

طراحی کنترل کننده فازی سلسله مراتبی با آموزش پسخور خطا بر اساس تابع لیاپانوف برای کلاسی از سیستم‌های غیر خطی مرتبه بالا

محمد منثوری^۱، محمد تشنه‌لب^۲، مهدی علیاری شوره‌دلی^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، mohammad@ee.kntu.ac.ir

^۲ استاد، دانشکده مهندسی مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، teshnehlab@eetd.kntu.ac.ir

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی مهندسی برق، گروه میکاترونیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، aliyari@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۲/۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۶/۳)

چکیده: در این نوشتار، یک کنترل کننده فازی سلسله مراتبی به همراه کنترل کننده کلاسیک PD با روش آموزش پسخور خطا برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی تک ورودی-تک خروجی و در حضور اغتشاش محدود ارایه شده است. برای پایداری سیستم تحت کنترل، تابع لیاپانوفی در نظر گرفته شده است که ضمن تضمین پایداری، قانون به‌روز رسانی تمامی پارامترهای تالی سیستم فازی سلسله مراتبی نیز از آن استخراج شده است. پارامترهای تالی سیستم فازی سلسله مراتبی که در بلوک‌های مختلف واقع شده‌اند به صورت غیرخطی-در-پارامتر در خروجی ظاهر می‌شوند. برای استخراج قوانین تطبیق برای آنها با قضیه مطرح شده، پارامترها به صورت خطی-در-پارامتر ظاهر شده‌اند. برای جملات تقریب زده شده، حد بالا در نظر گرفته شده است. حد بالای جملات تقریب نیز در تابع لیاپانوف در نظر گرفته شده و برای آنها قانون تطبیق استخراج شده است تا محافظه کاری تقریب کاهش پیدا کند. نشان داده شده است که قضیه ارایه شده به تمامی ساختارهای سیستم‌های فازی سلسله مراتبی با هر تعداد لایه و حتی به سیستم فازی معمول نیز قابل اعمال است. در ضمن به کار بردن سیستم فازی سلسله مراتبی باعث کاهش قواعد و در نتیجه کاهش پارامترها می‌گردد. در نهایت الگوریتم ارایه شده بر روی دو سیستم (بازوی ربات انعطاف پذیر و سیستم تعلیق خودرو یک چهارم فعال) شبیه‌سازی شده و نتایج آن با روش کلاسیک مدل‌غزشی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر کارایی مطلوب کنترل کننده ارایه شده است.

کلمات کلیدی: کنترل کننده فازی سلسله مراتبی، کاهش قواعد، آموزش پسخور خطا، تابع لیاپانوف و قانون تطبیق.

Designing Hierarchical Fuzzy Controller with Feedback Error Learning Based on Lyapunov Function for a Class of High-order Nonlinear System

Mohammad Mansouri, Mohammad Teshnehlab, Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Abstract: In this study, a hierarchical fuzzy controller associated with PD classical controller with feedback error learning method for class of canonical SISO nonlinear system in presence of bounded disturbance is presented. The stability of whole system is guaranteed through a Lyapunov function. The adaptation laws of all parameters of consequent part of hierarchical fuzzy system are derived using it. Tunable parameters of hierarchical fuzzy system are appeared in nonlinear form at the output. Using the mentioned theorem, they are appeared in linear form. There is an upper bound for the residual terms. They are considered in Lyapunov function and the adaptation law is derived for them. It is shown that, the proposed theorem is applicable to the hierarchical fuzzy system with any structure and any number of layers and even to the ordinary fuzzy systems. Also, using hierarchical fuzzy controllers leads to reduction of number of rules and parameters in a fuzzy system. Finally, the proposed method is applied on two systems (flexible joint robot and quarter

active suspension system). The results are compared with classical sliding mode method. They reveal the efficiency of the suggested algorithm.

Keywords: Hierarchical fuzzy controller, rule reduction, feedback error learning, Lyapunov function and adaptation law.

کنترلی، FEL را می توان کنترل کننده تطبیقی در نظر گرفت که به آموزش پارامترهای مسیر پیشرو با استفاده از کنترل کننده مسیر پسخور می پردازد. این استراتژی کنترلی شامل یک کنترل کننده هوشمند و یک کنترل کننده کلاسیک می باشد که به ترتیب در مسیر پیشرو و در مسیر فیدبک قرار دارند. Kawato برای اولین بار این استراتژی کنترلی را برای کنترل کننده شبکه عصبی چندلایه در کنار یک کنترل کننده PD به کار برد [۸]. پایداری این الگوریتم نیز در مراجع [۹ و ۱۰] بررسی شده است. در مرجع [۱۱] نیز برای کنترل فرکانس شبکه قدرت، نویسندگان از FEL برای آموزش پارامترهای شبکه عصبی پویا استفاده کرده اند. در [۱۲] نویسندگان پارامترهای شبکه عصبی انعطاف پذیر را با این روش آموزش داده اند.

در این تحقیق از کنترل کننده فازی سلسله مراتبی به همراه کنترل کننده کلاسیک PD با آموزش پارامترها به روش آموزش پسخور خطا استفاده شده است. کلاس سیستم غیرخطی در نظر گرفته شده یک سیستم غیرخطی تک ورودی-تک خروجی در حضور اغتشاش محدود می باشد که به فرم نرمال در نظر گرفته شده است. با استفاده از قضیه مطرح شده توسط نویسندگان در [۱۳] که در آن رابطه ای برای خطای تخمین تابع توسط سیستم فازی سلسله مراتبی ارائه شده است، خطای بین سیگنال کنترلی ایده آلی که با استفاده از کنترل کننده کلاسیک به دست آمده است با رابطه مذکور جایگزین شده است. بدین صورت پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی که در لایه های میانی قرار دارند، به صورت خطی-در-پارامتر در خروجی ظاهر شده و پایداری سیستم با این کنترل کننده ثابت می شود. همچنین پایداری سیستم تحت کنترل با استفاده از تابع لیاپانوف تضمین و قانون به روزرسانی ۶ پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی نیز استخراج می شود.

ادامه مقاله بدین صورت است که: در بخش بعد به بیان مسئله و کلاسی از سیستم های غیرخطی مورد مطالعه و فرضیه های در نظر گرفته شده می پردازیم. سپس در بخش ۳ به معرفی روش آموزش پسخور خطا اشاره می شود. در بخش ۴ توضیح مختصری از سیستم های فازی سلسله مراتبی داده شده است. در ادامه و در بخش ۵ روش کنترل پیشنهاد شده مورد بررسی قرار گرفته و قضیه ای برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته ارائه شده است. در بخش ۶ چگونگی به روزرسانی مقاوم قوانین مطرح شده است. سپس روش پیشنهاد شده در بخش شبیه سازی بر روی دو سیستم مکانیکی اعمال شده است. در نهایت، نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی را مورد بررسی قرار می دهیم.

۱- مقدمه

امروزه شاهد کاربرد روز افزون سیستم های فازی در کنترل سیستم های صنعتی هستیم. سیستم های صنعتی معمولاً سیستم های غیرخطی مرتبه بالا هستند. لذا، سیستم های فازی در کاربردهای صنعتی، مواجه با سیستم های مرتبه بالا می شوند. در حالت کلی چنانچه یک سیستم فازی n ورودی و برای هر ورودی m تابع عضویت داشته باشد، تعداد کل قواعد برابر با m^n خواهد بود. بنابراین تعداد قوانین با افزایش تعداد ورودی ها به صورت نمایی افزایش خواهد یافت که به این پدیده "افزایش بعد" گفته می شود. این پدیده یک مشکل اساسی در کاربرد سیستم های فازی در کاربردهای صنعتی می باشد.

برای غلبه بر این مشکل، Zhou و Raju در سال ۱۹۹۱، برای اولین بار سیستم های فازی سلسله مراتبی^۱ (HFS) را مطرح کردند [۱]. در این نوع سیستم های فازی، بجای استفاده از یک سیستم فازی با تعداد ورودی های بیشتر و در نتیجه قواعد بالا از چندین سیستم فازی با همان تعداد ورودی و در نتیجه قواعد کمتر استفاده می شود که موجب می شود تعداد قواعد با رشد ورودی ها به صورت خطی زیاد شود [۲]. خاصیت تقریب گر عمومی بودن^۲ سیستم های فازی سلسله مراتبی نیز در مراجع [۲-۵] مورد بررسی قرار گرفته است.

امروزه، محققان بسیاری در زمینه سیستم های فازی سلسله مراتبی مقالات فراوانی ارائه کرده اند و کاربردهای این سیستم ها، از کارهای کلاس بندی تا کنترل سیستم ها توسعه یافته است. در مراجع [۶ و ۷] مرور نسبتاً جامعی راجع به موضوعات و تحقیقات انجام شده در سیستم های فازی سلسله مراتبی انجام شده است. در واقع، ویژگی کاهش قواعد سیستم های سلسله مراتبی منجر به کاربردها روزافزون آنها در سیستم های مختلف شده است.

تنظیم برخط^۴ پارامترهای سیستم های فازی یکی از ضرورت های اساسی برای به کار بردن آنها در کاربردهای واقعی و کنترلی شمرده می شود. نیاز روش های آموزش بر پایه گرادیان نزولی به ژاکوبین سیستم، از کاربردی بودن آنها می کاهد چرا که محاسبه ژاکوبین بسیار پیچیده و در مواردی غیرممکن می باشد. آموزش پسخور خطا^۵ (FEL) یکی از روش های مطرح شده برای غلبه بر این مشکل می باشد که به آموزش برخط پارامترها بدون نیاز به محاسبه ژاکوبین سیستم می پردازد. از نقطه نظر

¹Curse of dimensionality

²Hierarchical fuzzy systems

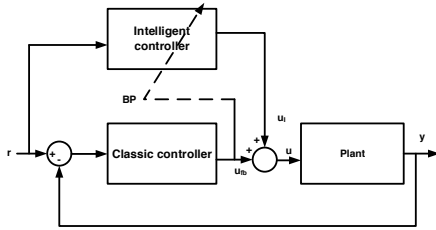
³General function approximator

⁴On-line

⁵Feedback error learning

⁶Adaptation law

۲- بیان مسئله



شکل ۱: بلوک دیاگرام کلی رهیافت پسخور خطا

در این بخش به معرفی مدل ریاضی کلاسی از سیستم های غیرخطی که کنترل کننده ارایه شده را می توان به آن اعمال کرد و هدف کنترلی مدنظرمان می پردازیم. سیستم غیرخطی مورد نظر یک سیستم تک ورودی-تک خروجی و به شکل نرمال است که در رابطه (۱) نشان داده شده است.

$$x^{(n)}(t) = f(X) + g(X)u(t) + d(t) \quad (1)$$

$$y(t) = x(t)$$

که در آن $X = [x(t) \dot{x}(t) \dots, x^{(n-1)}]$ بردار متغیرهای حالت، $u(t)$ سیگنال کنترلی، $f(X)$ تابع غیرخطی نامعلوم، $g(X)$ بهره کنترلی نامعلوم و $d(t)$ سیگنال اغتشاش محدود به طوری که $|d(t)| < D$ می باشد. D کران بالای اغتشاش و نامعلوم فرض شده است. هدف کنترلی این است که خروجی سیستم، y ، خروجی مطلوب، y_d ، را دنبال کند. به عبارت بهتر، با در نظر گرفتن خطای ردیابی به صورت $e = y_d - y$ ، مسئله اصلی طراحی سیگنال کنترلی $u(t)$ است به نحوی که با میل کردن زمان به سمت بینهایت، خطای ردیابی به سمت صفر همگرا شود. لازم به ذکر است که برای حذف اثر اغتشاش فرض زیر را در نظر بگیریم:

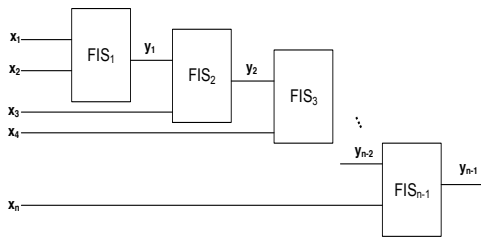
فرض: بهره کنترلی دارای کران پایین نامعلوم می باشد به بیان دیگر $0 < g_L < g(X)$ که در آن عدد ثابت g_L کران پایین بهره کنترلی است.

۳- آموزش پسخور خطا

ایده اولیه آموزش پسخور خطا الهام گرفته از عملکرد مغز در پدیده های مختلف و اجرای کارهای کنترلی می باشد. عملکرد مغز را می توان با استفاده از ساختار کنترل دو درجه آزادی یا به عبارت بهتر با استفاده از دو کنترل کننده مدلسازی نمود. این ساختار را دانشمند ژاپنی به نام Kawato در سال ۱۹۸۷ مطرح کرد و آن را آموزش پسخور خطا نامگذاری کرد. در این ساختار کنترلی، یک سیستم کنترلی به عنوان معکوس سیستم تحت کنترل در مسیر پیشرو و کنترل کننده دیگر در مسیر پسخور قرار گرفته است. دلیل نامگذاری آن نیز استفاده از خطا در آموزش معکوس فرآیند می باشد. در شکل ۱ ساختار FEL نمایش داده شده است. همان طور که دیده می شود دو کنترل کننده کلاسیک و هوشمند در نظر گرفته شده است که کنترل کننده هوشمند در مسیر پیشرو قرار دارد و هدف آن ایجاد معکوس سیستم می باشد. این ساختار کنترلی را می توان در رسته کنترل کننده های تطبیقی در نظر گرفت که دارای مزایایی است که عبارتند از: (۱) ساختار کنترل تطبیقی ارایه شده ترکیبی از ساختارهای کنترل کننده تطبیقی قبلی مستقیم و غیرمستقیم می باشد. (۲) مدل معکوس سیستم به صورت بلادرنگ و بدون نیاز به محاسبه ژاکوبین محاسبه می گردد. مراجع [۹ و ۱۰] پایداری ساختار ارایه شده را بررسی کرده اند.

۴- سیستم فازی سلسله مراتبی

در این بخش به ارایه توضیح مختصری پیرامون سیستم های فازی سلسله مراتبی می پردازیم. سیستم فازی سلسله مراتبی نمونه با $n-1$ لایه را به صورت شکل ۲ در نظر بگیرید. در این سیستم در هر لایه یک بلوک فازی موجود می باشد و هر بلوک فازی دارای دو ورودی است. در این شکل هر FIS نشان دهنده یک سیستم فازی است. ثابت شده است که با این ساختار تعداد کل قواعد کمینه خواهد بود [۳].



شکل ۲: بلوک دیاگرام سیستم فازی سلسله مراتبی

در حالت کلی، اگر بلوک های فازی واقع در هر لایه را سیستم فازی ممدانی با موتور استنتاج ضرب-جمع، فازی ساز منفرد و غیرفازی ساز میانگین مراکز در نظر بگیرید، خروجی لایه p -ام به صورت (۲) به دست خواهد آمد.

$$y_p = \frac{\sum_{i_p=1}^{\tau_p} \mu_{A_{i_p}}^{i_p}(x_{p+1}) \cdot \mu_{B_{i_p}}^{i_p}(y_{p-1}) \theta_p^{i_p}}{\sum_{i_p=1}^{\tau_p} \mu_{A_{i_p}}^{i_p}(x_{p+1}) \cdot \mu_{B_{i_p}}^{i_p}(y_{p-1})} \quad (2)$$

که در آن τ_p تعداد قواعد موجود در لایه p -ام، $\mu_{A_{i_p}}^{i_p}(\cdot)$ تابع عضویت ورودی $p+1$ -ام، $\mu_{B_{i_p}}^{i_p}(\cdot)$ تابع عضویت خروجی لایه $p-1$ -ام و i_p اندیس مربوط به تابع عضویتی است که در قانون p -ام ظاهر شده است. رابطه (۲) را می توان به صورت برداری (۳) نیز نوشت:

$$y_p = \theta_p^T \Gamma_p(x_{p+1}, y_{p-1}) \quad (3)$$

که در آن $\theta_p \in R^{\tau_p \times 1}$ بردار مراکز دسته پارامترهای قسمت تالی و $\Gamma_p \in R^{1 \times \tau_p}$ بردار قسمت نرمالیزه مربوط به بخش مقدم می باشد. همان طور

$$e = y_d - y \quad (5)$$

خروجی کنترل کننده کلاسیک که تناسبی- مشتقی در نظر گرفته شده است به صورت زیر به دست می آید:

$$u_{pd} = k_p e + k_d \dot{e} \quad (6)$$

که در آن k_p و k_d ثابت‌های تناسبی و مشتقی هستند. بردار \bar{u}_{pd} به صورت (۷) تعریف می شود:

$$\bar{u}_{pd} = [u_{pd}, \dot{u}_{pd}, \dots, u_{pd}^{(n-1)}]^T_{n \times 1} \quad (7)$$

با استفاده از خطی سازی فیدبک، فرمان کنترلی ایده آل که اثر توابع غیرخطی موجود در سیستم را حذف می کند، به صورت زیر تعریف بیان می شود:

$$u^* = \frac{1}{g(X)} [-f(X) + y_m^{(n)} - g(X)u_{pd} + K^T \bar{u}_{pd} + u_{pd}^{(n)} - e^{(n)}] \quad (8)$$

که در آن، $y_m^{(n)}$ بیان کننده مشتقات زمانی n ام y_m و $K = [k_n, k_{n-1}, \dots, k_1]^T_{n \times 1}$ می باشد. با جایگذاری (۸) در (۱) معادله مشخصه دینامیک پسخور خطا به صورت زیر خواهد بود:

$$u_{pd}^{(n)} + k_1 u_{pd}^{(n-1)} + \dots + k_n u_{pd} = 0 \quad (9)$$

بردار K طوری تعیین می شود که (۹) هرویتز باشد. از آنجایی که u_{pd} تابعی از خطا و مشتق خطا می باشد، شرط هرویتز بودن (۹)، این نتیجه را حاصل می کند که u_{pd} و در نتیجه خطا به صورت مجانبی به صفر میل کنند. به عبارت دیگر خواهیم داشت: $y_d \rightarrow y$. با اضافه و کم کردن u^* به (۱) و جایگزین کردن مقدار آن با (۸) خواهیم داشت:

$$\dot{x}^{(n)} = y_m^{(n)} + K^T \bar{u}_{pd} + u_{pd}^{(n)} - e^{(n)} + g(X)(u - u^*) + d(t) \quad (10)$$

با استفاده از (۱۰) و با ساده سازی آن، رابطه (۱۱) به دست می آید:

$$u_{pd}^{(n)} = -K^T \bar{u}_{pd} + g(x)[u^* - u] - d(t) \quad (11)$$

که در آن، u سیگنال کنترلی اعمالی به سیستم می باشد. هنگامی که u به مقدار ایده آل خود، u^* میل کند با استفاده از (۱۱) و (۱)، دینامیک خروجی کنترل کننده کلاسیک به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{\bar{u}}_{pd} = \Lambda \bar{u}_{pd} + B \left[u^* - u - \frac{d(t)}{g(X)} \right] \quad (12)$$

که در آن ماتریس Λ به فرم همبسته و بردار B به صورت زیر به دست می آید:

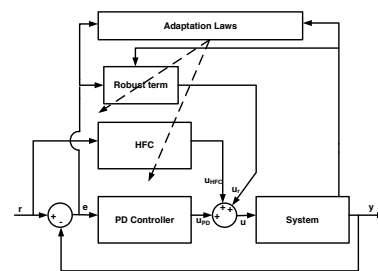
که در شکل ۲ دیده می شود، خروجی هر بلوک فازی به همراه متغیر ورودی بعدی وارد بلوک فازی لایه بعدی می گردد و فقط در لایه اول ورودی‌های فازی هر دو متغیرهای ورودی می باشند.

فرض: در تمامی قضایای مطرح شده در این مقاله، از آنجا که به غیر صفر بودن مخرج در (۲) یا به عبارت بهتر کامل بودن قواعد و همچنین مشتق پذیر بودن توابع تعلق نیاز است، در نتیجه تمامی توابع عضویت به صورت گاوسی در نظر گرفته شده است.

با دقت در روابط ذکر شده مشاهده می شود که پارامترهای بخش تالی لایه‌های میانی به صورت غیرخطی-در-پارامتر ظاهر می شوند. بدین معنی که خروجی سیستم فازی سلسله مراتبی نسبت به پارامترها، غیرخطی است. به عبارت دیگر نمی توان خروجی را به صورت حاصلضرب بردار پارامترها در بردار رگر سورها نوشت که این مسئله استخراج قانون تطبیق را برای پارامترها در روش‌های تطبیقی برپایه لیاپانوف دشوار می سازد.

۵- الگوریتم پیشنهادی

در این بخش کنترل کننده پیشنهاد شده در این مقاله را توضیح خواهیم داد. بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل قابل مشاهده است، کنترل کننده فازی سلسله مراتبی در مسیر پیشرو و کنترل کننده کلاسیک PD به عنوان کنترل کننده مسیر پسخور قرار گرفته اند. مجموع سه جمله خروجی: کنترل کننده فازی سلسله مراتبی (u_{HFC})، کنترل کننده کلاسیک PD و جمله مربوط به کنترل کننده مقاوم (u_r) می باشد. بلوک قوانین به روز رسانی برپایه قضیه ارایه شده در ادامه، پارامترهای کنترل کننده‌های فازی سلسله مراتبی و مقاوم را به روز رسانی می کند.



شکل ۳: بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی

همان‌طور که در شکل ۳ قابل مشاهده است، سیگنال کنترلی که به سیستم تحت کنترل وارد می گردد، به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$u = u_{HFC} + u_{pd} + u_r \quad (4)$$

که در آن، u_{HFC} سیگنال کنترلی ناشی از کنترل کننده فازی، u_{pd} سیگنال کنترلی ناشی از کنترل کننده کلاسیک تناسبی-مشتقی و u_r سیگنال کمکی برای جبران عدم قطعیت موجود می باشد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، خطای ردیابی به صورت زیر تعریف می شود:

مهمترین نتیجه‌ای که این قضیه در بر دارد، این است که برای تقریب‌های در نظر گرفته شده که ناشی از جملات مرتبه بالای بسط تیلور و برخی عبارات دیگر می‌باشد، حد بالا به صورت خطی-در-پارامتر می-تواند بیان شود.

حال سیستم تحت کنترل با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی در شکل-۳ را در نظر گرفته و پایداری الگوریتم کنترلی را مورد بررسی قرار می-دهیم. قضیه ۲ که در ادامه مطرح می‌گردد، به این مسئله می‌پردازد. همچنین این قضیه ضمن تضمین پایداری سیستم تحت کنترل، قانون به-روزرسانی پارامترها را نیز بیان می‌دارد.

قضیه ۲: سیستم غیرخطی مطرح شده در (۱) را تحت ساختار کنترلی شکل ۳ در نظر بگیرید که در آن سیستم فازی سلسله مراتبی با توابع عضویت گاوسی در نظر گرفته شده است. اگر قوانین به‌روزرسانی پارامترها را طبق روابط (۱۹) تا (۲۳) اعمال کنیم، آنگاه تمامی متغیرهای سیستم تطبیقی محدود باقی مانده و خطای ردیابی سیستم تحت کنترل نیز به سمت صفر میل می‌کند.

$$u_r(t) = \rho \cdot \text{sign}(\bar{u}_{pd}^T PB) + \hat{\theta}_f^T Y_f \text{sign}(\bar{u}_{pd}^T PB) \quad (19)$$

$$\hat{\theta}_{n-1} = \eta_{n-1} \bar{u}_{pd}^T PB \cdot \left(\hat{\Gamma}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \hat{\theta}_i \right) \quad (20)$$

$$\hat{\theta}_i = \eta_i \bar{u}_{pd}^T PB \cdot \left(\hat{\theta}_{n-1}^T \left(\frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \right) \right)^T ; i = 1, \dots, n-2 \quad (21)$$

$$\hat{\theta}_f = \eta_f \cdot |\bar{u}_{pd}^T PB| \cdot Y_f \quad (22)$$

$$\dot{\rho} = \eta_p \cdot |\bar{u}_{pd}^T PB| \quad (23)$$

اثبات:

تابع لیاپانوف مثبت معینی به فرم (۲۴) در نظر گرفته شده است:

$$V = \frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T P \bar{u}_{pd} + \frac{1}{2\eta_{n-1}} \bar{\theta}_{n-1}^T \bar{\theta}_{n-1} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-2} \frac{1}{\eta_i} \bar{\theta}_i^T \bar{\theta}_i + \frac{1}{2\eta_f} \bar{\theta}_f^T \bar{\theta}_f + \frac{1}{2\eta_p} (\bar{\rho})^2 \quad (24)$$

که در آن، $\bar{\theta}_{n-1}$ خطای پارامترهای لایه آخر کنترل کننده فازی سلسله مراتبی، $\bar{\theta}_i$ خطای پارامترهای لایه‌های میانی کنترل کننده فازی سلسله مراتبی، $\bar{\theta}_f$ خطای پارامترهای مربوط به حد بالای تقریب نشان داده شده در قضیه ۱، $\bar{\rho} = \rho - \rho^*$ خطای پارامتری هستند که جهت مقابله با اغتشاش در سیگنال کنترلی مقاوم استفاده می‌شوند و ρ^* مقدار بهینه این پارامتر است که مقداری مثبت و نامعلوم است، η_i نرخ آموزش به ازای P ماتریس متقارن و مثبت معین $n \times n$ و $i = 1, \dots, n-1, f, p$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & \dots & 1 \\ \vdots & 0 & \dots & 0 \\ -k_n - k_{n-1} & \dots & \dots & -k_2 - k_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ g(X) \end{bmatrix} \quad (13)$$

همان‌طور که در بخش ۳ اشاره شد، پارامترهای لایه‌های میانی کنترل کننده فازی سلسله مراتبی به صورت غیرخطی در پارامتر در خروجی ظاهر می‌شوند. این امر سبب می‌شود تا استخراج قانون تطبیق با استفاده از تابع لیاپانوف به طور مستقیم ممکن نباشد. لذا از قضیه زیر استفاده می‌کنیم.

قضیه ۱۳: اگر خطای تخمین پارامترها را به صورت $\tilde{\theta} \triangleq \theta^* - \hat{\theta}$ تعریف کنیم خطای تخمین تابع یعنی $\varepsilon(x) \triangleq f(x) - \hat{f}(x)$ با توابع عضویت گاوسی برای تخمین تابع استفاده می‌شود به صورت (۱۴) می‌تواند بیان شود:

$$\varepsilon(x) = \tilde{\theta}_{n-1}^T \left(\hat{\Gamma}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \hat{\theta}_i \right) + \hat{\theta}_{n-1}^T \left(\sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \tilde{\theta}_i \right) + R \quad (14)$$

که در آن R یک عبارت باقیمانده است که شرط زیر را برقرار می‌سازد:

$$|R| \leq \theta_f^{*T} \cdot Y_f \quad (15)$$

که در رابطه (۱۵) θ_f^* یک بردار ثابت نامعلوم ولی کراندار از کران‌های بالای پارامترهای بهینه و برخی حدود بالای ثابت به صورت $\theta_f^* = [\theta_{f_n}^*, \theta_{f_{n-1}}^*, \dots, \theta_{f_1}^*]^T$ که عناصر آن در روابط (۱۶)-(۱۸) تعریف شده‌اند و $Y_f = [1, \|\hat{\theta}_{n-1}\|, \|\hat{\theta}_{n-2}\|, \dots, \|\hat{\theta}_1\|]^T$ یک بردار تابعی معلوم است.

$$\theta_{f_n} = 2\bar{\theta}_{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n-2} C_i \cdot \bar{\theta}_i + \varepsilon^* + \bar{\Gamma}_{n-1} \cdot \bar{\theta}_{n-1} \quad (16)$$

$$\theta_{f_{n-1}} = \sum_{i=1}^{n-2} C_i \cdot \bar{\theta}_i \quad (17)$$

$$\theta_{f_i} = C_i \bar{\theta}_i \quad \text{for } i = 1, \dots, n-2 \quad (18)$$

که در روابط بالا $\bar{\theta}_i$ کران بالای پارامترهای بهینه i -ام، یا به عبارت بهتر $\|\theta_i^*\| \leq \bar{\theta}_i$ ، ε^* کران بالای خطای بین سیستم فازی سلسله مراتبی ایده‌آل و تابع واقعی یا به عبارت بهتر $|\varepsilon_f(x)| \leq \varepsilon^*$ که در آن $\varepsilon_f(x) \triangleq f(x) - \theta_{n-1}^{*T} \hat{\Gamma}_{n-1}$ کران بالای تابع گاوسی و C_i ها کران بالای مشتق تابع گاوسی هستند.

$$\begin{aligned} & \bar{u}_{pd}^T P B \left[-\rho \cdot \text{sign}(\bar{u}_{pd}^T P B) - \right. \\ & \left. \hat{\theta}_f^T Y_f \text{sign}(\bar{u}_{pd}^T P B) - \frac{d(t)}{g(x)} \right] - \frac{1}{\eta_f} (\theta_f^* - \\ & \hat{\theta}_f)^T \hat{\theta}_f + \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) = -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \\ & \bar{u}_{pd}^T P B R - \rho \cdot |\bar{u}_{pd}^T P B| - \hat{\theta}_f^T Y_f |\bar{u}_{pd}^T P B| - \\ & \bar{u}_{pd}^T P B \frac{d(t)}{g(x)} - \frac{1}{\eta_f} (\theta_f^* - \hat{\theta}_f)^T \hat{\theta}_f + \\ & \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) \leq -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \\ & |\bar{u}_{pd}^T P B| |R| - \rho \cdot |\bar{u}_{pd}^T P B| - \\ & \hat{\theta}_f^T Y_f |\bar{u}_{pd}^T P B| + |\bar{u}_{pd}^T P B| \frac{D}{M} - \\ & \frac{1}{\eta_f} \theta_f^{*T} (\eta_f |\bar{u}_{pd}^T P B| Y_f) + \\ & \frac{1}{\eta_f} \hat{\theta}_f^T (\eta_f |\bar{u}_{pd}^T P B| Y_f) + \\ & \frac{1}{\eta_p} (\eta_p |\bar{u}_{pd}^T P B|) \rho - \frac{1}{\eta_p} \rho^* (\eta_p |\bar{u}_{pd}^T P B|) \leq \\ & -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + |\bar{u}_{pd}^T P B| \theta_f^{*T} Y_f - \\ & \rho |\bar{u}_{pd}^T P B| - \hat{\theta}_f^T Y_f |\bar{u}_{pd}^T P B| + \\ & |\bar{u}_{pd}^T P B| \frac{D}{M} - \theta_f^{*T} |\bar{u}_{pd}^T P B| Y_f + \\ & \hat{\theta}_f^T |\bar{u}_{pd}^T P B| Y_f + \rho |\bar{u}_{pd}^T P B| - \\ & \rho^* |\bar{u}_{pd}^T P B| = -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} - \\ & \rho^* |\bar{u}_{pd}^T P B| + \frac{D}{M} |\bar{u}_{pd}^T P B| \end{aligned}$$

از آنجایی که ρ^* یک عدد مثبت نامعلوم می‌باشد و می‌توان آن را طوری انتخاب کرد که $\rho^* > \frac{D}{M}$ برقرار باشد. در این صورت داریم:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} \quad (۳۱)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود مشتق تابع لیپانوف غیرمثبت، $\dot{V} \leq 0$ شد. لازم به ذکر است که در (۳۰) از رابطه (۱۵) قضیه ۱ و همچنین محدود بودن سیگنال‌های اغتشاش از بالا و بهره‌کنترلی از پایین استفاده شده است. رابطه (۳۱) همگرایی پارامترهای تالی کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی را به مقادیر بهینه تضمین کرده و ضرورت صفر شدن خطای پسخور خطا را نشان می‌دهد. از آنجا که u_{PD} معادله دیفرانسیلی مرتبه اولی بر حسب خطا است، صفر شدن آن صفر شدن خطا را اثبات می‌کند. حال برای نشان دادن صفر شدن مجانبی خطا از لم باربالات استفاده می‌کنیم. بدین منظور تابع پیوسته و غیرمنفی V_1 را مانند زیر تعریف می‌شود:

$$V_1(t) = V(t) - \int_0^t (\dot{V}(t) + \frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd}) dt \quad (۳۲)$$

که نتیجه می‌دهد:

$$\dot{V}_1(t) = -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} \quad (۳۳)$$

سمت راست رابطه (۱۲) از عبارات محدود تشکیل شده است. از طرف دیگر V_1 از سمت حد پایین به صفر محدود است و $\dot{V}_1 \leq 0$ پس با توجه به لم باربالات هنگامی که زمان به سمت بینهایت میل نماید \dot{V}_1 به سمت صفر میل می‌کند و در نتیجه خطای پسخور و در نهایت خطای ردیابی به سمت صفر همگرا می‌شود. ▲

\bar{u}_{pd} بردار پسخور خطا تعریف شده در (۷) می‌باشد. توجه شود که چون پارامترهای لایه آخر سلسله مراتبی به صورت خطی در-پارامتر و پارامترهای لایه‌های دیگر به صورت غیرخطی در-پارامتر می‌باشند لذا به صورت جداگانه در تابع لیپانوف در نظر گرفته شده‌اند. با گرفتن مشتق زمانی از تابع لیپانوف پیشنهادی، (۲۵) به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \dot{\bar{u}}_{pd}^T P \bar{u}_{pd} + \frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T P \dot{\bar{u}}_{pd} - \\ & \frac{1}{\eta_{n-1}} \hat{\theta}_{n-1}^T \dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{1}{\eta_i} \hat{\theta}_i^T \dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{\eta_f} \hat{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f + \\ & \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) \end{aligned} \quad (۲۵)$$

با جایگذاری دینامیک پسخور خطا از (۱۲) در (۲۲)، رابطه (۲۳) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T \Lambda^T P \bar{u}_{pd} + \frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T P \Lambda \bar{u}_{pd} + \\ & \bar{u}_{pd}^T P B \left[u^* - u - \frac{d(t)}{g(x)} \right] - \frac{1}{\eta_{n-1}} \hat{\theta}_{n-1}^T \dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \\ & \sum_{i=1}^{n-2} \frac{1}{\eta_i} \hat{\theta}_i^T \dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{\eta_f} \hat{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) \end{aligned} \quad (۲۶)$$

معادله لیپانوف را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\Lambda^T P + P \Lambda = -Q \quad (۲۷)$$

که در آن، P و Q ماتریس‌های مثبت معین و متقارن می‌باشند. با استفاده از معادله لیپانوف تعریف شده در (۲۷) و جایگذاری آن در (۲۶)، رابطه (۲۸) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}^T P B \left[u^* - u - \right. \\ & \left. \frac{d(t)}{g(x)} \right] - \frac{1}{\eta_{n-1}} \hat{\theta}_{n-1}^T \dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{1}{\eta_i} \hat{\theta}_i^T \dot{\hat{\theta}}_i - \\ & \frac{1}{\eta_f} \hat{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) \end{aligned} \quad (۲۸)$$

چنانچه u را طبق (۴) در (۲۸) جایگذاری کنیم، با توجه به اینکه سیستم فازی سلسله مراتبی سعی در تخمین سیگنال کنترلی ایده‌آل (۸) دارد، لذا با توجه به قضیه ۱ و رابطه (۱۴) به رابطه (۲۹) خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}^T P B \left[\varepsilon - \right. \\ & \left. \frac{d(t)}{g(x)} \right] - \frac{1}{\eta_{n-1}} \hat{\theta}_{n-1}^T \dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{1}{\eta_i} \hat{\theta}_i^T \dot{\hat{\theta}}_i - \\ & \frac{1}{\eta_f} \hat{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) = -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \\ & \bar{u}_{pd}^T P B \left[\hat{\theta}_{n-1}^T \left(\hat{\Gamma}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} |_{\theta=\hat{\theta}} \hat{\theta}_i \right) + \right. \\ & \left. \hat{\theta}_{n-1}^T \left(\sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} |_{\theta=\hat{\theta}} \hat{\theta}_i \right) + R - u_r - \right. \\ & \left. \frac{d(t)}{g(x)} \right] - \frac{1}{\eta_{n-1}} \hat{\theta}_{n-1}^T \dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{1}{\eta_i} \hat{\theta}_i^T \dot{\hat{\theta}}_i - \\ & \frac{1}{\eta_f} \hat{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) \end{aligned} \quad (۲۹)$$

حال، اگر روابط به‌روزرسانی (۱۹) تا (۲۳) را در (۲۹) جایگذاری کنیم، رابطه (۳۰) نتیجه خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}^T P B \left[R - u_r - \right. \\ & \left. \frac{d(t)}{g(x)} \right] - \frac{1}{\eta_f} \hat{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p} \dot{\rho} (\rho - \rho^*) \leq \\ & -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}^T P B R + \end{aligned} \quad (۳۰)$$

$$\theta_f^{*T} \theta_f^* - \frac{\sigma}{2} [(\rho - \rho^*)^2 + \rho^2 - \rho^{*2}]$$

رابطه (۳۹) را با تعریف متغیرهای جدید و عملیات ریاضی می توان به صورت (۴۰) بازنویسی کرد:

$$\dot{V} \leq -cV + \rho_r \quad (40)$$

که در آن،

$$\rho_r = \frac{\sigma}{2} \theta_{n-1}^{*T} \theta_{n-1}^* + \frac{\sigma}{2} \sum_{i=1}^{n-2} \theta_i^{*T} \theta_i^* + \frac{\sigma}{2} \theta_f^{*T} \theta_f^* + \frac{\sigma}{2} \rho^{*2} \quad (41)$$

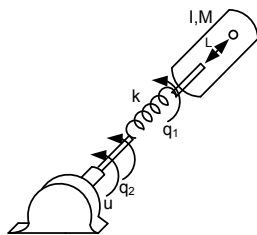
$$c = \frac{\min(\sigma, 1) \cdot \min(\eta_i, \eta_f, \eta_p)}{2} \quad (42)$$

بنابراین، تابع لیاپانوف تا زمانی که $V \leq \rho_r/c$ است همگرا می شود. مقدار c مقدار کوچکتر از یک است که باعث می شود کسر مذکور بزرگتر شود و از آنجا که مقدار آن وابسته به نرخ های آموزش و σ است می توان این بازه را به اندازه کافی بزرگ طراحی کرد. بزرگ شدن این بازه منجر به بزرگ شدن ناحیه جذب تابع لیاپانوف می شود. در نتیجه با انتخاب مقدار کوچک c ناحیه جذب بزرگ می شود. بنابراین ناحیه ای از شرایط اولیه که به ازای آن ها می توان پایداری سیستم را تضمین کرد بزرگتر می شود.

۷- نتایج شبیه سازی ها

در این بخش به شبیه سازی دو مثال کاربردی می پردازیم و روش کنترلی پیشنهادی را بر روی آنها اعمال می کنیم. برای نشان دادن کارایی روش های پیشنهاد شده، آنها را با کنترل کننده کلاسیک مدلغزشی [۱۵] مقایسه کرده ایم. مثال اول بازوی ربات انعطاف پذیر است که یک سیستم مکانیکی پر استفاده در صنعت و محیط های دانشگاهی است. مثال دوم سیستم تعلیق خودروی یک چهارم فعال است که در صنعت و مقالات بسیار مورد استفاده قرار می گیرد.

مثال اول: شکل ۴ شماتیک کلی بازوی ربات انعطاف پذیر را نشان می دهد. مجموعه $q = \{q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2\}$ را به عنوان مجموعه مختصات توسعه یافته برای این سیستم تعریف می شود که در آن q_1 زاویه بازو، $q_2 = -\left(\frac{1}{m}\right)\theta_1$ تغییر زاویه ای روتور، m نسبت چرخ دنده، $q_1 - q_2$ جابجایی الاستیکی بازو می باشند [۱۶].



شکل ۴: شماتیک بازوی ربات انعطاف پذیر

با استفاده از معادلات اویلر، مدل تحلیلی بازوی انعطاف پذیر به صورت (۴۳) به دست می آید:

تعمیم قضیه: در قضیه بیان شده کنترل کننده فازی سلسله مراتبی به صورت $1 - n$ در نظر گرفته شده است. اما در واقع قضیه این قابلیت را دارد که به هر کنترل کننده فازی سلسله مراتبی با هر تعداد لایه اعمال شود. فقط کافی است که در (۲۰) حد بالای مجموع (سیگما) که نشان دهنده تعداد لایه ها منهای یک است تغییر کند. مهمترین نتیجه ای که این تعمیم دارد این است که می توان آن را به کنترل کننده فازی کلاسیک نیز اعمال کرد. بدین صورت که چون تعداد لایه ها برابر ۱ است حد بالای مجموع برابر با صفر شده و مجموع صفر می شود و فقط پارامترهای لایه آخر به روز رسانی می شود. بنابراین همان طور که ملاحظه می گردد، قضیه حالت کلی داشته و می توان آن را به هر ساختاری از سیستم فازی اعمال کرد.

۶- مقاوم سازی قوانین تطبیق

در بخش قبل در قضیه مطرح شده فرض کردیم که سیستم فازی سلسله مراتبی کنترل کننده مطلوب را با تقریب بسیار خوبی تخمین می زند. اما در عمل خطای مدل سازی همیشه و به طور اجتناب ناپذیری وجود دارد که ناشی از عوامل و نامعینی هایی است که در نظر گرفته نشده است و ممکن است باعث ایجاد ناپایداری در روش آموزش گردند. برای اجتناب از این وضعیت، روش هایی برای مقاوم سازی روش های آموزشی در نظر گرفته می شود [۱۴]. در این مقاله از یکی از مهمترین این روش ها تحت عنوان σ -modification استفاده شده است. بدین ترتیب قوانین به روز رسانی که در قضیه ۲ در روابط (۲۰) تا (۲۳) مطرح شدند به صورت زیر تغییر می کنند:

$$\dot{\hat{\theta}}_{n-1} = \eta_{n-1} \bar{u}_{pd}^T P B \left(\hat{r}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \hat{\theta}_i \right) - \sigma \eta_{n-1} \hat{\theta}_{n-1} \quad (34)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \eta_i \bar{u}_{pd}^T P B \left(\hat{\theta}_{n-1} \left(\frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_i^*} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \right) \right)^T - \sigma \eta_i \hat{\theta}_i; \text{ for } i = 1, \dots, n-2 \quad (35)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_f = \eta_f |\bar{u}_{pd}^T P B| Y_f - \sigma \eta_f \hat{\theta}_f \quad (36)$$

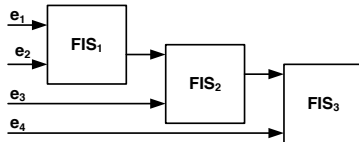
$$\dot{\rho} = \eta_p |\bar{u}_{pd}^T P B| - \sigma \eta_p \rho \quad (37)$$

اعمال قوانین به روز رسانی مطرح شده در (۳۴) تا (۳۷) باعث ایجاد یک سری پارامترها اضافی شده و در نتیجه اثبات مطرح شده در قضیه ۲ را تحت تاثیر قرار می دهد و لازم است مجدداً تحت بررسی قرار گیرد. به عبارت دقیق تر رابطه (۳۰) به صورت (۳۸) درمی آید:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} + \sigma \hat{\theta}_{n-1}^T \hat{\theta}_{n-1} + \sigma \sum_{i=1}^{n-2} \hat{\theta}_i^T \hat{\theta}_i + \sigma \hat{\theta}_f^T \hat{\theta}_f - \sigma \rho (\rho - \rho^*) \quad (38)$$

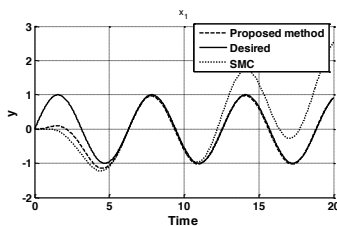
با اندکی ساده سازی ریاضی خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \bar{u}_{pd}^T Q \bar{u}_{pd} - \frac{\sigma}{2} [\hat{\theta}_{n-1}^T \hat{\theta}_{n-1} + \hat{\theta}_{n-1}^T \hat{\theta}_{n-1} - \theta_{n-1}^{*T} \theta_{n-1}^*] - \frac{\sigma}{2} \sum_{i=1}^{n-2} [\hat{\theta}_i^T \hat{\theta}_i + \hat{\theta}_i^T \hat{\theta}_i - \theta_i^{*T} \theta_i^*] - \frac{\sigma}{2} [\hat{\theta}_f^T \hat{\theta}_f + \hat{\theta}_f^T \hat{\theta}_f - \theta_f^{*T} \theta_f^*] \quad (39)$$



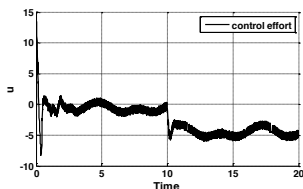
شکل ۵: بلوک دیاگرام کنترل کننده فازی سلسله مراتبی در نظر گرفته شده

در شبیه سازی ها شرایط اولیه متغیرهای اولیه را صفر در نظر گرفتیم. سیگنال مطلوبی که جهت ردیابی مد نظر قرار داده شده است سیگنال سینوسی می باشد. در شکل ۶ نتیجه ردیابی سیستم بازوی ربات انعطاف پذیر به سیگنال سینوسی و در شکل ۸ پاسخ پله آن با کنترل کننده پیشنهاد شده و همچنین نتایج با کنترل کننده مدلغزشی مقایسه شده است. همان طور که در شکل ها مشاهده می شود کنترل کننده پیشنهادی در مقایسه با کنترل کننده مدلغزشی در حضور اغتشاش جواب بسیار مطلوبی داده است. در واقع کنترل کننده پیشنهاد شده در مقابله با اغتشاش نسبت به کنترل کننده مدلغزشی مقاوم تر است. لازم به ذکر است که در اینجا ما اغتشاش را آنقدر بزرگ در نظر گرفته ایم تا به مرزی برسیم که کنترل کننده مدلغزشی جوابگو نباشد در حالی که همان طور که دیده می شود کنترل کننده پیشنهادی پاسخ مطلوب می دهد. دلیل این امر وجود جمله ای در سیگنال کنترلی به عنوان جمله مقاوم و همچنین تطبیقی بودن کنترل کننده پیشنهاد شده می باشد. از طرف دیگر استفاده از کنترل کننده فازی سلسله مراتبی در مقایسه با سیستم فازی معمولی منجر به کاهش تعداد قوانین از ۸۱ قانون به ۲۷ قانون و در نتیجه کاهش تعداد پارامترها شده است.

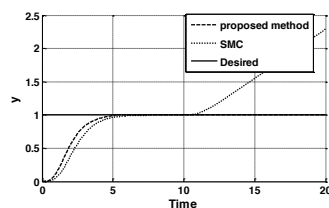


شکل ۶: ردیابی سینوسی مثال اول: (-) روش پیشنهادی. (-)

سیگنال مطلوب. (...) روش مدلغزشی



شکل ۷: سیگنال کنترلی مربوط به ردیابی سینوسی مثال اول



$$\begin{cases} (I\ddot{q}_1 + MgL\sin(q_1) + K(q_1 - q_2) = 0 \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) = u \end{cases} \quad (43)$$

معادلات فضای حالت را می توان به صورت (۴۴) تعریف کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{MgL}{I}\sin(x_1) - \frac{K}{I}(x_1 - x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{K}{J}(x_1 - x_3) + \frac{1}{J}u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (44)$$

متغیرهای حالت به این صورت در نظر گرفته شده اند که $x_1 = q_1$ و $x_3 = q_2$. فضای حالت ارایه شده در (۴۴)، شرایط سیستم (۱) را برآورده نمی کند. به عبارت دیگر سیستم را باید به فرم نرمال در آوریم. سیستم به فرم نرمال در (۴۵) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= -\left(\frac{MgL}{I}\cos(z_1) + \frac{K}{I} + \frac{K}{J}\right)z_3 - \frac{MgL}{I}\left(z_2^2 - \frac{K}{J}\right)\sin(z_1) + \frac{K}{IJ}u \end{aligned} \quad (45)$$

که در آن متغیرهای حالت به صورت رابطه (۴۶) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= x_3 \\ z_3 &= -\frac{MgL}{I}\sin(x_1) - \frac{K}{I}(x_1 - x_3) \\ z_4 &= -\frac{MgL}{I}x_2\cos(x_1) - \frac{K}{I}(x_2 - x_4) \end{aligned} \quad (46)$$

مقادیر عددی در نظر گرفته شده برای پارامترها در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: مقادیر عددی پارامترهای سیستم ربات انعطاف پذیر [۱۶]

پارامترها	مقادیر عددی
g	9.8 m/s^2
M	1 Kg
K	1 N/m
J	1 Kg m^2
I	1 Kg m^2
L	1 m

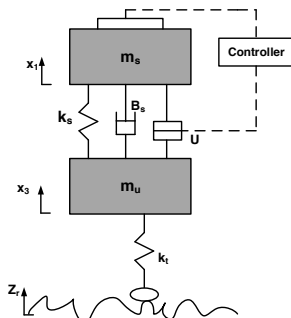
اغتشاش در نظر گرفته شده برای این شبیه سازی به صورت رابطه (۴۷) در نظر گرفته شده است.

$$d(t) = \begin{cases} 4 & t > 10 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (47)$$

همان طور که در رابطه (۴۵) قابل مشاهده است سیستم داری ۴ متغیر حالت می باشد لذا سیستم فازی سلسله مراتبی با سه بلوک فازی مانند شکل ۵ برای آن در نظر گرفته شده است.

مثال دوم: در این مثال مسئله رگولاسیون سیستم تعلیق یک چهارم خودرو را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در شکل ۱۱ شماتیک کلی این سیستم نشان داده شده است. در (۴۹) معادلات حاکم بر سیستم تعلیق یک چهارم آورده شده است [۱۷]. در این معادلات x_1 و x_2 به ترتیب جابجایی و سرعت عمودی جرم معلق و x_3 و x_4 به ترتیب جابجایی و سرعت عمودی جرم غیرمعلق، ثابت مشخصه نیروی غیرخطی فنر، B_s ثابت مشخصه میرایی غیرخطی کمک فنر، k_t ثابت فنری تابر خودرو، Z_r دامنه دست انداز، m_u و m_s به ترتیب جرم‌های معلق و غیرمعلق می‌باشند.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m_s}(-k_s(x_1 - x_3)^3 - B_s(x_2 - x_4)^5 + u(t)) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{m_u}(k_s(x_1 - x_3)^3 + B_s(x_2 - x_4)^5 - K_t x_3 + K_t Z_r - u(t)) + d(t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (49)$$



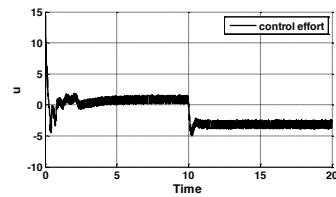
شکل ۱۱: شماتیک سیستم تعلیق خودرو یک چهارم همان‌طور که مشاهده می‌شود معادلات به فرم نرمال نشان داده شده در (۱) نیستند و مانند مثال قبل لازم است به شکل در آورده شوند. در (۵۰) روابط به شکل ۱ درآمده نشان داده شده است [۱۷].

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= -\frac{k_t}{m_u}[k_s(x_1 - x_3)^3 + B_s(x_2 - x_4)^5 - k_t] + \frac{k_t}{m_u}u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (50)$$

که در آن، متغیرها به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$x_1 = \frac{1}{m_s}(z_1 + \frac{m_u z_3}{k_t}) \quad (51)$$

شکل ۸: پاسخ پله مثال اول: (--) روش پیشنهادی. (-) سیگنال مطلوب. (...) روش مدل‌غزشی



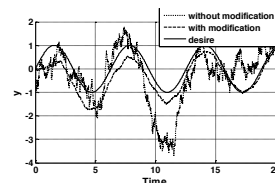
شکل ۹: سیگنال کنترلی مربوط به پاسخ پله مثال اول

لازم به توضیح است که در لحظات اولیه که پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی هنوز آموزش نیافته‌اند کنترل کننده PD نقش اصلی در کنترل را دارد و لذا پاسخ مناسب در لحظات اولیه وابسته به طراحی پارامترهای کنترل کننده PD دارد. در شکل‌های ۷ و ۹ سیگنال‌های کنترلی شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده‌اند. همان‌طور که قابل مشاهده است سیگنال کنترلی دارای نوسان زیادی است که ناشی از وجود جمله مقاوم در کنترل کننده است. از آنجا که این جمله داری تابع علامت sign است، پدیده وزوز^۱ اتفاق می‌افتد برای اجتناب از ایجاد پدیده وزوز و از بین بردن نوسانات می‌توان از تابع اشباع sat استفاده کرد. این تابع نوسانات را از بین می‌برد ولی باعث ایجاد خطای ماندگار بسیار اندکی می‌شود.

همچنین در شکل ۱۰ برای نشان دادن کاربرد روش مقاوم‌سازی ذکر شده نویز فرآیند به سیستم اضافه کرده‌ایم بدین ترتیب معادلات سیستم در رابطه (۴۵) با رابطه (۴۸) جایگزین می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + n(t) \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= -\left(\frac{MgL}{I} \cos(z_1) + \frac{K}{I} + \frac{K}{J}\right) z_3 - \frac{MgL}{I} \left(z_2 - \frac{K}{J}\right) \sin(z_1) + \frac{K}{IJ} u + n(t) \end{aligned} \quad (48)$$

که در آن $n(t)$ با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ است. در واقع در این شبیه‌سازی مقدار انحراف معیار نویز را به قدری افزایش می‌دهیم تا موجب بروز پدیده گریز پارامتری شود و در این حالت σ -modification مانع خارج شدن پارامترها از ناحیه مطلوب می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، به دلیل مقدار قابل توجه نویز پاسخ‌ها با پاسخ مطلوب فاصله دارند اما روش مقاوم‌سازی منجر به جلوگیری از گریز پارامترها از ناحیه همگرایی شده است.



شکل ۱۰: پاسخ مثال اول در حضور نویز با و بدون استفاده از روش مقاوم‌سازی

^۱ Chattering

در این مثال شرایط اولیه جابجایی عمودی در ۱۰ سانتی متری قرار داده شده است. همانند آنچه که در مثال قبل ذکر شد در لحظه‌های اولیه که پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی هنوز آموزش ندیده‌اند کنترل کننده PD نقش اصلی را در کنترل دارد و در نتیجه پاسخ مناسب در شروع کار سیستم وابسته به طراحی پارامترهای کنترل کننده PD است. در شکل ۱۳ نیز سیگنال کنترلی مربوط به این مثال نشان داده می‌شود. در این مثال نیز سیگنال کنترلی بخاطر پدیده وزوز دارای نوسان زیادی است. در اینجا نیز برای اجتناب از ایجاد پدیده وزوز و از بین بردن نوسانات می‌توان از تابع اشباع sat استفاده کرد که این کار باعث ایجاد خطای ماندگار بسیار اندکی می‌شود.

۸- بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق کنترل کننده تطبیقی فازی سلسله مراتبی در کنار کنترل کننده کلاسیک PD برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی تک ورودی-تک خروجی در حضور اغتشاش محدود ارایه کرده‌ایم. کنترل کننده PD در واقع برای ایجاد یک حاشیه امن در لحظات اولیه که سیستم فازی به طور کامل آموزش ندیده است بسیار مناسب می‌باشد. در واقع ایده کنترل کننده مطرح شده بر پایه آموزش پسخور خطا می‌باشد اما بجای آموزش پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی با روش گرادیان نزولی که در آموزش پسخور خطا مرسوم است، از تابع لیاپانوف برای استخراج قوانین به روز رسانی پارامترها استفاده شده است. تابع لیاپانوف مطرح شده باعث تضمین پایداری سیستم تحت کنترل می‌شود. از آنجا که خطای پارامترها نیز در تابع لیاپانوف در نظر گرفته شده است لذا همگرایی پارامترها به سمت مقدار مطلوبشان نیز تضمین می‌گردد. همچنین جهت جلوگیری از خروج پارامترها از ناحیه همگرایی از روش *modification - σ* استفاده شده است. اثبات مطرح شده پس از اعمال *modification - σ* دوباره مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده است که تابع لیاپانوف مطرح شده در ناحیه ذکر شده باعث تضمین پایداری می‌گردد. همچنین نشان داده شده است که روابط مطرح شده حالت کلی داشته و به هر سیستم فازی سلسله مراتبی با هر تعداد لایه و به خصوص به سیستم فازی معمولی قابل اعمال است. استفاده از کنترل کننده فازی سلسله مراتبی در مقایسه با کنترل کننده فازی معمولی باعث کاهش تعداد قواعد و در نتیجه پارامتر می‌شود.

لذا دستاوردهای مقاله را می‌توان بدین صورت ذکر کرد:

- ارایه سیستم فازی سلسله مراتبی تطبیقی مبتنی بر آموزش پسخور خطا
- تضمین پایداری سیستم تحت کنترل در ردیابی سیگنال مرجع
- تضمین همگرایی پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی به مقادیر بهینه
- افزایش مقاوم بودن الگوریتم کنترلی ارایه شده در مقایسه با کنترل کننده‌های کلاسیک

$$x_2 = \frac{1}{m_s} (z_2 + \frac{m_u z_4}{k_t})$$

$$x_3 = -\frac{z_3}{k_t}$$

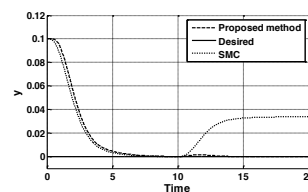
$$x_4 = -\frac{z_4}{k_t}$$

مقادیر متغیرهای سیستم نیز که در شبیه سازی در نظر گرفته شده‌اند در جدول ۲ آمده است. از آنجا که در این مثال نیز سیستم ۴ متغیر حالت دارد، کنترل کننده سلسله مراتبی در این مثال نیز مانند شکل ۵ است. همچنین شرایط اولیه متغیرهای حالت نیز صفر فرض شده است. همچنین اغتشاش وارد بر سیستم نیز مانند (۴۷) در نظر گرفته شده است.

جدول ۲: مقادیر عددی پارامترهای سیستم تعلیق یک چهارم [۱۷]

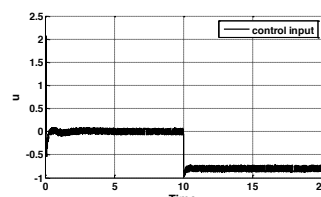
پارامترها	مقادیر عددی
m_u	40 Kg
m_s	400 Kg
B_s	1000 Ns/m
k_s	18000 N/m
k_t	200000 N/m

در شکل ۱۲ نتایج شبیه سازی آورده شده است. همان طور که انتظار می‌رفت مقایسه کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده مدلغزشی نشان می‌دهد که کنترل کننده ما نسبت به کنترل کننده کلاسیک در مقابل اغتشاش مقاوم تر می‌باشد. در این مثال نیز اغتشاش آنقدر بزرگ در نظر گرفته شده است تا به مرزی برسیم که کنترل کننده مدلغزشی جوابگو نباشد در حالی که همان طور که دیده می‌شود کنترل کننده پیشنهادی پاسخ مطلوبی می‌دهد. همچنین با استفاده از کنترل کننده فازی سلسله مراتبی تعداد قوانین فازی در مقایسه با سیستم فازی معمولی از ۸۱ قانون به ۲۷ قانون کاهش پیدا کرده است که منجر به کاهش تعداد کل پارامترهای آموزش پذیر شده است.



شکل ۱۲: رگولاسیون مثال دوم: (... روش پیشنهادی. (-) سیگنال

مطلوب. (-) روش مدلغزشی



شکل ۱۳: سیگنال کنترلی مربوط به مثال دوم

- [9] Aiko Miyamura Ideta., Stability of feedback error learning method with time delay, *Neuro computing*, 2006; 69(13–15) pp. 1645–54.
- [10] Aiko Miyamura, Hidenori Kimura., Stability of feedback error learning scheme, *Syst Control Lett*, 2002; 45(4) pp. 303–16.
- [11] Sabahi K., Teshnehlab M., shoorhedeli M.A., Recurrent fuzzy neural network by using feedback error learning approaches for LFC in interconnected power system *Energy Conversion and Management*, 2009; 50(4), pp. 938-946.
- [12] Teshnehlab M., Watanabe K., Neural network controller with flexible structure based on feedback error learning approach, *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 1996; 15(4): 367-387.
- [13] Mansouri M., Teshnehlab M., Shoorehdeli M.A.. "Adaptive variable structure hierarchical fuzzy control for a class of high-order nonlinear dynamic systems." *ISA transactions* 2014.
- [14] Farrell J. A., Polycarpou M. M., Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches. John Wiley and Sons INC. Publication, 2006.
- [15] Khalil H. K., 'Nonlinear Systems' (3rd Edition). PTR Prentice-Hall, 2001.
- [16] Khanesar M. A., Teshnehlab M., Kaynak O. , Direct Model Reference Takagi–Sugeno Fuzzy Control of SISO Nonlinear Systems, *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.* 2011;19 (5): 914-924.
- [17] Zahiripour S. A., Jalali A. A., Designing an optimal proportional-integral sliding surface for a quarter car active suspension system with suspension components possessing uncertain constants and nonlinear characteristics, *NASHRIYYAH-I MUHANDISI-I BARQ VA MUHANDISI-I KAMPYUTAR-I* 2012, 10 (2).
- کاهش تعداد قواعد و پارامترهای سیستم فازی
 - قابلیت اعمال قضیه مطرح شده به هر ساختار سیستم سلسله مراتبی و حتی به سیستم‌های فازی کلاسیک
 - مقاوم‌سازی قوانین به‌روز رسانی پارامترها برای اجتناب از وقوع پدیده گریز پارامتری
- کنترل کننده پیشنهادی بر روی دو سیستم (بازوی ربات انعطاف پذیر و سیستم تعلیق خودرو) اعمال شده است. در شبیه‌سازی‌ها کنترل کننده پیشنهادی با روش مدل‌گزشی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی قابلیت روش پیشنهاد شده را هنگامی که دامنه اغتشاش به اندازه کافی بزرگ باشد را نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] Raju G. V. S., Zhou J., Kisner R. A., Hierarchical fuzzy control, *Int. J. Control* 1991;54 (5): 1201–1216.
- [2] Wang L. X., Universal approximation by hierarchical fuzzy systems, *Fuzzy Set Syst.* 1998; 93 (2): 223–230.
- [3] Wang L. X., Analysis and design of hierarchical fuzzy systems, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 1999;7 (5): 617–624.
- [4] Wei C., Wang L. X. A note on universal approximation by hierarchical fuzzy systems, *Inform. Sciences* 2000; 123 (3-4): 241-248.
- [5] Joo M. G., Lee J. S., Universal approximation by hierarchical fuzzy system with constraints on the fuzzy rule, *Fuzzy Set Syst.* 2002; 130 (2): 175-188.
- [6] TorraV., A Review of the construction of hierarchical fuzzy systems, *Int. J. Intel. Syst.* 2002; 17 (5): 531–543.
- [7] Wang D., Zeng X. J., KeaneJ. A. , A Survey of Hierarchical Fuzzy Systems, *Int. J. Comp. Cog.* 2006; 4: 18-29.
- [8] Kawato M. A, Hierarchical neural-network model for control and learning of voluntary movement, *Biol. Cybernet* 1987; 57 pp. 169–85.

