشه‌ای این گونه سیستم‌ها ارائه شد. در انتها برای دو سیستم متفاوت با استفاده از قضیه (۲)، پایداری گوشه‌ای نقطه تعادل واقع در مبدا مورد بررسی قرار داده شد.

مراجع

[1] R. I. Leine, “The historical development of classical stability concepts: Lagrange, Poisson, and Lyapunov stability,” Springer, Nonlinear Dynamics, Vol. 59, No. 1, pp. 173-182, 2010.

[2] W. Hahn, “Stability of motion,” Springer-Verlag, New York, 1967.

[3] G. A. Leonov, “Strange attractors and classical stability theory,” St. Petersburg University Press, 2008.

[4] A. M. Lyapunov, “The general problem of the stability of motion,” Translated from the Russian by A. T. Fuller, Taylor & Francis Ltd, 1992.

[5] J. P. LaSalle, “Some extensions of Liapunov’s second method,” IEEE, IRE Transactions on Circuit theory, vol. 7, no. 4, pp. 520-527, 1960.

[6] S. N. Kumpati, M. A. Anuradha, “Persistent excitation in adaptive systems,” International journal of control, Taylor & Francis, vol. 45, no. 1, pp. 127-160, 1987.

[7] D. Aeyels, J. Peuteman, “A new asymptotic stability criterion for nonlinear time variant differential equations,” IEEE Transactions on automatic control, vol. 43, no. 7, pp. 968-971, July. 1998.

[8] D. Aeyels, J. Peuteman, “Averaging results and the study of uniform asymptotic stability of homogeneous differential equations that are not fast time varying,” SIAM journal on control and optimization,” , vol. 37, no. 4, pp. 997-1010, 1999.

[9] R. Bellman, “Vector Lyapunov function,” SIAM journal of the society for industrial & applied mathematics, Series A: Control, vol. 1, no. 1, pp. 32-34, 1962.

[10] V. Lakshmikantham, V. M. Matrosov, S. Sivasundaram, “Vector Lyapunov functions and stability analysis of nonlinear systems,” Netherlands, Kluwer academic publishers, 1991.

[11] A. A. Martynyuk, “Stability by comparison technique,” Elsevier journal of nonlinear analysis : Theory, Method & Application, vol. 62, no. 4, pp. 629-641, 2005.

[12] G. Nersesov, M. Haddad, “On the stability and control of nonlinear dynamical systems via vector Lyapunov function,” IEEE Transactions on automatic control, vol. 51, no. 2, pp. 203-215, Feb. 2006.

[13] J. A. Yorke, “A theorem on Liapunov functions using V̇,” Springer journal Theory of computing systems, , vol. 4, no. 1, pp. 40-45, 1970.

[14] A. Butz, “Higher order derivative of Liapunov functions,” IEEE Transactions on automatic control, vol. 14, no. 1, pp. 111-112, 1969.

[15] R. W. Gunderson, “A comparison lemma for higher order trajectory derivatives,” JSTOR journal of Proceeding of the American mathematical society, vol. 27, no. 3, pp. 543-548, 1971.

[16] A. A. Ahmadi, “Non-monotonic Lyapunov functions for stability of nonlinear and switching system: Theory and

[23] V. S. Bokharaie, "Stability analysis of positive systems with applications to epidemiology," Phd thesis, National university of irelandmaynooth ,2012.

[24] V. S. Bokharaie, O, Mason, M. Vewoerd, "D-Stability and Delay-Independent stability of homogeneous cooperative systems," IEEE Transactions on automatic control, Vol. 55, No. 12, pp. 2882-2885, 2010.

[25] V. S. Bokharaie, O, Mason, M. Vewoerd, "D-Stability and Delay-Independent stability of homogeneous cooperative systems," IEEE Transactions on automatic control, Vol. 56, No. 6, pp. 1489, 2011.

[26] H. K. Khalil, "Nonlinear systems," Third edition, Prentice Hall, 2002.

[27] T. J. Kaper, "An introduction to geometric methods and dynamical systems theory for singular perturbation problems," American mathematical society, Proceedings of symposia in applied mathematics, Vol. 56, pp. 85-132, 1999.

[28] R. E. O'Malley, "Singular perturbation method for ordinary differential equations," Springer-Verlag, New York, 1991.

computation," MSc Thesis, Dept. of Electrical Eng and computer Sci, MIT, June 2008.

[17] V. Meigoli, S. K. Y. Nikravesh, "Stability analysis of nonlinear systems using higher order derivative of Lyapunov function candidates," Elsevier journal of Systems & control letters, vol. 61, no. 10, pp. 973-970, 2012.

[18] M. Sassano, A. Astolfi, "Dynamic Lyapunov functions: Properties and applications," American control conference, 2012.

[19] A. Berman, M. Neumann, R. J. Stern, "Nonnegative matrices in dynamic systems," New York, Wiley, 1989.

[20] T. Kaczorek, "Positive 1D and 2D systems," New York, Springer Verlag, 2002.

[21] M. A. Rami, F. Tadeo, "Controller synthesis for positive linear systems with bounded controls," IEEE Trans. on circuits and systems, Vol. 54, No. 2, pp. 151-155, 2007.

[22] D. Aeyels, P. De Leenheer, "Extension of Perron-Frobenius theorem to homogeneous systems," SIAM J. on control and optimization,Vol. 41, No. 2, pp. 563-582, 2002.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، صفحه ۱۵-۹

کنترل مستقیم گشتاور و شار یک موتور شش فاز القایی نامتقارن، تغذیه شده با اینورترهای سه سطحی SVPWM با بکارگیری طبقه بندی عصبی

سید محمد جلال رستگار فاطمی[۱]، جعفر سلطانی[۲]، نوید رضا ابجدی[۳]

[۱] استادیار، گروه برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ساوه، jalal_pe77@yahoo.com

[۲] استاد تمام، گروه برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر (استاد تمام بازنشسته دانشگاه صنعتی اصفهان)، j1234sm@cc.iut.ac.ir

[۳] استادیار، گروه برق، دانشگاه شهرکرد، دانشکده فنی و مهندسی، navidabjadi@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۵/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۷/۱۶)

چکیده: در این مقاله تحقیقاتی یک اینورتر شش فاز سه سطحی با مدولاسیون پهنای پالس بردار فضایی SVPWM با بکارگیری دو اینورتر سه فاز سه سطحی با اختلاف فاز ۳۰ درجه طراحی میشود. در پیاده سازی از روش طبقه بندی (کلاسه بندی) شبکه عصبی بردارهای اینورتر SVPWM استفاده شده است. از این اینورتر در یک سرودرایو شش فاز استفاده شده است. روش کنترلی مورد استفاده عبارت است از کنترل برداری در راستای شاردور استاتور و با بکارگیری یک تبدیل شناخته شده متغیرهای شش فاز به شش متغیر متعامد تبدیل میشوند. درستی عملکرد این روش توسط شبیه‌سازی درایو یک موتور شش فاز نامتقارن به اثبات رسیده است.

کلمات کلیدی: شش فاز نامتقارن، شبه شش فاز، اینورتر سه سطحی، طبقه بندی شبکه عصبی.

Direct Torque and Flux Control of An Asymmetrical Six-phase Induction Motor Supplied with A Three-level SVPWM Inverter Using Neural Networks Classification

S. Mohammad Jalal Rastgar Fatemi, Jafar Soltani, Navid Reza Abjadi

Abstract: In this research paper a three-level six-phase inverter with space vector pulse width modulation (SVPWM), using two three-level three-phase inverters with 30 degrees phase displacement, is designed. In implementation, neural networks classification is employed for inverter vectors. This inverter is used in a six-phase servo drive system. The using control method is vector control in stator flux reference frame and with a well-known transformation, the six-phase variables are converted to six orthogonal variables. The validity of the proposed method is investigated by six-phase servo drive system simulation.

Keywords: asymmetrical six-phase, quasi six-phase, three-level inverter, neural networks classification.

۱- مقدمه

در کنار ماشینهای سه فاز استفاده از ماشینهای چندفاز با توجه به بعضی ویژگیها و مزایا نسبت به حالت سه فاز اخیرا مورد توجه قرار گرفته است. تحقیقات در زمینه ماشینها و درایوهای چند فاز را میتوان در چهار حوزه عمده زیر طبقه بندی کرد

- روشهای مدولاسیون پهنای پالس (PWM) برای سیستمهای چند فاز [۱]-[۴]
- تزریق هارمونیک برای رسیدن به گشتاور الکترومغناطیسی بیشتر [۵]

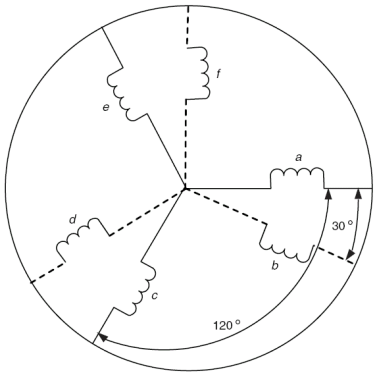
– افزایش قابلیت اطمینان و پیاده سازی درایوهای مقاوم در برابر خطا با استفاده از ماشینهای چند فاز [۶]

– استفاده از ماشینهای چند فاز بصورت سری در برخی از کاربردهای خاص [۷]-[۱۴].

در [۱] روش مدولاسیون SVPWM برای اینورتر شش فاز منبع Z با طبقه بندی شبکه عصبی ارائه شده است که اینورتر منبع Z یک اینورتر افزایشی-کاهشی می باشد که با استفاده از شبکه عصبی زمان محاسبات مدولاسیون کاهش یافته است. در [۶] روشی ساده برای مدولاسیون پهنای پالس یک اینورتر منبع ولتاژ دو سطحی شش فاز متقارن مطرح شده است. این روش برای سیستمهای شش فاز نامتقارن قابل استفاده نمی باشد. در [۱۵] با بکارگیری دو اینورتر دو سطحی سه فاز، یک اینورتر دو سطحی شش فاز نامتقارن پیاده سازی شده است. برای کاهش حجم محاسبات و پیاده سازی آسان، در [۱۶] با استفاده از روش طبقه بندی شبکه عصبی، یک اینورتر دو سطحی شش فاز نامتقارن پیاده سازی شده است. با توسعه این روش برای اینورتر های سه سطحی چند فاز میتوان به توانهای بالاتری دست یافت.

در این مقاله یک اینورتر سه سطحی شش فاز نامتقارن با بکارگیری دو اینورتر سه سطحی سه فاز طراحی میشود مضافا به اینکه با بکارگیری روش طبقه بندی شبکه عصبی، حجم محاسبات کاهش داده میشود. با تکنیک ارائه شده این محاسبات به ضرب و جمع های ساده در شبکه عصبی تبدیل میگردد، به نحوی که با صرفه جویی قابل ملاحظه در زمان محاسبات، حتی با یک میکروکنترلر ارزان قیمت نیز عمل مدولایسون اینورتر سه سطحی شش فاز امکان پذیر میگردد.

از بین ماشینهای چندفاز یکی از ماشینهای مورد توجه، ماشین القایی شش فاز میباشد. این ماشین شامل دو مجموعه سیم پیچ سه فاز در استاتور است که نسبت به یکدیگر زاویه ای فضایی دارند از بین زوایای مختلف، زاویه ۳۰ درجه الکتریکی کمترین ریپل گشتاور را به همراه دارد. به این نوع ماشین اصطلاحا شش فاز نامتقارن یا شبه شش فاز میگویند که ساختاری نامتقارن دارد به شکل ۱ مراجعه شود.



شکل۱: شماتیک سیم پیچهای استاتور یک ماشین شش فاز نامتقارن

۲- توصیف و مدلسازی سیستم درایو

برای بررسی و استفاده از ماشین شبه شش فاز دو روش اساسی در مراجع مطرح شده است: یکی مدلسازی ماشین بصورت دو دسته سیم پیچ سه فاز و استفاده از تبدیلهای متداول سه محوری به دو محوری، دیگری مدلسازی ماشین بصورت یک شش فاز یکپارچه و استفاده از یک تبدیل شش محوری به چهارمحوری. روش اخیر مولفه های الکترومکانیکی را از غیر الکترومکانیکی جدا میکند که روند طراحی کنترل کننده را آسان میسازد و در این مقاله مورد استفاده قرار میگیرد.

ماتریس تبدیل آن عبارتست از

$$C=\sqrt{\frac{2}{6}}\begin{array}{c}\alpha\\ \beta\\ x\\ y\\ 0+\\ 0-\end{array}\begin{bmatrix}1 & \cos\phi & \cos 4\phi & \cos 5\phi & \cos 8\phi & \cos 9\phi\\ 0 & \sin\phi & \sin 4\phi & \sin 5\phi & \sin 8\phi & \sin 9\phi\\ 1 & \cos 5\phi & \cos 8\phi & \cos\phi & \cos 4\phi & \cos 9\phi\\ 0 & \sin 5\phi & \sin 8\phi & \sin\phi & \sin 4\phi & \sin 9\phi\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (۱)$$

که در آن $\phi=\pi/6$.

با بکارگیری این تبدیل معادلات ولتاژ استاتور و روتور بصورت زیر بدست می آیند

$$v_{ks}=R_s i_{ks}+\frac{d}{dt}(L_s i_{ks}+L_m i_{kr})\ for\ k=\alpha,\beta$$
$$v_{ks}=R_s i_{ks}+\frac{d}{dt}(L_{ls} i_{ks})\ for\ k=x,y \quad (۲)$$

$$0=R_r i_{\alpha r}+\omega_r(L_r i_{\beta r}+L_m i_{\beta s})+\frac{d}{dt}(L_r i_{\alpha r}+L_m i_{\alpha s})$$
$$0=R_r i_{\beta r}-\omega_r(L_r i_{\alpha r}+L_m i_{\alpha s})+\frac{d}{dt}(L_r i_{\beta r}+L_m i_{\beta s}) \quad (۳)$$

و معادله گشتاور بصورت زیر نوشته میشود

$$T_e=P\ L_m(i_{\alpha r}i_{\beta s}-i_{\beta r}i_{\alpha s}) \quad (۴)$$

که در آن P تعداد زوج قطبهاست.

با بررسی این معادلات دیده میشود که ($i_{\alpha s},i_{\beta s}$) مولفه های موثر در تولید گشتاور و (i_{xs},i_{ys}) مولفه هایی هستند که تنها تلفات را افزایش میدهند و بایستی توسط اینورتر به حداقل ممکن کاهش یابند.

۳- کنترل برداری در راستای شاردور استاتور

روابط حاکم بر مولفه های الکترومکانیکی یک ماشین شش فاز مشابه روابط حاکم بر یک ماشین سه فاز میباشد بنابراین کلیه روشهای کنترلی ماشینهای سه فاز برای ماشینهای شش فاز قابل استفاده است.

شکل ۲ بلوک دیاگرام کنترل برداری در دستگاه مختصات راستای شاردور مغناطیسی استاتور (FOC) را نشان میدهد. حلقه های کنترلی شامل سه کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر (PI) میباشند. این کنترل کننده علی رغم سادگی که پیاده سازی آنرا آسان می‌سازد، رفتار مناسبی دارد.

زاویه بردار شاردور استاتور عبارتست از

$$\theta_e = \arctan \frac{\lambda_{\beta s}}{\lambda_{\alpha s}} \qquad (۵)$$

با مشتق گیری از این عبارت، سرعت زاویه ای بردار شاردور استاتور بصورت زیر بدست می آید

$$\omega_e = \frac{\dot{\lambda}_{\beta s}\lambda_{\alpha s} - \dot{\lambda}_{\alpha s}\lambda_{\beta s}}{\lambda_s^2} \qquad (۶)$$

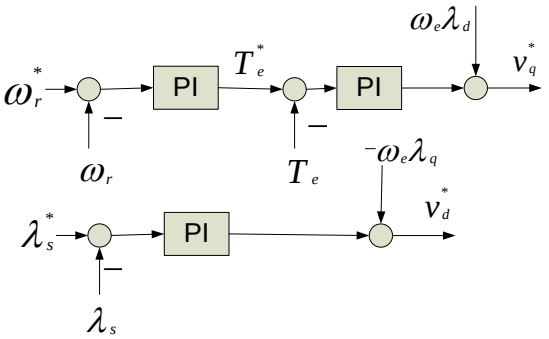
با جایگذاری مشتقات مولفه های شاردور استاتور، این رابطه بصورت زیر در می آید

$$\omega_e = \frac{(v_{\beta s} - R_s i_{\beta s})\lambda_{\alpha s} - (v_{\alpha s} - R_s i_{\alpha s})\lambda_{\beta s}}{\lambda_s^2} \qquad (۷)$$

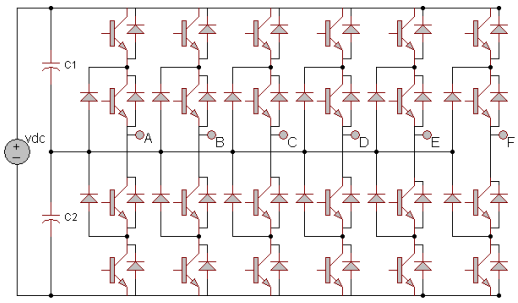
۴- اینورتر شش فاز متقارن سه سطحی

شکل ۳ یک اینورتر شش فاز سه سطحی را نمایش میدهد. با توجه به اینکه یک مجموعه ولتاژ شش فاز نامتقارن، معادل با دو مجموعه سه فاز متقارن با اختلاف فاز ۳۰ درجه میباشد؛ برای پیاده سازی این اینورتر می توان از دو اینورتر سه فاز سه سطحی استفاده کرد.

در روش مدولاسیون پهنای پالس با بردارهای فضایی سه فاز، برای هر وضعیت کلیدزنی، برداری تعریف میشود تعدادی از این بردارها در شکل ۴ آورده شده اند. وضعیت کلیدزنی را میتوان با استفاده از یک عدد سه رقمی در مبنای ۳ مشخص کرد هر صفر معادل روشن بودن کلید پایینی در ساق مربوطه، هر یک معادل روشن بودن دو کلید وسطی و هر ۲ معادل روشن بودن کلید بالایی در ساق مربوطه میباشد.



شکل۲: بلوک دیاگرام کنترل برداری راستای شاردور استاتور



شکل۳: اینورتر شش فاز سه سطحی

بردارهای نشان داده شده در شکل ۴، شش قطاع را مشخص میکنند. هر قطاع را میتوان به چهار ناحیه تقسیم کرد بعنوان مثال در شکل ۵، قطاع ۱ به چهار ناحیه A، B، C و D تقسیم بندی شده است. در این شکل بردار مرجع در ناحیه B واقع شده است و میتوان بطور متوسط آن را توسط سه بردار کلیدزنی رئوس مثلث B بصورت زیر تحقق بخشید.

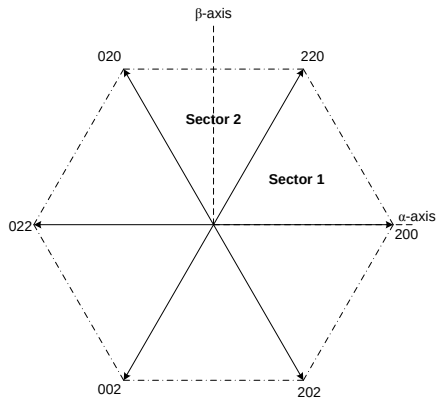
$$V^*T = V_1t_1 + V_3t_3 + V_4t_4 \qquad (۸)$$

$$t_1 + t_3 + t_4 = T \qquad (۹)$$

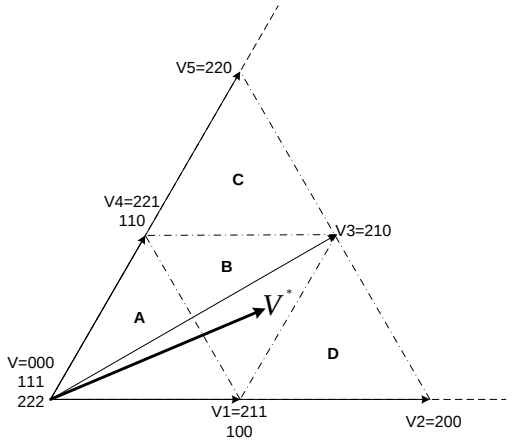
در اینجا T دوره تناوب کلیدزنی و t_i ها زمانهای کلیدزنی بردار مربوطه میباشند.

با فرض $V^* = V\angle\theta$ و حل معادلات (۸)-(۹)، زمانهای کلیدزنی بصورت زیر بدست می آیند

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_3 \\ t_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T & 0 & \frac{-4}{\sqrt{3}}V\frac{T}{v_{dc}} \\ -T & 2V\frac{T}{v_{dc}} & \frac{2}{\sqrt{3}}V\frac{T}{v_{dc}} \\ T & -2V\frac{T}{v_{dc}} & \frac{2}{\sqrt{3}}V\frac{T}{v_{dc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$



شکل۴: تعدادی از بردارهای اینورتر سه فاز سه سطحی



شکل۵: بردارهای کلیدزنی مربوط به قطاع یک و بردار مرجع

به طریق مشابه میتوان زمانهای کلیدزنی را در ناحیه های دیگر بدست آورد. همچنین اگر بردار مرجع در قطاعی غیر از قطاع ۱ قرار گیرد میتوان آنرا به نوعی در قطاع یک در نظر گرفت، البته با بردارهای کلیدزنی مربوطه (بنابراین همواره $0 \le \theta < 60^\circ$ در نظر گرفته میشود).

همانطور که از (۱۰) دیده میشود برای محاسبه زمانها نیاز به نسبتهای مثلثاتی است که باعث افزایش زمان محاسبه در پردازشگرها میگردد. شبکه های عصبی میتوانند این زمان را به مراتب کاهش دهند.

حاصل ضرب داخلی بردار کلیدزنی V_k نرمالیزه شده و بردار مرجع را میتوان بصورت زیر نوشت

$$n_k = |V^*| \cos\theta_k \qquad (۱۱)$$

که در آن θ_k زاویه بردار مرجع با بردار کلیدزنی kام است.

اگر بردار مرجع در قطاع iام قرار داشته باشد از میان n_kهای مختلف n_i و n_{i+1} بیشترین مقادیر را خواهند داشت بنابراین با استفاده از دو مقدار بزرگتر n_k میتوان شماره قطاع را تعیین کرد بدون اینکه از روابط مثلثاتی استفاده کرد چرا که به وسیله شبکه‌های عصبی میتوان حاصل ضربهای داخلی (۱۱) را بدست آورد. علاوه بر شماره قطاع، مقادیر $\cos\theta$ و $\cos(60-\theta)$ نیز بدست می آید که با استفاده از آنها زمانهای کلیدزنی مشخص میشوند. در واقع جهت اجرای مدولاسیون بردار فضایی بر پایه طبقه بندی عصبی بردارها لازم است از لایه رقابتی تعمیم یافته و خروجیهای دو نورون برنده رقابت بهره گرفته شود [۱۷].

$$\begin{bmatrix} n_i \\ n_{i+1} \end{bmatrix} = |V^*| \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \cos(60-\theta) \end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

میتوان رابطه (۱۰) را بجای $\cos\theta$ و $\sin\theta$ را برحسب $\cos\theta$ و $\cos(60-\theta)$ بازنویسی کرد برای این منظور از تبدیل زیر استفاده میشود[۱۷]

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos\theta \\ \cos(60-\theta) \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} 1 \\ \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \qquad (۱۴)$$

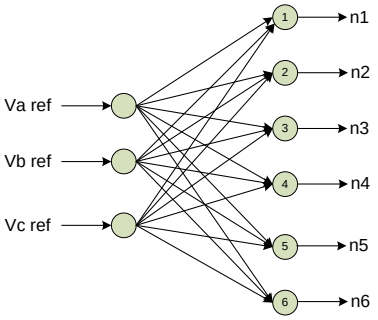
شکل ۶ بلوک دیاگرام محاسبه n_k ها را بر پایه شبکه عصبی نشان میدهد. وزنهای شبکه با استفاده از بردارهای کلیدزنی مربوطه در چارچوب abc بدست می آیند.

با در نظر گرفتن (۱۱) میتوان نوشت

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \\ n_6 \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} V_{a\,ref} \\ V_{b\,ref} \\ V_{c\,ref} \end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

که در آن W ماتریس وزنهاست و عبارتست از

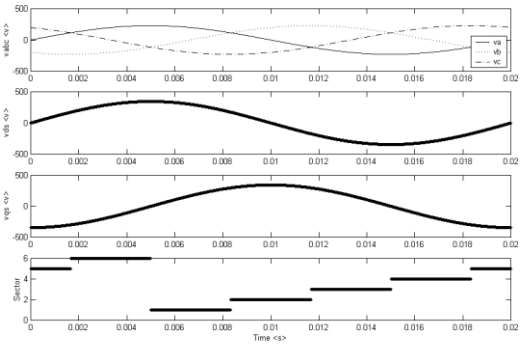
$$W = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^T \qquad (۱۶)$$



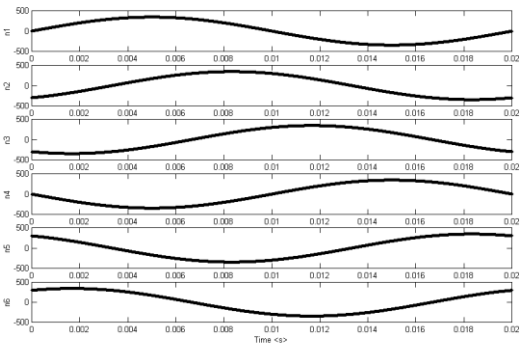
شکل۶: بلوک دیاگرام شبکه عصبی محاسبه ضربهای داخلی

برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی در پیاده سازی و محاسبه زمان‌های کلیدزنی اینورتر مدولاسیون پهنای پالس با بردار فضایی، نتایج یک شبیه سازی درشکلهای ۷ تا ۹ آورده شده است. در این شبیه سازی کامپیوتری، سه ولتاژ فاز سینوسی متقارن به عنوان ولتاژهای مرجع انتخاب شده اند. در شکل ۷، شماره قطاع با محاسبه شماره قطاع از روی مولفه های ولتاژها، مشخص شده است که عددی از ۱ تا ۶ می باشد با محاسبه شماره قطاع از روی مولفه های ولتاژها، دیده می شود که شبکه عصبی

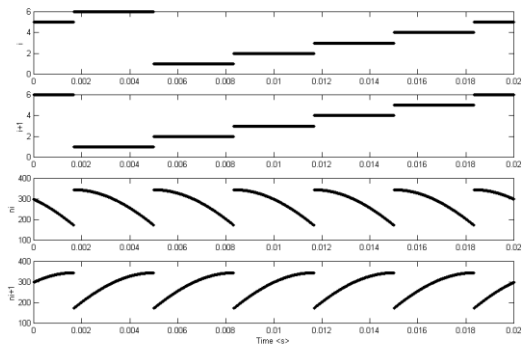
به درستی، شماره قطاع را بدست می دهد. در شکل ۸، شکل موجهای $n1$ تا $n6$ نشان داده شده اند که خروجی‌های شبکه عصبی شکل ۶ می باشند. در شکل ۹ اندیسها و شکل موجهای دو خروجی بیشینه شبکه عصبی نشان داده شده است. شکل موج i در شکل ۹ و شکل موج شماره قطاع در شکل ۷، کاملا یکسان هستند؛ بنابراین شبکه عصبی قادر است به درستی، شماره قطاع را بدست دهد و به جای محاسبه مستقیم و استفاده از نسبت‌های مثلثاتی که زمان یا حافظه زیادی از پردازشگر را به خود اختصاص می دهند؛ می توان با محاسبات ساده شبکه عصبی هم شماره قطاع را بدست آورد و هم خود نسبت‌های مثلثاتی را برای محاسبه زمان‌های کلیدزنی، بدست آورد.



شکل ۷: شکل موج‌های ولتاژهای فازها، مولفه های مربوطه و شماره قطاع



شکل ۸: شکل موج‌های خروجی شبکه عصبی



شکل ۹: اندیس‌ها و شکل موج‌های دو خروجی بیشینه شبکه عصبی

۵- نتایج شبیه سازی

در این قسمت نتایج شبیه سازی و بررسی عملکرد روش پیشنهادی اورده شده است. موتور شش فاز مورد استفاده دارای پارامترهای جدول ۱ است. برای شبیه سازی از نرم افزار MATLAB و محیط Simulink استفاده شده است.

جدول ۱: پارامترهای موتور شش فاز

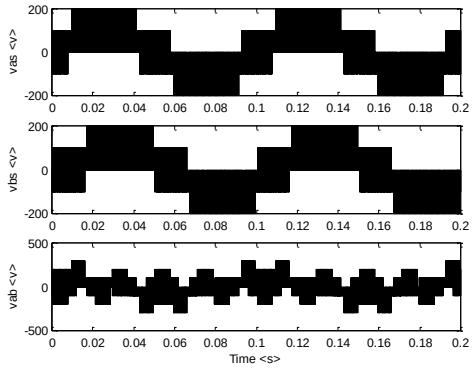
$Poles = 2$	$L_m = 29.7 \quad mH$
$L_S = 33.15 \quad mH$	$L_r = 33.15 \quad mH$
$R_S = 0.78 \quad \Omega$	$R_r = 0.66 \quad \Omega$
$J = 0.03 \quad kg.m2$	$B = 0.001 \quad N.m.s$

نتایج شبیه سازی اینورتر به تنهایی در شکل ۱۰ آورده شده است. در این شبیه سازی شش ولتاژ سینوسی با اختلاف فازهای مربوطه برای یک سیستم شش فاز نامتقارن به عنوان مرجع در نظر گرفته شده اند. در شکل۷-(ب) ولتاژهای دو فاز a و b و یک ولتاژ خط از طریق فیلترسازی شکل موجهای PWM آورده شده است این شکل بخوبی عملکرد اینورتر سه سطحی را در تولید مولفه های اول نشان میدهد. نتایج شبیه سازی سیستم سرودراریو شش فاز با استفاده از اینورتر پیشنهادی در شکلهای ۱۱ تا ۱۳ آورده شده است. این شکلها به ترتیب نتایج آزمایشهای افزایش سرعت در راه اندازی، تغییر جهت سرعت و تغییر شار دور مغناطیسی استاتور میباشد. در آزمایش اول، گشتاور بار در لحظه ۰/۶ ثانیه به صورت پله ای اعمال شده است. نتایج شبیه سازی حکایت از تعقیب مقدار سرعت و شاردور مغناطیسی استاتور از مقادیر مرجع مربوطه دارد. با اعمال گشتاور بار پله ای، همانطور که در شکل ۱۱-(ب) نشان داده شده است، سرعت موتور اندکی کاهش یافته ولی به مقدار اولیه خود بازگشته است با استفاده از روشهای کنترلی پیشرفته تر میتوان دینامک پاسخ به گشتاور بار بعنوان اغتشاش را بهبود بخشید. با این حال هدف در اینجا کاهش محاسبات و امکان پیاده سازی روش توسط پردازشگرهای ارزان قیمت می باشد و همان گونه که محاسبات مربوط به مدولاسیون پهنای پالس کاهش داده شد از بین روشهای کنترلی موتور القایی نیز روش نسبتا ساده ای انتخاب شده است.

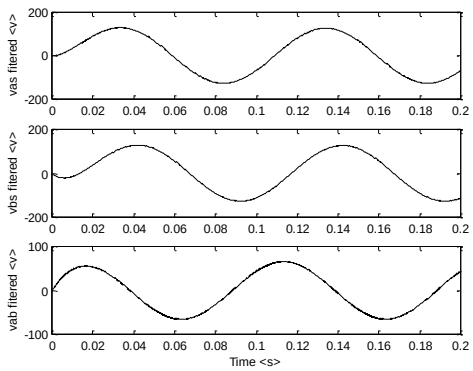
در شکل ۱۲ علی رغم تغییرات زیاد سرعت ماشین و حتی معکس سازی آن، شاردور مغناطیسی استاتور مقدار خود را حفظ کرده است و تقریبا بر روی مقدار مرجع باقی مانده است.

برای بررسی امکان تغییر شاردور استاور، مقدار مرجع شار تغییر داده شده است نتایج این آزمایش در شکل ۱۳ آورده شده است. دیده میشود علی رغم تغییر شار، سرعت ماشین روی مقدار مرجع مربوطه، تقریبا بدون تغییر، باقی مانده است.

این نتایج نشان میدهند که مجزاسازی که در کنترل یک موتور القایی مورد نیاز است محقق شده است. در کلیه این آزمایشها، از اینورتر شش فاز با مدولاسیون با بردار فضایی استفاده شده است و تکنیک طبقه بندی عصبی بکار برده شده است. نتایج شبیه سازی نشان میدهند که اینورتر به نحو احسن وظیفه خود را انجام داده و ولتاژ تغذیه مورد نیاز ماشین را فراهم کرده است.

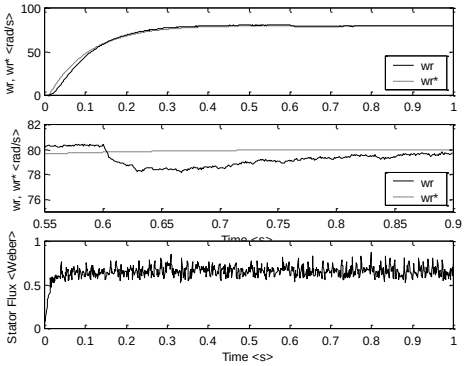


(الف)

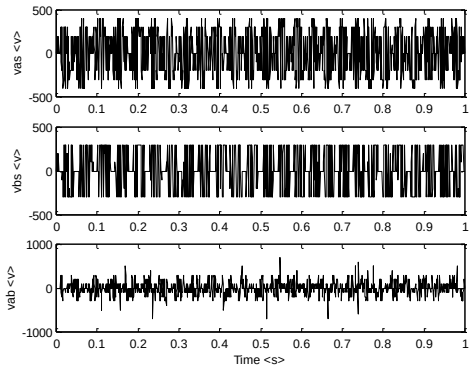


(ب)

شکل۱۰: ولتاژهای فازهای a و b و ولتاژ خط (الف) شکل موجهای با مدولاسیون بردار فضایی (ب) شکل موجهای فیلتر شده

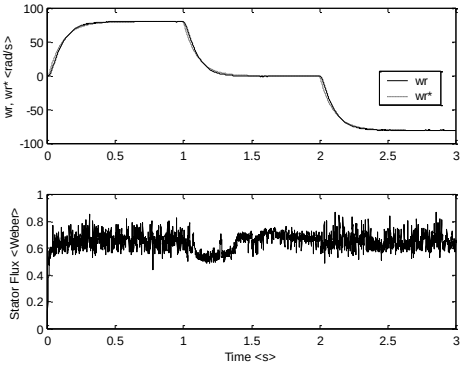


(الف)

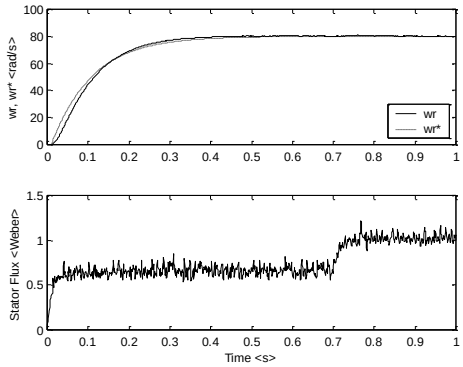


(ب)

شکل۱۱: (الف) سرعت و شار دور مغناطیسی استاتور برای آزمایش افزایش سرعت در راه اندازی (ب) ولتاژهای فازهای a و b و ولتاژ خط مربوطه



شکل۱۲: سرعت و شار دور مغناطیسی استاتور برای آزمایش تغییر جهت سرعت



شکل۱۳: سرعت و شار دور مغناطیسی استاتور برای آزمایش تغییر شار دور

۶- نتیجه گیری

با استفاده از دو اینورتر سه فاز سه سطحی با اختلاف فاز ۳۰ درجه، به راحتی میتوان یک اینورتر شش فاز سه سطحی را پیاده سازی کرد. برای کاهش حجم محاسبات از روش طبقه بندی عصبی استفاده شده است. اینورتر سه سطحی پیشنهادی در یک موتور درایو شش فاز نامتقارن با استفاده از روش موثر کنترل برداری در شاردور استاتور بکار گرفته شده است. نتایج شبیه سازی کامپیوتری نشان دهنده کارآیی روش پیشنهادی میباشد.

مراجع

[1] S.M.J. Rastegar Fatemi, J. Soltani, N.R. Abjadi, and , G.R. Arab Markadeh, 'Space-vector pulse-width modulation of a Z-source six-phase inverter with neural network classification', IET Power Electronics, v**ol** 5, no. 9, pp. 1956-1967, Nov. 2012.

[2] D. Dujic, G. Grandi, M. Jones, E. Levi, A Space Vector PWM Scheme for Multifrequency Output Voltage Generation With Multiphase Voltage-Source Inverters, IEEE Trans. on Industrial Electr., vol. 55 no. 5, pp. 1943-1955, May 2008.

[3] E. Levi, D. Dujic, M. Jones, G. Grandi, Analytical Determination of DC-Bus Utilization Limits in Multiphase VSI Supplied AC Drives, IEEE Trans. on Energy Conv., vol. 23 no. 2, pp. 433-443, June 2008.

[4] V. Oleschuk, F. Profumo, A. Tenconi, Analysis of Operation of Symmetrical Dual Three-Phase Converters with Hybrid Schemes of Synchronised PWM, International Review of Electrical Engineering (IREE), vol. 2 no. 6, Dec. 2007.

[5] M. J. Duran, F. Salas, M. R. Arahal, Bifurcation Analysis of Five-Phase Induction Motor Drives With Third Harmonic Injection, IEEE Trans. on Ind. Electr., vol. 55 no. 5, pp. 2006-2014, May 2008.

[6] R. Kianinezhad, B. Nahid-Mobarakeh, L. Baghli, F. Betin, G.-A. Capolino, Modeling and Control of Six-Phase Symmetrical Induction Machine Under Fault Condition Due to Open Phases, IEEE Trans. on Ind. Electr., vol. 55 no. 5, pp. 1966-1977, May 2008.

[7] N. R. Abjadi, J. Soltani, J. Askari, Nonlinear Sliding-mode Control of a Multi-motors Web Winding System Without Tension Sensor, IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT 2008), pp. 1-6, 21-24 April 2008.

[8] E. Levi, S. N. Vukosavic, M. Jones, Vector Control Schemes for Series-connected Six-phase Two-motor Drive Systems, IEE Proc.-Electr. Power Appl., vol. 152 no. 2, pp. 226-238, March 2005.

[9] M. Jones, S. N. Vukosavic, E. Levi, A. Iqbal, A Six-Phase Series-Connected Two-Motor Drive With Decoupled Dynamic Control, IEEE Trans. on Ind. Appl., vol. 41 no. 4, pp.1056-1066, July/August 2005.

[10] K. K. Mohapatra, R. S. Kanchan, M. R. Baiju, P. N. Tekwani, K. Gopakumar, Independent Field-Oriented Control of Two Split-Phase Induction Motors From a Single Six-Phase Inverter, IEEE Trans.On Industrial Electr., vol. 52 no. 5, pp. 1372-1382, October 2005.

[11] M. Jones, S. N. Vukosavic, E. Levi, Parallel-Connected Multiphase Multidrive Systems With Single Inverter Supply, IEEE Trans. on Ind. Electr., vol. 56, no. 6, pp. 2047-2057, June 2009.

[12] E. Levi, M. Jones, S. N. Vukosavic, and H. A. Toliyat, A Five-phase Two-machine Vector Controlled Induction Motor Drive Supplied from a Single Inverter, EPE Journal, vol. 14, no. 3, pp. 38-48, Aug. 2004.

[13] K. K. Mohapatra, M. R. Baiju, and K. Gopakumar, Independant Speed Control of Two Six-phase Induction Motors Using a Single Six-phase Inverter, EPE Journal, vol. 14, no. 3, pp.49-62, June/Aug. 2004.

[14] M. Jones, E. Levi, A. lqbal, A Five-Phase Series-Connected Two-Motor Drive with Current Control in the Rotating Reference, 2004 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, Aochen, Gemany, pp. 3278-3284, 2004.

[15] K. Gopakumar, V. T. Ranganathan, and S. R. Bhat, "An efficient PWM technique for split phase induction motor operation using dual voltage source inverters", Conf. of IEEE Ind. Appl. Society, vol. 1, Toronto, Ontario, Canada, pp. 582 -587, Oct. 1993.

[16] D. Yazdani, S. A. Khajehoddin, A. Bakhshai, and G. Joós, "Full utilization of the inverter in split-phase drives by means of a dual three-phase space vector classification algorithm", IEEE Trans. on Ind. Electr., vol. 56, no. 1, pp. 120-129, Jan. 2009.

[۱۷] حمید رضا سلیقه راد، ۱۳۷۹، کنترل اینورترهای منبع ولتاژ چند سطحی سه فاز با استفاده از مدولاسیون بردار فضایی به کمک کلاسه بندی بردارها، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، صفحه ۳۰-۱۷

راهکار کنترل مقاوم مبتنی بر یادگیری تقویتی به منظور توانبخشی حرکتی بازوی دست

زهرا حسن‌زاده بنابیدی[۱]، حمیدرضا کبروی[۲]، سعید طوسی‌زاده[۳]، رضا بوستانی[۴]

[۱]دانشجو کارشناسی ارشد مهندسی پزشکی، گروه مهندسی پزشکی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، hasanzadeh_67511@yahoo.com

[۲]استادیار، دانشکده فنی مهندسی، گروه مهندسی پزشکی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، hkobravi@mshdiau.ac.ir

[۳]استادیار، دانشکده فنی مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، saeedtoosizadeh@yahoo.com

[۴]استادیار، گروه مغز و اعصاب، دانشگاه علوم پزشکی مشهد، BoostaniR@mums.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۵/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۷/۲۸)

چکیده: توانبخشی حرکتی از مباحث مورد توجه محققان است. در این تحقیق، یک راهکار کنترلی به‌منظور کنترل حرکت مدلی از بازوی دست با سه مفصل ارائه شده است. در مدل مورد استفاده، اثر فعالسازی همزمان عضلات آگونیست و آنتاگونیست مفصل مچ دست با استفاده از مکانیزم فریزسازی لحاظ شده است. با الهام از عملکرد سیستم اعصاب مرکزی در کسب مهارتهای حرکتی، راهکار کنترلی ارئه شده مبتنی بر یکی از الگوریتم‌های یادگیری تقویتی توسعه داده شده است. ابتدا کارایی کنترل‌کننده کلاسیک مبتنی بر یادگیری تقویتی به منظور کنترل حرکت دست به سمت یک هدف مشخص، مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که چنین کنترل‌کننده‌ای نمی‌تواند حتی بازای پس چندین اپیزود پایداری سیستم را حفظ نماید. در مرحله بعد به منظور بهبود وضعیت پایداری و همچنین کارایی کنترل‌کننده، ترکیبی از کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID) و کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی ارائه و مورد ارزیابی قرار گرفت. کنترل‌کننده PID در کنار یادگیری تقویتی کارایی خوبی داشته است، اما به لحاظ تئوری تضمینی برای اثبات پایداری وجود ندارد. لذا به منظور بهبود شرایط پایداری سیستم کنترل، از ترکیب کنترل‌کننده HTC و کنترل‌کننده PID همراه با کنترل‌کننده مبتنی بر راهکار یادگیری تقویتی استفاده شده است. به این ترتیب پایداری سیستم کنترل حلقه بسته مبتنی تئوری لیاپانوف تضمین شده است. نتایج نشان دادند که کنترل‌کننده ترکیبی با استفاده از HTC در برابر اغتشاش خارجی و تغییرات تصادفی پارامترهای سیستم، کارایی بسیار خوبی داشته است. پس از شبیه‌سازی-های کامپیوتری، به منظور ارزیابی کاملتر راهکار کنترلی پیشنهادی، آزمایش‌های انسانی طراحی و انجام شدند. در آزمایش‌های انسانی الگوی فعالیت عضلات مفاصل دست، طی عملکرد حرکت دست با استفاده از سیگنال‌های الکترومایوگرام عضلات، استخراج شدند. نتایج نشان می‌دهند که همزمانی قابل ملاحظه‌ای بین بازه زمانی مربوط به فعالیت و عدم فعالیت تغییرات سیگنال خروجی کنترل‌کننده در مطالعات شبیه‌سازی با الگوی فعالیت عضلات دست فرد سالم وجود دارد.

کلید واژه: کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی -مشتقی، کنترل‌کننده مقاوم (HTC)، مدل بازوی سه مفصل، مکانیزم فریزسازی، یادگیری تقویتی

A Robust Control Strategy Based on Reinforcement Learning Approach to Rehabilitat the Arm Movement

Z. Hasanzadeh Binabidi, Hamid Reza Kobravi, Saeed Toosizadeh, Reza Boostani

In this research, a control strategy has been presented to movement control of a three link model of human's arm. The freezing mechanism has been used to consider the role of antagonistic coactivation of wrist muscles in the used three link model. Inspired by motor learning process of central nervous system, the presented control strategy has been designed based on the reinforcement learning algorithm. At first, the performance of a control methodology based on reinforcement learning was evaluated. The results show the instability of control system even after numbers of leaning episode. Then, a combination of a proportional derivative integral (PID) controller and a reinforcement learning based controller were utilized to improve the stability conditions and performance of controller. Despite the good performance, there is no guarantee for stability of control system. So, to satisfy the stability conditions, a robust controller called HTC was added to the combination of a PID controller and a reinforcement learning based controller. According to the simulation results, the combinational controller accompany by HTC had good performance even in presence of external disturbance, measurement noise and random changes of model parameters. For more assessments, the muscle activation profile of involved muscles during the arm movement of an intact subject was compared with control signals obtained through the simulation studies. The results show an interesting timing synchronization between the activation and deactivation timing of control signals and muscle activation profiles.

Keyword: proportional derivative integral controller, robust controller (HTC), three link model of human's arm, freezing mechanism, reinforcement learning

۱- مقدمه

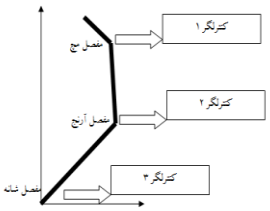
آسیب نخاعی[1]سطح بالا (سطح گردنیC1-C4)، می‌تواند موجب از دست دادن اکثر یا همه عملکردهای عضلانی ارادی در زیرگردن می‌باشد. تحریک الکتریکی عملکردی[2]می‌تواند به منظور ایجاد عملکردهای حرکتی در این افراد موثر باشد. در این راهکار با تحریک الکتریکی اعصاب حرکتی عضلات فلج و تنظیم شدت انقباض آنها، گشتاورهای مکانیکی حول مفاصل، کنترل و به طبع آن حرکت ایجاد می‌شود. بدلیل دینامیک متغیر، اغتشاشات، رفتار متغیر با زمان و عدم قطعیت‌های موجود در سیستمهای اسکلتی- عضلانی، توسعه سیستمهای مبتنی بر FES نیازمند استفاده از روش‌های کنترلی هستند. یکی از زمینه‌های کاربردی تحریک الکتریکی عملکردی در ایجاد و کنترل حرکت بازو دست است. حرکت بازو یکی از رایج‌ترین فعالیت‌ها در زندگی روزمره ما است و چگونگی حرکات هماهنگ موضوع تحقیق‌های گسترده‌ای بوده است [۶]-[۱]. از رویکردهای کنترل حرکت بازوی انسان می‌توان به استفاده از مدل‌های توصیفی، مدلهای کامل (شامل مدل‌های دینامیکی و مدل‌های تصادفی)، مدلهای اجرایی حرکت و مدل‌های دینامیک مفاصل انسان اشاره کرد [۱]. هدف مدل-های توصیفی، توصیف رفتار ظاهری حرکت انسان است. از جمله روابط تجربی این مدلها که در شناسایی حرکات بازوی انسان مورد استفاده قرار می‌گیرد می-توان به قانون فیت، پروفایل سرعت زنگوله‌وار در حرکات مستقیم و قانون ۲/۳ توان اشاده کرد. به رغم سادگی مدل‌های توصیفی، این مدل‌ها به علت در نظر نگرفتن جنبه‌های دینامیکی حرکت مورد انتقاد قرار می‌گیرند. از سوی دیگر مدل‌های دینامیکی قادر به پیش‌بینی برخی آزمایشات نبوده و در نتیجه رضایت-بخش نیستند. نشان داده شده است هنگامیکه فردی دست خود را بین موقعیت اولیه و نهایی حرکت می‌دهد، ممکن است مسیر دست خود را به منظور اصلاح خط‌سیر، با استفاده از فیدبکهای بصری تغییر دهد [۱]. مدلهای کینماتیک این تطبیق‌پذیری[3] را پیش‌بینی می‌کنند در حالی که مدلهای دینامیکی قادر به انجام چنین کاری نیستند زیرا محدوده کاری مدلهای دینامیکی در خط‌سیر تنها به موقعیت ابتدا و انتهای حرکت بستگی دارد و موقعیت میانی درنظر گرفته نمی-شود [۱]. هاریس و ولپرت مفهوم متفاوتی از طراحی حرکت را بیان می‌کنند که ادغامی از مفاهیم دینامیک و کینماتیک می‌باشد [۱]. سجنوسکی و همکاران، [۱]، به برخی از جنبه‌های مهم نظریه هاریس و ولپرت تحت عنوان حداکثر دقت اشاره می‌کنند و بیان می‌دارند که مدلهای مبتنی بر حداکثر بهره‌وری و حرکت بدون نوسان، نمی‌توانند توصیف خوبی از خود تطبیق‌پذیری سیستم عصبی دربرداشته باشند. لی و همکارانش یک روش کلی برای کنترل پیش‌خوردی سلسله‌مراتبی ارائه دادند که می‌تواند برای مشکلات کنترل حرکت دست مورد استفاده قرار گیرد[۷]. مدل دینامیکی ارائه شده توسط لی و همکارانش، یک مدل دو سطحی، شامل مدل دینامیکی سطح بالا و مدل دینامیکی سطح پایین هستند که با یکدیگر هماهنگی دارند. در تحقیق دیگری جیانگ‌یو و همکارانش، تئوری کنترل ثابت بهینه پیوسته در زمان را برای مدل‌سازی سیستم-های کنترل حرکتی انسان در حضور نویز وابسته به سیگنال، ارائه داده‌اند [۲]. مدل کنترلی آنها با برخی از مشاهدات مهم مانند عدم تقارن پروفایل سرعت سازگار است. جاجودنیک و همکاران سه کنترلر پس‌خوردی تناسبی-مشتقی(PD) برای تحریک شش عضله بازو، با استفاده از دو سنسور زاویه مفصل ارائه داده‌اند [۸]. استفاده از راهکارهای کنترل ترکیبی مانندترکیب کنترل پس-خوری و جلوسوی، یادگیری تقویتی و شبکه‌های عصبی مصنوعی نیز مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند[۹]. اما با توجه به اینکه در فرآیند حرکت دست به سمت هدف، اولا خط‌سیر مطلوبی برای تغییرات موقعیت دست قابل طراحی نیست و ثانیا موقعیت نقاط ابتدا و انتها نیز ثابت نیستند، لذا استفاده از روش‌های کنترل مبتنی بر یادگیری تقویتی می‌تواند موثرتر باشد[۱۷]-[۱۰]. یادگیری تقویتی به معنای تصحیح عملکرد یک سیستم بر اساس پاداش و تنبیه‌هایی است که با توجه به شناخت از محیط و نتایج تعامل با محیط، طراحی شده‌اند. پژوهشگران دریافته اند که نرخ ارسال الکتریکی نورون های پخش کننده دوپامین در ناحیه تگمنتوم شکمی را می توان به تابع خطای الگوریتم تفاوت زمانی نسبت داد ،[۱۹]، که در فرایند حرکت دست به سمت هدف، این تابع در حقیقت وابسته به فاصله بین موقعیت فعلی و نهایی است. این امر موجب افزایش فعالیت مغزی در ناحیه گانگلیون بازال[4] می گردد، که این بخش از ساختار مغز در کنترل حرکات عضله و یادگیری فرد دخالت دارد [۱۹]. با الهام از عملکرد سیستم اعصاب مرکزی در کسب مهارتهای حرکتی، راهکار کنترلی مبتنی بر یکی از الگوریتم‌های یادگیری تقویتی توسعه داده شده است. به دلیل وجود عدم قطعیت، دینامیک-های مدل نشده و عدم وجود مدل ریاضی مناسب در سیستمهای اسکلتی-عضلانی، بکارگیری روشهای یادگیری تقویتی در کنار کنترل‌کننده‌هایی مقاوم می‌تواند، راهکاری موثر باشد. بر این اساس هدف اصلی این تحقیق، ارائه راهکار کنترلی جدیدی بر مبنای ترکیب یک کنترلگر با الگوریتم‌های یادگیری تقویتی می‌باشد. به منظور بهبود وضعیت پایداری و همچنین کارایی کنترل-کننده، ترکیبی از یک کنترل‌کننده پس‌خوردی و کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی (RLPID) مورد استفاده قرار گرفته است. سپس به منظور تضمین کاملتر پایداری، ساختار کنترلی شامل ترکیب کنترل‌کننده مقاوم و کنترل‌کننده پس-خوردی همراه با کنترل‌کننده مبتنی بر راهکار یادگیری تقویتی (RLPIDHTC) استفاده شده است. به این ترتیب پایداری سیستم کنترل حلقه بسته با استفاده از تئوری لیاپانوف تضمین می‌شود. نتایج مطالعات مبتنی بر شبیه‌سازی‌های کامپیوتری نشان می‌دهند که راهکار کنترلی RLPIDHTC، دارای بهترین کاریی بوده است. پس از ارزیابی بوسیله شبیه‌سازی کامپیوتری، به منظور ارزیابی کاملتر راهکار کنترلی پیشنهادی، آزمایش‌های انسانی طراحی و انجام شده‌اند. بطوریکه

[1]Spinal Cord Injury(SCI)
[2]Functional Electrical Stimulation (FES)
[3]adaptation
[4]Basal ganglia

الگوی فعالیت عضلانی فرد سالم با سیگنال خروجی کنترل‌کننده توسعه یافته، مقایسه شد.

۲- ارائه راهکار کنترل

حرکت دست به سمت هدف، بوسیله ایجاد گشتاور حول سه مفصل مچ، آرنج و شانه ایجاد می‌شود. لذا برای کنترل چنین حرکتی دو راه‌حل وجود دارد. راه‌حل اول این است که، به از یک کنترل‌کننده چند ورودی-چند خروجی استفاده شود. اما طراحی این کنترل‌کننده مشکل بوده و به لحاظ پیاده‌سازی بار محاسباتی بالایی دارد، از طرفی تضمین پایداری چنین ساختاری بسیار مشکل است. راه‌حل دوم این است که یک استراتژی کنترل غیرمتمرکز توسعه داده شود بطوریکه برای کنترل حرکت هر مفصل از یک کنترل‌کننده مجزا استفاده شود، که ساختار کلی آن در شکل (۱) نشان داده شده است. در ساختار کنترلی غیر-متمرکز، کوپلینگ‌های بین زیر سیستم‌ها، به عنوان دینامیکهای مدل نشده یا اغتشاش برای هر زیر سیستم در نظر گرفته می‌شود.

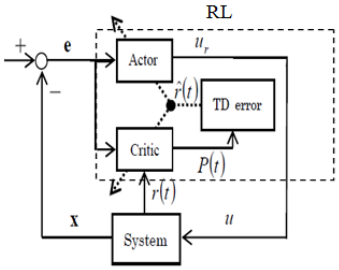


شکل ۱: سیستم کنترل غیرمتمرکز به منظور کنترل حرکت بازوی دست

ابتدا کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی (RL) شامل دو قسمت عملگر[5] و ارزیاب[6] در جایگاه کنترل‌کننده قرار گرفت. پس از بررسی نتایج بدست آمده به منظور بهبود کارایی، کنترل‌کننده PID به ساختار کنترلی اضافه شد. سپس کنترل‌کننده HTC در جهت تضمین پایداری سیستم و رسیدن به نتیجه مطلوبتر به ساختار کنترلی اضافه گردید.

۲-۱- کنترل‌کننده عملگر-ارزیاب

ساختار کلاسیک کنترل‌کننده یادگیری تقویتی شامل دو بخش است: ۱) عملگر ؛ ۲) ارزیاب. عملگر سیگنال مطلوب را تولیدکرده و ارزیاب وظیفه ارزیابی عملکردشبکه عملگر را برعهده دارد، به عبارتی عملگر بر اساس خروجی‌های ارزیاب تطبیق می‌یابد[۱۸]. شکل (۲) ساختار کلی کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی را نشان می‌دهد.



شکل ۲: ساختار کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی

۲-۱-۱- عملگر

عملگر یک کنترل‌کننده با عملکرد ردیابی بالا است، که دارای ساختار شبکه عصبی-فازی می‌باشد[۱۱]. سیگنال یادگیری تقویتی بصورت معادله (۱) بیان می‌شود، که از روش ε-greedy به عنوان خط‌مشی عملگر به منظور تصمیم-گیری رفتار استفاده شده است .

$$u_r = \begin{cases} \sum_{j=1}^{R} w_j^{act} b_j^{act} \; probability \; 1-\varepsilon \\ \sum_{j=1}^{R} w_j^{act} b_j^{act} + n \; probability \varepsilon \end{cases} \qquad (۱)$$

R تعداد نرون‌های لایه میانی عملگر، w_j^{act} وزن از نرون لایه میانی jام به خروجی عملگر، n نویز برای یافتن سیگنال بهینه، b_j^{act} سازگاری نرون و ε نرخ جستجو که در معادله (۲) آمده است.

$$\varepsilon = \frac{\alpha_\varepsilon |e_t|}{1+\exp(t-10)} \qquad (۲)$$

که e_t خطای خروجی سیستم و α_ε ضریب ثابت است.

سازگاری گره از حاصلضرب تابع عضویت گوسین بدست می‌آید، که بصورت معادله (۳) بیان می‌شود.

$$b_j^{act} = \prod_{i=1}^{I} \exp\left\{-\frac{\left(e^{(i-1)}-c\right)^2}{(\sigma)^2+\bar{\omega}}\right\} \qquad (۳)$$

که c و σ مرکز و عرض تابع پایه لایه ورودی iام برای نرون jام لایه میانی، e^i خطای خروجی سیستم مربوط به لایه ورودی iام می‌باشند و $\bar{\omega}$ ثابت مثبتی است که از صفر شدن عرض تابع پایه جلوگیری می‌کند.

ساختار عملگر خودسازمانده است، به این صورت که تعداد نرون‌های لایه میانی شبکه عصبی بصورت خودکار اضافه و کم می‌شود تا ساختار ما بصورت موثر عمل نماید. مکانیزم خودسازمانده مشابه کار چنگ [۱۹] می‌باشد. افزودن نرون به این صورت انجام می‌گیرد که:

با فرض اینکه مجموعه سازگار از نرون b_j^{act} داریم، بزرگترین خروجی نرون‌ها برابر است با:

$$\Gamma_{max} = \max\left(b_j^{act}\right) \quad j = 1,2,\dots,R(t) \qquad (۴)$$

که R(t) تعداد نرون‌ها در زمان t است. شرایط اضافه شدن نرون جدید در لایه میانی به اینصورت است که:

$$\Gamma_{max}(t) \le \Gamma_{th} \qquad (۵)$$

$\Gamma_{th} \in (0,1)$ آستانه افزودن به منظور اضافه کردن نرون است. اگر معادله (۵) برآورده شود، نرون جدید به لایه میانی اضافه می‌شود. هر نرون دارای یک شاخص اهمیت I_j است [۱۹] که نرون با استفاده از آن حذف می‌شود. به-روزرسانی به اینصورت انجام می‌شود که:

$$I_j(t+1) = \begin{cases} I_j(t) & \text{if} \quad b_j^{act} \ge P_{th} \\ I_j(t).\exp(-\beta) & \text{if} \quad b_j^{act} < P_{th} \end{cases} \qquad (۶)$$

[5] Actor
[6] Critic

β شاخص طراحی و P_{th} آستانه تغییر است. اگر شاخص اهمیت نرون از آستانه تغییر کمتر باشد، در نتیجه این مقدار کاهش می‌یابد. مقدار اولیه شاخص اهمیت، I_j، برابر یک انتخاب شده است.

$$I_j \le I_{th} \qquad (۷)$$

که I_{th} آستانه حذف است. اگر معادله (۷) برای نرون برآورده شود، یک نرون نامناسب تشخیص داده شده و حذف می‌شود.

۲-۱-۲- ارزیاب

شبکه عصبی مصنوعی قسمت ارزیاب را شکل داده است[۱۱]. ارزیاب پاداش p را محاسبه کرده تا خطای اختلاف زمانی[۷] را به حداقل برساند. پاداش مورد نظر برابر است با:

$$P(t) = \sum_{j=1}^{J} w_j^{cri} b_j^{cri} \qquad (۸)$$

که در آن J تعداد نرون لایه میانی ارزیاب و w_j^{cri} وزن نرون jام لایه میانی به خروجی است و b_j^{cri} با استفاده از تابع هذلولی مماسی (tanh) تحقق می‌یابد.

ایده‌ی مرکزی و بدیع یادگیری تقویتی بدون شک یادگیری تفاضل زمانی خواهد بود[۲۰]. در اینجا یادگیری عملگر و ارزیاب با استفاده از خطای تفاضل زمانی انجام می‌گیرد، که بصورت معادله (۹) بیان می‌شود:

$$\hat{r}(t) = r(t) + \gamma \max P(t+1) - P(t) \qquad (۹)$$

که r پاداش و γ نرخ نزول $(0 < \gamma < 1)$ می‌باشد.

$$r = \alpha_\theta e_t + \alpha_{\dot\theta} \dot{e}_t \qquad (۱۰)$$

α_θ و $\alpha_{\dot\theta}$ مقادیر ثابت و e_t خطای خروجی سیستم هستند.

ویژگی خروجی برای دریافت بیشترین پاداش، گین عملگر است. به عبارتی یادگیری عملگر به منظور افزایش پاداش و یادگیری ارزیاب به منظور کاهش خطای TD انجام می‌گیرد. در نتیجه در این مقاله الگوریتم خطای پس انتشار خطا به منظور یادگیری شبکه عصبی استفاده می‌شود. در واقع یادگیری عملگر براساس معادله (۱۱) و یادگیری ارزیاب برطبق معادله (۱۲) خواهد بود.

$$\Delta w_j^{act} = \eta_w^{act} \frac{\partial u}{\partial w_j^{act}} \hat{r} \qquad (۱۱)$$

$$\Delta w_j^{cri} = -\eta_w^{cri} \frac{\partial P}{\partial w_j^{cri}} \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{1}{2}\hat{r}^2\right) \qquad (۱۲)$$

η_w^{cri} و η_w^{act} بترتیب نرخ یادگیری ارزیاب و عملگر و $\hat{r}$ سیگنال خطا می‌باشند.

از روش پروجکشن[۸] برای محدودکردن w_j^{act} استفاده می‌کنیم، به این معنا که یک قانون به‌روزرسانی برای w_j^{act} بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$w_j^{act} = \begin{cases} w_j^{act} + \Delta w_j^{act} \, if \left| w_j^{act} + \Delta w_j^{act} \right| < D \\ w_j^{act} \, otherwise \end{cases} \qquad (۱۳)$$

که D محدوده موثر وزن می‌باشد. در واقع اگر قدرمطلق وزن پس از یادگیری از D کمتر باشد، به‌روز رسانی w_j^{act} انجام می‌گیرد.

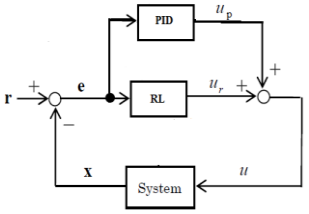
[7] Temporal Difference error (TD)
[8] projection

۲-۲- کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی و PID

در ساختار نشان داده شده در شکل (۱)، از ترکیب کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی و کنترل‌کننده پسخوردی به منظور کنترل حرکت دست و بهبود کارایی سیستم استفاده شده است. کنترل‌کننده تناسبی- انتگرالی- مشتقی کنترل‌کننده‌ای مبتنی بر فیدبک از خروجی می‌باشد. این کنترل‌کننده یکی از استراتژی‌های متداول در کنترل سیستم‌ها است. در ساختار پیشنهادی، از یک کنترل‌کننده PID، در کنار عملگر و ارزیاب استفاده شده است. با توجه به اینکه مدل بازو دارای سه مفصل بوده است، برای کنترل هر مفصل از یک کنترل‌کننده PID با ساختار تشریح شده در شکل (۳) استفاده می‌شود. تابع تبدیل کنترل-کنندهPID عبارتست از:

$$G_c(s) = K_p + {K_I}/{s} + K_D s \qquad (۱۴)$$

که در آن K_p گین تناسبی، K_I گین انتگرالی و K_D گین مشتقی است. تحقق فیزیکی این کنترل‌کننده توسط یک مدار الکتریکی امکانپذیر است. به منظور کنترل سیستم، از PID به عنوان جبرانساز در کنار راهکار کنترلی مبتنی بر روش یادگیری تقویتی (RLPID) استفاده می‌شود.



شکل ۳: کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی و کنترل‌کننده PID

۲-۳- کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی و PID و HTC

به منظور بهبود پایداری سیستم کنترل علاوه بر کنترل‌کننده PID یک کنترل‌کننده مقاوم به ترکیب افزوده شده است. این کنترل‌کننده مقاوم که از نوع H_∞ است، HTC[۹] (جبرانساز با دقت دنبال‌کنندگی بالا) نامیده می‌شود. ساختار این کنترل‌کننده در شکل (۴) آمده است. رابطه (۱۵) سیگنال کنترلی خروجی HTC را نشان می‌دهد. هدف عملگر توسط کنترل‌کننده مقاوم مشاهده و خروجی u_h مربوط به HTC بگونه‌ای طراحی می‌شود که عملکرد ردیابی H_∞ را تضمین نماید.

$$u_h = \frac{1}{8\tau^2} e^T P B, \;\; B = [0\,0 \ldots 0\,1]^T \qquad (۱۵)$$

τ ثابت است.

$$\delta = 2\tau \frac{g}{\sqrt{g}}$$

δ ثابت میرایی است.از آنجا که g ناشناخته است، فرض می‌کنیم:

$$g_{low} < g < g_{up}$$

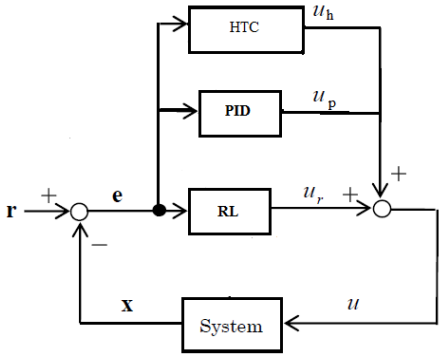
در نتیجه داریم:

$$\delta = 2\tau \frac{g_{up}}{\sqrt{g_{low}}} \ge 2\tau \frac{g}{\sqrt{g}}$$

تا زمانیکه یادگیری به شکل مطلوبی اتفاق نیافتاده است، HTC نقش موثرتری در کنترل سیستم برعهده دارد، اما پس از اینکه یادگیری به سطح

[9] H_∞ Tracking Compensator

مطلوبی رسید، هر دو کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی و HTC در کنترل عملکرد حرکتی موثر خواهند بود. خروجی H_∞ با استفاده از حل P در معادله لیاپانوف ایجاد می‌شود.



شکل ۴: کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی و کنترل‌کننده PID و H_∞

در روش RLPID اثبات تئوری برای تضمین پایداری سیستم کنترل وجود ندارد. اما در حضور کنترل‌کننده HTC می‌توان با تعریف تابع لیاپانوف پایداری سیستم کنترل حلقه بسته را اثبات کرد. در زیر بخش بعد پایداری سیستم اثبات می‌شود.

۲-۳-۱- آنالیز پایداری سیستم کنترل

سیستم غیرخطی مرتبه اول را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u \tag{۱۶}$$

که x بردار حالت سیستم، f تابع پیوسته محدود ناشناخته، g تابع پیوسته مثبت محدود ناشناخته و u ورودی کنترل به سیستم می‌باشد.

تابع لیاپانوف را با در نظر گرفتن ماتریس قطری ʌ که قطر اصلی آن شامل بهره پس‌خور k می‌باشد ($\Lambda = k^T e$، که e خطای دنبال‌کنندگی)، ماتریس مثبت معین P و ماتریس مثبت معین متعامد Q، که بصورت قراردادی تعیین شده، حل می‌نماییم با این شرط که پایداری هرویتز را برآورده نماید [۱۱].

$$\Lambda^T P + P\Lambda = -Q \tag{۱۷}$$

اگر A و B شناخته شده باشند، ورودی بهینه سیستم برابر است با:

$$u^* = \frac{1}{B}(-A + \dot{r} + k^T e) \tag{۱۸}$$

که $\dot{r}$ مشتق اول سیگنال مرجع و e خطای ردیابی (e=r-x) است که باید صفر شود.

اگر سیستم (۱۶) را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{x} = A + Bu + Bu^* - Bu^* \tag{۱۹}$$

مشتق خطای ردیابی برابر است با:

$$\begin{aligned}\dot{e} = \dot{r} - \dot{x} &= (A + gu^* - k^T e) \\ &- (A + Bu + Bu^* - Bu^*) \\ &= -k^T e + B(u^* - u)\end{aligned} \tag{۲۰}$$

معادله فضای حالت مشتق خطای ردیابی بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{e} = \Lambda e + B_l(u^* - u) \tag{۲۱}$$

ورودی کنترلی سیستم مبتنی بر RLPIDHTC بصورت معادله (۲۲) بیان می‌شود:

$$u = u_r + u_h + u_p \tag{۲۲}$$

u_h و u_p و u_r، بترتیب، سیگنال خروجی HTC و PID و RL هستند. با جایگزینی معادله (۲۲) در معادله (۲۱) داریم:

$$\dot{e} = \Lambda e + B_l(u^* - u_r - u_h - u_p) \tag{۲۳}$$

خطای تقریب سیگنال یادگیری تقویتی، کنترل‌کننده PID و ورودی بهینه به صورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_u = u^* - u_r - u_p \tag{۲۴}$$

با جایگذاری معادله (۲۴) در (۲۳) داریم:

$$\dot{e} = \Lambda e + B_l(\varepsilon_u - u_h) \tag{۲۵}$$

برطبق معادله لیاپانوف، تطبیق به این صورت است:

$$V = e^T P e \tag{۲۶}$$

با مشتق گیری از دو طرف معادله (۲۶) نسبت به زمان، داریم:

$$\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} \tag{۲۷}$$

با استفاده از معادلات (۱۷) و (۲۳):

$$\dot{V} = -e^T Q e - 2e^T P B_l u_h + 2e^T P B_l \varepsilon_u \tag{۲۸}$$

با قراردادن معادله (۱۵) در (۲۸) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} = -e^T Q e - \left\{\left(\frac{\sqrt{g}}{2\tau}\right) e^T P B - 2\tau\left(\frac{g}{\sqrt{g}}\right)\varepsilon_u\right\} \\ + (2\tau\frac{g}{\sqrt{g}})\varepsilon_u^T (2\tau\frac{g}{\sqrt{g}})\varepsilon_u{}^2\end{aligned} \tag{۲۹}$$

در نتیجه:

$$\dot{V} \leq= -e^T Q e + (2\tau\frac{g}{\sqrt{g}})\varepsilon_u^T (2\tau\frac{g}{\sqrt{g}})\varepsilon_u \tag{۳۰}$$

از دو طرف معادله (۳۰) انتگرال می‌گیریم:

$$v(t_f) - v(0) \leq -\int_0^{t_f} e^T Q e dt + (2\tau\frac{g}{\sqrt{g}})^2 \int_0^{t_f} \varepsilon_u^T \varepsilon_u dt \tag{۳۱}$$

از آنجا که $v(t_f) \geq 0$ و $v(0) = e^T(0)Pe(0)$، داریم:

$$\int_0^{t_f} e^T Q e dt \leq e^T(0)Pe(0) + (2\tau\frac{g}{\sqrt{g}})^2 \int_0^{t_f} \varepsilon_u^T \varepsilon_u dt \tag{۳۲}$$

که t_f زمان کنترل نهایی می‌باشد. همانطور که از معادله (۳۲) قابل مشاهده است، انتگرال خطای ردیابی e توسط مقادیر بدست آمده توسط ضریب خطای تقریب ε_u و ثابت میرایی δ محدود شده است. به عبارتی اگر خطای تقریب و ثابت میرایی هردو محدود باشد، خطای ردیابی نیز محدود است، در نتیجه پایداری سیستم کنترل اثبات می‌شود.

در نتیجه HTC بصورت معادله (۳۳) بیان می‌شود:

$$\int_0^{t_f} e^T Q e \leq e^T(0)Pe(0) + \delta^2 \int_0^{t_f} \varepsilon_t^T \varepsilon_t dt \tag{۳۳}$$

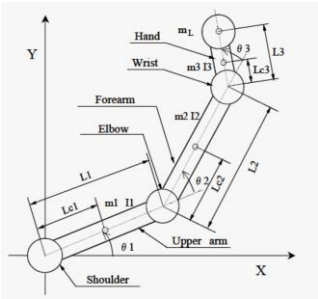
که t_f زمان کنترل نهایی، ε_t مجموع عدم قطعیت خطای تقریب و اغتشاشات در زمان t و δ ثابت مثبت غیر صفر می‌باشد [۱۱].

۳- مدل بازوی مجازی

مطالعات شبیه‌سازی مربوط به این تحقیق روی مدلی از بازوی دست انسان شامل سه مفصل انجام شده‌اند. شکل (۵) ساختار کلی این مدل را نشان می‌دهد [۶]. معادله دینامیکی بازوی سه مفصلی انسان که در صفحه افقی حرکت می‌کند، توسط معادله (۳۴) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\\ \tau_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}M_{11} & M_{12} & M_{13}\\ M_{21} & M_{22} & M_{23}\\ M_{31} & M_{32} & M_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_2\\ \ddot{\theta}_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}h_1\\ h_2\\ h_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}D_1 & 0 & 0\\ 0 & D_2 & 0\\ 0 & 0 & D_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\theta}_3\end{bmatrix} \\ = M\ddot{\theta} + h + D\dot{\theta}\end{aligned} \tag{۳۴}$$

که M ماتریس اینرسی، h بردار نیروی گریز از مرکز و جانب مرکز و D بردار نیروی وسیکوزیته می‌باشد.



شکل ۵: مدل بازوی ۳-مفصل انسان[۶]

لینک‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب متناظر با بالای بازو، ساعد و مچ دست هستند و مفاصل ۱، ۲ و ۳ به ترتیب مربوط به مفاصل شانه، آرنج و ساعد می‌باشند. m_i و m_L به ترتیب جرم لینک i و جرم (= 1.2kg) جسم گرفته شده[10]؛ L_i، L_{ci} و I_i به ترتیب طول، فاصله مرکز جرم[11] تا مفصل iام (i=1,2,3) است. مزیت این روش این است که مسیر بازتولید شده با حالت تجربی، بدون توجه به موقعیت هدف، همخوانی دارد [۶].

۳-۱- مکانیزم فریزسازی

در مدل بازوی مجازی به منظور لحاظ کردن اثر فعالیت عضلات آنتاگونیستی از مکانیزم فریزسازی استفاده شده است. سفتی مفاصل دست در اثر پدیده فریزسازی، که در آن عضلات آگونیست و آنتاگونیست همزمان منقبض می‌شوند، افزایش می‌یابد [۶]. در این مکانیزم یک مولفه گشتاور مطابق رابطه (۳۵) به گشتاور مچ دست افزوده شده است، چراکه در اثر گرفتن جسم، بیشترین گشتاور حاصل از فعالیت عضلات آنتاگونیستی به مچ اعمال می‌شود. گشتاور پسخوردی حاصل از مکانیزم فریزسازی τ_3^* در مفصل مچ دست بصورت زیر بیان می‌شود [۶]:

$$\tau_3^* = -k_a\ddot{\theta}_3 - k_v\dot{\theta}_3 - k_p\theta_3 \qquad (۳۵)$$

k_a، k_v و k_p گین‌های فیدبک هستند. با لحاظ مکانیزم فریزسازی معادله دینامیکی بازو به صورت معادله (۳۶) تغییر می‌یابد.

$$\begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\\ \tau_3+\tau_3^*\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}M_{11} & M_{12} & M_{13}\\ M_{21} & M_{22} & M_{23}\\ M_{31} & M_{32} & M_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_2\\ \ddot{\theta}_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}h_1\\ h_2\\ h_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}D_1 & 0 & 0\\ 0 & D_2 & 0\\ 0 & 0 & D_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\theta}_3\end{bmatrix} \qquad (۳۶)$$

M ماترسی اینرسی، h بردار نیروی جانب مرکز و گریز از مرکز و D بردار نیروی ویسکوزیته می‌باشد. با این فرض که حرکت بازو در صفحه افقی و در ارتفاع شانه انجام می‌شود، معادلات حالت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ -\bar{M}^{-1}\left(\bar{h}+\bar{D}\dot{\theta}\right)+\bar{M}^{-1}\tau\\ 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\I\end{bmatrix}u = A(x)+Bu \qquad (۳۷)$$

$$\theta = [\theta_1,\theta_2,\theta_3]^T \ ,\tau = [\tau_1,\tau_2,\tau_3]^T \ ,u = [\dot{\tau}_1,\dot{\tau}_2,\dot{\tau}_3]^T$$

$$x = \left[\theta_1,\theta_2,\theta_3,\dot{\theta}_1,\dot{\theta}_2,\dot{\theta}_3,\tau_1,\tau_2,\tau_3\right]^T$$

I بردار ۳×۳ واحد است. جدول (۱) خلاصه‌ای از پارامترهای فیزیکی بازو را نشان می‌دهد.

جدول ۱: پارامترهای دینامیکی بازو سه مفصل [۶]

پارامترها	شانه	آرنج	مچ
Li(m)	۰,۲۷۶	۰,۲۷۵	۰,۱۳۰
Lci(m)	۰,۱۴۱	۰,۰۸۶	۰,۰۴۳
mi(kg)	۱,۷۴۸	۰,۹۵۱	۰,۴۸۱
Ii(kg.m^2)	۰,۰۱۲۷	۰,۰۰۴۱	۰,۰۰۰۵
Di(Nm.s/rad)	۰,۳۷۰	۰,۲۹۰	۰,۱۹۰

۴- مطالعات شبیه‌سازی

مطالعات شبیه‌سازی مربوطه در محیط سیمولینک متلب با زمان نمونه‌برداری ۰/۰۴ ثانیه انجام شدند. در مطالعات شبیه‌سازی، قابلیت راهکارهای کنترلی مورد مطالعه، در رساندن موقعیت مفاصل بازوی دست از موقعیتهای مختلف به موقعیت تعادلی [0,0,0] ، مورد ارزیابی قرار گرفته است. همچنین کنترل‌کننده ها در حضور اغتشاش، تغییر پارامترهای سیستم و نویز اندازه‌گیری مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در ادامه نتایج مطالعات شبیه‌سازی به تفصیل ارائه خواهند شد.

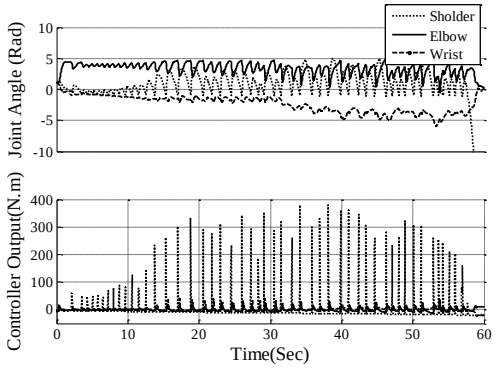
۴-۱- کنترل‌کننده RL

همانطور که پیشتر عنوان شد، به منظور کنترل حرکت بازو از سه کنترل‌کننده مجزا برای هر مفصل استفاده می‌شود. در این قسمت سه کنترل‌کننده مبتنی بر یادگیری تقویتی (RL) به منظور کنترل حرکت مفاصل مورد استفاده قرار گرفته است. پارامترهای استفاده شده به منظور شبیه‌سازی کنترل‌کنندهRL در جدول (۲) آمده است. کنترل‌کننده RL در چند اپیزود مختلف بر سیستم اعمال شد. اما نتایج بدست آمده در تمام اپیزودها مشابه بودند. لذا در شکل‌های (۶) تا (۸) تغییرات زوایای مفاصل و سیگنال خروجی کنترلی هر سه مفصل به ترتیب برای شرایط اولیه [1,1,1]، [5,5,5] و [-5,-5,-5] در اپیزود اول نشان داده شده‌اند.

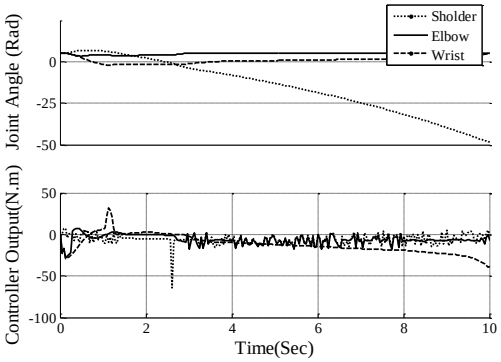
جدول ۲: پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی سیستم کنترل‌کنندهRL

k	{1,5}	γ	0.95
Q	diag{10,10}	α_θ	5
δ	0.3	$\alpha_{\dot{\theta}}$	1
g_{low}	0.6	α_ε	0.1
g_{up}	1.5	η_w^{cri}	0.01
I	2	η_w^{act}	1
J	5	D	500
Γ_{th}	0.3	n	Random(-10-10)
σ_c	0.2	$\bar{\omega}$	0.001
I_{th}	0.01		

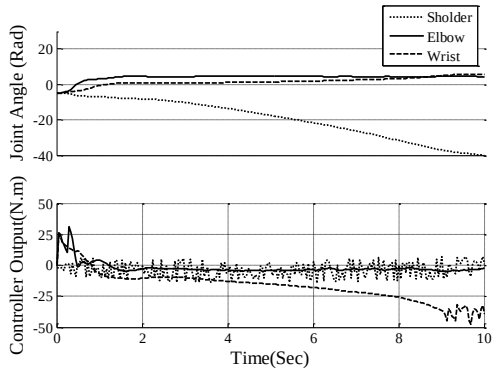
[10] handle
[11] Center of mass



شکل ۶: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RL برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [1,1,1]$.



شکل ۷: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RL برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$.



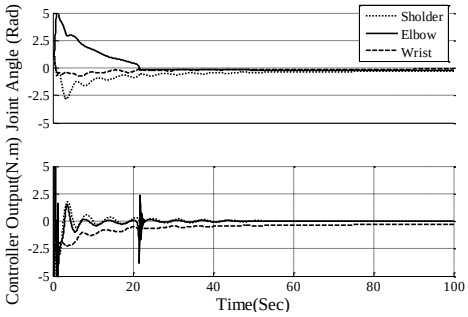
شکل ۸: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RL برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [-5,-5,-5]$.

۴-۲- کنترل‌کننده RLPID

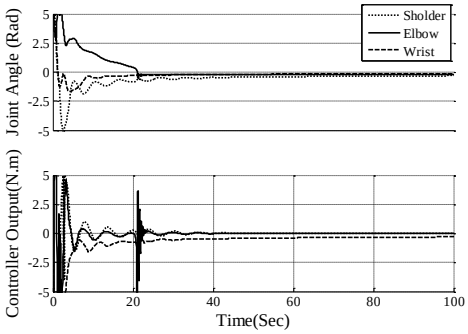
همانطور که از نتایج کنترل‌کننده RL قابل مشاهده است، این کنترل‌کننده ناپایدار است. به منظور بهبود کارایی و پایداری سیستم از کنترل‌کننده PID در کنار کنترل‌کننده RL استفاده خواهد شد. به منظور بررسی عملکرد کنترل‌کننده یادگیری تقویتی در کنار کنترل کنترل‌کنندهPID، از ساختار شکل (۳) استفاده می‌شود. نتایج حاصل از اعمال همزمان کنترل‌کننده‌های یادگیری تقویتی و PID به مفاصل دست و همچنین خروجی‌های کنترلی با شرایط اولیه[1,1,1]، [5,5,5] و [-5,-5,-5] به ترتیب در شکل‌های (۹) تا (۱۱) آمده است. پارامترهای کنترل-کننده‌های PID بصورت زیر تنظیم شده‌اند:

$$\begin{cases} K_{p1} = 2, K_{i1} = 0.5, K_{d1} = 1 \\ K_{p2} = 5, K_{i2} = 0.5, K_{d2} = 1 \\ K_{p3} = 2, K_{i3} = 1, K_{d3} = 1 \end{cases} \quad (۳۸)$$

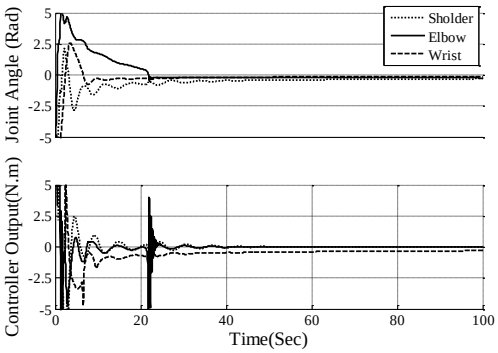
k_{p1}، k_{i1} و k_{d1} گین‌های مربوط به کنترل‌کننده PID مفصل شانه، k_{p2}، k_{i2} و k_{d2} گین‌های مربوط به کنترل‌کننده PID مفصل آرنج و k_{p3}، k_{i3} و k_{d3} گین‌های مربوط به کنترل‌کننده PID مفصل مچ دست می‌باشند، که ساختار کلی آن در شکل (۱) نشان داده شده است. میانگین مربعات خطا و همچنین خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست با شرایط اولیه متفاوت ، به ترتیب، در جدول‌های (۳) و (۴) آمده است. در جدول (۵) حداکثر فراجهش برای شرایط اولیه [-5,-5,-5] و حداقل فروجهش برای شرایط اولیه [1,1,1] و [5,5,5] آمده است. زمان صعود برای شرایط اولیه [-5,-5,-5] و زمان نزول برای شرایط اولیه [1,1,1] و [5,5,5] در جدول (۶) محاسبه شده است.



شکل ۹: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کنندهRLPID برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [1,1,1]$.



شکل ۱۰: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPID برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$.



شکل ۱۱: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPID برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [-5,-5,-5]$.

جدول ۳: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPID

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۴۸۹۶°	۱٫۰۴۴۶°	۰٫۶۷۴۸°
آرنج	۱٫۰۵۲۷°	۱٫۱۲۲۱°	۱٫۱۸۵۶°
مچ	۰٫۰۶۲۵°	۰٫۳۰۰۲°	۰٫۶۵۹۳°

جدول ۴: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل-کننده RLPID

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۴۲۵۵°	۰٫۸۵۸۰°	۰٫۶۰۵۲°
آرنج	۰٫۹۹۱۵°	۱٫۰۲۵۹°	۱٫۰۵۶۴°
مچ	۰٫۱۵۶۱°	۰٫۵۱۲۰°	۰٫۷۸۸۳°

جدول ۵: حداکثر فراجهش (فروجهش) زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPID

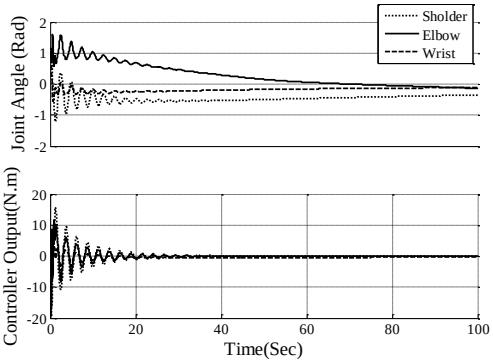
	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	−۲٫۷۸۶۴°	−۵٫۱۱۹۸°	۲٫۱۱۱۱°
آرنج	−۰٫۲۴۶۷°	−۰٫۳۶۹۲°	۶٫۰۵۹۶°
مچ	−۰٫۷۴۸۴°	−۱٫۶۷۹۱°	۲٫۵۸۶۴°

جدول ۶: زمان صعود (نزول) زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPID

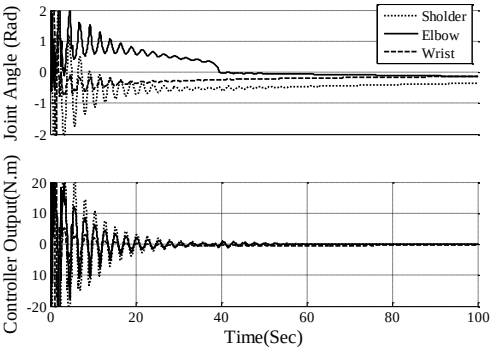
	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۵۲٫۵۶	۱۴٫۶۴	۱۵٫۴
آرنج	۲۱٫۸۴	۱۳٫۶	۱۴٫۵۲
مچ	۳۶٫۵۲	۷٫۱۲	۵٫۶

۴-۳- کنترل‌کننده RLPIDHTC

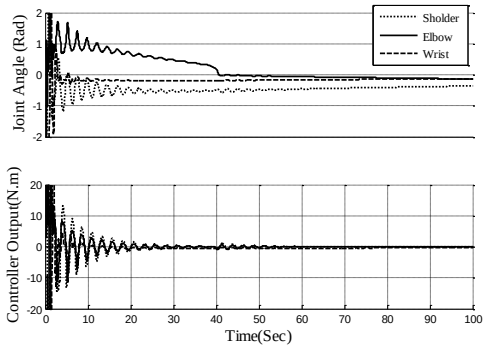
همانطور که پیشتر مشاهده شد کارایی کنترل‌کننده RL مطلوب نبود. در ادامه از کنترل‌کننده RLPID به منظور کنترل سیستم استفاده شد. با وجود کارایی قابل قبول، به منظور بهبود شرایط پایداری سیستم کنترل، یک کنترل کننده مقاوم HTC به سیستم کنترل مبتنی بر RLPID افزوده شد که با عنوان کنترل-کننده RLPIDHTC معرفی شد. نتایج حاصل از اعمال همزمان کنترل‌کننده‌های یادگیری تقویتی، HTC و PID به منظور رساندن موقعیت مفاصل دست به موقعیت تعادلی [0,0,0] ، از شرایط اولیه [1,1,1]، [5,5,5] و [-5,-5,-5] برای هر سه مفصل در شکل‌های (۱۲) تا (۱۴) آمده است. در جدول‌های (۷) و (۸) نتایج مربوط به میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار حاصل از اعمال ساختار کنترلی RLPIDHTC آورده شده‌اند. در جدول (۹) حداکثر فراجهش برای شرایط اولیه [-5,-5,-5] و حداقل فروجهش برای شرایط اولیه [1,1,1] و [5,5,5] آمده است. زمان صعود برای شرایط اولیه [-5,-5,-5] و زمان نزول برای شرایط اولیه [1,1,1] و [5,5,5] در جدول (۱۰) محاسبه شده است.



شکل ۱۲: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPIDHTC برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [1,1,1]$.



شکل ۱۳: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPIDHTC برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$.



شکل ۱۴: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPIDHTC برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [-5,-5,-5]$.

جدول ۷: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDHTC

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۲۴۰۹°	۰٫۵۱۹۵°	۰٫۳۷۶۲°
آرنج	۰٫۲۲۶۷°	۰٫۲۸۳۰°	۰٫۳۱۶۱°
مچ	۰٫۰۴۰۲°	۰٫۲۶۳۴°	۰٫۲۵۵۴°

جدول ۸: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDHTC

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۱۸۴۹°	۰٫۵۵۹۴°	۰٫۴۱۱۶°
آرنج	۰٫۳۷۵۶°	۰٫۴۴۵۴°	۰٫۴۸۱۲°
مچ	۰٫۰۹۱۰°	۰٫۴۸۱۳°	۰٫۴۷۲۸°

جدول ۹: حداکثر فراجهش و فروجهش زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDHTC

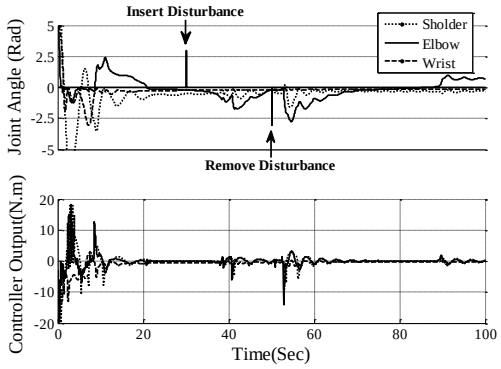
	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	−۱٫۲۲۵۷°	−۴٫۶۷۸۹°	۴٫۱۶۸۲°
آرنج	−۰٫۱۳۷۵°	−۰٫۶۰۰۴°	۳٫۴۰۱۵°
مچ	−۰٫۵۵۹۵°	−۲٫۵۴۱۳°	۲٫۹۱۱۶°

جدول ۱۰: زمان صعود (نزول) زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDHTC

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۸۱٫۲۴	۱۰٫۷۲	۴٫۴
آرنج	۴۶٫۴۴	۱۴٫۲۸	۱۲٫۲۸
مچ	۳۸٫۰۸	۱٫۸۴	۲٫۱۶

۴-۴- ارزیابی درحضور اغتشاش خارجی

پس از ارزیابی‌های اولیه ملاحظه شد که کنترل کننده‌های غیرمتمرکز مبتنی بر RLPID و RLPIDHTC در کنترل موقعیت دست، کارایی قابل قبولی داشته‌اند. در ادامه به‌منظور مقایسه دقیق‌تر کاریی دو کنترل کننده، قابلیت‌آنهادر مقابله با اعمال اغتشاش مکانیکی خارجی مورد بررسی قرارگرفت. به این منظور، در ثانیه ۳۰ پالسی با دامنه Nm ۳ و در ثانیه ۵۰ پالسی با دامنه Nm ۳- در مدت ۱ ثانیه به مفاصل دست اعمال شدند. عملکرد کنترل‌کننده RLPID بازای در نظر گرفتن موقعیت اولیه [5,5,5] برای مفاصل، در شکل (۱۵) نشان داده شده است. میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار مربوط به زوایای مفاصل با شرایط اولیه مختلف در جدول‌های (۱۱) و (۱۲) آمده است. عملکرد کنترل‌کننده RLPIDHTC نیز بازای در نظر گرفتن موقعیت اولیه [5,5,5] برای مفاصل، در شکل (۱۶) نشان داده شده است. میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار مربوط به زوایای مفاصل با شرایط اولیه مختلف در جدول‌های (۱۳) و (۱۴) آمده است.



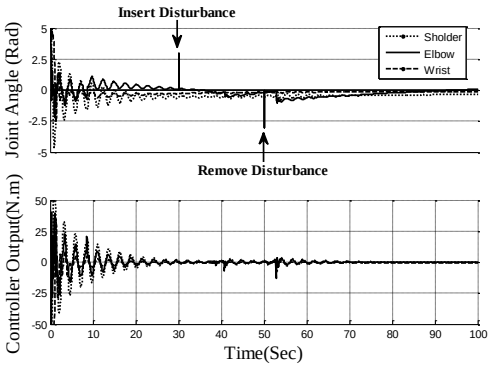
شکل ۱۵: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPID برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$ در حضور اغتشاش (td=30s,50s).

جدول ۱۱: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPID در حضور اغتشاش خارجی

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۸۲۴۶°	۱٫۵۸۰۳°	۰٫۷۶۷۵°
آرنج	۰٫۶۷۹۸°	۰٫۷۵۹۴°	۰٫۸۰۵۲°
مچ	۰٫۰۹۲۵°	۰٫۴۳۴۴°	۰٫۳۰۸۰ °

جدول ۱۲: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPID در حضور اغتشاش خارجی

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۷۱۷۲°	۱٫۱۲۱۷°	۰٫۶۷۲۵°
آرنج	۰٫۸۱۱۱°	۰٫۸۵۶۴°	۰٫۸۸۳۲°
مچ	۰٫۲۳۵۰°	۰٫۶۲۱۲°	۰٫۵۱۲۲°



شکل ۱۶: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPIDHTC برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$ در حضور اغتشاش(td=30s,50s).

جدول ۱۳: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل-کننده RLPIDHTC در حضور اغتشاش خارجی

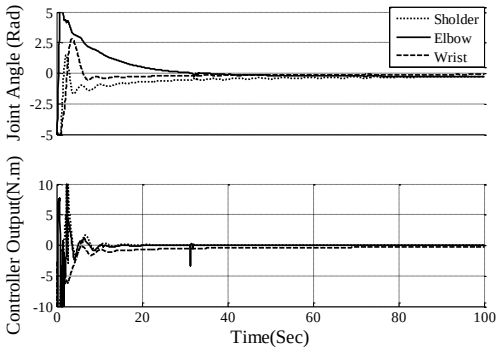
	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰,۲۶۷۵°	۰,۵۳۰۴°	۰,۴۸۳۸°
آرنج	۰,۱۳۵۰°	۰,۲۱۳۹°	۰,۱۸۳۹°
مچ	۰,۰۳۹۵°	۰,۲۷۴۵°	۰,۲۱۹۱°

جدول ۱۴: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل-کننده RLPIDHTC در حضور اغتشاش خارجی

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰,۲۴۷۱°	۰,۵۳۹۴°	۰,۵۲۳۵°
آرنج	۰,۳۴۵۵°	۰,۴۱۵۳°	۰,۴۰۰۶°
مچ	۰,۰۹۴۰°	۰,۴۹۱۸°	۰,۴۲۴۲°

۴-۵- ارزیابی در حضور تغییر پارامترهای سیستم

در این مرحله، کارایی کنترل‌کننده‌های RLPID و RLPIDHTC در شرایطی که پارامترهای سیستم در طول زمان تغییر می‌کنند منظور بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور طول مفاصل، جرم لینک‌ها، طول و فاصله مرکز جرم تا مفصل را به اندازه ٪۵۰± مقدار اولیه آن تغییر می‌دهیم. نتایج مربوط به زاویه مفاصل و خروجی کنترلی کنترل‌کننده RLPID با در نظر گرفتن اثر تغییر پارامترها و شرایط اولیه [5,5,5] در شکل (۱۷) نشان داده شده است. میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل در شرایط اولیه مختلف نیز محاسبه شده و در جدول‌های (۱۵) و (۱۶) آمده است. عملکرد کنترل‌کننده RLPIDHTC نیز بازای در نظر گرفتن موقعیت اولیه [5,5,5] برای مفاصل و اثر تغییر پارامتر، در شکل (۱۸) نشان داده شده است. میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار مربوط به زوایای مفاصل با شرایط اولیه مختلف در جدول‌های (۱۷) و (۱۸) آمده است.



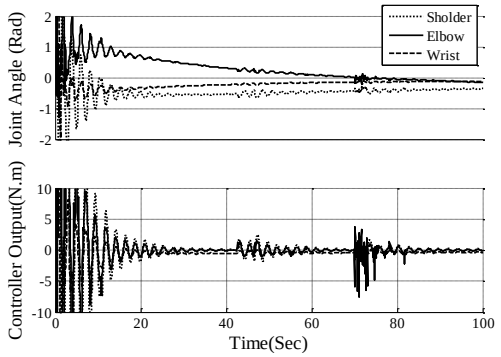
شکل ۱۷: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPID برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$ در اثر تغییر پارامترهای سیستم.

جدول ۱۵: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل-کننده RLPID در اثر تغییر پارامتر

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰,۴۷۴۱°	۰,۹۱۴۰°	۰,۶۶۵۳°
آرنج	۱,۰۵۰۲°	۱,۰۹۱۷°	۱,۲۱۹۶°
مچ	۰,۰۶۲۳°	۰,۳۰۶۸°	۰,۵۸۸۱°

جدول ۱۶: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل-کننده RLPID در اثر تغییر پارامتر

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰,۴۰۶۷°	۰,۷۷۸۱°	۰,۵۹۷۱°
آرنج	۰,۹۹۰۳°	۱,۰۱۱۰°	۱,۰۷۲۴°
مچ	۰,۱۵۵۵°	۰,۵۱۸۴°	۰,۷۴۱۷°



شکل ۱۸: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPIDHTC برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$ در اثر تغییر پارامترهای سیستم.

جدول ۱۷: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDHTC در اثر تغییر پارامتر

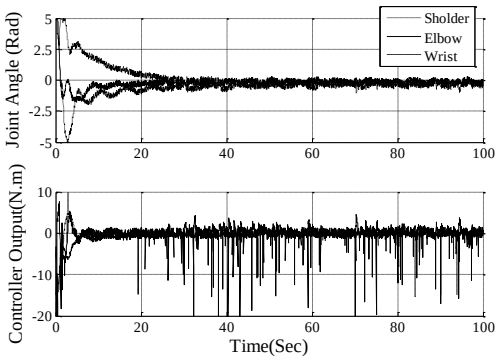
	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰,۲۴۸۹°	۰,۴۸۶۹°	۰,۴۲۱۶°
آرنج	۰,۲۳۵۶°	۰,۲۸۷۷°	۰,۲۹۸۸°
مچ	۰,۰۴۱۰°	۰,۲۵۴۲°	۰,۲۲۶۴°

جدول ۱۸: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDHTC در اثر تغییر پارامتر

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰,۲۰۷۳°	۰,۵۲۹۷°	۰,۴۶۱۳°
آرنج	۰,۳۸۶۷°	۰,۴۵۰۲°	۰,۴۶۴۰°
مچ	۰,۰۹۵۷°	۰,۴۷۱۶°	۰,۴۴۰۹°

۴-۶- ارزیابی درحضور نویز اندازه‌گیری

در این قسمت کارایی کنترل‌کننده‌های RLPID و RLPIDHTC در حضور نویز اندازه‌گیری به منظور بررسی می‌شود. به منظور لحاظ کردن عامل نویز در شبیه‌سازی‌ها، نویزی با توزیع یکنواخت با فاصله پیک تا پیک ۰٫۵ به سیستم اعمال شده است. نتایج مربوط به زاویه مفاصل و خروجی کنترلی کنترل‌کننده RLPID با در نظر گرفتن اثر نویز اندازه‌گیری و شرایط اولیه [5,5,5] در شکل (۱۹) آمده است. نتایج محاسبه میانگین مربعات خطا مفاصل و خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل با شرایط اولیه مختلف در جدول‌های (۱۹) و (۲۰) آمده است. نتایج مربوط به زاویه مفاصل و خروجی کنترلی کنترل‌کننده RLPIDHTC نیز بازای شرایط اولیه [5,5,5] و در نظر گرفتن اثر نویز اندازه‌گیری در شکل (۲۰) نشان داده شده است. میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل نیز محاسبه شده و به ترتیب در جداول (۲۱) و (۲۲) آمده است.



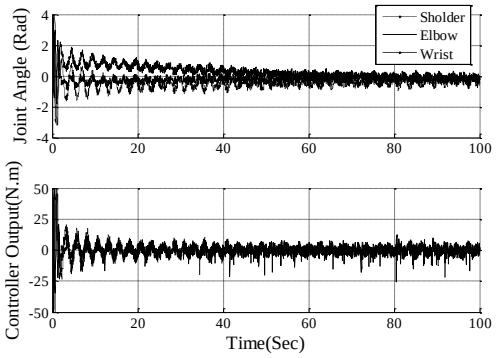
شکل ۱۹: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPID برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$ در حضور نویز اندازه‌گیری.

جدول ۱۹: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDدر حضور نویز اندازه‌گیری

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۵۱۸۸°	۱٫۰۳۳۶°	۰٫۷۹۹۹°
آرنج	۱٫۰۶۶۷°	۱٫۱۵۵۲°	۱٫۲۹۸۸°
مچ	۰٫۰۹۵۰°	۰٫۳۳۴۰°	۰٫۴۸۸۲°

جدول ۲۰: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPID در حضور نویز اندازه‌گیری

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۴۶۰۰°	۰٫۸۴۹۶°	۰٫۶۹۹۱°
آرنج	۰٫۹۹۹۲°	۱٫۰۴۳۲°	۱٫۱۰۹۸°
مچ	۰٫۲۳۷۰°	۰٫۵۴۲۹°	۰٫۶۷۰۵°



شکل ۲۰: زوایای مفاصل و خروجی کنترل‌کننده RLPIDHTC برای سه مفصل شانه، آرنج و دست با شرایط اولیه $\theta_0 = [5,5,5]$ در حضور نویز اندازه‌گیری.

جدول ۲۱: میانگین مربعات خطا زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل-کننده RLPIDHTC در حضور نویز اندازه‌گیری

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۳۱۰۶°	۰٫۴۳۱۵°	۰٫۳۹۰۵°
آرنج	۰٫۲۶۰۶°	۰٫۳۳۴۸°	۰٫۳۳۸۹°
مچ	۰٫۰۷۲۴°	۰٫۲۶۸۶°	۰٫۱۸۱۰°

جدول ۲۲: خطای حالت ماندگار زوایای مفاصل دست مربوط به کنترل‌کننده RLPIDHTC در حضور نویز اندازه‌گیری

	[1,1,1]	[5,5,5]	[-5,-5,-5]
شانه	۰٫۳۲۲۶°	۰٫۴۷۴۷°	۰٫۴۲۸۴°
آرنج	۰٫۴۱۸۹°	۰٫۵۰۰۸°	۰٫۵۰۵۵°
مچ	۰٫۲۰۰۹°	۰٫۴۸۵۶°	۰٫۳۸۵۴°

۵- ارزیابی مبتنی بر داده‌های انسانی

پس از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری ملاحظه شد که کارایی کنترل‌کننده RLPIDHTC نسبت به RLPID بهتر است. لذا به منظور نوعی ارزیابی کاملتر و واقع‌گرایانه‌تر کنترل‌کننده RLPIDHTC، آزمایش‌های انسانی طراحی و انجام شدند. در آزمایش‌های انسانی الگوی فعالیت عضلات مفاصل دست، طی عملکرد حرکت دست با استفاده از سیگنال‌های الکترومایوگرام عضلات، استخراج می‌شوند. چهار داوطلب سالم (۱۹-۲۶ ساله) راست دست در آزمایش-ها شرکت داشتند، هیچ یک از افراد شرکت‌کننده دارای مشکلات حرکتی نبودند. به منظور ثبت سیگنال‌های عضلانی از یک دستگاه پاورلب ۴ کاناله و دو دستگاه بایوامپ استفاده شد. نرم افزار استفاده شده به منظور ثبت لب‌چارت می-باشد که قابلیت استفاده در محیط متلب را دارد. به منظورثبت سیگنال‌های الکترومایوگرام سطحی، تنظیمات زیر در سیستم قبل از شروع ثبت انجام شد. برای پوشش محدوده فرکانسی سیگنال EMG و نیز حذف انحراف از خط پایه و آرتیفکت‌های حرکتی و تداخلات مغناطیسی احتمالی، از یک فیلتر بالاگذر و یک فیلتر پایین‌گذر استفاده شد، همچنین برای حذف نویز برق شهر، فیلتر Notch اعمال گردید (فیلتر سیستم ثبت داده پاورلب). فرکانس نمونه‌برداری با در نظر گرفتن حداکثر فرکانس موجود در محتوای فرکانسی سیگنالEMG و

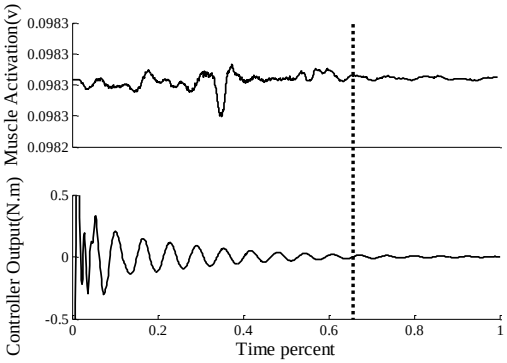
اعمال نرخ نایکوئیست برای اطمینان از عدم تداخل برابر ۱ کیلوهرتز و محدوده اندازه‌گیری دامنه سیگنالEMG، ۲میلی‌ولت در نظر گرفته شد. در پایان نیز به منظور انجام پردازش پوش سیگنال گرفته شده است.

در این آزمایش الکترودهای ثبت بر روی عضلات دلتوئید[12] شانه، ترایسپس براچی[13] ساعد و اکستنسور کارپی ردیالیس برویس[14] قرار داده شده است. شکل (۲۱) سیستم آزمایش را نشان می‌دهد.از فرد خواسته شد در حالیکه نشسته است حرکات مسطح را برطبق الگو رسم شده انجام دهد. در این آزمایشات سه حالت بررسی می‌شود، که بر طبق آن هر سه مفصل دست در زوایای ۶۰ درجه، ۴۰ درجه و ۲۰ درجه قرار می‌گیرند. به منظور هماهنگی ثبت-ها از سوژه می‌خواهیم ابتدا دست خود را در موقعیت موردنظر قرار دهد و منتظر علامت اول باشد، با شنیدن علامت اول سوژه دست خود را به سمت هدف، هر سه مفصل به سمت زاویه صفر درجه، حرکت می‌دهد. در پایان از سوژه درخواست شد تا زمانیکه علامت دوم را بشنود، دست خود را در موقعیت هدف نگه دارد.

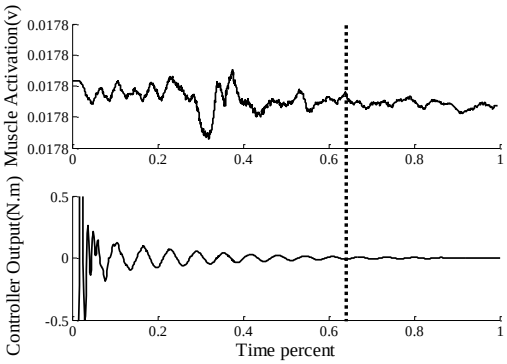
انجام حرکات به سه در جه آزادی محدود شده و مفصل شانه مبدا مختصات می‌باشد. هر آزمایش ۶ بار برای هر فرد تکرار و در کل برای هر فرد در مجموع سه حالت آزمایش، ۱۸ ثبت انجام گرفت. در بین هر حرکت به فرد فرصت کوتاهی برای استراحت داده می‌شود تا از ایجاد خستگی عضلانی جلوگیری شود.

شکل ۲۱: نحوه انجام آزمایش‌های انسانی .

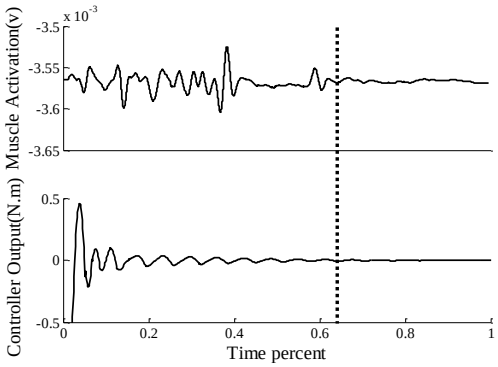
پس از ثبت داده‌های انسانی، زمانبندی تغییرات خروجی کنترل‌کننده در مطالعات شبیه‌سازی که همان گشتاور ایجاد شده در مفاصل هستند، با زمانبندی الگوی فعالیت عضلات که از داده‌های انسانی ثبت شده استخراج شده‌اند، مقایسه شده است. شایان ذکر است در مقایسه انجام شده تنها زمانبندی الگوی فعالیت عضلات و خروجی کنترل‌کننده مدنظر بوده است و هیچگونه مقایسه‌ای به لحاظ دامنه و فاز فعالیت عضلات و خروجی کنترل‌کننده انجام نشده است. در حقیقت تنها نوعی ارزیابی ابتدایی بر اساس داده‌های انسانی انجام گرفته است. شکل (۲۲) خروجی کنترل‌کننده پیشنهادی و الگوی فعالسازی عضله دلتوئید شانه را نشان می‌دهد. خروجی کنترل‌کننده پیشنهادی و الگوی فعالسازی عضله ترایسپس براچی در شکل (۲۳) نشان داده شده است. در شکل (۲۴) خروجی کنترل‌کننده پیشنهادی و الگوی فعالسازی عضله بازکننده مچ دست (کارپی ردیالیس برویس) آورده شده است. در واقع بوسیله نتایج ارائه شده در شکل‌های (۲۲) تا (۲۴)، نحوه زمانبندی فعالیت عضلات با زمانبندی فعالیت سیگنالهای کنترلی قابل مقایسه خواهند بود.



شکل ۲۲: خروجی کنترل‌کننده و الگوی فعالسازی عضله دلتوئید



شکل ۲۳: خروجی کنترل‌کننده و الگوی فعالسازی عضله ترایسپس براچی



شکل ۲۴: خروجی کنترل‌کننده و الگوی فعالسازی عضله اکستنسور کارپی ردیالیس برویس

۶- جمع‌بندی

در این پژوهش، یک راهکار کنترلی به‌منظور کنترل حرکت مدلی از بازوی دست با سه مفصل ارائه شد. در مدل مورد استفاده، اثر فعالسازی همزمان عضلات آگونیست و آنتاگونیست مفصل مچ دست با استفاده از مکانیزم فریزسازی لحاظ گردید. با الهام از عملکرد سیستم اعصاب مرکزی در کسب مهارتهای حرکتی، راهکار کنترلی ارئه شده مبتنی بر یکی از الگوریتم-هاییادگیری تقویتی توسعه یافت. مطابق نتایج به دست آمده، سیستم کنترل حرکت بازوی دست مبتنی بر کنترل‌کننده RL ناپایدار است. به منظور بهبود عملکرد سیستم از یک کنترل‌کننده پس‌خوردی، که این کنترل‌کننده PID بوده است، در کنار ساختار کنترلی RL استفاده شد. با توجه به نتایج مربوط به راهکار کنترلی RLPID، روشن می‌شود که کارایی کنترل‌کننده PID در کنار RL

[12]Deltoideus
[13]Triceps brachii
[14]Extensor carpi radialisbrevis

مطلوب است. میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار روش RLPID در مقایسه با محدوده تغییرات حرکت زوایای مفاصل کمتر است. نتایج نشان می‌دهد که کنترل‌کننده RLPID به ازای سه شرط اولیه مختلف برای مفاصل دست توانسته همگرایی با دقت قابل قبولی داشته باشد، البته نوساناتی دیده می‌شود که به دلیل دینامیک متغیر سیستم می‌باشد. با این حال به لحاظ تئوری اثباتی برای تضمین پایداری نداریم. به منظور تقویت این روش و تضمین پایداری سیستم از یک کنترل‌کننده HTC در کنار RLPID استفاده شد. از مقایسه روش‌های ارائه شده در قسمت نتایج روشن می‌شود که بکارگیری هر دو کنترل‌کننده PID و HTC در کنار کنترل‌کننده RL بمنظور کنترل مدل سه مفصل دست با در نظر گرفتن مکانیزم فریزسازی قابل قبول است است. همانطور که از جداول (۳) تا (۲۲) قابل مشاهده است، میزان میانگین مربعات خطا و خطای حالت ماندگار روش RLPIDHTC در مقایسه با محدوده تغییرات حرکت دست و همچنین روش RLPID به میزان قابل توجهی کمتر است. در مجموع کنترل‌کننده RLPIDHTC عملکرد بهتری را به نسبت کنترل‌کننده RLPID به لحاظ حداکثر فراجهش و طمان صعود داشته است. از طرفی این کنترل‌کننده در سه تست شبیه‌سازی طراحی شده به منظور ارزیابی ساختار کنترلی شامل اثر اغتشاش خارجی، تغییر پارامترهای سیستم و اثر نویز اندازه‌گیری نیز موفق عمل کرده است. میزان خطای محاسبه شده در سه تست شبیه‌سازی برای روش RLPIDHTC از روش RLPID به میزان قابل ملاحظه‌ای کمتر است. لذا ساختار کنترلی مبتنی بر RLPIDHTC روش پیشنهادی ما است.

در قسمت ارزیابی انسانی، الگوی فعالیت عضلات مفاصل دست، طی عملکرد حرکت دست با استفاده از سیگنال‌های الکترومایوگرام عضلات، استخراج شدند. همانطور که در شکل‌های (۲۲) تا (۲۴) نیز قابل مشاهده است شباهت قابل ملاحظه‌ای، به لحاظ زمانبندی تغییرات، بین خروجی کنترل‌کننده روش پیشنهادی و میزان فعالیت عضلات وجود دارد دارد. گشتاور ایجاد شده باعث تغییر فعالیت عضلانی می‌شود که کنترل‌کننده پیشنهادی به خوبی توانسته این تطابق با حالت طبیعی را ایجاد نماید. مجددا تاکید می‌شود که در مقایسه الگوی فعالیت عضلات و خروجی کنترل‌کننده، تنها زمانبندی فعالیت و عدم فعالیت مدنظر بوده است و هیچگونه مقایسه‌ای به لحاظ دامنه و فاز فعالیت عضلات و خروجی کنترل‌کننده انجام نشده است. در واقع پس از اینکه دست به هدف رسیده و میزان تغییر فعالیت عضلات کاهش می‌یابد، خروجی کنترل‌کننده نیز نوسانات کمی دارد، به عبارتی گشتاور تولید شده کاهش یافته است. نتایج نشان می‌دهند که همزمانی قابل ملاحظه‌ای بین زمان تغییرات سیگنال خروجی کنترل‌کننده با تغییرات الگو فعالیت عضلات دست فرد سالم وجود دارد. به عبارت دیگر نتایج نشان داده شده که به لحاظ بازه زمانی مربوط به فعالیت و عدم فعالیت عضلات و سیگنال خروجی کنترل‌کننده هم‌خوانی وجود دارد. البته به لحاظ دامنه تفاوت وجود دارد که دلیل آن عدم وجود عضله در مدل بیمار مجازی است و از طرفی مشخصات مدل بازو ارائه شده با حالت طبیعی یکسان نیستند.

یکی از موفق‌ترین راهکارهای موجود به منظور توانبخشی حرکتی، استفاده از پروتزهای عصبی است که از تحریک الکتریکی عملکردی به منظور فعال‌سازی عضلات از کار افتاده استفاده می‌کنند. در واقع از پروتزهای سیستم عصبی می‌توان به منظور انجام فعالیت‌هایروزانه زندگی برای افراد دچار فلج در بالا تنه و پایین تنه استفاده کرد [۲۳] - [۲۱]. افراد دچار آسیب‌های نخاعی اغلب برای حرکت دادن اندام‌های‌شان ناتوانند، اگرچه بیشتر اعصاب و عضلات آنها سالم هستند. تحریک الکتریکی عملکردی، این عضلات را برای انجام مجدد حرکات فعال می‌کند. کنترل حلقه بسته با استفاده از تحریک الکتریکی عملکردی، عملکرد عضله را بهبود می‌بخشد. در واقع آنچه در این مقاله ارائه شد، معرفی یک راهکار کنترلی حلقه بسته خودسازمانده مبتنی بر یادگیری تقویتی است که ضمن تضمین پایدای سیستم حلقه بسته و مقاوم بودن در برابر تغییر پارامترهای سیستم، اغتشاشهای خارجی و نویز اندازه‌گیری، قادر بوده است عملکرد کنترل حرکت مدلی از بازوی دست را با کارایی قابل قبولی انجام دهد. چنین راهکار کنترلی می‌تواند در راستای توسعه پروتزهای عصبی مربوط به کنترل حرکت دست، مثمر ثمر واقع شود.

مراجع

[1] F.M.M.O. Camposand J.M.F. Calado, "Approaches to human arm movement control—A review," *Annual Reviews in Control*, vol. 33, Issue. 1, pp. 69-77, April. 2009.

[2] JIANG Yu, JIANG Zhong-Ping and QIAN Ning, "Optimal Control Mechanisms in Human Arm Reaching Movements," *In Proc. 30th Chinese Control.* Conf. July 22-24. 2011.

[3] Magnus J. E. Richardson and Tamar Flash, "Comparing Smooth Arm Movements with the Two-Thirds Power Law and the Related Segmented-Control Hypothesis*," J.Neurosci*, vol. 22, no. 18, pp. 8201–8211, 2002.

[4] Elizabeth B. Torresand David Zipser, "Simultaneous control of hand displacements and rotations in orientation-matching experiments," *J. Appl. Physiol.*, vol. 96, pp.1978-1987, 2004.

[5] Yasuhiro Wada, Yuichi Kaneko, Eri Nakano, Rieko OsuandMitsuoKawato, "Quantitative examinations for multi joint arm trajectory planningÐusing a robust calculation algorithm of the minimum commanded torque change trajectory," *J Neural Networks*, vol. 14, pp. 381-393, 2001.

[6] Toshikazu Matsui, KoukiTakeshita and Takahisa Shibusawa "Effectiveness of Human Three-Joint Arm's Optimal Control Model Characterized by Hand- Joint's Freezing Mechanism in Reproducing Constrained Reaching Movement Characteristics," *In Proc. Int. Joint. Conf*, pp. 1206-1211, 209.

[7] Weiwei Li, Emanuel Todorov and Xiuchuan Pan, "Hierarchical Feedback and Learning for Multi-joint Arm Movement Control," *In Proc. 27thAnnu. Conf. EMBS*, 2005.

[8] Kathleen M.Jagodnik and Antonie J. vandenBogert "Optimization and evaluation of a proportional derivative controller for planar arm movement," *J. Biomech*., vol. 43, pp. 1086–1091, 2010.

[9] Qinmin Yang and SarangapaniJagannathan, "Reinforcement Learning Controller Design for Affine Nonlinear Discrete-Time Systems using Online Approximators," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern*. vol. 42, no. 2, pp.377-390, April. 2012.

[10] H.Kambara, J.Kim, M.Sato and Y.Koike, "learning arm's posture control using reinforcement learning and feedback-error-learning," *In Proc. 26thAnnu. Int. Conf. EMBS* , vol. 1, pp. 486 - 489, 2004.

[11] Shogo Uchiyama, Masanao Obayashi, Takashi Kuremoto and Kunikazu Kobayashi, "Robust Reinforcement Learning Control System with H∞ Tracking Performance Compensator," *In Proc. 11th Cont. Auto. Syst. Conf*, 2011.

[12] Magnus J. E. Richardson and Tamar Flash, "Comparing Smooth Arm Movements with the Two-Thirds Power Law and the Related Segmented-Control Hypothesis*," J.Neurosci*, vol. 22, no. 18, pp. 8201–8211, 2002.

[13] Daniele Caligiore, Eugenio Guglielmelli, Anna M. Borghi, DomenicoParisi and GianlucaBaldassarre "A Reinforcement Learning Model of Reaching Integrating Kinematic and Dynamic

[18] MinijaTamosiunaite, TamimAsfour and FlorentinWörgötter, "Learning to reach by reinforcement learning using a receptive field based function approximation approach with continuous actions," *Biol. Cybern*. vol. 100, no. 1, pp. 249–260, 2009.

[19] Kuo-Hsiang Cheng, "Auto-structuring fuzzy neuralsystem for intelligent control," *Journal of The FranklinInstitute*, vol.346, pp.267-288, 2009.

[20] Sutton, R. S. and Barto, A. G., "Reinforcement learning: An introduction,"

[21] C.L.LYNCH and M.R.POPOVIC, "Functional Electrical Stimulation," *IEEE CONTROL SYSTEMS MAGAZINE*, pp. 40-50, april 2008.

[22] P.S.Thomas, M.S.Branicky, A.V.D. Bogert, and K. Jagodnik, "FES Control of a Human Arm Using Reinforcement Learning" , 2007.

[23] E.B.Marsolais and R.Kobetic, "Development of a practical electrical stimulation system for restoring gait in the paralyzed patient," *Clin. Ortho. & Rel. Res.*, vol. 233, pp. 64–74, 1988.

Control in a Simulated Arm Robot," *In Proc. 9th IEEE Int. Conf. development. learning.*, pp. 211-218, 2010.

[14] Philip Thomas, Michael Branicky,Antonie van den Bogert and Kathleen Jagodnik, "Application of the Actor-Critic Architecture to Functional Electrical Stimulation Control of a Human Arm," *In Proc. Innov. Appl. Artif. Intell. Conf.*, pp. 165–172, 2009.

[15] Qinmin Yang, Jonathan Blake VanceandS.Jagannathan, "Control of Nonaffine Nonlinear Discrete-Time Systems Using Reinforcement-Learning-Based Linearly Parameterized Neural Networks," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern*. vol. 38, no. 4, pp.994-1001, August. 2008.

[16] Lena AbbasiBrujeni, Jong Min LeeandSirish L. Shah, "Dynamic Tuning of PI-Controllers based on Model-free Reinforcement Learning Methods," *In Proc. Cont. Auto. Syst. Conf*, pp. 453-458, 2010.

[17] F.L. LewisandKyriakos G. Vamvoudakis, "Optimal Adaptive Control for Unknown Systems Using Output Feedback by Reinforcement Learning Methods," *In Proc. 8th Cont. Auto. Conf*, 2010.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، صفحه ۴۰-۳۱

تحلیل و طراحی تأخیر زمانی بهینه در انفجار سرجنگی

زهرا پارسانژاد[۱]، جعفر حیرانی نوبری[۲]، سعید عبادالهی[۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، zparsanezhad@gmail.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ، nobari@eetd.kntu.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، s_ebadollahi@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۶/۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۸/۱۱)

چکیده: فیوز یکی از مهم‌ترین عوامل مؤثر بر احتمال کشندگی سامانه‌ی سلاح محسوب می‌شود. نقش اصلی فیوز مشاهده‌ی هدف در نزدیکی موشک و انفجار سرجنگی با تأخیر مناسب می‌باشد، به گونه‌ای که حداکثر خسارت به هدف وارد شود. در این مقاله، مسأله‌ی تأخیر زمانی موردنیاز از لحظه‌ی آشکارسازی هدف توسط سنسور فیوز تا لحظه‌ی انفجار سرجنگی در دستگاه اینرسی دوبعدی حل شده است. با در نظر گرفتن مرکز سنسور فیوز به عنوان نقطه‌ی اینرسی، رابطه‌ی ساده‌ای برای تأخیر زمانی حاصل شده که نحوه‌ی اثرگذاری پارامترهای دخیل در آن به خوبی مشاهده می‌شود. بدلیل ناتوانی در اندازه‌گیری تمامی پارامترهای مؤثر سعی شده است تا با استفاده از پارامترهای محدود تخمینی بهینه از تأخیر زمانی ارائه شود. بدین منظور در ابتدا با توجه به معیار $t_d > 0$، مقداری مناسب برای زاویه‌ی مایل فیوز انتخاب می‌شود. سپس مقدار ثابتی برای تأخیر زمانی ارائه خواهد شد. از آن‌جا که این مقدار ثابت به ازای تمام سناریوهای ممکن به برخورد ترکش‌ها به هدف منجر نخواهد شد، در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی طراحی می‌شود.

کلمات کلیدی: زاویه‌ی مایل فیوز، سرعت نسبی، تأخیر زمانی.

Analysis and Design of Optimum Time Delay in Warhead Detonation

Zahra Parsanezhad, Jafar Heyrani Nobari, Saeed Ebadollahi

Abstract: Fuse is one of the most important factors on killing probability of weapon system. The function performed by the proximity fuse is to sense the presence of a target and detonate the warhead at a suitable point to maximize the probability of destroying the target. In this paper, time delay problem is solved since detection time to detonation time in tow-dimensional inertial system. Considering the fuse sensor center as inertial point, simple equation is derived for time delay which the way of influence the factors can be seen well. Due to the inability on measure all influential factors, this present research is going to offer optimal estimation of time delay with less factors. Primarily, according to the criterion td > 0, suitable value for lean angle fuse is selected. Next, constant value is offered for time delay. By this constant value, fragments won't strike to target at all possible engagement scenarios. So, time delay would be designed as function of missile and target relative velocity.

Keywords: Fuse lean angle, Relative velocity, Time delay.

فهرست علائم:

$\mathbf{V_0}$: بردار سرعت اولیه‌ی ترکش	θ: زاویه‌ی عبور موشک و هدف
V_0: اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی ترکش	L_t: طول هدف
$\mathbf{V_M}$: بردار سرعت موشک	α_i: زاویه‌ی مایل سنسور فیوز
V_m: اندازه سرعت موشک	$\mathbf{R_d}$: بردار مکان هدف نسبت به موشک در لحظه‌ی آشکارسازی
$\mathbf{V_T}$: بردار سرعت هدف	R_d: فاصله‌ی موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی
V_t: اندازه سرعت هدف	t_{go}: مدت زمان حرکت هدف از لحظه‌ی آشکارسازی تا لحظه‌ی برخورد
$\mathbf{V_{MT}}$: بردار سرعت نسبی موشک و هدف	t_f: مدت زمان پرواز ترکش‌ها از لحظه‌ی انفجار تا برخورد به هدف
V_{mt}: اندازه‌ی سرعت نسبی موشک و هدف	t_d: تأخیر زمانی از لحظه‌ی آشکارسازی تا لحظه‌ی انفجار سرجنگی

۱- مقدمه

دو بخش فیوز و سرجنگی در کنار یکدیگر حساس‌ترین قسمت از مأموریت سامانه در مقابله با مهاجم را به عهده دارند. نحوه‌ی آغاز به کار فیوز و برنامه‌ریزی تأخیر زمانی مربوطه جهت فعال کردن سرجنگی از مؤلفه‌های اساسی است که به طور مستقیم در میزان اثرگذاری سرجنگی و نهایتاً احتمال کشندگی لحاظ می‌شود. نقش اصلی فیوز، مشاهده‌ی هدف در نزدیکی موشک و انفجار سرجنگی با تاخیر مناسب می‌باشد [۱].

در این مقاله سعی شده است تا با نگاه سیستمی به فیوز، تأخیر زمانی موردنیاز از لحظه‌ی آشکارسازی هدف تا لحظه‌ی انفجار سرجنگی محاسبه شود. هندسه‌ی درگیری موشک و هدف برای حل مسأله‌ی تأخیر زمانی، دوبعدی در نظر گرفته می‌شود.

در [۲] و [۳] مسأله‌ی تأخیر زمانی در سیستم اینرسی که نقطه‌ی مرجع آن، نقطه‌ای چسبیده به زمین می‌باشد، حل شده است. از آن‌جا که معادله‌ی تأخیر زمانی حاصل شده، تابع عوامل متعددی بوده که ممکن است در دسترس نباشند، در این مقاله سعی بر این است تا با تغییر نقطه‌ی اینرسی رابطه‌ی ساده‌تری برای تأخیر زمانی بدست آورده شود.

لازم به ذکر است که سیستم اینرسی از یک دستگاه و یک نقطه‌ی مرجع اینرسی تشکیل شده است. دستگاه اینرسی دوبعدی به صورت یک دستگاه چسبیده به زمین تقریب زده می‌شود. محور اول این دستگاه در راستای افق و محور دوم آن در راستای شتاب گرانش است. نقطه‌ی مرجع اینرسی نیز که موقعیت دیگر نقاط در دستگاه اینرسی نسبت به آن سنجیده می‌شود، در این مقاله نقطه‌ای چسبیده به موشک در نظر گرفته می‌شود.

از دیگر دستاوردهای این مقاله، بدست آوردن معیاری برای انتخاب زاویه‌ی مایل فیوز و همچنین طراحی تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی بین موشک و هدف می‌باشد. در [۲] تنها به ازای یک سناریوی درگیری خاص با فرض زاویه‌ی مایل فیوز برابر ۶۰ درجه، بازه‌ای از مقادیر ثابت مجاز برای تأخیر زمانی ارائه شده است.

در ادامه بعد از توضیح عملکرد فیوز، انواع فیوز شرح داده می‌شود. سپس سینماتیک درگیری بین موشک و هدف ترسیم شده و فرض‌های موردنیاز برای محاسبه‌ی تأخیر زمانی عنوان می‌شود. در بخش پنجم با تغییر نقطه‌ی اینرسی به مرکز سنسور فیوز، مسأله‌ی تأخیر زمانی موردنیاز از لحظه‌ی آشکارسازی هدف توسط سنسور فیوز تا لحظه‌ی انفجار سرجنگی در دستگاه اینرسی دوبعدی حل شده و معادله‌ای برای تأخیر زمانی بهینه ارائه می‌شود. قسمت ششم به طراحی تأخیر زمانی اختصاص دارد. در این قسمت در ابتدا مقدار بهینه‌ای برای زاویه‌ی مایل فیوز انتخاب می‌شود. سپس مقدار ثابتی برای تأخیر زمانی تخمین زده می‌شود. این مقدار ثابت به ازای تمام سناریوهای ممکن به برخورد ترکش‌ها به هدف منجر نخواهد شد. بنابراین در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی بین موشک و هدف طراحی می‌گردد.

۲- عملکرد فیوز

فیوز یکی از مهم‌ترین عوامل مؤثر بر احتمال کشندگی سامانه سلاح محسوب می‌شود که وظیفه‌ی آن ارسال به‌موقع فرمان انفجار به سرجنگی است، به گونه‌ای که حداکثر خسارت به هدف وارد شود.

فیوز شامل تجهیزاتی برای آشکارسازی نزدیکی به هدف و آماده‌سازی زنجیره‌ی انفجار است که TDD[1] نام دارد. همچنین فیوز شامل یک یا تعداد بیشتری مکانیزم ایمنی برای جلوگیری از انفجار سهوی خرج اصلی است و از انفجار سرجنگی به هنگام پرواز تا فاصله مطمئن و ایمنی از سایت جلوگیری می‌کند.

[1] Target Detection and Detonation

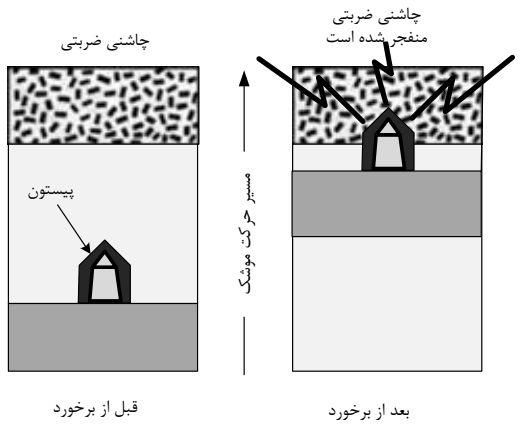
چاشنی هم جزئی از مکانیزم فیوز است و برای ایمن ماندن فیوز، تا زمانی که مورد نیاز نباشد، در داخل آن قرار نمی‌گیرد. اغلب فیوز به‌گونه‌ای شکل داده می‌شود که چاشنی برای اتصال به خرج اصلی در مسیر انفجار بایستی از مجرای فیزیکی کوچکی عبور کند. این مجرا تا زمانی‌که سرجنگی، مورد نیاز نباشد، مسدود می‌شود. برای مثال، فیوز ممکن است شامل دو صفحه‌ی دوار با حفره‌های خارج مرکز باشد. وقتی صفحه‌ها تنظیم شده باشند، حفره‌ها در امتداد هم قرار گرفته و اجازه عملکرد داده می‌شود. به این مکانیزم، مسلح‌سازی فیوز گفته می‌شود. در غیر این صورت حفره‌ها تنظیم نبوده و فیوز ایمن خواهد ماند. مکانیزم فوق همراه با صفحه‌ها، وسیله‌ی ایمن‌سازی و مسلح‌سازی[1] نامیده می‌شود [۴].

۳- انواع فیوز

انواع مختلفی از فیوز در دسترس است. نوع فیوز برای یک کاربرد داده شده به مشخصات هدف، موشک و سرجنگی بستگی دارد. فیوز در سه نوع ضربه‌ای[2]، تأخیر زمانی[3] و مجاورتی[4] وجود دارد که در ادامه توضیح داده می‌شوند.

۳-۱- فیوز ضربه‌ای

این نوع فیوز با نیروی اینرسی که بواسطه‌ی برخورد موشک به هدف ایجاد می‌شود، فعال می‌شود. نمایش فیزیکی آن به صورت شکل ۱ است. همان‌طور که در شکل سمت چپ نشان داده شده، چاشنی ضربتی در قسمت بالای فیوز قرار گرفته است. یک پیستون متحرک هم در انتهای دیگر آن نصب شده که بوسیله‌ی فنر یا قطعه‌ی مناسب دیگری نگاه داشته شده است. در طول پرواز موشک، پیستون در انتهای فیوز باقی می‌ماند. با برخورد موشک به هدف شتاب موشک به طور ناگهانی کاهش یافته و اینرسی پیستون آن را به سمت جلو منتقل می‌کند. سپس پیستون به ماده‌ی منفجره ضربه‌ای وارد کرده و آن را منفجر می‌کند که در شکل سمت راست نشان داده شده است. با انفجار چاشنی، خرج اصلی هم منفجر می‌شود. اغلب المان تأخیرداری در اتصال فیوز ضربه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد تا سرجنگی قبل از انفجار در هدف نفوذ کند که نتیجه‌ی آن ایجاد خسارت بیشتری در هدف توسط ترکش و یا موج انفجار می‌باشد [۵].



شکل ۱: فیوز ضربه‌ای قبل و بعد از برخورد با هدف

۳-۲- فیوز تأخیر زمانی

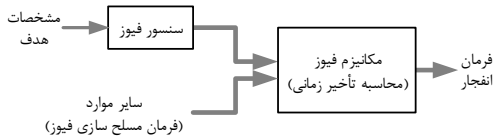
این فیوز طوری طراحی شده تا سرجنگی را پس از طی زمانی از پیش تعیین شده بعد از پرتاب موشک، منفجر کند. این بازه زمانی غیر قابل تغییر است، بنابراین این نوع فیوزها در سرجنگی‌های موشک‌های هدایت‌شونده به ندرت به کار برده می‌شوند [۶].

۳-۳- فیوز مجاورتی

فیوز مجاورتی که اغلب فیوز زمان متغیر هم نامیده می‌شود، بوسیله‌ی بعضی از مشخصات هدف یا ناحیه‌ی هدف فعال می‌شود. دو مؤلفه باید تقریباً در همه‌ی فیوزهای مجاورتی وجود داشته باشد [۲]،

- حساسه‌ای با پهنای دید قطبی که هدف را در جلوی موشک آشکار کند.
- مکانیسم ایجاد ثابت زمانی که سرجنگی را مدت زمانی پس از آشکارسازی هدف منفجر نماید تا ترکش‌ها به طور مناسبی جهت‌گیری کنند.

نمایش ورودی و خروجی این فیوز در شکل ۲ مشاهده می‌شود.



شکل ۲: نمودار بلوکی فیوز به همراه ورودی‌ها و خروجی

با شناسایی هدف توسط سنسور فیوز، در صورتی که فیوز مسلح باشد، بعد از گذشت تاخیر زمانی محاسبه شده، فرمان انفجار به سرجنگی ارسال می‌شود این تأخیر زمانی تابعی از مشخصات سینماتیکی موشک و هدف از جمله سرعت نزدیک‌شوندگی موشک و هدف (در هدایت تناسبی)، زاویه‌ی بردار سرعت هدف و خط دید موشک و هدف (در هدایت فرمان به خط دید) و ... می‌باشد. معمولاً هم زمانی که فاصله‌ی موشک وهدف از حدی کمتر شود و یا پنج ثانیه از شلیک موشک گذشته باشد و یا ... فیوز مسلح می‌شود [۱].

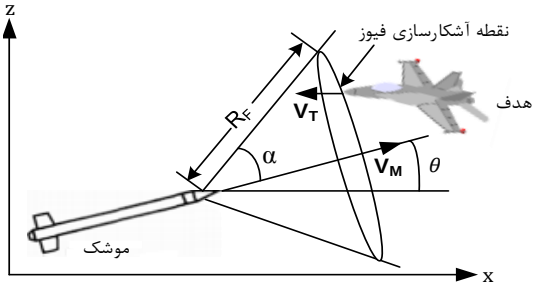
[1] safing and arming device
[2] Impact fuse
[3] Time-Delay fuse
[4] Proximity fuse

چندین نوع فیوز مجاروتی وجود دارد؛ فوتوالکتریک، صوتی، رادیویی و الکترواستاتیکی. هر کدام از این فیوزها می‌توانند از قبل تنظیم شوند تا زمانی که شدت مشخصه‌های هدف به مقدار آستانه‌ای که فیوز به آن حساس است، دست یافت، عمل کنند. این فیوزها طوری طراحی می‌شوند که سرجنگی در مؤثرترین زمان و مکان نسبت به هدف منفجر شود.

اگر چه انواع فیوزهای مجاورتی به طور آزمایشگاهی استفاده شده‌اند، اما فیوز مجاورتی رادیویی مؤثرتر از انواع دیگر است. با نزدیک شدن موشک به هدف، انعکاس امواج رادیویی فرکانس بالای برخوردی به هدف ، توسط گیرنده فیوز دریافت می‌شود. در فیوز رادیویی فعال، فیوز علاوه بر گیرنده دارای فرستنده نیز می‌باشد. اما در حالت نیمه‌فعال، منبع انتشار امواج رادیویی در سایت زمینی قرار گرفته است. سیگنال منعکس‌شده وقتی که توسط موشک دریافت می‌شود، به علت حرکت نسبی موشک و هدف، در فرکانس بالاتری نسبت به سیگنال ارسالی قرار دارد. این دو سیگنال وقتی با هم ترکیب می‌شوند، با توجه به پدیده‌ی داپلر می‌توانند اختلاف فازی ایجاد کنند که دامنه‌ی آن تابعی از فاصله‌ی موشک تا هدف است. وقتی این دامنه به سطح از پیش تعیین شده‌ای برسد، فیوز فعال می‌شود. در ادامه فیوز مجاورتی مبنا قرار داده می‌شود.

۴- سینماتیک درگیری موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی هدف

همان‌طور که گفته شد، در همه‌ی فیوزهای مجاورتی سنسوری با پهنای دید قطبی وجود دارد که هدف را در جلوی موشک آشکار می‌کند. مشخصه‌ی این پهنای دید، زاویه‌ی α است که به زاویه‌ی مایل[1] مشهور می‌باشد. در شکل ۳، سینماتیک درگیری موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی هدف توسط فیوز مجاورتی با زاویه‌ی مایل ثابت در دستگاه اینرسی نشان داده شده است.



شکل ۳: آشکارسازی هدف توسط فیوز با زاویه مایل ثابت

در شکل فوق R_F شعاع آشکارسازی فیوز است. هنگامی که هدف وارد محدوده‌ی دید فیوز شود، به شرط وجود سیگنال کافی، توسط سنسور فیوز آشکار می‌شود.

$\mathbf{V_M}$ و $\mathbf{V_T}$ به ترتیب بردار سرعت موشک و بردار سرعت هدف از دید دستگاه اینرسی هستند. فرض می‌شود که هدف در راستای افق در حال حرکت است. بنابراین سرعت هدف در راستای محور دوم برابر با صفر است. همچنین اندازه‌ی سرعت‌های موشک و هدف در این سینماتیک درگیری ثابت در نظر گرفته شده که با توجه به کوتاه بودن زمان درگیری، فرضی قابل پذیرش است. زاویه‌ی θ نیز برابر زاویه‌ی بین بردار سرعت موشک و محور اول دستگاه اینرسی است.

۵- محاسبه تأخیر زمانی بهینه

با آشکارسازی هدف توسط سنسور فیوز، پس از طی تأخیر زمانی مناسب، فرمان انفجار به سرجنگی ارسال می‌شود. استفاده از این تأخیر زمانی به منظور جهت‌گیری مناسب ترکش‌ها به سمت هدف در راستای حداکثر تخریب آن می‌باشد.

برای محاسبه‌ی تأخیر زمانی، زاویه‌ی حمله‌ی موشک برابر با صفر درنظر گرفته می‌شود. همچنین فرض شده که سنسور فیوز و بدنه‌ی موشک هم‌محورند. ترکش‌ها هم با سرعت ثابت V_0 و زاویه‌ی ثابت θ_s از سرجنگی خارج شده و به طور هم‌زمان به هدف برخورد می‌کنند.

با توجه به این‌که مرکز سنسور فیوز نسبت به نقطه‌ی اینرسیِ چسبیده به زمین، با سرعت ثابت V_m از دید دستگاه اینرسی، حرکت می‌کند، می‌توان این نقطه را به عنوان نقطه‌ی اینرسی در نظر گرفت [۷]. در ادامه تحلیل‌های انجام شده در سیستم اینرسی جدید که در آن مرکز سنسور فیوز نقطه‌ی مرجع است، ارائه می‌شود.

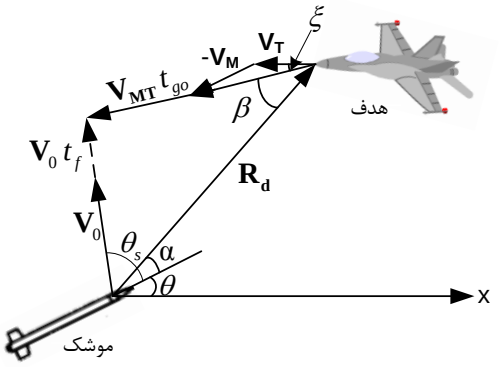
سینماتیک درگیری موشک و هدف در سیستم اینرسی جدید در شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، $\mathbf{R_d}$ بردار مکان هدف نسبت به نقطه‌ی اینرسی جدید در لحظه‌ی آشکارسازی هدف می‌باشد.

پس با تغییر نقطه‌ی اینرسی، بردار سرعت هدف از دید دستگاه اینرسی به صورت زیر قابل بیان خواهد بود،

$$\mathbf{V_{MT}} = \mathbf{V_T} - \mathbf{V_M} \qquad (۱)$$

همچنین در این سیستم اینرسی، سرعت موشک صفر بوده، بنابراین انفجار سرجنگی در حالت استاتیک صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر با انفجار سرجنگی ترکش‌ها در راستای بردار سرعت $\mathbf{V_0}$ از سرجنگی خارج می‌شوند.

[1] Lean angle



شکل ۴: سینماتیک درگیری مفروض با لحاظ کردن زاویه‌ی خروج ترکش در سناریوی دوم

متغیر t_{go} مدت زمان حرکت هدف از لحظه‌ی آشکارسازی آن توسط فیوز تا لحظه‌ی برخورد ترکش‌ها به آن و t_f زمان پرواز ترکش‌ها می‌باشد. ξ زاویه‌ی بین بردارهای سرعت نسبی و سرعت هدف بوده و برابر است با $\xi = \tan^{-1}(\frac{V_m \sin\theta}{V_m \cos\theta + V_t})$. با معلوم شدن زاویه‌ی ξ، زاویه‌ی β را نیز به صورت زیر می‌توان محاسبه کرد،

$$\beta = \alpha + \theta - \xi \qquad (۲)$$

در شکل ۴ مثلثی که اضلاع آن بردارهای $\mathbf{R_d}$، $\mathbf{V_0}\, t_f$ و $\mathbf{V_{MT}}\, t_{go}$ هستند، در نظر گرفته می‌شود. در این مثلث زاویه‌ی بین بردارهای $\mathbf{R_d}$ و $\mathbf{V_0}$، $\theta_s - \alpha$ است. بنابراین زاویه‌ی بین بردارهای $\mathbf{V_0}$ و $\mathbf{V_{MT}}$، برابر می‌شود با $\pi - (\theta_s - \alpha) - \beta$. حال با استفاده از قانون سینوس‌ها در مثلث فوق می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت،

$$\frac{R_d}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} = \frac{t_{go} V_{mt}}{\sin(\theta_s - \alpha)} = \frac{t_f V_0}{\sin\beta} \qquad (۳)$$

با برابر قرار دادن تساوی اول و سوم (از سمت چپ)، مدت زمان پرواز ترکش‌ها به صورت زیر حاصل می‌شود،

$$t_f = \frac{R_d}{V_0} \frac{\sin\beta}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \qquad (۴)$$

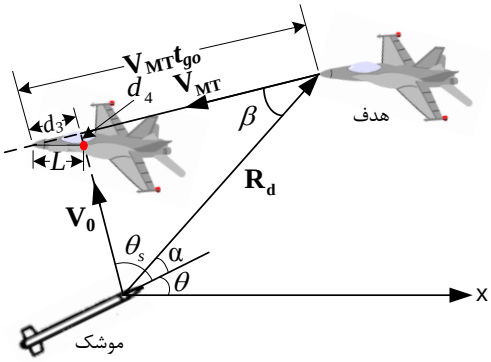
حال تساوی اول و دوم رابطه‌ی (۳) را برابر هم قرار می‌دهیم،

$$t_{go} = \frac{R_d}{V_{mt}} \frac{\sin(\theta_s - \alpha)}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \qquad (۵)$$

بنابراین تأخیر زمانی موردنیاز به کمک رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است،

$$\begin{aligned} t_d &= t_{go} - t_f \\ &= \frac{R_d}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \left(\frac{\sin(\theta_s - \alpha)}{V_{mt}} - \frac{\sin\beta}{V_0} \right) \end{aligned} \qquad (۶)$$

با اعمال تأخیر زمانی محاسبه شده، ترکش‌ها به اولین نقطه‌ای از هدف که توسط فیوز آشکار می‌شود، برخورد می‌کنند. برای این‌که قسمت آسیب‌پذیر هدف که ممکن است به فاصله‌ی L عقب‌تر از نوک هدف باشد، مورد اصابت ترکش‌ها قرار بگیرد، بایستی معادله‌ی t_d را اصلاح کرد. بدین منظور شکل ۵ در نظر گرفته می‌شود.



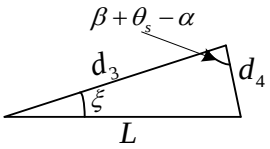
شکل ۵: سینماتیک درگیری در حالتی که نقطه برخورد به فاصله‌ی L از نوک هدف قرار دارد.

همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، هدف از لحظه‌ی آشکارسازی تا لحظه‌ی برخورد، فاصله‌ی $V_{mt} t_{go}$ را در راستای بردار سرعت نسبی طی کرده است. نقطه‌ی برخورد ترکش‌ها به هدف نیز به فاصله‌ی L عقب‌تر از نوک هدف قرار دارد. در دو مثلث ترسیم شده در شکل فوق می‌توان روابط زیر را نوشت،

$$\frac{V_{mt} t_{go} - d_3}{\sin(\theta_s - \alpha)} = \frac{R_d}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} = \frac{t_f V_0 + d_4}{\sin\beta} \qquad (۷)$$

$$\frac{L}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} = \frac{d_4}{\sin\xi} = \frac{d_3}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha + \xi)} \qquad (۸)$$

برای نوشتن رابطه‌ی (۸)، از بزرگ‌نمایی انجام شده در شکل ۶ استفاده شده است.



شکل ۶: بزرگ‌نمایی مثلث کوچک‌تر در شکل ۵

با محاسبه‌ی t_{go} و t_f از معادله‌های بالا، تأخیر زمانی برحسب تأخیر زمانی محاسبه شده در رابطه‌ی (۶)، به صورت زیر قابل بیان خواهد بود [۱]،

$$t_{d_{new}} = t_d + \frac{L}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \left(\frac{\sin(\theta + \theta_s)}{V_{mt}} + \frac{\sin\xi}{V_0} \right) \qquad (۹)$$

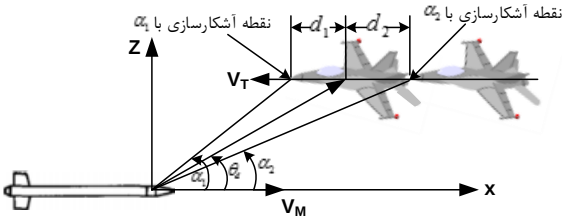
۶- طراحی تأخیر زمانی بهینه

با توجه به رابطه‌ی بدست آمده برای تأخیر زمانی در بخش قبل، ملاحظه می‌شود که t_d تابعی از فاصله‌ی بین موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی، سرعت نسبی بین موشک و هدف، سرعت و

زاویه‌ی خروج ترکش و زاویه‌ی مایل فیوز می‌باشد. به دلیل در دسترس نبودن تمامی پارامترهای ذکر شده، بایستی بتوان با استفاده از ورودی‌های محدود، تخمینی بهینه از t_d ارائه نمود. بدین منظور در ابتدا مقدار مناسبی برای زاویه‌ی مایل فیوز در جهت افزایش احتمال آشکارسازی هدف انتخاب می‌گردد. در ادامه مقدار ثابتی برای تأخیر زمانی در راستای افزایش احتمال برخورد ترکش‌ها به هدف تخمین زده می‌شود. سپس تأخیر زمانی به صورت تابعی از بعضی پارامترهای قابل اندازه‌گیری مانند سرعت نزدیک‌شوندگی طراحی می‌گردد.

۶-۱- انتخاب زاویه مایل مناسب

اولین نکته‌ای که در طراحی زاویه مایل فیوز باید مورد توجه قرار داد، مقدار زاویه‌ی دینامیکی خروج ترکش (θ_d) است. در انفجار دینامیکی سرجنگی بردار سرعت نسبی به صورت برداری به بردار سرعت استاتیک ترکش‌ها اضافه شده و زاویه‌ی دینامیکی خروج ترکش نسبت به هدف حاصل می‌شود. اگر زاویه‌ی دینامیکی خروج ترکش کمتر از زاویه‌ی مایل باشد (α_1)، ترکش‌ها مطابق شکل ۷، به فاصله‌ی d_1 عقب‌تر از نوک هدف به آن برخورد خواهند کرد. حال اگر زاویه‌ی مایل فیوز به زیر زاویه‌ی θ_d کاهش یابد (α_2)، آن‌گاه ترکش‌ها مسافتی (d_2) جلوتر از هدف، از امتداد بردار سرعت آن عبور می‌کنند. فاصله‌ی d_2 را نیز می‌توان با افزودن تأخیر زمانی از زمان آشکارسازی تا زمان انفجار، کاهش داد.



شکل ۷: مقایسه‌ی زوایای مایل مختلف فیوز

بنابراین می‌توان زاویه‌ی خروج استاتیکی ترکش را به گونه‌ای طراحی کرد که زاویه‌ی خروج دینامیکی از زاویه‌ی مایل فیوز بزرگ‌تر شود و با افزودن تأخیر زمانی مناسب، ترکش‌ها به قسمت آسیب‌پذیر هدف برخورد کنند.

انتخاب زاویه‌ی مایل فیوز به گونه‌ای که کوچک‌تر از زاویه‌ی خروج ترکش‌ها باشد، موجب می‌شود تا زمان لازم برای تصمیم‌گیری جهت انفجار به‌موقع سرجنگی وجود داشته باشد. به عبارت دقیق‌تر در این حالت می‌توان تأخیر زمانی بین لحظه‌ی آشکارسازی هدف تا لحظه‌ی انفجار سرجنگی تعریف کرد. بنابراین یک معیار برای انتخاب مقداری مناسب برای این زاویه آن است که تأخیر زمانی محاسبه شده در رابطه‌ی (۶) بزرگ‌تر از صفر باشد. برای این‌که $t_d > 0$ باشد، کافی است رابطه‌ی زیر برقرار باشد،

$$\frac{\sin(\theta_s-\alpha)}{V_{mt}} > \frac{\sin\beta}{V_0} \qquad (۱۰)$$

با فرض این‌که بردار سرعت موشک در راستای بردار سرعت هدف قرار داشته و زاویه‌ی خروج ترکش از سرجنگی در حالت استاتیکی ۹۰ درجه باشد، رابطه‌ی (۱۰) به صورت زیر ساده می‌شود،

$$\frac{\cos\alpha}{V_{mt}} > \frac{\sin\alpha}{V_0} \qquad (۱۱)$$

پس زاویه‌ی مایل فیوز طبق رابطه‌ی زیر محدود خواهد شد،

$$\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{V_0}{V_{mt}}\right) \qquad (۱۲)$$

چنانچه سرعت استاتیک ترکش‌ها $3000\,m/s$ و بازه‌ی تغییرات سرعت نسبی $500\,m/s$ تا $1500\,m/s$ در نظر گرفته شود، آن‌گاه کران بالای زاویه‌ی مایل 63.43^o می‌شود.

اکنون حالتی بررسی می‌شود که در آن θ برابر صفر نیست. در این حالت زاویه‌ی β برابر زاویه‌ی α نبوده و بایستی $\sin\beta$ برحسب دیگر پارامترها محاسبه شود. با تعریف زاویه‌ی ψ به صورت $\psi=\theta-\xi$ داریم،

$$\tan\psi = \frac{\tan\theta-\tan\xi}{1+\tan\theta\tan\xi} = \frac{\tan\theta - \dfrac{V_m\sin\theta}{V_m\cos\theta+V_t}}{1+\tan\theta\dfrac{V_m\sin\theta}{V_m\cos\theta+V_t}} \qquad (۱۳)$$

لازم به ذکر است که زاویه‌ی ψ زاویه‌ی نزدیک‌شوندگی موشک و هدف بوده که برابر با زاویه‌ی بین بردار سرعت نسبی و محور طولی موشک می‌باشد. با استفاده از روابط مثلثاتی، رابطه‌ی فوق را به صورت مناسب‌تری می‌توان بیان نمود،

$$\tan\psi = \frac{\sin\theta}{\cos\theta+V_m/V_t} \qquad (۱۴)$$

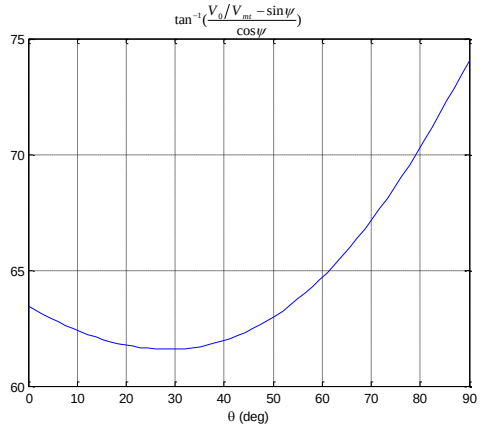
$\sin\beta$ را نیز به صورت زیر می‌توان نوشت،

$$\sin\beta = \sin(\alpha+\psi) = \sin\alpha\cos\psi+\cos\alpha\sin\psi \qquad (۱۵)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۱۵) در رابطه‌ی (۱۰) و کمی مرتب‌سازی، این نامساوی به صورت زیر حاصل می‌شود [۱]،

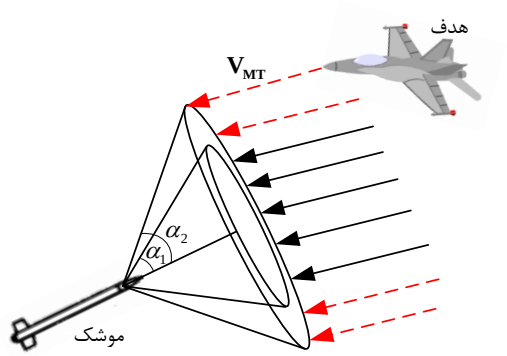
$$\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{V_0/V_{mt}-\sin\psi}{\cos\psi}\right) \qquad (۱۶)$$

در شکل ۸ نحوه‌ی تغییرات کران بالای زاویه‌ی مایل فیوز برحسب زاویه‌ی θ مشاهده می‌شود. ملاحظه می‌شود که به ازای θ های مختلف کوچک‌ترین کران بالای α، برابر با 61.58^o است.



شکل ۸: نحوه‌ی تغییرات کران بالای زاویه مایل برحسب زاویه θ

بنابراین برای این‌که تأخیر زمانی از لحظه‌ی آشکارسازی هدف تا لحظه‌ی انفجار قابل تعریف باشد ($t_d > 0$)، زاویه‌ی مایل فیوز بایستی کوچک‌تر از مقدار ثابتی انتخاب شود که این مقدار ثابت به ازای تغییرات سرعت نسبی در بازه‌ی $500\,m/s$ تا $1500\,m/s$ و سرعت استاتیک ترکش برابر با $3000\,m/s$، 61.58^o بدست آمد. اما نکته‌ی دیگری که در انتخاب این زاویه باید مورد توجه قرار داد این است که هر چه مقدار این زاویه بزرگ‌تر باشد، مطابق شکل ۹، سنسور فیوز قادر به آشکارسازی سناریوهای بیشتری خواهد بود.



شکل ۹: تأثیر مقدار زاویه‌ی مایل فیوز بر سناریوهای آشکارشده توسط فیوز

دسته خطوط ترسیم شده در شکل ۹، مسیرهای درگیری نسبی بین موشک و هدف می‌باشند که از لحاظ کمترین فاصله‌ی بین موشک و هدف در طول پرواز متفاوت هستند. مشاهده می‌شود که برخی از این سناریوها در محدوده‌ی دید فیوز با زاویه‌ی مایل α_1 قرار نگرفته و توسط این فیوز آشکار نخواهند شد. این سناریوهای آشکار نشده با خط‌چین ترسیم شده‌اند.

با توجه به توضیحات ارائه شده، مقدار 60° به عنوان مقداری مناسب برای زاویه‌ی مایل فیوز انتخاب می‌شود.

۶-۲- طراحی تأخیر زمانی ثابت

در این قسمت به ازای سناریوی پروازی با مسیر موازی ($\theta = 0$)، تأخیر زمانی ثابتی طراحی می‌شود. فرض می‌شود که زاویه‌ی خروج ترکش‌ها در حالت استاتیکی برابر ۹۰ درجه است. پس مطابق رابطه‌ی (۹) تأخیر زمانی مورد نیاز به ازای $\theta = 0$ و $\theta_s = 90^o$، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود،

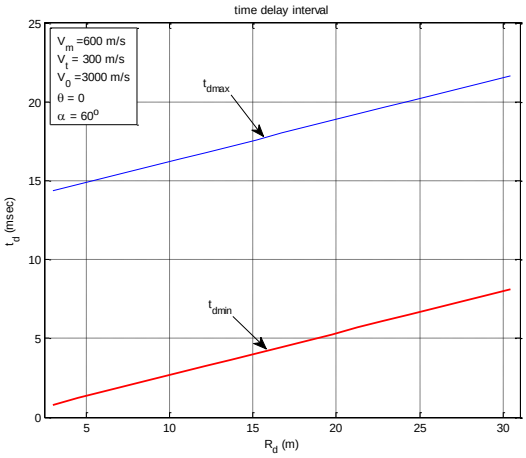
$$t_d = \frac{R_d \cos\alpha}{V_{mt}} - \frac{R_d \sin\alpha}{V_0} + \frac{L}{V_{mt}} \qquad (۱۷)$$

اگر متغیر L صفر در نظر گرفته شود، اولین نقطه‌ی آشکارشده توسط فیوز مورد اصابت ترکش‌ها قرار می‌گیرد. در این حالت کوچک‌ترین تأخیر زمانی قابل اعمال توسط فیوز حاصل می‌شود. همچنین با برابر قرار دادن متغیر L با طول هدف (L_t)، بزرگ‌ترین تأخیر زمانی مجاز بدست می‌آید. پس داریم،

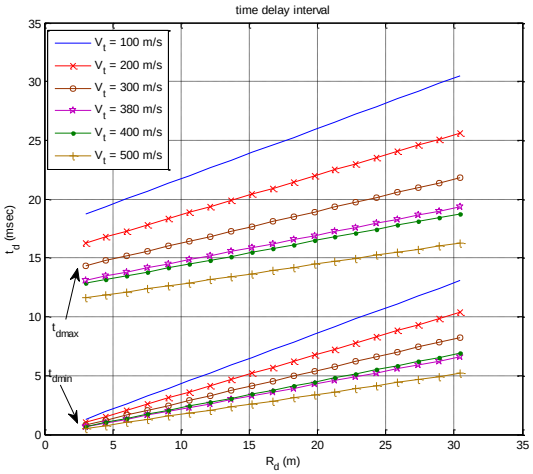
$$t_{d_{\min}} = \frac{R_d \cos\alpha}{V_{mt}} - \frac{R_d \sin\alpha}{V_0} \qquad (۱۸)$$

$$t_{d_{\max}} = \frac{R_d \cos\alpha}{V_{mt}} - \frac{R_d \sin\alpha}{V_0} + \frac{L_t}{V_{mt}} \qquad (۱۹)$$

در شکل ۱۰ بازه‌ی مجاز تأخیر زمانی که منجر به برخورد ترکش‌ها به هدف می‌شود، برحسب فاصله‌ی موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی نشان شده است. در ترسیم این شکل سرعت نسبی بین موشک و هدف برابر با $900\,m/s$ در نظر گرفته شده است. با توجه به این منحنی‌ها می‌توان انتظار داشت که با اعمال یک تأخیر زمانی ۸ تا ۱۴ میلی‌ثانیه، پرتو ترکش به هدف اصابت کند. چنین منحنی‌هایی را می‌توان برای سرعت نسبی‌های مختلف ترسیم کرد. در شکل ۱۱ منحنی‌های کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین تأخیر زمانی برحسب R_d به ازای سرعت‌های نسبی مختلف ترسیم شده است.



شکل ۱۰: نحوه تغییرات بازه‌ی تأخیر زمانی مجاز برحسب R_d



شکل ۱۱: بازه‌ی تأخیر زمانی مجاز برحسب فاصله موشک و هدف در زمان t_{det} و به ازای سرعت‌های نسبی مختلف

همان‌طور که در شکل ۱۱ قابل مشاهده است، اگر سرعت هدف بزرگتر از $380\,m/s$ شود، نمی‌توان تأخیر زمانی ثابتی تخمین زد. پس چنانچه تأخیر زمانی ثابتی در نظر گرفته شود، امکان برخورد ترکش‌ها به هدف در تمام سناریوهای ممکن وجود نخواهد داشت. در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی بین موشک و هدف تخمین زده می‌شود.

۶-۳- طراحی تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی

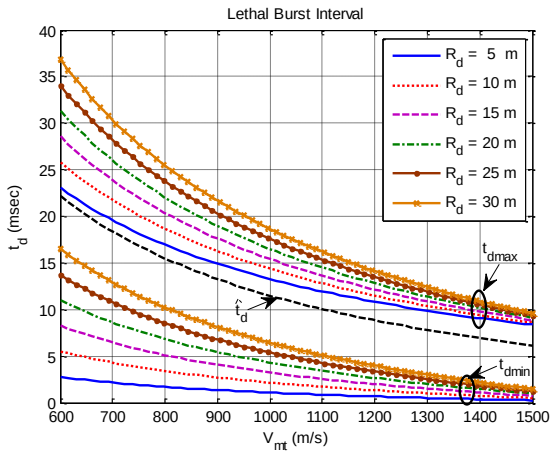
با توجه به معادله‌ی تأخیر زمانی در رابطه‌ی (۱۷) ملاحظه می‌شود که تأخیر زمانی با سرعت نسبی رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین t_d را می‌توان به صورت زیر به صورت تابعی از سرعت نسبی طراحی کرد،

$$\hat{t}_d = \frac{k_1}{V_{mt}} - k_2 \qquad (۲۰)$$

پارامترهای k_1 و k_2 را بایستی طوری تخمین زد که تأخیر زمانی به ازای تمام سناریوهای ممکن، بهینه باشد. نحوه‌ی تغییرات کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین تأخیر زمانی برحسب سرعت نسبی در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. با انتخاب پارامترهای k_1 و k_2 به صورت $k_1 = 16$, $k_2 = 0.0045$ رابطه‌ی (۲۰) به صورت زیر خواهد شد،

$$\hat{t}_d = \frac{16}{V_{mt}} - 0.0045 \qquad (۲۱)$$

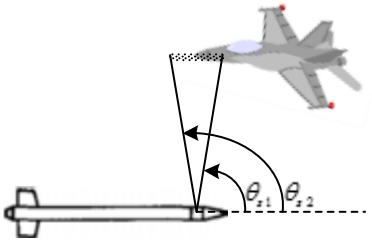
در رابطه‌ی فوق V_{mt} برحسب m/s و $\hat{t}_d$ برحسب ثانیه است. منحنی تأخیر زمانی تخمین زده شده درشکل ۱۲ با خط‌چین ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر مختلف سرعت نسبی و فاصله‌ی موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی، با اعمال تأخیر زمانی به صورت رابطه‌ی (۲۱)، همواره ترکش‌ها به هدف برخورد خواهند کرد.



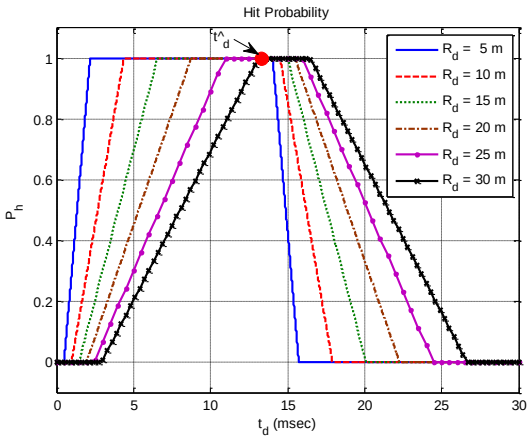
شکل ۱۲: بازه تأخیر زمانی برحسب سرعت نسبی و به ازای R_d های مختلف

در طراحی تأخیر زمانی بهینه فرض شد که با انفجار سرجنگی، همه‌ی ترکش‌ها در یک راستا (عمود بر محور طولی موشک) از سرجنگی خارج می‌شوند. در ادامه با حذف این فرض (در نظر گرفتن الگوی پخش ترکش‌ها)، تأخیر زمانی ارائه شده در رابطه‌ی (۲۱) مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

ترکش‌ها به صورت شکل ۱۳ در قطاع زاویه‌ای $(\theta_{s2} - \theta_{s1})$ توزیع می‌شوند که θ_{s1} و θ_{s2} به ترتیب زاویه‌ی خروج استاتیکی اولین و آخرین ردیف ترکش می‌باشند. با فرض اینکه ترکش‌ها در الگوی نشان داده شده به صورت یکنواخت توزیع شده باشند، می‌توان تابع احتمال برخورد ترکش‌ها به هدف (P_h) را تعریف نمود. چنانچه همه‌ی ترکش‌ها به هدف برخورد کنند، مقدار این تابع برابر یک شده، در غیر این صورت P_h از نسبت ترکش‌های برخوردی به کل ترکش‌ها محاسبه می‌شود. با اعمال تأخیر زمانی‌های مختلف، تعداد ترکش‌های برخوردکننده به هدف نیز متفاوت خواهد شد. در شکل ۱۴ تابع احتمال برخورد برحسب تأخیر زمانی به ازای مقادیر متفاوت برد آشکارسازی ترسیم شده است. سرعت نسبی برابر با $900\,m/s$ و طول هدف $12\,m$ فرض شده است. زوایای خروج ترکش‌ها نیز به صورت $\theta_{s1} = 80^o$ و $\theta_{s2} = 100^o$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش برد آشکارسازی، بازه‌ای از تأخیر زمانی که منجر به برخورد همه‌ی ترکش‌ها به هدف می‌شود ($P_h = 1$)، کاهش یافته است. همچنین در شکل ۱۴ مقدار احتمال برخورد به ازای تأخیر زمانی تخمین زده شده در رابطه‌ی (۲۱) مشخص شده است. ملاحظه می‌شود که تأخیر زمانی طراحی شده به ازای همه‌ی مقادیر در نظر گرفته شده‌ی R_d، احتمال برخورد یک را نتیجه می‌دهد.

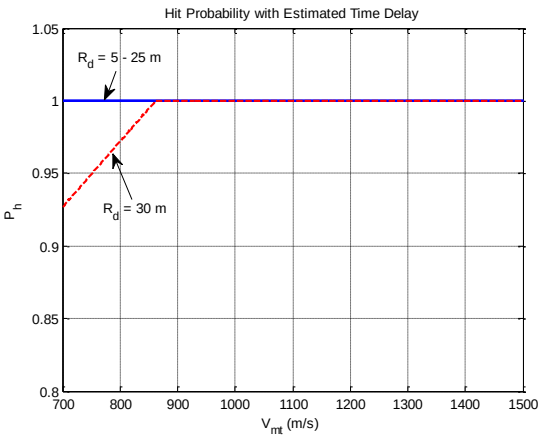


شکل ۱۳: الگوی پخش ترکش‌ها در لحظه‌ی برخورد



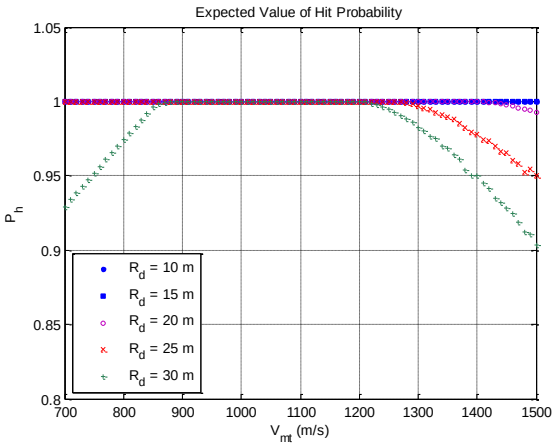
شکل ۱۴: نحوه‌ی تغییرات تابع احتمال برخورد برحسب تأخیر زمانی به ازای R_d های مختلف

در شکل ۱۵ نحوه تغییرات تابع احتمال برخورد برحسب سرعت نسبی و به ازای چند R_d مختلف نشان داده شده است. تأخیر زمانی متناظر با هر سرعت نسبی نیز از رابطه (۲۱) تخمین زده شده است. مشاهده می‌شود که ترکش‌ها به ازای R_d های ۵ متر تا ۲۵ متر همواره با احتمال ۱۰۰ درصد به هدف برخورد می‌کنند. تنها به ازای $R_d = 30m$، تابع P_h با کاهش سرعت نسبی تا حدود ۷ درصد از مقدار یک کمتر شده است.



شکل ۱۵: نحوه‌ی تغییرات تابع احتمال برخورد به ازای تأخیر زمانی تخمینی برحسب سرعت نسبی

اما موضوع دیگری که در طراحی تأخیر زمانی فرض شده بود، موازی بودن مسیر موشک و هدف است ($\theta = 0$). حال چنانچه زاویه‌ی θ به صورت یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه‌ی $(0^o, 50^o)$ در نظر گرفته شود، می‌توان به کمک روش مونت‌کارلو، صحت تأخیر زمانی طراحی شده را بررسی نمود. در این شبیه‌سازی به ازای هر V_{mt}، معادلات مربوطه ۱۰۰۰ بار حل شده است. سپس به ازای هر مقدار از سرعت نسبی، ۱۰۰۰ داده برای احتمال برخورد وجود دارد که با میانگین‌گیری از این داده‌ها تابع احتمال برخورد متناظر با هر V_{mt} حاصل می‌شود. نتیجه‌ی شبیه‌سازی مونت‌کارلو به ازای مقادیر متفاوت برد آشکارسازی در شکل ۱۶ دیده می‌شود. با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت که تأخیر زمانی طراحی شده در این مقاله در سناریوهای درگیری مختلف با احتمال بیشتر از ۰٫۹منجر به برخورد ترکش‌ها به هدف خواهد شد.



شکل ۱۶: مقدار میانگین تابع احتمال برخورد به ازای توزیع یکنواخت زاویه θ

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، عملکرد فیوز به عنوان یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر احتمال کشندگی سامانه‌ی سلاح بررسی شد. با تغییر نقطه‌ی اینرسی به مرکز سنسور فیوز، مسأله‌ی تأخیر زمانی موردنیاز از لحظه‌ی آشکارسازی هدف توسط سنسور فیوز تا لحظه‌ی انفجار سرجنگی در دستگاه اینرسی دوبعدی حل شده و رابطه‌ی ساده‌ای برای تأخیر زمانی بدست آمد که نحوه‌ی اثرگذاری هر یک از پارامترهای دخیل در آن از جمله سرعت نسبی بین موشک و هدف به خوبی دیده می‌شود. سپس معیار $t_d > 0$ برای انتخاب بهینه‌ی زاویه‌ی مایل فیوز معرفی شد. مشاهده شد که با توجه به این معیار، زاویه‌ی α نباید بزرگ‌تر از یک مقدار مشخصی انتخاب شود. کران بالای زاویه‌ی مایل فیوز تابعی از سرعت نسبی، سرعت استاتیک ترکش و زاویه‌ی نزدیک‌شوندگی موشک و هدف است. در ادامه به دلیل در دسترس نبودن تمامی پارامترهای مؤثر بر تأخیر زمانی، بازه‌ای ثابت برای تأخیر زمانی ارائه شد. از آن‌جا که این مقادیر ثابت به ازای تمام سناریوهای درگیریِ ممکن به برخورد ترکش‌ها به هدف منجر نمی‌شوند، در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نزدیک‌شوندگی بین موشک و هدف طراحی شد. در پایان نیز با حذف گام به گام فرض‌های در نظر

گرفته شده، دیده شد که تأخیر زمانی طراحی شده در سناریوهای درگیری مختلف، منجر به برخورد ترکش‌ها به هدف با احتمال بزرگ‌تر از ۰٫۹ می‌شود.

۸- مراجع

[۱] پارسانژاد. ز.، "تحلیل توزیع احتمال در ناحیه انهدام یک سامانه"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی برق، دی ماه ۱۳۹۱.

[2] Macfadzean, Robert H.M, “Surface based air defense system analysis”, Artech House, Norwood, MA, 1992.

[3] Richard M. Lloyd, "Conventional Warhead Systems Physics and Engineering Design", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1998

[4] CDR, Joseph Hall, "Principles of Naval Weapons Systems", USN.

[5] "Principles of Guided Missile and Nuclear Weapons", U. S. Navy Training Publications Center, under direction of the Bureau of Naval Personnel, 1959.

[6] "Fuzes", Engineering Design Handbook, Ammunition Series, AMCP 706-210, 1969.

[۷] حیرانی نوبری، ج.، "جزوه درس ناوبری"، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی برق، بهار ۱۳۹۰.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، صفحه ۵۲-۴۱

آشکارسازی و جایابی عیب مقاوم به عدم قطعیت برای سیستم‌های تراکم‌پذیر به‌روش باندگراف

احمد صانعی[۱]، علیرضا باصحبت نوین زاده[۲]

[۱] دانشجوی دکترای مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، asanei@mail.kntu.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، novinzadeh@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۶/۱۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۸/۲۵)

چکیده: به‌دلیل غیرخطی بودن سیستم‌های تراکم‌پذیر، شناسایی عیب مقاوم به عدم قطعیت برای این نوع سیستم‌ها کمتر مورد توجه قرارگرفته است. در این مقاله مدل باند گراف به فرم LFT، برای دستگاه‌های تراکم‌پذیر توسعه داده‌می‌شود. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که خواص علی باندگراف می‌تواند برای به دست آوردن روابط افزونگی تحلیلی، در حضور عدم قطعیت‌ها مورد استفاده قرار گیرد. مزیت استفاده از باندگراف به‌فرم LFT، جدا کردن روابط افزونگی تحلیلی معین از روابط افزونگی نامعین است. روابط افزونگی تحلیلی معین برای محاسبه باقیمانده‌ها، و روابط افزونگی تحلیلی نامعین برای محاسبه آستانه تطبیقی و آنالیز حساسیت باقیمانده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در پایان، مدل‌های توسعه داده‌شده، از طریق یک مثال آموزشی اعتبار سنجی می‌شوند.

کلمات کلیدی: باندگراف، آشکارسازی و جایابی عیب، روابط افزونگی تحلیلی، عدم قطعیت، سیال تراکم پذیر.

Robust Fault Detection and Isolation to Compressible Systems Using Bond Graph Approach

Ahmad Sanei, Alireza Basohbat Novinzadeh

Abstract: In the papers published on Fault Detection and Isolation(FDI) using Bond Graph approach, robust FDI in the compressible flow systems has less been developed in the literature, due to the strong nonlinearities in this systems. In this paper, Bond Graph model in LFT form is developed for compressible systems. The results of this research are shown the causal properties of bond graph can be used to obtain the Analytical Redundancy Relations (ARRs) in presence of parameter uncertainties. The advantage of the bond graph model in LFT form is generation of ARRs and decoupling of the nominal part from the uncertain part. The nominal part can be used to calculate of the residual and the uncertain part can be used to obtain of adaptive thresholds and sensitivity analysis. In the following, the developed model is validated by pedagogical example.

Keywords: Bond Graph, Fault Detection and Isolation (FDI), Analytically Redundancy Relations (ARRs), Uncertainties, Compressible fluid.

۱- مقدمه

امروزه روش‌های آشکارسازی و جایابی عیب(FDI)[۱] به‌طور گسترده‌ای در سیستم کنترل مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش‌های مختلفی برای آشکارسازی و جایابی عیب پیشنهاد شده‌است که می‌توان آنها را به دو دسته بر مبنای مدل[۲] و بدون مبنای مدل[۳] تقسیم‌بندی نمود [۱-۳].

1. Fault Detection & Isolation (FDI)

2. Model based
3. Non-Model based

هر یک از دو روش فوق، به دو روش کیفی[1] و کمی[2] تقسیم‌بندی می‌شوند. اگر ساختار کلی مدل معلوم اما پارامترهای مدل نامعلوم و یا دارای عدم قطعیت زیادی باشد روش کیفی، و درغیراین‌صورت روش کمی پیشنهاد می‌گردد.

از طرف دیگر در سیستم‌های واقعی، به دلیل وجود نویزهای اندازه‌گیری، اغتشاشات سیستم، تلرانسهای ساختی و یا اشتباه در تخمین پارامترها، عدم قطعیت صفر وجود ندارد. بنابراین برای در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها، ابتدا لازم است مدل دقیقی از سیستم را با درنظرگرفتن عدم قطعیت به دست آورد. بر این اساس، حدود بالا و پایین ناشی از عدم قطعیت‌های پارامتری در حدود آستانه اعلان عیب منتشرشده و آستانه‌ها شکل می‌گیرند. در این شرایط، زمانی که باقیمانده‌ها خارج از آستانه قرار گیرند، سیستم‌های هشداردهنده اعلان عیب، فعال می‌شوند.

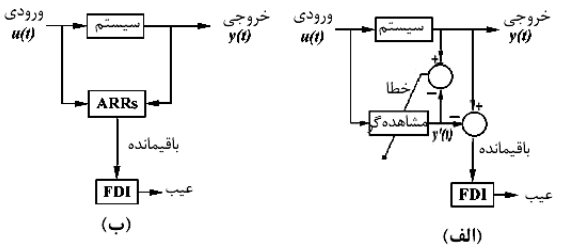
گام اول در طراحی سیستم پایش بر مبنای مدل، به دست آوردن مدل ریاضی سیستم، عدم قطعیت‌ها است. روش‌های زیادی برای مدل‌سازی سیستم‌های دینامیکی پیشنهاد شده‌اند، اما در این میان روش باندگراف که بر اساس توازن انرژی کار می‌کند، یکی از کارآمدترین روش‌ها به شمار می‌رود. اگرچه این روش اولین بار در سال ۱۹۶۶توسط پاینتر [۴] و به‌منظور مدل‌سازی و استخراج معادلات حالت سیستم‌های دینامیکی معرفی شد، اما بعداً توسط شاگردانش (کارنو) برای سیستم‌هایی که با حوزه‌های مختلف انرژی (مکانیکی، الکتریکی، شیمیایی، ترمودینامیکی و ...)سر و کار دارند، توسعه داده شد[۵]. در سال ۱۹۹۹ آقای دلفین- تانگوی از این روش برای تعیین کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر بودن یک سیستم استفاده نمود[۶]. بعد از آن در سال۲۰۰۱ روش باندگراف برای تشخیص و جایابی عیب توسعه یافت [۷, ۸]. اخیرا دجزری و همکارانش روشی را برای تشخیص و جایابی عیب در حضور عدم‌قطعیت‌ها ارائه نموده‌اند، که به‌عنوان فرم LFT[3] شناخته شده‌است[۹،۱۰] . مزیت باندگراف به فرم LFT این است که روابط افزونگی تحلیلی (ARRs[4]) معین و نامعین به‌طور سیستماتیک از مدل باندگراف استخراج می‌شود. قسمت معین، همان ARRs بدون درنظرگرفتن عدم قطعیت است، که برای محاسبه باقیمانده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. قسمت نامعین نیز که شامل عدم قطعیت‌ها است، برای محاسبه آستانه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در مقالاتی که تاکنون در خصوص FDI به‌روش باندگراف منتشر شده، به عدم قطعیت در سیستم‌های تراکم پذیر پرداخته نشده است. بهمن دلیل در این مقاله، مدل عدم قطعیت به فرم LFT برای میدان نازل آیزنتروپیک و میدان ظرفیتی سیالات تراکم پذیر توسعه و نشان داده‌می‌شود که خواص علی باندگراف می‌تواند روابط افزونگی تحلیلی ARRs را به‌گونه‌ای از فرم LFT استخراج کند که روابط افزونگی تحلیلی شامل قسمت معین و قسمت نامعین باشند. از قسمت معین جهت به دست آوردن باقیمانده‌ها و از قسمت نامعین جهت به دست آوردن آستانه‌های تطبیقی استفاده می‌شود.

از طرف دیگر از آنجایی که روش باندگراف یک روش گرافیکی است که معادلات حالت را به‌صورت سیستماتیک استخراج می‌کند و نرم‌افزارهای زیادی در این خصوص ارائه شده‌اند(Symbols2000 [۱۱]،20-Sim [۱۲]، و Ms1 [۱۳])، مدل توسعه داده شده در این مقاله قابل اجرا در نرم افزارهای فوق نیز خواهدبود. در پایان نیز مدل توسعه داده شده در قالب یک مثال ساده و توسط نرم افزار 20Sim اعتبار سنجی می‌شود.

۲- روابط افزونگی تحلیلی (ARRs)

در شناسایی و جایابی عیب(FDI) ، دو دیدگاه وجود دارد. در دیدگاه اول در هر بار نمونه‌برداری، ورودی به مدل داده و خروجی مدل محاسبه می‌گردد. اختلاف خروجی مدل و سیستم واقعی، به‌عنوان باقیمانده به‌دست می‌آید (شکل۱ (الف)). زمان این محاسبه بسته به ابعاد سیستم، غیرخطی بودن و پیچیدگی مدل ممکن است به‌قدری زیاد باشد که امکان محاسبه به هنگام[5] وجود نداشته‌باشد. اینجاست که از دیدگاه دوم یا استفاده از روابط افزونگی تحلیلی موسوم به ARRs استفاده می شود. در این روش قیدهای سیستمی به‌گونه‌ای نوشته می‌شوند که فقط شامل متغیرهای معلوم باشند. به‌عبارت دیگر ARRs قیدهای استاتیکی و دینامیکی هستند که مقادیر معلوم (شامل پارامترها، ورودی‌های و خروجی‌های اندازه‌گیری شده) را به‌همدیگر مرتبط می‌کند(شکل ۱ (ب)).



شکل ۱: دو دیدگاه مختلف برای تولید باقیمانده

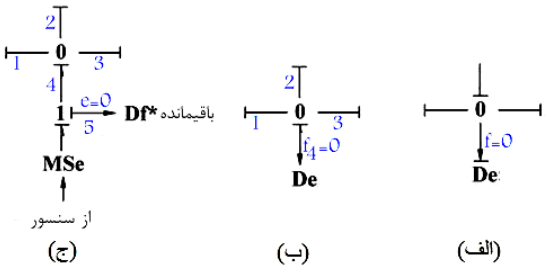
در این مقاله برای شناسایی عیب از دیدگاه دوم استفاده شده‌است، که لازمه آن داشتن روابط افزونگی تحلیلی (ARRs) است. همچنین برای استخراج ARRs بادرنظرگرفتن عدم‌قطعیت، از روش باندگراف استفاده می‌شود.

در روش باندگراف متغیرهای شناخته شده به چند دسته تقسیم می‌شوند. منابع (S_e و S_f)، منابع تعدیل شده(MS_e و MS_f)، مقادیر اندازه‌گیری شده از سنسورها (D_e و D_f) و پارامترها و ورودی‌های سیستم (θ و u). بنابراین:

1. Qualitative
2. Quantitative
3. Linear fractional transformation
4. Analytically Redundancy Relations(ARRs)
5. On-line

$$ARR: f(D_e, D_f, S_e, S_f, MS_e, MS_f, u, \theta) = 0 \qquad (۱)$$

همان‌طور که در باندگراف رفتاری استفاده از خواص شاخص علیت[1] نقش مهمی در به‌دست آوردن معادلات حالت داشتند، در استخراج ARRs ها نیز از این خواص استفاده خواهدشد. اما بایستی توجه داشت هنگامی که از باندگراف رفتاری جهت استخراج معادلات حالت استفاده می‌شود، مقادیر اندازه‌گیری شده توسط سنسورها، به‌عنوان خروجی سیستم عمل می‌کنند. بنابراین در این حالت، شاخص‌های علیت برای سنسورهای اندازه‌گیری سعی، به‌صورت شکل۲ (الف) نشان داده‌می‌شود[۱۴، ۱۵]. درحالی‌که وقتی از باندگراف برای جایابی عیب استفاده می‌شود، مقادیر اندازه‌گیری شده توسط سنسورها، به‌عنوان ورودی سیستم عمل کرده و متناسب با آن، مکان شاخص‌های علیت نیز تغییر خواهدیافت (شکل۲ (ب)). از طرفی چون در سنسورها مصرف انرژی وجود ندارد، بنابراین در شکل۲ (ب) مقدار پیشروی در باند ۴ صفر است یعنی: $f_4 = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{3} f_i = 0$.



شکل ۲: (الف) سنسور سعی (ب) سنسور سعی در حالت معکوس شده (ج) سنسور مجازی برای تعیین باقیمانده

از این مفهوم برای تعریف سنسور مجازی که مقدار باقیمانده را محاسبه می‌کند استفاده می‌شود. سنسورهای مجازی، سنسورهایی هستند که ماهیت محاسباتی داشته و آنها را با علامت '*' نشان می‌دهند(شکل۲ (ج)). در حالت ایده‌آل که سیستم در شرایط اسمی کار می‌کند، مقدار اندازه‌گیری شده توسط سنسور مجازی، برابر صفر است. ولی درحالتی‌که سیستم در حالت معیوب کار می‌کند، خروجی آنها یک باقیمانده خواهدداشت. بنابراین در شکل۲ (ج) روابط افزونگی از رابطه زیر قابل محاسبه خواهدبود:

$$ARR = f_5 = f_4 = 0 \Rightarrow ARR = \sum_{i=1}^{3} f_i = 0 \qquad (۲)$$

همین استدلال در مورد سنسوری که شاخص علیت آن معکوس شده، ولی مقدار پیشروی را اندازه‌گیری می‌کند صادق است.

در طراحی سیستم پایش و جایابی عیب، بعد از به‌دست آوردن روابط افزونگی تحلیلی، برای مطالعه توانایی آشکارسازی و جایابی عیب نیاز به تشکیل ماتریس علامت عیب FSM [2] است. یک نمونه از ماتریس FSM، برای حالتی که m سنسور و n پارامتر احتمالی معیوب در سیستم وجود دارد، در جدول ۱ نشان داده شده‌است:

ماتریس فوق یک ماتریس باینری n×(m+2) بوده که اعضا آن '0' و'1' هستند. در پرکردن درایه iام ماتریس FSM (i=1,...n; j=1,…,m) در صورت وابستگی ARR_j به θ_i (یعنی اگر در رابطه ARRs پارامتر θ_i ظاهر شده‌باشد) عدد '1' و در غیر این صورت عدد '0' درج می‌گردد.

تعریف۱: گفته‌می‌شود عیب در پارامتر θ_i قابلیت آشکار شدن دارد، اگر و تنها اگر حداقل یکی از اعضائ سطر iام مخالف صفر باشد. توانایی آشکارسازی عیب در پارامتر θ_i ، در سطر iام و ستون m+1ام، با $M_b=1$، و عدم توانایی آشکارسازی عیب با $M_b=0$ نشان داده می‌شود.

$$S_{ji} = \begin{cases} 1, if \;\; i^{th} \;\; ARRs \;\; is \;\; sensitive \;\; to \;\; faults \;\; in \; j^{th} \;\; component \\ 0, otherwisw \end{cases} \qquad (۳)$$

تعریف۲: گفته‌می‌شود عیب در پارامتر θ_i قابلیت تفکیک‌پذیری دارد اگر و تنها اگر علامت عیب در سطر مربوط به θ_i منحصر به فرد باشد. توانایی تفکیک پذیری عیب در پارامتر θ_i ، در سطر iام و ستون m+2ام، با $I_b=1$ ، و عدم توانایی جایابی عیب با $I_b=0$ نمایش داده می‌شود.

جدول ۱: ماتریس تفکیک خطا (FSM)

	ARR1	…	ARRj	…	ARRm	Mb	Ib
θ1							
θi			ij				
θn							

بعد از به‌دست آوردن ماتریس علامت عیب، لازم است بردار علامت عیب تعریف شود. بردار علامت عیب یک بردار باینری است که به‌صورت $\vec{C} = (c_1, c_2, ..., c_m)$ تعریف می‌شود که در آن هر جز از بردار $\vec{C}$ از قانون زیر تبعیت می‌کند:

$$c_i = \begin{cases} 1 \;, & |c_i| > \varepsilon_i \\ 0 \;, & otherwisw \end{cases} \qquad (۴)$$

که در آن ε_i آستانه تطبیقی مربوط به ARR_i است. بنابراین اگر سیستم بدون عیب باشد، چون مقدار عددی باقیمانده‌ها کمتر از آستانه‌های مربوطه هستند بردار باینری $\vec{C}$ برابر صفر خواهدبود درغیر این‌صورت، بردار $\vec{C}$ یک بردار باینری غیرصفر است که از مقایسه این بردار با سطرهای ماتریس FSM خطا جایابی می‌شود.

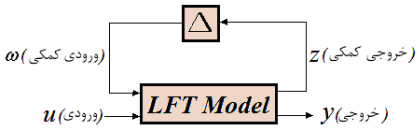
۳- کنترل مقاوم

مطالعه و آنالیز کنترل مقاوم به عدم‌قطعیت، موضوع بسیاری از تحقیقات امروزی بوده‌است. دو مدل برای مطالعه کنترل مقاوم در سیستم‌های خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. اولین مدل به نام فرم کانونیک[3] شناخته شده‌است. در این فرم، معادلات حالت برای سیستمی که دارای عدم‌قطعیت است، به‌صورت روابط (۲) نشان داده‌می‌شود:

1. Causal stroke
2. Fault Signature Matrix(FSM)
3. Cononical form

$$\begin{cases}\dot{x}=[A_n+\Delta A]x+[B_n+\Delta B]u\\ y=[C_n+\Delta C]x+[D_n+\Delta D]u\end{cases} \qquad (۵)$$

که در آن x, u, y به‌ترتیب حالت، ورودی و خروجی سیستم و A_n, B_n, C_n, D_n ماتریس‌های فضای حالت هستند که درایه‌های آن از مقادیر اسمی پارامترها به‌دست می‌آید. ΔA, ΔB, ΔC, ΔD نیز ماتریس‌های انحراف هستند که به‌علت وجود عدم‌قطعیت در پارامترهای سیستم بوجود آمده‌اند.



شکل۳: فرم LFT

دومین مدل با نام مدل داخلی استاندارد[1] یا مدل حلقه پسخور داخلی[2] شناخته شده‌است. در این فرم، عدم‌قطعیت از پارامترهای اسمی مدل جدا شده و اثر عدم‌قطعیت به‌صورت یک پسخور وارد مدل می‌شود(شکل ۳). معادلات حالت در این فرم به‌صورت زیر خواهندبود.

$$\begin{cases}\dot{x}=A_nx+B_nw+B_{2n}\\ z=C_nx+D_{11}w+D_{12}u\\ z=C_{2n}x+D_{21}w+D_{22n}u\\ w=\Delta.z\end{cases} \qquad (۶)$$

که در آن $B_{2n}=B_n, C_{2n}=C_n, D_{22n}=D_n$، و w و z به‌ترتیب ورودی و خروجی کمکی سیستم و Δ نیز ماتریس قطری است که شامل عدم‌قطعیت‌های نسبی پارامترها است.

اگر چه به‌دست آوردن معادلات حالت به‌فرم کانونیک و استاندارد از روی باندگراف مدل رفتاری و استفاده آن جهت مطالعه کنترل مقاوم، موضوع تحقیقات اخیر بوده‌است [۱۶، ۱۷]، اما این گزارش روی جنبه‌هایی از باندگراف متمرکز می‌شود که از روی آن بتوان ARRs را بادرنظرگرفتن عدم‌قطعیت‌ها استخراج نمود. یعنی فقط فرم LFT مورد بررسی قرار خواهدگرفت. مدل باندگراف به‌فرم LFT امکان ایجاد خودکار باقیمانده‌ها و آستانه‌های تطبیقی را می‌دهد که آستانه‌های تطبیقی مقاوم بودن روش FDI را به عدم‌قطعیت‌ها تضمین می‌کند.

اگرچه باندگراف به‌فرم LFT برای المانهای ذخیره، مقاومتی، انتقال دهنده‌ها و چرخنده‌ها در مرجع[۱۸] آمده‌است اما فرم LFT برای سیالات تراکم‌پذیر توسعه داده نشده‌است. لذا در این مقاله فرم LFT برای نازل آیزنتروپیک و میدان ظرفیتی سیال تراکم‌پذیر توسعه داده‌شده و در ادامه چگونگی به‌دست آوردن روابط افزونگی تحلیلی و آستانه‌های تطبیقی در قالب یک مثال توضیح داده خواهدشد.

۴- سیال تراکم‌پذیر

حجم کنترلی را درنظر بگیرید که سیال تراکم‌پذیر می‌تواند از مرزهای حجم کنترل عبور کند. در این حجم کنترل، انرژی منتقل شده به‌واسطه انتقال جرم، تابعی از نرخ جریان جرمی است. اما بایستی توجه داشت که از یک طرف، نرخ جریان جرمی منتقل‌شده از طریق مرزهای حجم کنترل، تابعی از نسبت فشار و خواص ترمودینامیکی جریان بالادست است. از طرف دیگر، خود خواص ترمودینامیکی نیز تابعی از نرخ خالص انرژی منتقل‌شده به حجم کنترل است. بنابراین در سیالات تراکم‌پذیر، جریان جرمی و نرخ تغییرات انرژی درون حجم کنترل، به همدیگر وابسته‌اند. کارنوپ و همکارانش بافرض جریان آیزنتروپیک، و به‌منظور محاسبه نرخ جریان جرمی که به حجم کنترل وارد (یا خارج) می‌شود، میدان نازل آیزنتروپیک R را در باندگراف معرفی نمودند. همچنین به منظور ارضائ قوانین بقائ جرم و انرژی درون حجم کنترل، میدان ظرفیتی C را در باندگراف معرفی نمودند. میدان‌های معرفی شده شامل پارمترهای اسمی هستند و بدیهی است که در مدل‌های معرفی شده عدم قطعیت پارامتری منظور نشده‌است. در بخش‌های پنجم و ششم این مقاله، و به‌منظور درنظرگرفتن عدم‌قطعیت‌ها، مدل باندگراف به‌فرم LFT برای میدان های R و C توسعه داده‌می‌شود و سپس نحوه کاربرد مدل‌های توسعه‌یافته جهت آشکارسازی و جایابی عیب، از طریق یک مثال آموزشی توضیح‌داده‌می‌شود.

۵- فرم LFT برای نازل آیزنتروپیک

قبل از توسعه فرم LFT برای سیستم تراکم‌پذیر یادآوری می‌گردد، عدم‌قطعیت روی پارامتر θ را می‌توان به‌صورت $\theta = \theta n+\Delta\theta$ نشان داد.

درصورتی‌که هدف نمایش عدم‌قطعیت به‌فرم LFT باشد، بهتر است پارامتر را به‌صورت حاصلضرب پارامتر اسمی در عبارت عدم‌قطعیت نشان داد. یعنی:

$$\theta=\theta_n+\Delta\theta=\theta_n(1+\frac{\Delta\theta}{\theta_n})=\theta_n(1+\delta_\theta) \quad where \quad \delta_\theta=\frac{\Delta\theta}{\theta_n} \qquad (۷)$$

در رابطه بالا $\delta\theta$, $\Delta\theta$ به‌ترتیب انحراف مطلق و نسبی پارامتر از مقادیر اسمی پارامتر می‌باشد.

درحالتی‌که پارامتر به‌صورت $1/\theta$ ظاهر شود، عدم‌قطعیت به‌فرم LFT را نیز می‌توان به‌شکل زیر نشان داد:

$$\frac{1}{\theta}=\frac{1}{\theta_n+\Delta\theta}=\frac{\theta_n}{\theta_n(\theta_n+\Delta\theta)}=\frac{(\theta_n+\Delta\theta)-\Delta\theta}{\theta_n(\theta_n+\Delta\theta)}$$
$$=\frac{1}{\theta_n}(1-\frac{\Delta\theta}{\theta_n+\Delta\theta})=\frac{1}{\theta_n}(1+\delta_{1/\theta})where\,\delta_{1/\theta}=-\frac{\Delta\theta}{\theta_n+\Delta\theta} \qquad (۸)$$

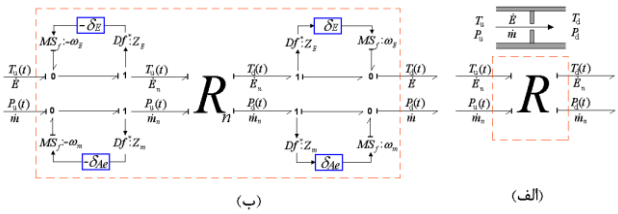
با این توضیحات، میدان نازل آیزنتروپیک نشان داده‌شده در شکل۴-(الف) را درنظر می‌گیریم. جریان جرم $\dot{m}_n$ و جریان انرژی $\dot{E}_n$ که از نازل آیزنتروپیک عبور می‌کند برابر است با[۵] :

1. Standard interconnection model
2. Internal feedback loop

$$\begin{cases} \dot{m}_n = C_{dn}\dfrac{A_n P_u}{\sqrt{RT_u}}\sqrt{\left(\dfrac{2\gamma}{\gamma-1}\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} \\ \dot{E}_n = \dot{m}_n C_{p_n} T_u = C_{Pn} A_{en} P_u \sqrt{\dfrac{T_u}{R}\left(\dfrac{2\gamma}{\gamma-1}\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} \end{cases} \quad (۹)$$

در رابطه بالا A_{en} سطح مقطع معادل نازل بوده و برابر حاصلضرب ضریب تخلیه C_{dn} در سطح مقطع اسمی A_n است. همچنین پارامترهای γ, C_p, R, T, P به‌ترتیب نشان‌دهنده فشار، دما، ثابت گاز، ضریب گرمای ویژه فشار ثابت و نسبت گرمای ویژه سیال، و زیرنویس‌های u و d به‌ترتیب به جریان بالادست و پایین‌دست اشاره دارد. P_r نیز نسبت فشار دوطرف نازل است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_r = \begin{cases} P_r = \dfrac{P_d}{p_u} \quad if \quad \dfrac{P_d}{P_u} \rangle P_{crit} \\ P_r = P_{crit} \quad if \quad \dfrac{P_d}{P_u} \langle P_{crit} \end{cases} \quad (۱۰)$$



شکل۴ : (الف)- نازل آیزنتروپیک (ب)- فرم LFT نازل آیزنتروپیک

بادرنظرگرفتن عدم‌قطعیت روی پارامترهای سطح مقطع معادل A_e و ضریب گرمای ویژه Cp ، روابط حاکم بر میدان نازل آیزنتروپیک، به‌صورتروابط (۱۱) خواهندبود:

$$\begin{cases} \dot{m} = \dfrac{(A_{e_n} + \Delta A_e)P_u}{\sqrt{RT_u}}\sqrt{\left(\dfrac{2\gamma}{\gamma-1}\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} \\ \dot{E} = (C_{p_n} + \Delta C_P)(A_{en} + \Delta A_e)P_u \sqrt{\dfrac{T_u(t)}{R}\left(\dfrac{2\gamma}{\gamma-1}\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} \end{cases} \quad (۱۱)$$

چنانچه بخواهیم روابط بالا را به‌فرم LFT نمایش دهیم، باتوجه به روابط (۷):

$$\begin{cases} \dot{m} = (1+\delta_{A_e})\dot{m}_n \\ \dot{E} = (1+\delta_{C_P})(1+\delta_{A_e})\dot{E}_n \end{cases} \quad ,\delta_{Ae} = \frac{\Delta A_e}{A_e}, \quad \delta_{C_P} = \frac{\Delta C_P}{C_P} \quad (۱۲)$$

که در روابط بالا مقادیر $\dot{m}_n, \dot{E}_n$ دبی جرمی اسمی و جریان انرژی ناشی از انتالپی سیال در حالت اسمی است و مقادیر آنها از رابطه (۹) قابل‌محاسبه است. بنابراین باتوجه به رابطه (۱۲)، فرم LFT نازل آیزنتروپیک به‌صورت نشان داده‌شده درشکل۴ (ب) خواهدبود. در شکل مذکور:

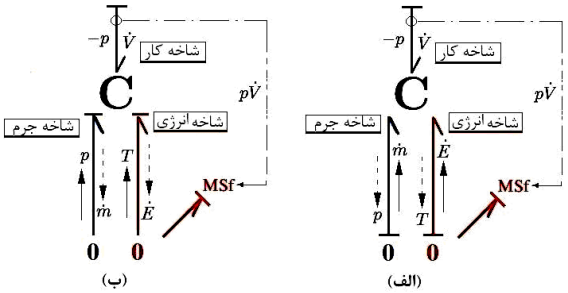
$$\begin{cases} \omega_m = \delta_{A_e}.Z_m; \quad Z_m = \dot{m}_n; \\ \omega_E = \delta_E.Z_E; \quad Z_E = \dot{E}_n; \quad \delta_E = \delta_{C_P} + \delta_{A_e} + \delta_{C_P} \\ \quad .\delta_{A_e}; \quad \delta_{A_e} = \dfrac{\Delta A_e}{A_e}; \quad \delta_{C_P} = \dfrac{\Delta C_P}{C_P} \end{cases} \quad (۱۳)$$

در رابطه بالا $\Delta C_P, \Delta A_e$ عدم‌قطعیت مطلق و $\delta_{C_P}, \delta_{A_e}$ عدم‌قطعیت نسبی مربوط به سطح مقطع گلوگاه نازل و ضریب گرمای ویژه فشار ثابت است.

۶- فرم LFT برای میدان C

در میدان ظرفیتیC، در حالت انتگرالی مقادیر $\dot{E}, \dot{m}, \dot{V}$ به‌عنوان ورودی میدان درنظرگرفته می‌شوند و دما و فشار در هر لحظه از رابطه زیر محاسبه می‌شوند (شکل۵ (الف)).

$$T = \frac{1}{C_v}\frac{\int \dot{E}dt}{\int \dot{m}dt}, P = \frac{ZR\int \dot{m}dt}{C_v \int \dot{V}dt} \quad (۱۴)$$



شکل۵: میدان ظرفیتی (الف) در حالت انتگرالی (ب) در حالت مشتقیDBG

اما درحالتی که از مدل مذکور برای تشخیص عیب استفاده‌شود، دما و فشاری اندازه‌گیری شده توسط سنسورها، به‌عنوان مقادیر معلوم وارد میدان شده و با فرض ثابت بودن ضریب گرمای ویژه حجم ثابت، مقادیر $\dot{m}, \dot{E}$ درحالت معین از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شوند (شکل ۶(الف)).

$$\begin{cases} \dot{m}_n = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_n}{Z_n RT}\right) \\ \dot{E}_n = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_n C_v}{Z_n R}\right) \end{cases} \quad (۱۵)$$

در رابطه بالا Z ضریب تراکم‌پذیری بوده و مقدار و مشتق آن در هر لحظه به‌صورت تابعی از دما و فشار سیال قابل محاسبه است. C_v, V نیز به‌ترتیب حجم و گرمای ویژه گاز در حجم ثابت است . ملاحظه می‌شود در این حالت روابط حاکم بر میدان C به‌صورت مشتقی ظاهر شده‌اند. به باندگراف‌هایی که علیت آنها به فرم مشتقی باشد، اصطلاحا باندگراف مدل تشخیصDBG[1] گفته‌می‌شود(شکل۵ (ب)).

بافرض وجود عدم‌قطعیت روی حجم سیستم (V)، ضریب تراکم‌پذیری (Z) و ضریب گرمای ویژه (C_P)، روابط حاکم بر میدان ظرفیتی C تغییر خواهندکرد. به‌منظور درنظرگرفتن عدم‌قطعیت‌ها، کافی است در رابطه بالا به‌جای مقایر اسمی V_n, Z_n, C_{Pn} به‌ترتیب مقادیر $V = V_n + \Delta V, \; Z = Z_n + \Delta Z, \; C_P = C_{Pn} + \Delta C_P$ را قرار داد:

1.Diagnosis Bond Graph (DBG)

$$\begin{cases} \dot{m} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{P(V_n+\Delta V)}{(Z_n+\Delta Z)RT}\right) \\ \dot{E} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{P(V_n+\Delta V)(C_{vn}+\Delta C_v)}{(Z_n+\Delta Z)R}\right) \end{cases} \quad (۱۶)$$

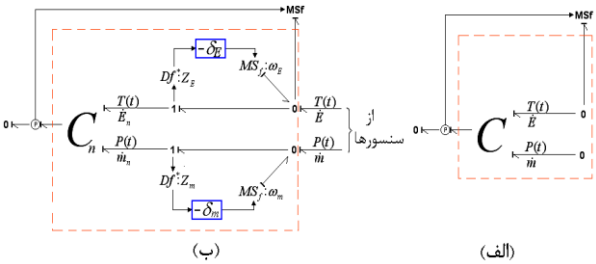
چنانچه روابط فوق به‌فرم LFT نمایش داده‌شود، باتوجه به روابط(۷) و (۸)، معادلات حاکم بر میدان ظرفیتی C درحالت مشتقی به‌صورت زیر خواهدبود:

$$\begin{cases} \dot{m} = (1+\delta_V)(1+\delta_{1/Z})\dot{m}_n \\ \dot{E} = (1+\delta_V)(1+\delta_{1/Z})(1+\delta_{Cv})\dot{E}_n \end{cases} \quad (۱۷)$$

در روابط بالا، مقادیر $\dot{m}_n, \dot{E}_n$ دبی جرمی اسمی و جریان انرژی ناشی از انتالپی سیال در حالت اسمی هستند که مقادیر آنها از رابطه (۱۵) قابل محاسبه‌است. بنابراین باتوجه به رابطه (۱۷) ، فرم LFT برای میدان ظرفیتی C به‌صورت نشان داده‌شده درشکل۶ (ب) خواهدبود.

$$\begin{cases} \omega_m = \delta_m.Z_m; \quad Z_m = \dot{m}_n; \quad \delta_m = \delta_V + \delta_{1/Z} + \delta_V.\delta_{1/Z} \\ \omega_E = \delta_E.Z_E; \quad Z_E = \dot{E}_n; \quad \delta_E = \delta_m + \delta_{Cv} + \delta_m.\delta_{Cv} \end{cases} \quad (۱۸)$$

در روابط بالا $\Delta V, \Delta Z, \Delta C_v$ به‌ترتیب عدم‌قطعیت مطلق و $\delta_V, \delta_{1/Z}, \delta_{Cv}$ عدم‌قطعیت‌های نسبی مربوط به ضریب گرمای ویژه حجم ثابت، ضریب تراکم‌پذیری و حجم مخزن است.

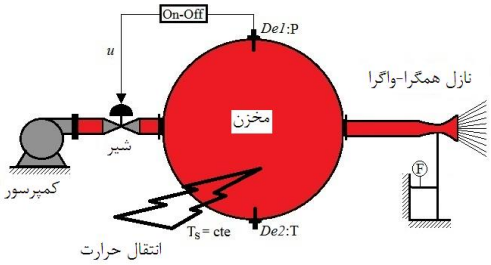


شکل۶ : (الف)مدل معین میدان C (ب) مدل نامعین میدان Cبه فرم LFT

۷- مثال آموزشی

سیستم هوای فشرده نشان‌داده‌شده درشکل۷ را درنظر بگیرید. سیستم مذکور شامل کمپرسور، شیر قطع و وصل، مخزن، نازل همگرا-واگرا و تعدادی سنسور است. در سیستم مذکور یک کمپرسور با دبی جرمی ثابت، فشار هوای مخزن را توسط یک شیر روشن-خاموش در محدوده ۲۵ ±بار نگه می‌دارد. هوای متراکم ذخیره شده در مخزن، از طریق یک نازل همگرا-واگرا به محیط بیرون تخلیه می‌شود. انتقال حرارت نیز از طریق دیواره‌های مخزن با محیط اطراف نیز درنظرگرفته شده‌است.

فشار مخزن (P) ، دمای مخزن(T) ، دبی عبوری از کمپرسور($\dot{m}$)، نیروی تراستر(F) و سیگنال کنترلی (u) توسط پنج سنسور اندازه‌گیری می‌شود.



شکل۷: مخزن هوای فشرده همراه انتقال حرارت

باندگراف تشخیص عیب (DBG) سیستم مذکور به‌فرم LFT، درشکل۸ نشان داده شده‌است. میدان KE نیز جهت در نظر گرفتن اثرات مومنتوم سیال در نظر گرفته شده که روابط حاکم بر آن در شکل۸ آمده‌است. بااستفاده از مدل مذکور و متناسب با پنج سنسور مورد استفاده در سیستم اصلی، از روی باندهای ۲۹، ۳۸، ۳۵، ۳۲ و ۴۲ پنج بافیمانده به همراه آستانه‌های تطبیقی قابل استخراج خواهدبود. در شکل مذکور مقادیر $\delta_{mR}, \delta_{ER}, \delta_{mC}, \delta_{EC}$ طبق آنچه در بخشهای (۴) و (۵) گفته شد، از روابط محاسبه می‌شوند:

$$\begin{cases} \delta_{mR} = \delta_{A^*} \\ \delta_{ER} = \delta_{C_P} + \delta_{A^*} + \delta_{C_P}.\delta_{A^*} \\ \delta_{mC} = \delta_V + \delta_{1/Z} + \delta_V.\delta_{1/Z} \\ \delta_{EC} = \delta_{mC} + \delta_{Cv} + \delta_{mC}.\delta_{Cv} \end{cases} \quad (۱۹)$$

که در آن $\delta_{Cp}, \delta_{Cv}, \delta_V, \delta_{1/Z}, \delta_{A^*}$ به‌ترتیب نشان‌دهنده عدم‌قطعیت نسبی روی سطح مقطع گلوگاه نازل، ضریب تراکم‌پذیری سیال، حجم مخزن، ضریب گرمای ویژه در حجم ثابت و ضریب گرمای ویژه در فشار ثابت هستند. در شکل۸ $\delta_m, \delta_F, \delta_{comp}, \delta_{1/R}, \delta_{Ae}$ به‌ترتیب نشان-دهنده عدم‌قطعیت نسبی روی سطح مقطع خروجی نازل، ضریب مقاومت حرارتی مخزن، دبی کمپرسور و سنسورهای اندازه‌گیری نیرو و دبی جرمی هستند.

برای به‌دست آوردن باقیمانده‌ها از روی باندگراف به‌فرم LFT، اولین باقیمانده از سنسور مجازی Df_1^* به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$ARR_1 : f_{35} = f_{34} = f_3 + f_{13} - f_2 - \omega_2 = 0 \quad (۲۰)$$

که در آن:

$$\begin{cases} f_3 = f_4 - \omega_6 = \dfrac{A_e P}{\sqrt{RT}}\sqrt{\left(2\gamma/\gamma - 1\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)}(1+\delta_{mR}) \\ f_{13} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_{reservoir}}{ZRT}\right) \\ f_2 = f_1 = f_{43} + \omega_{10} = (1+\delta_{comp}).\Phi_{compressoe}(u) \\ \omega_2 = -\delta_{mC}.\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_{reservoir}}{ZRT}\right) \end{cases} \quad (۲۱)$$

با جایگذاری رابطه(۲۱) در(۲۰):

$$\Rightarrow ARR_1 : \begin{cases} r_1 = \dfrac{A_e P}{\sqrt{RT}}\sqrt{\left(2\gamma/\gamma-1\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} + \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_{reservoir}}{ZRT}\right) \\ \quad - \Phi_{compressor}(u) \\ a_1 = |\omega_6| + |\omega_2| + |\omega_{10}| \\ \quad = \left|\delta_{mR}.\dfrac{A_e P}{\sqrt{RT}}\sqrt{\left(2\gamma/\gamma-1\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)}\right| \\ \quad + \left|\delta_{mC}.\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_{reservoir}}{ZRT}\right)\right| + \left|\delta_{comp}.\Phi_{compressor}(u)\right| \end{cases} \qquad (۲۲)$$

برای به‌دست‌آوردن دومین باقیمانده، سنسور مجازی Df_2 در باند شماره ۳۸ را درنظرمی‌گیریم:

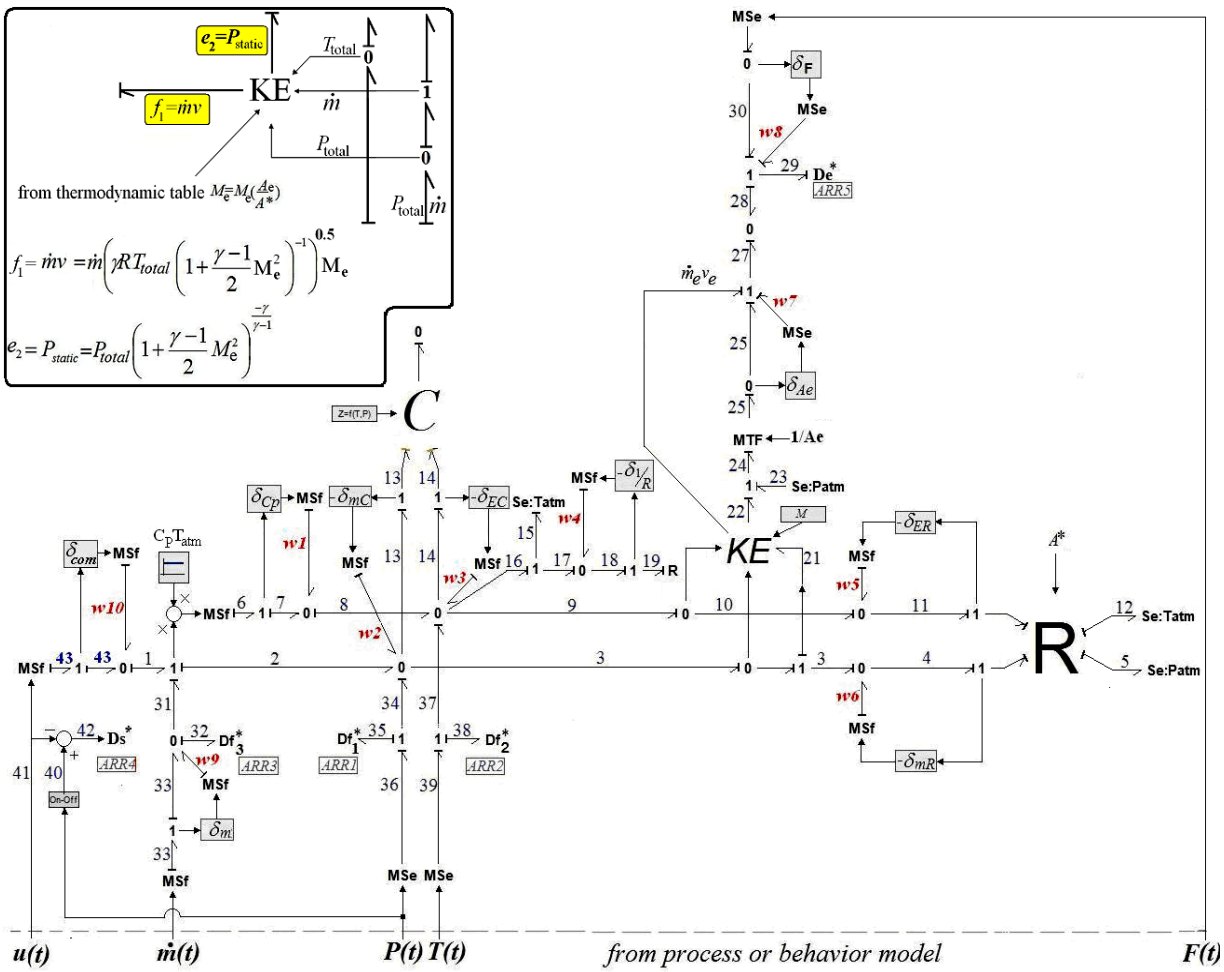
$$ARR_2 : f_{38} = f_{37} = f_9 + f_{16} - \omega_3 + f_{14} - f_8 = 0 \qquad (۲۳)$$

که با جایگذاری مقادیر مربوطه، باقیمانده دوم به‌همراه آستانه‌های تطبیقی به‌صورت زیر به‌دست خواهدآمد:

$$ARR_2 = \begin{cases} r_2 = [C_P T(t)]\dfrac{A_e P}{\sqrt{RT}}\sqrt{\left(2\gamma/\gamma-1\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} \\ \quad + \left(\dfrac{T - T_{atm}}{R}\right) + \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_{reservoir}.C_v}{ZR}\right) \\ \quad - \Phi_{compressor}(u) C_P T_{atm} \\ a_2 = |\omega_5| + |\omega_4| + |\omega_3| + |\omega_1| \\ \quad = \left(|\delta_{ER}.C_P T|\right)\dfrac{A_e P}{\sqrt{RT}}\sqrt{\left(2\gamma/\gamma-1\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} \\ \quad + \left|\delta_{1/R}\left(\dfrac{T - T_{atm}}{R}\right)\right| + \left|\delta_{EC}.\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{PV_{reservoir}}{ZRT(t)}\right)\right| \\ \quad + \left|(\delta_{Cp} + \delta_{comp} + \delta_{Cp}.\delta_{comp}).\Phi_{compressor}(u) C_P T_{atm}\right| \end{cases} \qquad (۲۴)$$

در شکل۸ ، باقیمانده‌های مربوط به سایر سنسورها با مقایسه مستقیم خروجی‌های سنسور و خروجی‌های مورد انتظار به‌دست خواهندآمد:

$$ARR_3 : f_{32} = f_{43} + \omega_{10} - f_{33} - \omega_9$$
$$= \Phi_{compressor}(u) + \delta_{com}.\Phi_{compressor}(u) - \dot{m} - \delta_m.\dot{m} \qquad (۲۵)$$
$$ARR_3 = \begin{cases} r_3 = \Phi_{compressor}(u) - \dot{m}(t) \\ a_3 = |\omega_{10}| + |\omega_9| = \left|\delta_{comp}.\Phi_{compressor}(u)\right| + \left|\delta_m.\dot{m}\right| \end{cases}$$



شکل ۸: فرم LFT برای باندگراف مدل تشخیص

برای به‌دست آوردن باقیمانده چهارم که مربوط به‌سنسور اندازه‌گیری سیگنال کنترلی Ds است، نیز به‌صورت زیر عمل می‌شود:

$$ARR_4 = s_{42} = s_{40} - s_{41}$$
$$ARR_4 : \begin{cases} r_4 = \Phi_{On-Off}(p) - u(t) \\ a_4 = 0 \end{cases} \quad (۲۶)$$

و بالاخره پنجمین باقیمانده نیز باتوجه به باند ۲۹ به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$ARR_5 : e_{29} = e_{28} - e_{30} - \omega_8 = e_{26} + e_{25} + \omega_7 - e_{30} - \omega_8 \quad (۲۷)$$

که با جایگذاری مقادیر مربوطه، باقیمانده پنجم به‌همراه آستانه‌های تطبیقی به‌صورت روابط (۲۸) به‌دست خواهدآمد:

$$\begin{cases} r_5 = \frac{A_e P}{\sqrt{RT}} \sqrt{\left(2\gamma/\gamma - 1\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} \cdot \sqrt{\gamma R T_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{-1}} M_e \\ \quad + \left(P\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 (A_e / A^*)\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} - P_{atm}\right) A_e - F \\ a_5 = |\omega_6| v_e + |\omega_7| + |\omega_8| \\ \quad = \left|\delta_{mR} \frac{A_e P}{\sqrt{RT}} \sqrt{\left(2\gamma/\gamma - 1\right)\left(P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)}\right| \\ \quad \times \left|\sqrt{\gamma R T_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{-1}} M_e^2\right| \\ \quad + \left|\delta_{Ae} \cdot \left(P\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} - P_{atm}\right) A_e\right| + |\delta_F . F| \end{cases} \quad (۲۸)$$

که در آن $\Phi_{On-Off}, \Phi_{compressor}$ به‌ترتیب توابع مشخصه کمپرسور و سوئیچ کنترلی روشن- خاموش با حلقه هیسترزیس[1] هستند و به‌صورت روابط (۲۹) تعریف می‌شوند:

$$\Phi_{compressor}(u) = \begin{cases} Q_{\max} & if \quad u = 1 \\ 0 & if \; u = 0 \end{cases}$$
$$\Phi_{On-Off}(p) = \begin{cases} u = 0 & if \quad p \rangle p_{\max} \\ u = 1 & if \; p \langle p_{\min} \\ previous \quad state & if \quad p_{\min} \langle p \langle p_{\max} \end{cases} \quad (۲۹)$$

بنابراین باتوجه به روابط (۲۲) ، (۲۴) ، (۲۵) ، (۲۶) و (۲۸) خواهیم‌داشت:

$$ARRs : \begin{cases} ARR_1 : f(Compressore, \mathrm{Re}servior, Nozzle, De_1, De_2) \\ ARR_2 : f(Compressore, \mathrm{Re}servior, Nozzle, De_1, De_2 \\ \quad , Insolation) \\ ARR_3 : f(Compressore, Df) \\ ARR_4 : f(\Phi_{On-Off}, Ds) \\ ARR_5 : f(Nozzle, De_1, De_2, De_3) \end{cases} \quad (۳۰)$$

با توجه به آنچه در بخش ۲ گفته‌شد، ماتریس علامت خطای تئوری، به‌صورت نشان داده‌شده در جدول۲ به‌دست خواهدآمد. در تشکیل ماتریس تفکیک خطای تئوری، فرض شده سنسورهای اندازه‌گیری دما(De_1)، فشار(De_2) و سیگنال u (Ds) بدون عیب باشند. بنابراین پارامترهای مربوط به این المان‌ها از ماتریس علامت عیب حذف شده‌اند.

1. Hysteresis

علاوه براین ملاحظه می‌شود، ماتریس تفکیک خطای به‌دست‌آمده یک ماتریس هیبریدی است. یعنی آشکارسازی و تفکیک خطا در کمپرسور به سیگنال کنترلی u بستگی دارد. به‌عبارت دیگر وقتی u=1 باشد، خطا درکمپرسور قابل‌آشکارسازی و قابل‌تفکیک است و در حالتی که u=0 باشد، خطا در کمپرسور غیرقابل‌آشکار شدن است.

شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار 20Sim انجام شده‌است. برای انجام شبیه‌سازی از مقادیر نشان داده‌شده در جدول۳ استفاده شده‌است.

جدول۲: ماتریس علامت عیبی تئوری

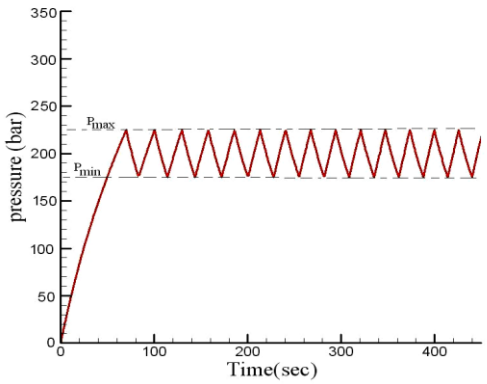
	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	M_b	I_b
مخزن	1	1	0	0	0	1	1
نازل	1	1	0	0	1	1	1
کمپرسور	u	u	u	0	0	u	u
سوئچ	0	0	0	1	0	1	1
لودسل	0	0	0	0	1	1	1
فلومتر	0	0	1	0	0	1	1
عایق	0	1	0	0	0	1	1

جدول۳: پارامترهای استفاده شده برای شبیه‌سازی

پارامتر	نماد	مقدار	واحد
دبی کمپرسور	Q_{max}	۰/۲۵	Kg/sec
حجم مخزن	V	۰/۰۶	m^3
سطح مقطع گلوگاه نازل	A^*	۲/۱۳	mm^2
نسبت مقطع خروجی به گلوگاه	A_e/A^*	۱/۳	--
فشار تنظیم شیر روشن-خاموش	P±ΔP	۲۰۰±۲۵	Bar
ضریب مقاومت حرارتی مخزن	R	۰/۰۲	K/w

پاسخ مدل رفتاری سیستم در شکل ۹ نشان‌داده‌شده‌است. ملاحظه می‌شود شیر کنترلی روشن- خاموش فشار مخزن را محدوده ۲۵ ± ۲۰۰ بار نگه می‌دارد.

برای اعتبارسنجی مدل ارائه شده، ابتدا نشان داده‌می‌شود درحالت کارکرد عادی، باقیمانده‌ها در محدوده مجاز قرار دارند. سپس چند عیب به سیستم معرفی می‌شود و نشان داده‌می‌شود که مدل مذکور قابلیت شناسایی عیوب را دارد.



شکل ۹: تغییرات فشار مخزن

۸- اعتبارسنجی

شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به‌ترتیب باقیمانده‌ها و آستانه‌های تطبیقی را برای حالت کارکرد عادی سیستم نشان می‌دهند. برای محاسبه آستانه‌ها، عدم‌قطعیت مربوط به عایقکاری مخزن($\delta_{1/R}$) برابر ۰/۰۵ و سایر عدم-قطعیت‌ها برابر ۰/۰۲ فرض شده‌اند. ملاحظه‌می‌شود کلیه باقیمانده‌ها در محدوده مجاز قرار دارند. بنابراین در این حالت بردار خطایی شکل نمی‌گیرد. ($\vec{C}=(0,0,0,0,0)$)

۸-۱- خطای انسداد جزئی در نازل

برای معرفی عیب در نازل، در فاصله زمانی ۲۰۰-۱۰۰ ثانیه، با کاهش سطح مقطع نازل انسداد جزئی به نازل اعمال می‌شود. نتاج حاصل از شبیه‌سازی برای حالتی که انسداد ۳۰ درصدی در نازل اتفاق افتاده‌باشد، در شکل ۱۲ ترسیم شده‌است. ملاحظه می‌شود، در این حالت فقط باقیمانده‌های اول، دوم و پنجم از آستانه‌های خود تجاز نموده‌اند. بنابراین بردار خطا به‌صورت $\vec{C}=(1,1,0,0,1)$ ظاهر خواهدشد که این بردار خطا در جدول۲ ، نشان‌دهنده وجود عیب در نازل است.

۸-۲- خطای سنسور اندازه‌گیری نیرو

در حالت بعد، در فاصله زمانی ۲۰۰-۱۰۰ ثانیه، خطای ۱۰ درصدی به سنسور اندازه‌گیری نیرو اعمال می‌شود. نتاج حاصل از شبیه‌سازی در شکل۱۳ ترسیم شده‌است. ملاحظه می‌شود بردار خطا به-صورت $\vec{C}=(0,0,0,0,1)$ ظاهر خواهدشد که این بردار خطا در جدول ۲، نشان‌دهنده وجود عیب در سنسور اندازه‌گیری است.

۸-۳- خطای عایق حرارتی مخزن

در این قسمت فرض شده‌است در فاصله زمانی ۲۰۰-۱۰۰ ثانیه، قسمتی از عایق حرارتی مخزن برداشته‌شده، به‌طوری که ضریب مقاومت حرارتی از اندازه اسمی خود خارج و از عدد اسمی $۰/۰۲K/w$ به $۰/۰۱K/w$ کاهش یابد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در شکل ۱۴ ترسیم شده‌است. ملاحظه می‌شود، اگرچه باقیمانده دوم مقدارغیرصفری به‌خود اختصاص داده و درحالت معین (بدون وجود عدم‌قطعِت‌ها) باعث ایجاد بردار خطا به‌صورت $\vec{C}=(0,1,0,0,0)$ شده و این نشان‌دهنده وجود عیب در عایق حرارتی است (جدول۲)، اما همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود، درحالتی که عدم‌قطعیت‌ها نیز درنظر گرفته‌شود، به-دلیل اینکه باقیمانده دوم از مقدار آستانه مربوطه‌اش تجاوز نکرده‌است، بردار خطایی شکل نمی‌گیرد $\vec{C}=(0,0,0,0,0)$. یعنی عیب قابلیت آشکار شدن ندارد. بنابراین لازم است ماتریس علامت عیب تئوری اطلاح شود.

در کاربرهای عملی، تشخیص بین ماتریس علامت عیب تئوری[1] و عملی[2] اهمیت خیلی زیادی دارد. ماتریس خطای تئوری از آنالیز ساختاری و طبق رابطه (۳) به‌دست می‌آید، درحالی‌که ماتریس خطای عملی که در تست‌های با زمان واقعی[3] مورد استفاده قرار می‌گیرد، برمبنای آنالیز حساسیت باقیمانده‌ها تشکیل می‌شود. به‌عبارت دیگر اگرچه ممکن است یک ARRs به چندین عیب حساس باشد، اما درجه این حساسیت‌ها ممکن است آنقدر متفاوت باشد که در رابطه ARRs بتوان از آن چشم‌پوشی نمود. اینجاست که بحث آنالیز حساسیت موضوعیت پیدا می‌کند. یعنی لازم است ماتریس تفکیک خطایی که از راه تئوری به‌دست آمده‌است، با آنالیز حساسیت باقیمانده‌ها، به ماتریس تفکیک خطای عملی اصلاح شود.

در قسمت بعدی چگونگی آنالیز حساسیت و استفاده از آن جهت اصلاح ماتریس خطای تئوری به خطای ماتریس عملی توضیح داده خواهدشد.

۹- آنالیز حساسیت

ملاحظه‌شد ARRs ها در حالت معین، از دو قسمت تشکیل شده-بودند. قسمت معین (r_n) برای محاسبه مقدار عددی باقیمانده‌ها و قسمت نامعین یا عدم‌قطعیت (a) برای محاسبه آستانه‌های تطبیقی مورد استفاده قرارمی‌گرفتند:

$$ARR_i = r_i + a_i \qquad (۳۱)$$

اما در کاربردهای عملی، برای آنالیز حساسیت، نیاز به شاخصی داریم که حساسیت باقیمانده‌ها به عدم‌قطعیت‌ها را به‌صورت نسبی بیان کند. به‌این منظور شاخص حساسیت[4] به‌صورت نسبت سعی (پیشروی) اعمال شده به مدل توسط عدم‌قطعیت δ_i، به کل سعی (پیشروی) اعمال‌شده توسط همه عدم قطعیت‌های ظاهر شده در قسمت نامعین (a)، تعریف می‌شود:

$$SI_{\delta_i} = \frac{|\omega_i|}{a} \qquad (۳۲)$$

بدیهی است که در یک ARR، جمع جبری شاخص‌های حساسیت برابر یک خواهدشد.

$$\sum SI_{\delta_i} = \sum \frac{|\omega_i|}{a} = \frac{\sum |\omega_i|}{a} = 1 \qquad (۳۳)$$

به‌عنوان مثال آستانه مربوط به باقیمانده دوم طبق رابطه(۲۴) به‌صورت زیر است:

$$a_2 = |\omega_5| + |\omega_4| + |\omega_3| + |\omega_1| \qquad (۳۴)$$

1. Theorical fault signature matrix
2. Practicall fault signature matrix
3 Real time
4. Sensitivity index

با تقسیم دو طرف رابطه فوق بر مقدار کل آستانه a_2، شاخص حساسیت یا به‌عبارت دیگر، سهم هریک از عدم‌قطعیت‌ها در به‌وجود آمدن آستانه مشخص می‌گردد. یعنی:

$$\begin{cases} \frac{|\omega_5|}{a_2}+\frac{|\omega_4|}{a_2}+\frac{|\omega_3|}{a_2}+\frac{|\omega_1|}{a_2}=1 \\ SI_{\delta_{comp,Cp}}+SI_{\delta_{EC}}+SI_{\delta_{1/R}}+SI_{\delta_{ER}}+SI_{\delta mR}=1 \end{cases} \quad (۳۵)$$

شاخص حساسیت هریک از باقیمانده‌ها در شکل ۱۵ رسم شده‌است. کوچکتر بودن شاخص حساسیت در هر باقیمانده، به‌معنای کم بودن سهم عدم‌قطعیت در بوجود آمدن آستانه‌ها است، که این خود به‌معنای کم بودن سهم تغییرات پارامتر در مقدار عددی باقیمانده است. نکته قابل‌توجه در شکل ۱۵ دارا بودن مدهای مختلف کاری سیستم است. به سیستم‌هایی که دارای مدهای مختلف کاری می‌باشند، سیستم‌های هیبریدی[1] می‌گویند که روش باندگراف قابلیت مدل‌کردن این سیستم‌ها را دارد و همان‌طورکه در قسمت تشکیل ماتریس علامت عیب به آن اشاره شد، جدول علامت عیب این سیستم‌ها نیز تابعی از مدهای کاری سیستم است.

۱۰-نتیجه‌گیری

در این مقاله برای درنظرگرفتن عدم‌قطعیت، فرم LFT برای سیستم‌های تراکم‌پذیر به‌روش باندگراف توسعه داده‌شد. همچنین در قالب یک مثال نشان داده‌شد، خواص علی باندگراف می‌تواند روابط افزونگی تحلیلی را برحسب متغیرهای معلوم به‌دست آورد. علاوه بر آن فرم LFT نیز قادر به محاسبه آستانه‌های تطبیقی می‌باشد، به‌طوری که قسمت معین روابط افزونگی تحلیلی برای به‌دست آوردن باقیمانده‌ها و قسمت نامعین روابط افزونگی تحلیلی برای به‌دست آوردن آستانه‌های تطبیقی مورد استفاده قرار گرفت. توانمندی مدل‌های ارائه شده در خصوص آنالیز حساسیت نیز نشان داده شد. بنابراین از مدل مذکور می‌توان جهت طراحی سیستم FDI مقاوم به عدم‌قطعیت در سیستم‌های تراکم‌پذیر استفاده‌نمود.

مراجع

[1] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin & S. N. A. Kavuri. A review of process fault detection and diagnosis. Part II: Qualitative models and search strategies. *Computers and Chemical Engineering* , Vol. 27, pp. 313–326, 2003.

[2] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin & S. N. A. Kavuri. A review of faultdetection and diagnosis. PartIII: Process history based methods.*Computers and Chemical Engineering*, Vol. 27, pp. 327–346, 2003.

[3] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin & S. N. A. Kavuri, review of process fault detection and diagnosis. Part I: Quantitative model-based methods. *Computers and Chemical Engineering* ,Vol. 27, pp.293–311, 2003.

[4] H. M. Paynter, *Analysis and Design of Engineering Systems* , M.I.T. Press, 1961.

[5] D. C. Karnopp, D.L. Margolis, and R.C. Rosenberg, *System Dynamics Modeling and Simulation of Mechatronic Systems*, 4th edition, John Wiley & Sons Inc, 2006.

[6] G. Dauphin-Tanguy, A. Rahmani, & C. Sueur, Bond graph aided design of controlled systems. *Simulation Practice and Theory*, Vol. 7, pp.493–513, 1999.

[7] P. J. Feenstra, P. J. Mosterman, G. Biswas, and P.C. Breedveld, Bond graph modeling procedures for fault detection and isolation of complex flow processes, in*: Proc. ICBGM'01, Simulation series,* Vol. 33, No.1, pp.77-82., *2001.*

[8] T. Kohda, K. Inoue, and H. Asama, Computer aided failure analysis using system bon graphs, *in: Proc. ICBGM'01, Simulation series,* Vol. 33, No.1, , pp.71-76, 2001.

[9] M. A. Djeziri, B. Ould Bouamama, G. Dauphin-Tanguy, Robust fault diagnosis by using bond graph approach. *ASME Transactions on mechatronics*, Vol. 12, No. 6, pp. 599-611, 2007.

[10]M. A. Djeziri, B. Ould Bouamama, R. Merzoudki, Modeling and robust FDI of steam generator using uncertain bond graph model. *Journal of Process Control*, Vol.19, pp.149-162. 2007.

[11]A. K. Samantaray, and G. Dauphin-Tanguy, *Manual of System Modeling by Bond graph Language Simulation: SYMBOLS Ver 1.0, IIT Kharagpur*, 1997.

[12]J. F. Broenink. *20-sim software for hierarchical bond-graph/block-diagram models*, Accessed 1999; http://www.20sim.com .

[13]R. Jacob-Macoy, *Lorenz Simulation*. Accessed 2007; http://www.lorsim.be/Default.htm.

[14]A. Samantaray, B. Ould Bouamama, *Model-based Process Supervision . A Bond Graph Approach. Advances in Industrial Control.* Springer, London. 2008.

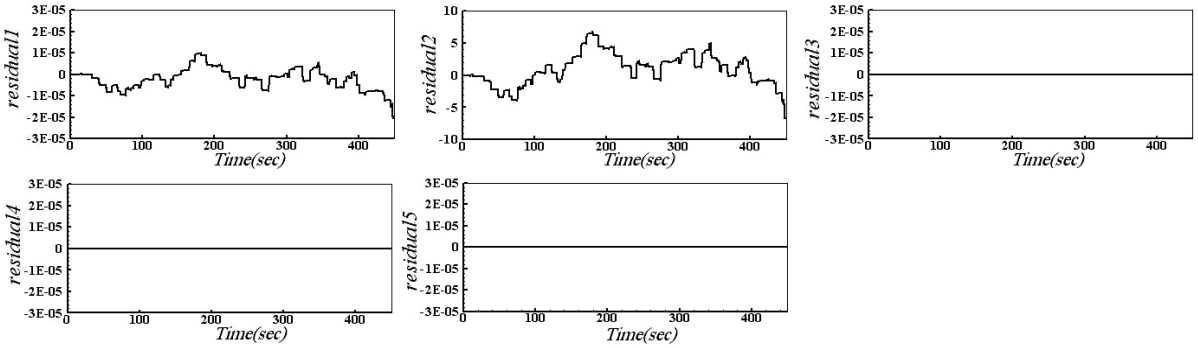
[15]A. Mukherjee, R. Karmakar, A. K. Samantaray, *Bond Graph in Modeling, Simulation and Fault Identification*, I.K. International Publishing House Pvt. Ltd, 2006.

[16]W. Borutzky and G. Dauphin-Tanguy. Incremental Bond Graph Approach to the Derivation of State Equations for Robustness Study. *Simulation Modelling Practice and Theory*,Vol .12, No. 1, pp.41-60, 2004.

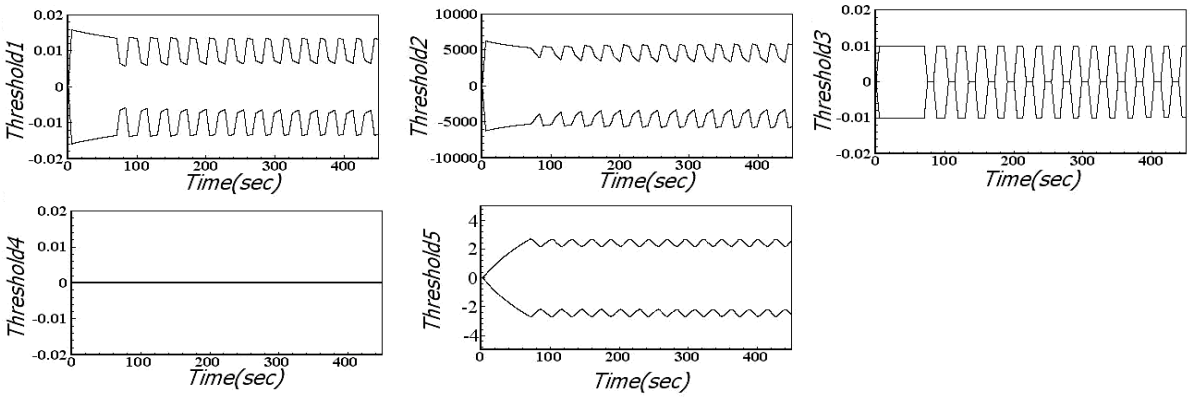
[17]C. Sié Kam , G. Dauphin-Tangu, Bond graph models of structured parameter uncer-tainties, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 342 ,pp. 379–399, 2005.

[18]W. Borutzky , *Bond Graph Modelling of Engineering Sytem*, Springer New Yourk Dordrecht Heidelberg London, 2011

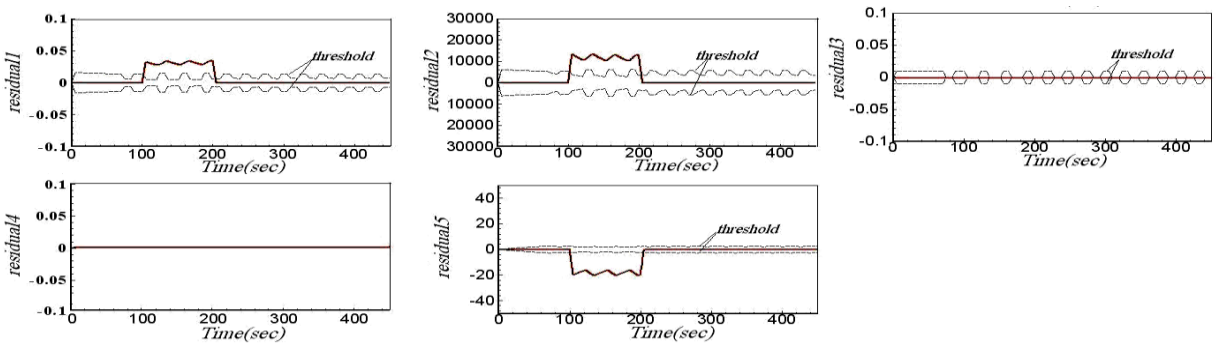
1. Hybrid



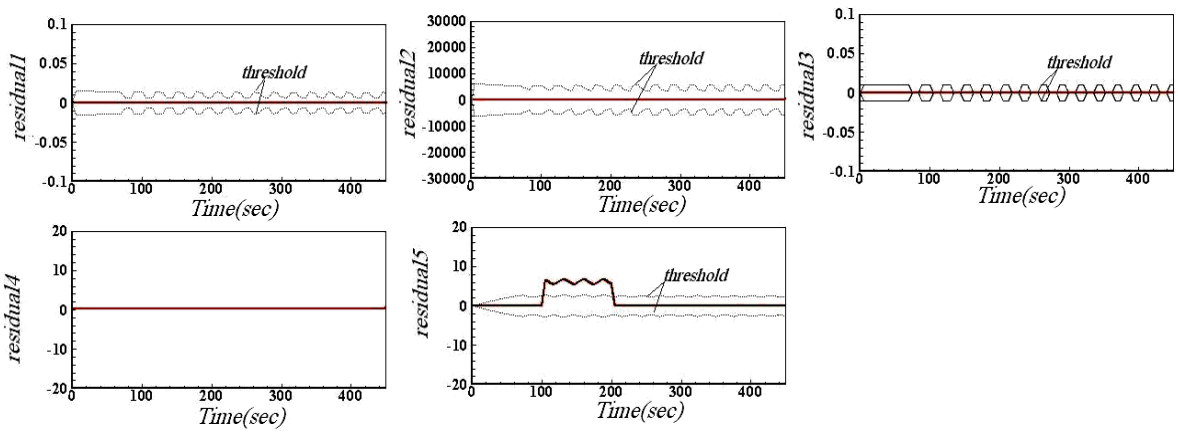
شکل ۱۰: باقیمانده‌ها در حالت کارکرد عادی



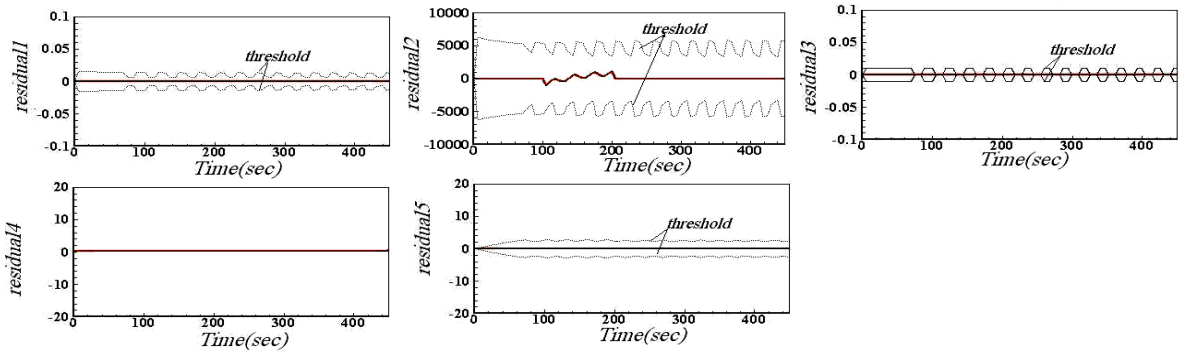
شکل ۱۱: آستانه‌های تطبیقی در حالت کارکرد عادی



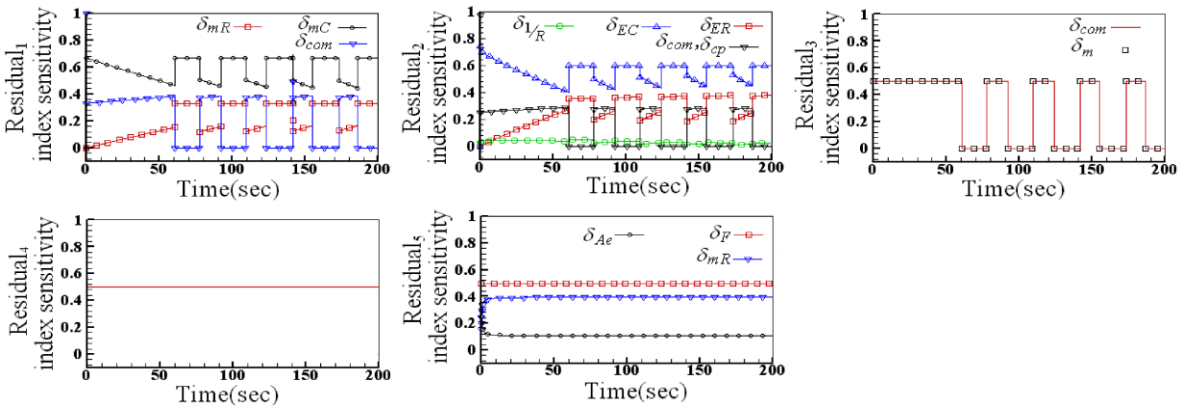
شکل ۱۲: باقیمانده‌ها به همراه آستانه‌های تطبیقی در حالت انسداد جزئی نازل (۳۰٪ انسداد)



شکل ۱۳: باقیمانده‌ها به‌همراه آستانه‌های مربوطه در حالتی که خطای ۱۰٪ در سنسور اندازه‌گیری نیرو بوجودآمده باشد



شکل ۱۴: باقیمانده به‌همراه آستانه‌های مربوطه برای حالتی که ۵۰٪ عایق حرارتی مخزن برداشته شده باشد.



شکل ۱۵: آنالیز حساسیت باقیمانده‌ها

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، صفحه ۵۷-۵۳

رابطه درایه های ماتریس تابع تبدیل 3×3 با درایه های RGA آن و کاربردآن در طراحی کنترل کننده های غیرمتمرکز

عارف شاه منصوریان[۱]

[۱]استادیار گروه مهندسی برق، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)

shahmansoorian@eng.ikiu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۶/۳۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۹/۱۱)

چکیده: در این مقاله مقادیر ممکن برای RGA سیستم های خطی تغییرناپذیر با زمان بررسی می شود. نشان می دهیم که برخلاف سیستم های دو ورودی دو خروجی RGA هر مقداری را در فرکانس صفر نمی تواند اختیار کند، در حالیکه در سایر فرکانس ها میتواند مقادیر دلخواهی را اختیار کند. روابط درایه های ماتریس تابع تبدیل 3×3 را برحسب مقادیر درایه های RGA بیان کردیم. در مواردی مثل روش حلقه بستن ترتیبی که مطلوب باشد سیستم کنترل شده دارای RGA مشخصی باشد این روابط می توانند مقادیر مطلوب درایه های سیستم حلقه بسته را در هر فرکانسی ارایه دهند و این مقادیر در طراحی کنترل کننده ویا پیش جبران ساز مورد استفاده قرار گیرند.

کلمات کلیدی: RGA – جفت کردن ورودی و خروجی–حلقه بستن ترتیبی.

Relation between 3×3 Transfer Function Entries and the RGA Entries and Its Application in Decentralized Controllers Design

Aref Shahmansoorian

Abstract: Relative gain array (RGA) possible values are investigated. It is shown that in 3×3 plants RGA in zero frequency can not be equal to any value; nevertheless it can be equal to arbitrary values in nonzero frequencies. The relation between the entries of transfer function and that of RGA is presented. Transfer function entries are parameterized with respect to entries of RGA. This parameterization can be used for designing compensators such that RGA of compensated system has desirable form.

Keywords: RGA- Input-output pairing-Sequential loop closing.

۱- مقدمه

یکی از موضوعات مهم در کنترل غیرمتمرکز سیستم های چندمتغیره انتخاب متغیرهای قابل کنترل (خروجی ها) و متغیرهای قابل دستکاری (ورودی ها) است. بعد از انجام این مرحله لازم است که جفتهای مناسب ورودی و خروجی انتخاب گردند. بدین معنی که یک ورودی یا مجموعه ای از ورودی ها برای کنترل یک خروجی یا مجموعه ای از خروجی ها جایابی شوند که به آن "جفت کردن ورودی/خروجی" گویند[۱]. در نحوه انتخاب جفتهای ورودی و خروجی موضوع تداخل بین حلقه ها و همچنین قابلیت پایدار سازی همه حلقه ها و همچنین حفظ پایداری کل سیستم در صورت باز شدن بعضی حلقه ها (تمامیت[۱]) و عملکرد قابل حصول از کنترل کننده مورد توجه است[۲].

برای حل مسئله و همچنین اندازه گیری تداخل ابزارهای متعددی پیشنهاد شده است که از آن جمله می توان به آرایه بهره نسبی[۲] (RGA) [۳] و شاخص نیدرلینسکی[۳] و مقدار استثنایی ساختاری ماتریس تداخل[۲] اشاره کرد. اما پرکاربردترین آنها RGA است که توسط بریستول در سال ۱۹۶۶ ارایه گردید و به طور گسترده ای در صنعت به کار گرفته شده است. RGA برای تابع تبدیل مربعی $G(s)$ به صورت زیر تعریف می شود:

[1] Integrity
[2] Relative Gain Array
[3] Niderlinski Index

$$\Lambda(G) = G \circ *(G^{-1})^T \qquad (۱)$$

که $\circ *$ نمایشگر ضرب عنصر به عنصر است. این ماتریس عمدتاً در فرکانس صفر استفاده می شود اما در بعضی موارد در فرکانس های غیر صفر نیز مورد توجه بوده است[۴]. خواص RGA در [۱]، [۲]، [۴]،[۵] آمده است. RGA بلوکی نیز در [۶]، [۷] تعریف شده است. در[۸] با استفاده از مفهوم معکوس تعمیم یافته ماتریس ها، RGA برای سیستم های های غیر مربعی تعمیم داده شده است. مهمترین خاصیت RGA آن است که مجموع عناصر هر سطر و ستون آن یک است. از نظر جبری به ظاهر هیچ ارتباطی بین درایه های RGA وجود ندارد و تصور می شود درایه های RGA در فرکانس صفر هر مقداری را- به شرط این که مجموع عناصر هر ردیف و هر ستون یک باشد- اختیار کنند. در قسمت دوم مقاله با ذکر یک مثال عددی نشان می دهیم که RGA در فرکانس صفر هر مقدار دلخواهی نمی تواند داشته باشد و جالب تر این که در فرکانس غیر صفر هر مقداری را می تواند اختیار کند! در قسمت سوم مقاله رابطه درایه های ماتریس تابع تبدیل 3×3 را برحسب درایه های RGA آن بدست می آوریم و به این ترتیب درایه های تابع تبدیل را برحسب درایه های RGA پارامتریزه می کنیم. این کار در طراحی پیش جبران ساز جهت حصول فرم به خصوصی از RGA حائز اهمیت است که یک نمونه طراحی نیز در قسمت سوم مقاله انجام شده است.

۲- یک مثال عددی

در این قسمت با ذکر یک مثال عددی نشان می دهیم که RGA در فرکانس صفر هر مقدار دلخواهی نمی تواند داشته باشد.

مثال ۱: فرض کنید که بخواهیم یک تابع تبدیل مربعی حقیقی $G(s)$ را بیابیم که RGA آن در فرکانس صفر به صورت زیر باشد،

$$\Lambda(G(0)) = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

در نگاه اول شاید تصور شود که مسئله جواب دارد. اما در قسمت سوم مقاله نشان می دهیم چنین سیستمی وجود ندارد! در حالی که سیستم های دو ورودی- دو خروجی بیشماری وجود دارند که RGA آنها در فرکانس صفر به صورت زیر باشد،

$$\Lambda(G(0)) = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \qquad (۳)$$

اما موضوع جالب تر این که سیستم های بی شماری وجود دارند که در فرکانس غیر صفر مفروض ω_0، RGA آنها به صورت (۲) است! کافیست داشته باشیم:

$$G(j\omega_0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{-1+j\sqrt{3}}{2} & \frac{-1-j\sqrt{3}}{2} \\ 1 & \frac{-1-j\sqrt{3}}{2} & \frac{-1+j\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \qquad (۴)$$

که توابع تبدیل زیادی در این شرط صدق می کنند.(مقدار تابع تبدیل حقیقی در فرکانس صفر حقیقی است اما در فرکانس غیر صفر هر مقدار مختلطی را می تواند اختیار کند و علاوه براین RGA نیز در فرکانس غیر صفر می تواند مقادیر مختلط اختیار کند.)

مثال بالا نشان می دهد که RGA در فرکانس صفر هر مقداری را نمی تواند اختیار کند در حالیکه در فرکانس غیرصفر هر مقداری را می تواند اختیار کند. *شاید یک علت این که RGA عمدتاً در فرکانس صفر مورد توجه بوده ،همین نکته است.*

۳- رابطه بین درایه های ماتریس تابع تبدیل و RGA آن

در این قسمت رابطه درایه های ماتریس تابع تبدیل 3×3 را برحسب درایه های RGA آن بدست می آوریم. این روابط در مواردی که مطلوب باشد سیستم کنترل شده RGA مشخصی داشته باشد (مثلاً روش حلقه بستن ترتیبی) سودمند است و مقادیر مطلوب درایه های ماتریس تابع تبدیل حلقه بسته را ارایه می دهد، که این مقادیر می توانند در طراحی کنترل کننده مورد استفاده قرار گیرند.

فرض کنید تابع تبدیل سیستم 3×3 به صورت زیر باشد،

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & g_{13}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & g_{23}(s) \\ g_{31}(s) & g_{32}(s) & g_{33}(s) \end{bmatrix} \qquad (۵)$$

با فرض صفر نبودن درایه های ردیف اول و ستون اول تابع تبدیل و با توجه به این که RGA مستقل از مقیاس کردن ورودی ها و خروجی ها می باشد، به راحتی دیده می شود که RGA تابع تبدیل(۵) با RGA تابع تبدیل زیر برابر است،

$$G_1(s)=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dfrac{g_{11}(s)g_{22}(s)}{g_{12}(s)g_{21}(s)} & \dfrac{g_{23}(s)g_{11}(s)}{g_{12}(s)g_{21}(s)} \\ 1 & \dfrac{g_{32}(s)g_{11}(s)}{g_{31}(s)g_{12}(s)} & \dfrac{g_{33}(s)g_{11}(s)}{g_{31}(s)g_{13}(s)} \end{bmatrix} \quad (۶)$$

ملاحظـــات ۱: اگـر بعضـی عناصـر ردیـف اول یـا سـتون اول ماتریس $G(s)$ صفر باشند درایـه هـایی در سـطرها یـا سـتونهای دوم و سوم ماتریس تابع تبدیل $G_1(s)$ بی کران بـه دسـت مـی آینـد. امـا ایـن مطلب در اثبات روابطی که در زیر می آید خللی وارد نمی کند.

که با تعریف،

$$a_{22}(s)=\frac{g_{11}(s)g_{22}(s)}{g_{12}(s)g_{21}(s)},a_{23}(s)=\frac{g_{23}(s)g_{11}(s)}{g_{12}(s)g_{21}(s)}, \quad a_{32}(s)=\frac{g_{32}(s)g_{11}(s)}{g_{31}(s)g_{12}(s)},a_{33}(s)=\frac{g_{33}(s)g_{11}(s)}{g_{31}(s)g_{13}(s)} \quad (۷)$$

ماتریس $G_1(s)$ به صورت زیر در می آید،

$$G_1(s)=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_{22}(s) & a_{23}(s) \\ 1 & a_{32}(s) & a_{33}(s) \end{bmatrix} \quad (۸)$$

بنابراین درایه های ماتریس $G_1(s)$ را برحسب درایـه هـای RGA خودش (که همان RGA تابع تبدیل $G(s)$ است) بدست مـی آوریـم. البته واضح اسـت کـه متقـارن بـودن مـاتریس $G_1(s)$ بـه معنـی متقـارن بودن $G(s)$ نیست و علاوه براین توابع تبدیل بی شـماری وجـود دارنـد که RGA آنها به فرم داده شده Λ باشد. یعنی مسئله در صورت جـواب داشتن،بی شمار جواب خواهد داشت.

در واقع RGA برای یک سیستم 3×3 دارای ۴ درایه مستقل است و آنها را λ_{11} , λ_{12} , λ_{21} , λ_{22} می نامیم و با توجه به اینکه مجمـوع درایه های هر سطر و ستون RGA برابر یک است، فرض می کنیم،

$$\Lambda(G)=\begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & 1-\lambda_{11}-\lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & 1-\lambda_{21}-\lambda_{22} \\ 1-\lambda_{11}-\lambda_{21} & 1-\lambda_{12}-\lambda_{22} & \lambda_{11}+\lambda_{12}+\lambda_{22}+\lambda_{21}-1 \end{bmatrix} \quad (۹)$$

که درایه های $\Lambda(G)$ و $G_1(s)$ تابع فرکانس s هستند و برای راحتی اندیس s را حذف کرده ایم.

روابط زیر را داریم،

$$\lambda_{11}|G_1|=a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32} \quad (۱۰)$$

$$\lambda_{12}|G_1|=a_{23}-a_{33} \quad (۱۱)$$

$$\lambda_{21}|G_1|=a_{32}-a_{33} \quad (۱۲)$$

$$\lambda_{22}|G_1|=a_{22}(a_{33}-1) \quad (۱۳)$$

که (۱۱) و (۱۲) و (۱۳) نتیجه می دهند،

$$a_{23}=\lambda_{12}|G_1|+a_{33} \quad (۱۴)$$

$$a_{32}=\lambda_{21}|G_1|+a_{33} \quad (۱۵)$$

$$a_{22}=\frac{\lambda_{22}|G_1|}{a_{33}-1} \quad (۱۶)$$

که با جایگزین کردن (۱۴) و (۱۵) و (۱۶) در (۱۰) می دهد،

$$\lambda_{11}|G_1|=\frac{\lambda_{22}|G_1|}{a_{33}-1}a_{33}-(\lambda_{12}|G_1|+a_{33})(\lambda_{21}|G_1|+a_{33}) \quad (۱۷)$$

از طرفی داریم،

$$|G_1|=a_{22}a_{33}-a_{32}a_{23}-a_{22}-a_{33}+a_{23}+a_{32} \quad (۱۸)$$

و اگـر بـه جـای $a_{22}a_{33}-a_{32}a_{23}$ از رابطـه (۱۰) و بـه جای a_{22} از رابطه (۱۳) و بـه جـای a_{23} , a_{32} از روابـط (۱۴) و (۱۵) استفاده کنیم رابطه (۱۸) به صورت زیر در می آید،

$$|G_1|=(\lambda_{11}+\lambda_{12}+\lambda_{21})|G_1|-\frac{\lambda_{22}|G_1|}{a_{33}-1}+a_{33} \quad (۱۹)$$

با ضرب کردن طرفین رابطه (۱۹) در a_{33} و جمع کردن آن با رابطه (۱۷) بدست می آید،

$$(a_{33}+\lambda_{11})|G_1|=\lambda_{11}a_{33}|G_1|-\lambda_{12}\lambda_{21}|G_1|^2 \quad (۲۰)$$

با فرض $|G_1|\neq0$ داریم،

$$a_{33}+\lambda_{11}=\lambda_{11}a_{33}-\lambda_{12}\lambda_{21}|G_1| \quad (۲۱)$$

که از این رابطه $|G_1|$ بدست می آید،

$$|G_1|=\frac{a_{33}(\lambda_{11}-1)-\lambda_{11}}{\lambda_{12}\lambda_{21}} \quad (۲۲)$$

بـا تقسـیم کـردن رابطـه (۱۹) بـر $|G_1|$ و بـا اسـتفاده از رابطـه (۲۲) داریم،

(۲۳)

$$(\lambda_{11}+\lambda_{12}+\lambda_{21})-\frac{\lambda_{22}}{a_{33}-1}+\frac{\lambda_{12}\lambda_{21}}{a_{33}(\lambda_{11}-1)-\lambda_{11}}a_{33}=1$$

معادلـــه (۲۳) ارتبـــاط بـــین درایـــه هـــای مـــاتریس $G_1(s)$ را بـــه λ_{11} , λ_{12} , λ_{21} , λ_{22} نشـــان مـــی دهـــد. بـــه طـــوری کـــه بـــا داشتن λ_{11} , λ_{12} , λ_{21} , λ_{22} از این رابطه a_{33} به دست می آیـد و از رابطـــه (۲۲) مقـــدار $|G_1|$ و ســـپس از روابـــط (۱۴) و (۱۵) و (۱۶) مقادیر a_{22} , a_{23} , a_{32} به دست می آیند.

حال اگر معادله (۲۳) را در فرکانس صفر، $s=0$ ، در نظر بگیریم، تمام کمیت ها در این معادله باید اعداد حقیقی شوند. اما واضح است که به ازای هر ۴ مقدار اختیاری λ_{11} , λ_{12} , λ_{21} , λ_{22} معادله (۲۳) بـرای a_{33} جواب حقیقی نـدارد. بنـابراین ثابـت کـردیم RGA در فرکـانس صفر هر مقداری را نمی تواند اختیـار کنـد و عـلاوه بـراین روش محاسـبه درایه های ماتریس برحسب درایه های RGA آن را بیـان کـردیم. حـالا بـــه مثـــال قســـمت دوم مقالـــه برمـــی گـــردیم، مطـــابق رابطـــه (۱۲) داریـــم، $\lambda_{11}=\lambda_{22}=\lambda_{21}=\lambda_{12}=1/3$ و بـــا جایگـــذاری در معادله (۲۳) معادله زیر حاصل می شود.

$$0=-\frac{1}{3(a_{33}-1)}+\frac{a_{33}}{3(-2a_{33}-1)} \qquad (۲۴)$$

که بـرای a_{33} ریشـه حقیقـی نـدارد. لـذا تـابع تبـدیلی حقیقـی کـه RGA آن در فرکانس صفر بـه صـورت (۲) باشـد وجـود نـدارد. امـا در فرکانس غیر صفر چون a_{33} می تواند مختلط باشد لذا سیسـتمی حقیقـی وجود دارد که در فرکـانس غیـر صـفر مفـروض RGA آن بـه صـورت رابطه (۲) باشد. کافیست در رابطه (۴) صدق کند.

مثال ۲: مـی خـواهیم کلیـه توابـع تبـدیل 3×3 کـه RGA آنهـا در فرکـــانس صـــفر در شـــرط $\lambda_{11}(0)=\lambda_{22}(0)=\lambda_{33}(0)=1$ صدق می کنند را پارامتریزه کنیم. (یک نمونـه از چنـین سیسـتمی در [۸] آمده است) ابتدا مسئله را برای سیستم های به صورت (۸) حل می کنیم و ســـپس در روابـــط بـــه دســـت آمـــده بـــه جـــای $a_{22}(s), a_{23}(s), a_{32}(s), a_{33}(s)$ معادلشان بـر حسـب درایـه هـای تـابع تبدیل (۴) قرار می دهیم. از روابط (۱۰) و(۱۳) و (۱۸) و،

$$\lambda_{33}|G_1|=a_{33}(a_{22}-1) \qquad (۲۵)$$

روابط زیر را به دست می آوریم،

$$a_{22}=a_{33}=a_{23}a_{32} \qquad (۲۶)$$

$$\frac{1}{a_{23}}+\frac{1}{a_{32}}=2 \qquad (۲۷)$$

کـــه حـــالا در ایـــن دو رابطـــه اخیـــر مـــی تـــوانیم بـــه جـــای $a_{22}(s), a_{23}(s), a_{32}(s), a_{33}(s)$ معادلشان را از رابطه (۷) قـرار دهـیم و برای حصول $\lambda_{11}=\lambda_{22}=\lambda_{33}=1$ روابط را بر حسب درایه های تابع تبدیل $G(s)$ به دست آوریم.

مثال ۳: برای سیستم با تابع تبدیل،

(۲۸)

$$G(s)=\frac{1-s}{(5s+1)^2}\begin{bmatrix}1 & -4.19 & -25.96\\ 6.19 & 1 & -25.96\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

می خواهیم یک جبران ساز طراحی کنیم که RGA سیستم جبران سازی شده به فرم زیر باشد،

$$\Lambda(G(0)K(0))=\begin{bmatrix}1 & x & -x\\ -x & 1 & x\\ x & -x & 1\end{bmatrix} \qquad (۲۹)$$

که در آن اندازه x هرچـه کـوچکتر باشـد بـه معنـی تـداخل کمتـر است. با فرض،

$$G(0)K(0)=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix} \qquad (۳۰)$$

با استفاده از رابطه (۲۳) داریم،

$$x^2{a_{33}}^2-x^2a_{33}-1=0 \qquad (۳۱)$$

کـــه بـــا فـــرض $x=\frac{1}{3}$ بـــه دســـت مـــی آیـد، $a_{33}=0.5(1\pm\sqrt{37})$ کـه هـر دو جـواب قابـل قبـول اســـت و بـــا جـــواب $a_{33}=0.5(1+\sqrt{37})$ از (۲۲) داریـــم $|G(0)k(0)|=9$ واز روابط (۱۴) و (۱۵) و (۱۶) داریم،

$$a_{22}=0.5(\sqrt{37}+1),\ a_{32}=0.5(\sqrt{37}-5),$$
$$\frac{g_{23}(s)g_{11}(s)}{g_{12}(s)g_{21}(s)},a_{23}(s)=0.5(7+\sqrt{37})$$

لذا یک جواب قابل قبول برای $G(0)K(0)$ می شود:

(۳۲)

$$G(0)K(0)=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 0.5(\sqrt{37}+1) & 0.5(\sqrt{37}+7)\\ 1 & 0.5(\sqrt{37}-5) & 0.5(\sqrt{37}+1)\end{bmatrix}$$

و یک $K(0)$ قابل قبول می شود:

(۳۳)

$$K(0)=\begin{bmatrix}5.1946 & 0.8467 & 13.4278\\ -5.1946 & -0.3570 & -12.3601\\ 1 & 0.0517 & 2.4737\end{bmatrix}$$

نکته ۱: همانطور که اشاره شد این یک $K(0)$ قابل قبول است. با مقیاس کردن سطری این $K(0)$ جواب های دیگر قابل حصول است. با انتخاب جواب دیگر a_{33} سری دیگر جوابها به دست می آیند.

نکته ۲: در روش حلقه بستن ترتیبی قبل از بستن هر حلقه جدید می توان چنین جبران سازی را جهت کاهش تداخل انجام داد.

نکته ۳: سیستم جبران نشده عدد حالت ۲۷۵/۸۶ دارد که بسیار بزرگ است درحالیکه سیستم جبران سازی شده عدد حالت ۹/۵۸ دارد که مقدار مناسبی است.

۴- نتیجه‌گیری

نشان دادیم که در سیستم های 3×3، RGA در فرکانس صفر هر مقدار دلخواهی نمی تواند داشته باشد. در حالیکه در فرکانس غیرصفر محدودیتی وجود ندارد. روش محاسبه درایه های ماتریس تابع تبدیل برحسب درایه ها RGA آن را ارایه دادیم و بدین ترتیب درایه های تابع تبدیل را برحسب درایه های RGA آن پارامتریزه نمودیم. این پارامتریزه کردن، وقتی که فرم خاصی از RGA برای سیستم قبل از بستن حلقه کنترل مطلوب باشد، می تواند مقادیر مطلوب درایه های تابع تبدیل جبران شده را ارایه می دهد، که این مقادیر می توانند در طراحی کنترل کننده مورد استفاده قرار گیرند. مثلاً در روش حلقه بستن ترتیبی در بستن هر حلقه می توان طوری کنترل کننده را طراحی کرد که بعد از بستن هر حلقه، RGA فرم مطلوبی داشته باشد که مناسب برای بستن حلقه بعدی باشد. علاوه بر این می توان درایه های سیستم حلقه بسته را بر حسب RGA پارامتریزه کرد.

مراجع

[1] J. M. Maciejowski, “Multivariable feedback design,” Addison-Wesley, 1989.

[2] S. Skogestad, I. Postlethwaite, “Multivariable feedback control analysis and design,” Wiley, Second edition, 2005.

[3] E. H. Bristol, “On a new measure of interactions for multivariable process control,” IEEE transaction on automatic control, AC-11, pp.133-134,1966.

[4] A. Khaki-Sedigh, B. Moaveni, “Control configuration selection for multivariable plants,” LNCIS 391, Springer Verlag, 2009.

[5] M. Hovd, S. Skogestad, “Use of simple frequency-dependent tools for control system analysis, structure selection and design,” Automatica, Vol. 28, No. 5, pp.989-996, 1992.

[6] V. Manousioutakis, R. Savage, Y. Arkun, “Synthesis of decentralized processes control structure using the concept of block relative gain,” AIChE Journal, Vol. 32, pp. 991-1003, 1986.

[7] V. Kariwala, J. F. Forbes, E. S. Meadows, “Block relative gain: properties and pairing rules,” Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 42, No. 20, pp.4664-4574, 2003.

[8] J. Chang, C. Yu, “The relative gain for non-square multivariable systems,” Chemical Engineering Science, Vol. 45, No. 5, pp. 1309-1323, 1990.

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control
(ISSN 2008-8345)

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 7, No. 3, Fall 2014.

Publisher: **I**ranian **S**ociety of **I**nstrumentation and **C**ontrol **E**ngineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliyari@kntu.ac.ir

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Moosavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Prof. M. Golkar, Prof. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Sh., Dr. M. Arvan , Prof. M. Tavakoli-Bina, Dr. M. Ahmadieh-Khanehsar, Dr. F. Farivar, Dr. M. Ayati.

The ISICE Board of Director:

Prof. Masoud Shafiee., Dr. Mohammad Reza Jahed Motlagh, Prof. Iraj Goodarznia, Prof. Behzad Moshiri, Prof. Ali Akbar Safavi, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Iman Mohammadzaman, Dr. Ali Ashrafmodarres, Ali Kiani.

P.O. Box 15815-3595, Tehran – IRAN
Tel : (+9821) 81032231
Fax: (+9821) 81032200

www.joc-isice.ir

ISICE

Journal of Control

ISSN 2008-8345

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology

Vol. 7, No. 3, Fall 2014

Contents

Corner Stability in Nonliner Autonomous Systems 1

Arsalan Rahimabadi, Hamidreza Taghirad

Direct Torque and Flux Control of An Asymmetrical Six-phase Induction Motor Supplied with A Three-level SVPWM Inverter Using Neural Networks Classification 9

S. Mohammad Jalal Rastgar Fatemi, Jafar Soltani, Navid Reza Abjadi

A Robust Control Strategy Based on Reinforcement Learning Approach to Rehabilitat the Arm Movement 17

Zahra Hasanzadeh Binabidi, Hamid Reza Kobravi, Saeed Toosizadeh, Reza Boostani

Analysis and Design of Optimum Time Delay in Warhead Detonation 31

Zahra Parsanezhad, Jafar Heyrani Nobari, Saeed Ebadollahi

Robust Fault Detection and Isolation to Compressible Systems Using Bond Graph Approach 41

Ahmad Sanei, Alireza Basohbat Novinzadeh

Relation between Transfer Function Entries and the RGA Entries and Its Application in Decentralized Controllers Design 53

Aref Shahmansoorian