

کنترل آشوب در سیستم انتقال چرخ‌دنده با استفاده از روش کنترل مودلغزشی ترمینال تطبیقی جدید با عامل غیرخطی در ورودی کنترلی

هادی دلاوری^۱، میلاد محدث زاده^۲

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، delavari@hut.ac.ir

^۲ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، m.mohadeszadeh@stu.hut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۸/۱۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۱۱/۱۷)

چکیده: آشوب پدیده‌ای است غیرقابل پیش‌بینی، که در سیستم‌های دینامیکی غیرخطی مورد توجه قرار می‌گیرد. در این مقاله، کنترل این پدیده در یک سیستم انتقال چرخ‌دنده به‌عنوان یک سیستم دینامیک غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا ویژگی‌های دینامیک غیرخطی سیستم انتقال چرخ‌دنده بررسی می‌شود. سپس، صحت وجود آشوب در این دینامیک غیرخطی با استفاده از نمودار صفحه فاز مورد بررسی قرار می‌گیرد. طراحی کنترل کننده مودلغزشی ترمینال شامل دو مرحله می‌باشد: اول، طراحی یک سطح لغزش مناسب و دوم، طراحی یک کنترل کننده که مسیرهای حالت‌های سیستم به سمت حالت لغزشی حرکت کنند. در قضیه اول این مقاله، پایداری سطح لغزش پیشنهادی بررسی می‌شود و سپس کنترل آشوب و پایداری حالت‌های سیستم انتقال چرخ‌دنده، براساس قضیه پایداری لیاپانوف انجام می‌گردد. همچنین پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از سطح لغزش و کنترل کننده مودلغزشی ترمینال تطبیقی پیشنهاد شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در روش پیشنهادی تأثیر پارامترهای نامشخص کنترل کننده، نامعینی سیستم، اغتشاش خارجی و عامل غیرخطی در ورودی کنترلی به‌طور کامل در نظر گرفته شده‌اند. برای تخمین پارامترهای نامشخص کنترل کننده قوانین تطبیقی مناسبی پیشنهاد شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها، کارآمدی و مقاوم بودن کنترل کننده پیشنهاد شده را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم انتقال چرخ‌دنده، دینامیک غیرخطی، کنترل آشوب، کنترل مودلغزشی، عامل غیرخطی در ورودی کنترلی

Chaos Control in a Gear Transmission System via a Novel Adaptive Terminal Sliding Mode Control Approach with Nonlinearity in the Control Input

Hadi Delavari, Milad Mohadeszadeh

Abstract: Chaos is an unpredictable phenomenon that is considered in the nonlinear dynamical systems. In this paper, the chaos control in the nonlinear dynamic gear transmission system is considered. At first, the complex dynamics characters of gear transmission system are studied. Then, the existence of chaos in this nonlinear dynamic system is studied by phase portrait. The design process of sliding-mode control is divided into two steps: The first step is designing a sliding surface so that the plant restricted to the sliding surface has a desired system response, and the second step is constructing a switched feedback gains necessary to drive the plant's state trajectory to the sliding surface. The stability of the proposed sliding surface is studied by the first theorem in this paper. Chaos control and stabilization of the gear transmission system states is studied based on the Lyapunov stability theorem. Also the stability of the closed loop system is investigated. The effects of the unknown controller parameters, system uncertainty, external disturbance and nonlinearity in the control input are fully taken into account. Appropriate adaptation laws are obtained to undertake the unknown parameters of the controller. Finally, simulation results demonstrate the feasibility and robustness of the proposed controller.

Keywords: gear transmission system, nonlinear dynamic, chaos control, sliding mode control, nonlinearity in the control input

۱- مقدمه

سیستم‌های آشوبی، سیستم‌های غیرخطی پیچیده‌ای هستند که دارای ویژگی‌های منحصربه‌فردی از جمله، حساسیت زیاد به شرایط اولیه و تغییرات پارامترهای سیستم بوده و دارای جاذب‌های ناشناس می‌باشند. پس از کارهای اولیه اوت، گربوگی و یورک در سال ۱۹۹۰ [۱]، کنترل سیستم‌های آشوبی و سیستم‌های دینامیکی در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است [۲-۵]. با معرفی سیستم‌های آشوبی در علوم مهندسی و فیزیک، حذف آشوب در سیستم‌های آشوبی، توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است. به همین منظور، روش‌های کنترلی مختلفی برای حذف آشوب و یا کنترل سیستم‌های دینامیکی توسعه پیدا کرده‌اند. از جمله این روش‌ها، کنترل تطبیقی [۶]، کنترل مودلغزشی [۷]، کنترل فعال [۸]، کنترل پسخور^۱ [۹] و کنترل فازی [۱۰] می‌باشند.

در سال‌های اخیر، کنترل سیستم‌های مکانیکی که رفتار آشوبناک در آن‌ها وجود دارد، در بسیاری از مقالات مورد توجه قرار گرفته است. از جمله این سیستم‌ها، روبات دو درجه آزادی [۶]، ماشین دورانی [۱۱]، سیستم سرونیوماتیک [۱۲]، سیستم تعلیق خودرو [۱۳]، سیستم تعلیق میدان مغناطیسی [۱۴] و سیستم‌های خودگردان [۱۵] می‌باشند. اخیراً برای حذف آشوب در برخی از سیستم‌های مکانیکی، روش‌های کنترلی متنوعی طراحی شده است. یکی از این سیستم‌ها، سیستم انتقال چرخ‌دنده می‌باشد. سیستم انتقال چرخ‌دنده، در صنایع مختلف از جمله در ماشین‌آلات صنعتی، هوافضا، روباتیک و سیستم‌های قدرت کاربردهای وسیعی دارد. ارتعاشات موجود در این سیستم‌ها به طور مستقیم بر عملکرد سیستم تأثیرگذار هستند. درباره این موضوع، تحقیقات زیادی از سوی متخصصین صورت گرفته است [۱۶-۲۰]. نتایج به‌دست آمده بیانگر رفتار آشوبناک در بازه‌های خاص از ارتعاش می‌باشد. این نوع از ارتعاشات، شدید و غیرقابل پیش‌بینی بوده و باعث صدمه و نیز ایجاد صدای مزاحم در چرخ‌دنده می‌گردد. از این رو بررسی و تحلیل ارتعاشات سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای و تأثیر عوامل مختلف بر آن، کمک زیادی در یافتن راه‌هایی برای کاهش یا از بین بردن صداهای مزاحم ناشی از آن و در نتیجه بالا بردن کیفیت چرخ‌دنده‌ها خواهد کرد. سیستم چرخ‌دنده تحت تأثیر عواملی غیرخطی و متغیر با زمان، لقی، خطاهای انتقال چرخ‌دنده، اصطکاک بین سطوح دندانه‌ها و بسیاری از عوامل دیگر، یک سیستم ارتعاشی غیرخطی است که می‌تواند بسیاری از پدیده‌های غیرخطی را به نمایش گذارد. با پیشرفت دینامیک غیرخطی، مشخصه‌های غیرخطی سیستم از قبیل پاسخ‌های غیرپریودیک، دوشاخگی^۲ و آشوب مورد توجه بیشتری قرار گرفت. در [۲۱] دوشاخگی و آشوب و بزرگترین نمای لیاپانوف سیستم چرخ دنده با اصطکاک لغزشی مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته و پارامترهای بحرانی آنها شناسایی می‌شود. نتایج شبیه سازی ها نشان می دهد که اصطکاک

نقش بسزایی در رفتار دینامیکی سیستم چرخ دنده دارد. در [۲۲] مدل دینامیکی غیرخطی متغیربازمان سیستم چرخ دنده به‌دست آمده است، که در آن لقی^۳، سختی متغیربازمان، تحریک خارجی و خطای انتقال استاتیکی در نظر گرفته شده است. مسیرهای دینامیکی، نگاشت پوانکاره^۴، دیاگرام‌های دوشاخگی و بزرگترین نمای لیاپانوف برای سیستم چرخ دنده در [۲۳] با استفاده از تحلیل‌های عددی مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. در [۲۴] یک تحلیل سیستماتیک برای رفتار دینامیکی سیستم چرخ دنده با یک درجه آزادی با تعلیق غیرخطی و بدون تعلیق غیرخطی انجام شده است. شبیه سازی‌های عددی رفتار آشوبی این سیستم را آشکار می‌سازد. در [۲۵] تحلیل ملنیکف برای توسعه یک مدل کاربردی برای سیستم چرخ دنده و همچنین کنترل و حذف رفتار آشوبی ارائه شده، همچنین برای حذف آشوب از روش کنترلی غیر پسخور^۵ استفاده شده است. در [۲۶] یک سیستم کنترلی برای حذف رفتار آشوبی در سیستم دینامیک چرخ دنده ارائه شده است. با استفاده از روش ملنیکف یک روش تحلیلی با اعمال تحریک کنترل خارجی برای حذف آشوب پیشنهاد شده است. برای کنترل سیستم انتقال چرخ‌دنده، روش کنترل پسخور به‌منظور پایدارسازی حالت‌های سیستم، در [۲۷] به‌انجام رسیده است که در آن، معادلات حالت دینامیکی سیستم، براساس قانون نیوتن به‌دست آمده‌اند. روش کنترلی دیگری، براساس آنالیز ملنیکف^۶ و اعمال یک نیروی تحریک بر چرخ‌دنده در [۲۸] انجام شده است. در [۲۹] یک مدل هشت درجه آزادی برای سیستم غیرخطی چرخ دنده که شامل لقی، خطای انتقال، جاذبه و گشتاوری ورودی/خروجی است، ارائه شده، همچنین دینامیک غیرخطی سیستم چرخ دنده با تحریک داخلی یا تحریک خارجی مورد بررسی قرار گرفته است.

کنترل مود لغزشی ترمینال تطبیقی در مقابل نامعینی در سیستم‌های غیرخطی عملکرد خوبی از خود نشان داده است [۳۰-۳۳]. لذا در این مقاله برای حذف آشوب، از ایده این روش استفاده می‌شود که در مقابل عوامل غیرخطی، نامعینی سیستم و اغتشاش خارجی مقاوم می‌باشد.

کنترل‌کننده مودلغزشی طراحی شده در این مقاله، دارای یک کنترل‌کننده معادل و یک کنترل‌کننده سوئیچینگ^۷ می‌باشد. در کاربردهای عملی کنترل‌کننده سوئیچینگ تحت تأثیر عوامل غیرخطی قرار می‌گیرد که در این مقاله این مورد در نظر گرفته شده است.

برخی از ویژگی‌های این مقاله شامل موارد زیر می‌باشد:

- در بسیاری از کاربردهای عملی وجود عامل غیرخطی در ورودی گریز ناپذیر است، اما تاکنون در مقالاتی که در آنها کنترل آشوب در دینامیک سیستم انتقال

³ Backlash⁴ Poincaré maps⁵ Non-feedback control⁶ Melnikov analysis⁷ Switching¹ Feedback² Bifurcation

$$= \tilde{F}_m + \tilde{F}_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \varphi_e) \quad (۱)$$

خطای انتقال استاتیکی، تابعی از فرکانس درگیری و به صورت

$$\begin{aligned} e(t) &= e(t + 2\pi/\omega_e) = e \cos(\omega_e t + \varphi_e) \\ \tilde{F}_e &= \text{در معادله سیستم وارد می‌شود. با تعریف پارامترهای} \\ \tilde{F}_m &= \varepsilon f_m, \tilde{\mu} = \varepsilon \mu, \text{ و } 0 < \varepsilon \leq 1, \text{ در نتیجه،} \\ \text{رابطه‌ی (۱) در فضای حالت به صورت زیر بیان می‌شود:} \\ \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2\varepsilon \mu x_2 + (0.1667x_1 - 0.1667x_1^3) \\ \quad + \varepsilon (f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \varphi_e)) \end{cases} \end{aligned} \quad (۲)$$

در صورتی که پارامتر کنترلی $\tilde{F}_e$ در بازه $[0, 0.4]$ در نظر گرفته شود، با انتخاب $\tilde{F}_e > 0.26$ ، رفتار آشوبناک در سیستم دینامیکی قابل مشاهده بوده و حالت گذرا حذف خواهد شد. جهت مشاهده نمودار صفحه فاز و رفتار آشوبی سیستم، پارامترهای معادله حالت (۲)، $f_e = 30$ و $\Omega_e = 0.5$ ، $\mu = 9$ ، $f_m = 1$ ، $\varepsilon = 0.01$ در نظر گرفته می‌شود. رفتار آشوبی سیستم با شرایط اولیه $x_1(0) = -2$ و $x_2(0) = 1$ ، در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است.

۳- پایدارسازی دینامیک غیرخطی

معادلات حالت دینامیک سیستم انتقال چرخ‌دنده به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2\varepsilon \mu x_2 + (0.1667x_1 - 0.1667x_1^3) \\ \quad + \varepsilon (f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \varphi_e)) \\ \quad + \Delta f(x, t) + d(t) + u(t) \end{cases} \quad (۳)$$

در رابطه (۳)، $x = [x_1, x_2]^T$ بردار حالت سیستم است. $\Delta f(x, t)$ نامعینی مدل، $d(t)$ اغتشاش خارجی و $u(t)$ ورودی کنترلی است که در مرحله بعد طراحی می‌شود. در مسئله پایدارسازی $e = x$ تعریف می‌شود. در نتیجه دینامیک خطا به صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -2\varepsilon \mu e_2 + (0.1667e_1 - 0.1667e_1^3) \\ \quad + \varepsilon (f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \varphi_e)) \\ \quad + \Delta f(e, t) + d(t) + u(t) \end{cases} \quad (۴)$$

هدف پیدا کردن کنترل‌کننده‌ای است که حالت‌های سیستم (۴) به صورت مجانبی به سمت نقطه تعادل مبدأ همگرا شوند.

چرخ‌دنده بررسی شده است، این موضوع را در نظر نگرفته‌اند.

- کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله دارای مقاومت بالا در مقابل نامعینی، اغتشاش و عامل غیرخطی در ورودی می‌باشد.
- پارامترهای کنترل‌کننده براساس قضیه‌ی پایداری لیاپانوف و به صورت تطبیقی در نظر گرفته شده‌اند.
- کنترل‌کننده طراحی شده در این مقاله، برای کنترل آشوب در دسته بسیاری از سیستم‌های مکانیکی قابل استفاده است.

ساختار این مقاله به این شرح است؛ در بخش ۲، یک مدل ریاضی از سیستم غیرخطی چرخ‌دنده و رفتار آشوبناک سیستم ارائه می‌شود. در بخش ۳، ساختار دینامیکی سیستم با اعمال نامعینی و اغتشاش مورد بررسی قرار می‌گیرد. کنترل‌کننده ترمینال تطبیقی پیشنهادی در بخش ۴ طراحی می‌شود. در بخش ۵، پایداری سیستم توسط دو قضیه، مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی و ارزیابی کنترل‌کننده طراحی شده در بخش ۶ انجام می‌شود و در پایان، نتیجه‌گیری نهایی در بخش ۷ ارائه می‌گردد.

۲- توصیف دینامیک سیستم انتقال چرخ‌دنده

در این قسمت، ابتدا مدل دینامیکی سیستم موردنظر بررسی می‌شود، که مدل این سیستم ارتعاشی در شکل ۱ نمایش داده شده است. یک سیستم چرخ‌دنده‌ای عموماً توسط دو دیسک که بیانگر اینرسی دو چرخ‌دنده می‌باشند مدل می‌شود. یک سیستم میراکننده و فنر نیز درگیری دو چرخ‌دنده را توصیف مینماید. در این مدل، چرخ‌دنده‌های a و b با شعاع‌های r_a و r_b نشان داده می‌شوند. I_a و I_b بیانگر ممان اینرسی دو چرخ‌دنده، k_m و c_m نیز سختی درگیری و ضریب میرایی معادل جفت چرخ‌دنده درگیر هستند. گشتاورهای احتمالی بر چرخ‌دنده‌ها، T_a و T_b می‌باشند. تابع پس‌زنی f_h نیز برای بیان لقی و همچنین جابجایی $e(t)$ به منظور ارائه‌ی خطای انتقال استاتیکی سیستم، تعریف می‌شوند. با در نظر گرفتن پارامترهای نشان داده شده در شکل ۱ و موارد فوق، و تعریف پارامترهای زیر [۲۸]:

$$\begin{aligned} m &= \frac{I_a I_b}{I_b r_a^2 + I_a r_b^2}, \hat{F}_m = m \left(\frac{T_a r_a}{I_a} + \frac{T_b r_b}{I_b} \right), \\ \hat{F}_e(t) &= -m \left(\frac{d^2 e}{dt^2} \right), \tilde{F}_e = \frac{e}{b}, \tilde{F}_m = \frac{\hat{F}_m}{b k_m}, \\ \omega_n &= \sqrt{\frac{k_m}{m}}, \tau = \omega_n t, \Omega_e = \frac{\omega_e}{\omega_n}, \tilde{\mu} = \frac{c}{2m\omega_n} \end{aligned}$$

معادله حرکت سیستم را می‌توان به صورت (۱) بیان کرد [۲۸]:

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + 2\tilde{\mu} \frac{dx}{d\tau} + f_h(x)$$

۴- طراحی کنترل کننده

در این قسمت، ابتدا سطح لغزش ترمینال معرفی شده و پایداری آن بررسی می‌شود. سپس یک کنترل کننده مودل‌غزشی ترمینال به‌منظور همگرا کردن حالت‌های سیستم به سمت نقطه تعادل صفر طراحی می‌شود. سطح لغزشی ترمینال موردنظر به‌صورت زیر می‌باشد [۳۱]:

$$\sigma(t) = ce_1 + |e_2|^\beta \text{sgn}(e_2) \quad (۵)$$

در رابطه‌ی (۵)، $c > 0$ و $1 < \beta < 2$ می‌باشد. همچنین $\text{sgn}(\cdot)$ تابع sign فرض شده است. برای آنکه حالت‌های سیستم به سمت سطح لغزش $\sigma(t) = 0$ در زمان محدود میل کنند، بایستی تغییرات سطح لغزش در این زمان صفر باشد، به عبارت دیگر $\dot{\sigma}(t) = 0$ برقرار باشد. در مرحله‌ی بعد بایستی کنترل کننده‌ای طراحی شود که مسیرهای حالت سیستم به سمت مودل‌غزشی یا $\dot{\sigma}(t) = 0$ میل کنند و روی آن قرار گیرند. کنترل کننده طراحی شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} u(t) = u_{eq}(t) + u_{sw}(t) = & \left(-\left(\hat{c}/\beta\right) \dot{e}_1^{2-\beta} + (2\epsilon\mu\dot{e}_1) + \right. \\ & (0.1667e_1 - 0.1667e_1^3) - \epsilon(f_m + \\ & f_e\Omega_e^2 \cos(\Omega_e\tau + \varphi_e)) - (\hat{\psi} + \\ & \hat{\theta})\text{sgn}(\sigma(t)) \Big) + \left(-(\hat{\lambda}|\sigma(t)| + \right. \\ & \left. \hat{\gamma})\text{sgn}(\sigma(t)) \right) \end{aligned} \quad (۶)$$

در رابطه (۶)، λ و γ پارامترهای سیگنال کنترل سوئیچینگ بوده و همواره مثبت هستند، همچنین $\hat{c}$ ، $\hat{\lambda}$ ، $\hat{\psi}$ و $\hat{\theta}$ تخمین‌های c ، λ ، ψ و θ می‌باشند. همچنین فرض می‌شود:

$$\chi(t) = (\hat{\lambda}|\sigma(t)| + \hat{\gamma})$$

۵- تحلیل پایداری

قضیه ۱: سطح لغزش مرتبه دوم در رابطه (۵)، رسیدن حالت‌های سیستم به سمت حالت لغزشی $\sigma(t) = 0$ را در زمان محدود t_r تضمین می‌کند.

$$t_r = \frac{|x_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \quad (۷)$$

اثبات: در صورتی که سیستم در حالت مودل‌غزشی قرار گیرد و $e_2 \geq 0$ ، آنگاه، سطح لغزش رابطه (۵)، به صورت زیر قابل بیان است:

$$ce_1 + \dot{e}_1^\beta = 0 \quad (۸)$$

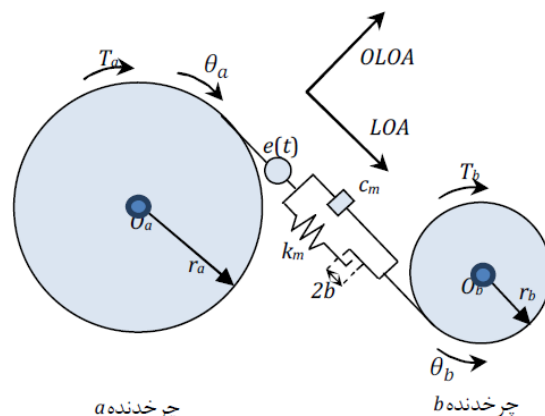
با استفاده از رابطه‌ی (۸)، در صورتی که $\dot{e}_1(0) \leq 0$ ، در نتیجه $e_1(0) \leq 0$ ؛ در این صورت رابطه‌های زیر برقرار خواهند بود:

فرض ۱: در رابطه (۴)، محدوده‌های نامعینی و اغتشاش، بصورت زیر

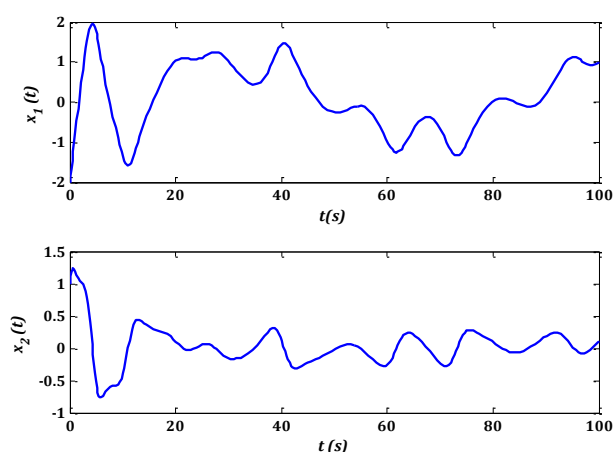
فرض می‌شوند:

$$|\Delta f(e, t)| < \psi \quad \text{and} \quad |d(t)| < \Theta$$

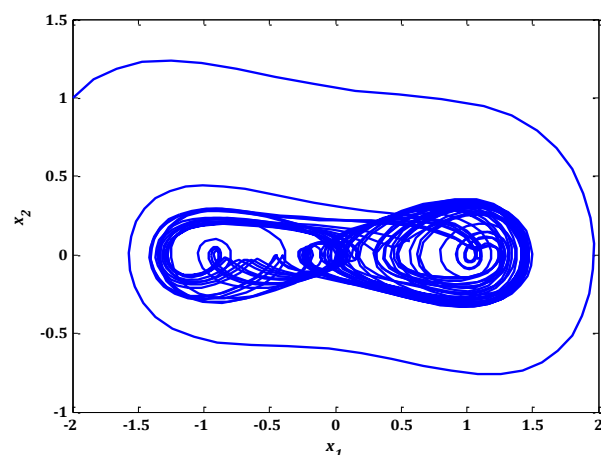
در عبارت فوق، ψ و Θ اعداد مثبت می‌باشند.



شکل ۱: مدل دینامیکی سیستم انتقال چرخ‌دنده [۲۸]



شکل ۲: مسیرهای حالت سیستم انتقال چرخ‌دنده



شکل ۳: نمودار صفحه- فاز سیستم انتقال چرخ‌دنده

که کنترل سیستم را مشکل‌تر می‌سازد و در صورتی که کنترل‌کننده مقاوم نباشد، این عامل غیرخطی می‌تواند باعث ناپایداری سیستم بشود. از سوی دیگر در مبحث تئوری اثبات پایداری وجود این عامل غیرخطی اثبات پایداری سیستم حلقه بسته را پیچیده‌تر می‌سازد. شکل ۴ تابع غیرخطی را در محدوده‌ی شعاع قطاعی $[0.2, 0.6]$ نشان می‌دهد. در ادامه، پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل‌کننده (۶) در حضور عامل غیرخطی بررسی می‌شود.

قضیه ۲: برای سیستم غیرخطی (۱) با سطح لغزش ترمینال (۵)، کنترل‌کننده (۶) و قوانین تطبیق (۱۳)، شرایط سطح لغزش $\dot{\sigma}(t) = 0$ برآورده می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{\hat{c}} = \alpha_1 |e_2| |\sigma(t)|, \hat{c}(0) = c_0, \alpha_1 > 0 \\ \dot{\hat{\lambda}} = \alpha_2 \beta \xi_L |e_2|^{\beta-1} \sigma(t)^2, \hat{\lambda}(0) = \lambda_0, \alpha_2 > 0 \\ \dot{\hat{\gamma}} = \alpha_3 \beta \xi_L |e_2|^{\beta-1} |\sigma(t)|, \hat{\gamma}(0) = \gamma_0, \alpha_3 > 0 \\ \dot{\hat{\psi}} = \alpha_4 \beta |e_2|^{\beta-1} |\sigma(t)|, \hat{\psi}(0) = \psi_0, \alpha_4 > 0 \\ \dot{\hat{\theta}} = \alpha_5 \beta |e_2|^{\beta-1} |\sigma(t)|, \hat{\theta}(0) = \theta_0, \alpha_5 > 0 \end{cases} \quad (13)$$

اثبات: یک تابع لیپانوف مثبت، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V(t) = \frac{1}{2} (\sigma(t)^2 + \alpha_1^{-1} \tilde{c}^2 + \alpha_2^{-1} \tilde{\lambda}^2 + \alpha_3^{-1} \tilde{\gamma}^2 + \alpha_4^{-1} \tilde{\psi}^2 + \alpha_5^{-1} \tilde{\theta}^2) \quad (14)$$

در رابطه‌ی (۱۴)، $\tilde{c} = (c - \hat{c})$ ، $\tilde{\lambda} = (\lambda - \hat{\lambda})$ ، $\tilde{\gamma} = (\gamma - \hat{\gamma})$ ، $\tilde{\psi} = (\psi - \hat{\psi})$ و $\tilde{\theta} = (\theta - \hat{\theta})$ همچنین α_i ، $(i = 1, 2, \dots, 5)$ نرخ‌های یادگیری می‌باشند.

با گرفتن مشتق زمانی از رابطه‌ی (۱۴) و با استفاده از فرض ۱، رابطه‌ی (۱۵) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sigma(t) \dot{\sigma}(t) - \alpha_1^{-1} \tilde{c} \dot{\tilde{c}} - \alpha_2^{-1} \tilde{\lambda} \dot{\tilde{\lambda}} - \alpha_3^{-1} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} - \alpha_4^{-1} \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} - \alpha_5^{-1} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} = \\ & \sigma(t) (c \dot{e}_1 + \beta |e_1|^{\beta-1} \dot{e}_1) - \alpha_1^{-1} \tilde{c} \dot{\tilde{c}} - \alpha_2^{-1} \tilde{\lambda} \dot{\tilde{\lambda}} - \alpha_3^{-1} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} - \alpha_4^{-1} \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} - \alpha_5^{-1} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \leq \\ & \sigma(t) (c e_2 + \beta |e_2|^{\beta-1} (-2\epsilon \mu e_2 + (0.1667 e_1 - 0.1667 e_1^3) + \Omega + |\Delta f(e, t)| + |d(t)| + u(t))) - \alpha_1^{-1} \tilde{c} \dot{\tilde{c}} - \alpha_2^{-1} \tilde{\lambda} \dot{\tilde{\lambda}} - \alpha_3^{-1} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} - \alpha_4^{-1} \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} - \alpha_5^{-1} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned} \quad (15)$$

که در رابطه (۱۵) داریم

$$\Omega = \varepsilon (f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \varphi_e))$$

با جایگذاری کنترل‌کننده معادل (u_{eq}) از رابطه‌ی (۶) در رابطه‌ی (۱۵)، نامعادله‌ی (۱۶) به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= c \left(\frac{1}{\beta}\right) (-e_1)^{\left(\frac{1}{\beta}\right)} \\ \frac{-d(-e_1)}{(-e_1)^{\frac{1}{\beta}}} &= c \left(\frac{1}{\beta}\right) dt \\ - \int_{-e_1(0)}^0 \frac{d(-e_1)}{(-e_1)^{\frac{1}{\beta}}} &= \int_0^{t_r} c \left(\frac{1}{\beta}\right) dt \\ t_r &= \frac{(-e_1)^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c \left(\frac{1}{\beta}\right) \left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \bigg|_{-e_1(0)}^0 = \frac{|e_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c \left(\frac{1}{\beta}\right) \left(1-\frac{1}{\beta}\right)} = \\ & \frac{|x_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c \left(\frac{1}{\beta}\right) \left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \end{aligned} \quad (9)$$

در صورتی که سیستم در حالت مودل‌لغزشی قرار گیرد و $e_2 \leq 0$ است، در نتیجه، سطح لغزش (۵)، به صورت زیر قابل بیان است:

$$c e_1 - (-\dot{e}_1)^{\beta} = 0 \quad (10)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۱۰)، در صورتی که $\dot{e}_1(0) \leq 0$ در نتیجه $e_1(0) \geq 0$ ؛ در این صورت رابطه‌های زیر برقرار خواهند بود:

$$\begin{aligned} -\dot{e}_1 &= c \left(\frac{1}{\beta}\right) (e_1)^{\left(\frac{1}{\beta}\right)} \\ \frac{-d(e_1)}{(e_1)^{\frac{1}{\beta}}} &= c \left(\frac{1}{\beta}\right) dt \\ - \int_{e_1(0)}^0 \frac{d(e_1)}{(e_1)^{\frac{1}{\beta}}} &= \int_0^{t_r} c \left(\frac{1}{\beta}\right) dt \\ t_r &= \frac{-(e_1)^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c \left(\frac{1}{\beta}\right) \left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \bigg|_{e_1(0)}^0 = \frac{|e_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c \left(\frac{1}{\beta}\right) \left(1-\frac{1}{\beta}\right)} = \\ & \frac{|x_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c \left(\frac{1}{\beta}\right) \left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \end{aligned} \quad (11)$$

از رابطه‌های (۹) و (۱۱) می‌توان نتیجه گرفت که حالت‌های سیستم

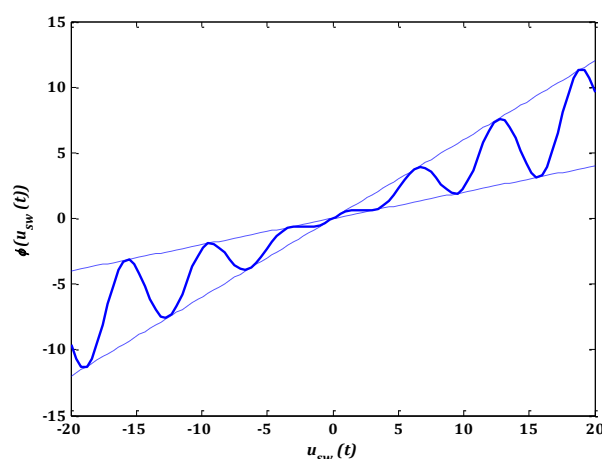
در زمان محدود t_r به سمت سطح لغزش $\sigma(t) = 0$ میل می‌کنند.

به منظور توصیف عامل غیرخطی در ورودی کنترلی برای سیستم‌های فیزیکی، این عامل غیرخطی $\varphi(u_{sw}(t))$ تابعی از ورودی کنترل‌کننده سوئیچینگ می‌باشد و یک تابع پیوسته با شرایط $u_{sw}(t) \rightarrow \varphi(u_{sw}(t))$ ، $\varphi(0) = 0$ قطاعی $[\xi_L, \xi_U]$ می‌باشد که در نامعادله‌ی زیر صدق می‌کند.

$$\begin{aligned} \xi_L u_{sw}(t)^2 &\leq u_{sw}(t) \varphi(u_{sw}(t)) \leq \\ \xi_U u_{sw}(t)^2, & 0 < \xi_L < \xi_U, \end{aligned} \quad (12)$$

در رابطه‌ی (۱۲)، ξ_U و ξ_L ثابت‌های مثبت می‌باشند. ورودی کنترلی قبل از اعمال به سیستم از این عامل غیرخطی بایستی عبور کند

کنترل کننده $\gamma_0 = 0.5$ $\lambda_0 = 0.5$ $c_0 = 0.6$ و $\psi_0 = 0.5$ و $\theta_0 = 0.8$ در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که تغییر در شرایط اولیه پارامترهای کنترل کننده نقطه شروع نمودارها را در شکل ۸ تغییر خواهد داد، همچنین تغییر نرخ یادگیری باعث تغییر نمودارها در شکل ۸ خواهد شد، اما در عملکرد سیستم در کنترل آشوب تاثیر محسوسی نمی گذارد. شبیه سازی با استفاده از نرم افزار MATLAB بوده، و از روش رانگ کوتای^۳ مرتبه ی ۴ با شرایط اولیه ی $(e_1, e_2) = (0.5, 1)$ با گام زمانی 0.001 استفاده شده است پاسخ زمانی حالت های پایدار شده سیستم در شکل ۵، پاسخ زمانی سطح لغزش و ورودی کنترلی، به ترتیب در شکل های ۶ و ۷ و پاسخ زمانی پارامترهای کنترل کننده در شکل ۸ نشان داده شده است. در شکل ۵ مشاهده می شود که پاسخ زمانی حالت های سیستم بعد از مدت زمان کوتاهی به سمت صفر همگرا می شوند و با توجه به مقاوم بودن کنترل کننده، اثر نامعینی و اغتشاش در آنها بسیار ناچیز می باشد. از روی شکل های ۶ و ۷ مشخص است که پاسخ زمانی سطح لغزش بعد از زمان کوتاهی به صفر همگرا می شود و همچنین سیگنال کنترل نسبتاً هموار بوده و دامنه مناسبی دارد. در شکل ۸ می توان مشاهده نمود که پارامترهای کنترل کننده بر اساس قوانین تطبیق هر لحظه بروز می شوند و زمانی که خطا به سمت صفر میل می کند پاسخ زمانی پارامترهای کنترل کننده در شکل ۸ نیز به سمت مقادیر ثابت میل میکند.



شکل ۴: تابع ورودی غیرخطی $\varphi(u_{sw}(t))$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & |e_2| |\sigma(t)| + \beta |\sigma(t)| |e_2|^{\beta-1} (|\Delta f(e, t)| + \\ & |d(t)|) - \beta |\sigma(t)| |e_2|^{\beta-1} (\hat{\psi} + \hat{\theta}) - \\ & \beta |e_2|^{\beta-1} \sigma(t) \varphi(u_{sw}(t)) - \alpha_1^{-1} \tilde{c} \dot{\tilde{c}} - \\ & \alpha_2^{-1} \tilde{\lambda} \dot{\tilde{\lambda}} - \alpha_3^{-1} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} - \alpha_4^{-1} \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} - \alpha_5^{-1} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned} \quad (16)$$

از رابطه ی (۱۲) به نتایج زیر می رسیم:

$$\begin{aligned} u_{sw}(t) \varphi(u_{sw}(t)) &= \chi(t) \operatorname{sgn}(\sigma(t)) \varphi(u_{sw}(t)) \geq \\ & \xi_L \chi(t)^2 (\operatorname{sgn}(\sigma(t)))^2 \\ & \text{به طوری که } \chi(t) = (\hat{\lambda} |\sigma(t)| + \hat{\gamma}) \geq 0 \end{aligned}$$

از $\sigma(t)^2 \geq 0$ داریم:

$$\begin{aligned} \chi(t) \sigma(t) |\sigma(t)| \varphi(u_{sw}(t)) &\geq \\ \xi_L \chi(t)^2 |\sigma(t)|^2 &\Rightarrow -\sigma(t) \varphi(u_{sw}(t)) \leq \\ -\xi_L \chi(t) |\sigma(t)| & \end{aligned} \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه ی (۱۷) و سپس قوانین تطبیق (۱۳) در نامعادله ی

(۱۶)، به نامعادله ی زیر می رسیم:

$$\dot{V}(t) \leq -\beta |e_2|^{\beta-1} \xi_L (\lambda |\sigma(t)| + \gamma) |\sigma(t)| \quad (18)$$

با توجه به این که ثابت های λ و γ همواره مثبت می باشند؛ در نتیجه، سمت راست نامعادله ی (۱۸) همواره منفی است، بنابراین حالت های سیستم خطای (۴) به طور مجانبی، به سمت سطح لغزش $\sigma(t) = 0$ میل خواهند کرد.

۶- شبیه سازی و تحلیل مباحث تئوری

در این قسمت، به منظور بررسی صحت مباحث تئوری و مؤثر بودن کنترل کننده پیشنهادی، شبیه سازی عددی صورت گرفته است. جهت حذف وزوز^۱ در کنترل کننده، از تابع اشباع^۲ به جای تابع sign استفاده شده است. برای بررسی مقاوم بودن کنترل کننده، نامعینی مدل و همچنین اغتشاش خارجی به ترتیب به صورت:

$$\Delta f(e, t) = 0.3 \sin(e_1(t)) \cos(e_2(t))$$

و $d(t) = 0.2 \sin(t)$ در نظر گرفته شده اند. پارامترهای

کنترل کننده به ترتیب:

$$f_e = 30, \Omega_e = 0.5, \mu = 9, f_m = 1, \varepsilon = 0.01$$

و $\beta = (\frac{13}{9})$ می باشند. همچنین نرخ های یادگیری $\alpha_1 = 5$ ،

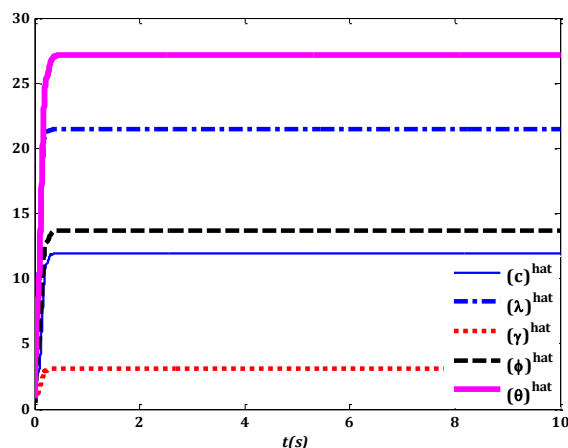
$\alpha_2 = 5$ ، $\alpha_3 = 5$ ، $\alpha_4 = 5$ و $\alpha_5 = 10$ انتخاب شده اند.

مقدار پارامتر سطح لغزش $c = 20$ و شرایط اولیه پارامترهای

^۳ Runge-Kutta

^۱ Chattering

^۲ Saturation



شکل ۸: پاسخ زمانی پارامترهای کنترل‌کننده

برای بررسی و مقایسه بین نتایج این مقاله با سایر پژوهش‌های مرتبط با موضوع، مرجع [۷] انتخاب گردید، زیرا کنترل‌کننده پیشنهادی در آن، از خانواده کنترل‌کننده‌های مد‌لغزشی بوده و همچنین در ورودی کنترلی آن از عامل غیرخطی مشابه به عامل غیرخطی بکار گرفته شده در این مقاله استفاده شده است. برای مقایسه بهتر، تابع هزینه‌ای بصورت زیر تعریف گردید:

$$IAE = \int (|e_1(t) - e_{1ud}(t)| + |e_2(t) - e_{2ud}(t)|) dt \quad (19)$$

که در آن $e_1(t)$ و $e_2(t)$ خطاها بدون اعمال نامعینی و اغتشاش هستند، و $e_{1ud}(t)$ و $e_{2ud}(t)$ خطاها با اعمال نامعینی و اغتشاش در سیستم هستند. نتایج در جدول زیر تنظیم شده است:

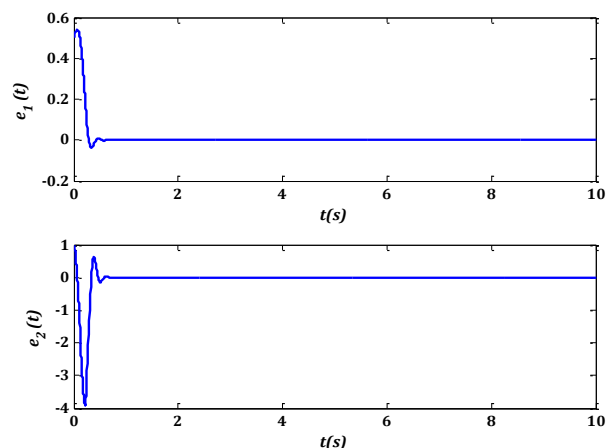
جدول ۱- عملکرد کنترل‌کننده‌ها

کنترل‌کننده	IAE
کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله	6.249
کنترل‌کننده پیشنهادی در [۷]	8.138

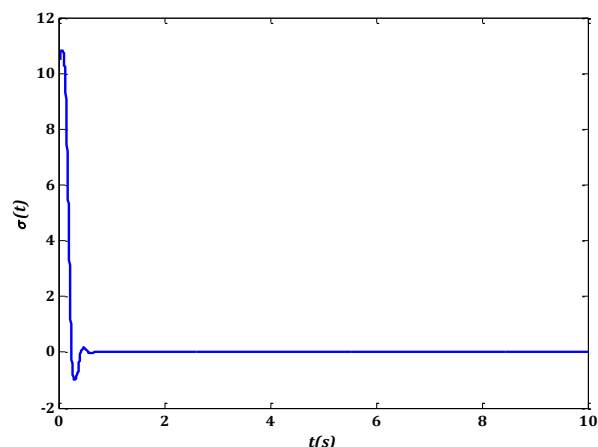
نتایج مندرج در جدول ۱ نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در این مقاله از مقاومت بالاتری برخوردار است.

۷- نتیجه‌گیری

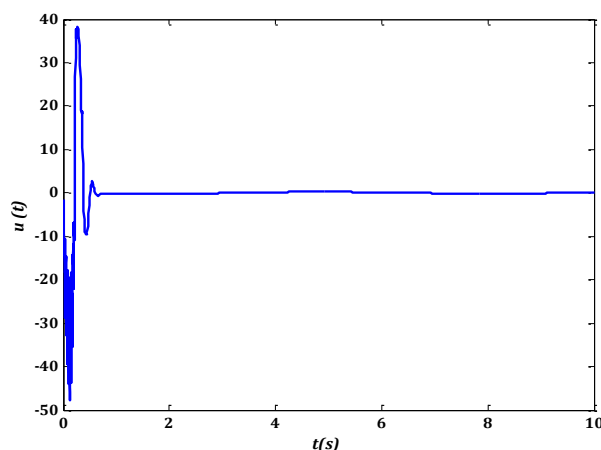
در این مقاله، کنترل آشوب در پاسخ ارتعاشی سیستم انتقال چرخ‌دنده، مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا یک سطح‌لغزشی ترمینال معرفی شد و با استفاده از آن، یک کنترل‌کننده مود‌لغزشی ترمینال تطبیقی جدید که در مقابل نامعینی مدل، اغتشاش خارجی و عامل غیرخطی در ورودی مقاوم می‌باشد، طراحی گردید. مطابق با نتایج



شکل ۵: پاسخ زمانی حالت‌های پایدارشده‌ی سیستم



شکل ۶: پاسخ زمانی سطح لغزش



شکل ۷: پاسخ زمانی ورودی کنترلی

- mode control law for a wheeled robot towing a trailer,” *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, pp. 81-88, 2014. (In Persian)
- [11] Z. M. Ge, H. S. Yang, H. H. Chen, H. K. Chen, “Regular and chaotic dynamics of a rotational machine with a centrifugal governor,” *International Journal of Engineering Science*, vol. 37, pp. 921-943, 1999.
- [12] S. Ramezani, S. M. Rezaei, M. Zareinejad, K. Baghestan, “Control of pneumatic servo system based on simultaneous pressure observing on both sides of the cylinder by high-gain observer,” *Modares Mechanical Engineering*, vol. 15, pp. 1-10, 2015. (In Persian)
- [13] H. Pan, W. Sun, “Finite-time stabilization for vehicle active suspension systems with hard constraints,” *IEEE transactions on intelligent transportation systems*, pp. 1-10, 2015.
- [14] A. Shiri, “Robust Sliding Mode Control of Electromagnetic Suspension System with Parameter Uncertainty,” *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, vol. 4, pp. 1677-1683, 2012.
- [15] S. Bhat, D. Bernstein, “Finite-time stability of continuous autonomous systems,” *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 38, pp. 751-766, 2000.
- [16] M. Byrtus, V. Zeman, “On modeling and vibration of gear drives influenced by nonlinear couplings,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, 375-397, 2011.
- [17] C. W. Chang-Jian, “Strong nonlinearity analysis for gear-bearing system under nonlinear suspension-bifurcation and chaos,” *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 11, pp. 1760-1774, 2010.
- [18] C. W. Chang-Jian, H. C. Hsu, “Chaotic responses on gear pair system equipped with journal bearings under turbulent flow,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, pp. 2600-2613, 2012.
- [19] S. L. T. De Souza, I. L. Caldas, R. L. Viana, J. M. Balthazar, “Sudden changes in chaotic attractors and transient basins in a model for rattling in gearboxes,” *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 21, pp. 763-772, 2004.
- [20] J. Wang, R. Li, X. Peng, “Survey of nonlinear vibration of gear transmission systems,” *ASME Journal*, vol. 56, pp. 309-329, 2003.
- [21] J. Wang, J. Zheng, A. Yang, “An Analytical Study of Bifurcation and Chaos in a Spur Gear Pair with Sliding Friction,” *Procedia Engineering*, vol. 31, pp. 563 – 570, 2012.
- به‌دست آمده مشخص شد که حالت‌های سیستم با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی، پایدار شده و پس از گذشت زمان محدود به سمت نقطه تعادل صفر همگرا می‌شوند. سیگنال کنترلی طراحی شده فاقد وزوز بوده و مقدار آن در حد قابل قبولی می‌باشد، از این رو استفاده از این کنترل کننده به‌عنوان یک روش مناسب جهت کنترل آشوب در سیستم انتقال چرخ‌دنده پیشنهاد می‌گردد.
- ## مراجع
- [1] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, “Using chaos to direct trajectories to targets,” *Physical Review Letters*, vol. 65, pp. 3215-3218, 1990.
- [2] N. S. Pai, H. T. Yau, C. L. Kuo, “Fuzzy logic combining controller design for chaos control of a rod-type plasma torch system,” *Expert Systems with Applications*, vol. 37, pp. 8278-8283, 2010.
- [3] C. L. Kuo, C. C. Wang, N. S. Pai, “Design of variable structure controller for two different hyperchaotic systems containing nonlinear inputs,” *Journal of Applied Sciences*, vol. 9, pp. 2635-2639, 2009.
- [4] M. R. Faieghi, H. Delavari, D. Baleanu, “A note on stability of sliding mode dynamics in suppression of fractional-order chaotic systems,” *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 66, pp. 832-837, 2013.
- [5] H. T. Yau, J. J. Yan, “Adaptive sliding mode control of a high-precision ball-screw-driven stage,” *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 10, pp. 1480-1489, 2009.
- [6] M. R. Faieghi, H. Delavari, D. Baleanu, “A novel adaptive controller for two-degree of freedom polar robot with unknown perturbations,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 17, pp. 1021-1030, 2012.
- [7] J. Li, W. Li, Q. Li, “Sliding mode control for uncertain chaotic systems with input nonlinearity,” *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, vol. 17, pp. 341–348, 2012.
- [8] Y. M. Lei, W. Xu, J. W. Shen, T. Fang, “Global synchronization of two parametrically excited systems using active control,” *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 28, pp. 428-436, 2006.
- [9] J. P. Cai, X. F. Wu, S. H. Chen, “Synchronization criteria for non-autonomous chaotic systems via sinusoidal state error feedback control,” *Physica Scripta*, vol. 75, pp. 379–387, 2007.
- [10] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, “Design and implementation of a fuzzy sliding

- [28] A. Saghafi, A. Farshidianfar, "Bifurcation and chaos control in a gear transmission system," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, pp. 61-68, 2015. (In Persian)
- [29] Zh. Shihua, S. Guiqiu, R. Zhaohui, and W. Bangchun, "Nonlinear Dynamic Analysis of Coupled Gear-Rotor-Bearing System with the Effect of Internal and External Excitations," *Chinese journal of mechanical engineering*, vol. 124, pp. 1-12, 2015.
- [30] S. Dadras, H. R. Momeni, "Fractional terminal sliding mode control design for a class of dynamical systems with uncertainty," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 17, pp. 367-377, 2012.
- [31] L. Yang, J. Y. Yang, "Robust finite-time convergence of chaotic systems via adaptive terminal sliding mode scheme," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, pp. 2405-2413, 2011.
- [32] M. Chen, Q. X. Wu, R. X. Cui, "Terminal sliding mode tracking control for a class of SISO uncertain nonlinear systems," *ISA Transactions*, vol. 52, pp. 198-206, 2013.
- [33] H. Wang, Z. Han, Q. Xie, W. Zhang, "Finite-time chaos control via nonsingular terminal sliding mode control," *ISA Transactions*, vol. 14, pp. 2728-2733, 2009.
- [22] A. Farshidianfar, A. Saghafi, "Global bifurcation and chaos analysis in nonlinear vibration of spur gear systems," *Nonlinear Dyn*, vol. 75, pp. 783-806, 2014.
- [23] C.-W. Chang-Jian, "Strong nonlinearity analysis for gear-bearing system under nonlinear Suspension bifurcation and chaos," *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 11, pp. 1760-1774, 2010.
- [24] C.-W. Chang-Jian, S.-M.g Chang, "Bifurcation and chaos analysis of spur gear pair with and without nonlinear suspension," *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 12, pp. 979-989, 2011.
- [25] A. Farshidianfar, A. Saghafi, "Identification and control of chaos in nonlinear gear dynamic systems using Melnikov analysis," *Physics Letters A*, vol. 378, pp. 3457-3463, 2014.
- [26] A. Saghafi, A. Farshidianfar, "An analytical study of controlling chaotic dynamics in a spur gear system," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 96, pp. 179-191, 2016.
- [27] W. Jingyue, G. Lixin, W. Haotian, "Analysis of Bifurcation and Nonlinear Control for Chaos in Gear Transmission System," *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, vol. 6, pp. 1818-1824, 2013.