



مجله کنترل

ISSN 2008-8345



قطب علمی کنترل صنعتی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۹، شماره ۱، بهار ۱۳۹۴

فهرست مقالات

- ۱ طراحی کنترل کننده متمرکز برای حرکت وسایل نقلیه در یک کاروان با هدف دست یافتن به پایداری مقاوم رشته‌ای
بیژن معاونی، مهران موحدی
- ۱۳ طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب مبتنی بر کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل غیرخطی مقاوم جهت جبران عیب محرک‌ها
ریاب ابراهیمی باویلی، محمدجواد خسروجردی
- ۲۵ طراحی و آنالیز پایداری سیستم‌های کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S نوع-۲ فاصله‌ای با رویکرد تابع لیاپانوف فازی و جبران‌سازی توزیع شده غیرموازی
آرمان خانی، سحرانه قائمی، محمد علی بادامچی زاده
- ۳۵ طراحی کنترل کننده غیرخطی در نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر جهت بهبود قابلیت گذر از خطا در مد موتوری
محسن علیزاده بیدگلی، سید محمد تقی بطحایی
- ۴۷ طراحی کنترل کننده حالت لغزشی دینامیکی در حضور نامعینی‌های سازگار و ناسازگار بدون چترینگ برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم
علی کریمی ملائی
- ۵۹ تولید دستور کنترلی بهینه برای دویدن صفحه‌ای ربات دوپای اتریاس در مقایسه با دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فنری
بهنام داداش‌زاده، حیدر شبان، سید محمد رضا سید نورانی، بهروز کوهستانی



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی
خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۹، شماره ۱، بهار ۱۳۹۴

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیک: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر مهدی علیاری شوره دلی

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی - تلفن - ۷۱۳۲۲۱۳۳ - پست الکترونیک aliyari@kntu.ac.ir

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزیا (استاد) - پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد) - پروفسور علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پرینز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا، دکتر مجتبی احمدیه خانه سر، دکتر فائزه فریور، دکتر موسی آیتی.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

پرفسور مسعود شفیعی، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، پرفسور ایرج گودرزیا، پرفسور بهزاد مشیری، پروفسور علی اکبر صفوی، دکترایمان محمدزمان، دکتر علی اشرف مدرس، مهندس علی کیانی.

مدیر سایت: مهندس نسیمه فراهانی

صفحه آرا: کیان خالوزاده

فهرست مقالات

- ۱ طراحی کنترل کننده متمرکز برای حرکت وسایل نقلیه در یک کاروان با هدف دست یافتن به پایداری مقاوم رشته‌ای
بیژن معاونی، مهران موحدی
- ۱۳ طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب مبتنی بر کنترل پیش بین مبتنی بر مدل غیرخطی مقاوم جهت جبران عیب محرک‌ها
رباب ابراهیمی باویلی، محمدجواد خسروجردی
- ۲۵ طراحی و آنالیز پایداری سیستم‌های کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S نوع-۲ فاصله‌ای با رویکرد تابع لیاپانوف فازی و جبران سازی توزیع شده غیرموازی
آرمان خانی، سحرانه قائمی، محمد علی بادامچی زاده
- ۳۵ طراحی کنترل کننده غیرخطی در نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر جهت بهبود قابلیت گذر از خطا در مد موتوری
محسن علیزاده بیدگلی، سید محمد تقی بطحایی
- ۴۷ طراحی کنترل کننده حالت لغزشی دینامیکی در حضور نامعینی‌های سازگار و ناسازگار بدون چترینگ برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم
علی کرمی ملائی
- ۵۹ تولید دستور کنترلی بهینه برای دویدن صفحه‌ای ربات دوپای اتریاس در مقایسه با دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فنی
بهنام داداش‌زاده، حیدر شبان، سید محمد رضا سید نورانی، بهروز کوهستانی

مجله کنترل، مجله‌ای علمی - پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- ۱) مدل‌سازی، شناسایی، شبیه‌سازی، پیش‌بینی، بهینه‌سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
- ۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
- ۳) مکاترونیک و رباتیک.
- ۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- ۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص عیب، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی، تشخیص و جبران عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت، کنترل مدل چندگانه.

کاربردهای مورد علاقه مجله "کنترل"، وسیع بوده و می‌تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- ۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
- ۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- ۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- ۴) انرژی‌های تجدیدپذیر.
- ۵) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- ۶) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
- ۷) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه‌های صنعتی.
- ۸) مهندسی پزشکی، مهندسی زیستی و سامانه‌های زیستی.
- ۹) نانو کنترل.
- ۱۰) پردازش داده.
- ۱۱) مهندسی خودرو.
- ۱۲) سیستم‌های حمل و نقل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه‌های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می‌آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس www.joc-isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می‌توانید به سایت مجله با آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت ۱۲ B Zar و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پست الکترونیک (email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحد‌ها

کلید مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله به آدرس: www.joc-isice.ir ارسال نمایید.

طراحی کنترل کننده متمرکز برای حرکت وسایل نقلیه در یک کاروان با هدف دست یافتن به پایداری مقاوم رشته‌ای

بیژن معاونی^۱، مهرا ن موحدی^۲

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، گروه راه آهن برقی و کنترل و علائم، دانشگاه علم و صنعت ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

^۲ دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی کنترل و علائم، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، movahedi.57@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۹/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱/۱۹)

چکیده: استراتژی های پیشرفته کنترل ترافیک برآند تا علاوه بر در نظر گرفتن دینامیک کاملی از وسایل نقلیه، ایمنی سفر را با تضمین فاصله مطلوب بین وسایل نقلیه توسط کنترل کننده ارتقا بخشند. در این خصوص یکی از مسائلی که در کنترل خودکار سیستمهای کاروانی حائز اهمیت است، پایداری رشته ای می باشد. در این مقاله یک سیستم کنترل ترافیک متمرکز برای کاروانی از وسایل نقلیه مشابه در نظر گرفته شده و شرایط لازم برای وجود پایداری مقاوم رشته ای در قالب نامساوی های ماتریسی خطی استخراج گشته است و این شرایط در یک سناریوی حرکتی برای کاروانی از وسایل نقلیه، شبیه سازی شده و عملکرد موفق سیستم کنترل پیشنهادی، نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم کنترل خودکار ترافیک، پایداری مقاوم، پایداری رشته ای، کاروانسازی.

Centralized Controller Design for the Moving Vehicles in a Platoon to Achieve the Robust String Stability

Bijan Moaveni, Mehran Movahedi

Abstract: Advanced traffic control strategies are designed to improve the safety issue, as well as these strategies consider the dynamic of vehicles in traffic system. One important issue in the field of automatic traffic control in platoons is the string stability. In this paper, a robust centralized traffic control system, for a platoon of the same vehicles based on the linear matrix inequalities (LMIs), is designed. This control system satisfies the robust stability and robust string stability conditions. Simulation results are presented to show the effectiveness of the control design methodology.

Keywords: Automatic traffic control system, robust stability, string stability, platooning.

۱- مقدمه

سرفاصله زمانی^۱ و همچنین کاهش مصرف انرژی بوده است. در بسیاری از مقالات به کاروانسازی^۲ که به مفهوم کنترل اتوماتیک یک رشته^۳ از وسایل نقلیه است که به دنبال یکدیگر حرکت می کنند، پرداخته شده است. حال هرچه بتوان در فاصله مشخص، تعداد بیشتری از وسایل نقلیه را

با افزایش روز افزون ترافیک ریلی و جاده ای و لزوم افزایش ظرفیت حمل و نقل و کاهش مصرف انرژی، رویکرد بسیاری از تحقیقات در دهه های اخیر معطوف به استراتژی هایی در جهت کاهش فاصله طولی بین وسایل نقلیه اعم از ریلی و جاده ای، جهت افزایش ظرفیت و کاهش

¹ Time headway

² platoon

³ string

سیستم کنترل خطی با دو انتگرال گیر در سیستم حلقه باز، داشته است. در [۲۱]، یک کنترل غیرخطی خودکار تطبیقی برای کاروانی از وسایل نقلیه مطرح شده و در پایان، پایداری رشته‌ای این نوع کنترل مورد بررسی قرار گرفته است. در [۲۲]، اغتشاشات انتشار یافته در طول کاروان مورد بررسی قرار گرفته و ناپایداری رشته‌ای در کنترل فاصله ثابت را ناشی از محدودیت انتگرال مکمل حساسیت دانسته است. در [۲۳]، کروز کنترل تطبیقی مشارکتی توصیف شده و کنترل کننده‌ای با این ویژگی پیشنهاد شده است و برای آن شرایط وجود پایداری رشته‌ای در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار گرفته است. ولیکن موضوعی که در هیچ یک از تحقیقات ذکر شده در بالا راه حلی برای آن پیشنهاد نگشته است ارائه شرایط پایداری رشته‌ای در حضور نامعینی در مدل است. لذا، در این مقاله هدف ارائه شرایط پایداری مقاوم رشته‌ای برای یک کاروان از وسایل نقلی مشابه (قطار) است که در آنها مدل دقیق نبوده و دارای نامعینی کراندار می‌باشد.

به منظور طراحی سیستم کنترل برای یک کاروان از وسایل نقلیه لازم است دو مساله زیر به صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار گیرند:

۱. هر وسیله نقلیه در کاروان به تنهایی پایدار باشد.

۲. کاروان پایدار رشته‌ای باشد.

در سیستم‌های کنترل ترافیک کاروانی، حرکت هر وسیله نقلیه مستقل از سایر وسایل نقلیه نیست و تحت تاثیر سایر وسایل قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر، ما در سیستم‌های کنترل ترافیک کاروانی با یک سیستم متداخل روبرو هستیم که این امر طراحی سیستم کنترل را سخت می‌نماید. سیستم کنترل از طریق پردازش اطلاعات حرکتی وسایل نقلیه، به دنبال پایداری و بهبود عملکرد کاروان است. کنترل اتوماتیک وسایل نقلیه در یک کاروان مشتمل بر دو موضوع است:

۱. تنظیم سرعت وسیله بر اساس سرعت کاروان.

۲. تنظیم فاصله از پیش تعیین شده بین دو وسیله نقلیه برای دستیابی به ایمنی سفر و افزایش ظرفیت مسیر.

سیاست تنظیم فاصله بین وسایل نقلیه می‌تواند به صورت ثابت^۴ یا متغیر^۵ باشد. در سیاست فاصله ثابت، تنظیم فاصله بین وسایل نقلیه به سرعت آنها وابستگی ندارد، در حالی که در سیاست فاصله متغیر، تنظیم فاصله وابسته به سرعت وسیله نقلیه می‌باشد، یعنی با افزایش سرعت، فاصله بین دو وسیله می‌بایست بیشتر شود [۲۴].

پایداری رشته‌ای کاروانی از وسایل نقلیه که از سیاست فاصله متغیر استفاده می‌کنند، می‌تواند بدون نیاز به فیدبک اطلاعات یا فقط با انتقال اطلاعات موقعیت برآورده شود [۱۶]، [۱۷]. حال آنکه پایداری رشته‌ای در کاروانی که از سیاست فاصله ثابت پیروی می‌کند، وابسته به استراتژی فیدبک و اینکه چه نوع اطلاعاتی را چگونه فیدبک کند، می‌باشد. اگر در کاروانی با سیاست فاصله ثابت، فقط اطلاعات مربوط به خطای فاصله

قرار داد، می‌توان ظرفیت حمل و نقل را در آن فاصله افزایش داد. این موضوع مستلزم آن است که فاصله طولی بین وسیله‌های نقلیه کاهش یابد. البته باید شرایط وجود ایمنی که به طور ساده، وجود حداقل فاصله مطلوب بین وسایل نقلیه است، مورد توجه قرار گیرد. یکی از مسائلی که در این زمینه با آن مواجه هستیم، وجود نامعینی‌ها در مدل سیستم تحت کنترل می‌باشد. منبع حضور این نامعینی‌ها را می‌توان در تغییرات وزن وسایل نقلیه، ناشی از تغییر تعداد مسافران، تغییرات نیروهای مقاوم^۱ وارد بر وسیله، نامعینی‌های مربوط به مدل‌سازی موتور کشش و سیستم ارتباطات بین وسایل نقلیه دانست. مساله دوم، بحث پایداری رشته‌ای^۲ در کاروان می‌باشد. بدین مفهوم که اختلالی کوچک در فاصله مابین دو وسیله نقلیه نسبت به مقدار مطلوب، زمانی که در طول کاروان گسترش می‌یابد، نمی‌بایست تقویت گردد و باعث اختلالی نامتناهی در انتهای کاروان شود. ما در این مقاله به طراحی یک سیستم کنترل اتوماتیک ترافیک ریلی می‌پردازیم که علاوه بر مقاوم بودن کنترل کننده نسبت به نامعینی‌های موجود در مدل سیستم، بگونه‌ای طراحی شده است که تضمین می‌نماید، خطای فاصله طولی زمانی که در طول کاروان انتشار می‌یابد، تقویت نخواهد شد [۱-۶].

در طراحی سیستم اتوماتیک ترافیک، در [۷]، از استراتژی مرجع ثابت و یک کنترل کننده بهینه در طراحی استفاده شده است که در آن، ورودی هر وسیله به خطای فاصله و سرعت تمام وسایل نقلیه کاروان، وابسته بوده و از لحاظ عملی، به دلیل حجم اطلاعاتی که می‌بایست در تمام کاروان گسترش یابد، مخصوصاً زمانی که تعداد وسایل نقلیه زیاد باشد (حالت کاروان)، مشکل ساز است. نویسندگان [۸]، [۹]، [۱۰] با ترکیب روش‌های مرجع ثابت و مرجع متحرک، و لحاظ نمودن عوامل غیرخطی، توانسته‌اند روشی ترکیبی برای طراحی کنترل کننده اتوماتیک ترافیک ریلی ذکر نمایند. در [۱۱] سعی شده است با تعریف نوع فیدبک اطلاعات و استراتژی‌های مختلف، مشکل مربوط به حجم اطلاعات ارسالی که در بالا ذکر شد را محدود نمایند.

در عین حال در [۱۲] شرایط لازم برای طراحی کنترل کننده غیرخطی پایدار مقاوم (نه رشته‌ای) در حضور اغتشاشات توصیف شده در [۱۳] برای وسایل نقلیه مورد بررسی قرار گرفته است. نحوه تقویت خطای انتشار یافته در طول کاروان در ابتدا توسط [۱۴] و [۱۵] مطرح و عنوان پایداری رشته‌ای بر آن نهاده شده و در [۱۶] تعریف جامعی برای پایداری رشته‌ای مطرح گردید. در بحث پایداری یک کاروان، موضوع پایداری رشته‌ای مبحث مهمی است که در تمام سیاستهای کنترلی که برای یک کاروان مطرح می‌شود، باید مورد بررسی قرار گیرد و در تمام تحقیقات دهه‌های اخیر که در حوزه سیستم‌های حمل و نقل هوشمند^۳ انجام شده است، مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۸]، با قرار دادن محدودیت‌هایی برای سرفاصله زمانی، سعی در پایدار رشته‌ای نمودن،

¹ Drag force

² String stability

³ Intelligent transportation system

⁴ Constant spacing policy

⁵ Variable spacing policy

فضای حالت سیستم مربوط به یک کاروان از قطارها مطرح گردیده است و در قسمت ۳ با مدل‌سازی نامعینی‌های سیستم ناشی از عدم اطلاع دقیق از مقدار وزن، نیروهای مقاوم و... شرایط وجود کنترل‌کننده‌های پایدار مقاوم بررسی شده است و در بخش ۴ با مدل‌سازی خطای فاصله بین دو قطار و محاسبه تابع تبدیل انتشار خطای فاصله، شرایطی که برای وجود پایداری رشته‌ای لازم است، در قالب یک نامساوی ماتریس خطی مطرح شده است. در بخش ۵ با ترکیب شرایط وجود پایداری رشته‌ای و پایداری مقاوم الزاماتی که پارامترهای فیدبک در خصوص برقراری توامان پایداری رشته‌ای مقاوم و پایداری مقاوم، می‌بایست داشته باشند استخراج گردیده است. به منظور درک بهتر مطالب، در قسمت ۶ یک کنترل‌کننده پایدار مقاوم رشته‌ای طراحی و شبیه‌سازی شده است و نتایج شبیه‌سازی مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند.

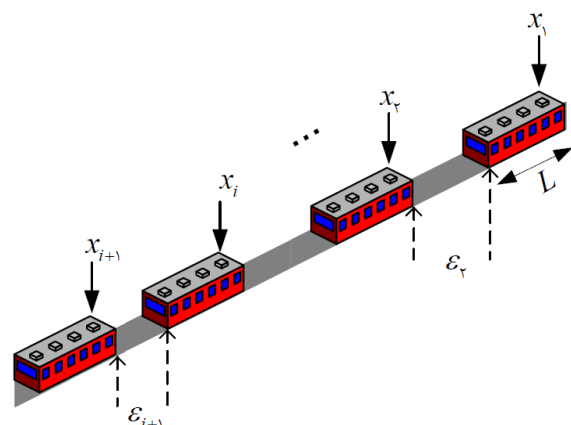
۲- مدل‌سازی دینامیک کاروانی از وسایل نقلیه

مشابه

معادلات حاکم بر وسایل نقلیه‌ای که در یک کاروان مطابق شکل ۱ در حال حرکت است، همانطور که در [۷]، [۱۳] و ... نیز مطرح شده، به صورت (۱) است. متغیرها و پارامترهای بکارگرفته شده در این معادلات در جدول ۱ معرفی گشته‌اند.

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + L + \varepsilon_{i+1} \\ \zeta_{i+1} = \varepsilon_{i+1} - \Delta \\ \delta v_{i+1} = v_{i+1} - v_{d(desier)} \\ \delta f_{i+1} = f_{i+1} - f_{drag} \\ \ddot{x}_{i+1} = \frac{f_{i+1} - f_{drag}}{M_{i+1}} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

با توجه به معادلات دینامیکی ارائه شده در (۱)، مدل فضای حالت توصیف کننده مدل دینامیکی کاروان برای یک وسیله نقلیه به صورت (۲) قابل بیان است.



شکل ۱: شمای کلی یک کاروان از وسایل نقلیه (قطارها)

وسيله جلویی فیدبک شود و در آن از مدل خطی که سیستم حلقه باز آن فقط شامل دو انتگرال گیر است، استفاده شده باشد، کاروان پایدار رشته‌ای نخواهد بود [۱۱]، [۱۶]. البته با تغییر سیاست تنظیم فاصله و کنترل غیرمتمرکز^۱ در این سیستم نیز می‌توان به پایداری رشته‌ای دست یافت [۱۸] یا با استفاده از کنترل‌کننده‌های غیرمتداول^۲، پایداری رشته‌ای را تضمین کرد [۱۹].

برخی از تحقیقات مانند [۲۰]، با مسئله پایداری رشته‌ای به صورت ناپایداری رشته‌ای برخورد نموده‌اند و شرایطی که باعث می‌شود کاروان، ناپایدار رشته‌ای نباشد را بررسی کرده‌اند. در [۱۳] نیز به نظر می‌رسد به مساله طراحی کنترل کننده پایدار مقاوم رشته‌ای پرداخته شده است ولیکن برخلاف ادعای نویسندگان آن، در آن مقاله به طراحی کنترل کننده متمرکز مقاوم و اینکه پارامترهای کنترلی می‌بایست دارای چه شرایطی باشند تا پایداری مقاوم تضمین گردد، پرداخته شده است. همچنین تنها نامعینی لحاظ شده در این مقاله مربوط به تداخل زیرسیستم‌ها در مدل کاروان بوده است و نامعینی‌هایی که در بالا به آنها اشاره شد، به هیچ عنوان مورد توجه قرار نگرفته‌اند.

در اینجا مروری نیز خواهیم داشت بر پروژه‌های فناوری محور در حوزه کنترل حرکت کاروانی وسایل نقلیه و بکارگیری عملی آنها در سیستم‌های واقعی ترافیک. از آن جمله، می‌توان به پروژه‌های مهمی همچون SARTRE در اروپا [۲۶-۲۵]، PATH در ایالات متحده [۲۸-۲۷] و KONVOI در آلمان [۲۵]، اشاره نمود. ولیکن متأسفانه از انجام پروژه‌های مشابه در کشور اطلاعی چندانی در دسترس نیست و به نظر می‌رسد با افزایش تقاضا برای حمل و نقل سریعتر، نیاز است که بحث‌هایی از این دست بیش از پیش پرداخته شود. البته هم اکنون با ورودی خوردوهای روز دنیا به کشور، ذهنیت‌هایی برای استفاده از امکانات کاروان‌سازی آنها بوجود آمده است ولیکن لازم است زیرساخت‌هایی در حوزه‌های مختلف فراهم و ایجاد گردد. در حوزه حمل و نقل ریلی، نیز با توجه به نوع امکانات و استانداردهایی که در سال‌های اخیر برای تبادل اطلاعات ارائه شده است، همچون CBTC و GSM-R، عملیاتی نمودن انجام چنین پروژه‌هایی در مسیرهای فرکانس بالا (خطوط متروی سریع‌السیر) ممکن و لازم می‌نماید ولیکن تا کنون کاری صورت نگرفته است. لازم به ذکر است که هم اکنون بزرگترین چالشی که در خصوص پیاده‌سازی روش‌هایی مشابه آنچه در این مقاله به آن پرداخته شده است مطرح است و محققین و مهندسين با آن مواجه هستند و مورد توجه نیز قرار گرفته است، مساله انتقال اطلاعات است که مرجع [۲۹] به مرور راهکارها و پیشرفت‌های صورت گرفته در آن می‌پردازد.

در این مقاله ما بر یک کاروان از وسایل نقلیه مشابه متمرکز می‌شویم و شرایط وجود پایداری مقاوم و پایداری رشته‌ای را در قالب قضایایی بیان خواهیم کرد. در قسمت ۲ با در نظر گرفتن مدل‌های متعارف، مدل

¹ Decentralized control

² Non-identical controller

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ A_d & A_2 & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & A_d & A_3 & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & A_d & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & B_2 & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & B_3 & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & B_n \end{bmatrix} U \quad (6)$$

۳- مدل سازی نامعینی و طراحی کنترل کننده پایدار مقاوم

در بخش قبل معادلات دینامیکی ترافیک ارائه گردید. در این بخش ابتدا نامعینی مدل گردیده و سپس کنترل کننده مقاوم طراحی می‌گردد. به منظور مدل سازی نامعینی، معادله (۶) را می‌توان به صورت معادله (۷) بازنویسی نمود.

$$\dot{X} = (A_D + \Delta A) X + (B_D + \Delta B) U \quad (7)$$

که در آن A_D و B_D به ترتیب بخش‌های معین مدل و ΔA و ΔB به ترتیب بخش‌های نامعینی از ماتریس‌های A و B می‌باشند که به صورت ساختاریافته و جمع‌شونده مدل شده‌اند و جزئیات آنها در (۸) نشان داده شده است.

$$A_D = \begin{bmatrix} A_1 & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & A_2 & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & A_3 & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & A_n \end{bmatrix}, B_D = \begin{bmatrix} B_1 & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & B_2 & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & B_3 & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & B_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A_1 & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ A_d & \Delta A_2 & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & A_d & \Delta A_3 & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & A_d & \Delta A_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \Delta B_1 & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \Delta B_2 & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \Delta B_3 & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \Delta B_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta A_i = \begin{bmatrix} \cdot & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \Delta \alpha_i \end{bmatrix} \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\Delta B_i = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \Delta M_i \end{bmatrix} \quad i = 2, 3, \dots, n$$

line (

جدول ۱: متغیرهای بکار رفته در روابط (۱)

X_i	موقعیت ابتدای قطار i ام
L	طول قطار
Δ	فاصله مطلوب و ایمن بین دو قطار
ζ_{i+1}	انحراف از فاصله مطلوب بین قطار i ام و قطار $i+1$ ام
v_i	سرعت قطار i ام
v_d	سرعت مطلوب کاروان
δv_{i+1}	انحراف سرعت قطار $i+1$ ام از سرعت مطلوب
\ddot{x}_{i+1}	شتاب قطار $i+1$ ام
f_{drag}	نیروهای مقاوم
f_{i+1}	نیروی کششی (تراکشن)
M_{i+1}	جرم قطار

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \zeta_{i+1} = \delta v_i - \delta v_{i+1} \\ \frac{d}{dt} \delta v_{i+1} = \delta v_{i+1} \\ \frac{d}{dt} \delta v_{i+1} = -\frac{b + \gamma c v_d}{M_{i+1}} \delta v_{i+1} + \frac{1}{M_{i+1}} u_{i+1} \end{cases} \quad (2)$$

که در رابطه (۲)،

$$u_{i+1} = \dot{f}_{i+1} \quad (3)$$

اگر معادلات (۲) برای n وسیله نقلیه (قطار) بازنویسی گردد و با تعریف متغیر حالت به صورت (۴)

$$X_{i+1} = \begin{bmatrix} \zeta_{i+1} \\ \delta v_{i+1} \\ \delta \dot{v}_{i+1} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-1 \quad (4)$$

و همچنین با تعریف متغیرها و ماتریس‌های زیر

$$\alpha_{i+1} = -\frac{b_{i+1} + \gamma c_{i+1} v_d}{M_{i+1}}$$

$$A_{i+1} = \begin{bmatrix} \cdot & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \alpha_{i+1} \end{bmatrix} \quad A_d = \begin{bmatrix} \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad B_{i+1} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \frac{1}{M_{i+1}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

معادلات حالت حاکم بر کاروانی شامل n وسیله نقلیه (قطار)، به صورت (۶) قابل بیان می‌باشد. توجه گردد که در این سیستم فرض بر این است که وسیله نقلیه (قطار) اول (پیشرو) با سرعت مرجع در حال حرکت است و لذا انحراف از سرعت مطلوب آن صفر بوده و بدلیل اینکه پیش از خود وسیله نقلیه‌ای ندارد، انحراف از فاصله مطلوب برای آن قابل تعریف نخواهد بود. به همین دلیل در متغیرهای حالت، X_1 لحاظ نشده است.

مسأله: یافتن L و Y بطوریکه مقدار $\tau > 0$ مینیمم گردد و

$$\begin{bmatrix} YA_D^T + A_D Y + L^T B_D^T + B_D L & I & YH^T \\ I & -I & \cdot \\ HY & \cdot & -\tau I \end{bmatrix} \prec \cdot \quad (16)$$

که در آن Y ماتریس مثبت معین، $\tau = \frac{1}{\beta^2}$ و ضرایب فیدبک از رابطه $K_D = LY^{-1}$ بدست می‌آیند.

نامساوی ماتریسی خطی (16) را می‌توان به صورت نامساوی (15) نیز بازنویسی نمود.

$$YA_D^T + YK_D^T B_D^T + A_D Y + B_D K_D Y + \beta^2 YH^T HY + I \prec \cdot \quad (17)$$

4- طراحی کنترل کننده با شرایط پایداری رشته‌ای

در [16]، تعریف جامعی برای پایداری رشته‌ای به این صورت مطرح شده است که، اگر تعریف کنیم $\|\zeta_i\|_\infty = \sup_{t \geq 0} |\zeta_i(t)|$ و $\|\zeta_i(0)\|_\infty = \sup_i |\zeta_i(0)|$ که در آن ζ_i بیانگر خطای فاصله بین دو وسیله نقلیه باشد، پایدار رشته‌ای است هرگاه $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$:

$$\|\zeta_i(0)\|_\infty < \delta \Rightarrow \|\zeta_i\|_\infty < \varepsilon \quad (18)$$

بدین معنی که یک اغتشاش محدود در انحراف از فاصله مطلوب یک وسیله، باعث اغتشاش نامحدود انحراف از فاصله مطلوب سایر وسایل نقلیه در طول کاروان نشود.

عنوان "slinky effect" که بر اساس نسبت تقویت قله خطای فاصله در دو وسیله نقلیه متوالی، در یک کاروان بیان شده و به صورت (19) تعریف می‌شود، نیز نگاه ارزشمندی بر تعریف پایداری رشته‌ای است [16].

$$SE = \frac{\|\zeta_{i+1}\|_\infty}{\|\zeta_i\|_\infty} \quad (19)$$

با تعریف $G(s)$ به عنوان نسبت انحراف فاصله مابین دو وسیله متوالی نسبت به انحراف فاصله دو وسیله نقلیه قبلی، و با استفاده از (1)، رابطه (18) برای $G(s)$ قابل بیان خواهد بود.

$$G(s) = \frac{\zeta_{i+1}}{\zeta_i} \quad (20)$$

آنگاه برای برقراری پایداری رشته‌ای [16]، لازم است نامساوی (21) برقرار باشد.

همانگونه که در رابطه (8) نشان داده شده است، نامعینی‌های مدل شده در ΔA ، مدل کننده تداخل ما بین حرکت وسایل مختلف و نامعینی‌های ناشی از عدم مدل‌سازی دقیق نیروهای مقاوم بوده و نامعینی مدل شده در ΔB مدل کننده عدم اطلاع دقیق از وزن واگن‌ها، عدم اطلاع دقیق از شیب، فراز و مقدار قوس خط است. با توجه به رابطه (8) و توضیحات ارائه شده، نامعینی‌های معرفی شده ماهیت کراندار داشته و همانگونه که پیشتر اشاره شد از دسته نامعینی‌های ساختار یافته می‌باشند.

از آنجایی که هدف طراحی یک کنترل کننده مقاوم مبتنی بر فیدبک حالت است، لذا

$$U = K_D X \quad (9)$$

که با توجه به فرم قطری بلوکی A_D و B_D ماتریس بهره حالت K_D نیز یک ماتریس قطری بلوکی به فرم (10) است.

$$K_D = \text{diag}\{K_\tau, K_\tau, \dots, K_\tau\} \quad (10)$$

$$K_i = [k_\nu \quad k_\tau \quad k_\tau] = K$$

از این رو معادله (7) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\dot{X} = \hat{A}X + h(t, X) \quad (11)$$

که در آن

$$\hat{A} = A_D + B_D K_D \quad (12)$$

$$h(t, X) = (\Delta A + \Delta B \times K_D) X$$

پر واضح است که به منظور مدل‌سازی نامعینی کراندار لازم است تابع $h(t, X)$ در دامنه پیوستگی‌اش محدود بوده و در نامعادله مجذوری زیر صدق کند.

$$h^T(t, X)h(t, X) \leq \beta^2 X^T H^T H X \quad (13)$$

که در آن β پارامتر مرزی و H یک ماتریس ثابت می‌باشند که تعیین کننده حد بالای دامنه $h(t, X)$ می‌باشد. به عبارت دیگر رابطه (13) بیان کننده کران بالای نامعینی است.

به سادگی می‌توان نشان داد که اگر حد بالای نامعینی برای ΔA و ΔB به صورت زیر باشد:

$$\|\Delta A\| \leq \bar{\delta}_A \quad (14)$$

$$\|\Delta B\| \leq \bar{\delta}_B$$

آنگاه مقادیر β و H می‌بایست بگونه‌ای انتخاب گردند که در رابطه (15) صدق نمایند.

$$\bar{\delta}_A^2 + \bar{\delta}_B^2 + \tau K_D \bar{\delta}_A \bar{\delta}_B \leq \beta^2 \|H\|^2 \quad (15)$$

سیستم (12) یک سیستم کنترل فیدبک با وجود نامعینی می‌باشد که با شرایط مطرح در [13] سازگار است. بنابراین:

قضیه 1 [13]: سیستم (11) با شرط (13) پایدار مقاوم از درجه β است اگر مسأله زیر قابل حل باشد:

$$\zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{1}{M}(u_i - u_{i+1}) + \alpha \zeta_{i+1}^{(r)} \quad \|G(s)\|_{\infty} < \gamma = 1 \quad (21)$$

$$\Rightarrow \zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{1}{M} [k_1 \quad k_r \quad k_r] (X_i - X_{i+1}) + \alpha \zeta_{i+1}^{(r)} \quad (26)$$

$$\zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{1}{M} [k_1 \quad k_r \quad k_r] \begin{bmatrix} \zeta_i - \zeta_{i+1} \\ \zeta_{i+1} \\ \zeta_{i+1} \end{bmatrix} + \alpha \zeta_{i+1}^{(r)}$$

$$\Rightarrow \zeta_{i+1}^{(r)} - (\alpha + \frac{k_1}{M}) \zeta_{i+1}^{(r)} - \frac{k_r}{M} \zeta_{i+1}^{(r)} + \frac{k_r}{M} \zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{k_1}{M} \zeta_i$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس از دو طرف تساوی، رابطه (27) حاصل می‌گردد.

$$\zeta_{i+1}(s) = \frac{\frac{k_1}{M}}{s^2 - (\alpha + \frac{k_1}{M})s^2 - \frac{k_r}{M}s + \frac{k_r}{M}} \zeta_i(s) \quad (27)$$

بنابراین، تابع تبدیل انتشار اغتشاشات $G(s)$ به صورت (28) خواهد بود.

$$G(s) = \frac{\zeta_{i+1}(s)}{\zeta_i(s)} = \frac{\frac{k_1}{M}}{s^2 - (\alpha + \frac{k_1}{M})s^2 - \frac{k_r}{M}s + \frac{k_r}{M}} \quad (28)$$

با توجه به تابع تبدیل (28)، به سادگی می‌توان به تحقق فضای حالتی به صورت (23) دست یافت. حال به منظور برآورده شدن شرایط پایداری رشته‌ای، (21)، می‌توان از برقراری شرایط قضیه بهره کوچک استفاده نمود. بر اساس قضیه بهره کوچک برقرار رابطه (21) معادل است با برقراری شرط پایداری مدل فضای حالت (23)، که بر اساس [30-31] *Bounded real lemma*، معادل است با وجود $P > 0$ بطوریکه برای $\gamma = 1$ در رابطه (29) صدق نماید.

$$A^T P + PA + PBB^T P + C^T C < 0 \quad (29)$$

به سادگی و به کمک *Schur Complement* [30-31]، نامساوی (29) را می‌توان به صورت نامساوی ماتریس خطی (22) بازنویسی نمود.



5- طراحی سیستم کنترل با پایداری مقاوم و

رشته‌ای

در قسمتهای 3 و 4، دو قضیه مطرح گردید که یکی، شرایط سیستم برای وجود کنترل کننده پایدار مقاوم (16) را مطرح کرده و دیگری شرایط وجود پایداری رشته‌ای (22) را بیان می‌کند. حال برای دست‌یابی به یک کنترل کننده با پایداری مقاوم و پایداری رشته‌ای باید دو قضیه ذکر شده را به صورت توامان، برای یافتن بهره فیدبک حالت مورد بررسی قرار داد. در نامساوی (29)، عناصر بردار بهره فیدبک حالت K_D در ماتریس‌های A و B رابطه (23) مستتر بوده و برای محاسبه این ضرایب لازم است که K_D به صورت صریح در نامساوی، مشخص باشد. سپس با حل توامان دو نامعادله، ضرایب فیدبک K_D قابل محاسبه خواهد بود. در ادامه، ابتدا نحوه بازنویسی ماتریس‌های A و B برحسب ماتریس K_D بیان می‌گردد. به این منظور در کاروانی شامل n وسیله نقلیه (قطار) مشابه (یک قطارپیشرو و $n-1$ قطار که

اگر (A, B, C) نمایش فضای حالت حداقل مرتبه از تابع تبدیل $G(s)$ باشد، می‌توان قضیه زیر را برای برقراری شرایط پایداری رشته‌ای ارائه نمود.

قضیه 2: سیستم ترافیک رشته‌ای با تابع تبدیل انتشار اغتشاشات به صورت (20)، پایدار رشته‌ای است اگر ماتریس مقارن و مثبت معین P ($P > 0$) چنان وجود داشته باشد، بطوریکه نامساوی زیر برای $\gamma = 1$ برقرار گردد.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & 0 \\ C & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{M} & -\frac{k_r}{M} & \alpha + \frac{k_r}{M} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_1}{M} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad D = [0]$$

اثبات: برای دست‌یابی به پایداری رشته‌ای لازم است تابع تبدیل انتشار اغتشاشات ارائه شده در (20) محاسبه گردد. بدین منظور با استفاده از (1) می‌توان رابطی به صورت (24) را ارائه نمود.

$$\begin{cases} \zeta_{i+1} = x_i - x_{i+1} - L \\ \dot{\zeta}_{i+1} = \dot{x}_i - \dot{x}_{i+1} = v_i - v_{i+1} \\ \ddot{\zeta}_{i+1} = \ddot{x}_i - \ddot{x}_{i+1} \end{cases} \quad (24)$$

با جایگذاری \ddot{x}_i و \ddot{x}_{i+1} از (1) و فرض آنکه وسایل نقلیه (قطارها) مشابه هستند، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \ddot{\zeta}_{i+1} &= \ddot{x}_i - \ddot{x}_{i+1} = \frac{f_i - (a + bv_i + cv_i^2)}{M} - \frac{f_{i+1} - (a + bv_{i+1} + cv_{i+1}^2)}{M} \\ \Rightarrow \zeta_{i+1}^{(r)} &= x_{i+1}^{(r)} - x_i^{(r)} = \frac{f_i - bv_i - \gamma cv_d v_i^2}{M} - \frac{f_{i+1} - bv_{i+1} - \gamma cv_d v_{i+1}^2}{M} \\ &= \frac{f_i}{M} - \frac{f_{i+1}}{M} + \alpha(v_i - v_{i+1}) = \frac{f_i}{M} - \frac{f_{i+1}}{M} + \alpha(\zeta_{i+1}^{(r)}) \end{aligned} \quad (25)$$

بنابراین با توجه به رابطه $u_{i+1} = \dot{f}_{i+1} = K_{i+1} X_{i+1}$ و در نظر گرفتن $K_{i+1} = [k_1 \quad k_r \quad k_r]$ و با فرض مشابه بودن وسایل نقلیه، داریم:

$$F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T G^T K_D^T L Q^T P + \frac{1}{M} P Q L^T K_D G W \quad \text{ine} \\ + \frac{1}{M \tau} P N G^T K_D^T L L^T K_D G N^T P + C^T C < \cdot \quad (36)$$

با تعریف متغیر S به صورت

$$S = K_D Y \quad (37)$$

و همچنین تعریف متغیرهای X و Z به صورت (38)

$$Z = P Q L^T K_D G \quad (38)$$

$$X = P N G^T K_D^T L \quad (39)$$

و با توجه به اینکه ماتریس P ، ماتریس متقارن است می توان با ارائه قضیه 3، شرایط و نحوه طراحی فیدبک حالت برای دست یافتن به پایداری مقاوم و پایداری رشته ای را مطرح نمود.

قضیه 3: سیستم (6)، با سیستم کنترل مبتنی بر فیدبک حالت به صورت (9)، پایدار مقاوم و پایدار رشته‌ای از درجه β است، اگر ماتریس‌های متقارن مثبت معین Y, P و ماتریس‌های Z, S را بتوان یافت بطوریکه مقدار $\tau > 0$ مینیمم گردد و سه رابطه ماتریسی (40) به صورت هم‌زمان برقرار باشد.

$$\begin{bmatrix} Y A_D^T + A_D Y + S^T B_D^T + B_D S & I & Y H^T \\ I & -I & \cdot \\ H Y & \cdot & -\tau I \end{bmatrix} < \cdot \quad (40) \\ \begin{bmatrix} F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T Z^T + \frac{1}{M} Z W & \frac{1}{M} X & C^T \\ \frac{1}{M} X^T & -I & \cdot \\ C & \cdot & -I \end{bmatrix} < \cdot$$

$$Z = P Q L^T S Y^{-1} G$$

که در آن X از رابطه (41) قابل محاسبه بوده

$$X = P N Z^T P^{-1} Q \quad (41)$$

$K_D = S Y^{-1}$ است و ضرایب فیدبک حالت از رابطه محاسبه می‌شوند.

اثبات: با جایگزینی (37) در (35) و استفاده از *Schur Complement* بخش اول نامساوی ماتریس خطی (40) بدست می‌آید. همچنین با جایگذاری (38) در (36)، رابطه ای به صورت (42) خواهیم داشت.

$$F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T G^T K_D^T L Q^T P + \frac{1}{M} P Q L^T K_D G W + \frac{1}{M \tau} P N G^T K_D^T L L^T K_D G N^T P + C^T C < \cdot \quad \text{ine} \\ \Rightarrow F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T Z^T + \frac{1}{M} Z W + \frac{1}{M \tau} X X^T + C^T C < \cdot \quad (42)$$

پس از قطار پیشرو قرار دارند)، و با تعریف ماتریس های L و G به صورت (30):

$$L_{(n-1) \times 1} = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]^T \quad (30)$$

$$G_{\tau \times \tau(n-1)} = \begin{bmatrix} \cdot_{\tau \times \tau} & \dots & \cdot_{\tau \times \tau} \\ & & I_{\tau \times \tau} \end{bmatrix}^T$$

می‌توان رابطه (31) را برای بهره فیدبک حالت بیان نمود.

$$K = L^T K_D G \quad (31)$$

که در آن ماتریس $K_{D_{(n-1) \times \tau(n-1)}}$ به صورت (10) بوده و به دلیل تشابه قطارها، $K = K_i, i = 2, 3, \dots, n$ فرض شده است (رابطه (10)). حال با تعریف ماتریس های F, Q, W و N به صورت (32):

$$F = \begin{bmatrix} \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \alpha \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$W = \begin{bmatrix} -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

می‌توان ماتریس‌های A و B در رابطه (23) را به صورت رابطه (33) بازنویسی نمود.

$$A = \begin{bmatrix} \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \\ -\frac{k_1}{M} & \frac{k_\tau}{M} & \alpha + \frac{k_\tau}{M} \end{bmatrix} = F + \frac{1}{M} Q K W \quad (33)$$

$$B = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \frac{k_1}{M} \end{bmatrix} = \frac{1}{M} N K^T$$

با جایگزینی K از رابطه (31)، می‌توان رابطه (33) را به صورت (34) در آورد که ویژگی بارز آن عبارت است از اینکه ماتریس‌های A و B به صورت صریح از K_D بیان شده اند که در فرایند محاسبه بهره فیدبک حالت مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

$$A = F + \frac{1}{M} Q L^T K_D G W \quad (34)$$

$$B = \frac{1}{M} N G^T K_D L$$

حال اگر ماتریس‌های A و B را در رابطه (29) قرار دهیم، نامعادلات توأمان، برای یافتن یک سیستم پایدار مقاوم و پایدار رشته‌ای به صورت (35) و (36) حاصل می‌گردند.

$$Y A_D^T + A_D Y + Y K_D^T B_D^T + B_D K_D Y + \beta^2 Y H^T H Y + I < \cdot \quad (35)$$

$$f = a + bv + cv^2$$

$$a = ۸۶۲ / ۹۵۰۸$$

$$b = ۲۶۸ / ۶۵۹۲$$

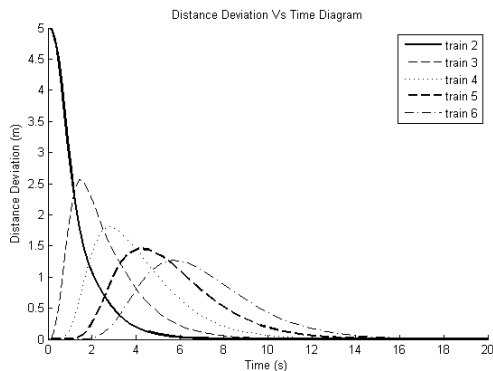
$$c = ۹ / ۸۲۸۱$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -۱۱/۰۲۹۷ \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ۰/۰۱۶۷ \end{bmatrix} \quad (۴۷)$$

$$i = ۲, ۳, \dots, n$$

سناریوی ۱: در این سناریو فرض بر آن است که قطارها با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در حال حرکت بوده و قطار دوم دارای انحراف از فاصله مطلوب ۵ متر می‌باشد. این کاروان بدون وجود نامعینی، برای برقراری پایداری رشته‌ای مقاوم و پایداری مقاوم تحلیل شده و ضرایب فیدبک به صورت $k_1 = ۶۴۹ / ۹۱۶۲$, $k_2 = -۹۴۳ / ۹۳۱۸$, $k_3 = ۳۹۰ / ۱۹۴۹$ بدست آمده است و نمودار انحراف از فاصله مطلوب، انحراف از سرعت مطلوب و شتاب قطارها در شکل‌های ۲ الی ۴ ترسیم شده‌اند. همانطور که در شکل ۲ دیده می‌شود، قطار دوم (اولین قطار بعد از قطار پیشرو) انحراف از فاصله مطلوب خود (۵متر) را به صفر رسانده است. برای این منظور با توجه به شکل ۳، سرعت خود را افزایش داده است، تا فاصله را جبران کند. از طرفی این افزایش سرعت در قطار دوم، باعث ایجاد انحراف از فاصله مطلوب در قطار سوم شده است. لذا قطار سوم نیز به نوبه خود، برای جبران انحراف از فاصله مطلوب، سرعتش را افزایش داده است و این مورد برای تمام قطارهای کاروان اتفاق افتاده است. با دقت در نمودار انحراف از فاصله مطلوب مشاهده می‌شود که این اغتشاش در انحراف از فاصله یک وسیله نقلیه در طول کاروان انتشار یافته و تا انتهای کاروان تضعیف شده است (پایداری رشته‌ای).

در شکل ۳ مشاهده می‌شود که سرعت قطارها، همانطور که گفته شد، افزایش می‌یابد ولی تمام قطارها باید سرعت خود را برابر سرعت کاروان (سرعت قطار پیشرو)، تنظیم نمایند. لذا شاهد کاهش سرعت و صفر شدن انحراف از سرعت مطلوب در قطارها می‌باشیم. در شکل ۴ شتاب وسایل نقلیه برای دست‌یابی به مانوری که توضیح داده شد، ترسیم شده است.



شکل ۲: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو

نامساوی (۴۲) را به سادگی و به کمک *Schur Complement* به صورت بخش دوم نامساوی ماتریس خطی (۴۰) میتوان بازنویسی نمود. همچنین، ماتریس‌های مجهول نامساوی اول Y, P و ماتریس‌های مجهول نامساوی دوم Z, S هستند که لازم است در رابطه (۳۸) صدق نمایند. رابطه (۳۸) را با استفاده از (۳۷) می‌توان به صورت بخش سوم رابطه (۴۰) بازنویسی نمود.

در (۴۰) متغیر X نیز به عنوان پارامتری مجهول دیده میشود ولیکن با استفاده از (۳۸)، (۳۹) و (۳۲) و مثبت معین بودن ماتریس P ، می‌توان نشان داد که X وابسته به مقدار Z بوده و از رابطه (۴۱) قابل محاسبه خواهد بود. به این منظور با استفاده از رابطه (۳۸) داریم:

$$P^{-1}Z = QK \quad (۴۳)$$

همچنین می‌توان رابطه (۳۹) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$P^{-1}X = NK^T \rightarrow X^T P^{-T} = KN^T \quad (۴۴)$$

با ضرب رابطه (۴۴) از سمت چپ در ماتریس Q و استفاده از (۴۳) خواهیم داشت:

$$QX^T = P^{-1}ZN^T P^T \rightarrow XQ^T = PNZ^T P^{-T} \quad (۴۵)$$

با توجه به تعریف ماتریس Q در رابطه (۳۲) و ضرب رابطه (۴۵) از سمت راست در ماتریس Q به سادگی خواهیم داشت:

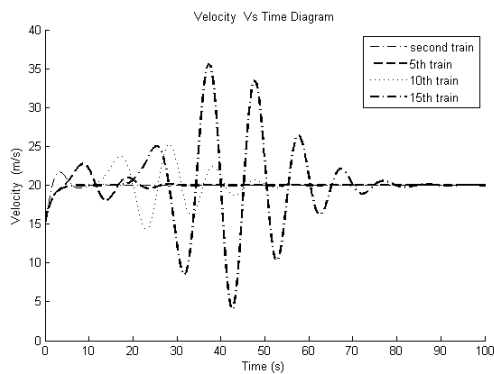
$$X = PNZ^T P^{-T} Q \quad (۴۶)$$

لذا برای برقراری پایداری مقاوم و پایداری مقاوم رشته‌ای لازم است روابط (۴۰) و (۴۱) هم‌زمان برقرار بوده و اگر $K_D = SY^{-1}$ یافت شود که در این معادلات صدق نماید، آنگاه، هم شرایط پایدار مقاوم و هم شرایط پایداری مقاوم رشته‌ای برقرار خواهد بود.

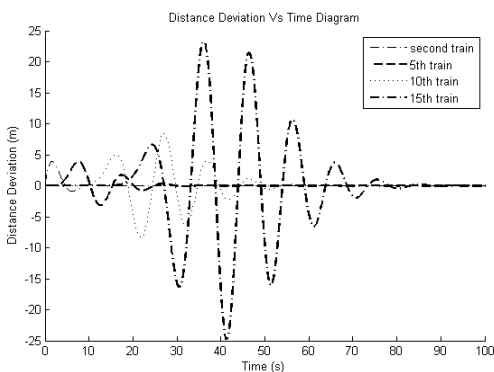
۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش با انجام شبیه‌سازی نتایج ارائه شده در قضایای بالا مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گردد. به این منظور با تعریف چند سناریو، به کمک نرم افزار MATLAB و جعبه ابزار YALMIP در حل نامساوی-های ماتریسی خطی مسأله (۴۰) را برای کاروانی از قطارها با وجود نامعینی و بدون آن حل عددی کرده و نتایج در شکل‌های ۲ الی ۱۳ آورده شده است. همچنین در تمامی سناریوها، هر قطار به صورت یک لکوموتیو، با جرم‌های مشابه و با مقدار برابر ۶۰ تن در نظر گرفته شده و نوع کنترل بر مبنای فیدبک حالت می‌باشد. همچنین بهره فیدبک حالت به صورت (۱۰) و با فرض $K = K_i = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$ در نظر گرفته شده است. در شبیه‌سازی‌ها مقادیر معین ماتریس‌های حالت و ضرایب نیروی مقاوم به صورت (۴۷) می‌باشند.

و نمودار مربوط به سرعت و انحراف از فاصله مطلوب در شکل های ۸ و ۹ ترسیم شده است.

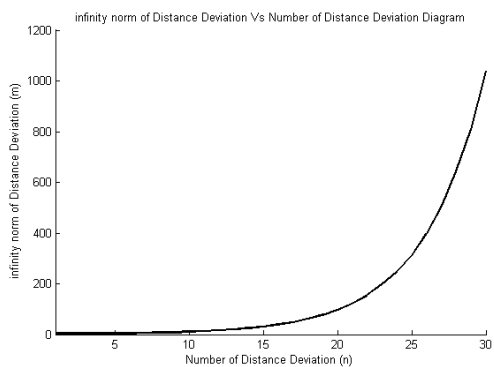


شکل ۵: نمودار سرعت-زمان مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو



شکل ۶: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به تعدادی قطار پس از قطار

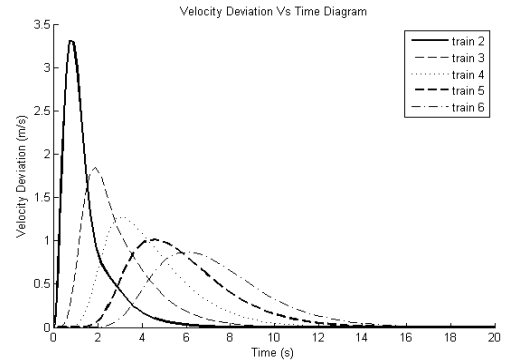
پیشرو



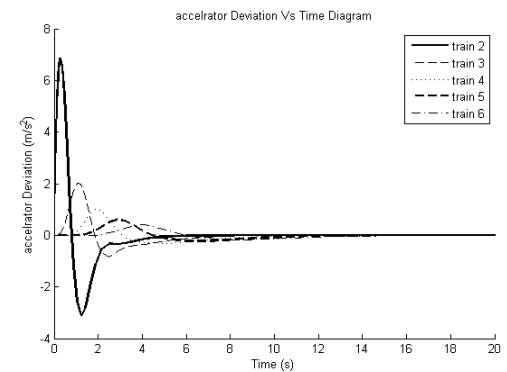
شکل ۷: نمودار نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب، مربوط به تعدادی قطار

پس از قطار پیشرو

همانطور که در شکل های ۸ و ۹ مشاهده می شود، هر قطار پایدار است و سرعت خود را بر روی ۲۰ متر بر ثانیه تنظیم کرده و انحراف از فاصله مطلوب را به صفر می رساند، علاوه بر آن اغتشاش ایجاد شده در طول کاروان تضعیف شده است و لذا سیستم پایدار رشته ای است. این مورد به وضوح در شکل ۱۰، که بیانگر نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب می باشد، قابل مشاهده است و با افزایش تعداد قطارها، انحراف از فاصله



شکل ۳: نمودار انحراف از سرعت مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو



شکل ۴: نمودار شتاب-زمان مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو

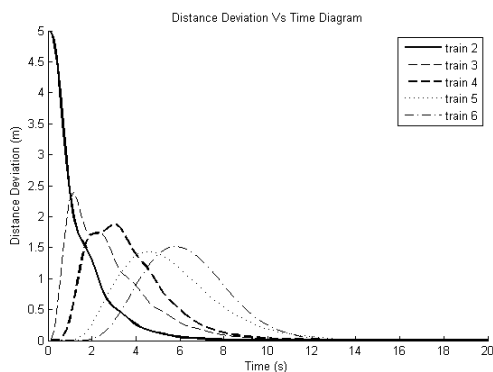
سناریوی ۲: در این سناریو فرض بر آن است که کاروانی که در

سناریوی قبل ذکر شد، با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه در حال حرکت است و می‌خواهیم سرعت کاروان به ۲۰ متر بر ثانیه افزایش یابد. یعنی قطار پیشرو شروع به افزایش سرعت می‌کند و مابقی قطارها، نیز سرعت خود را با سرعت قطار مرجع تنظیم می‌کنند. در این حالت با استفاده از (۱۶) برای پایداری مقاوم و با در نظر گرفتن ضرایب فیدبک به صورت $k_1 = 4638/8, k_p = -5290/6, k_v = -7541/4, \beta = 0.2502$ بطوریکه این ضرایب در مساله (۲۲) مربوط به شرط پایداری رشته‌ای، صدق نمی‌کند، نمودار مربوط به سرعت و انحراف از فاصله مطلوب در شکل‌های ۵ و ۶ ترسیم شده است. همانطور که در شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود، هر قطار پایدار است و سرعت خود را بر روی ۲۰ متر بر ثانیه تنظیم کرده و انحراف از فاصله مطلوب را به صفر می‌رساند، ولی با افزایش تعداد قطارها مشاهده می‌شود که دامنه نوسان در حال افزایش است بدین معنی که اغتشاش ایجاد شده در طول کاروان در حال تقویت است. این مورد به وضوح در شکل ۷ که بیانگر نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب می‌باشد، قابل مشاهده است و با افزایش تعداد قطارها، قطارهایی که در انتهای کاروان قرار دارند، دچار مساله برخورد می‌گردند. لذا در این حالت مفهوم پایداری رشته ای برقرار نیست.

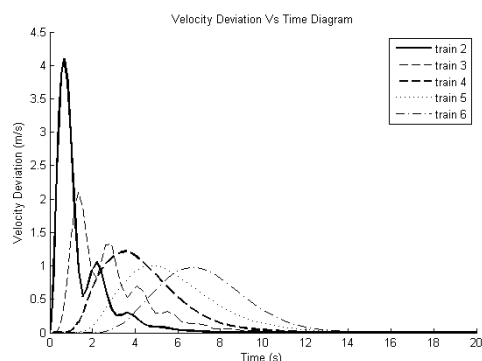
اکنون مساله (۱۶) را با همان پارامتر مرزی حل می‌کنیم با این تفاوت که شرایط پایداری رشته ای را لحاظ می‌نماییم یعنی ضرایب فیدبک باید در شرایط رابطه (۴۰) صدق نمایند. ضرایب فیدبک حالت بصورت $k_1 = 3863/6, k_p = -4835/2, k_v = 441/2, \beta = 0.2356$

$$\Delta h = \Delta A + \Delta B \times K_D \quad (48)$$

که در آن ΔA و ΔB نامعینی‌های موجود در ماتریس‌های A_D و B_D در رابطه (۸) می‌باشد. برای شبیه سازی این سناریو، کنترل کننده پایدار مقاوم رشته‌ای با ضرایب فیدبک حالت به صورت $k_1 = 649/9162$, $k_2 = -943/9318$, $k_3 = 390/1949$, $\beta = 0/5513$ و نامعینی به صورت $\|\Delta h\|_{\infty} \leq 15/3376$ در نظر گرفته شده است و نمودار انحراف از فاصله مطلوب، انحراف از سرعت مطلوب و شتاب قطارها در شکل‌های ۱۱ الی ۱۳ ترسیم شده‌اند. با توجه به نمودارهای ترسیم شده در شکل‌های ۱۱ الی ۱۳، مشخص است که انحراف از فاصله مطلوب انتشار یافته در طول کاروان، در حضور نامعینی نیز کاهش یافته است و انحراف از فاصله و سرعت مطلوب نیز به صفر تنظیم شده است. به عبارت دیگر در این شکل‌ها مشخص است که کاروان تحت کنترل، شرایط پایداری مقاوم و پایداری رشته‌ای مقاوم را در حضور نامعینی دارا می‌باشند.

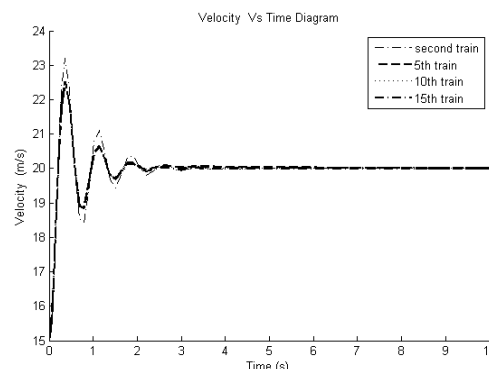


شکل ۱۱: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو، در حضور نامعینی

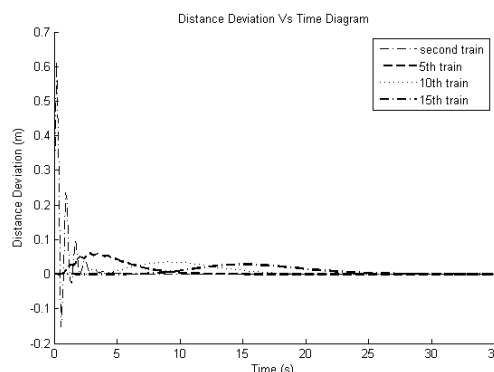


شکل ۱۲: نمودار انحراف از سرعت مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو، در حضور نامعینی

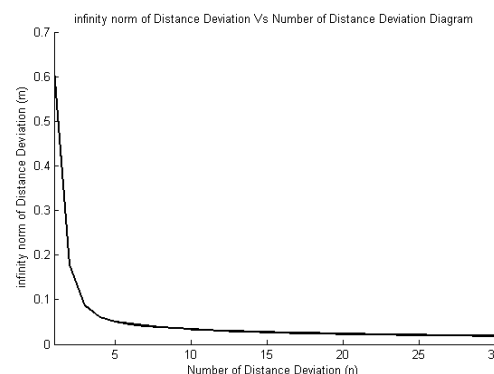
مطلوب در طول کاروان تقویت نشده است. با توجه به شکل‌های ۵ الی ۱۰، نمایان است که کنترل کننده‌ای با فیدبک حالت، که ضرایب فیدبک حالت آن از حل مساله (۴۰) بدست آید، نسبت به کنترل کننده‌ای که فقط پایدار مقاوم باشد، از نظر پایداری رشته‌ای عملکرد بهتری دارد.



شکل ۸: نمودار سرعت-زمان مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو



شکل ۹: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو



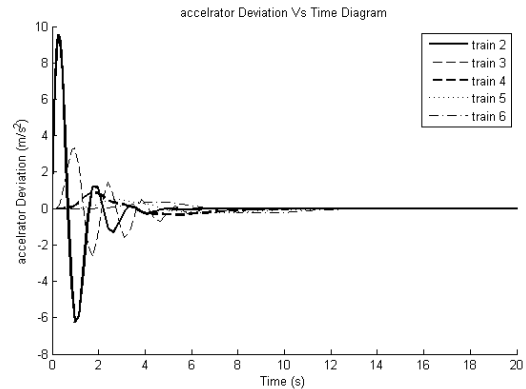
شکل ۱۰: نمودار نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو

سناریوی ۳: در این سناریو مانند سناریوی اول، فرض بر آن است که قطارها با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در حال حرکت بوده و قطار دوم دارای انحراف از فاصله مطلوب ۵ متر می‌باشد. در این حالت سیستم با وجود نامعینی به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

- [3] X. Liu, A. Goldsmith, S. S. Mahal and J. K. Hedrick, Effects of communication delay on string stability in vehicle platoons, in *Proceeding of IEEE Conf. on Int. Trans. Syst.* Oakland (CA) USA, pp. 625-630, 25-29 Aug 2001.
- [4] P. Jeroen, D. P. Shukla, N. Wouw, and H. Nijmeijer. "Controller synthesis for string stability of vehicle platoons." *IEEE Transactions Intelligent Transportation Systems*, Vol. 15, No. 2 pp. 854-865, 2014.
- [5] Morbidi, Fabio, Patrizio Colaneri, and Thomas Stanger. "Decentralized optimal control of a car platoon with guaranteed string stability." in *Proceeding of European Control Conference (ECC)*, pp. 3494-3499. IEEE, 2013.
- [6] Pan, Deng, and Yingping Zheng. "Velocity difference control based on dynamic tracking of safe following distance in the process of vehicle following." *Intelligent Transport Systems, IET*, Vol. 8, No. 3, pp. 232-243, 2014.
- [7] J. Levine and M. Athans "On the optimal error regulation of a string of moving vehicles", *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. AC-11, no. 11, pp. 355-361, NOV. 1966

- [۸] ب.معاونی، م.موحدی و ح.حسن آبادی "تحلیل، بررسی و مقایسه استراتژی‌های پیشرفته در کنترل اتوماتیک ترافیک" سیزدهمین همایش بین المللی حمل و نقل ریلی، تهران، ایران، آبان ۱۳۹۰
- [۹] ب.معاونی، م.موحدی و ح.حسن آبادی "ارائه الگوریتمی هوشمند در کنترل اتوماتیک ترافیک قطارها" سومین کنفرانس بین المللی حوادث رانندگی و جاده‌ای، تهران، ایران اردیبهشت ماه ۱۳۹۱
- [۱۰] ب.معاونی، م.موحدی و ح.حسن آبادی "کنترل اتوماتیک ترافیک ریلی بر مبنای تلفیق استراتژی های مرجع ثابت و متحرک" بیستمین کنفرانس بین المللی برق، تهران، ایران اردیبهشت ماه ۱۳۹۱

- [11] S. Sheikholeslam and C.A. Desoer "Longitudinal Control of a Platoon of Vehicles", *Proc. ACC, San Diego, CA*, Vol.1, pp. 291-297. 1990
- [12] D. Siljack "Stability of large-scale systems under structural perturbations", *IEEE Transactions on Syst. Man and Cybern*, Vol. SMC-2, pp. 657-663. 1972
- [13] L. Wu , X. Chen , Y. Jing and W. Wang "Robust String Stability Analysis of Autonomous Intelligent Vehicles" In *International Conference on Control and Automation Budapest, Hungary*, Vol.2, pp. 807-811. 2005



شکل ۱۳: نمودار شتاب - زمان مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو در حضور نامعینی

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، یک سیستم کنترل با ساختار متمرکز برای کاروانی از وسایل نقلیه مشابه مطرح گردید و شرایط وجود پایداری مقاوم رشته‌ای در قالب قضیه ای مطرح شد. لذا سیستمی که شرایط ذکر شده در قضیه را در طراحی مدنظر قرار دهد، در حضور نامعینی‌های موجود در وزن و نیروهای مقاوم، مقاوم بوده (پایداری مقاوم) و اغتشاشات انتشار یافته در طول کاروان، بدلیل وجود اغتشاش در فاصله بین دو وسیله نقلیه یا سرعت یک وسیله نقلیه، تقویت نخواهد شد (پایداری رشته‌ای). در نهایت این سیستم کنترلی برای کاروانی از قطارها شبیه‌سازی شد و مشاهده گردید که در حضور نامعینی، انحراف از فاصله و سرعت مطلوب به صفر تنظیم گردیده و اغتشاش ایجاد شده در انحراف از فاصله، در طول کاروان تضعیف شده است، که این امر بیانگر عملکرد مقاوم سیستم کنترل از دیدگاه پایداری و پایداری رشته‌ای می‌باشد.

نکته مهمی که لازم است مدنظر باشد، این است که طراحی کنترل کننده متمرکز و حجم پردازش داده‌ای که لازم است در این ساختار انجام پذیرد، پیاده‌سازی کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله را با چالش مواجه می‌نماید. لذا، در انجام تحقیقات آینده در این حوزه، لازم می‌نماید که به طراحی کنترل کننده‌های غیرمتمرکز و یا کنترل کننده های مبتنی بر فیدبک خروجی که برآورده کننده شرایط پایداری رشته‌ای مقاوم نیز باشند و در پیاده سازی آنها نیازی به فیدبک تمامی اطلاعات نباشد، توجه بیشتری گردد.

مراجع

- [1] X. Lingyun, and F. Gao. "Practical string stability of platoon of adaptive cruise control vehicles." *IEEE Transactions Intelligent Transportation Systems*, Vol. 12, No. 4, pp. 1184-1194, 2011.
- [2] D. Swaroop, J. K. Hedrick, "String Stability of Interconnected Systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 41, No. 3, pp. 349-356, 1996.

- [22] P. Seiler, A. Pant and K. Hedrick "Disturbance Propagation in Vehicle Strings", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49, No.10, pp 1835–1841. 2004
- [23] G. J. L. Naus, R. P. A. Vugts, J. Ploeg and M. Steinbuch "String-Stable CACC Design and Experimental Validation: A Frequency-Domain Approach", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 59, No. 9, 2010.
- [24] P. A. Ioannou and C. C. Chien "Autonomous Intelligent Cruise Control", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 42, No. 4, pp. 657-672. 1993.
- [25] Bergenhem, Carl, et al. "Challenges of platooning on public motorways." *17th world congress on intelligent transport systems*. pp. 1-12. 2010.
- [26] Chan, Eric, et al. "Cooperative control of SARTRE automated platoon vehicles." *19th ITS World Congress, Vienna, Austria*. pp. 22-26. 2012.
- [27] Shladover, S. E. *Recent International Activity in Cooperative Vehicle-Highway Automation Systems*. No. FHWA-HRT-12-033. 2012.
- [28] Shladover, Steven E. "PATH at 20--History and Major Milestones." *IEEE Transactions on intelligent transportation systems*, Vol. 8, No. 4, pp. 584-592. 2007.
- [29] Hobert, L. H. X. "A study on platoon formations and reliable communication in vehicle platoons." MSc Thesis, University of Twente, Netherlands, 2012.
- [30] Gahinet, Pascal, and Pierre Apkarian. "A linear matrix inequality approach to H_∞ control." *International journal of robust and nonlinear control*, Vol.4, No.4, pp 421-448, 1994.
- [31] El Ghaoui, L., & Niculescu, S. I. (Eds.), *Advances in linear matrix inequality methods in control*. Siam, 2000.
- [14] L. Peppard and V. Gourishankar "Optimal Control of a String of Moving Vehicles", *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 15, No.3, pp 386-387. 1970
- [15] K.C. Chu "Decentralized Control of high speed vehicle strings", *Transportation, Research*, pp 361-383. June 1974
- [16] D. Swaroop "String stability of interconnected systems: An application to platooning in automated highway systems", *Ph.D. dissertation, Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of California, Berkeley*, Dec. 1994
- [17] P. Ioannou and C. C. Chien "Autonomous intelligent cruise control", *IEEE Trans. Veh. Techno.*, Vol. 42, pp. 657–672, 1993
- [18] S. Klinge and R.H. Middleton "Time Headway Requirements for String Stability of Homogeneous Linear Unidirectionally Connected Systems" In *48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China*, pp 1992-1997 .2009
- [19] M. E. Khatir and E. J. Davison "Decentralized Control of a Large Platoon of Vehicles Using Non-Identical Controllers" In *American Control Conference*. Vol. 3, pp 2769-2776. 2004
- [20] R. H. Middleton and J. H. Braslavsky "String Instability in Classes of Linear Time Invariant Formation Control with Limited Communication Range", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 55, No.7, pp 1519–1530. 2010
- [21] F. H. Somda and H. Cormerais "Auto-adaptive and string stable strategy for intelligent cruise control", *IET Intelligent Transport Systems*, Vol. 5, No.3, pp 168–174. 2011

طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب مبتنی بر کنترل پیش بین غیر خطی مقاوم جهت جبران عیب محرک‌ها

رباب ابراهیمی باویلی^۱، محمد جواد خسروجردی^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، r_ebrahimi175@yahoo.com

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، khosrowjerdi@sut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۰/۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱/۲۵)

چکیده: این مقاله یک رویکرد جدید جهت طراحی سیستم کنترل کننده تحمل پذیر عیب مبتنی بر کنترل پیش بین غیر خطی مقاوم برای سیستم های چند متغیره غیر خطی افاین ارائه می کند. سیستم کنترل تحمل پذیر عیب مورد نظر از یک رویه تخمین عیب مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی برای تخمین همزمان حالت های سیستم و ضریب افت کارایی محرک‌ها استفاده می کند. یک واحد ناظر نیز با استفاده از روش مدل سازی عیب و اصلاح مدل به کار رفته در کنترل کننده پیش بین در هر گام نمونه برداری وظیفه جبران عیب افت کارایی و بایاس محرک‌ها را برعهده دارد. همچنین با استفاده از جبران فیدبک در کنترل کننده پیش بین، کنترل کننده مورد نظر در برابر نامعینی های موجود در سیستم، مقاوم می شود. از مزایای مهم این روش، برآورده کردن قیود حاکم بر ورودی های کنترل و جبران همزمان عیب بایاس و افت کارایی محرک‌ها و عملی بودن آن است. نتایج شبیه سازی روش مورد نظر روی سیستم موتور احتراق داخلی خودرو کارایی آن را نشان می دهد.

کلمات کلیدی: سیستم کنترل تحمل پذیر عیب، کنترل پیش بین مبتنی بر مدل غیر خطی مقاوم، فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی، عیب محرک‌ها.

Robust NMPC- based Fault Tolerant Control Design for Compensation of Actuators Faults

Robab Ebrahimi Bavili, Mohammad Javad Khosrowjerdi

Abstract: This paper presents a new approach for fault tolerant control system (FTCs) design based on robust nonlinear model predictive control (NMPC) for multivariable affine systems. The proposed FTCs uses an estimation scheme that is based on adaptive extended kalman filter (AEKF) for the state estimation of plant and loss of effectiveness factors of actuators. A supervisor module also uses the fault modeling and correction of plant model per sampling time to accommodate bias and loss of effectiveness of actuators. In addition by feedback compensation in NMPC, the proposed controller is robust through plant uncertainties. The most important advantage of the proposed approach is its ability to deal with the constraints and simultaneous fault in actuators and it is practical. Simulation results of the proposed method on automotive engine show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Fault Tolerant Control system, Robust Nonlinear Model Predictive Control, Adaptive Extended Kalman Filter, Actuators Fault.

۱- مقدمه

در سال های اخیر، سیستم های کنترل تحمل پذیر عیب (FTCs)^۱ توجه بسیاری از محققان را در زمینه کنترل فرآیندها به خود جلب نموده است؛ مهمترین علت این امر، افزایش علاقه مندی به ارتقاء عملکرد فرآیندهای صنعتی و نیاز به امنیت و قابلیت اطمینان در سیستم های کنترل است. هدف یک سیستم FTC، نگه داشتن سیستم کنترل در شرایط عملکردی مطلوب و حفظ پایداری آن در هنگام رخداد عیب و خرابی در اجزای مختلف سیستم کنترل می باشد [۱]. سیستم های FTC سنتی از استراتژی های غیرفعال با افزونگی های سخت افزاری یا روش های طراحی مقاوم برای جبران عیوب پیش بینی شده استفاده می کنند. در نقطه مقابل، روش های فعال با استفاده از یک رویه تشخیص و محل یابی عیب (FDI)^۲ با پیکره بندی مجدد کنترل کننده، اثر عیوب را جبران می کنند [۲-۳]. بسته به فرآیند تحت کنترل و شدت عیب، استراتژی FTC مناسب اتخاذ می شود.

امروزه کنترل پیش بین مبتنی بر مدل (MPC)^۳ به عنوان یک استراتژی کنترل استاندارد برای حل مسائل کنترل چندمتغیره با قيود سخت، در فرایندهای صنعتی پذیرفته شده است [۴-۶]. کنترل کننده MPC در هر گام نمونه برداری، از حالت های فعلی فرایند به عنوان شرایط اولیه استفاده می کند و با حل کردن یک مساله کنترل حلقه باز در طول یک افق محدود، توالی کنترل بهینه را محاسبه می کند. سپس اولین جزء این توالی کنترل را به عنوان فرمان کنترل به فرآیند ارسال می کند [۷]. معماری کنترل پیش بین مبتنی بر مدل یک بستر مناسب برای پیاده سازی FTC فراهم می کند و این به دلیل ویژگی گسسته بودن و مبتنی بر مدل بودن آن است. گسسته بودن امکان تغییر مدل و محدودیت ها را در هر گام زمانی فراهم می کند. مبتنی بر مدل بودن نیز، امکان ثبت کردن محدودیت های لازم را جهت جبران عیب ممکن می سازد و آن را به عنوان یک کاندیدای جدی برای سیستم FTC که شامل واحد FDI است، معرفی می کند [۸-۹].

روش های طراحی FTC مبتنی بر MPC مطرح شده در مقالات را می توان به دو نوع روش های غیرفعال و روش های فعال دسته بندی کرد. در روش های غیر فعال عیوب پیش بینی شده از همان ابتدا در طراحی MPC به صورت قیود بیشتر لحاظ می شوند و هیچ اطلاعاتی از عیب در هر گام نمونه برداری برای اصلاح مساله بهینه سازی به کار نمی رود؛ به عنوان مثال می توان به طراحی MPC مبتنی بر حاشیه امنیت سیستم در [۱۰] و طراحی MPC مبتنی بر لیاپانف در [۱۱] اشاره نمود. این روش ها به خاطر حجم بالای محاسبات در کنترل کننده پیش بین به علت قیود اضافه شده و محافظه کار شدن آنها به ازای در نظر گرفتن عیوب بیشتر در طراحی، کارایی و کاربرد گسترده ای ندارند.

در نقطه مقابل، اساس روش های FTC فعال مبتنی بر MPC، بر استفاده کردن از اطلاعات عیب (که در هر گام نمونه برداری توسط واحد FDI بدست می آید) در مساله بهینه سازی MPC استوار است. روش های فعال را می توان در دو نوع کلی دسته بندی نمود: روش هایی که از مدل های چندگانه استفاده می کنند و روش هایی که از اصلاح پارامترهای مساله بهینه سازی در هر گام نمونه برداری استفاده می کنند. در روش استفاده از مدل های چندگانه برای رخداد هر عیب قابل پیش بینی، از قبل کنترل کننده MPC متناسب طراحی می شود. هنگام رخداد عیب، ناظر بر اساس اطلاعات عیب که از واحد FDI دریافت می کند، MPC طراحی شده برای آن عیب را جایگزین MPC پیشین می نماید؛ برای مثال [۱۲] برای سیستم های خطی و [۱۳] برای سیستم های غیرخطی از همین روش استفاده کرده است. مزیت اصلی این روش کم بودن حجم محاسبات روی خط آن و ایراد اصلی آن، مشکلات پیاده سازی آن در عمل است؛ چرا که در عمل امکان رخداد عیوب متعددی با شدت های مختلف وجود دارد و حتی وقوع همزمان آنها نیز ممکن است؛ لذا طراحی کنترل کننده برای هر کدام از سناریوهای مختلف رخداد عیب عملی و معقول نیست؛ البته برای بهبود این وضعیت در [۱۴-۱۶] کاربرد روش های فازی پیشنهاد شده است.

روش دیگر طراحی FTC فعال مبتنی بر MPC استفاده از اصلاح پارامترهای مساله بهینه سازی در هر گام نمونه برداری است. در این روش سیگنال کنترل به صورت روی خط و در هر گام زمانی محاسبه می شود؛ در حین عملکرد سیستم و به محض رخداد عیب، واحد FDI اطلاعات مفیدی مربوط به عیب را فراهم می کند؛ این اطلاعات برای اصلاح پارامترهای مساله بهینه سازی (از جمله مدل فرآیند، قیود روی سیگنال های کنترل و خروجی، تابع هزینه در MPC) به کار می رود و اثر عیب جبران می شود. از جمله کارهایی که در این زمینه انجام شده است، می توان به موارد زیر اشاره کرد: [۱۷] که عیب افت کارایی محرک را با اصلاح مدل خطی فرایند در هر گام نمونه برداری جبران می کند، [۹] و [۱۸] که با روش اصلاح پارامترهای بهینه سازی در سیستم های غیرخطی عیب را جبران می کنند، [۱۹] و [۲۰] که با اصلاح قیود روی متغیر کنترل عیب محرک ها را در سیستم های خطی جبران می نماید و [۲۱] و [۲۲] که با طراحی FTC مبتنی بر MPC های توزیع یافته با اصلاح مدل خطی، عیب محرک ها را در زیر سیستم ها جبران می نماید. مزیت این روش ها عملی بودن آنها و ایراد آنها حجم بالای محاسبات روی خط مربوط به طراحی MPC است.

اکثر مقاله های مرور شده غالباً یک مدل خطی از سیستم تحت کنترل را در نظر گرفته اند و کنترل کننده FTC مبتنی بر کنترل پیش بین خود را بر اساس آن طراحی کرده اند؛ در حالیکه در عمل ما با فرآیند های غیرخطی روبه رو هستیم و استفاده از مدل خطی آنها در طراحی کنترل کننده در اکثر موارد کارایی لازم را ندارد. به همین علت برای دستیابی به کارایی بالاتر، در این مقاله در طراحی کنترل کننده از مدل

¹ Fault Tolerant Control system

² Fault Detection and Isolation

³ Model Predictive Control

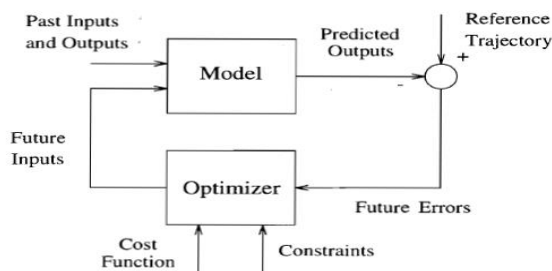
واحد تخمین عیب از یک تکنیک مناسب برای تخمین ضریب افت کارایی محرک‌ها توسط فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی استفاده شده است و در واحد ناظر نیز از مدل‌سازی عیب و اصلاح مدل فرایند استفاده شده است که از نوآوری‌های این مقاله است.

از ویژگی‌های شاخص روش ارائه شده در این مقاله نسبت به روش‌های ارائه شده در کارهای مشابه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: (۱) یک مدل غیرخطی از فرآیند در نظر گرفته شده است که کنترل کننده طراحی شده را کارآمدتر کرده است. (۲) برآورده کردن قیود حاکم بر ورودی و جبران عیوب همزمان بایاس و افت کارایی در محرک‌ها که تا به حال در هیچ مقاله ای گزارش نشده است. (۳) برخلاف شیوه مرسوم در مقالات مرور شده، که از اصلاح قیود روی سیگنال کنترل برای جبران عیوب محرک‌ها استفاده می‌شود، در این روش به عیوب محرک‌ها بواسطه مدل‌سازی عیب با اصلاح مدل فرآیند رسیدگی می‌شود و این کمک می‌کند که مساله NMPC به یک مساله بهینه سازی با قیود تغییر ناپذیر با زمان تبدیل شود و حجم محاسبات آن کاهش یابد. (۴) عملی بودن و سادگی روش ارائه شده نیز غیر قابل چشم پوشی است.

ساختار مقاله در بخش‌های زیر سازمان دهی شده است؛ در بخش دوم طراحی کنترل کننده NMPC بیان می‌شود. در بخش سوم نحوه طراحی تخمینگر همزمان عیب و حالت و در بخش چهارم طراحی واحد ناظر مطرح می‌شود. در بخش پنجم نیز یک الگوریتم کلی برای طراحی کنترل کننده FTC مبتنی بر NMPC موردنظر بیان می‌شود. نتایج حاصل از شبیه سازی اعمال کنترل کننده موردنظر روی سیستم موتور احتراق داخلی خودرو در بخش شش نشان داده شده اند. در نهایت جمع بندی نتایج بدست آمده در مقاله و پیشنهادهایی جهت ادامه پژوهش در بخش هفتم آورده شده اند.

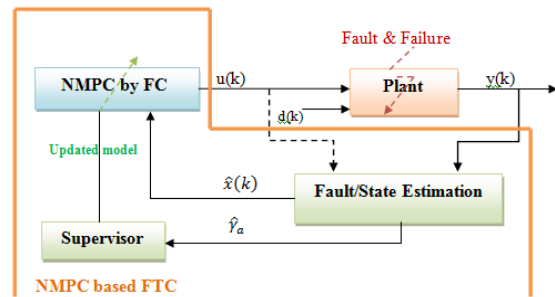
۲- طراحی NMPC مقاوم

کنترل کننده MPC از یک مدل پیش بین که از روی مدل فرایند ساخته می‌شود و یک پردازنده که عمل بهینه سازی را با در نظر گرفتن قیود انجام می‌دهد، تشکیل یافته است. ساختمان اساسی MPC در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۴].



شکل ۲: ساختمان اساسی MPC.

غیرخطی افاین سیستم که یک مدل فراگیر می‌باشد، استفاده شده است. هدف اصلی این مقاله، طراحی یک روش FTC مبتنی بر کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل غیرخطی (NMPC)^۱ مقاوم برای فرآیندهای غیرخطی افاین با استفاده از اصلاح پارامترهای مساله بهینه سازی NMPC می‌باشد؛ به طوریکه حجم محاسبات آن به گونه ای باشد که در عمل قابل پیاده سازی باشد و توانایی جبران عیب همزمان بایاس و افت کارایی در محرک‌ها را داشته باشد. ساختار کلی روش مورد نظر در شکل (۱) آورده شده است؛ در این شکل $y(k)$ ، $u(k)$ و $d(k)$ به ترتیب خروجی، ورودی و اغتشاش وارد به فرآیند می‌باشند و $\hat{x}(k)$ و \hat{p}_a به ترتیب تخمین متغیرهای حالت و ضریب افت کارایی محرک‌ها می‌باشند.



شکل ۱: ساختار کلی FTC فعال مبتنی بر NMPC پیشنهاد شده برای جبران عیوب محرک‌ها.

با توجه به شکل ۱، ساختار کنترل کننده پیشنهاد شده از سه واحد تشکیل شده است: تخمینگر همزمان عیب-حالت، ناظر و کنترل کننده NMPC. شیوه عملکرد آن به این صورت است که در هر گام نمونه برداری، واحد تخمین همزمان عیب و حالت، متغیرهای حالت $(\hat{x}(k))$ و اطلاعات مربوط به عیب افت کارایی رخ داده در محرک‌ها (\hat{p}_a) را تخمین می‌زند و به ترتیب در اختیار NMPC و ناظر قرار می‌دهد؛ ناظر پس از دریافت این اطلاعات، با مدل سازی عیب رخ داده، مدل فرایند را اصلاح می‌نماید و به NMPC ارسال می‌کند و در نهایت کنترل کننده NMPC با دریافت این ورودی‌ها، مدل پیش بین خود را اصلاح می‌کند؛ به این ترتیب اثر عیوب افت کارایی در محرک‌ها طی یک رویه فعال جبران می‌شود.

همچنین ترتیبی داده شده است که سیستم کنترل در برابر عیب بایاس محرک‌ها و نامعینی‌های موجود مقاوم باشد؛ به این صورت که با اصلاح فرمول بندی NMPC عیب بایاس و با افزودن روش جبران فیدبک (FC)^۲ به آن، اثر نامعینی‌ها برطرف می‌شود.

در طراحی NMPC از روش ارائه شده در [۲۳] استفاده شده است که ویژگی بارز آن حجم محاسبات کمتر می‌باشد، به طوریکه قابل انجام توسط یک کامپیوتر صنعتی ساده باشد و فرمول بندی آن به گونه ای اصلاح شده است که قابلیت جبران اغتشاش را نیز داشته باشد. در طراحی

^۱ Nonlinear Model Predictive Control

^۲ Feedback Compensation

و f و g توابع غیرخطی می باشند. پیش بینی یک گام متغیرهای حالت در طول افق پیش بینی N_p می تواند از روابط زیر بدست آید:

$$\hat{x}(k+1|k) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + g_d(x(k))d(k) \quad (۳)$$

$$\hat{x}(k+j|k) = f(\hat{x}(k+j-1|k)) + g(\hat{x}(k+j-1|k))u(k+j-1|k) + g_d(\hat{x}(k+j-1|k))d(k+j-1|k); \quad (۴)$$

$$j = 2, 3, \dots, N_p$$

چون $\hat{x}(k+j-1|k)$ شامل تابع غیرخطی از داده های پیشین است، ممکن است برای پیش بینی بیش از یک گام، رابطه (۴) راه حل تحلیلی ارائه ندهد و برای f و g غیرخطی شدید شکل فوق دستیابی به $u(k+1)$ و المان های آینده ورودی را به صورت تحلیلی، ناممکن سازد؛ به همین خاطر با تقریب زدن آینده متغیرهای حالت با اجزای مسیر مرجع آنها، می توان پیش بینی یک گام را برای $j \geq 2$ به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\hat{x}(k+j|k) = f(w_x(k+j-1|k)) + g(w_x(k+j-1|k))u(k+j-1|k) + g_d(w_x(k+j-1|k))d(k+j-1|k) \quad (۵)$$

که در آن w_x مسیر مرجع حالت‌های می باشد که اجزای آن از رابطه زیر حاصل می شوند:

$$w_x(k+j|k) = \alpha w_x(k+j-1|k) + (1-\alpha)x_{sp}; \quad (۶)$$

$$j = 1, 2, \dots, N_p - 1$$

که در آن $\alpha \in [0, 1]$ ضریب نرم کردن، $w_x(k|k) = x(k)$ و مقدار مطلوب متغیرهای حالت است. به این ترتیب مدل پیش بین متغیرهای حالت فرایند غیرخطی افاین به صورت زیر قابل بیان است:

$$\hat{x}(k+1|k) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + g_d(x(k))d(k) \quad (۷)$$

$$\hat{x}(k+j|k) = f(w_x(k+j-1|k)) + g(w_x(k+j-1|k))u(k+j-1|k) + g_d(w_x(k+j-1|k))d(k+j-1|k); \quad (۸)$$

$$j = 2, 3, \dots, N_p$$

در ادامه برای کم کردن بار محاسبات بهینه سازی غیرخطی، استراتژی کنترل پلکانی در فرمول بندی NMPC به کار برده می شود؛ ابتدا نموکنترل در گام k ام را به صورت $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ تعریف می کنیم. طبق استراتژی کنترل پلکانی، نمو ورودی کنترل در آینده می تواند به صورت زیر اتخاذ شود:

$$\Delta u(k+j|k) = \beta \Delta u(k+j-1|k) = \beta^j \Delta u(k) = \beta^j \Delta; \quad j = 1, 2, \dots, N_p - 1 \quad (۹)$$

که در آن β یک عدد حقیقی مثبت قابل تنظیم است و ثابت پله نامیده می شود. با به کار بردن این استراتژی در NMPC، به جای محاسبه توالی کنترل $[\Delta u(k) \dots \Delta u(k+N_p-1|k)]$ که N_p متغیر مستقل

استراتژی MPC به این صورت است که در هر گام نمونه برداری ابتدا با استفاده از مدل پیش بین فرآیند، خروجی فرایند در طول افق پیش بینی N_p ، پیش بینی می شود. سپس از کمینه کردن تابع هزینه (که اغلب از مجموع مربعات خطای پیش بینی و مربعات سیگنال کنترل یا تغییرات آن تشکیل یافته است) با در نظر گرفتن قیود، توالی فرمان های کنترل در طول افق کنترل بدست می آید. سپس طبق اصل کنترل افق محدود (RHC)^۱ اولین جزء از این توالی به عنوان سیگنال کنترل در زمان k به فرآیند اعمال می شود و بقیه توالی نادیده گرفته می شود. برای زمان $k+1$ دوباره این مراحل تکرار می شوند [۲۴].

کنترل کننده MPC به صورت گسترده در فرایندهای صنعتی مورد پذیرش قرار گرفته است، اما برای فرایندهای با غیرخطیگی های بالا کارایی لازم را ندارد؛ به همین علت در دهه اخیر NMPC مورد توجه قرار گرفته است. برای مثال، کارهایی در این زمینه در [۲۵] و [۲۶] انجام گرفته است که اغلب روی مشخصه های تئوریک مثل پایداری، مقاومت و غیره تمرکز دارد و روش حل مساله و حجم محاسبات در آنها نادیده گرفته شده است؛ در حالیکه همین مساله یکی از مشکلات بسیار جدی در پیاده سازی عملی NMPC می باشد.

در حالت کلی چون یک راه حل تحلیلی دقیق برای اکثر مسائل برنامه ریزی غیرخطی وجود ندارد، اغلب از روش های عددی مثل برنامه ریزی مربعی متوالی (SQP)^۲ برای مثال در [۲۷] یا الگوریتم ژنتیک (GA)^۳ در [۲۸] استفاده شده است. اما بار محاسباتی NMPC با استفاده از این روش های عددی خیلی بیشتر از آن است که قابل انجام توسط کامپیوترهای صنعتی باشد. البته یک روش NMPC نوین با یک راه حل تحلیلی در [۲۳] برای سیستم های غیر خطی افاین مطرح شده است که با استفاده از پیش بینی های یک گام متوالی به جای پیش بینی های چندگام انجام می پذیرد و حجم محاسبات در این روش خیلی کمتر از روش های پیشین می باشد. در این مقاله نیز از همین روش استفاده شده است و فرمول بندی آن به گونه ای اصلاح شده است که اثراغتشاش را نیز جبران کند و همچنین روش جبران فیدبک نیز به آن اضافه شده است.

۲-۱- فرمول بندی NMPC

سیستم نامتغیر بازمان، گسسته و غیرخطی افاین را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + g_d(x(k))d(k) \quad (۱)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (۲)$$

که در آن $x(k) \in X \subseteq R^n, u(k) \in U \subseteq R^m$ و $y(k)$ و $d(k)$ به ترتیب متغیر ورودی کنترل، حالت، اغتشاش معلوم و خروجی هستند

¹ Receding Horizon Control

² Sequential Quadratic Programming

³ Genetic Algorithm

$$\hat{X}_k = X_k^1 + S_k \cdot \Delta U_k = X_k^1 + \bar{S}_k \cdot \Delta \quad (14)$$

$$\hat{Y}_k = C \hat{X}_k = C(X_k^1 + \bar{S}_k \cdot \Delta) \quad (15)$$

در ادامه برای حالت تک ورودی- تک خروجی تابع هزینه ای به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$J_k = (\hat{Y}_k - W_{yk})^T Q (\hat{Y}_k - W_{yk}) + \Delta U_k^T R \Delta U_k \quad (16)$$

که در آن Q و R ماتریس های وزنی مناسب اند و W_{yk} برداری به صورت

$$W_{yk} = \begin{bmatrix} w_y(k+1|k) \\ w_y(k+2|k) \\ \vdots \\ w_y(k+N_p|k) \end{bmatrix}$$

می باشد که حاوی اجزای مسیر مرجع حالتی است که به عنوان خروجی سیستم می باشد. با جاگذاری (15) در (16) و کمینه سازی تابع هزینه فوق در حالت نامقید ($\frac{\partial J_k}{\partial \Delta} = 0, \frac{\partial^2 J_k}{\partial \Delta^2} > 0$)، نمو کنترل بهینه از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta = \frac{\bar{S}_k^T C^T Q (W_{yk} - C X_k^1)}{\bar{S}_k^T C^T Q C \bar{S}_k + 0.5 R(1 + \beta^2 + \dots + \beta^{2(N_p-1)})} \quad (17)$$

در حالت کنترل مقید برای اینکه قیود هم برآورده شوند، از روش لاگراژ برای لحاظ کردن قیود در طراحی قانون کنترل استفاده می کنیم. ابتدا فرض می کنیم که هر قید حاکم روی ورودی کنترل یا حالت ها می تواند به فرم خطی $a_i^T \Delta \leq b_i; i = 1, 2, \dots, p$ نوشته شود که در آن p تعداد قیود را مشخص می کند. فرم ماتریسی همه قیود را می توان به صورت زیر نوشت:

$$A \Delta \leq B \quad (18)$$

که در آن $A = [a_1^T \ a_2^T \ \dots \ a_p^T]^T$ و $B = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_p]^T$. با انتخاب تابع لاگراژ به صورت

$$L_k(\lambda_i) = J_k + \lambda_i^T (a_i^T \Delta - b_i); \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (19)$$

و مساوی صفر قرار دادن مشتقات جزئی آن نسبت به پارامترهای تصمیم λ_i و Δ داریم:

$$\Delta = \frac{\bar{S}_k^T C^T Q (W_{yk} - C X_k^1) - 0.5 \lambda_i^T a_i^T}{\bar{S}_k^T C^T Q C \bar{S}_k + 0.5 R(1 + \beta^2 + \dots + \beta^{2(N_p-1)})} \quad (20)$$

$$\lambda_i^T = \frac{a_i^T \bar{S}_k^T C^T Q (W_{yk} - C X_k^1)}{0.5 a_i^T a_i} - \frac{b_i (\bar{S}_k^T C^T Q C \bar{S}_k + 0.5 R(1 + \beta^2 + \dots + \beta^{2(N_p-1)}))}{0.5 a_i^T a_i} \quad (21)$$

اگر در رابطه (21)، $\lambda_i \leq 0$ ، به این معنی است که قید متناظر تاثیری روی Δ نداشته و ما می توانیم $\bar{\lambda}_i = 0$ انتخاب کنیم، اما اگر $\lambda_i > 0$ باشد قید متناظر روی Δ تاثیر گذارده و بایستی $\bar{\lambda}_i = \lambda_i$ انتخاب شود، در نهایت راه حل NMPC در حالت مقید به صورت زیر است:

دارد، فقط کافیست که اولین جزء آن یعنی $\Delta u(k)$ محاسبه شود؛ به این ترتیب حجم محاسبات NMPC به شدت کاهش می یابد. با توجه به اینکه [۲۳]

$$u(k+j-1|k) = u(k-1) + \sum_{i=0}^{j-1} \Delta u(k+i|k) \quad (10)$$

و با به کارگیری (۹)، رابطه (۸) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+j|k) &= f(w_x(k+j-1|k)) \\ &+ g(w_x(k+j-1|k))(u(k-1) + \sum_{i=0}^{j-1} \beta^i \Delta) \\ &+ g_d(w_x(k+j-1|k)) d(k+j-1|k) \\ &= f(w_x(k+j-1|k)) \\ &+ g(w_x(k+j-1|k)).u(k-1) \\ &+ g_d(w_x(k+j-1|k)) d(k+j-1|k) \\ &+ g(w_x(k+j-1|k)).\sum_{i=0}^{j-1} \beta^i \Delta \\ &= \hat{x}^1(k+j|k) \\ &+ g(w_x(k+j-1|k)).\sum_{i=0}^{j-1} \beta^i \Delta \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \hat{x}^1(k+j|k) &= f(w_x(k+j-1|k)) \\ &+ g(w_x(k+j-1|k)).u(k-1) \\ &+ g_d(w_x(k+j-1|k)) d(k+j-1|k) \end{aligned} \quad (12)$$

توجه کنید که اندازه سیگنال اغتشاش در آینده نامعلوم است و حداکثر اطلاعاتی که از آن در دسترس است، اندازه آن در زمان حال است؛ اما می توان از برونیابی برای تقریب آینده آن استفاده نمود [۲۹]. با استفاده از برونیابی مرتبه صفر، $d(k+j-1|k)$ را با $d(k-1)$ تقریب زده می شود. به این ترتیب در رابطه (۱۱)، $\hat{x}^1(k+j|k)$ فقط شامل داده های معلوم در زمان k می باشد و جمله دوم از نمو ورودی در زمان های آینده تشکیل شده است. پس با این رابطه، داده های نامعلوم به صورت خطی جدا شدند و راه حل تحلیلی برای Δ می تواند بدست آید. برای بیان کردن پیش بینی ها در طول $j = 1, 2, \dots, N_p$ به شکل ماتریسی، بردارها و ماتریس هایی به صورت زیر قابل تعریف می باشند:

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \hat{x}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{x}(k+N_p|k) \end{bmatrix}; \quad X_k^1 = \begin{bmatrix} \hat{x}^1(k+1|k) \\ \hat{x}^1(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{x}^1(k+N_p|k) \end{bmatrix} \\ \Delta U_k &= \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_p-1|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \\ \beta \Delta \\ \vdots \\ \beta^{N_p-1} \Delta \end{bmatrix} \\ S_k &= \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_p & s_p & \dots & s_p \end{bmatrix}; \quad s_j = g(w_x(k+j-1|k)); \\ S_k \cdot \Delta U_k &= \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2(1+\beta) \\ \vdots \\ s_p(1+\beta+\dots+\beta^{N_p-1}) \end{bmatrix} \Delta = \bar{S}_k \cdot \Delta \end{aligned} \quad (13)$$

پیش بینی حالت ها و خروجی ها به صورت زیر قابل بیان است:

۳- طراحی تخمینگر همزمان عیب و حالت

همانطور که در مقدمه گفته شد، در این مقاله برای جبران عیب افت کارایی در محرک‌ها از یک روش FTC فعال مبتنی بر NMPC استفاده خواهد شد. برای تکمیل هر رویه فعال، طراحی واحد FDI ضروری است. در این بخش روشی برای تخمین ضریب افت کارایی محرک‌ها (γ_{ai}) ارائه می‌شود؛ در این روش ضریب افت کارایی محرک‌ها را مانند بردار ورودی ناشناخته به فرآیند مدل نموده و با ثابت فرض نمودن دینامیک آنها سیستم افزوده را تشکیل داده و با طراحی یک فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی برای سیستم افزوده شده هم متغیرهای حالت فرآیند تحت کنترل و هم ضریب افت کارایی را تخمین می‌زنیم. در این بخش در قسمت اول، نحوه نمایش انواع عیب در محرک‌ها بیان می‌شود. در قسمت دوم نحوه تخمین ضرایب افت کارایی محرک‌ها توضیح داده می‌شود و معادلات کلی AEKF در قسمت سوم مطرح می‌شود.

۳-۱- نمایش انواع عیب در محرک‌ها

در حین عملکرد سیستم کنترل، ممکن است در اجزای آن از جمله محرک‌ها، سنسورها یا حتی خود فرآیند تحت کنترل، عیب و خرابی‌هایی رخ دهد؛ اغلب این عیوب به صورت جمعی یا ضربی یا عیب در مدل فرآیند قابل بیان کردن می‌باشند.

عیب در محرک‌ها به دو صورت افت کارایی و بایاس رخ می‌دهد؛ منظور از افت کارایی محرک حالتی است که محرک نمی‌تواند حداکثر توان سیگنال کنترل را به فرآیند اعمال کند. بایاس محرک نیز مقداری است که محرک روی سیگنال کنترل در حالت بی عیب اضافه یا کم می‌کند و به فرآیند اعمال می‌کند. سیگنال کنترل پس از رخداد عیب در هر محرک را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$u_{fi} = (1 + \gamma_{ai})u_i + u_{foi}; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad -1 \leq \gamma_{ai} \leq 0 \quad (26)$$

که m تعداد محرک‌هاست و γ_{ai} ضریب افت کارایی محرک نام است. در رابطه فوق جمله اول که بیانگر عیب افت کارایی محرک است، عیب ضربی و جمله دوم که بیانگر عیب بایاس است، عیب جمعی نامیده می‌شود. بسته به مقادیر γ_{ai} و u_{foi} ، سناریوهای مختلف رخداد عیب در محرک نام در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱: سناریوهای مختلف عیب در محرک نام

بایاس	بایاس	
	$u_{foi} = 0$	$u_{foi} \neq 0$
ضریب افت کارایی		
$\gamma_{ai} = 0$	سالم	بایاس
$-1 < \gamma_{ai} < 0$	افت کارایی	افت کارایی و بایاس
$\gamma_{ai} = -1$	خرابی	گیر کردن

می‌توان عیب تمام محرک‌ها را به فرم بسته زیر نشان داد:

$$u_f = (I + \gamma_a)u + u_{f_0} \quad (27)$$

$$\Delta = \frac{\bar{S}_k^T C^T Q (W_{yk} - C X_k^1) - 0.5 A^T \bar{\lambda}}{\bar{S}_k^T C^T Q C \bar{S}_k + 0.5 R (1 + \beta^2 + \dots + \beta^{2(N_P-1)})} \quad (22)$$

$$\bar{\lambda} = [\bar{\lambda}_1 \quad \bar{\lambda}_2 \quad \dots \quad \bar{\lambda}_p]^T$$

نکته ۱: فرمول بندی NMPC مطرح شده در این بخش به سادگی قابل تعمیم به حالت چند ورودی-چند خروجی می‌باشد.

۲-۲- جبران فیدبک

اغلب، مدلی که از فرآیند تحت کنترل در دست ماست، دارای نامعینی‌هایی می‌باشد. نامعینی‌ها باعث به وجود آمدن ناهماهنگی بین فرآیند و مدل آن می‌شود. طبق قضیه مطرح شده در [۲۳]، زمانیکه ناهماهنگی‌ای بین فرآیند و مدلی که خروجی از روی آن پیش بینی می‌شود وجود داشته باشد، خطای حالت ماندگار خروجی مخالف صفر می‌شود. برای صفر کردن خطای حالت ماندگار می‌توان از روش جبران فیدبک استفاده کرد. برای این کار خطای پیش بینی $e(k)$ در زمان k به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k|k-1) \quad (23)$$

که در آن $\hat{x}(k|k-1)$ مقدار پیش بینی شده $x(k)$ در زمان $k-1$ می‌باشد. به طریق مشابه

$$e(k+j|k) = x(k+j) - \hat{x}(k+j|k) \quad (24)$$

سپس $e(k+j|k)$ را به مقدار پیش بینی شده $x(k+j)$ در زمان $k+j$ اضافه می‌کنیم، بنابراین رابطه (۱۲) به صورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$\hat{x}^1(k+j|k) = f(w_x(k+j-1|k)) + g(w_x(k+j-1|k)).u(k-1) + g_a(w_x(k+j-1|k)).d(k+j-1|k) + e(k+j|k) \quad (25)$$

که با استفاده از برونیابی مرتبه صفر $e(k+j|k) = e(k)$ و $d(k+j-1|k) = d(k-1)$ می‌باشد. با استفاده از روش جبران فیدبک، سیستم کنترل در برابر نامعینی‌های فرآیند مقاوم می‌شود و خطای حالت ماندگاری وجود نخواهد داشت. همچنین چون در روش NMPC چندگام مطرح شده، پیش بینی‌های تقریبی وجود دارد که ممکن است باعث بعضی کم‌دقتی‌ها شود، روش جبران فیدبک اشاره شده در بالا در هر گام نمونه برداری خطا را قبل از انباشته شدن حذف خواهد کرد، تا موثر بودن الگوریتم حفظ شود.

به این ترتیب با استفاده از یک سری پیش بینی‌های تقریبی یک گام به جای پیش بینی‌های چندگام سنتی، NMPC چندگام منجر به یک نتیجه تحلیلی برای کنترل غیرخطی سیستم افاین شد. استفاده از استراتژی کنترل پلکانی منجر به بار محاسباتی کمتر شد و جبران فیدبک، مقاومت سیستم کنترل را در برابر نامعینی‌های موجود افزایش داد.

و متغیرهای حالت آن شامل متغیرهای حالت فرآیند و ضریب افت کارایی محرک‌ها است. با طراحی یک تخمینگر حالت برای سیستم افزوده شده، هم متغیرهای حالت و هم اندازه ضریب افت عملکرد محرک‌ها تخمین زده می‌شود. معادلات کلی تخمینگر حالت AEKF در قسمت بعدی آورده شده است.

تکته ۲: وجود جمله $w(k)$ در رابطه (۳۱) تا حد قابل قبولی امکان تغییرات سریع را به ضریب عیب عملگر داده است؛ به همین علت حساسیت روش نسبت به این تغییرات کم می‌باشد. به هر حال برای کمتر کردن حساسیت روش مورد نظر نسبت به ضریب عیب عملگر وقتی که دارای تغییرات سریع در حوزه زمان می‌باشد، می‌توان دینامیکی به صورت در نظر گرفت:

$$\gamma_a(k+1) = A \gamma_a(k) + w(k)$$

البته در این حالت لازم است ماتریس A معلوم باشد.

تکته ۳: اگر عیب بایاس محرک‌ها نیز نامعلوم باشد، می‌توان به طریق مشابه عیب بایاس محرک‌ها را تخمین زد. در این حالت کفایت که $u_{f_0}(k)$ به عنوان حالت جدید به سیستم دچار عیب بایاس شده افزوده گردد.

۳-۳- فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی

در بین روش‌های مختلف FDI مبتنی بر مدل موجود، انواع فیلترهای کالمن کاربرد وسیع تری دارند. فیلتر AEKF شکل اصلاح شده ای از EKF است که مشکل نبود تضمین همگرایی آن نسبت به تغییر یا نامعینی در کواریانس خطای رویتگر (r) را ندارد؛ فرمول بندی AEKF که در [۱۸] برای سیستم‌های غیرخطی کلی مطرح شده است، به صورت کلی در ادامه آمده است.

معادلات حالت و خروجی سیستم غیرخطی کلی را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$x(k) = L(x(k-1), \xi(k), v(k)) + w(k-1) \quad (34)$$

$$y(k) = C x(k) + v(k) \quad (35)$$

که در آن L یک تابع غیرخطی و $\xi(k)$ بردار حاوی تمامی ورودی‌های معلوم به سیستم است و $w(k)$ و $v(k)$ به ترتیب توالی نویزهای سفید گوسی ناهم‌بسته با میانگین صفر و کواریانس q و r می‌باشند. در AEKF توالی به روز رسانی یا مانده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta(k) = y(k) - C \hat{x}(k) \quad (36)$$

با جایگذاری معادله خروجی در (۳۶) داریم:

$$\eta(k) = (C x(k) + v(k)) - C \hat{x}(k) \\ = C [x(k) - \hat{x}(k)] + v(k) \quad (37)$$

همچنین داریم:

که $\gamma_a = \text{diag}(\gamma_{a1}, \gamma_{a2}, \dots, \gamma_{am})$ یک ماتریس قطری با ابعاد $m \times m$ می‌باشد و I ماتریس واحد با همان اندازه است و بردار u_{f_0} که هم بعد u می‌باشد، حاوی عیب بایاس محرک‌ها است:

$$u_{f_0} = [u_{f_{01}} \ u_{f_{02}} \ \dots \ u_{f_{0m}}]^T$$

۲-۳- تخمین ضریب افت کارایی محرک‌ها

مدل فضای حالت فرآیند غیرخطی افاین در حالت رخداد عیب در محرک با معادلات زیر توصیف می‌شود:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k)) u_f(k) + g_a(x(k)) d(k) \quad (28)$$

$$y(k) = C x(k) \quad (29)$$

با توجه به (۲۷)، می‌توان معادله حالت سیستم در هنگام رخداد عیب در محرک‌ها به صورت زیر بدست آورد:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k)) u(k) + E(k) \gamma_a(k) \\ + g_a(x(k)) d(k) + g(x(k)) u_{f_0}(k) \quad (30)$$

که در آن

$$E(k) = g(x(k)) U(k), \gamma_a(k) = \begin{bmatrix} \gamma_{a1}(k) \\ \gamma_{a2}(k) \\ \vdots \\ \gamma_{am}(k) \end{bmatrix}$$

$$U(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & u_2(k) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_m(k) \end{bmatrix}$$

و $d(k)$ و $u_{f_0}(k)$ ورودی‌های معلوم می‌باشند. با فرض اینکه ضریب افت عملکرد محرک‌ها نامعلوم اما ثابت باشد یا دارای تغییرات کند در طول زمان باشد، می‌توان دینامیک ضریب افت عملکرد محرک‌ها را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\gamma_a(k+1) = \gamma_a(k) + w(k) \quad (31)$$

که $w(k)$ توالی نویز سفید گوسی با میانگین صفر و کواریانس q است. با کنار هم قرار دادن دینامیک‌های (۳۰) و (۳۱) و با تعریف بردار حالت جدیدی به صورت $z_a(k) = [x(k) \ \gamma_a(k)]^T$ سیستم افزوده شده به صورت زیر بدست می‌آید:

$$z_a(k+1) = \bar{f}(z_a(k)) + \bar{g}(z_a(k)) u(k) \\ + \bar{g}_a(z_a(k)) d(k) + \bar{g}(z_a(k)) u_{f_0}(k) \\ + B_w w(k) \quad (32)$$

$$y(k) = \bar{C}_a z_a(k) \quad (33)$$

که در آن

$$\bar{f}(z_a(k)) = \begin{bmatrix} f(x(k)) + E(k) \gamma_a(k) \\ \gamma_a(k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}(z_a(k)) = \begin{bmatrix} g(x(k)) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{g}_a(z_a(k)) = \begin{bmatrix} g_a(x(k)) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}; \quad \bar{C}_a = [C \ 0]$$

۴- واحد ناظر

با توجه به شکل ۱، ناظر واحدی است که اطلاعات عیب را از واحد تخمین عیب دریافت می‌کند و برای جبران عیب، با مدل سازی عیب، مدل اصلاح شده فرآیند را برای به روز رسانی مدل پیش بین فرآیند در کنترل کننده NMPC تولید می‌کند. نحوه مدل سازی انواع عیب محرک-ها و اصلاح مدل فرآیند برای جبران هر کدام از آنها در واحد ناظر، در ادامه تبیین شده است.

مدل فضای حالت فرآیند را در حالت بدون عیب که با معادلات (۱) و (۲) توصیف شده‌اند، را در نظر می‌گیریم. زمانیکه در محرک عیب رخ می‌دهد، برای اصلاح مدل فرآیند، کفایت u_f بیان شده در رابطه (۲۷) جایگزین u در رابطه (۱) شود، در این حالت داریم:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))(I + \gamma_a)u(k) + g(x(k))u_{f_0}(k) + g_a(x(k))d(k) \quad (46)$$

با تعریف $g(x(k))_{new} = g(x(k))(I + \gamma_a)$ داریم:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))_{new}u(k) + g(x(k))u_{f_0}(k) + g_a(x(k))d(k) \quad (47)$$

برای جبران اثر عیب افت کارایی محرک‌ها کفایت که پس از دریافت اطلاعات γ_a (ها γ_{ai}) از واحد تخمین عیب، $g(x(k))_{new}$ ساخته شود و به NMPC ارسال گردد.

برای جبران عیب بایاس محرک‌ها نیز، جمله $g(x(k))u_{f_0}(k)$ را همانند اغتشاش $g_a(x(k))d(k)$ به مدل پیش بین NMPC اضافه کرده و از آن در طراحی استفاده خواهیم نمود. در این حالت می‌توان هر دو ورودی بایاس و اغتشاش معلوم را به صورت بسته در یک بردار جمع کرد و مساله NMPC را برای سیستم افاین به شکل زیر حل نمود:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + \bar{g}_a(x(k))\bar{d}(k) \quad (48)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (49)$$

که در آن

$$\bar{g}_a(x(k)) = [g_a(x(k)) \quad g(x(k))] \\ \bar{d}(k) = [d(k) \quad u_{f_0}(k)]^T$$

به این ترتیب در هر گام نمونه برداری پس از دریافت اطلاعات عیب از واحد تخمین عیب، ناظر ماتریس $g(x(k))_{new}$ را ایجاد می‌کند و مدل به روز شده در NMPC به کار می‌رود و اثر عیوب محرک‌ها، جبران می‌شود.

۵- الگوریتم طراحی FTC مبتنی بر NMPC

در این بخش بر اساس بخش‌های پیشین، یک الگوریتم کلی برای طراحی کنترل کننده FTC مبتنی بر NMPC برای سیستم‌های غیر خطی افاین بیان می‌کنیم. فرض می‌کنیم تعداد عیب یا خرابی‌های رخ داده به صورت همزمان کوچکتر یا مساوی تعداد خروجی‌های قابل اندازه گیری

$$e(k)^- \cong x(k) - \hat{x}(k)^- \quad (38)$$

$$P(k)^- = E[e(k)^- e(k)^-{}^T] \quad (39)$$

$$r(k) = E[v(k)v(k)^T] \quad (40)$$

تحت برقراری شرایط تعامد بین خطای رویتگر و خطای تخمین حالت‌ها، کواریانس به روز رسانی می‌تواند از رابطه (۴۱) محاسبه شود.

$$E[\eta(k)\eta(k)^T] = E[(C e(k)^-)(C e(k)^-{}^T)^T] + E[v(k)v(k)^T] \quad (41)$$

با جاگذاری (۳۹) و (۴۰) در (۴۱) داریم:

$$E[\eta(k)\eta(k)^T] = s(k) = C P(k)^- C^T + r(k) \quad (42)$$

زمانیکه کواریانس به روز رسانی $E[\eta(k)\eta(k)^T]$ در دسترس باشد، کواریانس خطای رویتگر $r(k)$ می‌تواند از (۴۲) محاسبه شود. برای محاسبه کواریانس مانده $E[\eta(k)\eta(k)^T]$ نیز می‌توان از تعداد محدودی از نمونه‌های توالی به روز رسانی استفاده کرد:

$$E[\eta(k)\eta(k)^T] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \eta(k-m)\eta(k-m)^T \quad (43)$$

که در نهایت منجر می‌شود به

$$r_a(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \eta(k-m)\eta(k-m)^T - C P(k)^- C^T \quad (44)$$

که اندازه پنجره تخمین را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که رابطه (۴۳) زمانی نتیجه مفیدی می‌دهد که توالی به روز رسانی در طول گام‌های نمونه M ایستا و ارگادیک^۱ باشد.

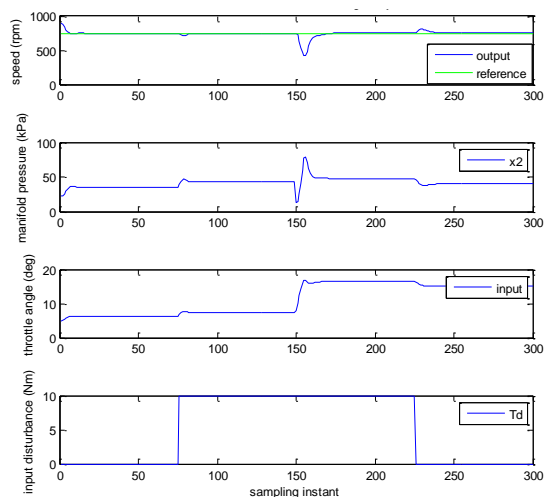
نکته ۴: سیستم افاین توصیف شده با (۳۲) و (۳۳) حالت خاصی از سیستم غیرخطی کلی است که در (۳۴) و (۳۵) بیان شده است؛ در این حالت $\xi(k) = [u(k) \quad d(k) \quad u_{f_0}(k)]^T$ می‌باشد و در عمل برای جلوگیری از واگرا شدن AEKF ناشی از نبود نویز اندازه گیری، معادله خروجی (۳۳) به صورت زیر به کار برده می‌شود:

$$y(k) = \tilde{C}_a z_a(k) + v(k) \quad (45)$$

که در آن نویز اندازه گیری $v(k)$ توالی نویز سفید گوسی با میانگین صفر و کواریانس r است.

لازم به ذکر است که در عمل ما اطلاعاتی از ماتریس کواریانس نویز فرآیند (q) و ماتریس نویز اندازه گیری (r) که سیستم راتحت تاثیر قرار می‌دهند، نداریم. بلکه در حین طراحی فیلتر از آنها به عنوان پارامترهای تنظیم برای همگرا کردن یا دستیابی به عملکرد بهتر فیلتر AEKF استفاده می‌شود که با سعی و خطا انجام می‌شود.

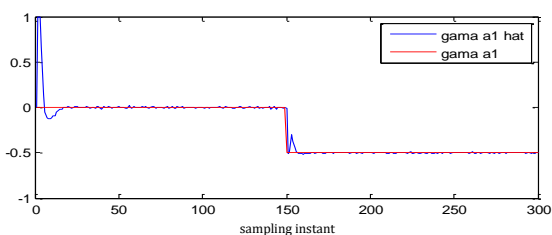
^۱ ergodic



(ب)

شکل ۶: کنترل سیستم موتور احتراق داخلی خودرو در مواجهه با رخداد عیب در محرک درجه گاز (آ) با کنترل کننده NMPC (ب) با کنترل کننده FTC مبتنی بر NMPC.

با توجه به شکل ۶-آ پس از رخداد عیب در درجه گاز، خروجی دچار خطای حالت ماندگار می شود؛ البته همانطور که مشاهده می کنیم پس از رخداد عیب، NMPC بی تفاوت نبوده و با افزایش دامنه سیگنال کنترل تا حدودی سعی در جبران عیوب داشته است؛ علت این امر را می توان، خاصیت نسبی کنترل پیش بین در تحمل کردن عیب دانست (برای توضیح بیشتر به [۳۱] رجوع شود). در ادامه با استفاده از کنترل کننده FTC مبتنی بر NMPC در شکل ۶-ب اثر عیوب به صورت کامل جبران شده است. شکل ۷ نیز اطلاعات عیب رخ داده در این حالت را که توسط واحد تخمین عیب، تخمین زده شده اند، نشان می دهد.

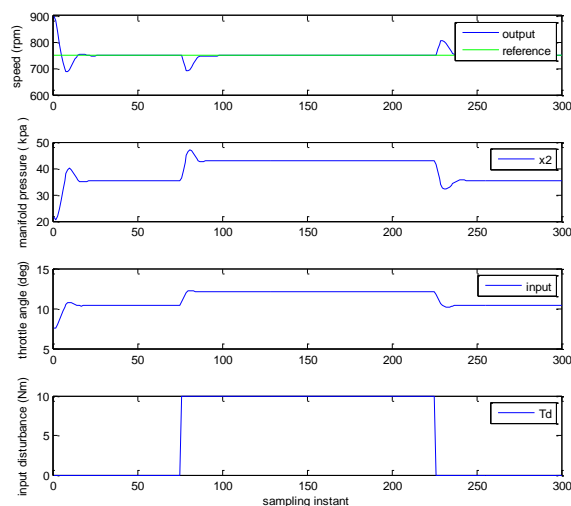


شکل ۷: تخمین ضریب افت کارایی محرک توسط واحد تخمین عیب در سیستم موتور احتراق داخلی خودرو

۷- نتیجه گیری

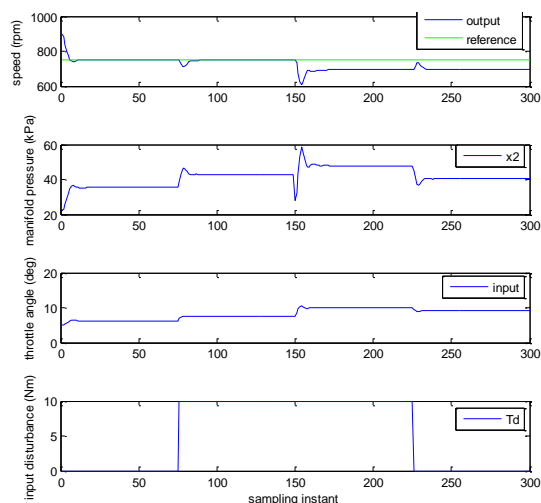
در این مقاله یک رویه کنترل مقید و تحمل پذیر عیب در قالب کنترل کننده FTC مبتنی بر NMPC مقاوم برای سیستم‌های چندمتغیره غیرخطی افاین ارائه شد که توانایی جبران عیوب همزمان بایاس و افت کارایی رخ داده در محرک‌ها را ایجاد نمود. در واقع کنترل کننده ارائه شده از یک رویه فعال برای جبران عیب افت کارایی محرک‌ها استفاده نمود. همچنین با اصلاح فرمول بندی NMPC و افزودن روش جبران فیدبک به آن کنترل کننده در برابر عیب بایاس محرک‌ها و نامعینی های

ارائه می دهد که در شکل ۵ نشان داده شده است. با توجه به شکل اهداف کنترلی و قیود به خوبی برآورده شده اند.



شکل ۵: کنترل سیستم موتور احتراق داخلی خودرو با NMPC

در ادامه به طراحی FTC مبتنی بر NMPC برای سیستم موتور احتراق داخلی خودرو می پردازیم و عملکرد آن را به ازای رخداد عیب در محرک درجه گاز بررسی می کنیم؛ برای مثال فرض می کنیم در گام ۱۵۰ محرک درجه گاز دچار عیب بایاس $\alpha_0 = -6$ درجه شود و کارایی آن ۵۰ درصد افت کند. نتیجه رخداد این عیوب و نحوه اصلاح آن توسط کنترل کننده FTC مبتنی بر NMPC در شکل ۶ نشان داده شده است.



(آ)

- [9] D. A. Joosten et al, "Fault-tolerant control using dynamic inversion and model-predictive control applied to an aerospace benchmark," International Federation of Automatic Control (IFAC), 2008.
- [10] M. Abdel- Geliel, E. Badreddin and A. Gambier, "Application of model predictive control for fault tolerant System using dynamic safety margin," IEEE, American Control Conference (ACC), pp. 5493-54-98, 2006.
- [11] M. Mahmood and P. Mhaskar, "Lyapunov-based model predictive control of stochastic nonlinear systems," Automatica, vol. 48, no. 9, pp. 2271-2276, 2012.
- [12] S. Kanthalakshmi and V. Manikandan, "Fault tolerant control design for simultaneous actuator and sensor faults using multiple MPCs," IEEE Process Automation, Control and Computing, pp. 1-6, 2011.
- [13] S.M. Kargar, K. Salahshoor and M.J. Yazdanpanah, "Integrated nonlinear model predictive fault tolerant control and multiple model based fault detection and diagnosis," Chemical Engineering Research and Design, 2013.
- [14] A. Ichtev, J. Hellendoorn, R. Babuika and S. Molloy, "Fault-tolerant model-based predictive control using multiple takagi-sugeno fuzzy models," IEEE Proceeding of the International Conference on Fuzzy Systems, vol. 1, pp. 346-351, 2002.
- [15] L. F. Mendonça, J. M. C. Sousa and J.M.G. Sá da Costa, "Fault-tolerant control using a fuzzy predictive approach," Expert Systems with Applications, vol. 39, no. 12, pp. 106368-106381, 2012.
- [16] D. Chilin et al, "Detection, isolation and handling of actuator faults in distributed model predictive control systems," Journal of Process Control, Vol. 20, No. 9, pp. 1059-1075, 2010.
- [17] S. Qi Sun, L. Dong and L. Li Shu Sheng Gu, "Fault tolerant control for constrained linear systems based on MPC and FDI," International Journal of Information and System Sciences, Vol. 4, No. 4, pp. 512-523, 2008.
- [18] K. Salahshoor, S. Salehi and V. Mohammadnia, "A new Fault tolerant nonlinear model predictive controller based on an adaptive extended kalman filter," IEEE Advanced Computer Control (ACC), Vol. 2, pp. 593-597, 2010.
- [19] C. Martínez, V. Puig, J. Quevedo and A. Ingimundarson, "Fault tolerant model predictive control applied on the barcelona sewer network," IEEE Conference on decision and control, pp. 1349-1354, 2005.
- موجود مقاوم شد. مزیت اصلی این رویه FTC، قابلیت رسیدگی به قیود روی ورودی (برای مثال قیود لازم برای جلوگیری از اشباع محرک‌ها) و عیب محرک‌ها به صورت همزمان در سیستم‌های غیرخطی است؛ چرا که در کنترل صنعتی هم قیود وجود دارد و هم رخداد عیب اجتناب ناپذیر است. همچنین حجم محاسبات آن به خاطر حجم کمتر محاسبات NMPC و اصلاح عیب محرک‌ها بواسطه اصلاح مدل فرایند و نه قیود، نسبت به سایر کارهای انجام یافته در این زمینه کمتر است. نتایج شبیه سازی روی سیستم موتور احتراق داخلی خودرو، کارایی روش ارائه شده را به خوبی نشان داده است. ادامه منطقی این پژوهش را می‌توان در تعمیم روش به کار گرفته شده برای جبران عیب در سنسورها و خود فرآیند تحت کنترل و پیاده سازی روش ارائه شده در سیستم‌های عملی دانست.

مراجع

- [1] Y. Zhang and J. Jiang, "Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control system," Annual Reviews in Control, vol. 32, pp. 229-252, 2008.
- [2] J. Jiang and X. Yu, "Fault tolerant control systems: a comparative study between active and passive approaches," Annual Reviews in Control, vol. 36, no. 1, pp. 60-72, 2012.
- [3] A. Mirzaee and K. Salahshoor, "Fault diagnosis and accommodation of nonlinear systems based on multiple model adaptive unscented kalman filter and switched MPC and H-infinity loop shaping controller," Journal of Process Control, vol. 22, no. 3, pp. 626-634, 2012.
- [4] A. Gambier et al, "Fault tolerant control of a small reverse osmosis desalination plant with Feed water bypass," American control conference (ACC), 2010.
- [5] J. Prakash, S. C. Patwardhan, S. L. Shah, "Design and implementation fault tolerant model Predictive Control scheme on a simulated model of a three-tank hybrid system" IEEE Conference on control and fault tolerant systems, pp. 173-178, 2010.
- [6] V. Puig, Di. Feroldi, M. Serra, J. Quevedo and J. Riera, "Fault-tolerant MPC control of PEM fuel cells," International Federation of Automatic Control (IFAC), pp. 11112-11117, 2008.
- [7] T. van den Boom and A. Stoorvogel. *Model Predictive Control*, CRC Press, 2010.
- [8] E. F. Camacho, T. Alamo and D.M. Dela Pena, "Fault tolerant model predictive control," IEEE Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), pp. 1-8, 2010.

- [26] M.Cannon, "Efficient nonlinear model predictive control algorithms," Annual Reviews in Control, vol. 28, no. 2, pp. 229–237, 2004.
- [27] H. J. Ferreau, G. Lorini, M. Diehl, "Fast nonlinear model predictive control of gasoline engines," IEEE International Conference on Control Applications, pp. 2754-2759, 2006.
- [28] U. Yuzgec, Y. Becerikli and M. Turker, "Nonlinear predictive control of a drying process using genetic algorithms" ISA Transactions, vol. 45, no. 4, pp. 589- 602, 2006.
- [29] T. van den Boom and A. Stoorvogel. *Model Predictive Control*, CRC Press, 2010.
- [30] G.Vachtsevanos, S.S. Farinwata and D.K. Pirovolou, "Fuzzy Logic Control of an Automotive Engine," IEEE Control Systems, vol. 13, no. 3, pp 62-68, 1993.
- [31] J. M. Maciejowski, "The implicit daisy-chaining property of constrained predictive control," Applied Mathematics and Computer Science, 1998.
- [20] E. N. Hartley and J. M. Maciejowski, "Reconfigurable predictive control for redundantly actuated systems with parameterised input constraints," Systems & Control Letters, pp. 8-15,2014.
- [21] K. Menighed, J-J. Yame, C. Aubrun and B. Boussaid, "Fault tolerant cooperative control: a distributed model predictive control approach," IEEE Conference on Control and Automation, pp. 1094-109, 2011.
- [22] D. Chilin, J. Liu, X. Chen and D. Christofides, "Fault detection and isolation and fault tolerant control of a catalytic alkylation of benzene process," Chemical Engineering Science, vol. 78, pp. 155-166, 2012.
- [23] T. Zheng and W. Chen. *Efficient Nonlinear Model Predictive Control for Affine System*, InTech Europe, 2011.
- [24] E. F. Camacho and C. Bordons. *Model predictive Control*, Springer, 2004.
- [25] S. J.Qin and T. A Badgwell, "A survey of industrial model predictive control technology," Control Engineering Practice, vol. 11, no. 7, pp 733–764, 2003.

طراحی و آنالیز پایداری سیستم‌های کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S نوع-۲ فاصله‌ای با رویکرد تابع لیاپانوف فازی و جبران‌سازی توزیع شده غیرموازی

آرمان خانی^۱، سحرانه قائمی^۲، محمد علی بادامچی زاده^۳

^۱فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، دانشگاه تبریز، a.khani90@ms.tabrizu.ac.ir

^۲استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، ghaemi@tabrizu.ac.ir

^۳دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، mbadamchi@tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۰/۱۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۲/۵)

چکیده: در این مقاله آنالیز پایداری کنترل‌کننده‌های فازی نوع-۲ مدل T-S برای سیستم‌های غیرخطی همراه با پارامترهای نامعین ارائه می‌شود. مدل فازی T-S بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای مدل‌سازی دینامیک سیستم غیرخطی اعمال می‌شود. پارامترهای نامعین توسط توابع عضویت مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای با تعریف توابع عضویت بالا و پایین مشخص می‌شود. برای کنترل‌کننده فازی نوع-۲ فاصله‌ای توابع عضویت و تعداد قانون‌های فازی کنترل‌کننده به صورت دلخواه به نحوی انتخاب می‌شوند که با مدل فازی T-S سیستم متفاوت باشد این روش به نام روش جبران‌سازی توزیع شده غیرموازی (Non-PDC) معروف می‌باشد. برای آنالیز پایداری، یک تابع لیاپانوف فازی در نظر گرفته می‌شود این امر سبب می‌شود شرایط پایداری به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) بدست می‌آید.

کلمات کلیدی: مدل T-S فازی نوع-۲ فاصله‌ای، آنالیز پایداری، تابع لیاپانوف فازی، نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI)

Stability Analysis and Controller Design for Interval Type-2 T-S Fuzzy Systems under Non-parallel Distributed Compensation and Fuzzy Lyapunov Function Approach

Arman Khani, Sehraneh Ghaemi, Mohammad Ali Badamchizadeh

Abstract: In this paper, we investigate the design method for interval type-2 (IT2) fuzzy controller for nonlinear systems along with uncertainty parameters. In order to analyze the stability and synthesis the control methods conveniently, an IT2 T-S fuzzy model is applied through representing the dynamic of nonlinear systems. Uncertainty parameters are captured by IT2 membership function characterized by the lower and upper membership functions. In this paper, for IT2 fuzzy controller, the membership functions and number of rules can be freely chosen different from the IT2 T-S fuzzy model. This method is known Non-Parallel Distributed Compensation. To reduce the conservativeness of stability analysis, a fuzzy Lyapunov function candidate is applied. The stability conditions in term of linear matrix inequalities (LMI) are obtained.

Keywords: Interval type-2 T-S fuzzy model, Stability analysis, Fuzzy Lyapunov function, Linear matrix inequalities (LMI)

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر کنترل‌کننده‌های فازی مدل T-S^۱ بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۱ توجه محققان زیادی را به خود جلب کرده‌اند. تئوری پایداری لیاپانوف و جبران‌سازی توزیع شده موازی (PDC^۲) رایج‌ترین روش برای طراحی و آنالیز پایداری سیستم‌های کنترل مدل T-S بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۱ می‌باشند، بطوریکه برای هر زیرسیستم خطی یک کنترل‌کننده بصورت جداگانه طراحی می‌شود که در آن شرط پایداری بصورت مجموعه‌ای از نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI^۳) بدست می‌آید [۷-۱]. در روش‌های ارائه شده برای تمامی زیرسیستم‌های خطی مدل شده بصورت T-S یک تابع لیاپانوف عمومی برای آنالیز پایداری در نظر گرفته شده است. پیدا کردن تابع لیاپانوف عمومی برای تمام زیرسیستم‌های خطی ممکن است محدودیتی بر روی آنالیز پایداری بوجود آورد. به منظور کاهش محدودیت بر روی آنالیز پایداری اخیراً توابع لیاپانوف متعددی مانند تابع لیاپانوف فازی در نظر گرفته شده است که باعث افزایش انعطاف پذیری امر طراحی شده است [۲].

به منظور در نظر گرفتن تابع لیاپانوف که به شکل توابع عضویت بستگی داشته باشد، تابع لیاپانوف فازی بر اساس مجموعه‌های فازی نوع-۲ و [۷-۲] در نظر گرفته شده است. اخیراً مجموعه‌های فازی نوع-۲ به منظور مدل کردن نامعینی در مقالات ارائه شده است [۸]. نامعینی در پارامترهای سیستم به خوبی در توابع عضویت مجموعه‌های فازی نوع-۲ قابل مشاهده می‌باشد [۸]. کاربردهای مختلفی از جمله در کنترل سیستم‌های غیرخطی نامعین بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ در مقالات مشاهده می‌شود [۸]. اخیراً بعضی تحقیقات بر روی کنترل سیستم‌های غیرخطی بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ و مدل کردن سیستم‌های غیرخطی نامعین با استفاده از مدل T-S انجام شده است. در [۸] روش مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی نامعین با استفاده از مجموعه‌های فازی نوع-۲ به طور مفصل ارائه شده است.

در مقاله حاضر ایده اصلی، طراحی کنترل‌کننده فازی بر اساس مدل T-S و مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای بر اساس رویکرد جبران‌سازی توزیع شده غیر موازی (Non-PDC) و در نظر گرفتن تابع لیاپانوف فازی برای آنالیز پایداری می‌باشد که در آن لزوماً تعداد قانون‌های فازی مدل T-S سیستم با تعداد قانون‌های فازی مدل T-S کنترل‌کننده برابر نمی‌باشند بطوریکه می‌توان با در نظر گرفتن تعداد قانون‌های فازی کمتر برای کنترل‌کننده نسبت به مدل فازی سیستم و همچنین در نظر گرفتن توابع عضویت مناسب به کنترل‌کننده‌ای با ساختار ساده دست یافت. ویژگی بارز طراحی کنترل‌کننده با این روش سادگی ساختار کنترل‌کننده نسبت به رویکرد PDC و مقاوم بودن کنترل‌کننده در برابر نامعینی در

پارامترهای سیستم می‌باشد. همچنین در این مقاله توابع عضویت مدل فازی T-S سیستم غیرخطی لزوماً از قسمت‌های غیرخطی سیستم بدست نمی‌آیند، بطوریکه طرح می‌تواند با در نظر گرفتن توابع عضویت مناسب به وزن‌های فازی ساده‌ای دست یابد که محاسبه مشتق زمانی وزن‌های فازی که در آنالیز پایداری از آن استفاده می‌شود را آسان کند. در عین حال شرایط پایداری سیستم کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S سیستم و کنترل‌کننده بصورت نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) ارائه شده است.

در ادامه ابتدا در بخش ۲ مدل فازی T-S سیستم بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای ارائه می‌شود. در بخش ۳ مدل T-S کنترل‌کننده بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای بیان شده است. در بخش ۴ سیستم کنترل مبتنی بر مدل T-S سیستم، مدل T-S روت‌گر و مدل T-S کنترل‌کننده ارائه می‌شود. در بخش ۵ آنالیز پایداری ارائه شده است. در بخش ۶ شبیه‌سازی و نهایتاً در بخش آخر نتیجه‌گیری بیان شده است.

۲- مدل فازی T-S سیستم بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای [۸]

یک سیستم فازی مدل T-S بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ با p قانون فازی و ψ ورودی بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\text{Rule } i : \text{ IF } f_1(x(t)) \text{ is } \tilde{M}_1^i \text{ and } \dots, f_\psi(x(t)) \text{ is } \tilde{M}_\psi^i \\ \text{ THEN } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (1)$$

که در آن \tilde{M}_α^i یک مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای مربوط به قانون فازی i ام همراه با متغیر فازی $f_\alpha(x(t))$ می‌باشد بطوریکه: $\alpha = 1, 2, \dots, \psi, i = 1, 2, \dots, p$ همچنین

حالت و ماتریس ورودی سیستم می‌باشند. $x(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ بردار حالت‌های سیستم و $u(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ سیگنال کنترلی می‌باشند. در مدل فازی T-S نوع-۲ برای هر قانون دو وزن بالا و پایین تعریف می‌شود که برای قانون i ام به صورت زیر می‌باشد:

$$[w_i^L(x(t)), w_i^U(x(t))] \quad , i = 1, 2, \dots, p \quad (2)$$

که در آن:

$$w_i^L(x(t)) = \mu_{M_1^i}(f_1(x(t))) \times \mu_{M_2^i}(f_2(x(t))) \times \dots \times \mu_{M_\psi^i}(f_\psi(x(t))) \geq 0 \quad (3)$$

$$w_i^U(x(t)) = \bar{\mu}_{M_1^i}(f_1(x(t))) \times \bar{\mu}_{M_2^i}(f_2(x(t))) \times \dots \times \bar{\mu}_{M_\psi^i}(f_\psi(x(t))) \geq 0$$

بطوریکه:

$$\mu_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \in [0, 1]$$

$$\bar{\mu}_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \in [0, 1] \quad (4)$$

¹ Takagi - Sugeno

² Parallel Distributed Compensation

³ Linear Matrix Inequality

$$M_j(x(t)) = [\underline{m}_j(x(t)), \bar{m}_j(x(t))], \quad (10)$$

$$\underline{m}_j(x(t)) = \prod_{\alpha=1}^p \underline{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq 0 \quad (11)$$

$$\bar{m}_j(x(t)) = \prod_{\alpha=1}^p \bar{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq 0 \quad (12)$$

$$\bar{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq \underline{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq 0 \quad \forall j \quad (13)$$

که در آن $\bar{m}_j(x(t))$ ، $\underline{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha(x(t)))$ ، $\bar{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha(x(t)))$ و $\underline{m}_j(x(t))$ به ترتیب درجه عضویت بالای ورودی α ، درجه عضویت پایین ورودی α ، وزن بالا و وزن پایین مربوط به j امین قانون فازی می‌باشند [۱۰]. در روابط (۹) تا (۱۳) فرض بر این است تعداد این قوانین کمتر یا مساوی تعداد قوانین فازی مربوط به مدل فازی سیستم می‌باشد. در نهایت قانون کنترل کننده که بصورت فیدبک حالت می‌باشد بصورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$u(t) = \sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) G_j x(t) \quad (14)$$

که در آن [۱۰]:

$$\tilde{m}_j(x(t)) = \frac{\beta_j(x(t)) \underline{m}_j(x(t)) + \bar{\beta}_j(x(t)) \bar{m}_j(x(t))}{\sum_{k=1}^c (\beta_k(x(t)) \underline{m}_k(x(t)) + \bar{\beta}_k(x(t)) \bar{m}_k(x(t)))} \geq 0, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) = 1$$

که در آن $\beta_j \in [0, 1]$ ، $\bar{\beta}_j \in [0, 1]$ متغیرهای از پیش تعریف شده می‌باشند که در رابطه $\beta_j(x(t)) + \bar{\beta}_j(x(t)) = 1$ صدق می‌کنند و معمولاً برابر 0.5 در نظر گرفته می‌شوند [۱۰].

۴- سیستم کنترل مبتنی بر مدل T-S سیستم و مدل T-S کنترل کننده

با توجه به روابط (۷) و (۱۴) و در نظر گرفتن تساوی‌های زیر [۱۰]

$$\sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) = \sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i(x(t)) \tilde{m}_j(x(t)) = 1 \quad (16)$$

با ترکیب سیستم کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S رابطه (۷) و کنترل کننده

رابطه (۱۴) سیستم حلقه بسته به صورت رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) \left(A_i x(t) + B_i \sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) G_j x(t) \right)$$

$$= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i(x(t)) \tilde{m}_j(x(t)) (A_i + B_i G_j) x(t) \quad (17)$$

که در آن هدف پیدا کردن بهره‌های فیدبک حالت G_j می‌باشد به گونه‌ای که سیستم (۱۷) پایدار شود.

که بترتیب درجه عضویت پایین و بالای توابع عضویت مربوطه می‌باشند. لذا رابطه زیر نیز صادق می‌باشد:

$$\bar{\mu}_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \geq \underline{\mu}_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \geq 0 \quad (5)$$

که منجر به نامساوی زیر می‌شود:

$$w_i^U(x(t)) \geq w_i^L(x(t)) \quad (6)$$

در نهایت مدل فازی T-S سیستم بصورت رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^p w_i^L(x(t)) v_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) + \sum_{i=1}^p w_i^U(x(t)) \bar{v}_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) = \sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (7)$$

که در آن:

$$\tilde{w}_i(x(t)) = w_i^L(x(t)) v_i(x(t)) + w_i^U(x(t)) \bar{v}_i(x(t)) \in [0, 1] \quad (8)$$

بطوریکه:

$$\sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) = 1, v_i(x(t)) \in [0, 1], \bar{v}_i(x(t)) \in [0, 1]$$

که در آن $v_i(x(t))$ ، $\bar{v}_i(x(t))$ توابع غیرخطی هستند که معمولاً برابر 0.5 در نظر گرفته می‌شوند.

۳- مدل فازی T-S کنترل کننده بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای

در این بخش کنترل کننده فازی نوع-۲ فاصله‌ای به منظور پایداری مدل فازی T-S بیان شده توسط رابطه (۷) ارائه می‌شود. قانون‌های فازی مربوط به کنترل کننده بصورت رابطه زیر می‌باشند این قوانین عمدتاً رویکرد جبران سازی توزیع شده غیر موازی را دارا می‌باشد مگر برای سیستم‌هایی که تعداد متغیرهای فازی آن به گونه‌ای باشد که رویکرد بصورت جبران‌سازی توزیع شده موازی باشد.

Rule j: IF $g_1(x(t))$ is \tilde{N}_1^j AND ... AND $g_\psi(x(t))$ is \tilde{N}_ψ^j THEN $u(t) = G_j x(t)$ (9)

بطوریکه $G_j \in R^{m \times n}$ ، $j = 1, 2, \dots, c$ بهره‌های فیدبک حالت می‌باشند که باید تعیین شوند و \tilde{N}_α^j مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای مربوط به j امین قانون فازی و متغیر فازی $(g_\alpha(x(t)))$ ، $\alpha = 1, 2, \dots, \psi$ می‌باشد. همچنین روابط زیر در نظر گرفته می‌شوند:

۵- آنالیز پایداری

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} \dot{x}(t) + \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T (P_{ij} + S_j)x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T (P_{il} + Y_i)x(t)) \\
 &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} x(t) + \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T (P_{ij} + S_j)x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T (P_{il} + Y_i)x(t)) + 2[x(t)^T M + \lambda \dot{x}^T(t) M] \\
 &\times \left[\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (A_i + B_i G_j)x(t) \right] \quad (22)
 \end{aligned}$$

با فرض:

$$P_{ij} + S_j > 0, P_{ij} + Y_i > 0, i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, c$$

و در نظر گرفتن کران بالای $\dot{\tilde{w}}_i$ و $\dot{\tilde{m}}_j$ به صورت رابطه (۲۲):

$$|\dot{\tilde{w}}_i| \leq \sigma_i, |\dot{\tilde{m}}_j| \leq \phi_j \quad (23)$$

که در آن $\sigma_i \geq 0$ و $\phi_j \geq 0$ می‌باشند. با توجه به رابطه (۲۱) و (۲۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} \dot{x}(t) + \sum_{l=1}^p \sigma_l x(t)^T (P_{ij} + S_j)x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \phi_l x(t)^T (P_{il} + Y_i)x(t) + 2x(t)^T M \dot{x}(t) \\
 &- 2x(t)^T M (A_i + B_i G_j)x(t) + 2\lambda \dot{x}(t)^T M \dot{x}(t) \\
 &- 2\lambda \dot{x}(t)^T M (A_i + B_i G_j)x(t) \quad (24)
 \end{aligned}$$

با استفاده از ماتریس M تعریف شده در رابطه (۱۹) رابطه نامساوی بالا بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T M M^{-1} P_{ij} M^{-T} M^T \dot{x}(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^p \sigma_l x(t)^T M M^{-1} (P_{ij} + D_j) M^{-T} M^T x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \phi_l x(t)^T M M^{-1} (P_{il} + F_i) M^{-T} M^T x(t) \\
 &+ 2x(t)^T M M^{-1} M M^{-T} M^T \dot{x}(t) \\
 &- 2x(t)^T M M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} M^T x(t) \\
 &+ 2\lambda \dot{x}(t)^T M M^{-1} M M^{-T} M^T \dot{x}(t) \\
 &- 2\lambda \dot{x}(t)^T M M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} M^T x(t)) \quad (25)
 \end{aligned}$$

در نهایت رابطه (۲۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2(M^T x_a(t))^T M^{-1} P_{ij} M^{-T} (M^T \dot{x}_a(t)) \\
 &+ \sum_{l=1}^p \sigma_l (M^T x_a(t))^T M^{-1} (P_{ij} + S_j) M^{-T} (M^T x_a(t))
 \end{aligned}$$

در این قسمت از تابع لیاپانوف فازی زیر برای آنالیز پایداری استفاده می‌شود. (برای سادگی به جای $\tilde{w}_i(x(t))$, \tilde{w}_i از $\tilde{m}_j(x(t))$, \tilde{m}_j استفاده می‌شود):

$$V(t) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j x(t)^T P_{ij} x(t) \quad (18)$$

به طوری که $P_{ij} = P_{ij}^T > 0$. با توجه به رابطه (۱۷) معادله (۱۹) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 &2[x(t)^T M + \lambda \dot{x}^T(t) M] \times \\
 &\left(\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (A_i + B_i G_j)x(t) \right) = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

که در آن $M \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ماتریس کمکی در آنالیز پایداری و $\lambda > 0$

یک عدد حقیقی می‌باشد که باید تعیین شود. همچنین با توجه به تساوی رابطه (۱۶) و در نظر گرفتن این که وزن‌های فازی در نظر گرفته شده توابعی پیوسته و مشتق پذیر نسبت به زمان و حالت‌های سیستم می‌باشند [۷-۲] می‌توان نوشت:

$$\sum_{i=1}^p \dot{\tilde{w}}_i = \sum_{j=1}^c \dot{\tilde{m}}_j = 0 \quad (20)$$

که در آن $\dot{\tilde{w}}_i$, $\dot{\tilde{m}}_j$ مشتق زمانی وزن‌های فازی \tilde{w}_i , \tilde{m}_j می‌باشند. با تعریف ماتریس‌های $S_j \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $Y_i \in \mathcal{R}^{n \times n}$ را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}
 \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T S_j x(t) &= 0, j = 1, 2, \dots, c \\
 \sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T Y_i x(t) &= 0, i = 1, 2, \dots, p \quad (21)
 \end{aligned}$$

با توجه به رابطه‌های (۱۸) و (۱۹) و (۲۱)، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \dot{\tilde{w}}_i \tilde{m}_j x(t)^T P_{ij} x(t) + \\
 &\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \dot{\tilde{m}}_j x(t)^T P_{ij} x(t) + \\
 &2 \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j x(t)^T P_{ij} \dot{x}(t) \\
 &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} x(t) + \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T P_{ij} x(t) + \\
 &\sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T P_{il} x(t))
 \end{aligned}$$

$$S_j = S_j^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}, Y_i = Y_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n},$$

$$V_{ij} = V_{ij}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}, E_j = E_j^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}, I_i = I_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n},$$

$$Z \in \mathfrak{R}^{n \times n}, N_j \in \mathfrak{R}^{m \times n},$$

$$(i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, c), (c \leq p)$$

به طوری که LMI های (۲۹) بر آورده شوند.

که در آن:

$$\Upsilon_j = \sum_{i=1}^p \sigma_i (V_{ij} + E_j), \quad \Gamma_i = \sum_{i=1}^c \phi_i (V_{i1} + I_i)$$

در نهایت بهره‌های فیدبک حالت به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$G_j = N_j Z^{-T}, \quad j = 1, 2, \dots, c$$

۶- شبیه‌سازی

سیستم پاندول معکوس همراه با پارامترهای نامعین بصورت رابطه زیر را در نظر بگیرید [۸]:

$$\ddot{\theta}(t) = \begin{pmatrix} g \sin(\theta(t)) - a m_p L \dot{\theta}(t)^2 \sin(2\theta(t)) / 2 \\ -a \cos(\theta(t)) u(t) \end{pmatrix} \quad (۳۰)$$

$$/ (4L/3 - a m_p L \cos^2(\theta(t)))$$

که در آن $\theta(t)$ زاویه تغییر موضع پاندول، g شتاب جاذبه، m_p جرم پاندول، M_c جرم ارابه، $a = 1/(m_p + M_c)$ ، L طول پاندول و $u(t)$ نیروی وارد بر ارابه بر حسب نیوتون می‌باشد. محدوده تغییرات پارامترهای سیستم بصورت زیر می‌باشند:

$$m_p \in [m_{p\min} \quad m_{p\max}] = [2 \quad 3] \text{ kg}$$

$$M_c \in [M_{c\min} \quad M_{c\max}] = [8 \quad 16] \text{ kg}$$

$$2L = 1 \text{ m}$$

با در نظر گرفتن متغیرهای حالت بصورت زیر:

$$x_1(t) = \theta(t) \in [-5\pi/12 \quad 5\pi/12] \text{ (rad)}$$

$$x_2(t) = \dot{\theta}(t) \in [-5 \quad 5] \text{ (rad/s)}$$

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j \begin{bmatrix} \zeta(t)^T \\ \gamma(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Upsilon_j + \Gamma_i - A_i Z^T - Z A_i^T - B_i N_j - N_j^T B_i^T & [V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j)]^T \\ V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j) & \lambda(Z + Z^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix} \quad (۲۷)$$

$$= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j [\zeta(t)^T \gamma(t)^T] \Theta \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j \Omega_{ij}$$

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Upsilon_j + \Gamma_i - A_i Z^T - Z A_i^T - B_i N_j - N_j^T B_i^T & [V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j)]^T \\ V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j) & \lambda(Z + Z^T) \end{bmatrix} \quad (۲۸)$$

$$V_{ij} > 0 \quad V_{ij} + E_j > 0, \quad V_{ij} + I_i > 0$$

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_j + \Gamma_i - A_i Z^T - Z A_i^T - B_i N_j - N_j^T B_i^T & [V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j)]^T \\ V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j) & \lambda(Z + Z^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (۲۹)$$

$$(i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, c), (c \leq p)$$

$$+ \sum_{i=1}^c \phi_i (M^T x(t))^T M^{-1} (P_{ii} + Y_i) M^{-T} (M^T x(t))$$

$$+ 2(M^T x(t))^T M^{-1} M M^{-T} (M^T \dot{x}(t))$$

$$- 2(M^T x(t))^T M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} (M^T x(t))$$

$$+ 2\lambda (M^T \dot{x}(t)) M^{-1} M M^{-T} (M^T \dot{x}(t))$$

$$- 2\lambda (M^T \dot{x}(t))^T M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} (M^T x(t)) \quad (۲۶)$$

با تعریف ماتریس‌های زیر با ابعاد مناسب:

$$Z = M^{-1}, G_j = N_j Z^{-T}, V_{ij} = Z P_{ij} Z^{-T}, E_j = Z S_j Z^T$$

$$I_i = Z Y_i Z^T, \Upsilon_j = \sum_{i=1}^p \sigma_i (V_{ij} + E_j)$$

$$\Gamma_i = \sum_{i=1}^c \phi_i (V_{ii} + I_i), \xi(t) = Z^{-T} x(t)$$

$$\gamma(t) = Z^{-T} \dot{x}(t);$$

$$i = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, c$$

در نهایت رابطه (۲۶) به صورت (۲۷) بازنویسی می‌شود.

که در آن Θ و Ω_{ij} به صورت رابطه (۲۸) می‌باشند

برای پایداری سیستم حلقه بسته باید $\dot{V} < 0$ باشد. مشاهده می‌شود که با $\Omega_{ij} < 0$ شرط $\dot{V} < 0$ برقرار می‌شود. نتایج آنالیز پایداری و طراحی کنترل کننده در قضیه زیر آورده شده است.

قضیه: فرض کنید $\lambda > 0$ یک عدد حقیقی بوده و داشته باشیم $|\dot{\tilde{m}}_j| \leq \phi_j$ و $|\dot{\tilde{w}}_i| \leq \sigma_i$ که طوری که $\phi_j \geq 0$ و $\sigma_i \geq 0$ باشیم. سیستم کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S نوع ۲ فاصله‌ای (۱۷) تشکیل شده از مدل فازی سیستم (۷) و کنترل کننده فازی نوع ۲ (۹) به صورت حلقه بسته پایدار است اگر ماتریس‌های زیر در نظر گرفته شوند:

برای بدست آوردن حد بالای وزن‌های فازی مدل سیستم و کنترل‌کننده می‌توان نوشت:

$$\dot{\tilde{w}}_i = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x} \dot{x}(t), \quad \dot{\tilde{m}}_j = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x} \dot{x}(t)$$

با توجه به اینکه \tilde{w}_i و \tilde{m}_j فقط تابع $x_1(t)$ می‌باشند، مشتق وزن‌های مدل فازی سیستم و مدل فازی کنترل‌کننده بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\dot{\tilde{w}}_i = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x_1} \times \frac{\partial x_1}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x_1} \dot{x}_1(t)$$

$$\dot{\tilde{m}}_j = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x_1} \times \frac{\partial x_1}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x_1} \dot{x}_1(t)$$

که در آن:

$$\dot{x}_1 = (\tilde{w}_1[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \tilde{w}_2[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \tilde{w}_3[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \tilde{w}_4[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix})$$

$$= (\tilde{w}_1 x_2 + \tilde{w}_2 x_2 + \tilde{w}_3 x_2 + \tilde{w}_4 x_2) = x_2 \sum_{i=1}^4 \tilde{w}_i = x_2$$

در نتیجه با توجه به محدوده تغییرات متغیرهای حالت $x_1(t)$ و $x_2(t)$ حد بالای مشتق زمانی وزن‌های فازی مدل سیستم و مدل کنترل‌کننده بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\left| \dot{\tilde{w}}_1 \right| \leq \sigma_1 = 30.99, \quad \left| \dot{\tilde{w}}_2 \right| \leq \sigma_2 = 95.77$$

$$\left| \dot{\tilde{w}}_3 \right| \leq \sigma_3 = 7.80, \quad \left| \dot{\tilde{w}}_4 \right| \leq \sigma_4 = 19.79$$

$$\left| \dot{\tilde{m}}_1 \right| \leq \phi_1 = 14.25, \quad \left| \dot{\tilde{m}}_2 \right| \leq \phi_2 = 14.25$$

با استفاده از قضیه بالا بهره‌های فیدبک حالت به صورت $G_1 = G_2 = [1008.5 \ 240.3]$ بدست می‌آیند. نتایج شبیه سازی، پاسخ حالت‌های سیستم و سیگنال کنترلی تحت شرایط اولیه مختلف زیر

$$(1): X(0) = \begin{bmatrix} \frac{5\pi}{12} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$(2): X(0) = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{6} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$(3): X(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{6} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$(4): X(0) = \begin{bmatrix} -\frac{5\pi}{12} & 0 \end{bmatrix}^T$$

و جرم‌های مختلف (نامعینی)

$$\begin{cases} m_p = m_{p \min} = 2 \text{ kg}, M_c = M_{c \min} = 8 \text{ kg} \\ m_p = m_{p \max} = 3 \text{ kg}, M_c = M_{c \max} = 16 \text{ kg} \end{cases}$$

را نشان می‌دهند. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که کنترل‌کننده به خوبی سیستم غیرخطی پاندول معکوس را در حضور جرم‌های مختلف M_c و

معادلات حالت به صورت رابطه (۳۱) بدست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g - am_p L x_2(t)^2 \cos(x_1(t))}{4L/3 - am_p L \cos^2(x_1(t))} \left(\frac{\sin(x_1(t))}{x_1(t)} \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-a \cos(x_1(t))}{4L/3 - am_p L \cos^2(x_1(t))} \end{bmatrix} u(t) \quad (31)$$

با توجه به معادلات (۳۱) متغیرهای فازی بصورت رابطه زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$f_1(x(t)) = \frac{g - am_p L x_2(t)^2 \cos(x_1(t))}{4L/3 - am_p L \cos^2(x_1(t))} \left(\frac{\sin(x_1(t))}{x_1(t)} \right)$$

$$f_2(x_1(t)) = \frac{-a \cos(x_1(t))}{4L/3 - am_p L \cos^2(x_1(t))} \quad (32)$$

با توجه به روابط (۱) و (۳۲) مدل T-S سیستم (۳۱) بدست می‌آید که در آن:

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ f_{1 \min} & 0 \end{bmatrix}, \quad A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ f_{1 \max} & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{2 \min} \end{bmatrix}, \quad B_2 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{2 \max} \end{bmatrix}$$

$$f_{1 \min} = 10.0078, \quad f_{1 \max} = 18.4800,$$

$$f_{2 \min} = -0.1765, \quad f_{2 \max} = -0.0261 \quad (33)$$

توابع عضویت بالا و پایین مربوط به قانون‌های فازی مدل سیستم و رویت گر بصورت جدول (۱) در نظر گرفته می‌شوند.

جدول ۱: توابع عضویت مربوط به مدل T-S پاندول معکوس

توابع عضویت بالا	توابع عضویت پایین
$\bar{\mu}_{M_1^1} = \bar{\mu}_{M_1^2} = 1 - 0.23e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$	$\underline{\mu}_{M_1^1} = \underline{\mu}_{M_1^2} = 1 - e^{-\frac{x_1^2}{1.2}}$
$\bar{\mu}_{M_1^3} = \bar{\mu}_{M_1^4} = e^{-\frac{x_1^2}{1.2}}$	$\underline{\mu}_{M_1^3} = \underline{\mu}_{M_1^4} = 0.23e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$
$\bar{\mu}_{M_2^1} = \bar{\mu}_{M_2^3} = e^{-\frac{x_1^2}{1.5}}$	$\underline{\mu}_{M_2^1} = \underline{\mu}_{M_2^2} = 0.5e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$
$\bar{\mu}_{M_2^2} = \bar{\mu}_{M_2^4} = 1 - 0.5e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$	$\underline{\mu}_{M_2^2} = \underline{\mu}_{M_2^4} = 1 - e^{-\frac{x_1^2}{1.5}}$

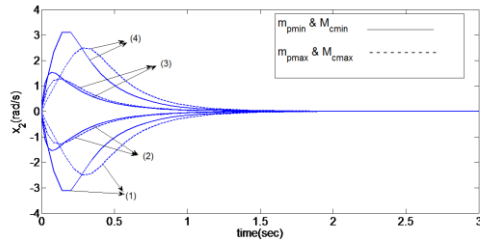
برای کنترل‌کننده نیز دو قانون فازی در نظر گرفته می‌شود که در اینجا متغیر فازی مربوط به کنترل‌کننده بصورت دلخواه و تابع متغیر حالت $x_1(t)$ در نظر گرفته می‌شود به طوری که شرایط قضیه بالا را برآورده کند. توابع عضویت بالا و پایین مربوط به کنترل‌کننده با توجه به متغیر

$$\text{فازی } g_\alpha(x(t)) = e^{-\frac{x_1^2}{0.35}} \text{ و } \alpha = 1 \text{ بصورت زیر می‌باشند:}$$

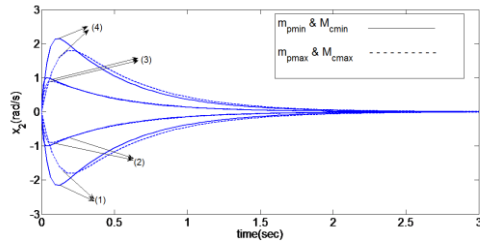
$$\underline{m}_1(x_1) = \underline{\mu}_{N_1^1}(x_1) = \bar{m}_1(x_1) = \bar{\mu}_{N_1^1} = e^{-\frac{x_1^2}{0.35}}$$

$$\underline{m}_2(x_1) = \underline{\mu}_{N_1^2}(x_1) = \bar{m}_2(x_1) = \bar{\mu}_{N_1^2} = 1 - \bar{\mu}_{N_1^1}(x_1)$$

$$\beta_j = \bar{\beta}_j = 0.5$$



شکل ۵: پاسخ حالت $x_2(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۸]



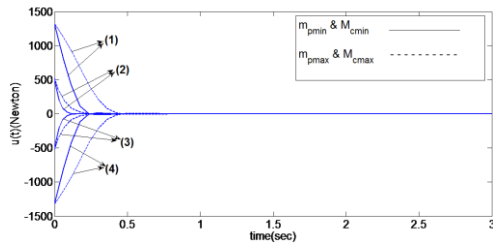
شکل ۶: پاسخ حالت $x_2(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۱۰]

با توجه به جدول ۲ و شکل پاسخ‌ها مشاهده می‌شود که پاسخ حالت $x_1(t)$ و $x_2(t)$ با روش این مقاله نسبت به روش‌های دیگر دارای پاسخ زمانی بهتری می‌باشد که نشان از بهبود پاسخ حالت‌ها می‌باشد.

جدول ۲: مقایسه روش پیشنهادی با سایر روش‌ها برای پاسخ حالت $x_1(t)$ و

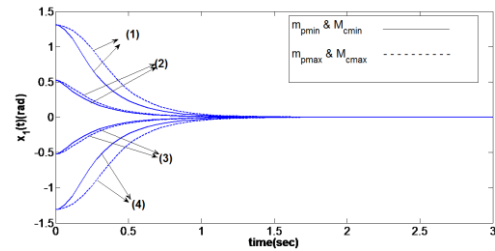
روش	زمان صفر شدن پاسخ (ثانیه)
روش پیشنهادی	1.6 s
روش مرجع [۸]	2s
روش مرجع [۱۰]	2.7s

شکل (۷) پاسخ سیگنال کنترلی $u(t)$ را برای شرایط اولیه و جرم‌های مختلف بر حسب نیوتون نشان می‌دهد. همچنین شکل‌های (۸) و (۹) پاسخ سیگنال کنترلی $u(t)$ که با استفاده از روش‌های ارائه شده در مراجع [۸] و [۱۰] شبیه‌سازی شده‌اند را نشان می‌دهند.

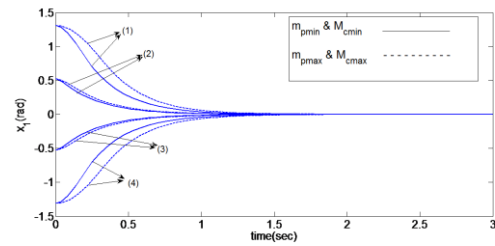


شکل ۷: سیگنال کنترلی $u(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف

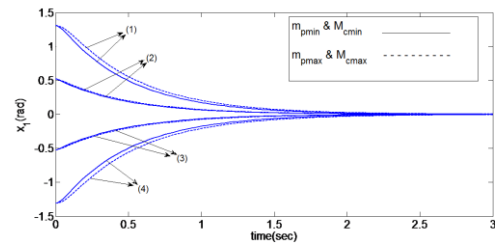
m_p و شرایط اولیه مختلف پایدار کرده و نمونه یک کنترل‌کننده مقاوم می‌باشد. شکل (۱) پاسخ حالت $x_1(t)$ را برای شرایط اولیه و جرم‌های مختلف نشان می‌دهد همچنین شکل‌های (۲) و (۳) پاسخ حالت $x_1(t)$ را نشان می‌دهند که با روش‌های ارائه شده در مراجع [۸] و [۱۰] شبیه‌سازی شده‌اند.



شکل ۱: پاسخ حالت $x_1(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف

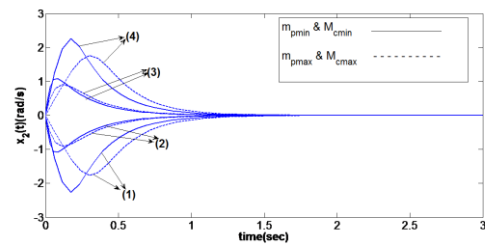


شکل ۲: پاسخ حالت $x_1(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۸]



شکل ۳: پاسخ حالت $x_1(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۱۰]

شکل (۴) پاسخ حالت $x_2(t)$ را برای شرایط اولیه و جرم‌های مختلف نشان می‌دهد همچنین شکل‌های (۵) و (۶) پاسخ حالت $x_2(t)$ را نشان می‌دهند که با روش‌های ارائه شده در مراجع [۸] و [۱۰] شبیه‌سازی شده‌اند.

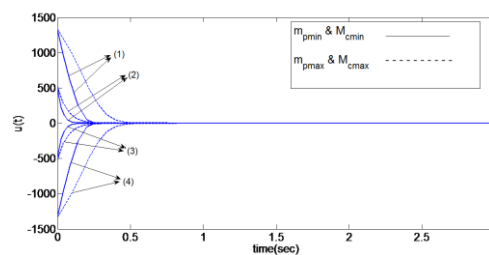


شکل ۴: پاسخ حالت $x_2(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف

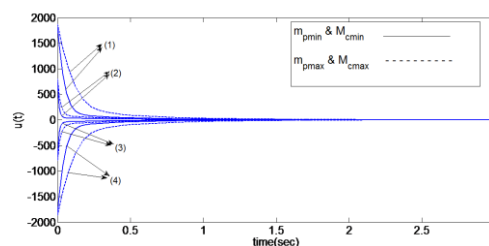
عضویت مربوط به مدل فازی سیستم به صورت توابعی ساده در نظر گرفته شده‌اند که منجر به محاسبه ساده مشتق زمانی وزن‌های مدل فازی T-S سیستم می‌شود. همچنین بر خلاف روش PDC نیازی به استفاده از تعداد قوانین فازی یکسان برای سیستم و کنترل‌کننده نمی‌باشد. به طوری که طراح می‌تواند با در نظر گرفتن تعداد قانون‌های فازی مناسب و کمتر برای کنترل‌کننده و تعریف توابع عضویت مناسب در نهایت به کنترل‌کننده‌ای ساده دست یابد که پیاده‌سازی آسان‌تر نسبت به رویکرد PDC داشته باشد. کاهش حجم محاسبات از ویژگی‌های بارز دیگر طراحی با رویکرد تابع لیاپانوف فازی برای بدست آوردن بهره‌های فیدبک حالت می‌باشد. در مثال شبیه‌سازی به خوبی مشاهده شد که سیستم غیرخطی با پیچیدگی زیاد در حضور نامعینی در پارامترها، با کنترل‌کننده پیشنهادی کنترل شد که نمونه یک کنترل‌کننده مقاوم نیز می‌باشد. همچنین روش پیشنهادی باعث بهبود پاسخ سیستم و سیگنال کنترلی - که از اهمیت ویژه‌ای در سیستم‌های کنترل برخوردار است - شده است.

مراجع

- [1] K. H.O. Wang, K. Tanka, M.F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues", IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 4, no. 1, pp. 14-23, Feb 1996.
- [2] K. Tanaka, T. Hori, and H. O. Wang, "A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems", IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol 11, no. 4, pp. 582-589, Aug. 2003.
- [3] K. Tsanaka, T.Hori and H.O.Wang, "A descriptor system approach to fuzzy control system design via fuzzy Lyapunov function", IEEE Transactions on Fuzzy systems, Vol.15, no.3, pp. 333-341, 2007.
- [4] H. K. Lam, "Stability analysis of TCS fuzzy control systems using parameter-dependent Lyapunov function", IET control theory & Applications, Vol.3, no.6, pp. 550-762, 2009.
- [5] D.H.Lee, J.B.Park and Y.H.Joo, "A New Fuzzy Lyapunov function for relaxed stability condition of continuous - time Takagi-Sugeno Fuzzy Systems", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol 19, no.4, pp. 785-791, 2011.
- [6] L. A. Mozeli, R.M Palhares, F.O.Souza and E.M.A.M.Mendes, "Reducing conservativeness in recent stability condition of T-S fuzzy systems", Automation, Vol.45, no.6, pp.1580-1583, 2009.



شکل ۸: سیگنال کنترلی $u(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۸]



شکل ۹: شکل سیگنال کنترلی $u(t)$ تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۱۰]

با توجه به جدول (۳) و شکل پاسخ‌ها مشاهده می‌شود زمان صفر شدن سیگنال کنترلی و بیشترین مقدار سیگنال کنترلی با روش این مقاله نسبت به روش مراجع [۸] و [۱۰] کمتر می‌باشد که نشان از بهبود سیگنال کنترلی با توجه به روش این مقاله می‌باشد.

جدول ۳: مقایسه روش پیشنهادی با سایر روش‌ها برای سیگنال کنترلی $u(t)$

روش	بیشترین مقدار سیگنال کنترلی
روش پیشنهادی	۱۳۱۹ نیوتن
روش مرجع [۸]	۱۴۱۵ نیوتن
روش مرجع [۱۰]	۱۸۷۶ نیوتن

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا با استفاده از مدل فازی T-S و منطق فازی نوع ۲ فاصله‌ای به مدل‌سازی فازی سیستم‌های غیرخطی نامعین پرداخته شد. سپس بر اساس مدل فازی T-S سیستم غیرخطی و تعریف تابع لیاپانوف درجه دوم فازی به طراحی و آنالیز پایداری کنترل‌کننده پرداخته شد که نتایج آنالیز پایداری تحت یک قضیه که به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) می‌باشند بیان شد. در اکثر روش‌های طراحی استفاده از تابع لیاپانوف عمومی برای آنالیز پایداری و طراحی کنترل‌کننده استفاده شده است. پیدا کردن تابع لیاپانوف عمومی برای کل زیرسیستم‌های خطی مدل شده با استفاده از مدل T-S می‌تواند طراحی را از انعطاف کمتری برخوردار سازد، بنابراین استفاده از تابع لیاپانوف فازی محدودیت پیدا کردن تابع لیاپانوف عمومی را به خوبی حل کرده و به طراحی انعطاف بالایی می‌دهد. در این آنالیز بر خلاف روش PDC توابع

- [10] H. K. Lam, Hongyi Li; C. Deters, E. L. Secco, H. A. Wurdemann, K. Althofer, "Control Design for Interval Type-2 Fuzzy Systems Under Imperfect Premise Matching", *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, Vol.61, no.2, pp.956-968, Feb. 2014.
- [11] S. Boyd, L.E. ghaoui, E. feron, and V. Balahrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and control Theory*. Philadelphia, PA: SLAM, Vol.15, SIAM studies in Applied Mathematics, 1994.
- [7] Tao Zhao, Jian Xiao, ye Li and YiXing Li, "A Fuzzy Lyapunov Function Approach to Stabilization of Interval Type-2 T-S Fuzzy Systems", *IEEE Control and Decision Conferences (CCDC)*, pp.2234-2238, 2013.
- [8] H. K. Lam and L. D. Seneviratne," Stability analysis of interval type-2 fuzzy-model-based-control systems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B*, Vol.38, no.3, pp. 617-628, Jun.2008.
- [9] H. K. Lam, M. Narimani, and L.d senevirtane, "LMI-based stability conditions for interval type-2 fuzzy logic based control systems," *in proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst.*, pp. 298-303, 2011.

طراحی کنترل کننده غیرخطی در نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر جهت بهبود قابلیت گذر از خطا در مد موتوری

محسن علیزاده بیدگلی^۱، سید محمد تقی بطحایی^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، m.alizadeh.b@ee.kntu.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، bathaee@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۰/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۲/۱۶)

چکیده: در این مقاله یک کنترل کننده غیرخطی برای یک نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر مبتنی بر ماشین القایی از دوسو تغذیه در مد موتوری ارائه می‌شود. کنترل کننده اصلی در این نوع نیروگاه‌ها شامل سه بخش می‌باشد که عبارتند از: کنترل کننده سمت موتور، کنترل کننده سمت شبکه و کنترل کننده پمپ-توربین. کنترل کننده‌های سمت موتور و شبکه در این مقاله بر اساس روش برداری طراحی می‌شوند. وجود مبدل‌های الکترونیک قدرت در نیروگاه‌های دور متغیر قابلیت گذر از خطای یک نیروگاه را تحت تاثیر قرار می‌دهند. بنابراین، نیروگاه‌های دور متغیر مجهز به مبدل پشت به پشت در کاربردهای صنعتی، توسط تجهیزات حفاظتی مثل کربار یا ترمز لینک مستقیم تجهیز می‌شوند تا اتصال ماشین به شبکه در طول خطا حفظ شود. اما در این مقاله یک سیگنال ورودی کمکی جدید مبتنی بر تئوری لیاپانوف طراحی می‌شود که به ولتاژ محور d از کنترل کننده برداری کلاسیک از مبدل سمت موتور اضافه می‌شود. نتایج شبیه سازی ارائه شده برای واحد توسط سیمولینک در زمان واقعی نشان می‌دهد، که سیگنال کمکی غیرخطی اضافه شده به کنترل کننده کلاسیک نه تنها نیاز موتور به ادوات حفاظتی قدیمی را برطرف می‌کند، بلکه پاسخ گذرای موتور را نیز تا حدودی بهبود می‌دهد.

کلمات کلیدی: ایستادگی در برابر خطا، کنترل برداری، کنترل غیرخطی، موتور القایی از دوسو تغذیه، نیروگاه تلمبه ذخیره ای دور

متغیر.

A Nonlinear Control Design for Variable Speed Pumped Storage Power Plants in order to Improve Fault Ride-Through Capability in Motor Mode

Mohsen Alizadeh Bidgoli, Seyed Mohammad Taghi Bathaee

Abstract: In this article, a nonlinear controller is designed for a pumped storage hydropower (PSH) based on doubly fed induction machine (DFIM) in the motor mode. The main controller of a variable speed PSH consists of three separate parts: motor side converter, grid side converter and pump-turbine guide vanes which are designed via stator voltage oriented vector control. Using the power electronics in DFIM-based application can be made the fault ride through issues. In industrial applications, the variable speed PSH uses a hardware protection, i.e. crowbar or dc link brake chopper, in order to maintain the connectivity to the grid during a fault. In this article, however, the motor side controller is modified by an effective input signal to be added to decoupled d-axis inner loop. It is shown that the proposed controller not only eliminates the need of conventional protection, but also improves the transient responses. Furthermore, it is demonstrated using real-time simulation in Matlab/Simulink that the credibility of the proposed controller.

Keywords: Fault ride through, vector control, nonlinear control, doubly fed induction motor, Variable speed pumped storage power plant.

۱- مقدمه

نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای در جهان برای ذخیره‌سازی انرژی جزء بالغ‌ترین روش‌ها می‌باشند و یا حتی می‌توان گفت، تنها روش صنعتی با ظرفیت بالا هستند که در کشورهای با شبکه قدرت به هم پیوسته بزرگ حداقل یک مورد از آن یافت می‌شود. با این حال هنوز هم مقالات زیادی در مورد سیاست‌گذاری این نوع ذخیره‌سازی در کشورهای بزرگ یافت می‌شوند [۱-۲]. همچنین یکی از مباحث مهم دیگر در شبکه‌های بزرگ استفاده از نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای در کنار انرژی-های تجدیدپذیر می‌باشد که می‌تواند محاسن زیادی را به همراه داشته باشد [۳]. با بررسی دقیق‌تر در مقالات چاپ شده می‌توان به وضوح دید که کارهای انجام شده در زمینه نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای به صورت کلی و با دید مدیریت انرژی در شبکه قدرت و یا ظرفیت نصب برای ذخیره‌سازی می‌باشند که از اهداف این مقاله به دور می‌باشد. امروزه، نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر مبتنی بر ماشین القایی از دوسو تغذیه (DFIM) در مد موتوری می‌توانند با تغییر دور، توان مصرفی موتور را تغییر داده و در کنترل فرکانس شبکه مشارکت کنند. لذا این نوع نیروگاه‌ها جایگاه ویژه‌ای را در کشورهای مختلف پیدا کرده‌اند که در این مقاله عملکرد آن‌ها در شرایط خطا برای مد موتوری مورد بحث قرار گرفته می‌شود.

بر اساس کدهای شبکه در هر کشور، نیروگاه‌های مختلف باید قابلیت گذر از خطا (FRT) را برای مدت زمان معین در خطای مشخص داشته باشند. واحدهایی که به ماشین القایی از دوسو تغذیه (DFIM) مجهز هستند نسبت به ماشین‌های سنکرون دارای رفتاری متفاوت در حین خطا می‌باشند. بررسی رفتار نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور ثابت مبتنی بر ماشین‌های سنکرون در شرایط خطا نشان می‌دهد، پایداری زاویه‌ای و تنظیم ولتاژ بعد از رفع خطا دو مشکل اساسی در نیروگاه‌های با این نوع ماشین می‌باشند [۴]. در حالیکه در نیروگاه‌های با DFIM، اضافه جریان در سیم پیچ‌های روتور و استاتور و همچنین اضافه ولتاژ لینک dc بین دو مبدل به عنوان مشکلات اصلی این نوع نیروگاه‌ها شناخته شده‌اند [۵-۶]. شایان توجه است که تاکنون مقالات زیادی در زمینه نیروگاه‌های دور متغیر از نوع ماشین‌های DFIM برای توربین بادی در مد ژنراتوری به منظور بهبود قابلیت گذر از خطا چاپ شده است، ولی نوآوری این مقاله طراحی یک کنترل کننده برداری بهبود یافته برای نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای در مد موتوری می‌باشد که تاکنون در مد ژنراتوری و برای توربین‌های بادی ارایه نشده است. در ادامه با معرفی روش‌های موجود در توربین‌های بادی که به منظور بهبود قابلیت گذر از خطا در ماشین‌های DFIM پیشنهاد شده‌اند، روش ارایه شده در این مقاله معرفی می‌شود.

راه‌حل‌های پیشنهادی مقالات برای بهبود قابلیت گذر از خطای ماشین‌های DFIM در مد ژنراتوری را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد که روش ارایه شده در این مقاله در دسته سوم است.

۱- راه حل اول استفاده از تجهیزات سخت‌افزاری است که با اتصال به سیستم در حین خطا بتواند از اضافه ولتاژ و اضافه جریان جلوگیری شود. با فعال شدن کروبار (crowbar) که در توربین‌های بادی صنعتی بسیار رایج است، سیم پیچ‌های روتور ماشین اتصال کوتاه شده و DFIM در حین خطا به ماشین القایی قفسه سنجایی تبدیل می‌شود. لذا در حین خطا ماشین توان راکتیو مغناطیس‌کنندگی خود را به جای روتور، از استاتور و از شبکه دریافت خواهد کرد، که این امر در ناپایداری حالت گذرای ماشین تاثیر به سزایی دارد [۷]. روش ترمز لینک مستقیم (DC-link brake chopper) روش دیگری است که در حین خطا برای هدر دادن انرژی اضافی لینک dc یک مقاومت توسط یک سوئیچ به دو سر خازن‌های لینک واسط موازی می‌شود [۸]. این روش در نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای صنعتی نیز به کار گرفته می‌شود [۹]. روش‌های دیگری که در مقالات پیشنهاد شده‌اند عبارتند از: استفاده از منبع ولتاژ سری [۱۰-۱۱]، استفاده از مقاومت سری با استاتور و یا روتور [۱۲].

۲- در برخی از مقالات می‌توان روش‌هایی را پیدا کرد که توسط سیستم کنترلی جدید برای مبدل سمت شبکه قابلیت گذر از خطای واحد را بهبود می‌دهند. در این مقالات سیستم کنترلی مبدل سمت شبکه می‌تواند در حین خطا، مقادیر مرجع جدید داشته باشد تا بتواند ولتاژ لینک dc را در مقدار نامی خود حفظ کند [۱۳-۱۴].

۳- از آنجاییکه علت اصلی اضافه جریان و اضافه ولتاژ بوجود آمده در شرایط خطا، ولتاژ القایی روی سیم پیچ‌های روتور در حین خطا می‌باشد [۱۵]، برخی از مقالات توسط کنترل مبدل سمت ماشین و ولتاژ اعمالی به روتور و بدون استفاده از تجهیزات سخت‌افزاری قابلیت گذر از خطای ماشین را افزایش می‌دهند.

از آنجاییکه نوآوری این مقاله ارایه روشی جدید در دسته سوم از مطالب گفته شده است، مقالات موجود در این زمینه در ادامه با دقت بیشتری بررسی می‌شود. برای اولین بار ایده استفاده از جبران‌سازی ولتاژ القایی روی سیم پیچ روتور به همراه مقاومت پسخور در سال ۲۰۰۵ با بررسی پایداری آن ارایه شد [۱۶]. در سال ۲۰۰۶ روشی دیگر مبتنی بر ایده قبلی برای حذف کروبار و گذر از خطا ارایه شد [۱۷]. در این روش با تخمین شار استاتور و اندازه‌گیری مولفه‌های dc و منفی، ولتاژ روتور به منظور جبران این مولفه‌ها توسط مبدل سمت ماشین تعیین می‌شود. این روش در سال ۲۰۱۱ با اضافه شدن سیگنال کنترل توان راکتیو و مقاومت فعال بهبود داده شده است [۱۸]. اگر چه این دو روش می‌توانند بدون استفاده از کروبار ولتاژ لینک dc را محدود و مبدل سمت موتور را از اضافه جریان‌های غیر مجاز مصون دارند، ولی تخمین صحیح مولفه شار و ریپل زیاد گشتاور ایجاد شده به دلیل وجود مولفه‌های غیر مثبت در آن کارایی این نوع روش‌ها را در حالت عملی به شدت کاهش می‌دهند. در [۱۹] به جای کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI) در حلقه داخلی از تنظیم کننده مبتنی بر هیستریزس بهبود یافته استفاده شده است. در این روش مقدار جریان مرجع بر اساس کد شبکه و مقدار اکتیو و راکتیو در حین

هد خالص سیستم که از مجموع بین هد اصطکاک و هد استاتیکی بدست می‌آید را با دبی خروجی پمپ نشان می‌دهد [۲۳].

$$\dot{Q}_p = (H'_s - H_p) / T_w \quad (1)$$

$$H_p = a_2 Q_p^2 + a_1 \omega_r |Q_p| + a_0 \omega_r \quad (2)$$

$$H'_s = H_s + (f_e + f_g) Q_p^2 \quad (3)$$

که T_w زمان شروع آب و ضرایب f_e و f_g به ترتیب ضرایب اصطکاک تلفات هد و تلفات در اثر بستن دریچه ورودی هستند. همچنین ضرایب a_0 ، a_1 و a_2 ضرایب ثابتی هستند که در پیوست ۱ آورده شده و بسته به نوع پمپ متفاوت بوده و برای تعیین منحنی پمپ به کار برده می‌شوند [۲۳]. در انتها می‌توان توان مکانیکی مصرف شده توسط پمپ را توسط (۴) نشان داد.

$$P_m = \frac{P_p}{\eta_p} H_p Q_p \quad (4)$$

که η_p بازدهی پمپ و η_p یک ضریب ثابت برای تبدیل مبنای پمپ به موتور است که به صورت (۵) تعریف می‌شود.

$$P_p = \frac{P_{np} (MW)}{S_{nm} (MVA)} \quad (5)$$

که P_{np} توان نامی توربین S_{nm} توان ظاهری نامی ماشین در مد موتوری است.

ماشین القایی از دو سو تغذیه: در مدل‌های موجود در مراجع، با

صرف نظر از دینامیک شار استاتور و در نظر گرفتن ولتاژ استاتور بر روی محور d ، می‌توان به مدل مرتبه سوم از یک ماشین القایی از دو سو تغذیه دست یافت. در این مدل جریان‌های روتور در محور dq به عنوان دو متغیر حالت با دینامیکی مطابق رابطه (۶) در نظر گرفته می‌شود [۶].

$$\frac{L'_r}{\omega_b} \frac{di_{dr}}{dt} = -R_r i_{dr} + s \frac{L_m}{L_s} \varphi_{qs} + s L'_r i_{qr} + v_{dr} \quad (6)$$

$$\frac{L'_r}{\omega_b} \frac{di_{qr}}{dt} = -R_r i_{qr} - s L'_r i_{dr} + v_{qr}$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{1}{2H} (T_e - T_m)$$

که L'_r اندوکتانس حالت گذرا در سیم پیچ روتور است که به صورت $L'_r = L_r - L_m^2 / L_s$ تعریف می‌شود.

از طرفی می‌توان روابط حاکم بر توان‌های اکتیو و راکتیو در مد موتوری را به صورت زیر نوشت.

$$P_e = \omega_r \varphi_s i_{qr} L_m / L_s \quad (7)$$

$$Q_s = (v_{qs}^2 - L_m v_{qs} i_{dr}) / L_s \quad (8)$$

مشخص است که توان اکتیو در این روش به جریان محور q وابسته است که این جریان نیز از طریق v_{qr} قابل کنترل است. همچنین توان

خطا و بر اساس سناریوهای متفاوت تعیین می‌شود. روش دیگری نیز توسط [۲۰-۲۱] مبتنی بر کنترل کننده برداری کلاسیک و با تغییر مقدار گشتاور مرجع در حین خطا پیشنهاد شده است. در این روش با صفر کردن مقدار گشتاور مرجع، انرژی مکانیکی وارد شده به ماشین به جای تلف شدن در کربوراب موجب افزایش سرعت توربین می‌شود. همچنین در [۲۲] برای گذر از خطا پیشنهاد شده است تا با استفاده از حداکثر ظرفیت مبدل برای تولید ولتاژ در حین خطا بتوان شار روتور در حین خطا را جبران کرده و از ایجاد اضافه ولتاژ لینک dc و اضافه جریان در سیم‌پیچ‌های ماشین جلوگیری کرد.

با این حال، روش پیشنهادی در این مقاله بر پایه کنترل برداری کلاسیک بنا نهاده شده که با اضافه شدن یک سیگنال کمکی غیرخطی در محور d از مبدل سمت موتور می‌تواند قابلیت گذر از خطای موتور را بهبود دهد. همچنین در این روش دو نوآوری قابل توجه را نسبت به روش‌های معرفی شده در توربین بادی می‌توان ذکر کرد. ۱- روش پیشنهادی در مقایسه با روش پیشنهادی مشابه در [۱۵] دارای این حسن است که سیستم تعریف شده در این مقاله از مدل کاهش یافته برای سیگنال کمکی بهره می‌گیرد که نسبت به مدل کامل پیشنهاد شده در [۱۵]، ساده‌تر و قابل پیاده سازی‌تر است. ۲- روش یاد شده در این مقاله برای افزایش قابلیت گذر از خطا در مد موتوری از نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر طراحی شده است که به نوبه خود برای اولین بار انجام شده است.

بر این اساس ادامه مقاله به صورت زیر ارائه می‌شود. در بخش دوم، مدلسازی اجزا مختلف ارائه می‌شود. در بخش سوم، طراحی کنترل کننده برداری کلاسیک برای مبدل سمت موتور و مبدل سمت شبکه ارائه می‌شود. همچنین در این بخش کنترل کننده پمپ نیز بیان می‌شود. در بخش ۴ سیگنال کمکی غیرخطی طراحی می‌شود. در بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی برای یک نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای با ظرفیت ۳۸۰ مگاوات آمپر داده می‌شود. در نهایت در بخش ۶، نتیجه‌گیری و پیشنهادها آورده شده است.

۲- مدلسازی اجزا مختلف

در این بخش مدل ریاضی قسمت‌های مختلف هیدرولیکی و الکتریکی برای طراحی کنترل کننده واحد دور متغیر بیان می‌شود.

تجهیزهای هیدرولیکی: تجهیزات اصلی غیر الکتریکی به کار

رفته در یک نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای را می‌توان سطوح بالا و پایین دست، مخزن فشار شکن، لوله‌های عبور آب (پنستاک) و پمپ-توربین را نام برد. شایان ذکر است که مدلسازی سیستم هیدرولیکی به منظور شبیه‌سازی سیستم آورده می‌شود و سیگنال کمکی ارائه شده در این مقاله به این مدلسازی وابسته نیست.

نقطه کار یک پمپ همیشه از تلاقی منحنی مشخصه سیستمی که در آن نصب شده و منحنی مشخصه خود پمپ بدست می‌آید. رابطه (۲) رابطه حاکم بر یک پمپ براساس سرعت، دبی آب خروجی پمپ و هد خالص بین پمپ و سطح بالادستی می‌باشد. همچنین رابطه (۳) رابطه بین

لازم به یادآوری است که طراحی کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله شامل دو قسمت می‌باشد. ۱- قسمت اول طراحی کنترل کننده برداری کلاسیک و تنظیم ضرایب پارامترهای کنترلی است که در این بخش آورده شده است. ۲- قسمت دوم که نوآوری اصلی مقاله نیز می‌باشد شامل طراحی سیگنال کمکی غیرخطی برای بهبود کنترل کننده برداری کلاسیک در گذر از خطا می‌باشد. این قسمت در بخش ۴ آورده می‌شود.

در مد موتوری باز شدن درپچه ورودی بر اساس حداکثر بازدهی پمپ تعیین می‌شود. مبدل سمت موتور، کنترل توان تولیدی توسط واحد (مشارکت در کنترل فرکانس شبکه) و همچنین ولتاژ استاتور (کنترل توان راکتیو) را بر عهده دارد. کنترل کننده مبدل سمت شبکه نیز دارای وظایف کنترل ولتاژ خازن لینک مستقیم و توان راکتیو مبادله شده از این مبدل را بر عهده دارد.

۳-۱- کنترل کننده مبدل سمت موتور

بر اساس روابط (۷) و (۸) می‌توان گفت برای کنترل توان اکتیو و راکتیو توسط ولتاژهای محور dq از مبدل سمت موتور، دو حلقه کنترلی پشت سرهم استفاده می‌شود. حلقه اول یا حلقه داخلی، حلقه کنترل جریان‌های روتور در محور dq می‌باشد که ورودی آن‌ها جریان روتور مرجع و خروجی آن ولتاژ روتور می‌باشد. معمولاً در مراجع از این حلقه با نام حلقه سریع نامیده می‌شود. حلقه کنترلی دوم یا خارجی که حلقه کند نامیده می‌شود دارای ورودی توان اکتیو/توان راکتیو (ولتاژ استاتور) و خروجی آن جریان روتور مرجع می‌باشد.

$$v_{dr}^* = k_{pr} (i_{dr}^* - i_{dr}) + k_{icr} \int (i_{dr}^* - i_{dr}) - sL_r' i_{qr} - s \frac{L_m}{L_s} \varphi_s \quad (10)$$

$$v_{qr}^* = k_{pr} (i_{qr}^* - i_{qr}) + k_{icr} \int (i_{qr}^* - i_{qr}) + sL_r' i_{dr} \quad (11)$$

که مقادیر i_{dr}^* و i_{qr}^* به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$i_{dr}^* = \frac{-L_s}{L_m \varphi_s} \left[k_{p\omega} (\omega_r^* - \omega_r) + k_{i\omega} \int (\omega_r^* - \omega_r) \right] + k_p (P_e^* - P_e) \quad (12)$$

$$i_{qr}^* = -k_{pv} (V_s^* - V_s) - k_{iv} \int (V_s^* - V_s) + Q_s \quad (13)$$

۳-۲- کنترل کننده مبدل سمت شبکه

مبدل سمت شبکه وظیفه کنترل ولتاژ لینک dc را به همراه کنترل توان راکتیو عبوری از سمت این مبدل به شبکه بر عهده دارد. این دو حلقه

راکتیو در این روش به جریان محور d وابسته است که این جریان نیز از طریق v_{dr} قابل کنترل است.

ترانس تحریک و ولتاژ خازن لینک مستقیم: برای مدل کردن

قسمت مبدل سمت شبکه معمولاً به دلیل وجود اندوکتانس در مسیر مبدل شبکه (اندوکتانس فیلتر در توربین‌های بادی و یا اندوکتانس نشستی ترانس تحریک در پمپ-توربین‌های تلمبه ذخیره‌ای) از دینامیک جریان عبوری از اندوکتانس‌ها برای مدل کردن این قسمت استفاده می‌شود. روابط حاکم بر ترانس تحریک با صرف نظر از دینامیک مبدل به صورت رابطه (۹) قابل ارایه است [۶]. شایان ذکر است که جهت جریان انتخابی از شبکه به سمت ترانس تحریک مثبت فرض می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{L_{tr}}{\omega_b} \frac{di_{dg}}{dt} &= -R_{tr} i_{dg} + L_{tr} i_{qg} - v_{dg} + v_{ds} \\ \frac{L_{tr}}{\omega_b} \frac{di_{qg}}{dt} &= -R_{tr} i_{qg} - L_{tr} i_{dg} - v_{qg} \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} &= -\frac{P_r}{V_{dc}} + \frac{P_g}{V_{dc}} \end{aligned} \quad (9)$$

که P_r و P_g به ترتیب توان اکتیو سمت روتور و شبکه هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

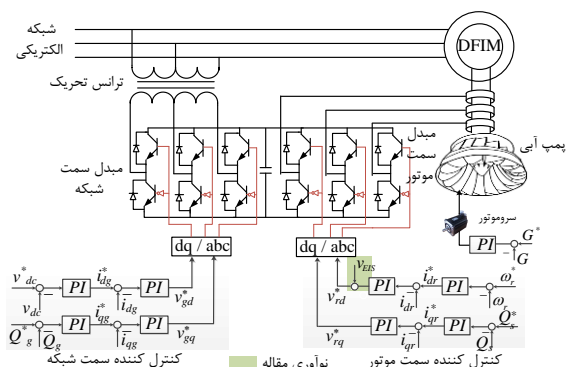
$$P_r = v_{dr} i_{dr} + v_{qr} i_{qr}, P_g = v_{dg} i_{dg} + v_{qg} i_{qg}$$

تا اینجا مدل قسمت‌های مختلف یک نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر مبتنی بر DFIM ارائه شد که می‌توان برای طراحی کنترل کننده کلاسیک و شبیه سازی سیستم از آن استفاده کرد. در بخش بعد نحوه طراحی کنترل کننده برای قسمت‌های مختلف توضیح داده می‌شود.

۳- طراحی کنترل کننده برداری کلاسیک

کنترل کننده نیروگاه در مد موتوری به سه قسمت مجزا تقسیم می‌شود:

- ۱- کنترل کننده مبدل سمت موتور ۲- کنترل کننده مبدل سمت شبکه،
- ۳- کنترل کننده پمپ.

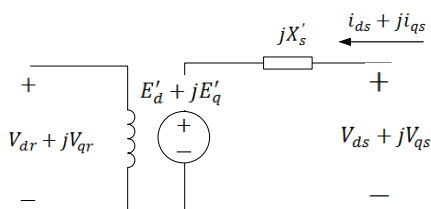


شکل ۱: شماتیک کنترل کننده پیشنهادی در مقاله برای یک واحد تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر با مبدل پشت به پشت

طبق کدهای استاندارد در هر شبکه، نیروگاه‌های دور متغیر مبتنی بر DFIM نیاز به استفاده از تجهیزات گذر از خطا دارند [۷]. رایج‌ترین تجهیزاتی که در نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند ترمز لینک dc است [۹]. برای روشن شدن دلیل پیشنهاد سیگنال کمکی در این مقاله، نحوه عملکرد این تجهیز به طور مختصر توضیح داده می‌شود. ترمز لینک dc از یک سوئیچ و یک مقاومت تشکیل شده است که با لینک dc موازی می‌شود [۸]. در شرایط خطا اضافه ولتاژ بوجود آمده بر روی سیم‌پیچ‌های روتور می‌تواند باعث عبور جریان گذرای شدیدی از سیم‌پیچ‌های روتور شود. همچنین، این اضافه جریان موجب ایجاد اضافه ولتاژ در لینک dc می‌شود. برای رفع مشکل اضافه ولتاژ در لینک dc، مقاومت موازی با لینک dc در حین خطا توسط سوئیچ فعال شده و انرژی اضافی موجود در لینک dc در این مقاومت تلف می‌شود. از طرفی برای رفع مشکل اضافه جریان در سیم‌پیچ‌های روتور، مبدل سمت موتور در حین خطا از موتور جدا می‌شود [۸]. از این رو، اتلاف انرژی در مقاومت موازی با لینک dc، از دست رفتن کنترل مبدل سمت موتور به دلیل جدا شدن این مبدل از موتور در حین خطا و هزینه نصب ترمز لینک dc از معایب اصلی این روش به شمار می‌روند.

با توجه به مطالب گفته شده، در این مقاله یک سیگنال کمکی پیشنهاد و طراحی می‌شود تا ولتاژ القایی روی سیم‌پیچ‌های روتور در حین خطا توسط این سیگنال جبران شود. در بخش ۲ مدل‌سازی و طراحی کنترل کننده برداری کلاسیک برای یک واحد تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر انجام گرفت. برای ارتقا کنترل کننده برداری کلاسیک توسط یک ورودی کمکی دو موضوع را باید مورد توجه قرار دهیم. ۱- از آنجا که کنترل کننده غیرخطی کمکی برای لحظات گذرا طراحی می‌شود، نیاز است تا مدل ماشین مجدداً بر اساس الگوهای آرایه شده در مراجع بازنویسی شود و از این مدل برای طراحی کنترل کننده ورودی کمکی استفاده شود. ۲- ورودی کمکی تعریف شده برای ارتقا سرعت عملکرد حلقه‌های خارجی در مبدل سمت موتور به کار گرفته می‌شوند، لذا در طراحی این ورودی متغیرهایی در نظر گرفته خواهند شد که حلقه‌های خارجی را تشکیل می‌دهند (توان اکتیو و ولتاژ استاتور).

یکی از مدل‌های معروف ماشین‌های القایی، در نظر گرفتن ولتاژ حالت گذرا پشت راکتانس گذرا برای مدار روتور و صرف نظر از دینامیک مدار استاتور می‌باشد. از آنجا که در مدل‌سازی انجام شده در بخش ۲ تمامی جریان‌ها به صورت موتوری (به سمت داخل ماشین مثبت) در نظر گرفته شد، لذا در این قسمت نیز از همین فرض استفاده می‌کنیم. به عبارتی دیگر روابط موجود در ماشین طوری بازنویسی خواهند شد که شکل ۲ برقرار شود.



کنترلی با به کارگیری استراتژی ولتاژ استاتور در جهت محور d، به ترتیب بر روی محورهای d و q قرار خواهند گرفت.

طبق روش‌های تنظیم ضرایب جبران کننده در حلقه‌های پشت سرهم در مرجع [۲۴] پهنای باند حلقه بسته جریان (حلقه داخلی) ۱۰-۲۰ درصد از فرکانس سوئیچینگ مبدل و پهنای باند حلقه‌های خارجی باید حدود ۱۰ درصد از پهنای باند حلقه بسته جریان روتور (حلقه داخلی) تعیین شوند.

مقادیر مرجع برای ولتاژ محورهای dq از مبدل سمت شبکه به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$v_{dg}^* = -k_{pcg} (i_{dg}^* - i_{dg}) - k_{icg} \int (i_{dg}^* - i_{dg}) + L_{tr} i_{qg} + v_{ds} \quad (14)$$

$$v_{qg}^* = -k_{pcg} (i_{qg}^* - i_{qg}) - k_{icg} \int (i_{qg}^* - i_{qg}) - L_{tr} i_{dg} \quad (15)$$

که مقادیر i_{dg}^* و i_{qg}^* به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$i_{dg}^* = k_{pvdc} (V_{dc}^* - V_{dc}) + k_{ivdc} \int (V_{dc}^* - V_{dc}) \quad (16)$$

$$i_{qg}^* = k_{ppf} (Q_g^* - Q_g) + k_{ipf} \int (Q_g^* - Q_g) \quad (17)$$

۳-۳ کنترل کننده پمپ

مقدار درجه ورودی در مد پمپی، بر اساس حداکثر بازدهی پمپ تعیین می‌شود [۲۵]. مطابق شکل ۱، با مقایسه مقدار درجه ورودی پمپ یعنی G و مقدار مرجع G^* ، ولتاژ ورودی مرجع برای اعمال به سروموتور یعنی v_{sm_p} مطابق رابطه (۱۸) تعیین می‌شود.

$$v_{sm_p} = k_{pg} (G^* - G) + k_{ig} \int (G^* - G) \quad (18)$$

شایان ذکر است که تنظیم ضرایب کنترلی نشان داده شده در این بخش با روش‌های رایج در مراجع [۲۴] انجام شده است که توضیح آن از اهداف مقاله به دور است. ضمناً همگی این مقادیر در جدول ۱ آورده شده‌اند.

جدول ۱: ضرایب سیستم کنترلی کلاسیک

مقادیر ضرایب کنترلی تناسبی و انتگرالی					
k_{pw}	۲/۳	k_{pvdc}	۸	k_{pg}	۵
k_{iv}	۰/۲	k_{ivdc}	۴۰۰	k_{ig}	۰/۴
k_{pv}	۰/۹	k_{ppf}	۰/۱	k_p	۰/۵
k_{iv}	۰/۱	k_{ipf}	۰/۱		
k_{pcr}	۱۰	k_{pcg}	۵۰		
k_{icr}	۰/۱	k_{icg}	۱/۵		

۴- طراحی کنترل کننده پیشنهادی

$$f^T(x)Px + x^T Pf(x) = 0 \quad (26)$$

که ماتریس P از حل معادله لیاپانوف یعنی رابطه (۲۷) برای سیستم خطی با ماتریس A' بدست می‌آید.

$$A'^T P + PA' = -Q \quad (27)$$

که ماتریس Q می‌تواند هر ماتریس مثبت معین دلخواه باشد [۲۶].
لم ۱: در یک سیستم خطی با مرتبه n و ماتریس‌های A و B در صورتی که ماتریس کنترل پذیری Φ_c و رویت پذیری Φ_0 تعریف شده در (۲۸) دارای رتبه کامل باشند، ماتریس فیدبک حالت k وجود دارد که بتوان سیستم را به صورت پایدار طراحی نمود.

$$\Phi_c = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (28)$$

$$\Phi_0 = [C \quad CA \quad \dots \quad CA^{n-1}]^T$$

اثبات لم ۱: به مرجع [۱۲] مراجعه شود.

اثبات قضیه ۱: با بررسی پایداری مجانبی سیستم تعریف شده در (۲۴) بر اساس تئوری لیاپانوف می‌توان قضیه ۱ را اثبات نمود. برای رسیدن به این هدف، در ابتدا کاندیدای تابع لیاپانوف را به صورت تابع درجه دوم مثبت معین که یکی از متداول‌ترین انتخاب‌ها به عنوان تابع انرژی است به صورت (۲۹) تعریف می‌کنیم.

$$V(x) = 0.5x^T Px > 0 \quad (29)$$

که ماتریس P از حل رابطه (۲۷) که به معادله لیاپانوف برای سیستم‌های خطی پیوسته معروف است محاسبه می‌شود [۲۶]. شایان ذکر است که ماتریس A' مربوط به قسمت خطی رابطه (۲۴) است که ورودی آن با فیدبک حالت طراحی شده و پایداری سیستم خطی تضمین می‌شود.

از طرفی طبق روش مستقیم لیاپانوف [۲۶]، یک سیستم با تابع انرژی مثبت معین در صورتی پایدار خواهد بود که مشتق تابع انرژی و یا تغییرات انرژی تعریف شده منفی باشد. این مطلب به صورت ریاضی با رابطه $\dot{V}(x) < 0$ تعریف می‌شود. برای همین از رابطه (۲۹) مشتق گرفته و با استفاده از رابطه (۲۵) به صورت (۳۰) بازنویسی می‌کنیم.

$$\dot{V}(x) = 0.5(A'x + f(x))^T Px + 0.5x^T P(A'x + f(x)) \quad (30)$$

با مرتب کردن رابطه (۳۰) خواهیم داشت

$$\dot{V}(x) = \underbrace{0.5x^T (A'^T P + PA')x}_{Linear} + \underbrace{0.5(f^T(x)Px + x^T Pf(x))}_{Nonlinear} \quad (31)$$

اگر رابطه (۳۱) یک تابع منفی معین باشد یعنی $\dot{V}(x) < 0$ ، سیستم پایدار خواهد بود. قسمت اول رابطه (۳۱) که با Linear مشخص شده

شکل ۲: مدار معادل حالت گذرا برای یک ماشین القایی از دو سو تغذیه

در نتیجه می‌توان گفت که:

$$jE' = \frac{L_m}{L_r} \varphi_r \quad (19)$$

$$X'_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}$$

که X'_s راکتانس گذرا سیم پیچ استاتور است. با انتخاب دو متغیر تعریف شده در رابطه (۱۹) می‌توان روابط معروف ماشین در (۶) را مجدداً به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\frac{1}{\omega_b} \frac{dE'_d}{dt} = -\frac{1}{T_o'} \left(E'_d + \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs} \right) + sE'_q - \frac{L_m}{L_r} v_{qr} \quad (20)$$

$$\frac{1}{\omega_b} \frac{dE'_q}{dt} = -\frac{1}{T_o'} \left(E'_q - \frac{L_m^2}{L_r} i_{ds} \right) - sE'_d + \frac{L_m}{L_r} v_{dr}$$

که $T_o' = L_r / R_r$ ثابت زمانی مدار باز استاتور است و رابطه ولتاژ استاتور و ولتاژ گذرا با یکدیگر به صورت زیر نشان داده می‌شود.

$$\begin{aligned} v_{ds} &= R_s i_{ds} - X'_s i'_{qs} + E'_d \\ v_{qs} &= R_s i_{qs} - X'_s i'_{ds} + E'_q \end{aligned} \quad (21)$$

همچنین می‌توان توان راکتور و گشتاور الکتریکی را به صورت (۲۲) برای مد موتوری بدست آورد.

$$\begin{aligned} T_e &= E'_d i_{ds} + E'_q i_{qs} \\ Q_s &= -E'_d i_{qs} + E'_q i_{ds} \end{aligned} \quad (22)$$

قضیه ۱: یک سیستم زمان-پیوسته غیرخطی با متغیر حالت x و ورودی u مطابق رابطه (۲۳) را مد نظر قرار دهید.

$$\dot{x} = F(x) + G(x, u) \quad (23)$$

فرض می‌شود سیستم معادله (۲۳) را حول نقطه کار خطی کرده و معادلات به صورت (۲۴) بازنویسی شود.

$$\dot{x} = Ax + Bu + f(x) \quad (24)$$

که ماتریس A و B ماتریس‌های خطی شده حالت و ورودی سیستم غیرخطی حول نقطه کار و همچنین ماتریس $f(x)$ قسمت غیرخطی معادلات سیستم فرض می‌شوند. همچنین فرض می‌شود متغیرهای حالت سیستم خطی بدست آمده رویت پذیر بوده و ورودی این سیستم کنترل پذیر بوده، لذا ورودی‌های سیستم توسط فیدبک حالت $u = -kx$ طراحی می‌شوند و می‌توان سیستم خطی جدید با تعریف $A' = A - Bk$ را به صورت زیر بیان کرد.

$$\dot{x} = A'x + f(x) \quad (25)$$

در این صورت سیستم تعریف شده در (۲۵) پایدار است اگر

حالت‌های گذرا و برای طراحی کنترل کننده کمکی در مبدل سمت موتور صرف نظر می‌شود ($\Delta P_m = 0$). با در نظر گرفتن این نکته و معادلات حالت گذرا برای بدست آوردن مشتق متغیرهای تعریف شده در معادلات (۲۰) و (۲۱) می‌توان دینامیک خطاهای تعریف شده را به صورت (۳۵) محاسبه کرد.

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} e_2 \\ \frac{\omega_b}{2H} \left[\begin{array}{l} (e_3 + T_e^*)/T_o' - (1 - (e_1 + \omega_r^*))Q_s \\ + (v_{dr}i_{qs} - v_{qr}i_{ds})L_m/L_r \end{array} \right] \\ \omega_b \left[\begin{array}{l} (e_3 + T_e^*)/T_o' - (1 - (e_1 + \omega_r^*))Q_s \\ + (v_{dr}i_{qs} - v_{qr}i_{ds})L_m/L_r \end{array} \right] \\ \omega_b \left[\begin{array}{l} -((e_4 + V_{ds}^*)/T_o' - R_s i_{ds} + L_s i_{qs}) + \\ (1 - (e_1 + \omega_r^*))(-R_s i_{qs} - X_s' i_{ds}) \\ - v_{qr}L_m/L_r \end{array} \right] \end{bmatrix} \quad (35)$$

حال برای جدا کردن قسمت‌های خطی و غیرخطی خطا از یکدیگر، معادلات دینامیک خطا در (۳۵) به فرم معادله (۲۴) بازنویسی می‌شوند. که ماتریس A و B مرتبط با سیستم خطی شده حول صفر و ماتریس $f(e)$ جملات غیرخطی سیستم تعریف شده را نشان می‌دهند، که به صورت (۳۶) بدست خواهند آمد. ماتریس e ماتریس خطای تعریف شده طبق (۳۴)، u ماتریس ورودی سیستم شامل ولتاژ محور dq از مبدل سمت ماشین، v_{dr} و v_{qr} ، طبق رابطه (۳۳) و $f(e)$ ماتریس قسمت غیرخطی دینامیک خطا طبق (۳۶) می‌باشد. قابل توجه است که سیگنال ورودی کمکی نیز که در این بخش به عنوان نوآوری ذکر شد در ماتریس $f(e)$ ظاهر می‌شود.

است نشان دهنده تاثیر سیستم خطی تعریف شده در رابطه (۲۴) بر روی مشتق تابع لیاپانوف خواهد بود. طبق توضیحات داده شده در قبل و برقرار بودن رابطه (۲۷)، قسمت اول رابطه (۳۱) منفی خواهد بود. برای منفی شدن کل رابطه (۳۱)، باید قسمت دوم (Nonlinear) صفر شود، یعنی

$$f^T(x)Px + x^T Pf(x) = 0 \quad (32)$$

□

همانطور که گفته شد، در این بخش یک سیگنال کمکی غیرخطی برای مبدل سمت موتور در نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر طراحی می‌شود. به عنوان یادآوری متذکر می‌شود که در روش کنترل کننده برداری کلاسیک که در بخش ۲ طراحی شد، ولتاژ روتور در محورهای dq برای مبدل سمت موتور از طریق دو حلقه کنترلی پشت سرهم روی هر محور ایجاد شده و اهداف کنترلی تعیین شده توسط مبدل برآورده می‌شوند. در حالیکه، در کنترل برداری بهبود یافته ولتاژ بدست آمده از محور d با سیگنال کمکی غیرخطی جمع شده و به مدولاسیون پهنای پالس برای تولید آرایش سوئیچینگ مبدل داده می‌شود، که به صورت ریاضی می‌توان معادله (۳۳) را نوشت.

$$\begin{aligned} v_{dr}^* &= v_{dr_vec}^* + v_{EIS} \\ v_{qr}^* &= v_{qr_vec}^* \end{aligned} \quad (33)$$

برای طراحی سیگنال کمکی v_{EIS} ، در ابتدا یک سیستم کاهش یافته با مرتبه ۴ از نیروگاه شامل مبدل سمت موتور در نظر گرفته می‌شود. سپس معادلات حالت این سیستم را شبیه معادله (۲۳) و (۲۴) مرتب می‌کنیم. سپس با استفاده از قضیه ۱ سیگنال کمکی v_{EIS} طوری محاسبه می‌شود که پایداری مجانبی این سیستم تضمین شود.

همانطور که گفته شد طراحی سیگنال کمکی بر اساس ایده جبران ولتاژ القایی روی سیم‌پیچ‌های روتور در شرایط خطا و افزایش سرعت عملکرد حلقه‌های خارجی مبدل سمت موتور انجام می‌شود. از طرفی چون نوع کنترل مبدل سمت موتور در این تحقیق حالت کنترل ولتاژ است (نه کنترل ضریب توان) لذا دو متغیر انحراف توان اکتیو ΔP_e و انحراف ولتاژ استاتور ΔV_s دو متغیری است که باید در طراحی کنترل کننده کمکی به کار گرفته شود. همچنین از آنجا که سرعت روتور و تغییرات سرعت روتور به دینامیک توان اکتیو وابسته هستند. این دو پارامتر نیز به دو متغیر قبلی اضافه خواهند شد. متغیرهای در نظر گرفته شده به صورت زیر مرتب می‌شوند.

$$e = [e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad e_4]^T \quad (34)$$

$$\begin{aligned} e_2 &= \Delta \dot{\omega} = \dot{\omega}, e_1 = \Delta \omega_r = \omega_r - \omega_r^* \\ e_4 &= \Delta V_s = V_s - V_s^*, e_3 = \Delta P_e = P_e - P_e^* \end{aligned}$$

این نکته باید در نظر گرفته شود، اگرچه متغیر سرعت و تغییرات آن را در محاسبات برای طراحی ورودی کمکی به حساب می‌آوریم، ولی به دلیل کند بودن دینامیک پمپ-توربین از تغییرات توان مکانیکی در

۱، سیگنال کمکی موجود در قسمت غیرخطی نیز محاسبه می‌شود. ورودی قسمت خطی با استفاده از روش تنظیم کننده مرتبه دوم بهینه (LQR) که یک روش طراحی کنترل کننده بهینه برای سیستم‌های خطی است طراحی می‌شود، یعنی $u = -ke$. طبق تعریف تنظیم کننده مرتبه دوم بهینه، ضرایب فیدبک حالت (k) طوری طراحی می‌شوند که تابع هزینه در رابطه (۳۸) مینیمم شود.

$$J = \int_0^{\infty} (e^T H e + u^T R u) dt \quad (38)$$

که ماتریس‌های H و R به ترتیب ماتریس‌های قطری وزنی برای متغیرهای حالت و متغیرهای ورودی هستند. همچنین در طراحی فرض شده است که متغیرهای حالت تعریف شده در (۳۵) رویت پذیر و ورودی‌ها کنترل پذیر باشند.

طبق قضیه ۱ سیستم غیرخطی طراحی شده با فیدبک حالت خطی در صورتی پایدار است که رابطه (۳۲) برقرار باشد. در صورتی که ماتریس Q در رابطه (۲۷) یعنی معادله لیاپانوف متقارن باشد، ماتریس P نیز از حل همین معادله متقارن خواهد بود. لذا می‌توان رابطه (۳۲) را به صورت زیر نوشت.

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (39)$$

حال با جایگزین کردن مقادیر f_1 تا f_4 از روابط (۳۶) و برقراری رابطه (۳۹) خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} & \left(f_2'(e) + \frac{\omega_b L_m}{2HL_r} i_{qs} v_{EIS} \right) \sum_{i=1}^4 e_i P_{i2} + \\ & \left(f_3'(e) + \frac{\omega_b L_m}{L_r} i_{qs} v_{EIS} \right) \sum_{i=1}^4 e_i P_{i3} + \\ & f_4'(e) \sum_{i=1}^4 e_i P_{i4} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

در نتیجه سیگنال کمکی v_{EIS} به صورت (۴۱) بدست خواهد آمد.

$$v_{EIS} = \frac{f_2'(e) \sum_{i=1}^4 e_i P_{i2} + f_3'(e) \sum_{i=1}^4 e_i P_{i3} + f_4'(e) \sum_{i=1}^4 e_i P_{i4}}{-\frac{\omega_b L_m}{L_r} i_{qs} \sum_{i=1}^4 e_i P_{i3} - \frac{\omega_b L_m}{2HL_r} i_{qs} \sum_{i=1}^4 e_i P_{i2}} \quad (41)$$

اگر سیگنال خطا در رابطه (۴۱) صفر شود، سیگنال کمکی تعریف شده در این رابطه مبهم می‌شود. ولی از روابط (۳۹) و (۴۰) مشخص است

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\omega_b Q_{s0}}{2H} & 0 & \frac{\omega_b}{2HT_o} & 0 \\ \omega_b Q_{s0} & 0 & \frac{\omega_b}{T_o} & 0 \\ X_s' \omega_b i_{ds0} + \omega_b R_s i_{qs0} & 0 & 0 & -\frac{\omega_b}{T_o} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\omega_b L_m}{2HL_r} i_{qs0} & -\frac{\omega_b L_m}{2HL_r} i_{ds0} \\ \frac{\omega_b L_m}{L_r} i_{qs0} & -\frac{\omega_b L_m}{L_r} i_{ds0} \\ 0 & -\frac{\omega_b L_m}{L_r} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$f(e) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_2'(e) + \frac{\omega_b L_m}{2HL_r} i_{qs} v_{EIS} \\ f_3'(e) + \frac{\omega_b L_m}{L_r} i_{qs} v_{EIS} \\ f_4'(e) \end{bmatrix}$$

همچنین $f_2'(e)$ ، $f_3'(e)$ ، $f_4'(e)$ به صورت (۳۷) محاسبه می‌شوند.

$$f_2'(e) = \frac{\omega_b}{2H} \begin{bmatrix} \frac{T_e^*}{T_o} - s^* Q_s + e_1 (Q_s - Q_{s0}) + \\ \frac{L_m}{L_r} \left(-v_{qr} (i_{ds} - i_{ds0}) + \right. \\ \left. v_{dr} (i_{qs} - i_{qs0}) \right) \end{bmatrix}$$

$$f_3'(e) = \omega_b \begin{bmatrix} \frac{T_e^*}{T_o} - s^* Q_s + e_1 (Q_s - Q_{s0}) - \\ \frac{L_m}{L_r} \left(v_{qr} (i_{ds} - i_{ds0}) - \right. \\ \left. v_{dr} (i_{qs} - i_{qs0}) \right) \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$f_4'(e) = \omega_b \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_o} (V_{ds}^* - R_s i_{ds} + L_s i_{qs}) + \\ s^* (-R_s i_{qs} - X_s' i_{ds}) + \\ (R_s (i_{qs} - i_{qs0}) + X_s' (i_{ds} - i_{ds0})) e_1 \end{bmatrix}$$

که بالا نویس* و زیر نویس 0 به ترتیب به مقادیر مرجع و نقطه کار اشاره دارند.

قابل توجه است که سیستم تعریف شده در (۳۵) دارای دو قسمت خطی و غیرخطی است. ورودی قسمت خطی توسط فیدبک حالت طراحی می‌شود. در نهایت با بررسی پایداری مجانبی این سیستم با قضیه

جدول ۳: پارامترهای پمپ-توربین آبی

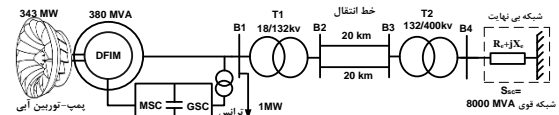
پمپ-توربین آبی				
$1/4$	a_0	$4/41$	m	D_{ref}
$-0/2$	a_1	۳۴۳	MW	P_n
$-0/3$	a_2	۴۵۰	rpm	N_n
$0/1$	f_e	۵۴/۳۸	m^3/sec	Q_n
$0/01$	f_g	۷۰۹/۲	m	H_n

نتایج نشان داده شده در شکل ۴ پاسخ شبیه‌سازی یک نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر در مد موتوری با استراتژی‌های قابلیت گذر از خطای متفاوت را نشان می‌دهد. حالت اول بدون به کارگیری هرگونه تجهیز اضافی برای گذر از خطاست (without FRT). همچنین حالت‌های دیگر با استفاده از چاپر ترمز لینک مستقیم (DC-link brake chopper) و با وجود کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله (Advanced FRT) نشان داده شده‌اند. از این به بعد هر یک از این روش‌ها به ترتیب با حالت اول تا سوم ذکر خواهند شد. شکل ۴-الف ولتاژ لینک dc را نشان می‌دهد. طبق این شکل به طور واضح مشخص است که اگر هیچ روش گذر از خطایی به کار گرفته نشود، ولتاژ لینک dc به بیشتر از ۲ برابر مقدار نامی خواهد رسید. در حالیکه با استفاده از حالت دوم و سوم ولتاژ لینک dc در محدوده بین $\pm 20\%$ از مقدار نامی حفظ شود. شکل ۴-ب جریان روتور را نشان می‌دهد. نوسانات در حالت اول و دوم تفاوتی را نشان نمی‌دهند، ولی با به کارگیری روش ارائه شده در این مقاله محدوده نوسانات تا ۲ پریونیت کاهش می‌یابد. توان اکتیو و راکتیو عبوری از موتور در شکل ۴-ج و د نشان داده شده‌اند که طبق این شکل‌ها به چند نکته می‌توان اشاره کرد. اول اینکه توان اکتیو مصرفی توسط موتور در حین خطا بر اساس توان مصرفی ترانس تحریک تعیین می‌شود. این توان نیز بر اساس ولتاژ شبکه که در حین خطا صفر شده است و ولتاژ اعمالی مبدل سمت شبکه بستگی دارد. طبق شکل در حالت سوم توان اکتیو کمتر شده که البته تا حدودی ممکن است تا حدودی اثر مخربی بر روی نقش موتور در کنترل فرکانس شبکه داشته باشد. همچنین در مورد توان راکتیو نیز در دو حالت دوم و سوم در حین خطا یکسان و صفر است. دلیل این امر هم صفر شدن ولتاژ شبکه و استاتور است. ولی به محض رفع خطا، توان راکتیو بیشتری در حالت سوم از شبکه نسبت به حالت دوم جذب می‌شود که این موضوع موجب می‌شود تا ولتاژ استاتور در حالت دوم نسبت به روش پیشنهادی با تاخیر قابل اغماضی به مقدار نامی برگردد (شکل ۴-و). یکی دیگر از مزایای استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله را می‌توان در نوسانات کمتر گشتاور الکتریکی بر روی شفت دانست (طبق شکل ۴-ف). نوسانات گشتاور الکتریکی بر روی شفت و تجهیزات مکانیکی دیگر در حین خطا می‌تواند عمر مفید این تجهیزات را به شدت کاهش دهد.

که اگر ماتریس e صفر شود رابطه (۳۲) برقرار بوده و سیگنال کمکی v_{EIS} می‌تواند بای پس شود. این موضوع نشان می‌دهد که سیگنال کمکی فقط در حالت‌های گذرا و غیر دائمی دارای مقدار بوده و در حالت دائمی کنترل کننده این مقاله و کنترل کننده برداری کلاسیک هیچ فرقی با هم نخواهند داشت. اما اگر هر یک از متغیرهای کنترلی از مقدار مرجع فاصله بگیرند (در حین خطا) سیگنال کمکی با افزودن ولتاژ به صورت مستقیم، پاسخ سیستم را در گذر از خطا بهبود می‌بخشد.

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش برای آزمودن کنترل کننده پیشنهادی، یک نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر متصل به شین بی‌نهایت از طریق دو ترانس افزاینده و دو خط انتقال مطابق شکل ۳ شبیه‌سازی و نتایج ارائه می‌شود.



شکل ۳: شمای کلی یک نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر متصل به شین بی-نهایت

اطلاعات ماشین و پمپ-توربین در جدول ۲ و جدول ۳ آورده شده‌اند. برای سنجش عملکرد روش گذر از خطا که در این بخش از مقاله پیشنهاد شده است، نتایج شبیه‌سازی برای یک خطای سه فاز در نزدیکی شینه موتور یعنی B_1 ارائه خواهد شد.

با در نظر گرفتن ماتریس‌های قطری H و R به ترتیب به صورت $H = \text{diag} [0.01 \ 1 \ 2 \ 1]$ و $R = \text{diag} [1 \ 1]$ و نقطه کار برای نقطه کار $w_{ref}=1.04 \text{ p.u.}$, $P_{ref}=0.8 \text{ p.u.}$, $Q_{ref}=-0.1$ ماتریس فیدبک حالت k به صورت زیر بدست آورده می‌شود.

$$k = \begin{bmatrix} 2.2134 & -0.0234 & 2.3676 & -1.4769 \\ 0.5031 & 0.0367 & -2.0896 & -1.6768 \end{bmatrix}$$

علاوه بر این با در نظر گرفتن ماتریس Q برای حل معادله لیاپانوف به صورت ماتریس واحد یعنی $Q = \text{diag} [1 \ 1 \ 1 \ 1]$ ماتریس P از حل این معادله برای نقطه کار مشخص شده به صورت زیر بدست آورده می‌شود.

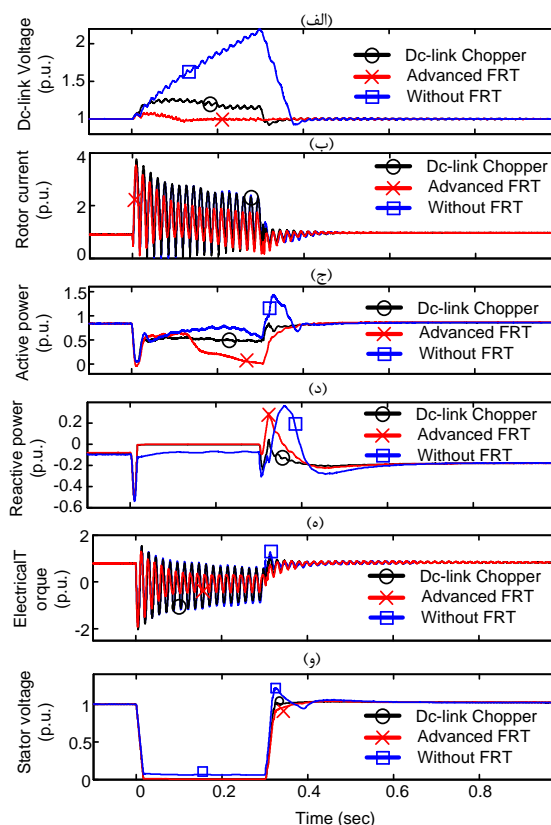
$$P = \begin{bmatrix} 0.6357 & -0.5 & 0.0132 & -0.0032 \\ -0.5 & 0.7448 & -0.0057 & 0.0044 \\ 0.0132 & -0.0057 & 0.0017 & -0.0015 \\ -0.0032 & 0.0044 & -0.0015 & 0.0027 \end{bmatrix}$$

جدول ۲: پارامترهای ماشین القایی از دو سو تغذیه با توان ۳۸۱ MVA (واحد پارامترهایی که ذکر نشده در مبنای یکایی است)

ماشین القایی از دو سو تغذیه							
$0/3$	F	C	$4/45$	kV	V_{den}	$4/26$	L_s
7	$\%$	S	$381/1$	MVA	S_n	$4/272$	L_r
$7/7$	sec	H	$361/07$	MVA	S_{ns}	$0/0174$	R_s
60	Hz	f	$49/25$	MVA	S_{n-RSC}	$0/002$	R_r
16	P	P	$26/93$	MVA	S_{n-GSC}	4	L_m

مراجع:

- [1] Z. Ming, Z. Kun, L. Daoxin "Overall review of pumped-hydro energy storage in China: Status quo, operation mechanism and policy barriers" *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 17, pp. 35-43, 2013.
- [2] G. Ardizzon, G. Cavazzini, G. Pavesi "A new generation of small hydro and pumped-hydro power plants: Advances and future challenges" *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 31, pp. 746-761, 2014.
- [3] P. Punys, R. Baublys, E. Kasiulis, A. Vaisvila, B. Pelikan, J. Steller "Assessment of renewable electricity generation by pumped storage power plants in EU Member States" *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 26, pp. 190-200, 2013.
- [4] M. Alizadeh Bidgoli, S.M.T. Bathaee "Full-state Variables Control of a Grid-connected Pumped Storage Power Plant Using Non-linear Controllers" *Elect. Power Comp. Syst.*, vol. 43, pp. 1-11, 2015.
- [5] J. Morren and S. W. H. de Haan, "Short-Circuit Current of Wind Turbines with Doubly Fed Induction Generator" *IEEE Trans. Energy. Conv.*, vol. 22, pp. 174-180, 2007.
- [6] M. Alizadeh Bidgoli, S.M.T. Bathaee, A. Shabani "Design a nonlinear auxiliary input for DFIG-based application using Lyapunov theory," 5th Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference, 2014.
- [7] G. Pannell, D. J. Atkinson and, B. Zahawi, Minimum-Threshold Crowbar for a Fault-Ride-Through Grid-Code-Compliant DFIG Wind Turbine, *IEEE Trans. Energy. Conv.*, vol. 25, pp. 750-759, 2010.
- [8] G. Pannell, B. Zahawi, D. J. Atkinson and P. Missailidis, Evaluation of the Performance of a DC-Link Brake Chopper as a DFIG Low-Voltage Fault-Ride-Through Device, *IEEE Trans. Energy. Conv.*, vol. 28, pp. 535-542, 2013.
- [9] S. Auber, Power on tap from variable speed pumped water storage scheme, ABB Com. (2012) [Online] Available: http://www.ee.co.za/wp-content/uploads/legacy/energize_2012/06_GT_01_Power-on-tap.pdf.
- [10] C. Wessels, F. Gebhardt and W. F. Fuchs, Fault Ride-Through of a DFIG Wind Turbine Using a Dynamic Voltage Restorer during Symmetrical and Asymmetrical Grid Faults, *IEEE Trans. Power Elect.*, vol. 26, pp. 807-815, 2011.



شکل ۴: پاسخ در حین خطای ماشین در شکل ۳ به یک خطای سه فاز با مدت زمان ۳۰۰ میلی‌ثانیه برای نقطه کار $w_{ref}=1.04 p.u.$, $P_{ref}=0.8 p.u.$, $Q_{ref}=0.1$

۶- نتیجه گیری

نیروگاه‌های تلمبه ذخیره‌ای دور متغیر مبتنی بر ماشین DFIM در مد موتوری می‌توانند با تغییر دور توان مصرفی موتور را تغییر داده و در کنترل فرکانس شبکه مشارکت کنند. در این مقاله یک کنترل کننده برداری بهبود یافته برای مبدل سمت موتور جهت افزایش قابلیت گذر از خطای این نیروگاه پیشنهاد شد. این کنترل کننده از دو قسمت تشکیل می‌شود. قسمت اول شامل یک کنترل کننده برداری کلاسیک به صورت غیر متمرکز است که برای مبدل سمت موتور طراحی و ضرایب کنترلی آن تنظیم شده است. قسمت دوم کنترل کننده پیشنهادی از یک سیگنال کمکی جدید مبتنی بر روش غیرخطی لیاپانوف تشکیل شده است که به منظور افزایش قابلیت گذر از خطای ماشین طراحی و پیشنهاد شده است. سیگنال کمکی پیشنهاد شده با توجه به ظرفیت مبدل‌ها می‌تواند ولتاژ القایی روی سیم‌پیچ‌های روتور، که عامل اصلی به وجود آورنده اضافه جریان و اضافه ولتاژ در حین خطا هستند را جبران کند. این سیگنال نه تنها می‌تواند نیاز به استفاده از ادوات حفاظتی کلاسیک برای عبور از خطا (کروبار و چاپر ترمز لینک dc) را حذف نماید، بلکه با توجه به نتایج شبیه‌سازی ارائه شده نشان داده شد که میرایی مناسب گشتاور الکتریکی و جریان روتور در حین خطا می‌تواند عمر مفید تجهیزات را افزایش دهد.

- [19] M. Mohseni, S. M. Islam, "Transient Control of DFIG-Based Wind Power Plants in Compliance With the Australian Grid Code" IEEE Trans. Power. Electr., vol. 27, pp. 2813-2824, 2012.
- [20] L. Yang, Z. Xu, J. Østergaard, Z. Y. Dong, K. P. Wong, "Advanced Control Strategy of DFIG Wind Turbines for Power System Fault Ride through" IEEE Trans. Power Syst., vol. 27, pp. 713-722, 2012.
- [21] D. Xie, Z. Xu, L. Yang, J. Østergaard, Y. Xue, and K. P. Wong, "A Comprehensive LVRT Control Strategy for DFIG Wind Turbines with Enhanced Reactive Power Support" IEEE Trans. Power Syst., vol. 28, 3302-3310, 2013.
- [22] S. Xiao, G. Yang, H. Zhou, H. Geng "An LVRT Control Strategy Based on Flux Linkage Tracking for DFIG-Based WECS" IEEE Trans. Indus. Elect., vol. 60, Jul. 2013.
- [23] J. Liang and R. G. Harley "Pumped Storage Hydro-Plant Models for System Transient and Long-Term Dynamic Studies," IEEE, Power and Energy Society General Meeting, 2010.
- [24] W. Leonhard, Control of Electrical Drives. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1990.
- [25] Y. Pannatier, B. Kawkabani, C. Nicolet, J. J. Simond, A. Schwery and P. Allenbach "Investigation of Control Strategies for Variable-Speed Pump-Turbine Units by Using a Simplified Model of the Converters" IEEE Trans. Industr. Electr., vol. 57, no. 9, pp. 3039-3049, Sep 2010.
- [26] J. E. Slotine, W. Li, "Applied Nonlinear Control" Prentice-Hall, 1991.
- [11] O. Abdel-Baqi and A. Nasiri, Series Voltage Compensation for DFIG Wind Turbine Low-Voltage Ride-Through Solution, IEEE Trans. Energy. Conv., vol. 26, pp. 272-280. 2011.
- [12] M. Rahimi and M. Parniani "Coordinated Control Approaches for Low-Voltage Ride-Through Enhancement in Wind Turbines with Doubly Fed Induction Generators" IEEE Trans. Energy Conv., vol. 25, no. 3, Sep. 2010.
- [13] M. Rahimi, M. Parniani "Low voltage ride-through capability improvement of DFIG-based wind turbines under unbalanced voltage dips" Int. Jour. Electri. Power Energy Syst. vol. 60, pp.82-95, 2014.
- [14] J. Yao, H. Li, Y. Liao, and Z. Chen, An Improved Control Strategy of Limiting the DC-Link Voltage Fluctuation for a Doubly Fed Induction Wind Generator, IEEE Trans. Power. Elect., vol. 23, pp. 1205-1213, 2008.
- [15] M. Rahimi and M. Parniani, "Transient Performance Improvement of Wind Turbines With Doubly Fed Induction Generators Using Nonlinear Control Strategy," IEEE Trans. Energy. Convers., vol. 25, no. 2, pp. 514-525, Jun. 2010.
- [16] A. Petersson, L. Harnefors, and T. Thiringer, "Evaluation of current control methods for wind turbines using doubly-fed induction machines," IEEE Trans. Power Electron., vol. 20, no. 1, pp. 227-235, Jan. 2005.
- [17] D. Xiang, L. Ran, P. J. Tavner, and S. Yang "Control of a Doubly Fed Induction Generator in a Wind Turbine during Grid Fault Ride-Through" IEEE Trans. Energy Conv., vol. 21, Sep. 2006.
- [18] S. Hu, X. Lin, Y. Kang, and X. Zou "An Improved Low-Voltage Ride-Through Control Strategy of Doubly Fed Induction Generator During Grid Faults" IEEE Trans. Power Electr., vol. 26, no. 12, Dec. 2011.

فهرست علائم

مولفه‌های dq جریان روتور (p.u.)	i_{qr}, i_{dr}
مولفه‌های dq جریان مبدل سمت شبکه (p.u.)	i_{qg}, i_{dg}
مولفه‌های dq جریان استاتور (p.u.)	i_{qs}, i_{ds}
مولفه‌های dq ولتاژ استاتور (p.u.)	v_{qs}, v_{ds}
مولفه‌های dq ولتاژ روتور (p.u.)	v_{qr}, v_{dr}
مولفه‌های dq ولتاژ مبدل سمت شبکه (p.u.)	v_{qg}, v_{dg}
مولفه‌های dq شار استاتور (p.u.)	$\varphi_{qs}, \varphi_{ds}$
سرعت زاویه‌ای روتور (p.u.) و مینا (rad/s)	ω_b, ω_r
گشتاور مکانیکی و الکتریکی (p.u.)	T_e, T_m
توان الکتریکی اکتیو و راکتیو (p.u.)	Q_e, P_e
مولفه‌های dq ولتاژ گذرا (p.u.)	E'_q, E'_d
اندوکتانس استاتور، روتور و مغناطیس کنندگی (p.u.)	L_m, L_r, L_s
اندوکتانس و مقاومت ترانس تحریک (p.u.)	R_{tr}, L_{tr}
مقاومت استاتور و روتور (p.u.)	R_r, R_s
ثابت اینرسی ماشین (s) و لغزش	H, s
درصد باز شدن دریچه ورودی پمپ (p.u.)	G
هد خالص استاتیک و هد استاتیک (p.u.)	H_s, H'_s
هد و دبی آب خروجی پمپ (p.u.)	Q_p, H_p
ضریب تناسبی - انتگرالی حلقه جریان مبدل سمت روتور	k_{icr}, k_{pcr}
ضریب تناسبی - انتگرالی حلقه جریان مبدل سمت شبکه	k_{icg}, k_{pcg}
ضریب تناسبی - انتگرالی حلقه ولتاژ dc	k_{ivdc}, k_{pvdc}
ضریب تناسبی - انتگرالی حلقه دریچه پمپ	k_{ig}, k_{pg}
ضریب تناسبی - انتگرالی حلقه ولتاژ	k_{iv}, k_{pv}
ضریب تناسبی - انتگرالی حلقه سرعت	$k_{i\omega}, k_{p\omega}$
ضریب تناسبی - انتگرالی حلقه توان راکتیو	k_{ipf}, k_{ppf}
ضریب تناسبی حلقه توان	k_p

طراحی کنترل کننده حالت لغزشی دینامیکی در حضور نامعینی‌های سازگار و ناسازگار بدون چترینگ برای سیستمهای غیرخطی مرتبه دوم

علی کریمی ملانی

استادیار، دانشکده مهندسی برق و رباتیک، گروه کنترل، دانشگاه شاهرود، akarami@shahroodut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۱/۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۲/۳۰)

چکیده: مهمترین خصوصیت کنترل حالت لغزشی تغییرناپذیری آن نسبت به نامعینی‌های سازگار بوده که به دلیل استفاده از تابع علامت در ورودی سیستم می‌باشد. این تابع علامت، پدیده مخرب چترینگ را تولید می‌کند. ایراد دیگر این روش کنترلی، تغییرپذیری نسبت به نامعینی ناسازگار می‌باشد. در این مقاله، برای مقابله با این دو مشکل از کنترل حالت لغزشی دینامیکی چند سطحی استفاده می‌شود. در کنترل حالت لغزشی دینامیکی، یک انتگرال‌گیر قبل از سیستم قرار داده می‌شود که باعث حذف چترینگ می‌شود. افزودن این انتگرال‌گیر به سیستم، موجب افزایش درجه سیستم می‌شود که برای اعمال کنترل حالت لغزشی به این سیستم افزوده، مدل و دینامیک سیستم باید شناسایی شود. در این مقاله برای حل این مشکل، از یک رولتگر غیرخطی استفاده شده است که رولتگر زنجیره‌ای انتگرالها نامیده می‌شود. برای مقابله با نامعینی ناسازگار، هر معادله دینامیکی سیستم به عنوان یک سیستم غیرخطی مجزا در نظر گرفته شده و از تعریف چند سطح لغزشی استفاده می‌شود. به علاوه از کران نامعینی در طراحی استفاده نمی‌شود که در کاربردهای عملی اهمیت بسیاری دارد. نتایج شبیه‌سازی گویای مزایای روش پیشنهادی خواهد بود.

کلمات کلیدی: کنترل حالت لغزشی دینامیکی، نامعینی ناسازگار، چترینگ، رولتگر غیرخطی.

Design of Dynamic Sliding Mode Controller in the Presence of both Matched and Mismatched Uncertainty without Chattering for Nonlinear Second Order Systems

Ali Karami-Mollaei

Abstract: The most important property of sliding mode control (SMC) is invariant against matched uncertainties, which is due to the using of Sign function and this Sign function produces chattering. Moreover, SMC is not invariant with respect to the mismatched uncertainties, which is its other problem. In this paper to solve these two problems, using of multiple surface dynamic sliding mode control (DSMC) is proposed. In DSMC the chattering is removed due to the integrator where is placed before the input control signal of the plant. However, in DSMC the augmented system (the system plus the integrator) is one dimension bigger than the actual system and then, the plant model should be completely known. To solve this problem, an observer is proposed called integral-chain observer or ICO. To counteract with mismatched uncertainty, any system dynamics are considered as a distinct nonlinear system and multiple sliding surfaces is defined. One of the advantages of the proposed approach is the upper bound of the uncertainty not used in DSMC and ICO, which is important in practical implementation. Then, a design procedure is described and simulation result is presented to demonstrate the approach.

Keywords: Dynamic sliding mode control, mismatched uncertainty, chattering, nonlinear observer.

۱- مقدمه

[۲۵،۲۴،۵،۴] و دینامیکی^{۱۷} [۲۶،۱]. در روش های لایه مرزی و لایه مرزی تطبیقی تغییرناپذیری سیستم از بین می رود. در روش مرتبه بالا چترینگ با انتقال سویچینگ به مشتقات بالاتر سطح لغزشی حذف می شود. روش های زیادی برای پیاده سازی کنترل حالت لغزشی مرتبه دو و یا مرتبه-های بالاتر پیشنهاد شده است [۲۵،۲۴]. مشکل این روش نیاز به دانستن مشتقات مدل سیستم است که به عنوان مثال در حالت مرتبه دو مشتق مدل سیستم باید تخمین زده شود. در روش دینامیکی، یک انتگرال گیر (به عنوان یک فیلتر پایین گذر) قبل از سیستم قرار داده می شود تا نوسانات فرکانس بالا و چترینگ ناشی از تابع علامت حذف شده و در ورودی سیستم افزوده (سیستم به همراه انتگرال گیر) ظاهر نشود [۲۶،۱]. اگرچه به دلیل وجود انتگرال گیر، مرتبه سیستم افزوده یک واحد بیشتر از مرتبه سیستم اصلی است و بنابراین برای اعمال کنترل حالت لغزشی به سیستم افزوده و تعریف سطح لغزشی، دینامیک و مدل سیستم باید مشخص و معلوم باشد [۲۶،۱]. در نهایت در روش دینامیکی به مدل سیستم نیاز است اما در روش مرتبه بالا به مشتق مدل سیستم، که بیانگر ارجحیت روش دینامیکی نسبت به روش مرتبه بالا است.

بنابراین چترینگ ناشی از تابع علامت و تغییرپذیری نسبت به نامعینی ناسازگار در بحث اساسی در کنترل حالت لغزشی هستند که هدف این مقاله رفع همزمان این دو مشکل است. در روش پیشنهادی برای مقابله با نامعینی ناسازگار، هر معادله دینامیکی سیستم به عنوان یک زیر سیستم مجزا در نظر گرفته شده و سپس با تعریف چند سطح لغزشی، برای هر زیر سیستم یک کنترل کننده حالت لغزشی دینامیکی طراحی خواهد شد. استفاده از کنترل کننده حالت لغزشی دینامیکی برای حذف چترینگ می باشد.

برای تخمین مدل و دینامیک هر زیر سیستم، از یک رویکرد غیرخطی استفاده شده است که رویکرد زنجیره ای انتگرالها^{۱۸} نامیده می شود. با استفاده از رویکرد غیرخطی پیشنهاد شده قسمتهای نامشخص هر سطح لغزشی شناسایی شده و تخمین زده می شوند. روش پیشنهادی را کنترل حالت لغزشی دینامیکی چند سطحی^{۱۹} می نامیم. به علاوه بر اساس مطالعات نویسنده، تاکنون کنترل حالت لغزشی دینامیکی برای مقابله با نامعینی ناسازگار استفاده نشده است و رویکردی جدید محسوب می شود. ساختار مقاله به این صورت است که ابتدا در بخش ۲ شرح مساله و مقدمات مورد نیاز بیان می شود. در بخش ۳ با تعریف اولین سطح لغزشی و تخمین آن با استفاده از رویکرد پیشنهاد شده، مقدار مطلوب حالت دوم بدست می آید. در بخش ۴ با استفاده از پارامترهای بدست آمده از مرحله قبل سطح لغزشی دوم تعریف شده و پارامترهای آن به کمک یک رویکرد تخمین زده می شود. سپس ورودی بدون چترینگ سیستم بدست می آید. در نهایت در بخش ۵ شبیه سازی روش پیشنهادی ارائه می شود. بخش ۶ به نتیجه گیری اختصاص داده شده است.

یکی از مزایای مهم کنترل حالت لغزشی^۱ تغییرناپذیری^۲ آن نسبت به نامعینی سازگار^۳ است [۲،۱]. به دلیل وجود همین مزیت، کنترل حالت لغزشی ابزار قدرتمندی برای مقابله با نامعینی های ساختاری^۴ یا بدون ساختار^۵، اغتشاش و نویز می باشد. لازم به ذکر است که تغییرناپذیری خاصیتی قویتر از مقاوم بودن^۶ است [۲،۱]. مقاوم بودن یعنی رسیدن به نتیجه مطلوب در بدترین شرایط و تغییرناپذیری یعنی حصول نتیجه مطلوب بدون اینکه سیستم تحت تاثیر نویز، اغتشاش و نامعینی قرار گیرد. سیستم مقاوم ممکن است با اثر پذیری از نویز، اغتشاش و نامعینی عملکرد^۷ مناسبی نداشته باشد در حالی که تغییرناپذیری یعنی مقاوم بودن به همراه عملکرد مطلوب [۲،۱]. اما مشکل اساسی، تغییرپذیری SMC نسبت به نامعینی ناسازگار^۸ است [۲۲-۱]. اگر نامعینی در راستای سیگنال ورودی به سیستم اعمال شود، سازگار نامیده می شود و در غیر این صورت نامعینی ناسازگار خواهد بود. کارهای معدودی برای مقابله با نامعینی های ناسازگار انجام شده است [۷-۲۲] که در بعضی از آنها تابع علامت^۹ به صورت مستقیم در سیگنال ورودی سیستم قرار گرفته است که موجب تولید چترینگ می شود [۷-۱۴]. روش های پیشنهادی در [۱۵،۸] از دیدگاه مفهومی و پیاده سازی بسیار پیچیده می باشند. در [۱۶-۱۸] از کران نامعینی ها و مشتقات آنها استفاده شده است، به عنوان مثال روش پیشنهادی در [۱۸] برای مقابله با نامعینی ناسازگار در سیستم های چند ورودی است که در آن از فرض کراندار بودن مشتق نامعینی استفاده شده است. روش پیشنهادی در [۸] بر اساس نامساوی های ماتریسی خطی^{۱۱} بوده و یا در [۱۴] از نوعی رویکرد پیچیده استفاده شده است. در [۱۳] از رویکرد توسعه یافته^{۱۱} استفاده شده است. در [۱۹] با استفاده از نامساوی های ماتریسی خطی اثر نامعینی فقط کمینه^{۱۲} شده است. در [۲۱،۲۰] از تعریف چند سطح لغزشی به همراه تابع اشباع استفاده شده است، روش بیان شده در [۲۲] نیز از تابع اشباع برای حذف چترینگ استفاده کرده است (روش لایه مرزی).

یکی دیگر از مهمترین مشکلات کنترل حالت لغزشی، چترینگ^{۱۳} می باشد [۱-۶]. چهار روش برای حذف و یا کاهش آن پیشنهاد شده است: لایه مرزی^{۱۴} [۳]، لایه مرزی تطبیقی^{۱۵} [۲۳]، مرتبه بالا^{۱۶}

1. Sliding Mode Control or SMC
2. Invariance
3. Matched
4. Structured
5. Unstructured
6. Robustness
7. Performance
8. Mismatched
9. Sign
10. Linear Matrix Inequality or LMI
11. Extended State Observer
12. Minimized
13. Chattering
14. Boundary Layer
15. Adaptive Boundary Layer
16. Higher Order SMC or HOSMC

17. Dynamic SMC or DSMC

18. Integral-Chain Observer or ICO

19. Multi-Surface DSMC or M-DSMC

اما مشکل این رویکرد در این است که فقط حالت‌های $x = [x_1, x_2]^T$ در دسترس بوده و مشتقات آنها یعنی متغیرهای $\dot{x}_1, \ddot{x}_1, \dot{x}_2$ به دلیل نامعینی‌های $d(x, t) = [d_1, d_2]^T$ به صورت مستقیم قابل محاسبه نمی‌باشند. مشکل فوق را با پیشنهاد روتگر غیرخطی زنجیره‌ای انتگرالها که توضیح داده خواهد شد حل می‌نماییم.

۳- مرحله اول: محاسبه مقدار مطلوب متغیر

حالت دوم

در ابتدا با تعریف متغیرهای $y_1 = x_1, y_2 = \dot{x}_1, y_3 = \ddot{x}_1$ روتگر ICO زیر را برای معادله (۲) پیشنهاد می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \hat{y}_2 \\ \hat{y}_2 &= \hat{y}_3 \\ \hat{g}_1 &= -\frac{c_1}{\delta^3}(\hat{y}_1 - y_1) - \frac{c_2}{\delta^2} \hat{y}_2 - \frac{c_3}{\delta} \hat{g}_1 \end{aligned} \quad (۶)$$

که $\hat{d}_1(t) = g_1(t)$ و $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{g}_1$ به ترتیب تخمین متغیرهای y_1, y_2, y_3 بوده و g_1 و $u_1 = \dot{x}_2$ می‌باشد. به علاوه نحوه انتخاب پارامترهای c_1, c_2, c_3 و δ در قضیه ۲ توضیح داده شده است. اکنون تخمین سطح لغزشی (۳) به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} \hat{s}_1 &= k\hat{X}_1 = k_1\hat{x}_1 + k_2\dot{\hat{x}}_1 + k_3\ddot{\hat{x}}_1 \\ &= k_1\hat{y}_1 + k_2\hat{y}_2 + k_3\hat{y}_3 \end{aligned} \quad (۷)$$

تذکره ۱: بردار حالت $\hat{X}_1 = [\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3]^T = [\hat{x}_1, \dot{\hat{x}}_1, \ddot{\hat{x}}_1]^T$ به صفر همگرا می‌شود اگر سطح \hat{s}_1 صفر شده و ضرایب k_3, k_2, k_1 طوری انتخاب شوند که چندجمله‌ای $k_3S^2 + k_2S + k_1 = 0$ هرویتز باشد [۳].

قضیه ۱: سیگنال ورودی $u_1 = \dot{x}_2$ که از معادله دینامیکی زیر بدست می‌آید سطح لغزشی \hat{s}_1 را صفر خواهد نمود.

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \\ &+ \frac{c_1}{\delta^3}(\hat{y}_1 - y) + \frac{c_2}{\delta^2} \hat{y}_2 + \frac{c_3}{\delta} \hat{g}_1 - \frac{k_1}{k_3}(\hat{y}_2) \\ &- \frac{k_2}{k_3}(\hat{g}_1 + u_1) - \frac{\sigma_1}{k_3} \text{sign}(\hat{s}_1) - \frac{\sigma_2}{k_3} \hat{s}_1 \end{aligned} \quad (۸)$$

$\sigma_1 > 0$ and $\sigma_2 > 0$

اثبات: تابع لیاپانوف $V = 0.5\hat{s}_1^2$ را که مشتق آن به صورت $\dot{V} = \hat{s}_1\dot{\hat{s}}_1$ است در نظر بگیرد. اکنون با استفاده از معادلات (۶) و (۷) معادله زیر نتیجه می‌شود.

۲- شرح صورت مساله

برای سادگی بیان صورت مساله و روش پیشنهادی و بدون از دست دادن کلیت، از مدل یک سیستم مرتبه دو غیرخطی به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + d_1(x, t) \\ \dot{x}_2 &= u + d_2(x, t) \\ y &= x_1 \\ x &= [x_1, x_2]^T \end{aligned} \quad (۱)$$

به طوری که x بردار حالت قابل دسترس سیستم بوده و u ورودی سیستم می‌باشد. به علاوه d_1 و d_2 به ترتیب نامعینی‌های نامشخص ناسازگار و سازگار سیستم هستند و همچنین y خروجی سیستم است. هدف، تعیین و طراحی سیگنال بدون چترینگ u به صورتی است که حتی در حضور نامعینی $d = [d_1, d_2]^T$ خروجی $y = x_1$ به صفر همگرا شده و همچنین تغییرناپذیری سیستم حفظ شود. همانطور که بیان شد به دلیل وجود نامعینی ناسازگار، کنترل حالت لغزشی به صورت مرسوم قابل استفاده نیست. برای رفع این مشکل و همزمان حذف چترینگ، از کنترل حالت لغزشی دینامیکی چند سطحی به صورتی که در ادامه توضیح داده می‌شود استفاده خواهیم نمود. اکنون قسمت اول (۱) را در نظر بگیرد:

$$\dot{x}_1 = x_2 + d_1(x, t) \quad (۲)$$

در اولین مرحله، می‌توان x_2 را به عنوان ورودی این سیستم در نظر گرفته و با استفاده از DSMC آن را طوری طراحی نمود که $y = x_1$ به صفر همگرا شود. مقدار بدست آمده برای x_2 را در این مرحله مقدار مطلوب x_2 و یا x_{d2} می‌نامیم. واضح است که d_1 نسبت به x_2 از نوع سازگار بوده و بنابراین کنترل کننده طراحی شده تغییرناپذیر خواهد بود. برای حصول این امر، سطح لغزشی زیر را تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned} s_1 &= kX_1, X_1 = [x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1]^T \\ k &= [k_1, k_2, k_3] \end{aligned} \quad (۳)$$

اکنون قسمت دوم (۱) را در نظر بگیرد:

$$\dot{x}_2 = u + d_2(x, t) \quad (۴)$$

در مرحله دوم و با استفاده از DSMC ورودی بدون چترینگ u را طوری محاسبه می‌کنیم که حالت x_2 مقدار مطلوب بدست آمده از مرحله قبل یعنی x_{d2} را دنبال نماید. بدین منظور سطح لغزشی دومی به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned} s_2 &= \lambda(X_2 - X_{d2}) \\ X_2 &= [x_2, \dot{x}_2]^T \\ X_{d2} &= [x_{d2}, \dot{x}_{d2}]^T, \lambda = [\lambda_1, \lambda_2] \end{aligned} \quad (۵)$$

تذکر ۱: حالت های تخمینی $\hat{y}_1 = \hat{x}_1, \hat{y}_2 = \dot{\hat{x}}_1, \hat{y}_3 = \ddot{\hat{x}}_1$ همگرا خواهند شد.

تذکر ۲: چون اثبات این قضیه با استفاده از تابع لیاپانوف می باشد، بر اساس قضیه لیاپانوف [۳] سیگنالهای موجود در حلقه بسته از جمله $\hat{y}_1 = \hat{x}_1$ و $u_1 = \dot{\hat{x}}_2$ کراندار می باشند.

اکنون پایداری روینگر را ثابت می کنیم به عبارتی ثابت خواهیم کرد که خطای تخمین روینگر به صفر میل می کند.

قضیه ۲: اگر مقادیر c_1, c_2 و c_3 طوری انتخاب شوند که معادله زیر به ازای تمام مقادیر δ هرویتز باشد:

$$s^3 + \frac{c_3}{\delta} s^2 + \frac{c_2}{\delta^2} s + \frac{c_1}{\delta^3} = 0 \quad (20)$$

آنگاه $\hat{y}_1 \rightarrow y_1, \hat{y}_2 \rightarrow y_2$ و $\hat{y}_3 \rightarrow y_3$ اگر $\delta \rightarrow 0$ به عبارت دیگر خطای تخمین روینگر (۶) به صفر همگرا می شود هرگاه δ به صفر همگرا شود.

اثبات: تبدیل لاپلاس معادله (۶) به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} s\hat{Y}_1(s) &= \hat{Y}_2(s) \\ s\hat{Y}_2(s) &= \hat{Y}_3(s) \\ s\hat{G}_1(s) + \frac{c_3}{\delta} \hat{G}_1(s) + \frac{c_2}{\delta^2} \hat{Y}_2(s) + \frac{c_1}{\delta^3} \hat{Y}_1(s) &= \frac{c_1}{\delta^3} Y_1(s) \end{aligned} \quad (21)$$

بنابراین:

$$s\delta^3 \hat{G}_1(s) + c_3 \delta^2 \hat{G}_1(s) + c_2 \delta \hat{Y}_2(s) + c_1 \hat{Y}_1(s) = c_1 Y_1(s) \quad (22)$$

و یا با استفاده از رابطه $\hat{y}_3 = u_1 + \hat{g}_1$:

$$\begin{aligned} s\delta^3 \hat{Y}_3(s) + c_3 \delta^2 \hat{Y}_3(s) + c_2 \delta \hat{Y}_2(s) + c_1 \hat{Y}_1(s) &= c_1 Y_1(s) \\ &+ s\delta^3 U_1(s) + c_3 \delta^2 U_1(s) \end{aligned} \quad (23)$$

یا:

$$\hat{Y}_1(s) = \frac{c_1 Y_1(s) + s\delta^3 U_1(s) + c_3 \delta^2 U_1(s)}{\delta^3 s^3 + c_3 \delta^2 s^2 + c_2 \delta s + c_1} \quad (24)$$

با توجه به تذکر ۲، متغیرهای $u_1(t)$ و $\hat{y}_1(t)$ کراندار می باشند و بنابراین تبدیل لاپلاس آنها یعنی $U_1(s)$ و $\hat{Y}_1(s)$ موجود بوده و بی نهایت نخواهد شد و به علاوه بر اساس فرض صورت قضیه و معادله (۲۰) مخرج این کسر نیز هرویتز می باشد. بنابراین $Y_1(s) = X_1(s)$ و یا $x_1(t)$ نیز کراندار می باشد. اکنون با در نظر گرفتن حالت حدی

$$\begin{aligned} \hat{s}_1 &= k_1 \hat{y}_1 + k_2 \hat{y}_2 + k_3 \hat{y}_3 \\ &= k_1 (\hat{y}_2) + k_2 (\hat{g}_1 + u_1) + \end{aligned} \quad (9)$$

$$k_3 \left(-\frac{c_1}{\delta^3} (\hat{y}_1 - y_1) - \frac{c_2}{\delta^2} \hat{y}_2 - \frac{c_3}{\delta} \hat{g}_1 + \dot{u}_1 \right)$$

با جایگذاری \dot{u}_1 از معادله (۸) در معادله (۹):

$$\hat{s}_1 = -\sigma_1 \text{sign}(\hat{s}_1) - \sigma_2 \hat{s}_1 \quad (10)$$

بنابراین:

$$\dot{V} = -\sigma_1 |\hat{s}_1| - \sigma_2 \hat{s}_1^2 \leq -\sigma_1 |\hat{s}_1| \quad (11)$$

حال با استفاده از مشتق تابع لیاپانوف و معادله (۱۱):

$$\hat{s}_1 \dot{\hat{s}}_1 \leq -\sigma_1 |\hat{s}_1| \quad (12)$$

به طوری که $\sigma_1 > 0$ است. فرض کنید t_f زمان رسیدن به سطح لغزشی \hat{s}_1 باشد یعنی $\hat{s}_1(t_f) = 0$ ، دو حالت زیر را در نظر بگیرید: حالت اول: فرض کنید $\hat{s}_1 > 0$ باشد، با استفاده از معادله (۱۱) به نامساوی زیر می رسمیم:

$$\dot{\hat{s}}_1 \leq -\sigma_1 \quad (13)$$

محاسبه انتگرال دو سمت این نامساوی بین $t = 0$ و $t = t_f$ به رابطه زیر منجر خواهد شد:

$$-\hat{s}_1(0) \leq -\sigma_1 t_f \quad (14)$$

بنابراین:

$$t_f \leq \frac{\hat{s}_1(0)}{\sigma_1} \quad (15)$$

حالت دوم: فرض کنید $\hat{s}_1 < 0$ باشد، با استفاده از معادله (۱۲) به نامساوی زیر می رسمیم:

$$\dot{\hat{s}}_1 \geq \sigma_1 \quad (16)$$

محاسبه انتگرال دو سمت این نامساوی بین $t = 0$ و $t = t_f$ به رابطه زیر منجر خواهد شد:

$$-\hat{s}_1(0) \geq \sigma_1 t_f \quad (17)$$

بنابراین:

$$t_f \leq \frac{-\hat{s}_1(0)}{\sigma_1} \quad (18)$$

به طور کلی، با استفاده از معادلات (۱۵) و (۱۸) نامساوی زیر را داریم:

$$t_f \leq \frac{|\hat{s}_1(0)|}{\sigma_1} \quad (19)$$

به عبارت دیگر رسیدن به سطح لغزشی \hat{s}_1 در زمان محدود اتفاق می افتد و سطح لغزشی \hat{s}_1 در زمان محدود صفر خواهد شد. بنابراین با توجه به

ضرایب λ_2, λ_1 طوری انتخاب شوند که چندجمله‌ای $\lambda_2 S + \lambda_1 = 0$ هرگز مثبت باشد [۳].

قضیه ۳: سیگنال ورودی u که از معادله دینامیکی زیر بدست می‌آید سطح لغزشی \hat{s}_2 را صفر خواهد نمود.

$$\begin{aligned} \dot{u} = & + \frac{r_1}{\gamma^2} (\hat{z}_1 - z_1) + \frac{r_2}{\gamma} \hat{g}_2 \\ & - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (\hat{z}_2) - \frac{\sigma_3}{\lambda_2} \text{sign}(\hat{s}_2) - \frac{\sigma_4}{\lambda_2} \hat{s}_2 \\ & + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (\dot{x}_{d2}) + (\ddot{x}_{d2}) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\sigma_3 > 0 \text{ and } \sigma_4 > 0$$

اثبات: تابع لیاپانوف $V = 0.5 \hat{s}_2^2$ را که مشتق آن به صورت $\dot{V} = \hat{s}_2 \dot{\hat{s}}_2$ است در نظر بگیرید. اکنون با استفاده از معادلات (۲۸) و (۲۹) معادله زیر نتیجه می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}}_2 = & \lambda_1 (\hat{z}_1 - \dot{x}_{d2}) + \lambda_2 (\hat{z}_2 - \ddot{x}_{d2}) = \\ & \lambda_1 (\hat{z}_1) + \lambda_2 (\hat{z}_2) - \lambda_1 (\dot{x}_{d2}) - \lambda_2 (\ddot{x}_{d2}) = \\ & \lambda_1 (\hat{z}_2) + \lambda_2 (\dot{u} + \hat{g}_2) - \lambda_1 (\dot{x}_{d2}) - \lambda_2 (\ddot{x}_{d2}) \\ = & \lambda_1 (\hat{z}_2) + \lambda_2 \left(\dot{u} - \frac{r_1}{\gamma^2} (\hat{z}_1 - z_1) - \frac{r_2}{\gamma} \hat{g}_2 \right) \\ & - \lambda_1 (\dot{x}_{d2}) - \lambda_2 (\ddot{x}_{d2}) \end{aligned} \quad (31)$$

با جایگذاری \dot{u} از معادله (۳۰) در معادله (۳۱):

$$\dot{\hat{s}}_2 = -\sigma_3 \text{sign}(\hat{s}_2) - \sigma_4 \hat{s}_2 \quad (32)$$

بنابراین:

$$\dot{V} = -\sigma_3 |\hat{s}_2| - \sigma_4 \hat{s}_2^2 \leq -\sigma_3 |\hat{s}_2| \quad (33)$$

حال با استفاده از مشتق تابع لیاپانوف و معادله (۳۳):

$$\hat{s}_2 \dot{\hat{s}}_2 \leq -\sigma_3 |\hat{s}_2| \quad (34)$$

فرض کنید t_f زمان رسیدن به سطح لغزشی \hat{s}_2 باشد یعنی $\hat{s}_2(t_f) = 0$ ، مانند قبل می‌توان ثابت نمود که:

$$t_f \leq \frac{|\hat{s}_2(0)|}{\sigma_3} \quad (35)$$

به عبارت دیگر رسیدن به سطح لغزشی \hat{s}_2 در زمان محدود اتفاق می‌افتد و سطح لغزشی \hat{s}_2 در زمان محدود صفر خواهد شد.

بنابراین با توجه به تذکر ۴ حالت‌های تخمینی بردار حالت

$$X_{d2} = [x_{d2}, \dot{x}_{d2}]^T \text{ به } \hat{X}_2 = [\hat{z}_1, \hat{z}_2]^T = [\hat{x}_2, \hat{x}_2]^T \text{ همگرا خواهند شد.}$$

$\delta \rightarrow 0$ داریم: $\hat{Y}_1(s) = Y_1(s)$ یا $\hat{X}_1(s) = X_1(s)$ و یا $\hat{x}_1(t) = x_1(t)$

لم ۱: سطح لغزشی s_1 نیز به صفر همگرا می‌شود هرگاه δ به صفر همگرا شود یعنی $\delta \rightarrow 0$.

اثبات: متغیر $\tilde{s}_1 = s_1 - \hat{s}_1$ را تعریف می‌کنیم و بنابراین با استفاده از (۳) و (۷):

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 = & s_1 - \hat{s}_1 = \\ & k_1(x_1 - \hat{x}_1) + k_2(\dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1) + k_3(\ddot{x}_1 - \ddot{\hat{x}}_1) \end{aligned} \quad (25)$$

که با استفاده از قضیه ۲ داریم $\lim_{\delta \rightarrow 0} \tilde{s}_1 = 0$ و یا به عبارت دیگر:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \hat{s}_1 = s_1 \quad (26)$$

این معادله و معادله $\hat{s}_1(t_f) = 0$ به نتیجه نهایی مطلوب منجر خواهند شد.

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} s_1 = 0 \quad (27)$$

تذکر ۳: مقداری را که از (۸) بدست می‌آید مقدار مطلوب متغیر x_2 یا x_{d2} می‌نامیم. دقت نمایید که ناپیوستگی ناشی از تابع علامت در \ddot{x}_{d2} قرار دارد و بنابراین \dot{x}_{d2} و x_{d2} هر دو متغیرهای پیوسته می‌باشند. دیاگرام و نحوه پیاده سازی و یا تحقق مرحله اول در شکل ۱ نشان داده شده است.

۴- مرحله دوم: محاسبه مقدار مطلوب سیگنال

ورودی

مانند بخش قبل با تعریف متغیرهای $z_1 = x_2, z_2 = \dot{x}_2$ ریتگر ICO زیر را برای معادله (۴) پیشنهاد می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 = & \hat{z}_2 \\ \dot{\hat{z}}_2 = & -\frac{r_1}{\gamma^2} (\hat{z}_1 - z_1) - \frac{r_2}{\gamma} \hat{g}_2 \end{aligned} \quad (28)$$

که $g_2(t) = \dot{d}_2$ و \hat{z}_1 و \hat{z}_2 به ترتیب تخمین متغیرهای z_1 و z_2 بوده و $\hat{z}_2 = u + \hat{g}_2$ تخمینی از z_2 می‌باشد. به علاوه نحوه انتخاب پارامترهای r_1, r_2 و γ در قضیه ۴ توضیح داده شده است. اکنون تخمین سطح لغزشی (۵) به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} \hat{s}_2 = & \lambda (\hat{X}_2 - X_{d2}) \\ = & \lambda_1 (\hat{x}_2 - x_{d2}) + \lambda_2 (\hat{x}_2 - \dot{x}_{d2}) \\ = & \lambda_1 (\hat{z}_1 - x_{d2}) + \lambda_2 (\hat{z}_2 - \dot{x}_{d2}) \end{aligned} \quad (29)$$

تذکر ۴: بردار حالت $\hat{X}_2 = [\hat{z}_1, \hat{z}_2]^T = [\hat{x}_2, \dot{\hat{x}}_2]^T$ به $X_{d2} = [x_{d2}, \dot{x}_{d2}]^T$ همگرا می‌شود اگر سطح \hat{s}_2 صفر شده و

$$\begin{aligned} \tilde{s}_2 &= s_2 - \hat{s}_2 \\ &= \lambda_1(x_2 - \hat{x}_2) + \lambda_2(\dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2) \end{aligned} \quad (41)$$

که با استفاده از قضیه ۴ داریم $\lim_{\gamma \rightarrow 0} \tilde{s}_2 = 0$ یا به عبارت دیگر:

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \hat{s}_2 = s_2 \quad (42)$$

این معادله و معادله $\hat{s}_2(t_f) = 0$ به نتیجه نهایی مطلوب منجر خواهند شد.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} s_2 = 0 \quad (43)$$

تذکره ۶: دقت نمایید که ناپیوستگی ناشی از تابع علامت در \dot{u} قرار دارد و بنابراین u متغیری صاف و بدون چترینگ می باشد. دیاگرام و نحوه پیاده سازی و یا تحقق مرحله دوم در شکل ۲ نشان داده شده است.

۵- ارزیابی نتایج شبیه سازی

به منظور مقایسه، روش ارزیابی شده در این مقاله به سیستم زیر که در مراجع [۱۳، ۱۱] استفاده شده است، اعمال می شود.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + d_1 \\ \dot{x}_2 &= u - 2x_1 - x_2 + \exp(x_1) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (44)$$

لازم به ذکر است که در [۱۳، ۱۱] نامعینی سازگار $d_2(x, t)$ در نظر گرفته نشده است و به علاوه نامعینی ناسازگار $d_1(x, t)$ فقط به صورت یک عدد ثابت ۰.۵ به سیستم اعمال شده است. به علاوه همانطور که در بخش مقدمه ذکر شد، در این دو مقاله توجهی به مساله چترینگ نشده است. برای نشان دادن برتری روش این مقاله، (۴۴) را به صورت زیر در نظر می گیریم.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + d_1 \\ \dot{x}_2 &= u + d_2 \\ y &= x_1 \\ d_1(x, t) &= -\sin(x_1) - x_2^2 + x_1 x_2^2 \\ &\quad + x_2 \exp(x_1^2) + 0.5 x_1 \cos(2t) \\ d_2(x, t) &= -2x_1 - x_2 + \exp(x_1) \end{aligned} \quad (45)$$

پارامترهای کنترل کننده در مرحله اول به این صورت می باشند: $c_2 = 0.5, c_1 = 1, k_3 = 0.5, k_2 = 0.5, k_1 = 1, \delta = 0.2, \sigma_2 = 0.5, \sigma_1 = 0.5, c_3 = 0.5$ و پارامترهای کنترل کننده در مرحله دوم به این صورت: $\lambda_2 = 0.1, \lambda_1 = 1$ و پارامترهای کنترل کننده در مرحله دوم به این صورت: $\gamma = 0.2, \sigma_4 = 0.5, \sigma_3 = 0.5, r_2 = 0.1, r_1 = 1$

تذکره ۵: چون اثبات این قضیه با استفاده از تابع لیاپانوف می باشد، بر اساس قضیه لیاپانوف [۳] سیگنالهای موجود در حلقه بسته از جمله u و $\hat{x}_2 = \hat{z}_1$ کراندار می باشند.

قضیه ۴: اگر مقادیر r_1 و r_2 طوری انتخاب شوند که معادله زیر به ازای تمام مقادیر γ هرویتز باشد:

$$s^2 + \frac{r_2}{\gamma} s + \frac{r_1}{\gamma^2} = 0 \quad (36)$$

آنگاه $\hat{z}_1 \rightarrow z_1$ و $\hat{z}_2 \rightarrow z_2$ اگر $\gamma \rightarrow 0$. به عبارت دیگر خطای تخمین رویتگر (۲۸) به صفر همگرا می شود هرگاه γ به صفر همگرا شود.

اثبات: تبدیل لاپلاس معادله (۲۸) به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} s\hat{Z}_1(s) &= \hat{Z}_2(s) \\ s\hat{G}_2(s) + \frac{r_2}{\gamma} \hat{G}_2(s) + \frac{r_1}{\gamma^2} \hat{Z}_1(s) &= \frac{r_1}{\gamma^2} Z_1(s) \end{aligned} \quad (37)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} s\gamma^2 \hat{G}_2(s) + r_2 \gamma \hat{G}_2(s) + r_1 \hat{Z}_1(s) &= r_1 Z_1(s) \end{aligned} \quad (38)$$

و یا با استفاده از رابطه $\hat{z}_2 = u + \hat{g}_2$:

$$\begin{aligned} \gamma^2 s^2 \hat{Z}_1(s) + r_2 \gamma s \hat{Z}_1(s) + r_1 \hat{Z}_1(s) &= r_1 Z_1(s) + s\gamma^2 U(s) + r_2 \gamma U \end{aligned} \quad (39)$$

یا:

$$\hat{Z}_1(s) = \frac{r_1 Z_1(s) + s\gamma^2 U(s) + r_2 \gamma U}{\gamma^2 s^2 + r_2 \gamma s + r_1} \quad (40)$$

با توجه به تذکره ۵، متغیرهای $u(t)$ و $\hat{z}_1(t)$ کراندار می باشند و بنابراین تبدیل لاپلاس آنها یعنی $U(s)$ و $\hat{Z}_1(s)$ موجود بوده و بی نهایت نخواهد شد و به علاوه بر اساس فرض صورت قضیه و معادله (۳۶) مخرج این کسر نیز هرویتز می باشد. بنابراین $Z_1(s) = X_2(s)$ و یا $x_2(t)$ نیز کراندار می باشد. اکنون با در نظر گرفتن حالت حدی $\gamma \rightarrow 0$ داریم: $\hat{Z}_1(s) = Z_1(s)$ یا $\hat{x}_2(t) = x_2(t)$ و $\hat{X}_2(s) = X_2(s)$.

لم ۲: سطح لغزشی s_2 نیز به صفر همگرا می شود هرگاه γ به صفر همگرا شود یعنی $\gamma \rightarrow 0$.

اثبات: متغیر $\tilde{s}_2 = s_2 - \hat{s}_2$ را تعریف می کنیم و بنابراین با استفاده از (۳) و (۲۹):

دینامیکی، از نوعی رویکرد غیرخطی که به صورت زنجیره‌ای از انتگرالها (ICO) می‌باشد استفاده کرده‌ایم. اثباتها بر اساس قضیه لیاپانوف (Lyapunov) بوده و بنابراین تمام سیگنالهای موجود در سیستم حلقه بسته، کراندار (Bounded) می‌باشند. به علاوه در روش پیشنهادی هم در کنترل کننده و هم در رویکرد از کران بالای نامعینی‌ها استفاده نشده است که در کاربردهای عملی (Practical Implementation) اهمیت بسیاری دارد. همچنین همه دینامیکهای سیستم ناشناخته فرض شده و به دو صورت سازگار و یا ناسازگار در نظر گرفته شده‌اند. در نهایت همانطور که در شبیه‌سازی انجام شده نیز دیده شد، تغییرناپذیری سیستم نیز حفظ شده است. واضح است که رویکرد پیشنهاد شده هم در مفهوم (Concept) و هم در پیاده سازی (Implementation) بسیار ساده می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه انجام شده نشان دهنده مزایای این روش است.

مراجع

- [1] A. Karami-Mollaei, N. Pariz and H. M. Shanechi, "Position control of servomotors using neural dynamic sliding mode", Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineering), Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 133, no. 6, pp. 141-150, 2011.
- [2] H. Lee and V.-I. Utkin, "Chattering suppression methods in sliding mode control systems", Elsevier, Annual Reviews in Control, vol. 31, no. 2, pp. 179-188, 2007.
- [3] W. Perruquetti and J. Pierre-Barbot, Sliding mode control in engineering, Marcel Dekker, 2002.
- [4] A. Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", Wiley, International Journal of Control, vol. 58, pp. 1247-1263, 1993.
- [5] G. Bartolini, A. Ferrara and E. Usai, "Chattering avoidance by second-order sliding mode control", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 43, no. 2, pp. 241-246, 1998.
- [6] A. Levant, "Robust exact differentiation via sliding mode techniques", Elsevier, Automatica, vol. 34, pp. 379-384, 1998.
- [7] M.-L. Chan, C. W. Tao and T.-T. Lee, "Sliding mode controller for linear systems with mismatched time-varying uncertainties", Elsevier, Journal of the Franklin Institute, vol. 337, pp. 105-115, 2000.
- [8] H. H. Choi, "LMI-based sliding surface design for integral sliding mode control of mismatched uncertain systems", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 52, no. 4, 2007.
- [9] C.-C. Wen and C.-C. Cheng "Design of sliding surface for mismatched uncertain systems to achieve asymptotical stability", Elsevier, Journal

$x_2(0) = 0$, $x_2(0) = 1$ به علاوه برای محاسبه \dot{u} به مقدار اولیه u نیاز است که به صورت $u(0) = 0$ انتخاب شده است. شبیه‌سازی با نرم افزار متلب و با گام ۰,۰۱ انجام شده است. در شکل ۳ دیاگرام کلی کنترل کننده، یعنی ترکیب مراحل ۱ و ۲ نشان داده شده است که به نوعی خلاصه ترسیمی^۱ مقاله می‌باشد.

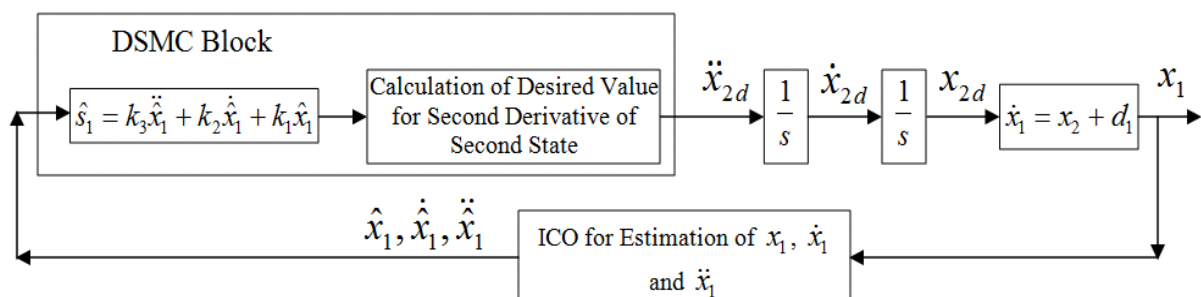
همانطور که از این شکل دیده می‌شود دو حلقه فیدبک وجود دارد که در هر کدام از یک رویکرد استفاده شده است. طراحی حلقه فیدبک پایینی در بخش سوم و طراحی حلقه فیدبک بالایی در بخش چهارم بیان شده است. نتایج شبیه‌سازی نیز در شکل‌های (۴)، (۵)، (۶)، (۷)، (۸) و (۹) نشان داده شده است. سعی شده است که در این شکلها همه جزئیات سیستم نشان داده شوند به طوری که با تمرکز بر زمان و دامنه در هر شکل، جزئیات آن به طور کامل مشخص شده است. شکل‌های (۴) و (۵) متغیرهای حالت سیستم را نشان می‌دهند. همانطور که در شکل (۴) دیده می‌شود خروجی سیستم حتی در حضور نامعینی‌ها نیز به صفر همگرا شده است. به علاوه دامنه نوسانات خروجی سیستم بسیار کوچک بوده و بعد از دوازده ثانیه خروجی به طور کامل صفر شده و بنابراین اثر اغتشاش ناسازگار $d_1(x,t)$ به طور کامل حذف شده و خروجی سیستم تغییرناپذیر شده است. دو شکل بعدی یعنی (۶) و (۷) سطوح لغزشی تعریف شده در معادلات (۳) و (۵) و همگرایی آنها را به سمت صفر نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود دامنه سوئیچینگ ناشی از تابع علامت بسیار کوچک است. در نهایت در شکل (۸) سیگنال ورودی صاف و بدون سوئیچینگ سیستم یعنی u را می‌توان مشاهده نمود. دقت نمایند که دامنه \dot{u} و سوئیچینگ آن در شکل (۹) اهمیتی ندارد زیرا \dot{u} سیگنال قبل از انتگرال گیر می‌باشد و به سیستم اعمال نمی‌شود. همانطور که از این مثال دیده می‌شود در روش پیشنهادی هم چترینگ حذف شده و هم تغییرناپذیری سیستم حلقه بسته در حضور هر دو نوع نامعینی سازگار و ناسازگار محفوظ می‌ماند.

تذکره ۷: واضح است که در روش پیشنهادی و در شبیه‌سازی، همه دینامیکهای سیستم به عنوان نامعینی (سازگار و یا ناسازگار) در نظر گرفته شده است.

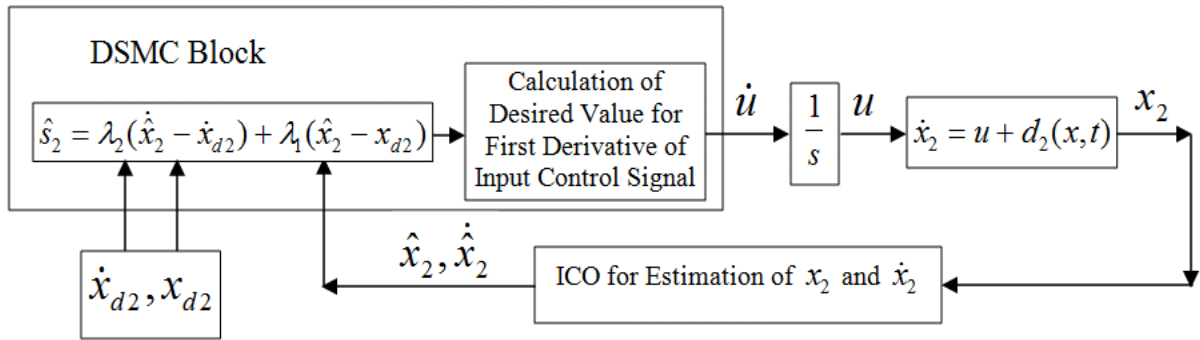
۶- نتیجه گیری

کنترل حالت لغزشی (SMC) دو ایراد اساسی دارد: چترینگ (Chattering) و تغییرپذیری نسبت به نامعینی ناسازگار (Mismatched). در روش ارایه شده و رویکرد پیشنهادی در این مقاله هر دو مشکل به طور همزمان حل می‌شوند. برای حل مشکل چترینگ از کنترل حالت لغزشی دینامیکی (DSMC) استفاده شده است و مشکل نامعینی ناسازگار با تبدیل سیستم اصلی به چند زیر سیستم و تعریف چند سطح لغزشی حل شده است. برای حل مشکل کنترل حالت لغزشی

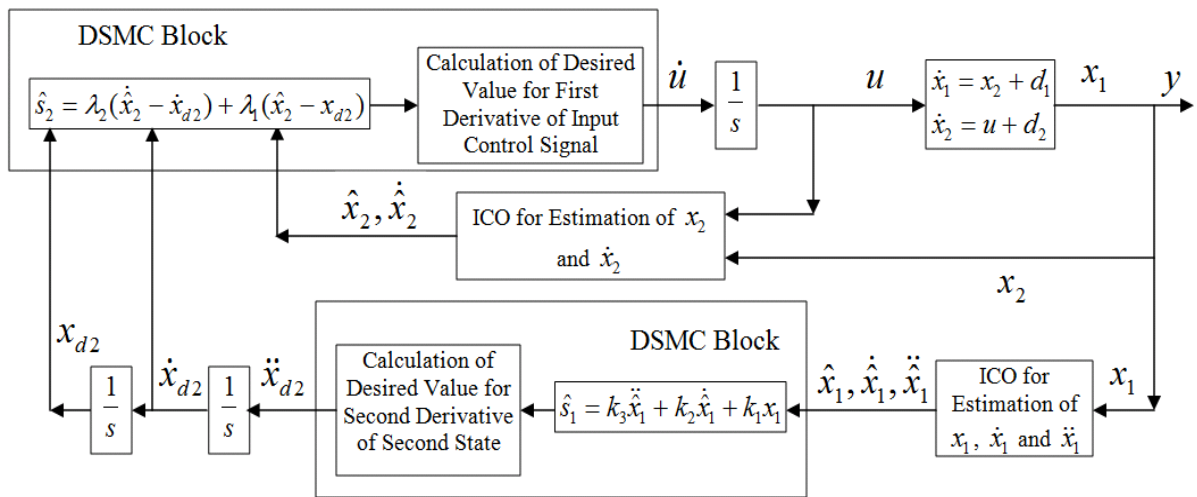
- systems with matched and mismatched uncertainty”, Elsevier, ISA Transactions, vol. 52, pp. 335-341, 2013.
- [19] A. Polyakov and A. Poznyak, “Invariant ellipsoid method for minimization of unmatched disturbances effects in sliding mode control”, Elsevier, Automatica, vol. 47, pp. 1450-1454, 2011.
- [20] A.-C. Huang and Y.-C. Chen, “Adaptive multiple-surface sliding control for non-autonomous systems with mismatched uncertainties”, Elsevier, Automatica, vol. 40, pp. 1939-1945, 2004.
- [21] Y.-C. Tsai and A.-C. Huang, “FAT-based adaptive control for pneumatic servo systems with mismatched uncertainties”, Elsevier, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 22, pp. 1263-1273, 2008.
- [22] S. Mahieddine Mahmoud, L. Chrifi-Alaoui, V. Van Assche and P. Bussy, “Sliding mode control of nonlinear SISO systems with both matched and unmatched disturbances”, International Journal of Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (IG-STA), vol. 2, no. 1, pp. 350-367, 2008.
- [23] M.-S. Chen, Y.-R. Hwang and M. Tomizuka, “A state-dependent boundary layer design for sliding mode control”, IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 47, no. 10, pp. 1677-1681, 2000.
- [24] A. Levant “Homogeneity approach to high order sliding mode design”, Elsevier, Automatica, vol. 41, pp. 823-830, 2005.
- [25] A. Levant, “Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control”, Wiley, International Journal of Control, vol. 76, pp. 924-941, 2003.
- [26] M. Chen, C. Chen and F. Yang, “An LTR-observer-based dynamic sliding mode control for chattering reduction”, Elsevier, Automatica, vol. 43, no. 6, pp. 1111-1116, 2007.
- of the Franklin Institute, vol. 345, pp. 926-941, 2008.
- [10] Y. Wang, C. Jiang, D. Zhou and F. Gao, “Variable structure control for a class of nonlinear systems with mismatched uncertainties”, Elsevier, Applied Mathematics and Computation, vol. 200, pp. 387-400, 2008.
- [11] J. Yang, S. Li and X. Yu, “Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer”, IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 60, no. 1, 2013.
- [12] J. Yang, S. Li, J. Su and X. Yu, “Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances”, Elsevier, Automatica, vol. 49, pp. 2287-2291, 2013.
- [13] D. Ginoya, P. D. Shendge and S. B. Phadke, “Sliding mode control for mismatched uncertain systems using an extended disturbance observer”, IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 61, no. 4, 2014.
- [14] J. Yang, J. Su, S. Li and X. Yu, “High-order mismatched disturbance compensation for motion control systems via a continuous dynamic sliding-mode approach”, IEEE Transaction on Industrial Informatics, vol. 10, no. 1, 2014.
- [15] K.-K. Shyu, Y.-W. Tsai and C.-K. Lai, “A dynamic output feedback controllers for mismatched uncertain variable structure systems”, Elsevier, Automatica, vol. 37, pp. 775-779, 2001.
- [16] X. G. Yan, S. K. Spurgeon and C. Edwards, “Dynamic sliding mode control for a class of systems with mismatched uncertainty”, Wiley, European Journal of Control, vol. 11, pp. 1-10, 2005.
- [17] W. Xiang and F. Chen, “An adaptive sliding mode control scheme for a class of chaotic systems with mismatched perturbations and input nonlinearities”, Elsevier, Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 16, pp. 1-9, 2011.
- [18] S. Mondal and C. Mahanta, “Chattering free adaptive multivariable sliding mode controller for



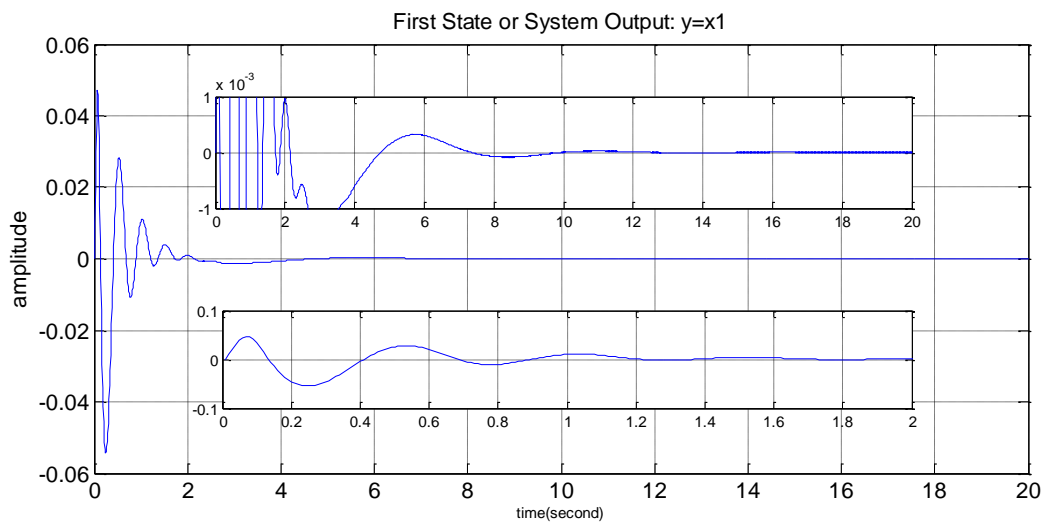
شکل ۱: ساختار و دیاگرام مرحله اول



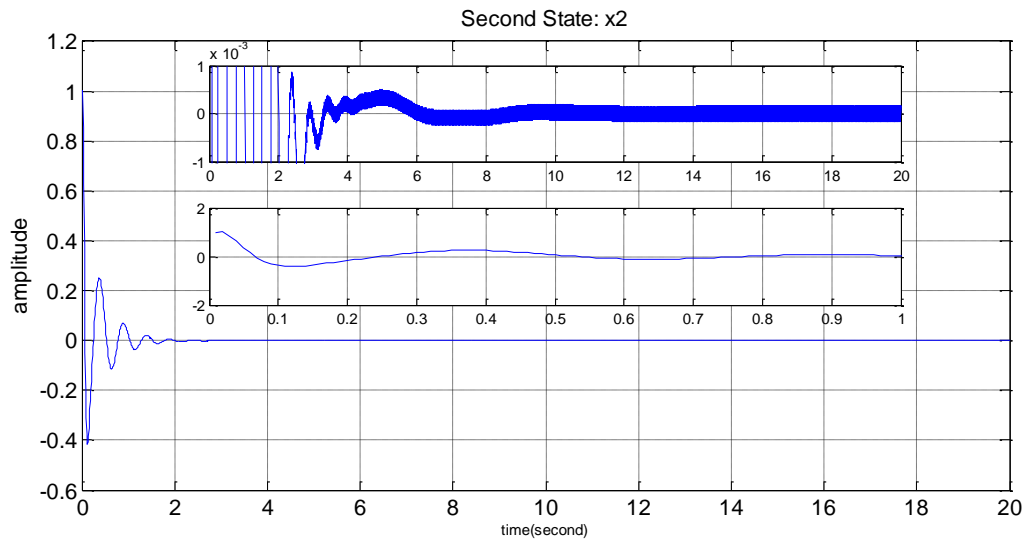
شکل ۲: ساختار و دیاگرام مرحله دوم



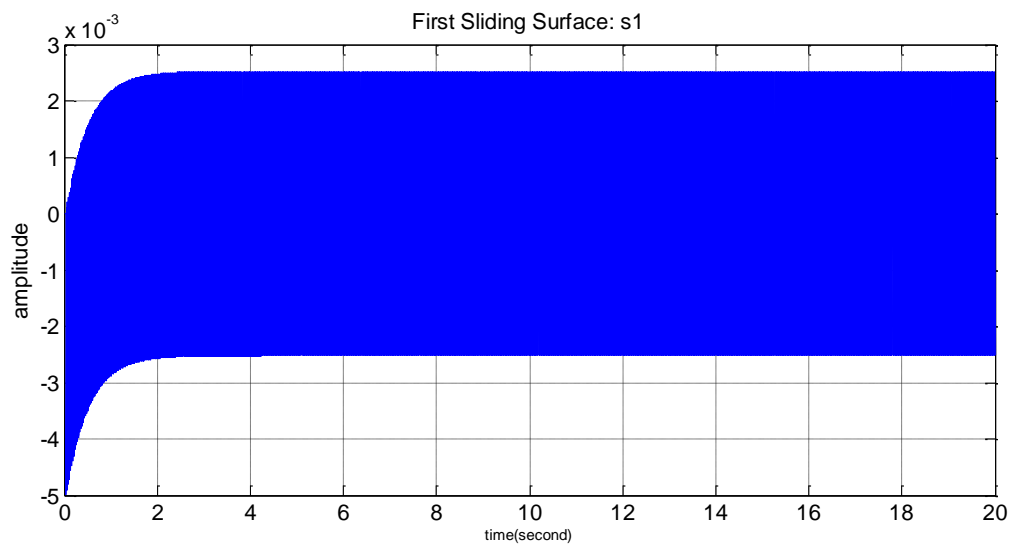
شکل ۳: ساختار و دیاگرام کلی کنترل کننده



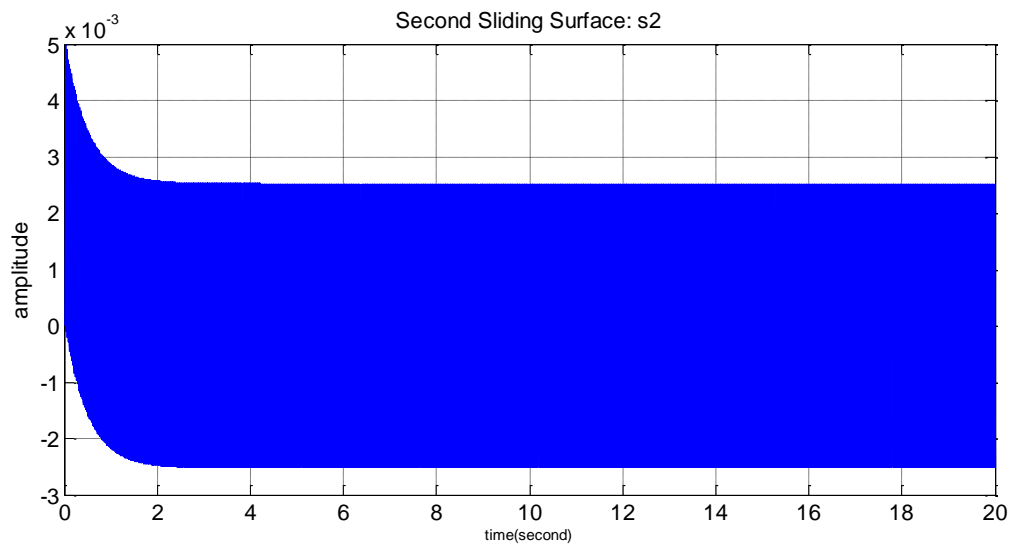
شکل ۴: خروجی سیستم



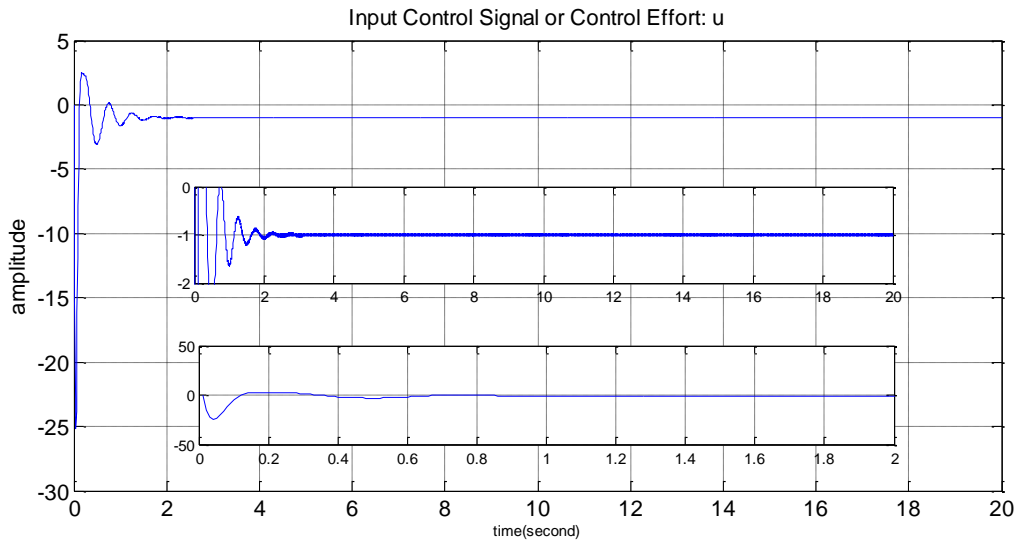
شکل ۵: متغیر حالت دوم سیستم



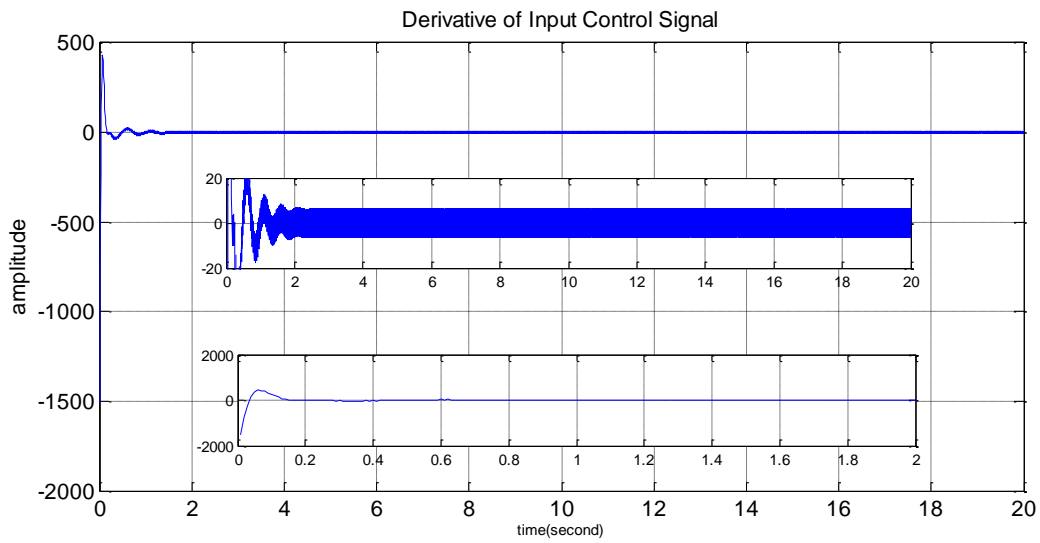
شکل ۶: سطح لغزشی اول



شکل ۷: سطح لغزشی دوم



شکل ۸: سیگنال ورودی سیستم



شکل ۹: مشتق سیگنال ورودی سیستم

تولید دستور کنترلی بهینه برای دویدن صفحه‌ای ربات دوپای اتریاس در مقایسه با دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فتری

بهنام داداش زاده^۱، حیدر شبان^۲، سید محمد رضا سید نورانی^۱، بهروز کوهستانی^۱

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی فناوریهای نوین، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز،

{b.dadashzadeh, smrs.noorani, b.koohestani}@tabrizu.ac.ir

^۲ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی فناوریهای نوین، دانشگاه تبریز، shaban.heidar91@ms.tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۱/۱۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۳/۱۴)

چکیده: در این مقاله به تولید گام دویدن بهینه برای مدل صفحه‌ای ربات دوپای اتریاس می‌پردازیم. ربات اتریاس در دانشگاه ایالتی اورگان با هدف دویدن با سرعت بالا طراحی شده است. الگوی دویدن اتریاس قبلاً بر مبنای مدل آونگ وارون فتری طراحی شده است. اگرچه این مدل غیرفعال مبنای خوبی برای تولید گام در ربات‌های دوپای می‌باشد ولی الزاماً بهترین جواب انرژی کارا نیست. از این رو در این مقاله به کمک روش برمبنای مشتق و با شروع از جواب موجود که بر مبنای مدل آونگ وارون فتری می‌باشد، به جستجوی الگویی برای تولید گام دویدن می‌پردازیم که شاخص مصرف انرژی در طول یک قدم کامل یعنی هزینه حمل را کمینه کند. برای این منظور ابتدا با استخراج معادلات حرکت در هر یک از مراحل زمان پیوسته تکیه گاهی و پرواز و نیز مدل گذار بین آن‌ها در لحظه‌های کنده شدن و برخورد، مدلی صفحه‌ای از دویدن ربات اتریاس به دست می‌آوریم. سپس با پارامتری کردن منحنی گشتاور موتورها با استفاده از توابع چندجمله‌ای و حل دینامیک مستقیم، مساله بهینه سازی برای کمینه کردن میزان هزینه حمل انجام می‌شود. روند بهینه سازی با چندجمله‌ای‌های درجه ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود تا بهترین شکل گشتاورها برای مسئله مورد نظر حاصل شود. نتایج نشان می‌دهند به ازای هر سه منحنی گشتاور بهینه سازی شده، هزینه حمل نسبت به مقدار حاصل از دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فتری بهبود می‌یابد. بهترین کارایی از نقطه نظر تابع هزینه به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴ به دست می‌آید.

کلمات کلیدی: ربات دوپای اتریاس، تولید گام، پارامتری سازی، بهینه‌سازی برمبنای مشتق.

Optimal Control Command Generation for Planar Running of ATRIAS Biped Robot vs. SLIP Based Running

Behnam Dadashzadeh, Heidar Shaban, Mohammad-Reza S. Noorani, Behrooz Koohestani

Abstract: In this paper we investigate generating an optimal running gait for the planar model of ATRIAS bipedal robot. ATRIAS is a robotic prototype implemented in Oregon State University with the aim of high speed running. Gait generation for ATRIAS has been done based on SLIP model. Although this passive model is a good base for gait generation, it does not necessarily yield to the best energy efficient solution. So, in this paper via the gradient based method starting from an initial point given by SLIP based control, we search for an optimal pattern for the running gait that minimizes cost of transport (COT) during one complete step. Equations of motion for each continuous time phases, called stance and flight, and models for take-off and touch-down events are derived. Then by parameterization of motors torque profiles using polynomials and solving the direct dynamic model, optimization problem is solved to minimize COT. The optimization is

repeated three times by performing the parameterization in terms of polynomials of degrees 3, 4, and 5, to obtain the most efficient torque profiles. The results indicate that for all three shapes of polynomials COT is reduced compared with SLIP based running gait. Moreover, the minimal COT is achieved by torque profiles of degree 4.

Keywords: ATRIAS Biped Robot, Gait Generation, Parameterization, Gradient based Optimization.

در بخشی از طول قدم، پیکره‌ی مکانیکی پیش انداخته می‌شود تا تحت نیروی وزن به جلو سقوط کند؛ که البته با فرود آمدن پای آونگی از سقوط کامل و ناپایداری حرکت جلوگیری می‌شود. بنابراین اگر پیکره‌ی ربات (یا بدن انسان) را به شکل یک مجموعه نگاه کنیم، در هنگام سقوط پیکره به سبب عدم تعادل استاتیکی، نیروی وزن پیکره به عنوان یک منبع انرژی پیشران عمل می‌کند. از دیدگاه دینامیکی این سیر حرکتی مدلی مشابه یک آونگ و ارون دارد، که روی تکیه‌گاهش به-شکل فعال یا غیرفعال لولا شده و در یک تعادل ناپایدار حول وضعیت تعادلی خود در نوسان است. توجه کنیم که مدل آونگ و ارون در حل فاز تکیه‌گاهی بررسی می‌شود و مطلوب است که حرکت ترکیبی فازهای حرکت به طور پایدار در دوره‌های تناوبی قدم تکرار شود.

به‌علاوه در حرکت یک ربات دوپا باید توجه داشت که به سبب تحریک مفاصل و حرکت رابطها و در نتیجه تغییر پیکره‌بندی، مرکز جرم بدن محل ثابتی نداشته و در صفحه‌ی حرکت (با فرض حرکت صفحه‌ای) جابه‌جا خواهد شد. بر این اساس با اصلاح مدل آونگ و ارون، مدل کامل‌تر «آونگ و ارون فتری»^۱ ارائه شده است، که در آن رابط بین جرم متمرکز و نقطه‌ی تکیه‌گاهی فتری می‌باشد تا بدین ترتیب جابجایی محل مرکز جرم امکان‌پذیر شود [۶-۸].

نکته‌ی دیگری که باید به آن اشاره کرد، وجود یا عدم وجود کف پا است. در حالتی که کف پا وجود دارد مفصل قوزک پا فعال است و در فاز تکیه‌گاهی سیستم با تحریک کامل^۲ می‌باشد. اما در حالت پای نقطه‌ای، مفصل بین ساق پای تکیه‌گاهی و زمین غیرفعال می‌باشد و از دیدگاه کنترلی در این حالت با یک سیستم زیرفعال^۳ مواجه هستیم. در این حالت طرح کنترلی در تمام دوره‌ی قدم می‌بایست تضمین کننده‌ی پایداری حلقه باز سیستم نسبت به درجه آزادی غیرفعال سیستم باشد و این موضوع سبب پیچیدگی بیشتر در تولید یک گام پایدار در ربات‌های دویای زیرفعال خواهد شد [۹-۱۰].

از نقطه‌نظر ریاضی نیز ربات‌های دوپا چالش برانگیز خواهند بود. علاوه بر تعداد درجات آزادی زیاد که به معادلات حرکت به شدت غیرخطی و جفت شده منجر می‌شود، گذار بین برخی فازهای حرکت نیز پیوسته نیست. علت این امر وجود ضربه و تغییر آنی سرعت‌ها است که سبب پرش در نمودار زمانی آنها خواهد شد. به علاوه در گام دویدن

۱- مقدمه

ربات‌های انسان‌نما از جذاب‌ترین و پیچیده‌ترین موضوعات مهندسی رباتیک به حساب می‌آیند، که طی سال‌های اخیر علاقه‌ی پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده‌اند. شاخصه‌ی اصلی ربات‌های انسان‌نما راه رفتن بر روی دوپا می‌باشد که آنها را از سایر ربات‌های متحرک متمایز می‌سازد. مزیت اصلی این مکانیزم حرکتی، قابلیت مانوردهی در محیط‌های پیچیده و عبور از موانع و سطوح ناهموار می‌باشد. در مقابل، پیچیدگی و توان مصرفی بالا از معایب آن محسوب می‌شود [۱].

از دیدگاه حفظ تعادل در حرکت، گام‌برداری ربات‌های دوپا به دو شکل «تعادل استاتیکی» و «تعادل دینامیکی» قابل اجرا خواهد بود. اگر در طول زمان گام برداری پیکره‌ی مکانیکی ربات در تعادل استاتیکی قرار گیرد، (حتی با خاموش شدن موتورها) چنین الگوی حرکتی را تعادل استاتیکی می‌گوییم. از نقطه نظر مکانیکی، این شرط هنگامی برقرار می‌شود که امتداد اثر نیروی وزن همواره درون محدوده‌ی چندضلعی تکیه‌گاهی قرار گیرد. اما اگر این شرط در بخشی از دوره‌ی حرکت نقض شود و همچنان ربات دوپا قادر به اجرای حرکتی پایدار باشد، آنگاه گام‌برداری به شکل تعادل دینامیکی اجرا می‌شود. انسان به‌طور طبیعی به شکل تعادل دینامیکی حرکت می‌کند؛ در واقع در بخشی از دوره‌ی حرکت، شخص با به جلو راندن بالاتنه و در نتیجه مرکز جرم بدن، خود را به جلو انداخته و شرط تعادل استاتیکی را به هم می‌زند. بدین ترتیب نیروی وزن در تأمین بخشی از انرژی لازم برای جلو راندن بدن سهیم شده و کارایی مکانیزم حرکتی افزایش می‌یابد.

با ملاحظه‌ی نیروی محرکه ربات، می‌توان ربات‌های دوپا را به دو دسته‌ی غیرفعال و فعال تقسیم‌بندی کرد. ربات‌های غیرفعال فاقد هر نوع محرکه‌ی خارجی در سیستم حرکتی خود هستند و حرکت آنها تنها تحت تأثیر نیروی گرانش و روی بستری شیب‌دار انجام می‌گیرد. نظریه‌ی ربات‌های غیرفعال اولین بار توسط مک‌گیر در سال ۱۹۹۰ ارائه شد [۲]. در واقع ربات‌های غیرفعال به عنوان بستری برای مطالعه‌ی اصول حرکتی در یک ربات دوپا، مبتنی بر حرکت طبیعی انسان، مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند [۳-۵].

اگرچه هم انسان و هم ربات‌های دوپای امروزی دارای محرکه‌های متعددی در سیستم حرکتی خود هستند، با این حال همچنان که اشاره شد، در حرکت به شکل طبیعی که با تعادل دینامیکی محقق خواهد شد،

1. Spring Loaded Inverted Pendulum (SLIP)
2. Fully actuated
3. Underactuated system

برای نمونه روش‌های مبتنی بر یادگیری مانند شبکه‌های عصبی و یا یادگیری تقویتی [۱۵-۱۶]، روش‌های مبتنی بر مولدهای الگوی مرکزی الهام گرفته از جانوران [۱۷-۱۸]، تولید و کنترل گام بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی [۱۹-۲۰]، فراهم آوردن شرایط پایدارسازی گام در مکانیزمهای غیرفعال [۳-۵]، و روش تعریف قیود هولونومیک مجازی و طرح قانون کنترلی برای ماندن روی مینفولد دینامیک صفر^۵ [۲۱-۲۴] به وفور در ادبیات فن مطرح شده‌اند. شایان ذکر است در بیشتر روش‌های رایج، پارامتری کردن متعیرهای مفصل^۶ و سپس اعمال روشی برای یافتن جواب بهینه، مانند الگوریتم‌های تکاملی^۷ و یا روشی برای تضمین پایداری مانند نگاشت بازگشتی پوانکاره^۸ [۲۲-۲۴] روال عمومی تولید گام در ربات‌های دویا می‌باشد.

در این مقاله قصد داریم به روش پارامتری کردن توابع زمانی گشتاورهای مفصل یک نمونه ربات موجود، یعنی ربات دویای اتریاس^۹، گام دوییدن این ربات را در مدل صفحه‌ای آن که در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی می‌شود بهینه‌سازی کنیم. تابع هزینه‌ی مورد نظر برای این هدف عبارت است از انرژی لازم در موتورها به ازای واحد وزن ربات و واحد مسافت طی شده که به آن «هزینه‌ی حمل»^{۱۰} گوئیم. به ویژه قصد داریم نشان دهیم گام دوییدن بهینه‌ی به دست آمده به این روش، در مقایسه با گامی که به روش کنترل شده بر اساس مدل آونگ و ارون فنی حاصل شود، از هزینه‌ی حمل کمتری برخوردار است.

در مسئله‌ی بهینه‌سازی از «روش بر مبنای مشتق»^{۱۱} استفاده می‌شود. پارامتری کردن تاریخچه‌ی زمانی گشتاورها نیز با ساختار چندجمله‌ای‌ها انجام می‌گیرد. روند پارامتری کردن با چندجمله‌ای‌های درجه ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود تا بهترین شکل گشتاورها برای مسئله‌ی مورد نظر حاصل شود. شایان ذکر است نمودار گشتاور هر مفصل شامل دو چندجمله‌ای هم درجه خواهد بود که یکی برای مرحله‌ی تکیه‌گاهی و دیگری برای مرحله‌ی پرواز منظور می‌شود. بنابراین ابعاد فضای جستجو وابسته به تعداد مفصل‌های ربات، درجه چندجمله‌ای‌ها، و تعداد مراحل زمان پیوسته در حرکت خواهد بود. همچنین برای طرح‌ریزی گام دوییدن و اطمینان از اینکه نمودار گشتاورها پس از اعمال به مدل شبیه‌سازی‌شده‌ی ربات مفروض، محدودیت‌های فیزیکی مانند فرو نرفتن درون سطح تکیه‌گاهی را رعایت می‌کند، قیدهای مناسبی تعریف شده و برای هر جواب احتمالی در روند بهینه‌سازی ارزیابی می‌شوند. پس از حصول جواب‌های بهینه به روش بر مبنای مشتق، مسئله‌ی موجود با روش الگوریتم ژنتیک نیز حل می‌شود. هدف از این بررسی، اول مقایسه‌ی زمان‌بری و هزینه‌ی محاسباتی بین دو روش بر مبنای مشتق و الگوریتم ژنتیک، و دوم حصول

وجود فاز پرواز، سبب اضافه شدن متغیرهای تعمیم‌یافته در حرکت بالستیک خواهد شد و این امر معادلات حرکت را به دو فاز تکیه‌گاهی و پرواز می‌شکند.

همچنین از منظر طراحی ربات‌های دویا، می‌توان مکانیزمهای حرکتی را به دو دسته‌ی پای صلب و پای انعطاف‌پذیر تقسیم کرد. پای انعطاف‌پذیر نیز به دو دسته‌ی زانودار فنی و کشویی فنی قابل تقسیم-بندی است. مکانیزمهای زانودار فنی نیز از نظر نحوه‌ی اتصال فنر بین موتور و فنر در قالب طرح‌های سری، موازی و یا ترکیبی از سری و موازی پیشنهاد شده‌اند. ربات‌های دویا با مکانیزم پای فنی یا انعطاف‌پذیر از لحاظ صرفه‌ی انرژی در مقایسه با مکانیزمهای پای صلب کارایی بیشتری دارند. علاوه بر این راه رفتن و دوییدن آنها در مقایسه با ربات با پای صلب طبیعی‌تر است و نمودار نیروی عکس‌العمل نوک پای آنها شبیه‌تر به نمونه‌ی انسانی می‌شود. حتی می‌توان ادعا نمود استفاده از پای انعطاف‌پذیر برای دوییدن و راه رفتن ربات دویا ضروری است [۱۱].

از نظر تاریخی، اولین ربات انسان‌نما با ۱۱ درجه آزادی در سال ۱۹۷۳ توسط کاتو و همکارانش در دانشگاه واسدا^۱ در کشور ژاپن ساخته شد. این ربات قادر بود تا به طور تعادل استاتیکی راه برود. البته آنها بعداً گام حرکت را به گام تعادل شبه دینامیکی توسعه دادند [۱۲]. پس از آن نیز توسعه‌ی ربات‌های انسان‌نما با حرکت استاتیکی و یا شبه دینامیکی ادامه یافت، و شاید بتوان گفت مشهورترین آنها ربات آسیمو^۲ ساخت شرکت هوندا باشد. این ربات بر مبنای معیار «نقطه‌ی لنگر صفر»^۳ راه رفتن با تعادل استاتیکی را اجرا می‌نمود [۱۳].

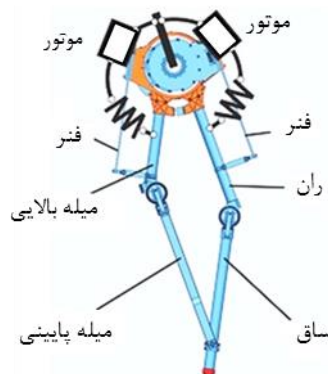
شایان ذکر است معیار نقطه‌ی لنگر صفر اولین بار در سال ۱۹۶۹ توسط وکوباتویچ، اهل کشور یوگسلاوی سابق، مطرح شد. این معیار برای حفظ تعادل استاتیکی در ربات‌های دویا دارای کف پا استفاده شده است. نقطه‌ی لنگر صفر مکانی است که مجموع لنگرهای واژگون کننده شامل لنگر نیروی وزن و نیروهای لختی تمام اعضا، حول آن نقطه صفر است. مطابق این معیار تا هنگامی که نقطه‌ی لنگر صفر داخل چندضلعی تکیه‌گاهی قرار گیرد سیستم مکانیکی در تعادل دینامیکی خواهد بود و اگر این نقطه به مرز چندضلعی تکیه‌گاهی برسد پا در حال واژگون شدن است. واضح است که این معیار در ربات‌های دویا دارای کف پا کارایی دارد اما در ربات‌های دویا با پای نقطه‌ای که در آن نقطه گشتاور صفر همواره در نقطه اتصال پا به زمین قرار دارد، پا همواره در حال واژگون شدن است و اعمال معیار نقطه‌ی لنگر صفر ممکن نیست [۱۴]. در این موارد حرکت پایدار می‌بایست با روشهای دیگری مثل پایداری کل حلقه گام دوییدن محقق شود.

به جز روش اعمال معیار نقطه‌ی لنگر صفر، روش‌های دیگری نیز برای تولید گام^۴ و پایدارسازی آن در ربات‌های دویا استفاده شده است.

5. Zero Dynamics Manifold
6. Joint Trajectory Parametrization
7. Evolution Algorithms
8. Poincare Return Map
9. ATRIAs (Assume The Robot Is A Sphere)
10. Cost of Transport
11. Gradient Based Method

1. Waseda University
2. HONDA ASIMO 2007
3. Zero Moment Point (ZMP)
4. Gait Generation

در انتهای مرحله‌ی چهارم منطبق بر حالت اولیه‌ی آن در شروع دوره گردد:



شکل ۱: مکانیزم چهارمیله‌ای پای ربات اتریاس با سیستم تحریک فنی [۲۳]

۱- مرحله‌ی تکیه‌گاهی: قدم دویدن با مرحله‌ی تکیه‌گاهی آغاز می‌شود و طی آن مجموعه‌ی پیکره با دوران حول نقطه‌ی اتکالی پای تکیه‌گاهی بر زمین، خود را به جلو سوق می‌دهد. در مرحله‌ی تکیه‌گاهی معادلات حرکت در قالب معادلات دیفرانسیل غیرخطی زمان پیوسته است و به سبب عدم وجود موتور در نقطه‌ی اتکالی پای، سیستم زیرفعال می‌شود.

۲- لحظه‌ی کنده‌شدن: چنانچه ربات در مرحله‌ی تکیه‌گاهی طوری پیش برود که انرژی لازم برای بلند شدن مجموعه فراهم آید، آنگاه لحظه‌ای پیش خواهد آمد که نیروی واکنش زمین در نقطه‌ی اتکالی پای صفر می‌شود. با رخ دادن این وضعیت، شرایط گذر از مرحله‌ی تکیه‌گاهی به مرحله‌ی پرواز برای ربات دوندۀ برقرار شده است.

۳- مرحله‌ی پرواز: در این مرحله هر دو پای ربات از زمین جدا شده و مجموعه‌ی ربات یک حرکت بالستیک را اجرا می‌کند. با فرض صفحه‌ای بودن، در مرحله‌ی پرواز دو درجه آزادی انتقالی مازاد در دو راستای افقی و قائم به درجات آزادی ربات افزوده می‌شوند. در واقع باید گفت حرکت مرکز جرم در صفحه‌ی قائم مانند حرکت یک پرتابه دنبال خواهد شد. با این حال پیکره‌بندی ربات در حین مرحله‌ی پرواز توسط مفاصل فعال قابل کنترل است. بنابراین می‌توان پیکره‌بندی مناسبی برای فرود پای تکیه‌گاهی بعدی بر زمین ایجاد نمود.

۴- لحظه‌ی برخورد: با استقرار پای تکیه‌گاهی (پای آونگی دوره‌ی پیشین) دوره‌ی جدیدی آغاز می‌شود. در لحظه‌ی برخورد ضربه‌ی پای بر زمین موجب تغییر آنی در تکانه و در نتیجه متغیرهای حالت سرعت می‌شود در حالی که متغیرهای حالت پیکره‌بندی پیوسته می‌مانند. مدل برخورد متغیرهای حالت پس از برخورد را به همان‌ها در پیش از برخورد مرتبط می‌کند. این مدل که یک نگاشت گسسته است به «نگاشت برخورد» نیز شناخته می‌شود.

اگر مراحل بالا به ترتیب در دوره‌های متناوب گام‌برداری تکرار شوند، آنگاه قدمهای دویدن متناوب تولید می‌شود. برای تحقق این

اطمینان از اینکه جواب‌های به دست آمده از روش پرمبنای مشتق یک کمینه‌ی محلی در فضای جستجو نیستند، می‌باشد.

در بخش‌های بعدی ابتدا به معرفی فنی ربات اتریاس و سپس و استخراج معادلات حرکت حاکم بر آن می‌پردازیم. استخراج معادلات حرکت به منظور شبیه‌سازی نرم‌افزاری ربات لازم خواهد بود. پس از آن مسئله‌ی طرح‌ریزی گام و یافتن جواب بهینه که انرژی لازم برای دویدن را کمینه کند دنبال می‌شود. بدین منظور ابتدا با پارامتری کردن نمودار گشتاورهای مفاصل هر بار مسئله‌ی دینامیک مستقیم ربات به ازای هر جواب احتمالی در روند بهینه‌یابی حل شده و سپس تابع هزینه که متناسب با کار انجام شده یا همان انرژی مصرف شده محاسبه می‌شود. مسئله‌ی پارامتری سازی گشتاورها با سه ساختار چندجمله‌ای از درجه‌های ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود. در آخر جواب‌های بهینه‌ی به دست آمده، با الگوی گام دویدن که بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی طرح‌ریزی شده و در عمل روی ربات اتریاس پیاده‌سازی شده است مقایسه می‌شود، تا کارآمدی روش و شایستگی جواب‌های حاصل ارزیابی شود.

۲- معرفی فنی ربات دوپای اتریاس

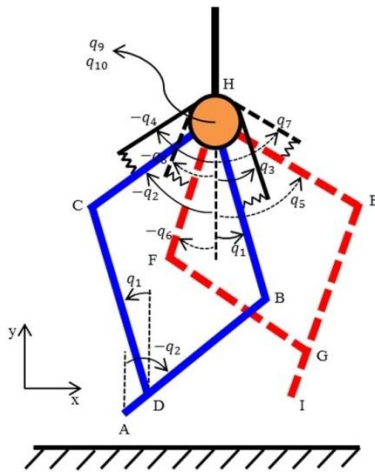
ربات دوپای اتریاس در دانشگاه ایالتی اورگان^۱ آمریکا به سرپرستی دکتر جی. هرست ساخته شده است. این ربات دارای پای نقطه‌ای (فاقد کف پا) است و برای حرکت صفحه‌ای از مکانیزم «میله‌ی گردان^۲» استفاده می‌کند. پیکره‌بندی ربات شامل یک رابط برای تنه، دو رابط ران و دو رابط ساق می‌باشد و در یک زنجیره‌ی متوالی سینماتیکی با مفاصل لولایی به هم متصل هستند. البته از لحاظ طراحی مکانیزم هر پا شامل دو موتور الکتریکی تعبیه شده در قسمت تنه‌ی ربات است که به واسطه‌ی اهرم‌بندی‌های چهارمیله‌ای رابط‌های ران و ساق را به طور مستقل حرکت می‌دهند. علاوه بر این اهرم‌بندی‌های چهارمیله‌ای بین موتورها و رابط‌های ران و ساق، شامل صفحه‌ی واسطه‌ی فنی هستند که مطابق شکل ۱، در نقش فنی که به طور سری بین موتور و رابط قرار می‌گیرد مدل می‌شود. در این شکل هم موتور و فنر صفحه‌ای واقعی و هم موتور و فنر شماتیکی نشان داده شده‌اند. بنابراین اتریاس از جمله ربات‌های انعطاف‌پذیر^۳ محسوب می‌شود. با توجه به نبود کف پا و غیرفعال بودن مفصل پای نقطه‌ای با زمین، ربات اتریاس در تمام دوره‌ی گام حرکتی خود زیرفعال است و بدیهی است حرکت این ربات با تعادل دینامیکی اجرا می‌شود [۲۵].

۳- مدل سازی دینامیکی

یک قدم دویدن در ربات‌های دوپا شامل چهار مرحله‌ی متوالی است که باید به ترتیب زیر دنبال شوند، و به شرط پایداری گام، حالت سیستم

1. Oregon State University
2. Rotating Boom
3. Compliant Robots

است. مقادیر مشخصه‌های فیزیکی و مکانیکی اجزا ربات اتریاس بر اساس نمونه‌ی ساخته شده‌ی آن در جدول‌های ۲ و ۳ فهرست شده است [۲۵-۲۶].



شکل ۲: مختصات تعمیم‌یافته‌ی انتخابی برای تحلیل دینامیکی ربات اتریاس

جدول ۱: گشتاورهای کنترلی روی مفاصل فعال

نماد	تعریف
u_1	گشتاور کنترلی محرک رابط HB (پای تکیه‌گاهی)
u_2	گشتاور کنترلی محرک رابط HC (پای تکیه‌گاهی)
u_3	گشتاور کنترلی محرک رابط HE (پای آونگی)
u_4	گشتاور کنترلی محرک رابط HF (پای آونگی)

جدول ۲: مشخصه‌های فیزیکی اجزا در نمونه‌ی ساخته شده‌ی ربات اتریاس

رابط	نماینه	لنگر لختی \bar{I}_i ($kg \cdot m^2$)	جرم m_i (kg)	طول l_i (m)	مرکز جرم a_i (m)
HB, HE	۱	۰/۰۱۹۸	۰/۶۲۵	۰/۵	۰/۱۶۹
HC, HF	۲	۰/۰۱۵۶	۰/۶۱۰	۰/۴	۰/۱۴۶
AB, IE	۳	۰/۰۱۴۳	۰/۵۱۰	۰/۵	۰/۱۰۶
CD, FG	۴	۰/۰۱۰۹	۰/۴۷۵	۰/۵	۰/۰۷۹
بدنه*	۹	۳/۸۳۱۶	۵۰/۶۵۰	-	۰/۱۸۷
مجموعه فنر	S	۰/۰۲۳۱	۱/۷۰۵	-	$a_{S1} = ۰/۰۴۵$ $a_{S2} = ۰/۰۷۳$

*جرم روتور روی جرم بدنه لحاظ شده است.

جدول ۳: مشخصه‌های مکانیکی اجزا در نمونه‌ی ساخته شده‌ی ربات اتریاس

کمیت	یکا	مقدار تخمینی
ثابت گشتاور موتور (\bar{k})	N. m/A	۰/۰۹۸۷
لنگر لختی روتور و درایور (J_r)	kg. m ²	۰/۰۰۱۲
ضریب فنری پیچشی (k_s)	N. m/rad	۴۱۱۹
ضریب میرایی پیچشی (c_s)	N. m. s/rad	۱/۴۶
میرایی پیچشی معادل جعبه‌دنده (Chd)	N. m. s/rad	۱۹/۰

موضوع لازم است بردار حالت سیستم در انتهای مرحله‌ی چهارم منطبق بر بردار حالت سیستم در ابتدای مرحله‌ی اول واقع شود. از این رو در این مقاله سعی می‌کنیم طرح‌ریزی گام با برآوردن ملزومات فوق انجام گیرد. در طراحی مدل ربات اتریاس فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

- ۱- محور هر موتور به واسطه‌ی یک جعبه‌دنده‌ی کاهنده با نسبت کاهش $r_g = ۵۰$ به رابط چهارمیله‌ای خود متصل می‌شود.
- ۲- میله‌ی واسطه‌ی فزی در هر چهارمیله‌ای، ترکیبی سری در اتصالات به صورت «موتور - فنر - رابط» ایجاد می‌کند. از این رو می‌توان گفت گشتاور خروجی از محور موتور، پس از ملاحظه‌ی جعبه‌دنده و اهرم‌بندی، به طور متناسب بر فنر اعمال می‌شود [۲۵].
- ۳- در ربات اتریاس فنر و موتور دارای خاصیت میرایی نیز می‌باشند که به صورت میراگر ویسکوز در مدل دینامیکی لحاظ می‌شود و سهم تلفات ریلی نیز در استخراج معادلات حرکت منظور می‌شود.
- ۴- از تغییر مکان مرکز جرم صفحات فزی ناشی از خمش آنها تحت تأثیر نیروی روی پاها صرف نظر می‌شود.
- ۵- برخورد به صورت پلاستیک و بدون برگشت و یا لغزش پا در نظر گرفته می‌شود.

برای نگهداری ربات اتریاس از میله‌ی گردان بلندی استفاده می‌شود، که به وسیله‌ی آن از حرکت ربات در صفحه‌ی تمام‌رخ^۱ جلوگیری شده و حرکتی صفحه‌ای در صفحه‌ی نیم‌رخ^۲ را به دست می‌دهد. از این رو مناسب است در انتخاب مختصات تعمیم‌یافته، زاویه‌ی بدنه‌ی ربات با راستای عمودی را ثابت فرض کنیم، و مطابق شکل ۲ سایر زوایای رابط‌ها را نیز با سنجش نسبت به محور عمودی محاسبه کنیم (زوایای مطلق). بنابراین مدل ربات اتریاس بر مبنای بدنه قفل شده^۳ ساخته می‌شود.

در مرحله‌ی تکیه‌گاهی نقطه‌ی تماس پای تکیه‌گاهی با زمین به عنوان مبدأ چارچوب مرجع انتخاب شده و پیکره‌بندی ربات نسبت به آن توصیف می‌شود. مطابق شکل ۲، برای هر پا چهار مختصه‌ی پیکره‌بندی داریم که عبارتند از زوایای رابط‌های ران، میله بالایی، فنر ران، و فنر میله بالایی، که همگی نسبت به راستای رابط تنه سنجیده می‌شوند. با انتخاب این زوایا به عنوان مختصات تعمیم‌یافته، آنها را برای پای تکیه‌گاهی به ترتیب با q_1, q_2, q_3, q_4 ، و به طور متناظر برای پای آونگی با q_5, q_6, q_7, q_8 نشان می‌دهیم. آنگاه با معلوم بودن این زوایا، پیکره‌بندی ربات در مرحله‌ی تکیه‌گاهی مشخص می‌شود. کنده شدن پای تکیه‌گاهی در مرحله‌ی پرواز دو درجه آزادی اضافه می‌کند که از این رو دو مختصه‌ی q_9 و q_{10} محل مفصل ران، لحاظ می‌شود. گشتاور اعمالی موتورها روی مفاصل فعال ربات سبب راندن رابط‌های ران و میله‌ی بالایی در هر پای می‌شود. بنابراین ۴ موتور یا ۴ مفصل فعال در راندن مجموعه‌ی ربات سهم هستند. گشتاور کنترلی روی هر مفصل که موجب تغییر زاویه‌ی رابط متصل به آن نسبت به راستای تنه می‌شود، در جدول ۱ مشخص شده

1. Frontal Plane
2. Sagittal Plane
3. Locked Torso

انرژی مکانیکی رابط ران HB:

اگر \bar{x}_{HB}^S و \bar{y}_{HB}^S به ترتیب مختصه‌های افقی و عمودی مرکز جرم رابط HB و بالانویس S نماینده‌ی مقدار آنها در مرحله‌ی تکیه‌گاهی باشد، آنگاه داریم:

$$\bar{x}_{HB}^S = l_3 \sin(-q_2) - (l_1 - a_1) \sin(q_1) \quad (\bar{A}-7)$$

$$\bar{y}_{HB}^S = l_3 \cos(-q_2) + (l_1 - a_1) \cos(q_1) \quad (\bar{B}-7)$$

انرژی جنبشی رابط HB عبارت خواهد بود از:

$$T_{HB}^S = \frac{1}{2} m_1 ((\dot{\bar{x}}_{HB}^S)^2 + (\dot{\bar{y}}_{HB}^S)^2) + \frac{1}{2} \bar{I}_1 (\dot{q}_1)^2 \quad (8)$$

انرژی پتانسیل رابط HB نیز برابر خواهد بود با:

$$V_{HB}^S = m_1 g \bar{y}_{HB}^S \quad (9)$$

انرژی مکانیکی مکانیزم فزری متصل به رابط HB:

با توجه به آنکه جرم مکانیزم فزری متصل به رابطها در مقایسه با خود رابطها قابل ملاحظه است، لذا لازم است تأثیر آن در معادلات حرکت منظور شود. تصور کنیم مرکز جرم مکانیزم فزری متصل به هر رابط از محل لولای ران در سمت راستی رابط و نیز عمود بر آن به ترتیب به اندازه‌ی a_{s1} و a_{s2} فاصله داشته باشد. آنگاه مختصه‌های افقی و عمودی مکانیزم فزری متصل به رابط HB نسبت به چارچوب مرجع برابر است با:

$$\bar{x}_{HB,S} = l_3 \sin(-q_2) - l_1 \sin(q_1) + [a_{s1} \sin(q_3) - a_{s2} \cos(q_3)] \quad (\bar{A}-10)$$

$$\bar{y}_{HB,S} = l_3 \cos(-q_2) + l_1 \cos(q_1) - [a_{s1} \cos(q_3) + a_{s2} \sin(q_3)] \quad (\bar{B}-10)$$

بدین ترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل مکانیزم فزری متصل به رابط HB عبارت خواهند شد از:

$$T_{HB,S} = \frac{1}{2} m_s ((\dot{\bar{x}}_{HB,S}^S)^2 + (\dot{\bar{y}}_{HB,S}^S)^2) + \frac{1}{2} \bar{I}_s (\dot{q}_3)^2 \quad (11)$$

$$V_{HB,S} = m_s g \bar{y}_{HB,S}^S + \frac{1}{2} k_s (q_3 - q_1)^2 \quad (12)$$

انرژی جنبشی روتور راننده‌ی رابط HB:

با فرض آنکه دوران محور خروجی جعبه‌دنده‌ی راننده‌ی رابط HB برابر با دوران فزری متصل به HB باشد، آنگاه با ملاحظه‌ی نسبت کاهش جعبه‌دنده، k_g ، سرعت زاویه‌ای روتور راننده‌ی رابط HB برابر است با:

$$\dot{\theta}_{HB,R}^S = r_g \dot{q}_3 \quad (13)$$

با منظور کردن جرم موتورها روی جرم تنه، در اینجا تنها سهم دوران روتورها باید به انرژی جنبشی ربات اضافه شود:

$$T_{HB,R}^S = \frac{1}{2} J_r (\dot{\theta}_{HB,R}^S)^2 \quad (14)$$

کار اتلافی ناشی از اصطکاک در جعبه‌دنده و مکانیزم فزری متصل به رابط HB:

با استفاده از رابطه‌ی ریلی برای ملاحظه‌ی اصطکاک لزج در روش لاگرانژی جهت استخراج معادلات حرکت، توان اتلافی در جعبه‌دنده و مکانیزم فزری متصل به رابط HB عبارت خواهد بود از:

$$R_{HB,D}^S = \frac{1}{2} c_{hd} (\dot{q}_3)^2 + \frac{1}{2} c_s (\dot{q}_3 - \dot{q}_1)^2 \quad (15)$$

معادلات حاکم بر حرکت در هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز ربات اتریاس در صفحه‌ی نیم‌رخ، به‌روش لاگرانژی و با احتساب سهم مربوط به تلفات ریلی استخراج می‌شود. بدین ترتیب داریم:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (1)$$

$$L = T - V \quad (2)$$

که در روابط بالا، L لاگرانژین، T و V به ترتیب انرژی جنبشی و پتانسیل، R کار اتلافی ریلی، Q_i نیروی‌های تعمیم‌یافته اعمال شده توسط موتورها، و q_i مختصه‌های تعمیم‌یافته‌ی مجموعه هستند.

انرژی جنبشی کل شامل مجموع انرژی جنبشی انتقالی و دورانی هر یک از اجزای ربات می‌باشد، یعنی:

$$T = \sum_i \left(\frac{1}{2} m_i \bar{v}_i^2 + \frac{1}{2} \bar{I}_i \omega_i^2 \right) \quad (3)$$

که در آن، m جرم، \bar{v} سرعت خطی مرکز جرم، ω سرعت زاویه‌ای و \bar{I} لنگر لختی حول مرکز جرم، برای هر رابط ربات می‌باشد. انرژی پتانسیل نیز شامل مجموع اثر وزن رابطها و اثر کشسانی رابطهای فزری می‌باشد:

$$V = \sum_i m_i g h_i + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} k_{s_i} (\Delta \theta_{s_i})^2 \quad (4)$$

که در آن، h ارتفاع مرکز جرم هر رابط نسبت به زمین، k_s ضریب فزری پیچشی معادل $\Delta \theta_s$ پیچش معادل ناشی از تغییر شکل رابطهای فزری می‌باشند. تلفات ریلی در جعبه‌دنده و مکانیزم فزری نیز بر اساس مدل اصطکاک لزج به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$R = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q} \quad (5)$$

که در آن D ماتریس میرایی شامل ضرایب میرایی پیچشی ربات می‌باشد. نیروهای تعمیم‌یافته را نیز می‌توان بر مبنای اصل کار مجازی از تساوی زیر محاسبه نمود:

$$\delta W = \sum_i Q_i \delta q_i \quad (6)$$

$$\equiv r_g [0 \ 0 \ u_1 \ u_2 \ 0 \ 0 \ u_3 \ u_4]^T \delta q$$

۳-۱- معادلات حرکت در مرحله‌ی تکیه‌گاهی

در مرحله‌ی تکیه‌گاهی فرض کرده‌ایم با تأمین اصطکاک لازم انتهای پای تکیه‌گاهی بر زمین لولا شده و مجموع پیکره حول این نقطه دوران می‌کند. شرط تحقق این امر آن است که در طول فاز تکیه‌گاهی همواره $F_y > 0$ باشد تا تماس پا با زمین حفظ شود و $F_x < \mu_s F_y$ باشد تا لغزش رخ ندهد، که در آن F_x و F_y نشان دهنده مولفه افقی و عمودی نیروی واکنش زمین و μ_s نشان دهنده ضریب اصطکاک ایستایی بین پا و زمین می‌باشد. در این فاز پیکره‌بندی ربات شامل یک زنجیره‌ی سینماتیکی باز می‌باشد که می‌توان با شروع از نقطه‌ی تکیه‌گاه مشخصه‌های سینماتیکی همه‌ی رابطها را نسبت به چارچوب مرجع محاسبه نمود. پس از آن می‌توان معادلات حرکت را تشکیل داد. برای نمونه اگر قسمت بالایی پای تکیه‌گاهی را در نظر بگیریم، محاسبات زیر می‌بایست انجام گیرد:

۳-۳- تحلیل رخدادهای کنده شدن

چنانچه حرکت مجموعه در مرحله‌ی تکیه‌گاهی طوری بوده باشد که انرژی لازم برای بلند شدن مجموعه فراهم آید، آنگاه لحظه‌ای پیش خواهد آمد که نیروی واکنش زمین در نقطه‌ی اتکای پا صفر می‌شود. با رخ دادن این وضعیت، شرایط گذر از مرحله‌ی تکیه‌گاهی به مرحله‌ی پرواز برقرار می‌شود. با بکار بستن قانون دوم نیوتن در راستای عمودی، که برای پیکره‌ی منزوی شده از زمین ارزیابی شود، در لحظه‌ی کنده شدن داریم:

$$N = m_{tot}g + m_{tot}\ddot{y}_{COM}^s = 0 \quad (20)$$

که در آن m_{tot} جرم و \ddot{y}_{COM}^s مؤلفه‌ی عمودی شتاب مرکز جرم کل ربات می‌باشد. با صفر شدن مؤلفه‌ی عمودی نیروی واکنش زمین، N ، می‌توان پیش‌بینی کرد در لحظه‌ی کنده شدن داریم:

$$m_{tot}g + \sum_i m_i \left(\frac{\partial \bar{y}_i}{\partial q^s} \ddot{q}^s + \frac{\partial}{\partial q^s} \left(\frac{\partial \bar{y}_i}{\partial q^s} \dot{q}^s \right) \dot{q}^s \right) \Big|_{q^*} = 0 \quad (21)$$

که m_i و \bar{y}_i جرم و مختصه‌ی عمودی مکان مرکز جرم هر رابط، و q^* پیکره‌بندی ربات درست در لحظه‌ی کنده شدن، می‌باشند. شایان ذکر است با توجه به پیوسته بودن متغیرهای حالت (هم پیکره‌بندی و هم سرعتی) هنگام کندگی از زمین، شرایط اولیه برای حل معادلات حرکت مرحله‌ی پرواز برابر با شرایط انتهایی حالت سیستم در مرحله‌ی تکیه‌گاهی است، یعنی داریم:

$$\begin{cases} q_0^f(1:8) = q^*, & q_0^f(9) = x_H^*, & q_0^f(10) = y_H^* \\ \dot{q}_0^f(1:8) = \dot{q}^*, & \dot{q}_0^f(9) = \dot{x}_H^*, & \dot{q}_0^f(10) = \dot{y}_H^* \end{cases} \quad (22)$$

که در آن زیرنویس H نماینده‌ی کمیت‌های مربوط به مفصل ران می‌باشد.

۴-۳- تحلیل رخداد برخورد

در انتهای مرحله‌ی پرواز با برخورد انتهای پای جلویی بر زمین، مرحله‌ی پرواز و نیز دوره‌ی یک قدم به اتمام می‌رسد و ربات دویا به ابتدای مرحله‌ی تکیه‌گاهی قدم بعدی وارد می‌شود. همان طور که در دوییدن یا راه رفتن انسان نیز قابل مشاهده است، هنگام رخداد برخورد پیکره‌بندی بدون تغییرات ناگهانی و به طور هموار از دوره‌ی پیش از برخورد به دوره‌ی پس از آن جابه‌جا می‌شود. با این حال برخورد با اعمال نیروی واکنشی ضربه‌ای که از سمت زمین به انتهای پای فرود آمده وارد می‌شود همراه است و سبب تغییر ناگهانی در مقدار تکانه‌ی مجموعه می‌شود. از این رو متغیرهای سرعتی حالت سیستم نیز در هنگام برخورد دستخوش تغییرات ناگهانی می‌شوند. علاوه بر این با ورود به قدم جدید نقش پاها تعویض می‌شود، یعنی پای آونگی فرود آمده نقش پای تکیه‌گاهی را می‌گیرد و برعکس. بنابراین باید برچسب شماره‌ی متغیرها نیز عوض شوند. این کار با ضرب ماتریس تعویض نام انجام می‌گیرد. بدین ترتیب شرایط اولیه برای حل معادلات حرکت در مرحله‌ی تکیه‌گاهی

به همین ترتیب محاسبات فوق برای رابط‌های فعال HE، HC و HF و نیز رابط‌های BA، CD، EI و FG که فاقد مکانیزم محرکه‌ی فزی هستند، انجام می‌گیرد. سپس با جای‌گذاری عبارات‌های محاسبه شده در رابطه‌ی (۱) و مرتب‌سازی آنها، معادلات حرکت ربات اتریاس در مرحله‌ی تکیه‌گاهی به شکل معادلات دیفرانسیلی زمان پیوسته از مرتبه‌ی دوم مطابق رابطه‌ی بسته‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} [M^s(q^s)]_{8 \times 8} \cdot [\dot{q}^s]_{8 \times 1} + [C^s(q^s, \dot{q}^s)]_{8 \times 8} [\dot{q}^s]_{8 \times 1} \\ + [D^s]_{8 \times 8} [\dot{q}^s]_{8 \times 1} \\ + [P^s(q^s)]_{8 \times 1} \\ = [B^s]_{8 \times 4} \cdot [u_m^s]_{4 \times 1} \end{aligned} \quad (16)$$

که در این رابطه M^s موسوم به ماتریس جرم شامل اثرات خطی لختی و C^s ماتریس شامل اثرات شتاب‌های جانب مرکزی و کوریولیس هستند. $D^s \dot{q}^s$ سهم اتلاف اصطکاکی و P^s سهم نیروی‌های پایستار گرانشی و کشسانی در معادلات حرکت را شامل می‌شوند. u_m نیز بردار گشتاورهای موتور است. ماتریس B^s نیز به شکل زیر می‌باشد:

$$B^s = r_g \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (17)$$

۳-۲- معادلات حرکت در مرحله‌ی پرواز

در مرحله‌ی پرواز هر دو پا از زمین کنده می‌شوند و مرکز جرم مجموعه مانند یک پرتابه در صفحه‌ی حرکت طی مسیر می‌کند. کنده شدن پای تکیه‌گاهی از زمین دو درجه آزادی به مجموعه اضافه می‌کند و از این رو لازم است به بردار مختصه‌های تعمیم‌یافته‌ی مرحله‌ی تکیه‌گاهی دو مختصه‌ی جدید اضافه، و از آن برای توصیف پیکره‌بندی ربات در مرحله‌ی پرواز استفاده کنیم. بنابراین با افزودن دو مختصه‌ی q_9 و q_{10} ، محل مفصل ران، مختصه‌های تعمیم‌یافته در مرحله‌ی پرواز عبارت خواهد شد از: $q^f = [q^s, q_9, q_{10}]$. بالانویس f نماینده‌ی مقدار کمیت‌ها در مرحله‌ی پرواز است. بدین ترتیب در محاسبه‌ی مکان مرکز جرم رابط‌ها از محل مفصل ران به عنوان نقطه‌ی مرجع استفاده خواهد شد. برای نمونه در محاسبه‌ی مکان مرکز جرم رابط HB می‌نویسیم:

$$\bar{x}_{HB}^f = q_9 + a_1 \sin(q_{11}) \quad (18-آ)$$

$$\bar{y}_{HB}^f = q_{10} - a_1 \cos(q_{11}) \quad (18-ب)$$

مشابه مرحله‌ی تکیه‌گاهی، معادلات حاکم بر حرکت ربات در مرحله‌ی پرواز نیز معادلات دیفرانسیلی زمان پیوسته از مرتبه‌ی دوم خواهند بود، و می‌توان آنها را با بکار بردن مجدد روابط (۱) تا (۶) به روش لاگرانژی استخراج نمود. در نهایت به دست خواهیم آورد:

$$\begin{aligned} [M^f(q^f)]_{10 \times 10} \cdot [\dot{q}^f]_{10 \times 1} \\ + [C^f(q^f, \dot{q}^f)]_{10 \times 10} [\dot{q}^f]_{10 \times 1} \\ + [D^f]_{10 \times 10} [\dot{q}^f]_{10 \times 1} \\ + [P^f(q^f)]_{10 \times 1} \\ = [B^f]_{10 \times 4} [u_m^f]_{4 \times 1} \end{aligned} \quad (19)$$

که در اینجا $[B^f] = [B^s, 0_{4 \times 2}]$ بوده و سایر عبارات‌ها مشابه با عبارات‌های رابطه‌ی (۱۶) می‌باشد.

برای اجتناب از بروز اشتباه در استخراج معادلات از ابزار سمبولیک نرم افزار متلب برای محاسبات و مشتق‌گیری های پارامتری استفاده می‌شود. همچنین برای صحنه گذاری مدل دینامیکی فاز پرواز و فاز تکیه-گاهی به طور جداگانه، معادلات دینامیکی سیستم با شرایط اولیه دلخواه و با گشتاور موتورهای صفر حل می‌شوند و با استفاده از پاسخ عددی بدست آمده انرژی مکانیکی کل سیستم محاسبه می‌شود. در صورتی که انرژی مکانیکی در این حالت در طول زمان ثابت بماند تاییدی بر درست بودن معادلات حرکت می‌باشد. همچنین برای صحنه گذاری مدل برخورد تکانه زاویه‌ای سیستم حول نقطه برخورد را قبل و بعد از برخورد به صورت عددی محاسبه می‌کنیم و چک می‌کنیم که این مقادیر باهم برابر باشند. پایستاری تکانه زاویه‌ای حول این نقطه نیز تاییدی بر درست بودن مدل برخورد می‌باشد [۲۶].

۴- تشکیل تابع هزینه برای مسئله‌ی بهینه‌سازی

بر اساس روش پیشنهاد شده در این مقاله در پی یافتن توابع گشتاورهای مفصل بر حسب زمان هستیم که بتوانند ضمن تولید گام دوییدن برای ربات اتریاس، انرژی لازم برای این منظور را نیز کمینه کنند. بدین منظور به تعداد موتورهای فعال، به طور جداگانه برای هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز توابع چندجمله‌ای بر حسب زمان و با ضرائب نامعین تعریف می‌کنیم، که این توابع نحوه‌ی تغییرات گشتاور تولیدی موتورها را معین می‌کنند. بنابراین ۴ تابع گشتاور برای مرحله‌ی تکیه-گاهی و ۴ تابع گشتاور برای مرحله‌ی پرواز منظور می‌گردد. با تعیین ضرائب، توابع گشتاور هر مرحله معین می‌شود، و آنگاه با حل معادلات حرکت (۱۶) و (۱۹)، یعنی حل مسئله‌ی دینامیک مستقیم، الگوی گام حاصل از گشتاورهای اعمالی ارزیابی خواهد شد. اگر نتیجه‌ی حاصل از شبیه‌سازی الزامات زیر برای تحقق یک گام قابل قبول برای دوییدن را برآورد کند، آنگاه آن دسته گشتاورهای اعمالی، رقابت برای کمینه کردن هزینه‌ی حمل را ادامه خواهند داد.

اولین الزام برای تحقق گام در یک ربات آن است که تمام رابط‌های آن بالای سطح زمین قرار گرفته باشند و در آن فرو نروند. با این حال در ارزیابی الگوهای حاصل شده در مسئله‌ی بهینه‌سازی این مقاله، با تعریف مقدار نفوذ به عنوان یک جریمه بزرگ و افزودن آن به تابع هزینه گام طوری طرح ریزی می‌شود که مقدار نفوذ پای آونگی در زمین صفر باشد. جریمه‌ی نفوذ پا در زمین، به صورت زیر، در هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز جداگانه محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} p_{cla}^s = \sum_t y_{tip}^s(t) & \forall t : y_{tip}^s(t) < 0 \\ p_{cla}^f = \sum_t y_{tip}^f(t) & \forall t : y_{tip}^f(t) < 0 \end{cases} \quad (27)$$

که در اینجا y_{tip} مختصه‌ی قائم انتهای پای آونگی در چارچوب مرجع است.

قدم جدید، که بلافاصله پس از رخداد برخورد حاصل می‌شود، با اعمال نگاشت زیر موسوم به نگاشت برخورد قابل محاسبه است:

$$x_{\pm}^s \equiv \begin{Bmatrix} q_{\pm}^s \\ \dot{q}_{\pm}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ S \cdot \Delta q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^f \\ \dot{q}^f \end{Bmatrix} \equiv f^s \Delta \cdot x^f \quad (23)$$

که در آنها زیرنویس‌های «+» و «-» به ترتیب نماینده‌ی مقدار آن کمیت، درست پس و پیش از لحظه‌ی برخورد هستند. x بردار حالت و S ماتریس تعویض نام می‌باشند. با توجه به توضیحات بالا S عبارت است از:

$$S \equiv \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} & 1_{4 \times 4} & 0_{4 \times 2} \\ 1_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

که 0 و 1 به ترتیب ماتریس‌های صفر و همانی از مرتبه‌ی ذکر شده هستند. همچنین Δq نگاشت تغییرات ناگهانی بردار سرعت در رخداد برخورد است. این نگاشت، بر اساس روش ارائه شده در مرجع [۲۷]، با ملاحظه‌ی دو فرض محاسبه می‌شود. اول اینکه رخداد برخورد آنی صورت می‌گیرد و حین آن موتورها گشتاورهای ضربه‌ای تولید نمی‌کنند. و دوم آنکه فرود پا بر زمین بدون لغزش یا جهش صورت می‌گیرد که نتیجه‌ی آن صفر شدن آنی سرعت نقطه‌ی انتهایی پای فرود آمده می‌باشد. بر این مبنای نگاشت Δq خواهد بود:

$$\begin{aligned} \Delta q = & [M^f(q^f)]^{-1} [M^f(q^f) - \\ & J^t(p_2) [J(p_2) [M^f(q^f)]^{-1} J^t(p_2)]^{-1} J(p_2)] \quad (25) \end{aligned}$$

که در این رابطه $p_2 = p_2(q^f)$ مکان نقطه‌ی انتهایی پای فرود آمده و $J(p_2) = \frac{\partial p_2}{\partial q^f}$ ژاکوبین آن نسبت به مختصات تعمیم‌یافته‌ی مرحله‌ی پرواز می‌باشند.

۳-۵- دینامیک ترکیبی حاکم بر دوییدن

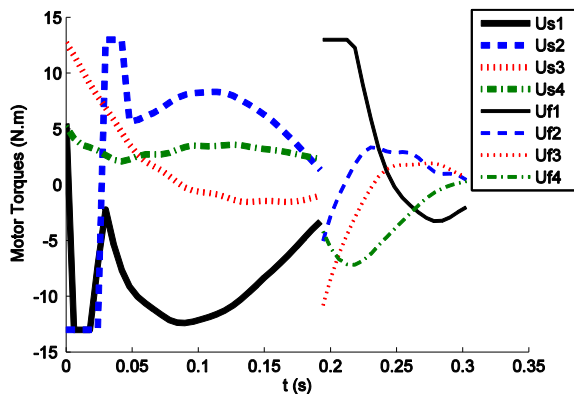
در این قسمت دینامیک ترکیبی حاکم بر دوییدن ربات دوپا با پای نقطه‌ای، شامل مراحل زمان پیوسته‌ی تکیه‌گاهی و پرواز، گذر هموار کنده شدن و نیز برخورد ضربه‌ای همراه با ناپیوستگی، را به شکل زیر جمع‌بندی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \dot{x}^s = F^s(x^s, u_m^s) & \text{معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر مرحله‌ی تکیه‌گاهی} \\ x^s \longrightarrow x_0^f & \text{گذر هموار از مرحله تکیه‌گاهی به مرحله پرواز} \\ \dot{x}^f = F^f(x^f, u_m^f) & \text{معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر مرحله پرواز} \\ x^f \longrightarrow x_{\pm}^s & \text{گذر همراه با ناپیوستگی هنگام رخداد برخورد} \end{cases} \quad (26)$$

یک قدم کامل دوییدن از توالی مراحل فوق حاصل می‌شود. برای یک گام متناوب لازم است در انتهای هر قدم پس از رخداد برخورد، x_0^s حاصل شده برای شروع قدم جدید همواره مقدار ثابتی باشد. البته در عمل سعی در همگرا کردن دنباله‌ی x_0^s ها در قدم‌های متوالی می‌باشد که می‌باید به واسطه‌ی یک کنترل‌کننده‌ی مناسب حاصل شود. صرف‌نظر از این موضوع، هدف این مقاله یافتن توابع گشتاور $u_m = [u_m^s, u_m^f]$ که تنها یک قدم دوییدن را تولید نمایند و در آخر بردار حالت را به شرایط آغازین قدم ختم کند.

برای حل مسئله‌ی بهینه‌سازی از جعبه ابزار بهینه‌سازی نرم افزار متلب بر اساس روش بر مبنای مشتق استفاده می‌کنیم. از این رو انتخاب حدس اولیه در سرعت همگرایی و نیز اجتناب از کمینه‌های محلی نقش مهمی خواهد داشت. هر چه محل حدس اولیه نزدیک‌تر به حوزه‌ی همگرایی جواب بهینه‌ی غالب قرار گیرد، سریع‌تر و با اطمینان بیشتر به آن جواب بهینه نزدیک خواهیم شد. بدین جهت در انتخاب حدس اولیه از جواب موجود بر مبنای مدل آونگ وارون فزری که در مرجع [۲۶] در موضوع طرح‌ریزی و کنترل گام دویدن در ربات اتریاس به دست آمده است، استفاده می‌کنیم. باید انتظار داشت الگوی دویدن حاصل از حل مسئله‌ی بهینه‌سازی نسبت به آن که بر مبنای مدل آونگ وارون فزری به دست آمده و آن را به عنوان حدس اولیه در روند بهینه‌سازی وارد کردیم، هزینه‌ی کمتری داشته باشد. برای محاسبه‌ی حدس اولیه می‌بایست برداری از ضرائب نامعین مربوط به چندجمله‌ای‌های سازنده‌ی توابع گشتاور را ایجاد کنیم. این کار با برازش چندجمله‌ای‌هایی از درجه مطلوب با نمودارهای گشتاور ارائه شده بر مبنای مدل آونگ وارون فزری که در شکل ۳ نشان داده شده انجام می‌شود. لازم به ذکر است که پیچیدگی، درجه آزادی بالا و داشتن گسستگی مدل دینامیکی و نیز تعداد زیاد پارامترهای بهینه‌سازی باعث می‌شود که مساله بهینه‌سازی با شروع از یک حدس اولیه نامناسب در مینیمم‌های موضعی گیر بیفتد و به نتایجی بسیار دورتر از گام دویدن بهینه منجر شود.

نمودار مولفه‌های افقی و عمودی نیروی واکنش زمین برای کنترل دویدن اتریاس بر مبنای آونگ وارون فزری در شکل ۴ نشان داده شده است که حداکثر ضریب اصطکاک لازم زمین برای آن ۰/۳۴ می‌باشد.



شکل ۳: نمودار گشتاورهای موتورهای ارائه شده بر مبنای مدل آونگ وارون فزری

الزام دیگری که باید در الگوی حرکتی رعایت شود تناوبی بودن آن است. از آنجا که هر قدم کامل عبارت از جواب حاصل از حل معادلات (۲۶) است، بنابراین اگر شرایط اولیه در شروع فاز تکیه‌گاهی برای هر قدم برابر گرفته شود، آنگاه جواب‌های یکسان و یا به عبارتی قدم‌های یکسان خواهیم داشت. همچنان که گفته شد خروجی نگاشت برخورد، شرایط اولیه برای قدم جدید خواهد بود. اگر چه برابری کامل بین شرایط اولیه‌ی داده شده برای حل معادلات حرکت در مرحله‌ی تکیه‌گاهی x_0^s و خروجی نگاشت برخورد x_0^f مطلوب آرمانی در یافتن الگوی دویدن است، با این حال می‌توان اختلاف کم بین آن دو را قابل قبول دانست، و در عین حال سعی کرد مقدار این اختلاف به کمترین مقدار خود کاهش پیدا کند. از این رو اندازه‌ی برداری تفاضل آنها را به عنوان جریمه‌ای دیگر به تابع هزینه اضافه می‌کنیم تا در روند بهینه‌یابی و در تعامل با تابع هزینه تا حد ممکن کاهش یابد.

تابع هزینه‌ی اصلی در مسئله‌ی بهینه‌سازی ما تحت عنوان هزینه‌ی حمل همراه با جریمه‌ها با ظابطه‌ی بی بعد شده‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$COT = \frac{W}{m_{tot}g \Delta x_{STD}} + \frac{|x_+^s - x_0^s|}{|x_0^s|} + \frac{p_{cld}^s + p_{cld}^f}{l_1 + l_3} \quad (28)$$

که Δx_{STD} جابه‌جایی افقی انتهایی پای آونگی و W کار انجام شده‌ی ربات طی یک قدم کامل می‌باشد. W از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شوند:

$$W = \int_{t_0^s}^{t_*} |[\dot{q}^s]^t [B^s][u_m^s]| dt + \int_{t_*}^{t_f^f} |[\dot{q}^f]^t [B^f][u_m^f]| dt \quad (29)$$

که t_* و t_f^f به ترتیب زمان وقوع رخداد‌های کنده شدن و برخورد می‌باشند، که همراه با بردار سرعت تعمیم‌یافته در هر مرحله‌ی زمان پیوسته، پس از حل مسئله‌ی دینامیک مستقیم معلوم می‌شوند.

همچنین توابع گشتاور برای هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز، در قالب چندجمله‌ای‌های جداگانه بر حسب زمان با ضرائب نامعین طرح‌ریزی می‌شوند. بدین ترتیب یافتن دسته توابع بهینه‌کننده‌ی گام محدود به یافتن ضرائب سازنده‌ی آن چندجمله‌ای‌ها شده که به آن پارامتری‌سازی مسئله می‌گوییم. روند پارامتری‌سازی با چندجمله‌ای‌های درجه ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود تا بهترین شکل گشتاورها برای مسئله‌ی مورد نظر حاصل شود. برای نمونه اگر چندجمله‌ای‌ها از درجه ۳ انتخاب شوند، شکل توابع گشتاور به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{cases} u_i^s = a_{i,3}^s t^3 + a_{i,2}^s t^2 + a_{i,1}^s t + a_{i,0}^s & t_0^s \leq t < t_* \\ u_i^f = a_{i,3}^f t^3 + a_{i,2}^f t^2 + a_{i,1}^f t + a_{i,0}^f & t_* \leq t < t_f^f \end{cases} \quad (30)$$

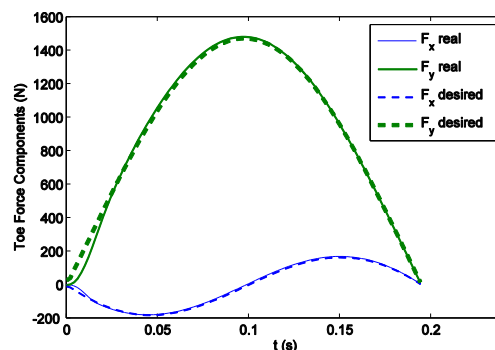
که نمایه‌ی i به ازای $i = 1, 2, 3, 4$ نماینده‌ی شماره‌ی موتورها می‌باشد. بنابراین هر دسته توابع گشتاور با تعیین ۳۲ ضریب طرح‌ریزی می‌شود. تعداد این ضرائب هنگامی که چندجمله‌ای‌ها از درجات ۴ و ۵ انتخاب شوند به ترتیب به ۴۰ و ۴۸ ضریب افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که تابع هزینه تابعی کاملاً غیرخطی، ناپیوسته‌ی رخداد پایه و با تعداد متغیرهای زیاد است، که سبب افزایش هزینه‌ی محاسباتی و زمان‌بری حل مسئله می‌شود.

ی تکیه‌گاهی، انرژی مکانیکی مجموعه در طول یک قدم، و نیز تصاویر متوالی از پیکره‌بندی حین دوییدن، به ترتیب در شکل‌های ۶ تا ۸ نشان داده شده‌اند.

با مقایسه‌ی شکل‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، نمودارهای گشتاور حاصل از بهینه‌سازی به حد اشباع موتورها (۱۳ N.m) نمی‌رسند و از این رو تغییراتی هموار دارند. به‌علاوه ناپیوستگی‌های موجود در نمودارهای گشتاور شکل ۴ که موجب ایجاد ضربه‌های شدید حین حرکت ربات می‌شوند در نمودارهای شکل ۵ به جز در هنگام گذر از مرحله‌ی تکیه-گاهی به مرحله‌ی پرواز حذف شده‌اند، زیرا که هر یک از نمودارهای گشتاور حاصل از جواب بهینه منحنی‌های پیوسته‌ی چندجمله‌ای از درجه ۳ با تغییراتی هموار می‌باشند.

در شکل ۶ مؤلفه‌های نیروی واکنش زمین که حین مرحله‌ی تکیه-گاهی بر انتهای پای تکیه‌گاهی وارد می‌شود، از نظر کیفی نموداری مشابه با اندازه‌گیری‌های تجربی همین نیروها در دوییدن انسان، تشکیل داده‌اند. مؤلفه‌ی افقی نیروی واکنش زمین در واقع نیروی اصطکاک لازم در حرکت است که بر اساس تعادل دینامیکی در راستای افقی محاسبه شده است. در این نمودار نسبت F_x/F_y در اوایل فاز تکیه‌گاهی مقادیر بالاتر از یک را داراست و در ادامه کمتر یک می‌باشد. حداکثر مقدار آن ۱/۸۹ است که نشانگر حداقل ضریب اصطکاک لازم بین پا و زمین می‌باشد. فراهم آوردن این ضریب اصطکاک در عمل امکان‌پذیر است زیرا ضریب اصطکاک بین لاستیک و فلزات بین ۱ تا ۴ می‌باشد [۲۸] و نیز پلیمرهایی با آرایه‌های میکروفیبر ساخته شده است که حتی ضریب اصطکاک بالای ۱۰ را نیز فراهم می‌کند [۲۹]. مؤلفه‌ی عمودی نیروی واکنشی در مرحله‌ی تکیه‌گاهی می‌بایست مقداری مثبت داشته باشد تا نشان فشرده شدن و حفظ تماس پای تکیه‌گاهی با زمین باشد. از این رو همان‌طور که ملاحظه می‌شود در لحظه‌ای که مقدار نیروی عمودی به صفر می‌رسد کنده شدن پای تکیه‌گاهی و شروع مرحله‌ی پرواز را مشاهده می‌کنیم.

در شکل ۸ تصاویر متوالی از پیکره‌بندی ربات اتریاس حین دوییدن نشان داده شده است، که با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه‌ساز درجه ۳ گرفته شده‌اند. در این تصاویر نحوه‌ی پیش آمدن ربات در مرحله‌ی تکیه-



شکل ۴: نمودار مؤلفه‌های نیروی واکنش زمین بدست آمده بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی

۵- نتایج و بحث

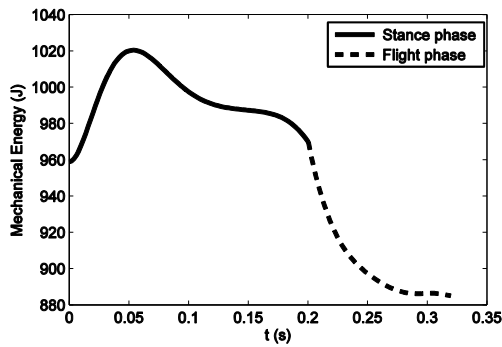
پس از شبیه‌سازی مدل (۲۶) در نرم‌افزار متلب و مقداردهی گشتاورها مطابق توابع (۳۰) با اجرای برنامه‌ی بهینه‌سازی بر مبنای مشتق توسط جعبه ابزار موجود در همان نرم‌افزار، جواب بهینه برای تولید گام دوییدن در ربات دوپای اتریاس به ازای سه درجه انتخابی در ساخت چندجمله‌ای‌ها محاسبه شد. شرایط اولیه فاز تکیه‌گاهی x_0^s برای شروع حرکت در هر تکرار و حدس اولیه برای توابع گشتاور در اولین تکرار، متناظر با الگوی گام دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی اعمال شدند. توقف برنامه با ثابت شدن مقدار هزینه در تکرارهای متوالی انجام می‌گرفت.

نتایج به دست آمده از اجرای سه روند بهینه‌سازی بر مبنای مشتق و یک بار اجرای الگوریتم ژنتیک در مقایسه با نتیجه‌ی حاصل از مدل آونگ و ارون فنی، برای تولید گام دوییدن در ربات دوپای اتریاس در جدول ۴ فهرست شده است. همچنان که ملاحظه می‌شود به ازای هر سه درجه انتخاب شده در ساخت توابع گشتاور هزینه‌ی حمل به دست آمده نسبت به مقدار حاصل از دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی کمتر است. به علاوه کمترین مقدار تابع هزینه به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴ به دست آمده است. همچنین خطای ناشی از عدم تطابق حالت پس از برخورد با شرایط اولیه، به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴، تقریباً برابر با منحنی‌های درجه ۵ و البته کمتر از منحنی‌های درجه ۳ و نیز مقدار متوسط آن در دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی می‌باشد. به این نکته اشاره کنیم که نتایج ذکر شده برای دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی، با شبیه‌سازی اجرای ده قدم محاسبه شده است، و با توجه به تغییرات کم مقدار هزینه‌ی حمل در ده قدم، متوسط هزینه‌ی حمل در جدول ۴ درج شده است.

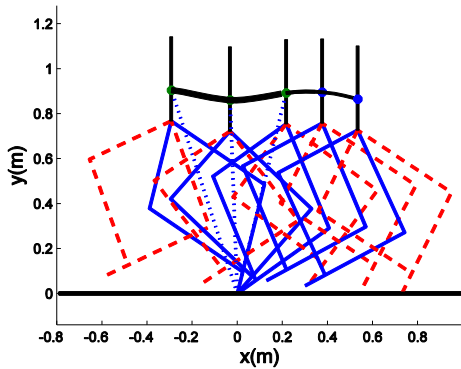
در شکل ۵ منحنی گشتاورهای بهینه که با پارامتری‌سازی بر اساس چندجمله‌ای‌های درجه ۳ برای تولید گام دوییدن در ربات دوپای اتریاس حاصل شدند، نمایش داده شده است. با شبیه‌سازی دوییدن ربات طبق منحنی گشتاورهای بدست آمده نمودار نیروی واکنش زمین حین مرحله-

جدول ۴: مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی و مدل آونگ و ارون فنی

مساله بهینه سازی	شماره‌ی تکرار	هزینه‌ی حمل	$ x_4^s - x_0^s $
درجه ۳ با fmincon	حدس اولیه	۲/۵۲۲۹	۶/۴۶۷۱
	۱۰	۱/۵۷۹۷	۱/۱۲۵۶
	۳۰	۱/۵۵۰۶	۰/۶۷۹۸
	۵۰	۱/۵۴۶۵	۰/۶۷۱۱
	۷۵	۱/۵۴۵۹	۰/۶۴۵۹



شکل ۷: انرژی مکانیکی مجموعه حین یک قدم، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه درجه ۳



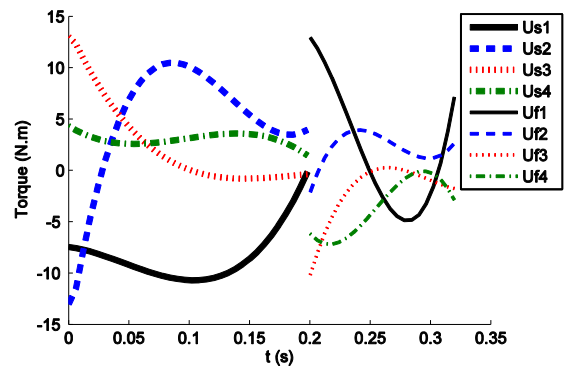
شکل ۸: تصاویر متوالی از پیکره‌بندی حین دویدن، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه درجه ۳

گاهی تا لحظه‌ی کنده شدن و نیز ادامه‌ی پیشروی در مرحله‌ی پرواز تا رخداد برخورد مشاهده می‌شود. همچنین مسیر دنبال شده توسط مرکز جرم نیز به تفکیک در هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز نمایانده شده است. این مسیر مشابه مسیری است که مرکز جرم بدن انسان طی دویدن در صفحه‌ی نیم‌رخ ایجاد می‌کند.

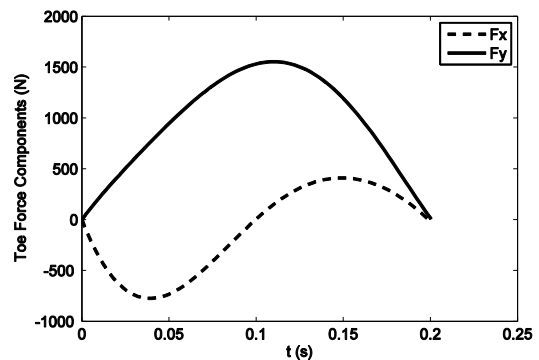
شبیه‌سازی دویدن به ازای جواب بهینه سازی شده با گشتاورهای پارامتری شده از درجه‌های ۴ و ۵ نتایج مشابهی را نشان می‌دهند. از مقایسه نمودارهای گشتاور حاصل شده در این حالتها در شکل‌های ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود که منحنی‌های گشتاورهای متناظر اختلاف کمی باهم دارند. همه منحنی‌ها هموار هستند و به جز لحظات کوتاهی در شروع مرحله‌ی تکیه‌گاهی که موتور ۲ و نیز شروع مرحله‌ی پرواز که موتور ۱ به اشباع می‌رسد، در سایر لحظات از پدیده‌ی اشباع اجتناب می‌شود. حداکثر ضریب اصطکاک لازم در هر دو حالت ۱/۸۸ بدست آمده است که خیلی نزدیک به مقدار اصطکاک لازم برای گشتاورهای بهینه درجه ۳ است. با شبیه‌سازی گام دویدن این ربات بر مبنای آونگ وارون فنی ضریب اصطکاک لازم ۰/۳۴ بدست می‌آید. این امر نشانگر آن است که در این پژوهش به گامهای دویدن با کارایی انرژی بهتر و گشتاورهای هموار موتورها به بهای ضریب اصطکاک بیشتر بین زمین و پای ربات دست یافته‌ایم.

سایر نتایج حاصل از جواب بهینه با گشتاورهای درجه ۴ و ۵، از نظر کیفی و نیز تقریباً از نظر کمی مشابه با نتایج ارائه شده برای گشتاورهای

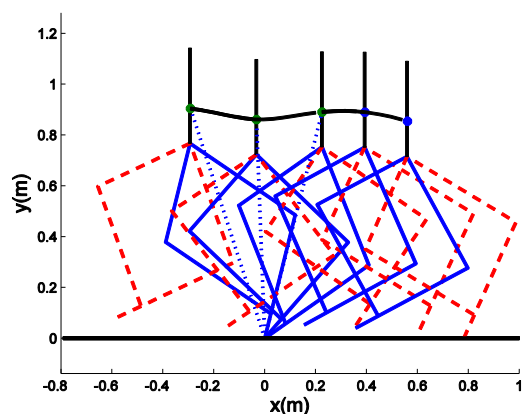
۵/۹۰۸۴	۲/۴۹۵۱	حدس اولیه	درجه ۴ با fmincon
۲/۹۷۶۳	۱/۵۹۹۴	۵	
۰/۷۵۲۴	۱/۵۵۶۳	۴۰	
۰/۹۱۳۱	۱/۵۲۵۷	۵۰	
۰/۳۴۳۰	۱/۵۰۱۲	۷۵	درجه ۵ با fmincon
۵/۵۵۴۲	۲/۴۶۲۵	حدس اولیه	
۳/۳۸۸۰	۱/۵۵۴۳	۵	
۱/۷۳۱۲	۱/۹۲۹۱	۳۰	
۰/۸۴۵۴	۱/۳۷۱۸	۵۰	درجه ۴ با اجرای الگوریتم ژنتیک با جمعیت ۵۰
۰/۳۳۹۵	۱/۵۲۳۴	۱۲۰	
۰/۳۳۵۴	۱/۵۰۲۳	۳۰	بر مبنای مدل آونگ وارون فنی
۵/۷۰۷ تا	۱/۷۱		
۰/۰۰۳۴			



شکل ۵: نمودار گشتاورهای بهینه با ضابطه‌ی چندجمله‌ای‌های درجه ۳

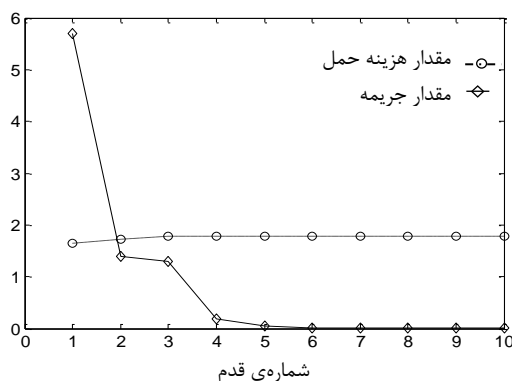


شکل ۶: نیروی واکنش زمین بر انتهای پای تکیه‌گاهی حین مرحله‌ی تکیه‌گاهی، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه درجه ۳



شکل ۱۱: تصاویر متوالی از بیکره‌بندی حین دویدن، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه‌ساز درجه ۴

چنان که ذکر شد، هدف مقاله‌ی حاضر یافتن توابع گشتاور است که ربات اتریاس به ازای دریافت آنها یک الگوی دویدن با هزینه‌ی حمل کمتری نسبت به الگوی دویدن به دست آمده از مدل آونگ و ارون فتری ارائه دهد. بنابراین در این مقایسه لازم بود که الگوی دویدن بر مبنای آونگ و ارون فتری نیز شبیه‌سازی شود. در روش تولید گام در این مقاله به تولید گشتاورهای مفاصل برای اجرای یک قدم از گام دویدن پرداختیم.

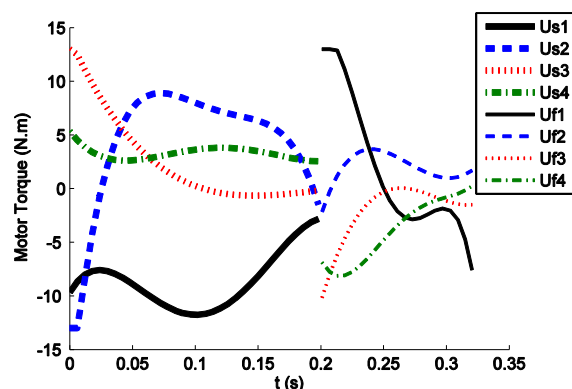


شکل ۱۲: تغییرات هزینه‌ی حمل و جریمه‌ی عدم تطابق به ازای انجام ۱۰ قدم دویدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فتری

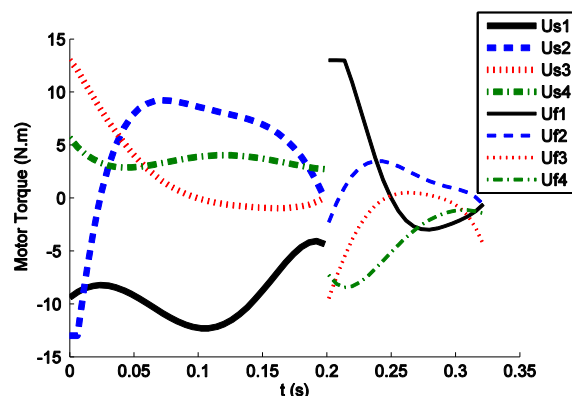
لازم به ذکر است که دویدن رباتهای دویا با پای نقطه‌ای به صورت حلقه باز ناپایدار است و با تکرار اعمال گشتاورهای مرجع حاصل شده ربات پس از چند قدم دویدن به زمین خواهد افتاد. لذا برای پایدارسازی گام دویدن طرح‌ریزی شده لازم است یک کنترلر مناسب مثل کنترل بر مبنای رخدادهای [۳۰] طراحی شود تا حرکت دویدن پایا و پایدار حاصل شود. طراحی کنترلر و پایدارسازی فاز بعدی پس از طرح‌ریزی گام می‌باشد که می‌تواند در ادامه انجام شود اما موضوع بحث این مقاله نیست. در استراتژی کنترل بر مبنای آونگ و ارون فتری، گام دویدن بر اساس کنترل نیروی پای ربات و تعقیب پروفیل نیروی آونگ و ارون فتری انجام می‌شود که قادر است در قدم‌های متوالی حالت ربات را به سمت یک

درجه ۳ می‌باشد. تفاوت نمودارهای نیروی واکنش زمین و نمودارهای انرژی مکانیکی حاصل از دو الگوی دویدن بر مبنای گشتاورهای بهینه از درجه ۴ و درجه ۵ بسیار ناچیز است. تنها برای نمونه الگوی دویدن حاصل از شبیه‌سازی دویدن با گشتاورهای بهینه از درجه ۴ در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

با توجه به پیچیدگی تابع هزینه و وابستگی آن به معادلات پیوسته غیرخطی و گسسته حرکت، احتمال گیر افتادن الگوریتم در مینیمم‌های موضعی وجود دارد. برای اطمینان از بهینه بودن جوابهای بدست آمده، به عنوان نمونه توابع گشتاور درجه ۴ را با استفاده از الگوریتم ژنتیک نیز بهینه‌سازی می‌کنیم. اندازه جمعیت را ۵۰ و نقطه شروع را بهترین نقطه حاصل از بهینه‌سازی قبلی انتخاب می‌کنیم. مطابق جدول ۴، اجرای الگوریتم ژنتیک با ۳۰ تکرار تقریباً به همان نقطه حاصل از بهینه‌سازی بر مبنای مشتق منتهی می‌شود و کاهش در هزینه‌ی حمل و خطای خطای گام مشاهده نمی‌شود. قابل ذکر است که اجرای بهینه‌سازی توابع درجه ۴ با `fmincon` حدود ۹ ساعت طول کشیده است که این زمان برای همین مساله با الگوریتم ژنتیک حدود ۸۰ ساعت بوده است. بنابراین حل این مساله با روش بر مبنای مشتق معقول‌تر است زیرا قادر است به نقطه مینیمم جهانی برسد و به حجم محاسبات بسیار کمتری نسبت به الگوریتم ژنتیک نیاز دارد.



شکل ۹: نمودارهای گشتاور بهینه با ضابطه‌ی چندجمله‌ای‌های درجه ۴



شکل ۱۰: نمودارهای گشتاور بهینه با ضابطه‌ی چندجمله‌ای‌های درجه ۵

مراجع

- [1] J.W. Grizzle, Ch. Chevallereau, R.W. Sinnet, A.D. Ames, "Models, feedback control, and open problems of 3D bipedal robotic walking," *Automatica*, Vol. 50, pp. 1955-1988, 2013.
- [2] T. McGeer, Passive Dynamic Walking "The International Journal of Robotics Research," Vol. 9(2), pp. 62-82, 1990.
- [3] S. Collins, A. Ruina, R. Tedrake, M. Wisse, "Efficient Bipedal Robots Based on Passive-Dynamic Walkers," *Science*, Vol. 307, pp. 1082-1085, 2005.
- [4] J.-S. Moon and M.W. Spong, "Bifurcations and Chaos in Passive Walking of a Compass-Gait Biped with Asymmetries," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1721-1726, Anchorage, Alaska, USA, 2010.
- [5] X. Luo, L. Zhu, L. Xia, "Principle and method of speed control for dynamic walking biped robots," *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 66, pp. 129-144, 2005.
- [6] J. Li and W. Chen, "Energy-efficient gait generation for biped robot based on the passive inverted pendulum model," *Robotica*, Vol. 29(4), pp. 595-605, 2011.
- [7] J. Rummel, Y. Blum, A. Seyfarth, "Robust and efficient walking with spring-like legs," *Bioinspiration & Biomimetics*, Vol. 5(4), pp. 046004-046019, 2010.
- [8] I. Poulakakis and J.W. Grizzle, "The Spring Loaded Inverted Pendulum as the Hybrid Zero Dynamics of an Asymmetric Hopper," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 54(8), pp. 1779-1793, 2009.
- [9] Y. Hu, G. Yan, Zh. Lin, "Stable running of a planar underactuated biped robot," *Robotica*, Vol. 29, pp. 657-665, 2011.
- [10] A.D. Ames, "Human-Inspired Control of Bipedal Walking Robots," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 59(5), pp. 1115-1130, 2014.
- [11] H. Geyer, A. Seyfarth, R. Blickhan, "Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running," *Proc. of the Royal Society B: Biological Sciences*, pp. 2861-2867, 2006.
- [12] K. Kaneko, K. Miura, F. Kanehiro, M. Morisawa, Sh. Nakaoka, Sh. Kajita, "Cybernetic Human HRP-4C," *Proc. of 9th IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 7-14, Paris, France, 2009.
- [13] J. Chestnutt, M. Lau, G. Cheung, J. Kuffner, J. Hodgins, T. Kanade, "Footstep Planning for the Honda ASIMO Humanoid," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 629-634, Barcelona, Spain, 2005.

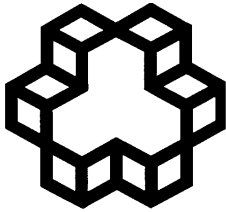
چرخه‌ی حدی همگرا کند. از این رو در شکل ۱۲ تغییرات هزینه‌ی حمل و نیز جریمه‌ی عدم تطابق $|x_4^d - x_0^d|$ به ازای انجام ۱۰ قدم نشان داده شده است و ما مقدار میانگین ۱۰ قدم را برای مقایسه با مقادیر بدست آمده در این مقاله ملاک ارزیابی قرار داده‌ایم.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش مسئله‌ی تولید گام بهینه برای دویدن یک ربات دوپای واقعی، یعنی ربات دوپای اتریاس، مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که بیان شد بر اساس مرجع [۲۶] هزینه حمل میانگین برای ده قدم دویدن ربات اتریاس بر مبنای مدل آونگ وارون فنی برابر ۱/۷۱ است. آونگ وارون فنی مدلی غیرفعال است و طرح‌ریزی گام بر مبنای آن می‌تواند جوابی بهینه به حساب آید. با این حال ما در این پژوهش به الگوهای بهتر برای دویدن ربات دوپای اتریاس از نقطه نظر مصرف انرژی و هموار بودن گشتاور موتورهای دست یافتیم. هرچند الگوهای بدست آمده به ضریب اصطکاک بیشتری نیاز دارند که با استفاده از مواد مهندسی قابل تامین است. به منظور طرح ریزی گام بهینه با پارامتری کردن گشتاورها توسط توابع چندجمله‌ای بر حسب زمان، یک مسئله‌ی بهینه‌سازی وابسته به حل دینامیک مستقیم مدل ربات تعریف شد. پس از آن با استفاده از برنامه‌ی حل‌کننده‌ی کمینه‌ساز مقید غیرخطی نرم‌افزار متلب، مسئله را با حدس اولیه‌ی گرفته شده از نتایج حاصل از دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فنی حل کردیم. این فرآیند سه بار به ازای گشتاورهای پارامتری شده با چندجمله‌ای‌های درجات ۳، ۴، و ۵ تکرار شد. نتایج نشان دادند به ازای هر سه درجه انتخاب شده، هزینه‌ی حمل به دست آمده نسبت به مقدار حاصل از دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فنی کمتر است. به علاوه کمترین مقدار تابع هزینه به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴، با ۱۲/۲٪ کاهش هزینه‌ی حمل، به دست آمد. نتایج این پژوهش ویژگی‌های اساسی مورد نیاز برای اجرای دویدن در یک ربات دوپا از جمله کارایی انرژی، شکل طبیعی دویدن و همواری منحنی‌های گشتاور را دارا هستند.

به عنوان پیشنهاداتی برای ادامه کار می‌توان مقدار ضریب اصطکاک لازم زمین را نیز به تابع هزینه ربات اضافه کرد تا گام‌های بهینه انرژی با ضریب اصطکاک کمتر حاصل شود. همچنین می‌توان این روش را روی مدل ربات اتریاس با تنه آزاد انجام داد که دارای یک درجه آزادی بیشتر نسبت به این مقاله می‌باشد و پایدارسازی آن سختتر است. فاز بعدی کار پس از طرح ریزی گام، طراحی کنترلر و پایدارسازی گام دویدن می‌باشد که می‌تواند در ادامه این کار انجام شود. در این مقاله گام دویدن متناوب برای حالت پایا بحث شد. طرح ریزی و پایدارسازی حرکت ربات هنگام تغییر سرعت نیز یکی از زمینه‌های ادامه کار می‌باشد.

- [23] A. Ramezani, J.W. Hurst, K.A. Hamed, J.W. Grizzle, "Performance analysis and feedback control of ATRIAS, a three-dimensional bipedal robot," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 136(2), pp. 021012, 2014.
- [24] A. Hereid, Sh. Kolathaya, M.S. Jones, J.V. Why, J.W. Hurst, A.D. Ames, "Dynamic Multi-Domain Bipedal Walking with ATRIAS through SLIP based Human-Inspired Control," *Hybrid Systems and Control Conf.*, 2014.
- [25] J.A. Grimes and J.W. Hurst, "The Design of ATRIAS 1.0, A Unique Monopod, Hopping Robot," *Proc. of the 15th Int. Conf. on CLAWAR*, pp. 23-26, Baltimore, MD, USA, 2012.
- [26] B. Dadashzadeh, H.R. Vejdani, J. Hurst, "From template to anchor: A novel control strategy for spring-mass running of bipedal robots," *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2566-2571, Chicago, IL, USA, 2014.
- [27] S.M.R.S. Noorani, A. Ghanbari, M.A. Jafarizadeh, "Stable Walking on Slope for a Planar 3-Link Biped Robot via Orbital Stabilization upon Zero Dynamic Manifold," *Sharif Journal – Mechanical Engineering*, Vol. 3-30(2), pp. 83-95, 2014. (in Persian)
- [28] <http://www.engineershandbook.com/Tables/frictioncoefficients.htm>
- [29] C. Majidi, R.E. Groff, Y. Maeno, B. Schubert, S. Baek, B. Bush, R. Maboudian, N. Gravish, M. Wilkinson, K. Autumn, and R.S. Fearing, "High Friction from a Stiff Polymer using Micro-Fiber Arrays," *Physical Review Letters*, vol. 97, no. 076103, August 2006.
- [30] Behnam Dadashzadeh, M.J. Mahjoob, M. Nikkiah Bahrami and Chris Macnab, "Stable Active Running of a Planar Biped Robot Using Poincare Map Control", *Advanced Robotics*, vol.28, Issue 4, 2014.
- [14] M. Vukobratović, B. Borovac, "Zero-moment point—thirty five years of its life. *International Journal of Humanoid Robotics*," Vol. 1, No. 01, pp. 157-173, 2004.
- [15] Y. Nakamura, T. Moria, M. Satoc, Sh. Ishiia, "Reinforcement learning for a biped robot based on a CPG-actor-critic method. *Neural Networks*," Vol. 20, pp. 723-735. 2007.
- [16] A. Ghanbari, Y. Vaghei, S.M.R.S. Noorani, "Neural Network Reinforcement Learning for Walking Control of a 3-Link Biped Robot," *IACSIT International Journal of Engineering and Technology*, Vol. 7(6), 2015.
- [17] G. Taga, "A model of the neuro-musculo-skeletal system for human locomotion," *I. Emergence of basic gait, Biological Cybernetics*, Vol. 73, pp. 97-111, 1995.
- [18] Ch. Liu, D. Wang, Q. Chen, "Central Pattern Generator Inspired Control for Adaptive Walking of Biped Robots," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 43(5), pp. 1206-1215, 2013.
- [19] G. Garofalo, Ch. Ott, A. Albu-Schaffer, "Walking control of fully actuated robots based on the Bipedal SLIP model," *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1456-1463, Saint Paul, USA, 2012.
- [20] M. Millarda, E. Kubicab, J. McPheea, "Forward dynamic human gait simulation using a SLIP target model," *Procedia IUTAM*, Vol. 2, pp. 142-157, 2011.
- [21] C. Chevallereau, E.R. Westervelt, J.W. Grizzle, "Asymptotically Stable Running for a Five-Link, Four-Actuator Planar Bipedal Robot," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 24(6), pp. 431-464, 2005.
- [22] K.A. Hamed and J.W. Grizzle, "Event-based Stabilization of Periodic Orbits for Underactuated 3D Bipedal Robots with Left-Right Symmetry," *IEEE Trans. on Robotics*, Vol. 30(2), pp. 365-381, 2014.



Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control (ISSN 2008-8345)



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 9, No. 1, Spring 2015.

Publisher: **Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers**

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliayari@kntu.ac.ir

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Moosavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh-Toutouchi, Prof. M. Golkar, Prof. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Sh., Dr. M. Arvan, Prof. M. Tavakoli-Bina, Dr. M. Ahmadih-Khanehsar, Dr. F. Farivar, Dr. M. Ayati.

The ISICE Board of Director:

Prof. Masoud Shafiee., Dr. Mohammad Reza Jahed Motlagh, Prof. Iraj Goodarznia, Prof. Behzad Moshiri, Prof. Ali Akbar Safavi, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Iman Mohammadzaman, Dr. Ali Ashrafmodarres, Ali Kiani.

Site Manager: Nasibeh Farahani

Page Editor: Kiyam Khaloozadeh



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and
the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology**

Vol. 9, No. 1, Spring 2015

Contents

- Centralized Controller Design for the Moving Vehicles in a Platoon to Achieve the Robust String Stability** 1
Bijan Moaveni, Mehran Movahedi
- Robust NMPC- based Fault Tolerant Control Design for Compensation of Actuators Faults** 13
Robab Ebrahimi Bavili, Mohammad Javad Khosrowjerdi
- Stability Analysis and Controller Design for Interval Type-2 T-S Fuzzy Systems under Non-parallel Distributed Compensation and Fuzzy Lyapunov Function Approach** 25
Arman Khani, Sehraneh Ghaemi, Mohammad Ali Badamchizadeh
- A Nonlinear Control Design for Variable Speed Pumped Storage Power Plants in order to Improve Fault Ride-Through Capability in Motor Mode** 35
Mohsen Alizadeh Bidgoli, Seyed Mohammad Taghi Bathaee
- Design of Dynamic Sliding Mode Controller in the Presence of both Matched and Mismatched Uncertainty without Chattering for Nonlinear Second Order Systems** 47
Ali Karami-Mollaei
- Optimal Control Command Generation for Planar Running of ATRIAS Biped Robot vs. SLIP Based Running** 59
Behnam Dadashzadeh, Heidar Shaban, Mohammad-Reza S. Noorani, Behrooz Koohestani