

کنترل فیدبک حالت جزئی برای ردیابی مسیر شناور زیرسطح خودگردان تحریک ناقص با استفاده از کنترل سطح دینامیکی تطبیقی - عصبی

ساناز فقیه^۱، خوشنام شجاعی^۲

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، S.faghih@sel.iaun.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، shojaei@pel.iaun.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۶/۳/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۶/۵/۱۶)

چکیده: در این مقاله، کنترل ردیابی مسیر زمانی شناور زیرسطح خودگردان تحریک ناقص بدون اندازه‌گیری سرعت، در فضای سه بعدی و در حضور نامعینی‌ها و اغتشاشات نامعلوم ناشی از امواج و جریان‌ات اقیانوسی مبتنی بر روش کنترل سطح دینامیکی برای اولین بار مورد بررسی قرار می‌گیرد. به‌منظور تخمین نامعینی‌های پارامتری ناشی از مدل دینامیکی شناور زیرسطح، تکنیک تقریب شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی پیشنهاد شده است. همچنین، مسئله کنترل فیدبک خروجی با بهره‌گیری از یک رُویتگر بهره بالا به‌منظور تخمین حالت‌های غیرقابل اندازه‌گیری مورد نیاز برطرف می‌گردد. پایداری کنترل کننده پیشنهادی به صورت تحلیلی و بر اساس تئوری لیاپانوف بررسی می‌گردد و پایداری یکنواخت نهایتاً کران‌دار حالت‌ها و همگرایی خطاهای ردیابی به کران کوچکی اطراف مبدأ تضمین می‌شود. در نهایت، عملکرد ردیابی طرح کنترل پیشنهادی با شبیه‌سازی‌های کامپیوتری تأیید شده است.

کلمات کلیدی: شناور زیرسطح خودگردان، شبکه عصبی تابع پایه شعاعی، کنترل سطح دینامیکی، رُویتگر بهره بالا، پایداری لیاپانوف

Partial State Feedback Control for Trajectory Tracking of Underactuated Autonomous Underwater Vehicle by Using Neural Adaptive Dynamic Surface Control

Sanaz Faghih, Khoshnam Shojaei

Abstract: In this paper, the trajectory tracking control of underactuated autonomous underwater vehicle without measuring velocity in three-dimensional space and in the presence of unknown disturbances caused by waves and ocean currents is studied based on dynamic surface control for the first time. In order to estimate parametric uncertainties with underwater vehicle dynamic model, radial basis function neural network approximation technique has been proposed. Also, the output feedback control problem is resolved by employing a high-gain observer to estimate the required unmeasurable states. The stability of the proposed controller is investigated by an analysis based on Lyapunov theory and uniform ultimate boundedness stability of states and convergence of tracking errors to a small bound around the origin are guaranteed. Finally, the tracking performance of the proposed control scheme has been verified via computer simulations.

Keywords: Autonomous underwater vehicle, dynamic surface control, high-gain observer, Lyapunov stability, radial basis function neural network

۱- مقدمه

کنترل شناورهای زیرسطح خودگردان (AUVs) به دلیل کاربردهای مهمی نظیر کاربردهای نظامی، فراساحلی، نقشه برداری از محیط‌های اقیانوسی، بازرسی کابل‌های زیر دریا و نصب لوله‌ها، تجهیزات نفتی و غیره به عنوان زمینه تحقیقاتی فعال در مهندسی کنترل محسوب می‌گردد. در شناورهای زیرسطح خودگردان تحریک ناقص همان‌گونه که از نامشان پیداست، به دلیل کم‌تر بودن تعداد ورودی‌های کنترل یا به عبارتی تعداد عملگرهای مستقل از تعداد درجات آزادی مورد نیاز برای پایداری، با محدودیت‌ها و پیچیدگی‌هایی مواجه می‌شویم که در حضور نامعینی‌ها شامل نامعینی‌های پارامتری در مدل سیستم و نامعینی‌های غیرپارامتری نظیر دینامیک‌های مدل نشده، نیروهای کریولیس و جانب مرکز، نیروهای هیدرودینامیکی ناشی از امواج دریا و دیگر اغتشاشات خارجی تشدید می‌شوند [۱]. به عبارت دیگر، محیط‌های اقیانوسی نامعینی‌های بسیاری را در ارتباط با مدل دینامیکی وارد می‌کنند. همین امر سبب ایجاد انگیزه محققان برای مطالعه طرح‌های کنترل غیرخطی برای شناورهای زیرسطحی به صورت انفرادی و دسته جمعی [۲]-[۴] گردیده است. کنترل حرکت شناورهای زیرسطحی تحریک ناقص به سه دسته پایداری، ردیابی مسیرهای زمانی و تعقیب مسیر تقسیم می‌شوند که در این مقاله هدف کنترل ردیاب مسیرهای زمانی شناور زیرسطح خودگردان تحریک ناقص می‌باشد.

تاکنون روش‌های گوناگونی در زمینه کنترل رفتار زیردریایی‌ها نظیر کنترل مد لغزشی [۵] و [۶]، کنترل مقاوم [۷] و [۸]، کنترل فازی [۹] و [۱۰]، کنترل تطبیقی [۱۱] و غیره مطرح شده است. در مرجع [۱۲]، به دلیل وجود نامعینی در سیستم از ترکیب شیوه کنترل غیرخطی پس‌گام با کنترل کننده تطبیقی-عصبی برای کنترل زیردریایی در حرکت عمقی استفاده می‌شود. در مرجع [۱۳]، یک کنترل کننده با روش مد لغزشی ارائه شده که روش جدیدی برای حذف پدیده نوسانات ناخواسته در حضور اغتشاشات ناخواسته معرفی نموده است. عیب این روش پدیده نوسانات ناخواسته است که در اثر کلید زنی‌های متعدد حول سطح سوئیچینگ، بروز می‌کند. در مرجع [۱۴]، از کنترل کننده تطبیقی-عصبی مبتنی بر روش خطی‌سازی با فیدبک برای ردیابی مسیرهای زمانی شناور زیرسطح خودگردان تحریک ناقص استفاده شده است که برای جبران نامعینی‌های پارامتری از شبکه عصبی تابع پایه شعاعی (RBFNN) و برای تخمین اغتشاشات ناشی از امواج و جریانات اقیانوسی از یک کنترل مقاوم‌ساز با تابع تانژانت هایپربولیک استفاده کرده است. یک روش کنترل مقاوم بر مبنای تئوری لیاپانوف با در نظر گرفتن نامعینی مدل و اغتشاش در مرجع [۱۵] ارائه شده است. روش کنترل مقاوم، اغلب به خوبی بر نامعینی‌ها فائق می‌آید اما ایراد این روش این است که بدترین حالت نامعینی را در نظر می‌گیرد و نتیجه آن سیگنال‌های کنترلی ناهموار

می‌باشد که در عمل ممکن است به عملگرها آسیب برساند. در مرجع [۱۶]، از یک کنترل کننده مد لغزشی-فازی برای طراحی کنترل کننده زیردریایی استفاده شده که در آن، کنترل مد لغزشی از الگوریتم فازی-تطبیقی برای جبران و خنثی‌سازی اغتشاشات بهره برده است. در این مقاله، کنترل کننده تطبیقی-عصبی تابع پایه شعاعی مبتنی بر روش کنترل سطح دینامیکی (DSC) مسیرهای زمانی در فضای سه بعدی، به گونه‌ای انجام می‌شود که AUV بتواند هر نوع مسیر مرجع تولید شده توسط شناور زیرسطح مجازی را به صورت مجانبی ردیابی نماید. روش کنترلی ارائه شده در این مقاله، دارای مزیت‌هایی نسبت به کارهای قبلی [۱]-[۱۶] است که عبارتند از:

- ۱) اغلب کارهای قبلی در کنترل زیردریایی‌های تحریک ناقص برای پیاده‌سازی کنترل کننده به حسگرهای سرعت در تمام جهات نیازمند هستند. درحالی‌که حسگرهای سرعت وزن، حجم و هزینه سیستم را افزایش می‌دهند. در این مقاله، برای اولین بار یک کنترل کننده مبتنی بر یک رویکرد بهره بالا برای تخمین مؤلفه‌های سرعت در جهت تحریک شده برای یک شناور زیردریایی در فضای سه بعدی پیشنهاد می‌شود. متأسفانه، کنترل کننده‌های فیدبک خروجی با رویکرد بهره بالا در مراجع [۲۰]-[۲۲] تنها برای شناورهای سطحی و کشتی‌های تحریک کامل طراحی شده‌اند و قابل اعمال به کنترل زیردریایی‌های تحریک ناقص در فضای سه بعدی در این مقاله نیستند.
- ۲) اغلب کنترل کننده‌های قبلی نظیر [۱۷]-[۲۲] متحمل انفجار پیچیدگی در به‌کارگیری کنترل پس‌گام هستند که این پیچیدگی‌ها و حجم محاسباتی بالا ناشی از تکرار مشتقات کنترل‌های مجازی در هر مرحله است. برای حل این مشکل تکنیک کنترل سطح دینامیکی با انتخاب یک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول به‌منظور جلوگیری از محاسبه مشتقات سیگنال‌های کنترل مجازی در هر مرحله و کاهش محاسبات، مزیت روش کنترلی ارائه شده در این مقاله است.
- ۳) از شبکه عصبی تابع پایه شعاعی به‌منظور تخمین توابع غیرخطی شامل نامعینی‌های پارامتری، استفاده می‌شود. مزیت اصلی استفاده از شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی در سیستم‌های کنترل این است که می‌توان عدم قطعیت‌های مدل شده موجود در دینامیک سیستم را حتی بدون داشتن اطلاعات کافی از اثر میرایی هیدرودینامیکی و نیروهای جانب مرکز شناورها، به سادگی و با دقت بالایی تخمین زد. مضاف بر این مزیت، ویژگی‌هایی چون ساختار توزیع یکسان، یادگیری، تطبیق و امکان به‌روز رسانی ضرایب و

¹ Autonomous Underwater Vehicles² Radial Basis Function Neural Network³ Dynamic Surface Control

اجسام و در نظر گرفتن نیروهای وارده می‌پردازد. در ابتدا، برای بیان معادلات سینماتیک و دینامیک شناور زیرسطح، از مدل ریاضی شناور زیرسطحی پنج درجه آزادی در حال حرکت در صفحه افقی کمک می‌گیریم. در این مدل، از عبارات میرایی هیدرودینامیکی غیرخطی و حرکت غلتش چشم پوشی شده، استفاده می‌شود که به شرح زیر بیان می‌گردد [۲۳]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u \cos(\psi) \cos(\theta) \\ &\quad - v \sin(\psi) + w \sin(\theta) \cos(\psi) \\ \dot{y} &= u \sin(\psi) \cos(\theta) + v \cos(\psi) + w \sin(\theta) \sin(\psi) \\ \dot{z} &= -u \sin(\theta) + w \cos(\theta)\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= q \\ \dot{\psi} &= \frac{r}{\cos(\theta)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{u} &= \frac{m_{22}}{m_{11}} vr - \frac{m_{33}}{m_{11}} wq - \frac{d_{11}}{m_{11}} u + \frac{1}{m_{11}} \tau_u - \frac{1}{m_{11}} \tau_{wu}(t) \\ \dot{v} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}} ur - \frac{d_{22}}{m_{22}} v - \frac{1}{m_{22}} \tau_{wv}(t)\end{aligned}\quad (2)$$

$$\dot{w} = \frac{m_{11}}{m_{33}} uq - \frac{d_{33}}{m_{33}} w - \frac{1}{m_{33}} \tau_{ww}(t)$$

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \frac{m_{33} - m_{11}}{m_{55}} uw - \frac{d_{55}}{m_{55}} q - \frac{\rho g \nabla G M_L \sin(\theta)}{m_{55}} \\ &\quad + \frac{1}{m_{55}} \tau_q - \frac{1}{m_{55}} \tau_{wq}(t)\end{aligned}$$

$$\dot{r} = \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{66}} uv - \frac{d_{66}}{m_{66}} r + \frac{1}{m_{66}} \tau_r - \frac{1}{m_{66}} \tau_{wr}(t)$$

که α ، β ، γ ، δ ، θ و ψ به ترتیب نشان دهنده موقعیت‌های حرکت طولی، عرضی، عمقی و جهت‌های زاویه‌ای پیچش و چرخش در مختصات زمین هستند که به وسیله بردار $\eta = [x, y, z, \theta, \psi]^T$ نشان داده می‌شوند. طبق شکل (۱) سیگنال‌های u ، v و w بیانگر سرعت‌های خطی طولی، عرضی و عمقی، q و r بیانگر سرعت‌های زاویه‌ای پیچش و چرخش در مختصات بدنه هستند که به وسیله بردار $\mathbf{v} = [u, v, w, q, r]^T$ نشان داده می‌شوند. $\tau_{wr}, \tau_{wq}, \tau_{ww}, \tau_{wv}, \tau_{wu} \in R$ اغتشاشات متغیر با زمان کران‌دار هستند که ناشی از امواج و جریانات اقیانوسی می‌باشند. نیروهای کنترلی عرضی و عمقی، در دینامیک‌های عرضی و عمقی قابل دسترس نبوده و تنها ورودی‌های کنترل در دسترس τ_u و τ_q می‌باشند. بنابراین، شناور زیرسطحی تحریک ناقص محسوب می‌شود. میرایی هستند. ضرایب و نمادهای دیگر در مراجع [۲۳] و [۲۴] آورده شده‌اند.

برای طراحی کنترل کننده در بخش بعدی، مدل سینماتیکی (۱) را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\dot{\eta} = S(\eta)v + \delta(\eta, w)\quad (3)$$

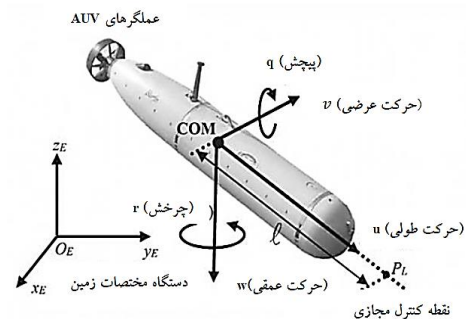
تخمین نامعینی‌های غیرخطی نسبت به پارامترها از قابلیت‌های شبکه عصبی در طراحی‌ها می‌باشند.

ساختار مقاله چنان است که ابتدا در بخش ۲ شرح مسأله و فرض‌های مورد نیاز بیان می‌گردد و سپس بر مبنای آن‌ها، معادلات سینماتیکی و دینامیکی شناور زیرسطح پنج درجه آزادی ارائه می‌شود. در بخش ۳، به بیان شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی و روتینگر بهره بالا می‌پردازیم. در بخش ۴، یک کنترل کننده بر مبنای روش کنترل سطح دینامیکی طراحی کرده و در بخش ۵ با انتخاب تابع لیاپانوف مناسب پایداری سیستم حلقه بسته تضمین می‌گردد. نهایتاً، عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در بخش ۶ با شبیه‌سازی‌های کامپیوتری نشان داده می‌شود و بخش ۷ از مقاله نتیجه‌گیری خواهد کرد.

۲- مدل سازی شناور زیرسطح

مدل‌سازی یک شناور بدون سرنشین بر مبنای مکانیک، اصول استاتیکی و دینامیکی می‌باشد. استاتیک، در ارتباط با معادلات بدنه وسیله ساکن یا متحرک با سرعت ثابت می‌باشد درحالی‌که دینامیک وسیله، مربوط به معادلات بدنه وسیله دارای حرکت شتاب‌دار است که از نیروهای کنترلی یا اغتشاشات حاصل می‌شود.

به‌طور کلی می‌توان گفت که برای یک وسیله زیرسطح با شش درجه آزادی، شش مختصات مستقل برای تعیین موقعیت و جهت آن مورد نیاز است. سه مختصات اول (x, y, z) و مشتقات مرتبه اول آن‌ها (u, v, w) ، موقعیت و سرعت خطی وسیله، در راستای محورهای x ، y و z را بیان می‌کنند و سه مختصات (φ, θ, ψ) و مشتقات مرتبه اول آن‌ها (p, q, r) ، بیانگر جهت و سرعت زاویه‌ای وسیله می‌باشند. انواع حرکات شش درجه آزادی با نام‌های طولی، عرضی، عمقی، غلتش، پیچش و چرخش تعریف می‌شوند. در شکل (۱)، مدل ریاضی پنج درجه آزادی شناور با صرف نظر کردن از حرکت غلتش و عبارت میرایی هیدرودینامیکی غیرخطی، در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱: شناور زیرسطحی و درجات آزادی آن در فضای سه بعدی [۱۴]

۱-۲ معادلات سینماتیک و دینامیک AUV

معادلات حرکت شناورها را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد: سینماتیک که حرکت اجسام را بدون در نظر گرفتن نیروهای عامل حرکت بررسی می‌کند و دینامیک یا سینتیک که به بررسی حرکت

فرض ۱: حرکات عرضی و عمقی شناور کرن‌دار منفعل هستند، به این معنا که $\sup_{t \geq 0} \|w(t)\| < B_w$ می‌باشد.

تذکر ۱: با نظر به این امر که در عمل نیروهای میرایی هیدرودینامیکی در معادله (۷) مربوط به دینامیک تحریک نشده در راستای حرکات جانبی شناور، یعنی در امتداد محورهای عرضی و عمقی، نیروهای غالب هستند، می‌توان گفت این نیروها توانایی میرا کردن سرعت در این راستاها را دارند [۲۵].

فرض ۲: بردار اغتشاشات $\tau_{w1}(t) \in R^3$ و $\bar{\tau}_{w1}(t) \in R^2$ کران‌دار هستند به طوری که $\|\bar{\tau}_{w1}(t)\| \leq \bar{\lambda}_{w1}$ و $\|\tau_{w1}(t)\| \leq \lambda_{w1}$ هستند

که $\bar{\lambda}_{w1}$ و λ_{w1} کران‌های بالای اغتشاشات و ثابت‌های مثبت می‌باشند.
فرض ۳: زاویه پیچش کران‌دار است به طوری که $|\theta(t)| \leq \theta_{max} \leq \pi/2$ برای جلوگیری از هر تکیینی ممکن در تجزیه و تحلیل پایداری می‌باشد.

تذکر ۲: با توجه به مرجع [۲۳]، به دلیل نیروهای بازگرداننده، AUVها نمی‌توانند به همسایگی $\theta = \pm \pi/2$ وارد شوند.

فرض ۴: بردار سرعت $w = [v, w]^T$ را در اختیار داریم اما بردار سرعت $v = [u, q, r]^T$ در دسترس نداریم که برای تخمین آن از رؤیتگر بهره بالا استفاده می‌کنیم.

۲-۲ نمایش فضای حالت

مدل سینماتیک (۳) و معادله دینامیکی (۶) را می‌توان به فرم فضای حالت به صورت زیر نشان داد:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \frac{f(x)}{g(x)} + M_1 \left[\frac{0}{M_1^{-1}(\eta)} \right] \tau_a + \frac{\delta(\eta, w)}{N(\eta, v, w) - M_1^{-1} \tau_{w1}(t)} \quad (10)$$

بردار $x = [\eta, v]^T \in R^8$ حالت،
سیستم $N(\eta, v, w) = -M_1^{-1}(\eta)(C_1(w)v + D_1v + G_1(\eta))$ نامی به کمک میدان‌های برداری هموار $f(x)$ و $g(x)$ تعریف شده است و $q(x)$ نیز بردار اغتشاشات سینماتیکی و دینامیکی است.
معادله حالت مسیر مرجع زمانی مطلوب هموار و کران‌دار $R^3 \rightarrow [0, \infty)$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:
 $\dot{x}_d = \begin{bmatrix} s(\eta_d)v \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \tau_{ad}, \quad y_d = h(\eta_d) \quad (11)$

۳-۲ مقدمات ریاضی

تعریف ۱ [۲۶]: پاسخ معادله حالت $\dot{x} = f(t, u)$ به طور یکنواخت نهایتاً کران‌دار (UUB) با کران نهایی b است، چنانچه ثابت‌های مثبت b و c مستقل از $t_0 \geq 0$ وجود داشته باشد و برای هر $a \in (0, c)$ یک

¹ Uniformly Ultimately Bounded

که $v = [u, q, r]^T$ و $w = [v, w]^T$ به ترتیب به عنوان بردارهای سرعت جدید در جهات تحریک و فاقد تحریک در نظر گرفته شده‌اند.
 $S(\eta) \in R^5$ و $\delta(\eta, w) \in R^5$ بردار اغتشاشات سینماتیکی هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$S(\eta) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\psi) \cos(\theta) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \delta(\eta, w) = \begin{bmatrix} -v \sin(\psi) + w \sin(\theta) \cos(\psi) \\ v \cos(\psi) + w \sin(\theta) \sin(\psi) \\ w \cos(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

معادله دینامیکی شناور نیز به شکل زیر قابل بیان است:

$$M(\eta)\dot{v} + C(w)v + Dv + G(\eta) + \tau_w(t) = \tau_a \quad (5)$$

اگر رابطه (۵) را به صورت تفکیک شده در دو راستای تحریک و فاقد تحریک بازنویسی کنیم، به ترتیب روابط زیر را خواهیم داشت:

$$M_1(\eta)\dot{v} + C_1(w)v + D_1v + G_1(\eta) + \tau_{w1}(t) = \tau_a \quad (6)$$

$$\bar{M}_1(\eta)\dot{w} + \bar{C}_1(v)v + \bar{D}_1w + \bar{\tau}_{w1}(t) = 0 \quad (7)$$

که در رابطه (۶)، $\tau_a = [\tau_u, \tau_q, \tau_r]^T$ بیانگر بردار ورودی‌های کنترل، $M_1(\eta) \in R^{3 \times 3}$ نشان دهنده ماتریس اینرسی، $C_1(w) \in R^{3 \times 3}$ ماتریس کریولیس، $D_1 \in R^{3 \times 3}$ ماتریس میرایی هیدرودینامیکی، $G_1(\eta) \in R^{3 \times 3}$ بردار ناشی از نیروهای گرانشی و $\tau_{w1}(t) \in R^3$ نشان دهنده اغتشاشات ثابت و متغیر با زمان ناشی از امواج و جریانات اقیانوسی می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$M_1(\eta) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix}, \quad C_1(w) = \begin{bmatrix} 0 & m_{33}w & -m_{22}v \\ (m_{11} - m_{33})w & 0 & 0 \\ (m_{22} - m_{11})v & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_1(\eta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \rho g \nabla G M_L \sin(\theta) & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix}$$

$$\tau_{w1}(t) = \begin{bmatrix} \tau_{wu}(t) \\ \tau_{wq}(t) \\ \tau_{wr}(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

و طبق رابطه (۷) نیز داریم:

$$\bar{M}_1(\eta) = \begin{bmatrix} m_{22} & 0 \\ 0 & m_{33} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_1(v) = \begin{bmatrix} m_{11}r & 0 & 0 \\ 0 & -m_{11}u & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{D}_1(\eta) = \begin{bmatrix} d_{22} & 0 \\ 0 & d_{33} \end{bmatrix}, \quad \bar{\tau}_{w1}(t) = \begin{bmatrix} \tau_{wv}(t) \\ \tau_{ww}(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

که $L_q h(x) = \nabla h q$ و $L_g h(x) = \nabla h g$ ، $L_f h(x) = \nabla h f$ می‌باشد. L به معنی مشتقات h در امتداد جهت بردارهای f و g می‌باشد $J(\eta)$ و $[\nabla h]$ نشان دهنده گرادیان h است. در نهایت، ماتریس‌های $J(\eta)$ و $J_\delta(\eta, w)$ به صورت زیر قابل محاسبه هستند:

$$J(\eta) = J_h(\eta)S(\eta) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\theta) & -\ell \sin(\theta) \cos(\psi) & -\ell \sin(\psi) \\ \sin(\psi) \cos(\theta) & -\ell \sin(\theta) \sin(\psi) & \ell \cos(\psi) \\ -\sin(\theta) & -\ell \cos(\theta) & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_\delta(\eta, w) = J_h(\eta)\delta(\eta, w) = \begin{bmatrix} -v \sin(\psi) + w \sin(\theta) \cos(\psi) \\ v \cos(\psi) + w \sin(\theta) \sin(\psi) \\ w \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (15)$$

در رابطه فوق، $J_h(\eta) := \partial h(\eta) / \partial \eta$ بیانگر ماتریس ژاکوبین و $J_\delta(\eta, w)$ بیانگر نگاهت ورودی-خروجی از اغتشاشات $\delta(\eta, w)$ هستند.

۳- شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی و رویکرد بهره بالا

در این مقاله، برای تخمین نامعینی‌های پارامتری از شبکه عصبی تابع پایه شعاعی و برای تخمین بردار سرعت از یک رویکرد بهره بالا استفاده می‌کنیم که در این بخش شرح مختصری از آن‌ها آورده می‌شود.

۱-۳ شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی

دو ویژگی اصلی ساختار تقریب کلی و توانایی یادگیری در شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی، آن‌ها را از حیث کاربرد نسبت به دیگر شبکه‌های عصبی متمایز و برجسته می‌سازد. این دو خصوصیت سبب می‌شوند که وزن‌ها و پارامترهای قابل تنظیم دائماً در حال بهنگام سازی باشند که این امر منجر به افزایش دقت تقریب و بهبود عملکرد کنترل کننده می‌شود. همچنین، ویژگی اول، ویژگی اصلی می‌باشد که ساختار مناسب‌تری از شبکه‌های غیرخطی برای کنترل ربات‌ها نسبت به کنترل کننده‌های تطبیقی ایجاد می‌کند. خروجی یک شبکه عصبی تابع پایه شعاعی با m ورودی و l گره در لایه پنهان، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y(t) = (W_{RBFNN}(t))^T \varphi(X) \quad (16)$$

که در آن $X \in R^m$ بردار ورودی از شبکه‌های عصبی و $W \in R^l$ ماتریس وزنی است. به طوری که l تعداد گره‌ها در لایه پنهان و $\varphi(X) : R^m \rightarrow R^l$ بردار تابع پایه است. طبق مرجع [۲۸]، هر تابع پیوسته غیرخطی $f(X) : \Omega_X \rightarrow R$ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$f(X) = W^* T \varphi(X) + E(X) \quad (17)$$

که در رابطه فوق، $X = [x_1, \dots, x_m]^T \in \Omega_X$ یک مجموعه‌ی بهم پیوسته در R^m است، $E(X)$ خطای تخمین و

ثابت مثبت $T = T(a, b)$ مستقل از $t_0 \geq 0$ وجود داشته باشد به طوری که به ازای $t \geq t_0 + T$ ، همواره شرایط زیر برقرار باشد:

$$\|x(t_0)\| < a \Rightarrow \|x(t)\| \leq b \quad (12)$$

حل اثبات پایداری به منظور کنترل ردیابی مسیرهای زمانی در این مقاله به صورت گفته شده در تعریف (۱) است.

تذکره ۳: هدف کنترلی مورد بحث در این مقاله، طراحی یک قانون کنترل برای ردیابی AUV تحریک ناقص، طبق معادلات (۱) و (۲) تحت عدم قطعیت مدل است به طوری که باعث ایجاد خطای ردیابی به صورت $e(t) = y(t) - y_d(t) \in R^3$ شود که به صورت UUB در فضای سه بعدی هستند. $y(t) \in R^3$ نشان دهنده موقعیت یک نقطه کنترل مجازی در مقابل AUV است که در بخش بعدی به آن اشاره می‌کنیم.

فرض ۵: مسیر زمانی مطلوب $y_d(t)$ طوری انتخاب شده است که $\dot{y}_d(t)$ ، $\ddot{y}_d(t)$ سیگنال‌های کران‌دار باشند به نحوی که $\sup_{t \geq 0} \|\dot{y}_d(t)\| < \beta_{dv}$ ، $\sup_{t \geq 0} \|y_d(t)\| < \beta_{dp}$ و $\sup_{t \geq 0} \|\ddot{y}_d(t)\| < \beta_{da}$ ، β_{dv} ، β_{dp} و β_{da} کران‌های بالای مسیر زمانی مطلوب و ثابت‌های کران‌دار می‌باشند.

۲-۴ تبدیل مختصات

در این مقاله، به منظور ردیابی AUV از روش نگاه به جلو^۱ در فضای سه بعدی استفاده می‌کنیم. به این ترتیب که به جای این که بخواهیم موقعیت مرکز جرم (COM) را کنترل کنیم، یک نقطه مجازی (P_L) که وجود خارجی ندارد مطابق شکل (۱) مقابل ربات در نظر گرفته و آن را کنترل می‌کنیم و یک مختصات موقعیت در جهت‌های x ، y و z در مختصات ثابت زمین باید انتخاب گردد. اما چنانچه مرکز جرم به عنوان نقطه کنترل انتخاب شود، دو مشکل زیر قابل توجه است:

- (۱) بر اساس مدل ارائه شده، کنترل کننده هیچ اغتشاشی در جهت‌های پیچش و چرخش احساس نخواهد کرد.
- (۲) موقعیت مرکز جرم تحت تأثیر ورودی‌های کنترلی پیچش و چرخش قرار نخواهد گرفت.

بنابراین، تبدیل متغیر را به صورت زیر به طوری که شامل همه درجات آزادی در تمام جهات باشد تا تمام ورودی‌های کنترلی را درگیر کند، تعریف می‌کنیم [۱۴]:

$$y = h(\eta) = [x + \ell \cos(\theta) \cos(\psi), y + \ell \cos(\theta) \sin(\psi), z - \ell \sin(\theta)]^T \quad (13)$$

در رابطه فوق، ℓ یک پارامتر ثابت مثبت است که طبق شکل (۱) برابر فاصله مرکز جرم تا نقطه کنترلی می‌باشد. با مشتق گرفتن از رابطه (۱۳) و جایگذاری رابطه (۳) در آن، نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x) \tau_a + L_q h(x) = J(\eta)v + J_\delta(\eta, w) \quad (14)$$

¹ Look-Ahead Control

و مشتقات k -ام آن کران دار هستند. بنابراین، $\frac{\pi_{k+1}}{\epsilon^k}$ به ازای $k = 1, 2, \dots, m$ ، یک رویتگر مناسب به منظور تخمین مشتقات خروجی تا مرتبه m -ام می باشد.

۴- طراحی کنترل کننده

در این بخش، یک کنترل کننده مبتنی بر تکنیک کنترل سطح دینامیکی با بهره گیری از یک رویتگر بهره بالا و شبکه عصبی تابع پایه شعاعی، برای معادلات سینماتیک (۱۴) و دینامیک (۶) به صورت زیر طراحی می کنیم.

گام اول: ابتدا بردار خطای موقعیت S_1 به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_1 = y - y_d \quad (24)$$

با مشتق گیری از رابطه (۲۴) و جایگذاری رابطه (۱۴) در آن، معادله زیر بدست می آید:

$$\dot{S}_1 = \dot{y} - \dot{y}_d = Jv + J_\delta - \dot{y}_d \quad (25)$$

در رابطه فوق، v به عنوان ورودی کنترل مجازی در نظر گرفته می شود. سپس، کنترل میانی بردار r_2 را به صورت زیر انتخاب می کنیم:

$$r_2 = -J^{-1}(k_1 S_1 + J_\delta - \dot{y}_d) \quad (26)$$

در رابطه فوق، $k_1 = k_1^T \in R^{3 \times 3}$ ماتریس قطری مثبت می باشد. فیلتر پایین گذر مرتبه اول مناسب که در آن a_2 یک بردار حالت جدید است (کنترل مجازی فیلتر شده) بین دو گام به صورت زیر تعریف می شود:

$$T\dot{a}_2 + a_2 = r_2, \quad \dot{a}_2 = \frac{r_2 - a_2}{T} = \frac{-p_2}{T} \quad (27)$$

در رابطه فوق، T یک اسکالر مثبت و ثابت زمانی از فیلتر است. همچنین، مقدار اولیه a_2 به صورت $a_2(0) = r_2(0)$ می باشد.

گام دوم: بردار خطای سرعت S_2 را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$S_2 = v - a_2 \quad (28)$$

سپس، از رابطه فوق مشتق می گیریم و طرفین رابطه را در M_1 ضرب می کنیم:

$$M_1 \dot{S}_2 = M_1 \dot{v} - M_1 \dot{a}_2 \quad (29)$$

از طرفی طبق معادله دینامیکی شناور، $-C_1 v - D_1 v - G_1 - \tau_{w1} + \tau_a$ حاصل می شود:

$$M_1 \dot{S}_2 = -C_1 v - D_1 v - G_1 - \tau_{w1} + \tau_a - M_1 \dot{a}_2 \quad (30)$$

با توجه به لم ۲، برای تخمین \dot{y} از یک رویتگر بهره بالا به صورت زیر استفاده می گردد:

$$\hat{y} = \frac{\pi_2}{\epsilon} \quad (31)$$

همچنین، با توجه به معادله (۱۴)، تخمین بردار سرعت شناور زیر سطحی را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\hat{v} = J^{-1} \left(\frac{\pi_2}{\epsilon} - J_\delta \right) \quad (32)$$

$\varphi = [\varphi_1(X), \varphi_2(X), \dots, \varphi_l(X)]^T$ تابع با پایه گوسی است و l تعداد گره ها در لایه مخفی می باشد که به صورت زیر بیان می شود [۲۹]:

$$\varphi_i(X) = \exp \left[-\frac{(X - \mu_i)^T (X - \mu_i)}{c_i^2} \right], \quad i = 1, \dots, l \quad (18)$$

در رابطه فوق، $\mu_i = [\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{il}]^T$ بیانگر بردار میانگین تابع گوسی و c_i معرف انحراف از معیار تابع گوسی است. تخمین جمله های غیرخطی نامعلوم به صورت $\hat{f}(X) = \hat{W} \varphi(X)$ نشان داده می شوند که \hat{W} بیانگر تخمین ماتریس وزنی است و توسط قوانین تطبیق به روز رسانی می گردد. وزن های ایده آل به صورت زیر تعریف می شوند:

$$W^* = \operatorname{argmin}_{W \in R^l} \{ \sup_{X \in \Omega_X} |f(X) - W^T \varphi(X)| \} \quad (19)$$

فرض ۶: به ازای $X \in \Omega_X$ ضرایب وزنی ایده آل شبکه عصبی W^* و خطای تخمین $E(X)$ کران دار هستند به نحوی که $\|W^*\|_F \leq W_M$ و $\|E(X)\| \leq E^*$ است که E^* و W_M ثابت های مثبت می باشند. به این علت که توابع وزنی ماتریس هستند، نرم فروبنیوس آن ها تخمین زده شده است که به صورت $\|W^*\|_F = \sqrt{\operatorname{tr}\{W^T W\}}$ تعریف می شود.

لم ۱ [۲۸]: تابع گوسی $\hat{x} = x - \beta \bar{\varphi}$ را در نظر بگیرید. اگر $\beta > 0$ باشد و $\bar{\varphi}$ نیز یک بردار محدود باشد، آنگاه:

$$\varphi(\hat{x}) = \varphi(x) - \beta \varphi_t \quad (20)$$

که φ_t یک بردار تابع محدود است.

۲-۳ رویتگر بهره بالا

در این مقاله، بردار موقعیت خروجی AUV در دسترس و قابل اندازه گیری است اما طبق فرض (۴)، فرض می کنیم که بردار سرعت آن در همه جهات در دسترس نیست. بنابراین، از یک رویتگر بهره بالا به منظور تخمین بردار سرعت AUV برای کنترل فیدبک حالت جزئی استفاده می کنیم. برای درک بهتر این موضوع لم زیر مطرح می شود:

لم ۲ [۳۰]: سیستم خطی زیر را بررسی کنید:

$$\epsilon \dot{\pi}_i = \pi_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (21)$$

$$\epsilon \dot{\pi}_n = -\gamma_1 \pi_m - \gamma_2 \pi_{m-1} - \dots - \gamma_{m-1} \pi_2 - \pi_1 + y(t)$$

که π_i به ازای $i = 1, 2, \dots, n$ متغیرهایی از رویتگر هستند. $y(t)$ و مشتقات مرتبه m -ام آن کران دار هستند به این صورت که $\|y^k\| \leq Y_k$ می باشد. ϵ و γ_1 تا γ_{m-1} پارامترهای ثابت طراحی هستند و به گونه ای انتخاب شده که چند جمله ای $S^m + \gamma_1 S^{m-1} + \dots + \gamma_{m-1} S + 1$ هورویتر باشد و علاوه بر آن ویژگی های زیر نیز برقرار باشند:

$$\frac{\pi_k}{\epsilon^{k-1}} - y^{k-1} = -\epsilon \xi^{(k)}, \quad k = 2, 3, \dots, m \quad (22)$$

که در رابطه فوق، $\xi = \pi_m + \gamma_1 \pi_{m-1} + \dots + \gamma_{m-1} \pi_1$ و $\xi^{(k)}$ نشان دهنده k -امین مشتق از ξ است.

(۲) ثابت های مثبت t^* و h_k وجود دارند به طوری که

$$|\xi^{(k)}| \leq h_k, \quad k = 2, \dots, m, \quad \forall t > t^* \quad (23)$$

تذکره ۴: طبق ویژگی های (۱) و (۲) در لم ۲، می توان نتیجه گرفت که به طور مجانبی همگرا به y^k با یک ثابت زمانی کوچک است که y

در نهایت، کاندید مناسب تابع لیاپانوف را به صورت زیر انتخاب کرده و از آن مشتق گرفته می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} S_1^T S_1 + \frac{1}{2} S_2^T M_1 S_2 + \frac{1}{2} p_2^T p_2 + \frac{1}{2} \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \tilde{W} \quad (44)$$

$$\dot{V} = S_1^T \dot{S}_1 + S_2^T M_1 \dot{S}_2 + p_2^T \dot{p}_2 + \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} \quad (45)$$

۵- تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته

قضیه ۱: شناور زیرسطح خودگردان تحریک ناقص پنج درجه آزادی متحرک در صفحه افقی را در نظر بگیرید که معادلات سینماتیکی و دینامیکی آن بیان شده است. پس از برقراری فرض‌های ذکر شده، قانون کنترل و قانون تطبیق، کنترل کننده ردیابی تطبیقی-عصبی بر مبنای تکنیک کنترل سطح دینامیکی طراحی شده، تضمین می‌کند که تمامی سیگنال‌های حلقه بسته کران‌دار بوده و خطاهای ردیابی موقعیت و سرعت به صورت UUB می‌باشند و در نهایت به توپ کوچکی شامل مبدأ همگرا می‌شوند.

اثبات: در این بخش، پایداری سیستم حلقه بسته به کمک تئوری پایداری لیاپانوف بررسی می‌گردد. با توجه به معادلات (۲۵)، (۲۸)، و ویژگی $\|J\| = 1$ (به ازای $\ell = 0.35$ که ℓ همان فاصله مرکز جرم تا نقطه کنترلی است) رابطه زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$S_1^T \dot{S}_1 = S_1^T (Jv + J_\delta - \dot{y}_d) = S_1^T (J(S_2 + a_2) + J_\delta - \dot{y}_d) \quad (46)$$

از طرفی، طبق رابطه (۳۷) می‌دانیم که $a_2 = p_2 + r_2$ می‌باشد که r_2 از رابطه (۲۶) بدست می‌آید. سپس، با جایگذاری در رابطه فوق و کمی ساده‌سازی روابط زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$S_1^T \dot{S}_1 = S_1^T \left(J \left(S_2 + p_2 + (-J^{-1}(k_1 S_1 + J_\delta - \dot{y}_d)) \right) + J_\delta - \dot{y}_d \right)$$

$$S_1^T \dot{S}_1 \leq -S_1^T k_1 S_1 + \|S_1\| \|S_2\| + \|S_1\| \|p_2\|$$

$$S_1^T \dot{S}_1 \leq \underbrace{-S_1^T k_1 S_1}_{\text{جمله پایدارساز}} + \frac{\alpha_1 \|S_1\|^2}{2} + \frac{\|S_2\|^2}{2\alpha_1} + \frac{\alpha_2 \|S_1\|^2}{2} +$$

$$\frac{\|p_2\|^2}{2\alpha_2} \quad (47)$$

که α_1 و α_2 ثابت‌های مثبت می‌باشند. با توجه به روابط (۳۸) و (۳۹)، داریم:

$$p_2^T \dot{p}_2 = p_2^T \left(\frac{-p_2}{T} + \underbrace{j^{-1}(k_1 S_1 + J_\delta - \dot{y}_d) + j^{-1}(k_1 \dot{S}_1 + J_\delta - \dot{y}_d)}_{\gamma_2} \right)$$

$$p_2^T \dot{p}_2 \leq \frac{-p_2^T p_2}{T} + \gamma_2 \|p_2\| \leq \frac{-p_2^T p_2}{T} + \frac{\alpha_3 \|p_2\|^2}{2} + \frac{M_2^2}{2\alpha_3}$$

$$M_2 = \text{SUP}\{\gamma_2\} \quad (48)$$

که α_3 یک مقدار ثابت مثبت است. با توجه به روابط (۴۰)، (۴۱) و با توجه به لم (۱) که $\varphi(\hat{Z}) - \varphi(Z) = -\beta \varphi_t$ است، رابطه زیر را خواهیم داشت:

که در رابطه فوق، بردار حالت π_2 را با استفاده از سیستم زیر می‌توان بدست آورد:

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{\pi}_1 &= \pi_2 \\ \epsilon \dot{\pi}_2 &= -\gamma_1 \pi_2 - \pi_1 + y(t) \end{aligned} \quad (33)$$

طبق تذکر ۴ می‌توان نتیجه گرفت، به صورت $\frac{\pi_2}{\epsilon}$ به صورت مجانبی همگرا به \dot{y} می‌باشد. سپس، خطای تخمین مرتبه اول از خروجی موقعیت دینامیکی شناور زیرسطح به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\tilde{\xi}_2 = \hat{y} - \dot{y} \quad (34)$$

و طبق لم (۲)، مشخص است که

$$\tilde{\xi}_2^T \tilde{\xi}_2 \leq \epsilon^2 \delta_2^2 \quad (35)$$

که δ_2 یک مقدار ثابت مثبت است. از رابطه (۳۵) می‌توان فهمید که $\tilde{\xi}_2$ و در نتیجه خطای تخمین سرعت شناور زیرسطحی که به صورت $\tilde{v} = \hat{v} - v$ می‌باشد، کران‌دار است. با استفاده از رابطه (۳۲)، بردار خطای تخمین سرعت \hat{S}_2 به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{S}_2 = \hat{v} - a_2 = J^{-1} \left(\frac{\pi_2}{\epsilon} - J_\delta \right) - a_2 \quad (36)$$

سپس، بردار خطای خروجی فیلتر p_2 به شکل زیر بیان می‌شود:

$$p_2 = a_2 - r_2 = a_2 + J^{-1}(k_1 S_1 + J_\delta - \dot{y}_d) \quad (37)$$

با توجه به روابط (۲۷) و (۳۷)، مشتق زمانی p_2 برابر است با

$$\dot{p}_2 = -\frac{p_2}{T} + j^{-1}(k_1 S_1 + J_\delta - \dot{y}_d) + J^{-1}(k_1 \dot{S}_1 + J_\delta - \dot{y}_d) \quad (38)$$

بدیهی است که

$$\left\| \dot{p}_2 + \frac{p_2}{T} \right\| \leq \gamma_2(S_1, S_2, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d) \quad (39)$$

γ_2 یک تابع پیوسته است و دارای یک مقدار حداکثر در یک بازه محدود می‌باشد که به صورت $M_2 = \text{sup}\{\gamma_2\}$ در نظر گرفته می‌شود.

در معادله دینامیکی (۶)، M_1 ، C_1 ، D_1 و G_1 (مجموع نامعینی‌های ساختار یافته‌ای که مربوط به عدم قطعیت در پارامترهاست) و τ_{W1} (نامعینی ساختار نیافته‌ای که ناشی از اغتشاش، نویز و دینامیک مدل نشده است) نامعین هستند که در این مقاله برای تخمین نامعینی‌های ساختار یافته از شبکه عصبی تابع پایه شعاعی به شکل زیر استفاده می‌گردد:

$$M_1 \dot{S}_2 = -W^* \varphi(Z) - (E(Z) + \tau_{W1}) + \tau_a \quad (40)$$

حال، قانون کنترل زیر را در نظر بگیرید:

$$\tau_a = -k_2 \hat{S}_2 + \hat{W}^T \varphi(\hat{Z}) \quad (41)$$

که $\hat{Z} = [\eta, \hat{v}, \hat{a}_2]^T$ بردار ورودی شبکه عصبی است. به منظور افزایش دقت تقریب شبکه عصبی، توابع وزنی با قانون تطبیق به صورت زیر به روز رسانی می‌شود:

$$\dot{\hat{W}} = -\Gamma(\varphi \hat{S}_2 + \sigma \hat{W}) \quad (42)$$

که در رابطه فوق، σ یک ثابت مثبت کوچک، $\Gamma = \Gamma^T \in R^{l \times l}$ بهره تطبیق و $\hat{W} = \hat{W} - W^*$ سیگنال خطای وزن هستند. ماتریس وزنی شبکه عصبی تابع پایه شعاعی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1l} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2l} \\ W_{31} & W_{32} & \dots & W_{3l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1^T \\ W_2^T \\ W_3^T \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\alpha = \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \left[\lambda_{\min}(k_1) - \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2} \right) \right], \\ 2 \left[\lambda_{\min}(k_2) - \left(\frac{1}{2\alpha_1} + 2 \right) \right], \\ 2 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{2\alpha_2} - \frac{\alpha_3}{2} \right), \min \left(\frac{\sigma}{2\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})} \right) \end{array} \right\} \quad (۵۹)$$

$$C = \left(\frac{(\beta)^2 \|\varphi_t\|^2}{2} + \frac{\sigma}{2} \right) W_M^2 + \lambda_{\max}(0.5k_2k_2^T + 0.5\bar{\lambda})\epsilon^2\delta_2^2 + \frac{1}{2}(E^*2 + \lambda_{W_{11}}^2) + \frac{M_2^2}{2\alpha_3} \quad (۶۰)$$

در رابطه فوق، k_1, k_2 و T به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که شرایط زیر برقرار گردد:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(k_1) - \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2} \right) &= 1.65 > 0, \\ \lambda_{\min}(k_2) - \left(\frac{1}{2\alpha_1} + 2 \right) &= 1.25 > 0, \\ \frac{1}{T} - \frac{1}{2\alpha_2} - \frac{\alpha_3}{2} &= 0.243 > 0 \end{aligned} \quad (۶۱)$$

بنابراین، با توجه به رابطه (۵۸) و برقراری شرطهای (۶۱)، اکیداً منفی بودن \dot{V} تضمین می‌گردد. همچنین، کنترل کننده تضمین می‌کند که سیستم موقعیت دینامیک حلقه بسته شناور زیرسطحی و خطاهای ردیابی به صورت UUB می‌باشند و در نهایت، به توپ کوچکی شامل مبدأ همگرا می‌شوند. با توجه به رابطه (۵۸)، رابطه زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$0 \leq V(t) \leq \frac{C}{\alpha} + [V(0) - \frac{C}{\alpha}]e^{-\alpha t} \quad (۶۲)$$

بنابراین، با توجه به رابطه (۴۴)، سیگنال‌های $\tilde{W}_1, \tilde{W}_2, \tilde{W}_3, \varphi_2, \varphi_1, S_2$ UUB هستند. به عبارت دیگر، می‌توان گفت y, \dot{a}_2, r_2 و خطای تخمین سرعت نیز UUB می‌باشند. طبق رابطه (۳۵) می‌توان نتیجه گرفت که \tilde{S}_2 و همچنین طبق فرض ۶، $\tilde{W}_1, \tilde{W}_2, \tilde{W}_3$ نیز کراندار هستند. در نهایت، با توجه به قانون کنترل (۴۱) و قانون تطبیق (۴۲)، می‌توان گفت سیستم حلقه بسته پایدار است. با توجه به تابع لیاپانوف (۴۴) و رابطه (۶۲)، می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$\|S_1\| \leq \sqrt{\frac{2C}{\alpha} + 2 \left[V(0) - \frac{C}{\alpha} \right] e^{-\alpha t}} \quad (۶۳)$$

که به ازای هر $\mu S_1 > \sqrt{2C/\alpha}$ ، یک ثابت $T_{S_1} > 0$ وجود دارد به طوری که به ازای $t > T_{S_1}$ ، $\|S_1\| \leq \mu S_1$ است. بنابراین، می‌توان به این نتیجه رسید که خطای ردیابی موقعیت S_1 همگرا به مجموعه بهم پیوسته زیر است:

$$\Omega_{S_1} = \{S_1 \in R^3 \mid \|S_1\| \leq \mu S_1\} \quad (۶۴)$$

در نتیجه، S_1 کراندار است. بنابراین، خطاهای ردیابی و خطاهای تخمین حلقه بسته دارای همگرایی یکنواخت نهایتاً کراندار خواهند بود و به باند کوچکی شامل مبدأ میل می‌کنند.

۶- نتایج شبیه سازی

در این بخش، کارآمدی قانون کنترل (۴۱) با شبیه سازی‌های کامپیوتری نشان داده می‌شود. فرض بر این است که AUV برای فراهم

$$S_2^T M_1 \dot{S}_2 = -S_2^T k_2 \dot{S}_2 + S_2^T W^T [\underbrace{\varphi(\hat{Z}) - \varphi(Z)}_{-\beta\varphi_t}] + S_2^T \tilde{W} \varphi(\hat{Z}) - S_2^T (E(Z) + \tau_{W1}) \quad (۴۹)$$

با توجه به این که $\dot{S}_2 = \tilde{S}_2 + S_2$ رابطه زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$-S_2^T k_2 \dot{S}_2 \leq -S_2^T k_2 \tilde{S}_2 - S_2^T k_2 S_2 \leq \frac{1}{2} \|S_2\|^2 + \frac{1}{2} \|k_2 \tilde{S}_2\|^2 - \frac{S_2^T k_2 S_2}{2} \quad (۵۰)$$

جمله پایدارساز

با توجه به این که $\tilde{W} = \hat{W}$ ، پایداری قانون تطبیق (۴۲) مورد بررسی قرار می‌گیرد:

$$\tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} = \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \hat{W} = \tilde{W}^T \Gamma^{-1} (-\Gamma(\varphi(\hat{Z})\dot{S}_2 + \sigma\hat{W})) = -\tilde{W}^T [\varphi(\hat{Z})\dot{S}_2 + \sigma\hat{W}] \quad (۵۱)$$

طبق فرض (۶)، می‌دانیم که $\|W^*\| \leq W_M$ است. پس، رابطه زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$-\beta\varphi_t S_2 W^{*T} \leq \frac{(\beta)^2 \|\varphi_t\|^2 \|W^*\|^2}{2} + \frac{\|S_2\|^2}{2} \leq \frac{(\beta)^2 \|\varphi_t\|^2 W_M^{*2} + \|S_2\|^2}{2} \quad (۵۲)$$

که φ_t یک تابع برداری محدود است و W_M کراندار می‌باشد. طبق فرض (۲) می‌دانیم $\|\tau_{W1}(t)\| \leq \lambda_{W1}$ و با توجه به فرض (۶) نیز $\|E(Z)\| \leq E^*$ است که E^* و τ_{W1} کراندار هستند و بر این اساس روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$-S_2(E(Z) + \tau_{W1}) \leq \|S_2\|^2 + \frac{\|E(Z)\|^2}{2} + \frac{\|\tau_{W1}\|^2}{2} \leq \|S_2\|^2 + \frac{E^*2}{2} + \frac{\lambda_{W1}^2}{2} \quad (۵۳)$$

$$-\tilde{W}^T \varphi(\hat{Z}) \dot{S}_2 \leq \frac{\sigma \|\tilde{W}\|^2}{4} + \frac{\|\varphi(\hat{Z})\|^2 \|\dot{S}_2\|^2}{\sigma} \quad (۵۴)$$

$$-\sigma \tilde{W}^T \hat{W} \leq \frac{-\sigma}{2} \|\tilde{W}^T\|^2 + \frac{\sigma}{2} \|W^{*T}\|^2 \leq \frac{-\sigma}{2} \|\tilde{W}^T\|^2 + \frac{\sigma}{2} W_M^2 \quad (۵۵)$$

$$\|\varphi_i(\hat{Z})\| \leq \varphi_i^* \quad (۵۶)$$

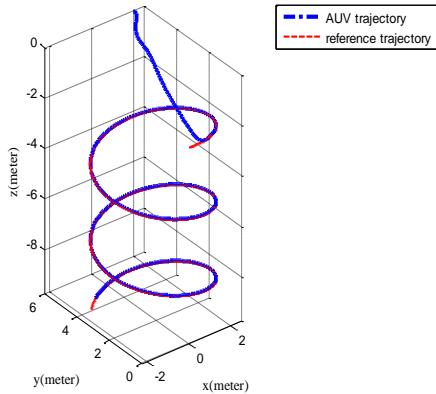
با در نظر گرفتن $\bar{\lambda} = \text{diag}([2\varphi_i^2/\sigma])$ به ازای $i = 1, 2, \dots, l$ و مطابق با مرجع [۲۸] که φ_i^* یک مقدار مثبت کراندار است و همچنین با توجه به رابطه (۵۶)، رابطه (۵۴) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$-\tilde{W}^T \varphi(\hat{Z}) \dot{S}_2 \leq \frac{\sigma \|\tilde{W}\|^2}{4} + \frac{\bar{\lambda} \|S_2\|^2}{2} \leq \frac{\sigma \|\tilde{W}\|^2}{4} + \frac{1}{2} \tilde{S}_2^T \bar{\lambda} \tilde{S}_2 \quad (۵۷)$$

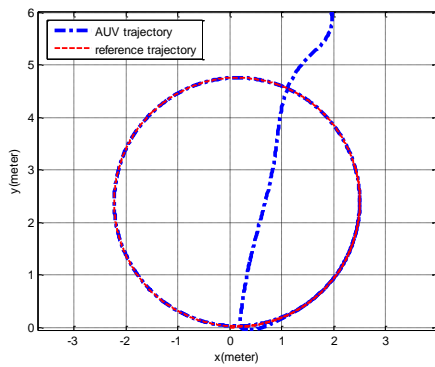
در نهایت، با توجه به معادلات (۴۶) تا (۵۷)، تابع لیاپانوف (۴۵) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -S_1^T \left[k_1 - \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2} \right) I \right] S_1 + \frac{1}{2\alpha_1} \|S_2\|^2 + \\ & \left(\frac{1}{2\alpha_2} + \frac{\alpha_3}{2} - \frac{1}{T} \right) p_2^T p_2 + \frac{M_2^2}{2\alpha_3} - S_2^T k_2 S_2 + \frac{3}{2} \|S_2\|^2 + \\ & \frac{1}{2} \|k_2 \tilde{S}_2\|^2 + \left(\frac{(\beta)^2 W_M^2 \|\varphi_t\|^2}{2} + \frac{\|S_2\|^2}{2} \right) + \left(\frac{\bar{\lambda}}{2} \|\tilde{S}_2\|^2 \right) + \\ & \frac{1}{2} (E^*2 + \lambda_{W_{11}}^2) - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{W}\|^2 + \frac{\sigma}{2} W_M^2 \leq -\alpha V + C \end{aligned} \quad (۵۸)$$

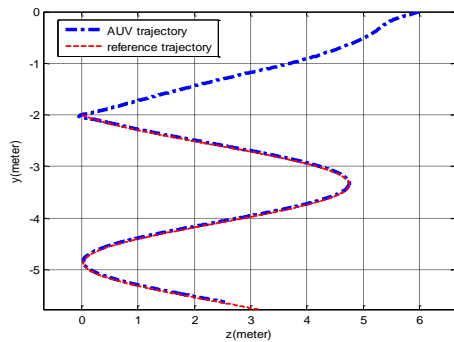
در رابطه فوق، مقادیر α و C به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:



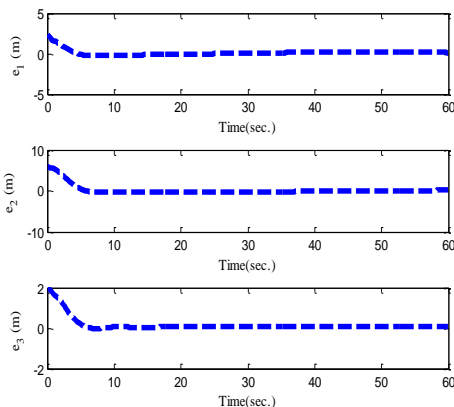
شکل ۲-الف: ردیابی منحنی مسیر مرجع در فضای سه بعدی



شکل ۲-ب: ردیابی منحنی مسیر مرجع در صفحه X-Y



شکل ۲-ج: ردیابی منحنی مسیر مرجع در صفحه Y-Z



شکل ۳: خطاهای ردیابی موقعیت

کردن نیروی میرایی خطی طولی، پیچش و چرخش به پروانه مجهز شده است. به منظور شبیه سازی از یک AUV واقعی، به معرفی پارامترهای فیزیکی به صورت زیر می پردازیم:

جرم در جهت طولی $m_{11} = 25kg$ جرم در جهت عرضی $m_{22} = 17.5kg$ جرم در جهت عمقی $m_{33} = 30kg$ لختی در جهت پیچش $m_{55} = 22.5kgm^2$ لختی در جهت چرخش $d_{11} = 30kgs^{-1}$ نیروی میرایی خطی طولی $d_{22} = 20kgs^{-1}$ نیروی میرایی خطی عمقی $d_{33} = 30kgs^{-1}$ نیروی میرایی خطی پیچشی $d_{66} = 20kgm^2s^{-1}$ نیروی میرایی خطی چرخشی $d_{55} = 20kgm^2s^{-1}$ است. همچنین، $\rho g \nabla GM_L = 5$ ، $\ell = 0.35$ ، شرایط اولیه شناور مجازی $x_m = [0, 0, -2, 0, 0, 0, 0]^T$ و شرایط اولیه شناور زیرسطحی $x_v = [2, 6, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ می باشد. تعیین این پارامترهای فیزیکی در عمل دشوار می باشد. در نتیجه، شناورهای زیرسطحی متحمل عدم قطعیت پارامتری هستند. علاوه بر آن، اغتشاشات محیطی را نیز می توان به صورت زیر شبیه سازی کرد:

$$\tau_{w1}(t) = 0.5 \text{sgn}(v) + 2[\sin(0.1t), \sin(0.1t), \sin(0.1t)]^T \quad (۶۵)$$

$$\bar{\tau}_{w1}(t) = 0.5 I_2 \text{sgn}(w) + [\sin(0.1t), \sin(0.1t)]^T \quad (۶۶)$$

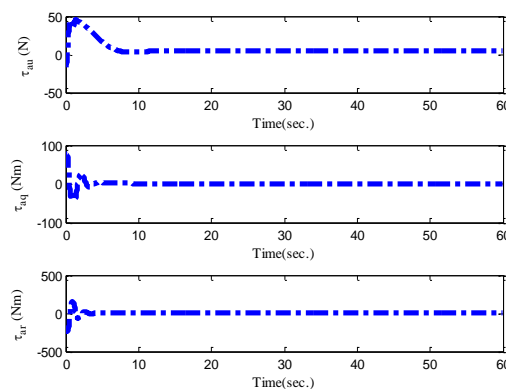
پارامترهای تطبیقی - عصبی هم به شکل زیر در نظر گرفته می شوند:

$k_1 = \text{diag}([2, 2, 2])$ ، $k_2 = \text{diag}([4.5, 4.5, 4.5])$ ، $c_i = 20$ ، $\sigma = 0.02$ شش گره در لایه پنهان $(l=6)$ ، $\Gamma = 10I_{6 \times 6}$ ، $T = 0.5$ ، $\pi_2(0) = [0, 0, 0]^T$ ، $\pi_1(0) = [10, 10, \pi/9]^T$ ، $\mu_i = [-3, -2, -1, 1, 2, 3]^T$ ، $\bar{y}_1 = 2$ و $\epsilon = 0.001$ برای برقراری شرایط (۶۱) می توان $\alpha_1 = 0.4$ ، $\alpha_2 = 0.3$ و $\alpha_3 = 0.18$ در نظر گرفت. پس از اعمال مقادیر ذکر شده به برنامه، شبیه سازی ها انجام می شوند و کارآمدی قانون کنترل بررسی می گردد. شکل های ۲ تا ۶ به ترتیب نشان دهنده ردیابی منحنی مسیر مرجع توسط شناور زیرسطحی مجازی در فضای سه بعدی و ردیابی منحنی مسیر مرجع در صفحه X-Y و صفحه Y-Z، خطاهای ردیابی، ورودی های کنترلی، و وزن های شبکه عصبی که با استفاده از RBF تخمین زده شده اند و در هر لحظه با کمک قوانین تطبیق به روز رسانی شده اند، تا دقت ردیابی به بیشترین میزان ممکن افزایش یابد و تخمین خطاهای بردار سرعت هستند. با توجه به نتایج شبیه سازی، در شکل های ۲-الف، ۲-ب و ۲-ج مشاهده می شود که ردیابی منحنی مسیر مرجع در فضای سه بعدی، در صفحه X-Y و در صفحه Y-Z بسیار دقیق و رضایت بخش انجام گرفته است.

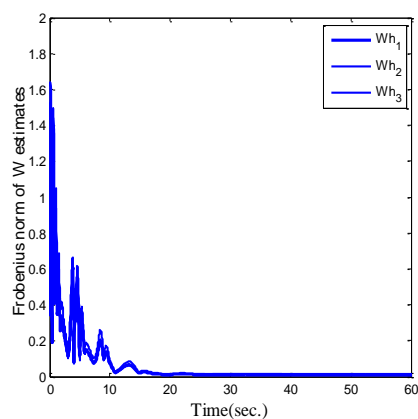
\hat{W} و تخمین وزن های \hat{W} به باند کوچکی نزدیک صفر همگرا می شوند و در نتیجه سیگنال کنترلی τ_a تدریجاً به کران کوچکی نزدیک مبدأ میل می کند. حال اگر زیردریایی لحظه‌ای از مسیر زمانی مطلوبش به هر دلیلی نظیر اغتشاش‌های محیطی خارج شود، خطای ردیابی \hat{W} و تخمین وزن‌های \hat{W} غیر صفر شده و مجدداً سیگنال کنترلی در جهتی مقدار می‌گیرد که خطای ردیابی را به صفر میل دهد و زیردریایی را به مسیر مطلوب برگرداند. بنابراین، سیگنال کنترل کننده باید در هر لحظه به زیردریایی اعمال شود. مطابق با شکل ۵ و بر طبق قانون تطبیق (۴۲)، تخمین وزن‌های شبکه عصبی نیز کران‌دار هستند و به باند بسیار کوچکی حول مبدأ همگرا شده‌اند. در واقع، علت این امر آن است که با گذشت زمان خطای ردیابی \hat{W} در (۴۲) به کران کوچکی نزدیک صفر همگرا می‌شود و معادله $\dot{\hat{W}} + \sigma \Gamma \hat{W} \cong 0$ منجر خواهد شد. با توجه به اینکه σ و Γ پارامترهای اکیداً مثبت هستند، مشخص است که اندازه فروبنیوس \hat{W} به سمت صفر همگرا می‌شود. در نهایت، شکل ۶ نشان دهنده این است که تخمین خطاهای بردار سرعت کران‌دار هستند و به صفر همگرا شده‌اند. همان‌گونه که مشخص است این تخمین‌ها به‌طور یکنواخت نهایتاً کران‌دار هستند. بنابراین، نتایج شبیه‌سازی عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی را به خوبی برای کاربردهای دریایی واقعی تأیید می‌کنند.

۷- نتیجه‌گیری

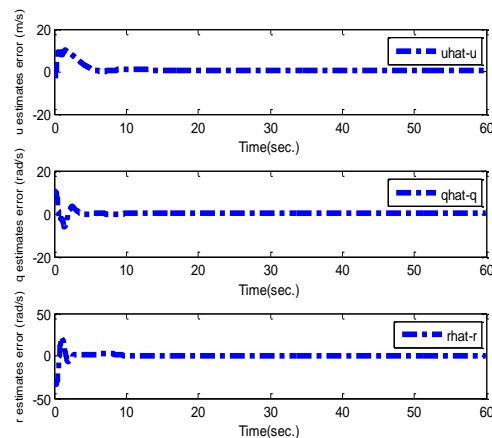
در این مقاله، یک کنترل کننده تطبیقی-عصبی با به‌کارگیری تکنیک کنترل سطح دینامیکی و یک رؤیتگر بهره بالا برای مدل پنج درجه آزادی یک زیردریایی در فضای سه بعدی پیشنهاد شد و کران‌داری نهایی یکنواخت خطاهای ردیابی از طریق تئوری پایداری لیاپانوف اثبات گردید. خوشبختانه، به‌کارگیری یک فیلتر مرتبه اول نیاز به مشتق‌گیری کنترل کننده سینماتیکی را در طراحی کنترل کننده دینامیکی برطرف کرده است و در نتیجه کنترل کننده ساختار نسبتاً ساده‌تری دارد. همچنین، به‌کارگیری شبکه عصبی تابع پایه شعاعی لزوم برقراری فرض خطی در پارامتر برای مقابله با نامعینی‌های پارامتری در دینامیک زیردریایی را برطرف می‌کند. علی‌رغم استفاده از یک رؤیتگر بهره بالا برای حذف حسگرهای سرعت در جهات تحریک شده، پیاده‌سازی کنترل کننده هنوز وابسته به اندازه‌گیری سرعت‌های تحریک نشده می‌باشد و حل کامل مسئله فیدبک خروجی به کارهای آتی موکول خواهد شد. متأسفانه، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که با افزایش شدت اغتشاش‌های محیطی و جریان‌های اقیانوسی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی تا حدی تنزل می‌یابد. یک راه حل برای بهبود بیشتر عملکرد کنترل کننده در مقابله با اغتشاش‌های محیطی و خطای تقریب شبکه عصبی آن است که از یک کنترل کننده مقاوم نوع اشباع در کنترل کننده (۴۱) بهره بگیریم. البته، این امر باعث پیچیدگی ریاضی در طراحی کنترل



شکل ۴: ورودی‌های کنترل $\tau_r, \tau_q, \tau_{ll}$



شکل ۵: تخمین وزن‌های شبکه عصبی



شکل ۶: تخمین خطاهای بردار سرعت $(\hat{v} = \hat{v} - v)$

در شکل ۳ مشاهده می‌گردد که خطاهای ردیابی بدون مشاهده فراجهش در پاسخ‌ها و در مدت زمان کوتاهی پایدارسازی شده‌اند، به باند کوچکی حول مبدأ همگرا می‌گردد و در نهایت، سیستم حلقه بسته پاسخ‌گذا و پاسخ ماندگار قابل قبولی را از خود نشان داده است. همان‌طور که از شکل ۴ مشخص است، ورودی‌های کنترلی کران‌دار و هموار هستند و در نتیجه برای کاربردهای واقعی عملی‌تر به‌نظر می‌رسند. به علاوه، با توجه به قانون کنترل در (۴۱)، با گذشت زمان خطای ردیابی

- [11] Qi, X.; "Adaptive coordinated tracking control of multiple autonomous underwater vehicles", *Ocean Engineering*, 2014, Vol. 91, pp. 84-90.
- [12] Bai, W.; Li, T.; Gao, X.; Myint, K. T.; "Neural network based direct adaptive backstepping method for fine stabilizer system", *ISNN'13 Proceedings of the 10th international conference on Advances in Neural Networks*, 2013, Vol. part II, pp. 212-219.
- [13] Zhou, H. Y.; Liu, K. Z.; Feng, X. S.; "State feedback sliding mode control without chattering by constructing Hurwitz matrix for AUV movement", *International Journal of Automation and Computing*, 2011, Vol. 8, No. 2, pp. 262-268.
- [14] Shojaei, K.; Arefi, M. M.; "On the neuro-adaptive feedback linearizing control of underactuated autonomous underwater vehicles in three-dimensional space", *IET Control Theory and Applications*, 2015, Vol. 9, pp. 1264-1273.
- [15] Narasimhan, M.; Singh, S. N.; "Adaptive optimal control of an autonomous underwater vehicle in the dive plane using dorsal fins", *Ocean Engineering*, 2006, Vol. 33, pp. 404-416.
- [16] Bessa, W. M.; Dutra, M. S.; Kreuzer, E.; "An adaptive fuzzy sliding mode controller for remotely operated underwater vehicles", *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, 2010, Vol. 58, No. 1, pp. 16-26.
- [17] Rout, R.; Subudhi, B.; "A backstepping approach for the formation control of multiple AUVs using a leader-follower strategy", *Journal of Marine Engineering and Technology*, 2016, Vol. 15, No. 1, pp. 38-46.
- [18] Yimei, C.; "Adaptive target tracking for 6-degrees underactuated vehicle", *International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Information*, 2012, Vol. 2, pp. 68-71.
- [19] Wang, Y.; Zhang, M.; Wilson, P. A.; Liu, X.; "Adaptive neural network-based backstepping fault tolerant control for underwater vehicles with thruster fault", *Ocean Engineering*, 2015, Vol. 110, pp. 15-24.
- [20] Dai, S.-L.; Wang, M.; Wang, C.; Li, L.; "Learning from adaptive neural network output feedback control of uncertain ocean surface ship dynamics," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2014, Vol. 28, No. 3-5, pp. 341-365.
- [21] Tee, K., P.; Ge, S. S.; "Control of Fully Actuated Ocean Surface Vessels Using a Class of Feedforward Approximators," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, Vol. 14, No. 4, pp. 750-756
- [22] Du, J., Hu, X.; Liu, H.; Chen, C.L.P.; "Adaptive robust output feedback control for marine dynamic positioning system based on a high-gain
- کننده و تحلیل پایداری آن خواهد شد که به کارهای بعدی موکول می‌گردد.

مراجع

- [1] Caharija, W.; Pettersen, K. Y.; Gravdahl, J. T.; Borhaug, E.; "Path following of underactuated autonomous underwater vehicles in the presence of ocean currents", *IEEE 51st Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 2012, pp. 528-535.
- [2] Das, B.; Subudhi, B.; Pati, B.B.; "Cooperative formation control of autonomous underwater vehicles: An overview", *International Journal of Automation and Computing*, 2016, Vol. 13, No. 3, pp. 199-225.
- [3] Yang, H.; Wang, C.; Zhang, F.; "Brief paper: a decoupled controller design approach for formation control of autonomous underwater vehicles with time delays", *IET Control Theory & Applications*, 2013, Vol. 7, No. 15, pp. 1950-1958.
- [4] Millan, P.; Orihuela, L.; Jurado, I.; Rubio, F. R.; "Formation control of autonomous underwater vehicles subject to communication delays", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, Vol. 22, No. 2, pp. 770-777.
- [5] Lu, W.; Zhang, L. J.; Jia, H. M.; Wang, H. B.; "Horizontal tracking control for AUV based on nonlinear sliding mode", *International Conference on Information and Automation (ICIA)*, 2012, Vol. 7, pp. 460-463.
- [6] Rodrigues, L.; Travares, P.; Prado, M. G.; "Sliding mode control of an AUV in the diving and steering planes", *Conference Proceedings Oceans. MTS/IEEE*, 1996, Vol. 2, pp. 576-583.
- [7] Yang, H.; Zhang, F.; "Robust control of horizontal formation dynamics for autonomous underwater vehicles", *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2011, Vol. 34, pp. 3364-3369.
- [8] Bian, X.; Zhou, J.; Jia, H.; Yan, Z.; Peng, S.; "Simulation research of h_{∞} Filter for the Pitch Control of AUV", *Proceeding of the Chinese Control and Decision Conference*, 2010, pp. 1788-1792.
- [9] Lee, W.; Kang, G.; "A fuzzy model-based controller of an underwater robotic vehicle under the influence of thruster dynamic", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1998, Vol. 1, pp. 750-755.
- [10] Nag, A.; Patel, S. S.; Akbar, S. A.; "Fuzzy logic based depth control of an autonomous underwater vehicle", *IEEE International Multi-Conference on Automation, Computing, Communication, Control and Compressed Sensing*, 2013, pp. 117-123.

- [26] Khalil, Hassan K.; Nonlinear systems, prentice-Hall, 3rd Edition, NJ, 2002.
- [27] Slotine, Jean Jacques; Li, Weiping; Applied nonlinear control, prentice-Hall, NJ, 1991.
- [28] Ge, Shuzhi Sam; Hang, Chang C.; Lee, Tong H.; Zhang Tao; Stable adaptive neural network control, MA: Kluwer, Boston, 2001.
- [29] Lewis, Frank L.; Dawson, Darren M.; Abdallah, Chaouki T.; Robot manipulator control theory and practice, 2nd Edition, Marcel Dekker, New York, 2004.
- [30] Behtash, S.; "Robust output tracking for nonlinear systems", International Journal Control, 1990, Vol. 54, pp. 1381-1407.
- observer," IEEE Transaction on Neural Networks and Learning Systems, 2015, Vol. 26, No. 11, pp. 2775-2786.
- [23] Do, Khac Duc; Pan, Jie; Control of ships and underwater vehicles: design for underactuated and nonlinear marine systems, Springer, London, 2009.
- [24] Fossen, Thor Inge; Marine control systems: guidance, navigation and control of ships, rigs and underwater vehicles, Marine Cybernetics Trondheim, 2002.
- [25] Li, J. H.; Lee, P. M.; Jun, B. H.; Lim, Y. K.; "Point-to-point navigation of underactuated ships", Automatica, 2008, Vol. 44, No. 12, pp. 3201-3205.