

تخمین نرخ چرخش خط دید در جستجوگرهای چسبیده به بدنه با استفاده از رویتگر توسعه یافته زمان گسسته

مهسا جواهری پور^۱، احمدرضا ولی^{۲*}، وحید بهنام گل^۳، فیروز الهوردیزاده^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گرایش کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران mahsajavaheripour001437@gmail.com

^{۲*} دانشیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران ar.vali@aut.ac.ir

^۳ استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران vahid_behnamgol@mut.ac.ir

^۴ استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران saeed.allahverdizadeh@gmail.com

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۷

ویرایش دوم: ۱۴۰۰/۰۹/۰۷

ویرایش اول: ۱۴۰۰/۰۷/۱۰

دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۵

چکیده: نرخ چرخش خط دید، متغیری است که برای محاسبه شتاب اعمالی به موشک‌ها توسط قوانین هدایت تناسبی به منظور برخورد با هدف نیاز است. این متغیر معمولاً با استفاده از جستجوگرهای طوقه‌دار اندازه‌گیری می‌شود. اما اگر جستجوگر موشک از نوع چسبیده به بدنه باشد، نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری از زوایای خروجی جستجوگر و یا تخمین محاسبه شود. روش مشتق‌گیری به دلیل نویزی بودن خروجی جستجوگرها مطلوب نبوده و برای رسیدن به خروجی قابل قبول به فیلترهای پایین‌گذر نیاز است که منجر به تاخیر در حلقه هدایت خواهد شد. در این مقاله، رویتگر توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی خواهد شد. مزیت زمان گسسته بودن رویتگر این است که مسائل مربوط به پیاده‌سازی رویتگر بر روی پردازنده‌ها مانند انتخاب زمان نمونه برداری از مرحله طراحی در نظر گرفته شده و در شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی می‌شود.

کلمات کلیدی: رویتگر توسعه یافته زمان گسسته، تخمین نرخ چرخش خط دید، جستجوگر چسبیده به بدنه، قانون هدایت تناسبی.

Line of Sight (LOS) rate estimation in strap down seekers using discrete-time extended state observer

Mahsa Javaheripour, Ahmad Reza Vali*, Vahid Behnam Gol, Firouz

Allahverdi Zadeh

Abstract: The line of sight (LOS) rate is a parameter that is needed to calculate the acceleration applied to missiles by the proportional guidance laws in order to hit the target. This rate is usually measured using gimbaled seekers. However, if the type of missile seeker be strap down, the LOS rate must be calculated from deriving the missile's seeker output angles or estimation methodes. The derivation method is not desirable due to the noisy output of the seekers and low pass filters are needed to achieve an acceptable output, which will cause a lag in the guidance loop. In this paper, a discrete time extended state observers will be designed to estimate the LOS rate. The advantage of the time discontinuity of the observer is that issues related to the implementation of the observer on the processors, such as the choice of sampling time, considered from the design level and examined in computer simulation.

Keywords: Discrete-time Extended State Observer, LOS rate Estimation, Strap Down Seeker, Proportional Guidance law.

۱- مقدمه

چسبیده به بدنه می‌توان از رویکرد تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده کرد. رویکردهای حالت، تنها قادر به تخمین حالت‌های سیستم می‌باشند. در صورتی که سیستم دارای نامعینی باشد، با اضافه کردن نامعینی به عنوان متغیر حالت جدید به سیستم می‌توان رویکرد توسعه یافته طراحی کرد؛ به طوری که علاوه بر حالت‌های سیستم قادر است نامعینی را نیز تخمین بزند. در مراجع متعددی از رویکردهای توسعه یافته برای تخمین متغیرهای گوناگون و نامعینی‌ها استفاده شده است. به عنوان نمونه، در [۷] برای تخمین نامعینی‌ها و اغتشاشات و در [۸] برای تخمین حالت‌های نامعلوم سیستم از رویکرد توسعه یافته استفاده شده است. در [۹] به دلیل وجود پارامترهای نامعلوم و اختلالات خارجی از رویکرد خطی توسعه یافته به منظور تخمین متغیرها برای کشتی‌های زیرسطحی استفاده شده است. الگوریتم‌ها و قوانین هدایت به کار رفته در این مرجع از نوع خط دید می‌باشد. در [۱۰] از یک رویکرد خطی توسعه یافته برای تخمین ارتعاشات فرکانس پایین در یک سکوی پایدار اینرسی استفاده شده است. مرجع [۱۱] مدل ریاضی یک سیستم تبدیل انرژی باد که سیستمی غیرخطی است را مورد بررسی و تحلیل قرار داده و برای تخمین ولتاژ و جریان شبکه از رویکرد خطی توسعه یافته استفاده کرده است.

در مسئله پیاده‌سازی رویکردها بر روی پردازنده، رویکردهای زمان گسسته نسبت به رویکردهای زمان پیوسته دارای مزیت‌هایی می‌باشند. یکی از این مزیت‌ها این است که در طراحی رویکردهای زمان گسسته انتخاب زمان نمونه برداری از ابتدای مرحله طراحی در نظر گرفته می‌شود که این کار موجب ساده‌تر شدن پیاده‌سازی می‌شود. در [۱۲]، طراحی رویکرد برای سیستم‌های غیرخطی در دو رویکرد مورد بررسی قرار گرفته است. در یک رویکرد براساس مدل تقریبی فرآیند که به صورت زمان گسسته می‌باشد انجام شده و در رویکرد دوم رویکرد ابتدا بر اساس مدل زمان پیوسته فرآیند طراحی شده و سپس به منظور پیاده‌سازی، گسسته شده است.

محدودیت تخمین نرخ چرخش خط دید توسط رویکردهای معمول، عدم حذف اثر نویز است. لذا باید این رویکردها به همراه فیلترهای پایین گذر و یا دیگر فیلترها استفاده شود. روش فیلتر کالمن نیز از روش‌هایی است که امروزه برای تخمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. در استفاده از فیلتر کالمن لازم است برای سیستم‌های غیرخطی عملیات خطی‌سازی صورت بگیرد که این امر موجب افزایش خطای تخمین خواهد شد. در انواع دیگر فیلتر کالمن مانند EKF و UKF نیاز به خطی‌سازی نیست اما این فیلترها دارای محاسبات سنگینی بوده و هم چنین ممکن است به اطلاعاتی نیاز داشته باشند که قابل اندازه‌گیری نباشند.

مسئله مورد نظر در این مقاله، طراحی رویکرد توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسبیده به بدنه می‌باشد. بلوک دیاگرام کلی حلقه هدایت به صورت شکل ۱ است:

برای رساندن یک موشک به یک نقطه مشخص، باید مسیر حرکت آن کنترل شود. هدایت یک وسیله به معنای تولید فرامین لازم جهت کنترل مسیر آن است. وظیفه سیستم هدایت، تعیین موقعیت و یا سرعت نهایی‌ای که موشک باید به آن برسد و تصمیم‌گیری در مورد اقداماتی که باید به این منظور انجام شود تا برخورد صورت بگیرد، می‌باشد. سیستم هدایت معمولاً شامل بخش‌های هدایت، ناوبری و کنترل است.

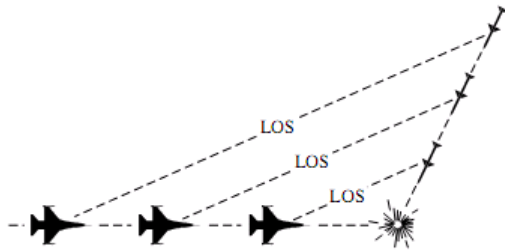
بخش هدایت، متشکل از دو زیربخش حسگر هدایت و الگوریتم و قانون هدایت می‌باشد. امروزه برای هدایت موشک‌های هدایت شونده، الگوریتم‌ها و قوانین مختلفی وجود دارد. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دونقطه‌ای و سه نقطه‌ای تقسیم می‌شوند. خانواده هدایت تناسبی از معروف‌ترین قوانین هدایت دونقطه‌ای می‌باشند. به دلیل سادگی و کارایی بالای این قانون، هنوز هم در فاز نهایی بسیاری از موشک‌ها استفاده می‌شود. علت سادگی این قانون این است که تنها از نرخ چرخش خط دید و سرعت نسبی بین موشک و هدف استفاده می‌کند و از بقیه متغیرها در قانون هدایت استفاده نمی‌شود [۱]. بنابراین در پیاده‌سازی قوانین هدایت تناسبی، نرخ چرخش خط دید متغیر مهمی می‌باشد و برای محاسبه دستور شتاب باید در اختیار سیستم هدایت قرار بگیرد.

برای هدایت موشک، اغلب به دست آوردن اطلاعات صحیح در مورد هدف در طول پرواز ضروری است. یکی از روش‌های رایج برای تحقق این کار استفاده از جستجوگرها است [۲]. در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، ابزار بینایی به طور مستقیم بر روی موشک نصب می‌شود اما در جستجوگرهای قاب‌دار ابزار بینایی بر روی قاب‌ها سوار شده‌اند. بنابراین استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه نسبت به جستجوگرهای قاب‌دار موجب کاهش هزینه، بالا رفتن قابلیت اطمینان و کاهش وزن موشک می‌شود [۳]. از طرفی جستجوگرهای قاب‌دار به یک سیستم کنترل هم نیاز دارند و نسبت به جستجوگرهای چسبیده به بدنه از ساختار پیچیده‌تری برخوردار می‌باشند. بنابراین در مواردی استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه مطلوب‌تر می‌باشد.

اما مهم‌ترین ایرادی که به جستجوگرهای چسبیده به بدنه وارد می‌شود، این است که این جستجوگرها به طور مستقیم قادر به اندازه‌گیری نرخ چرخش خط دید نیستند. بنابراین در صورتی که از این جستجوگرها استفاده شود، برای پیاده‌سازی قوانین هدایت تناسبی این متغیر باید محاسبه یا تخمین زده شود [۴]. در [۵] روشی برای استخراج نرخ چرخش خط دید با استفاده از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه ارائه شده است. هم چنین در این مرجع به کاهش هزینه به دلیل استفاده از جستجوگر چسبیده به بدنه اشاره شده است. در شرایطی که ممکن است اندازه‌گیری متغیرهای حالت با استفاده از ابزار موجود امکان‌پذیر نباشد، می‌توان از رویکرد برای تخمین حالت‌های سیستم استفاده کرد [۶]. بنابراین در صورت استفاده از جستجوگرهای

است؛ یعنی خود خط دید مهم است و بر خلاف روش‌های دونقطه‌ای، نرخ خط دید در قانون هدایت وارد نمی‌شود. واضح است که در این روش‌ها هدف باید توسط ردگیر مشاهده شود [۱۳].

هدایت تناسبی از قوانین پر کاربرد دونقطه‌ای می‌باشد. این قانون بیان می‌کند در صورتی که خط دید نسبت به فضای اینرسی نچرخد (این امر زمانی رخ می‌دهد که مولفه‌ی سرعت موشک و هدف در امتداد عمود بر خط دید با یکدیگر برابر باشند) و فاصله‌ی موشک و هدف در حال کم شدن باشد برخورد صورت می‌گیرد. شکل ۲ گویای این مسئله می‌باشد.



شکل ۲: نحوه عملکرد موشک در قانون هدایت ناوبری تناسبی

قانون هدایت استفاده شده در این مقاله، ناوبری تناسبی حقیقی (TPN)^۲ بوده که از قوانین هدایت تناسبی می‌باشد. از آنجا که در قوانین ناوبری تناسبی برای برخورد موشک با هدف، لازم است که نرخ چرخش خط دید صفر گردد، بنابراین اگر شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت به جای عمود بر بردار سرعت موشک (در قانون ناوبری تناسبی محض (PPN)^۳ در راستای عمود بر خط دید اعمال شود، تاثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید خواهد داشت.

شتاب محاسبه شده توسط ناوبری تناسبی حقیقی بصورت زیر است:

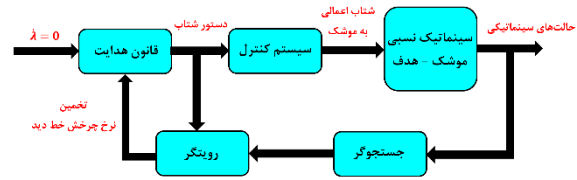
$$a_{m,\lambda} = NV_c \dot{\lambda} \quad (1)$$

با توجه به اینکه اکثر موشک‌های آشیانه‌یاب در فاز نهایی از کنترل آیرودینامیکی استفاده می‌کنند و با این نوع سیستم کنترل تنها امکان دستور شتاب جانبی در راستای عمود بر راستای طولی موشک فراهم می‌باشد، لذا در این موشک‌ها باید ناوبری تناسبی حقیقی را برای اعمال در راستای عمود بر بردار سرعت موشک اصلاح نمود. برای این منظور دستور شتاب جانبی به صورت زیر خواهد بود [۱۴]:

$$a_m = \frac{NV_c \dot{\lambda}}{\cos(\gamma_m - \lambda)} \quad (2)$$

۳- سینماتیک نسبی موشک-هدف [۱۴]

در شکل ۳، هندسه‌ی درگیری دوبعدی درگیری موشک و هدف مشاهده می‌شود:



شکل ۱: نمودار بلوکی حلقه هدایت

در این حلقه، وظیفه سیستم هدایت تولید دستور شتاب مناسب برای تضمین برخورد با هدف است. نقش بخش کنترل نیز معادل یک عملگر برای اعمال دستورات سیستم هدایت در حلقه هدایت است. ورودی سینماتیک موشک-هدف نیز شتاب جانبی اعمالی به موشک می‌باشد. سیستم هدایت که از نوع هدایت تناسبی می‌باشد برای محاسبه دستور شتاب به نرخ چرخش خط دید نیاز دارد که این متغیر با طراحی ریتگر و با استفاده از خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه که شامل زوایای بین محور طولی و خط دید (در صفحات سمت و فراز $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$) می‌باشد، تخمین زده شده و در اختیار سیستم هدایت قرار می‌گیرد.

در این مقاله، قانون هدایت تناسبی مورد نظر، معادلات حاکم بر سینماتیک موشک-هدف، معادلات مربوط به جستجوگر چسبیده تشریح شده و ریتگر توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی می‌گردد. نتایج ریتگر مورد نظر با نوع دیگری از ریتگر خطی زمان-گسسته مقایسه می‌شود. هم‌چنین عملکرد ریتگر در حضور نویز اندازه-گیری نیز بررسی و نتایج در بخش شبیه‌سازی ارائه می‌شود.

۲- قانون هدایت

در این بخش به صورت مختصر، قانون هدایت مورد استفاده در حلقه هدایت تشریح می‌شود. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دونقطه‌ای و سه نقطه‌ای تقسیم می‌شوند. در قوانین هدایت دونقطه-ای، دو نقطه مهم وجود دارد: جسم هدایت شونده و هدف. این قوانین بر مبنای نرخ چرخش خط دید (خط واصل بین رهگیر و هدف) هستند. این روش‌ها برای زمانی که تعقیب کننده هدف را با استفاده از جستجوگر می‌بیند یعنی فاز نهایی پرواز مناسب هستند. در قوانین هدایت سه نقطه‌ای، سه نقطه مهم عبارت اند از: جسم هدایت شونده، هدف و رهگیر. ردگیر می‌تواند در نقطه پرتاب به همراه پرتاب کننده یا جدا از آن قرار داشته باشد. خط دید در این حالت با روش‌های دونقطه‌ای تفاوت دارد و خط واصل ردگیر و هدف است. ردگیر وسیله‌ای است که به صورت دستی یا خودکار همواره تعقیب کننده و هدف را دنبال می‌کند و موقعیت نسبی تعقیب کننده را نسبت به هدف اندازه می‌گیرد. به بیانی دیگر، قانون هدایت در این روش‌ها (به فرمان به خارج خط دید^۱) نگاه داشتن وسیله روی خط دید

³ Pure Proportional Navigation

¹ COLOS

² True Proportional Navigation

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_m - \lambda) \\ &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t \dot{\gamma}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + V_t \dot{\lambda} \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + V_m \dot{\gamma}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - V_m \dot{\lambda} \sin(\gamma_m - \lambda) \end{aligned} \quad (۸)$$

با جایگذاری روابط (۴) و (۶) و (۷) در معادله (۸)، رابطه (۹) حاصل می-شود:

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_t \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad + \dot{\lambda}(V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda) \\ &= R\dot{\lambda}^2 + \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_t \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda) \end{aligned} \quad (۹)$$

هم چنین با مشتق گیری از رابطه (۵) نیز می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + V_t \dot{\gamma}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t \dot{\lambda} \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{+ \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \dot{\gamma}_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{V_m \dot{\lambda} \cos(\gamma_m - \lambda) - \dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R} \end{aligned} \quad (۱۰)$$

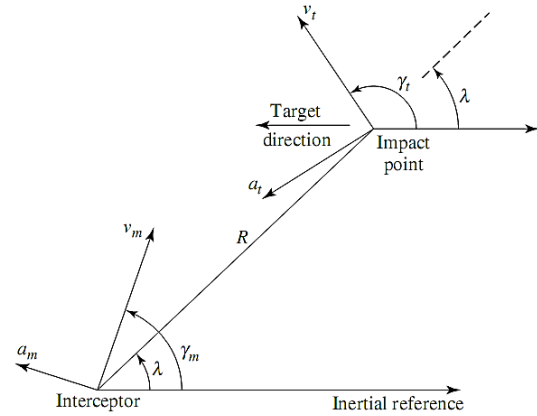
با جایگذاری روابط (۳) و (۶) و (۷) در معادله (۱۰)، رابطه (۱۱) حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_t \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{\lambda}(V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda))}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_t \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \end{aligned} \quad (۱۱)$$

حال با در نظر گرفتن متغیرهای حالت به صورت:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ \dot{R} \\ \lambda \\ \dot{\lambda} \\ \gamma_m \\ \gamma_t \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

و هم چنین استفاده از معادلات (۳)، (۵)، (۶)، (۷)، (۹)، (۱۱) معادلات حرکت به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۳: هندسه‌ی دوبعدی درگیری موشک و هدف [۱۴]

در این شکل، R بیانگر برد نسبی بین موشک و هدف، λ زاویه‌ی بین خط دید و خط مرجع، γ_m زاویه‌ی مسیر پرواز موشک با خط مرجع، γ_t زاویه‌ی مسیر پرواز هدف با خط مرجع، a_m بردار شتاب جانبی موشک، a_t بردار شتاب جانبی هدف، V_m بردار سرعت طولی موشک و V_t بردار سرعت طولی هدف می باشد.

سرعت نزدیک شدن موشک به هدف ($V_c = -\dot{R}$) بیانگر اختلاف سرعت موشک با هدف در راستای خط دید می باشد که از تفریق مولفه های سرعت آن ها در راستای خط دید بصورت زیر محاسبه می گردد:

$$\dot{R} = V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda) \quad (۳)$$

هم چنین، سرعت نسبی جانبی بین موشک و هدف که باعث چرخیدن خط دید خواهد شد، از تفریق مولفه های سرعت آن ها در راستای عمود بر خط دید به صورت زیر محاسبه می شود:

$$V_\lambda = R\dot{\lambda} = V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda) \quad (۴)$$

بنابراین می توان نوشت:

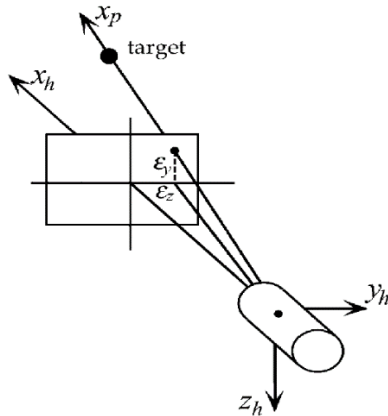
$$\dot{\lambda} = \frac{V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R} \quad (۵)$$

نرخ تغییرات زاویه پرواز موشک و هدف مطابق زیر می باشد:

$$\dot{\gamma}_m = \frac{a_m}{V_m} \quad (۶)$$

$$\dot{\gamma}_t = \frac{a_t}{V_t} \quad (۷)$$

با مشتق گیری از رابطه‌ی (۳) می توان نوشت:



شکل 5: زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحات سمت و فراز [15]

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ به ترتیب زوایای خروجی جستجوگر در صفحه فراز و سمت می باشد که بیانگر اختلاف زاویه میان محور طولی موشک و خط دید بین موشک و هدف می باشد.

همانطور که در شکل 5 مشخص است، در این مسئله با دو دستگاه سروکار داریم:

- دستگاه مختصات جستجوگر
- دستگاه مختصات خط دید

چنانچه جستجوگر خطای نصبی نسبت به بدنه نداشته باشد، می توان دستگاه جستجوگر را همان دستگاه چسبیده به بدنه (دستگاه بدنی) در نظر گرفت.

با توجه به شکل 5، دستگاه جستجوگر با دو دوران حول محورهای مختصات، بر دستگاه LOS منطبق می شود. دوران اول، به اندازه زاویه ε_z حول محور z و دوران دوم به اندازه زاویه ε_y حول محور y . بنابراین، اگر دستگاه جستجوگر که منطبق بر دستگاه بدنی موشک می باشد را با B و دستگاه LOS را با L نمایش دهیم، ماتریس تبدیل دستگاه B به L به صورت زیر نوشته می شود:

$$L_{LB} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & -\sin \varepsilon_y \\ -\sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_z & 0 \\ \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (15)$$

اگر بردار سرعت زاویه ای در دستگاه بدنی و بردار سرعت زاویه ای در دستگاه LOS باشد، اختلاف این دو بردار در دستگاه LOS مطابق زیر می باشد [15]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 x_4^2 \\ x_4 \\ -2x_2 x_4 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(x_5 - x_3) \\ 0 \\ -\cos(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ \frac{1}{V_m} \\ 0 \end{bmatrix} u + D \quad (13)$$

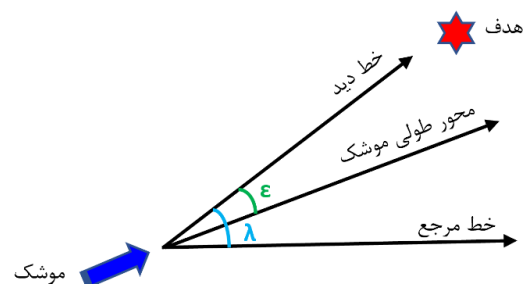
$$y = x_3$$

که $u = a_m$ ورودی و $y = \lambda$ خروجی سیستم می باشد. از آنجایی که در درگیری، اطلاع دقیقی از متغیرهایی مانند سرعت و شتاب هدف وجود ندارد، بنابراین جملاتی که شامل سرعت و شتاب هدف می باشند را به همراه جملات دارای مشتق سرعت موشک و هدف را می توان به عنوان نامعینی سیستم (D) در نظر گرفت که با توجه به روابط، مطابق زیر می باشد:

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{V}_t \cos(x_6 - x_3) - a_t \sin(x_6 - x_3) - \dot{V}_m \cos(x_5 - x_3) \\ 0 \\ \dot{V}_t \sin(x_6 - x_3) + a_t \cos(x_6 - x_3) - \dot{V}_m \sin(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ 0 \\ \frac{a_t}{V_t} \end{bmatrix} \quad (14)$$

4- جستجوگر چسبیده به بدنه

در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، خروجی سر جستجوگر، زاویه محور جستجوگر با خط دید هدف از رهگیر می باشد و این زاویه باید صفر گردد تا برخورد صورت گیرد. به این زاویه، زاویه خطای ردیابی (ε) می گویند که در شکل 4 نمایش داده شده است [14]:



شکل 4: چگونگی اندازه گیری خطای ردیابی توسط جستجوگر

زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحات سمت و فراز مطابق شکل 5 است:

$$\begin{cases} x_i(k+1) = x_{i+1}(k) \\ \vdots \\ x_n(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - L_{LB} \begin{bmatrix} p_s \\ q_s \\ r_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\varepsilon}_z \sin \varepsilon_y \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_z \cos \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (16)$$

با جایگذاری ماتریس L_{LB} در رابطه (۱۶)، رابطه (۱۷) حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} \omega_x - (p_s \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z + q_s \cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z - r_s \sin \varepsilon_y) = \\ -\dot{\varepsilon}_z \sin \varepsilon_y \\ \omega_y - (-p_s \sin \varepsilon_z + q_s \cos \varepsilon_z) = \dot{\varepsilon}_y \\ \omega_z - (p_s \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z + q_s \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z + r_s \cos \varepsilon_y) = \\ \dot{\varepsilon}_z \cos \varepsilon_y \end{cases} \quad (17)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \omega_y + p_s \sin \varepsilon_z - q_s \cos \varepsilon_z \\ \dot{\varepsilon}_z = \frac{\omega_z}{\cos \varepsilon_y} - r_s - (p_s \cos \varepsilon_z + q_s \sin \varepsilon_z) \tan \varepsilon_y \end{cases} \quad (18)$$

زوایای $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ به دلیل وجود محدودیت در زاویه دید جستجوگر، زوایای کوچکی هستند. بنابراین، با تقریب‌های $\sin \varepsilon = 0$ و $\cos \varepsilon = 1$ رابطه (۱۸) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \omega_y - q_s + p_s \varepsilon_z \\ \dot{\varepsilon}_z = \omega_z - r_s - p_s \varepsilon_y \end{cases} \quad (19)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_y = \omega_y = \dot{\varepsilon}_y + q_s - p_s \varepsilon_z \\ \dot{\lambda}_z = \omega_z = \dot{\varepsilon}_z + r_s + p_s \varepsilon_y \end{cases} \quad (20)$$

که ω_y و ω_z به ترتیب بیانگر نرخ چرخش خط دید در صفحه فراز و سمت در دستگاه LOS می‌باشند.

با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۰)، زاویه خط دید در صفحه فراز و سمت به دست می‌آید [۱۵]:

$$\begin{cases} \lambda_y = \varepsilon_y + \int q_s dt - \int p_s \varepsilon_z dt \\ \lambda_z = \varepsilon_z + \int r_s dt + \int p_s \varepsilon_y dt \end{cases} \quad (21)$$

بنابراین با استفاده از دو رابطه (۲۰) و (۲۱)، زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید در دو صفحه فراز و سمت در دستگاه LOS به دست می‌آید.

۵- طراحی رویکرد

در این بخش، ابتدا ساختار رویکرد توسعه یافته زمان گسسته بررسی شده و پایداری آن اثبات می‌گردد. سپس رویکرد پیشنهادی با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید برای سیستم مورد نظر طراحی می‌گردد.

۵-۱- ساختار رویکرد توسعه یافته زمان گسسته

سیستم غیرخطی زمان گسسته‌ای به همراه نامعینی $f(x(k))$ که تابعی غیرخطی از حالت‌های سیستم است، مطابق زیر در نظر گرفته می‌شود:

برای تخمین تابع $f(x(k))$ با اضافه کردن متغیر حالت $x_{n+1}(k) = f(x(k))$ به معادلات فضای حالت سیستم و با طراحی رویکرد توسعه یافته، می‌توان این تابع را تخمین زد.
فرضیه ۱: با ورودی کنترلی محدود u ، مقدار ثابت M_f مثبتی وجود دارد به طوری که x در رابطه (۲۲) محدود شده و رابطه زیر برقرار می‌شود [۱۶]:

$$|f(x(k))| \leq M_f \quad (23)$$

رویکرد خطی توسعه یافته زمان گسسته برای سیستم (۲۲) به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۶]:

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = \hat{x}_{i+1}(k) + a_i \varepsilon^{n-i} \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n} \\ \vdots \\ \hat{x}_n(k+1) = \hat{x}_{n+1}(k) + a_n \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n} + g(x(k))u(k) \\ \hat{x}_{n+1}(k+1) = a_{n+1} \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^{n+1}} \\ \hat{y}(k) = \hat{x}_1(k) \end{cases} \quad (24)$$

که $\hat{x} = [\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{n+1}]^T \in R^{n+1}$ ، $i \in \{1, \dots, n-1\}$ حالت تخمین زده شده و ε متغیر بهره می‌باشد که مثبت فرض شده است و با تنظیم این متغیر می‌توان عملکرد رویکرد را بهبود بخشید. هم‌چنین $a_{n+1} \neq 0$ می‌باشد. در سیستم مورد نظر، فرض کرده‌ایم تابع $f(\cdot)$ نامعین می‌باشد و تنها کران بالای آن که در فرضیه ۱ از آن صحبت کردیم، مشخص می‌باشد.

خطای تخمین به صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌شود:

$$e_i(k) = x_i(k) - \hat{x}_i(k) \quad (25)$$

$$1 \leq i \leq n+1$$

که $e = [e_1, \dots, e_{n+1}]^T$ می‌باشد.

در ادامه، عملکرد رویکرد و پایداری آن بررسی می‌شود.

قضیه: با توجه به سیستم و رویکرد طراحی شده اگر رابطه (۲۳) برقرار باشد، برای هر مقدار اولیه $x(k)$ و $\hat{x}(k)$ ، $\varepsilon_0 > 0$ و $M_\sigma(\varepsilon) > 0$ ای وجود دارد به طوری که [۱۶]:

$$\forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0), \lim_{k \rightarrow \infty} \sup |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \rightarrow \infty$$

$$\forall \varepsilon \in [\varepsilon_0, \infty), \lim_{k \rightarrow \infty} \sup |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \leq \varepsilon^{n+1-i} M_\sigma(\varepsilon) \quad (26)$$

$$1 \leq i \leq n+1$$

اثبات: به منظور بررسی خطای بین $x_i(k)$ و $\hat{x}_i(k)$ ، تابع σ_i به صورت زیر تعریف می‌شود:

$\sigma(k)$ برای پایداری BIBS رابطه (۲۹) می تواند به دست آید. بنابراین،
 $M'f > 0$ ای وجود دارد که رابطه ی (۳۴) برقرار شود:

$$\|\sigma(k)\|_{\infty} < M'f \quad (34)$$

هم چنین، با توجه به تعریف $\sigma(k)$ از رابطه ی (۲۷) می توان نوشت:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \text{Sup} |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \leq \varepsilon^{n+1-i} M'_\sigma(\varepsilon) \quad (35)$$

حال به بررسی حالت $\varepsilon = \varepsilon_0$ می پردازیم. اگر این رابطه برقرار شود،
دینامیک خطای روی سیستم پایدار مرزی می باشد. با توجه به محدودیت
 $x_{n+1}(k)$ ، $M''_\sigma(\varepsilon)$ ای وجود دارد به گونه ای که رابطه ی زیر برقرار
شود:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \text{Sup} |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \leq \varepsilon^{n+1-i} M''_\sigma(\varepsilon) \quad (36)$$

بنابراین، با تعریف $M_\sigma(\varepsilon)$ به صورت:

$$M_\sigma(\varepsilon) = \max \{M'_\sigma(\varepsilon), M''_\sigma(\varepsilon)\} \quad (37)$$

فرض اثبات می شود [۱۶].

۵-۲- طراحی رویکرد حلقه هدایت

برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از زاویه خط دید به-
عنوان متغیر اندازه گیری شونده، می توان سیستم را با انجام تغییر متغیر به-
صورت زیر ساده کرد:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} z_2 \\ f(t) + gu \end{bmatrix} \quad (38) \\ y = z_1$$

که:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} \\ f(t) = \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \text{Sin}(\gamma_t - \lambda) + a_t \text{Cos}(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ \quad - \frac{\dot{V}_m \text{Sin}(\gamma_m - \lambda)}{R} \end{cases} \quad (39)$$

برای طراحی رویکرد، ابتدا باید از روی پذیر سیستم (۳۸) اطمینان
حاصل کرد. از آن جا که این سیستم سیستمی غیرخطی می باشد، بنابراین
رویت پذیر آن باید از طریق روی پذیر سیستم های غیرخطی بررسی
شود.

قضیه: سیستم غیرخطی بدون ورودی به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$\sigma_i(k) = (x_i(k) - \hat{x}_i(k)) / \varepsilon^{n+1-i} \quad (27) \\ i \in \{1, \dots, n+1\}$$

با توجه به معادلات (۲۲) و (۲۴)، رابطه (۲۸) به دست می آید:

$$\begin{cases} \sigma_i(k+1) = -\frac{a_i}{\varepsilon} \sigma_1(k) + \frac{1}{\varepsilon} \sigma_{i+1}(k), i \in \{1, 2, \dots, n\} \\ \sigma_{n+1}(k+1) = -\frac{a_{n+1}}{\varepsilon} \sigma_1(k) + x_{n+1}(k+1) \end{cases} \quad (28)$$

رابطه (۲۸) را می توان به فرم زیر نوشت:

$$\sigma(k+1) = A\sigma(k) + Bx_{n+1}(k+1) \quad (29)$$

که:

$$A = \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_n & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_{n+1} & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

سیس، ماتریس \tilde{A} طوری تعریف می شود که رابطه $\tilde{A} = \varepsilon A$ برقرار شود.
معادله مشخصه ماتریس \tilde{A} تحت عنوان $D_{\tilde{A}}(\lambda)$ به صورت زیر نوشته
می شود:

$$D_{\tilde{A}}(\lambda) = \lambda^{n+1} + a_1 \lambda^n + \dots + a_n \lambda + a_{n+1} \quad (31)$$

با توجه به رابطه (۳۱) مقادیر ویژه ماتریس \tilde{A} برابر $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}\}$
می باشد. بنابراین، با توجه به رابطه $\tilde{A} = \varepsilon A$ ، مقادیر ویژه ماتریس A نیز
برابر $\left\{ \frac{\lambda_1}{\varepsilon}, \frac{\lambda_2}{\varepsilon}, \dots, \frac{\lambda_{n+1}}{\varepsilon} \right\}$ می باشد.

شعاع طیفی ماتریس A که با $r(A)$ نمایش داده می شود، مطابق رابطه
(۳۲) می باشد:

$$r(A) = \max \left\{ \frac{|\lambda_1|}{\varepsilon}, \frac{|\lambda_2|}{\varepsilon}, \dots, \frac{|\lambda_{n+1}|}{\varepsilon} \right\} \quad (32)$$

هم چنین برای ماتریس \tilde{A} نیز می توان نوشت:

$$r(\tilde{A}) = \max \{|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_{n+1}|\} \quad (33)$$

سیس، ε_0 را به صورت $\varepsilon_0 = r(\tilde{A})$ تعریف می کنیم. با توجه به
رابطه ی (۳۳)، اگر $\varepsilon < \varepsilon_0$ باشد، بنابراین $r(A) > 1$ خواهد شد. این
بدین معنی است که تمامی مقادیر ویژه ماتریس A داخل دایره واحد قرار
نخواهند گرفت و $\sigma(k)$ واگرا خواهد بود. بنابراین، برای تضمین عملکرد
صحیح رویکرد توسعه یافته طراحی شده، لازم است $\varepsilon > \varepsilon_0$ باشد.

اگر مقادیر ویژه ماتریس A داخل دایره واحد باشند یعنی $\frac{|\lambda_i|}{\varepsilon} < 1$
باشد، سیستم (۲۹) پایدار مجانبی و پایدار BIBS خواهد بود. به دلیل محدود
بودن $x_{n+1}(k)$ به طوری که $|x_{n+1}(k)| < Mf$ باشد، محدودیت

¹ Bounded-Input-Bounded-State

$$\begin{cases} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \end{cases} = \begin{cases} \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + a_1 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon} \\ \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + gu) + a_2 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^2} \\ \hat{z}_3(k) + a_3 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^3} \end{cases}$$

$$\hat{y}(k) = \hat{z}_1(k)$$

با رویکرد طراحی شده، متغیرهای حالت سیستم شامل زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید ($z_1(k)$ و $z_2(k)$) و هم چنین نامعینی سیستم ($z_3(k)$) می توانند تخمین زده شوند.

۶- نتایج شبیه سازی

همان گونه که در بخش های قبل بررسی شد، معادلات کلی سیستم و رویکرد به صورت زیر می باشد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{cases} = \begin{cases} x_2 \\ x_1 x_4^2 \\ x_4 \\ -2x_2 x_4 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{cases} + \begin{cases} 0 \\ \text{Sin}(x_5 - x_3) \\ 0 \\ -\text{Cos}(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ \frac{1}{V_m} \\ 0 \end{cases} u + D$$

$$y = x_3$$

$$u = \frac{NV_c \hat{z}_2(k)}{\text{Cos}(x_5(k) - x_3(k))}$$

$$\begin{cases} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \end{cases} = \begin{cases} \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + a_1 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon} \\ \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + gu) + a_2 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^2} \\ \hat{z}_3(k) + a_3 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^3} \end{cases}$$

$$\hat{y}(k) = \hat{z}_1(k)$$

در این بخش با استفاده از رویکرد طراحی شده، نتایج تخمین در شبیه سازی های دوبعدی و شش درجه آزادی بررسی می گردد.

۶-۱ نتایج شبیه سازی دوبعدی

در این بخش، شبیه سازی با استفاده از معادلات سینماتیک دوبعدی و با شرایط زیر صورت گرفته است و زاویه خط دید تنها خروجی قابل اندازه گیری می باشد. هم چنین، دینامیک حلقه کنترل معادل یک تابع تبدیل مرتبه اول در نظر گرفته شده است.

$$\Psi_{nl} \begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (40)$$

تحقق فضای حالت بالا در یک همسایگی $U_0 \subset D$ شامل مبدا به -
 طور محلی رویت پذیر است اگر [۱۷]:

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \nabla h \\ \dots \\ \nabla L_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n \quad \forall x \in U_0 \quad (41)$$

با توجه به قضیه بیان شده برای بررسی رویت پذیری سیستم (۳۹)، در صورتی این سیستم رویت پذیر است که $\text{rank}(\{\nabla h, \nabla L_f h\}) = 2$ باشد. در این صورت با طراحی رویکرد، میتوان متغیرهای مورد نظر را تخمین زد. بنابراین:

$$\begin{cases} \nabla h = [1 \ 0] \\ \nabla L_f h = [0 \ 1] \end{cases} \quad (42)$$

در نتیجه $\text{rank}(\{[1 \ 0], [0 \ 1]\}) = 2$ است و سیستم (۳۸) رویت پذیر می باشد.

حال با استفاده از ساختار رویکرد توسعه یافته زمان گسسته ای که در بخش ۵-۱ معرفی شد، رویکرد با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید با فرض صفر بودن مشتق نامعینی طراحی خواهد شد. با توجه به این فرض، سیستم (۳۸) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{cases} = \begin{cases} z_2(t) \\ z_3(t) + gu \\ 0 \end{cases} \quad (43)$$

$$y(t) = z_1(t)$$

طبق تعریف اصلی مشتق که برای سیستم های زمان پیوسته به صورت:

$$\frac{d}{dt} y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t} \quad (44)$$

بیان می گردد، برای سیستم های زمان گسسته مطابق رابطه (۴۵) نوشته می شود:

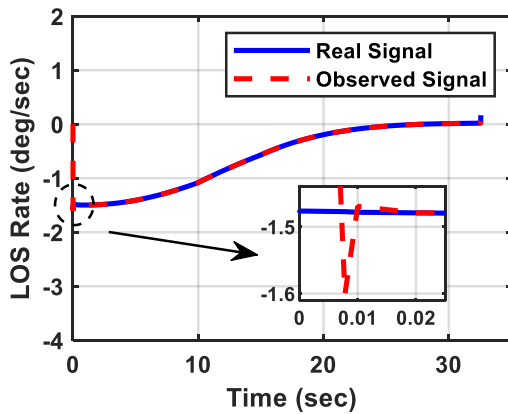
$$\frac{d}{dt} y \Big|_t = kT = \frac{y((k+1)T) - y(kT)}{T} = \frac{y(k+1) - y(k)}{T} \quad (45)$$

که T زمان نمونه برداری می باشد. بنابراین، مدل زمان گسسته سیستم (۴۳) را می توان به صورت زیر نوشت:

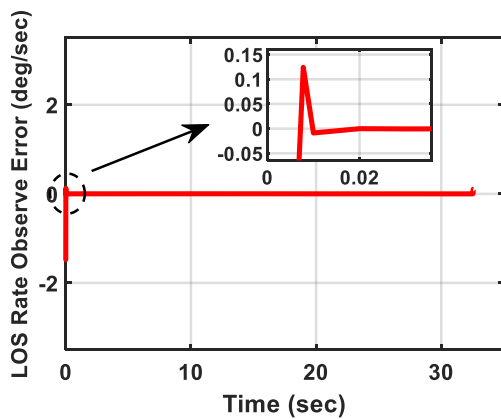
$$\begin{cases} z_1(k+1) \\ z_2(k+1) \\ z_3(k+1) \end{cases} = \begin{cases} z_1(k) + Tz_2(k) \\ z_2(k) + T(z_3(k) + gu) \\ z_3(k) \end{cases} \quad (46)$$

$$y(k) = z_1(k)$$

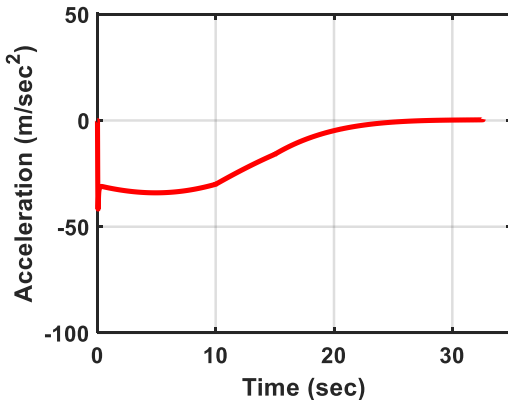
رویکرد پیشنهادی به ازای $n=2$ برای سیستم (۴۶) مطابق زیر نوشته می شود:



شکل ۷: تغییرات نرخ چرخش خط دید



شکل ۸: خطای تخمین نرخ چرخش خط دید



شکل ۹: شتاب جانبی اعمالی به موشک

با توجه به شکل ۸، مشاهده می‌شود که خطای تخمین پس از گذشت ۰.۰۲ ثانیه صفر شده و رویکرد طراحی شده با دقت و سرعت بالایی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است. در صورتی که در اندازه‌گیری زاویه خط دید نویز اندازه‌گیری وجود داشته باشد، این نویز در نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده قابل مشاهده است. در شکل ۱۰، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور در نویز با دو قدرت متفاوت رسم گردیده است (نویز از نوع سفید و با میانگین صفر می‌باشد).

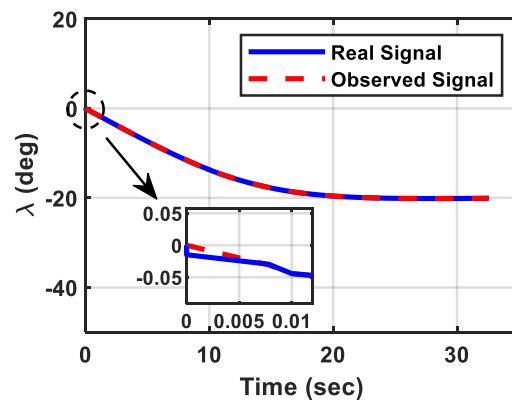
همان‌گونه که در اثبات پایداری رویکرد بررسی شد، با توجه به مقادیر a_j ، مقدار ε باید به نحوی انتخاب شود که مقادیر ویژه ماتریس A داخل دایره واحد قرار بگیرند.

در جدول ۱، شرایط شبیه‌سازی و مقادیر بهره‌های رویکرد مشخص شده است.

جدول ۱: شرایط شبیه‌سازی و بهره‌های تنظیم شده رویکرد

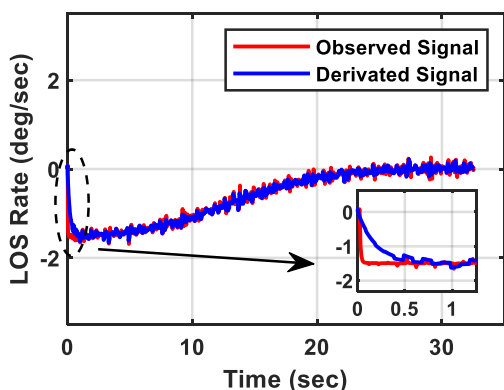
$\{0,0\}$	موقعیت اولیه موشک
$\{10000,0\}$	موقعیت اولیه هدف
۳۰۰ متر بر ثانیه	سرعت اولیه موشک
۴۰۰ متر بر ثانیه	بیشینه سرعت موشک
۴۰ متر بر ثانیه	سرعت هدف
۶۰ درجه	زاویه پرتاب موشک
۳۵ درجه	زاویه حرکت هدف
۰.۱۱ درجه بر مجذور ثانیه	کران بالای نامعینی
۰.۹۶	ε
۲	a_1
۱۰۰	a_2
۲.۵	a_3
۰.۰۱ ثانیه	T

شکل‌های ۶ و ۷ نشان‌دهنده تغییرات زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویکرد طراحی شده می‌باشند. پس از تخمین نرخ چرخش خط دید، از آن جهت محاسبه شتاب جانبی اعمالی به موشک توسط قانون هدایت ناوبری تناسبی حقیقی استفاده شده که در شکل ۹ رسم گردیده است.

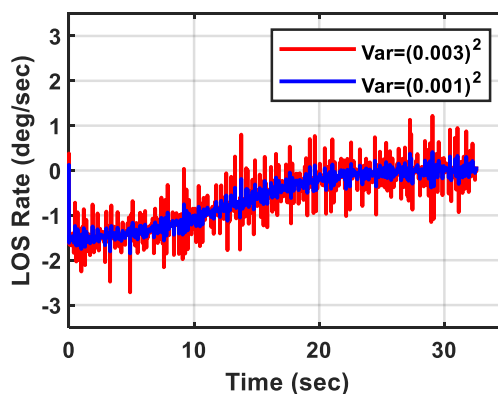


شکل ۱۰: تغییرات زاویه خط دید

و مجددا عبور آن از فیلتر برای کاهش اثر نویز، نرخ چرخش خط دید حاصل می‌شود. کندتر بودن همگرایی سیگنال در این حالت در مقایسه با سیگنال تخمین به دلیل استفاده از فیلتر پایین گذر قبل و بعد از فرآیند مشتق‌گیری می‌باشد.

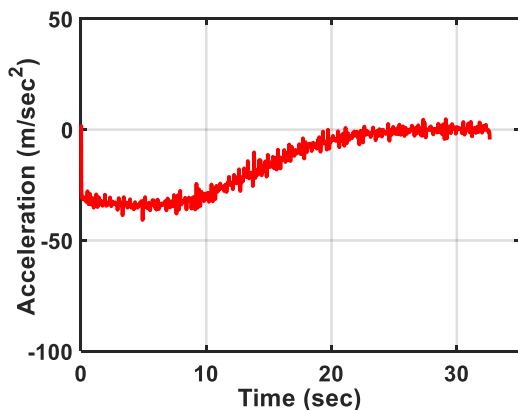


شکل ۱۰: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور نویز اندازه‌گیری جهت کاهش اثر مخرب نویز، سیگنال تخمین نرخ چرخش خط دید را می‌توان از یک فیلتر پایین گذر عبور داد. در شکل ۱۱، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین گذر نشان داده شده و در شکل ۱۲ تاثیر این فیلتر بر روی سیگنال تخمین در حضور نویز با $Var = (0.001)^2$ مشاهده می‌شود.

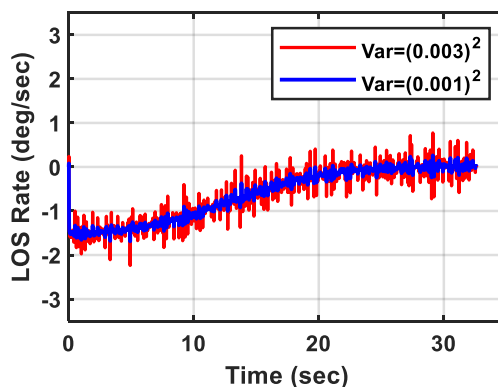


شکل ۱۱: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین گذر

شکل ۱۳: مقایسه روش مشتق‌گیری و تخمین برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید

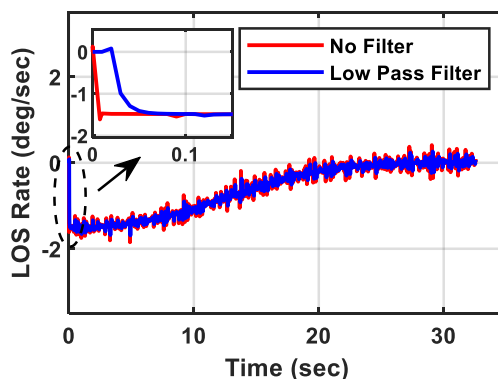


شکل ۱۴: نشان دهنده شتاب اعمالی به موشک بوده که با تخمین نرخ چرخش خط دید محاسبه شده است.



شکل ۱۲: تاثیر فیلتر بر سیگنال تخمین نویز آلود

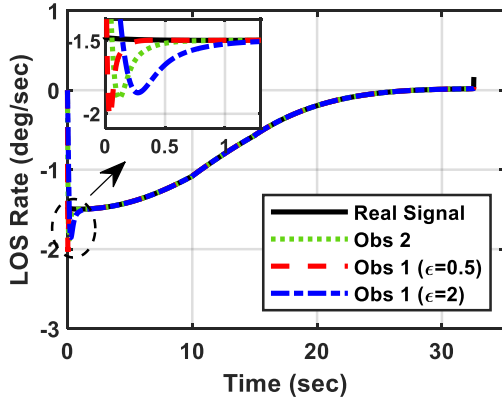
شکل ۱۴: شتاب جانبی محاسبه شده توسط نرخ چرخش خط دید آغشته به نویز $(Var = (0.001)^2)$ استفاده از فیلتر پایین گذر برای مقابله با اثر نویز موجب کاهش پهنای باند رویکرد خواهد شد. پهنای باند رویکرد با در نظر گرفتن فیلتر پایین گذر موجود به صورت تقریبی برابر ۲۵ هرتز به دست می‌آید که در شکل ۱۵ نشان داده شده است $(f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.04} = 25Hz)$. اما در صورت عدم استفاده از فیلتر، این عدد به ۳۳ هرتز خواهد رسید.



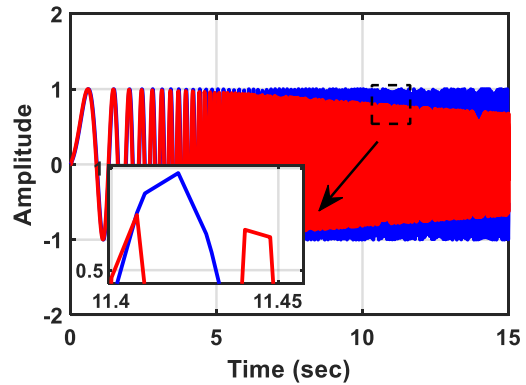
بنابراین، به طور تقریبی می‌توان گفت در صورتی که پهنای باند حلقه هدایت ۲.۵ هرتز و یا کمتر باشد، رویکرد طراحی شده قابل استفاده است.

شکل ۱۳: منحنی قرمز رنگ نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری بوده که در آن زاویه خط دید که سیگنالی نویز آلود می‌باشد از یک فیلتر پایین گذر عبور داده شده و سپس با مشتق‌گیری از آن

در حالت دیگر، در صورتی که مقدار ε بزرگتر از ۱ باشد، ضریب $y(k) - \hat{z}(k)$ عددی کوچکتر از مقدار L_i شده و همگرایی سیگنال تخمین زده شده به سیگنال حقیقی نسبت به رویتگر (۴۹) دیرتر رخ می دهد.



شکل ۱۶: مقایسه عملکرد دو رویتگر با تغییر پارامتر ε



شکل ۱۵: محاسبه تقریبی پهنای باند رویتگر

بررسی تاثیر ε در عملکرد رویتگر

نوع دیگری از رویتگر خطی زمان گسسته به فرم رابطه (۴۹) وجود دارد که تفاوت آن با رویتگر رابطه (۴۷) نداشتن پارامتر ε است. برای مقایسه عملکرد این دو رویتگر در تخمین نرخ چرخش خط دید در شرایطی که مقادیر L_i و a_i برابر انتخاب شده اند، با تغییر مقدار ε و مشاهده تغییر رفتار رویتگر، تاثیر این پارامتر در عملکرد رویتگر مشاهده می گردد.

۲-۶- نتایج شبیه سازی شش درجه آزادی

در این بخش نتایج شبیه سازی رویتگر در نرم افزار شش درجه آزادی ارائه شده است. به دلیل مشابه بودن عملکرد رویتگر در صفحات سمت و فراز، نتایج تخمین فقط در صفحه فراز ارائه شده است. هم چنین نتایج از ابتدای فاز نهایی پرواز موشک ارائه می شود.

جدول ۳ نشان دهنده شرایط شبیه سازی و مقادیر بهره های رویتگر می باشد.

$$\begin{cases} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \\ \hat{y}(k) = \hat{z}_1(k) \end{cases} = \begin{cases} \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + L_1(y(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + gu) + L_2(y(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \hat{z}_3(k) + L_3(y(k) - \hat{z}_1(k)) \end{cases} \quad (49)$$

جدول ۳: شرایط شبیه سازی و بهره های تنظیم شده رویتگر

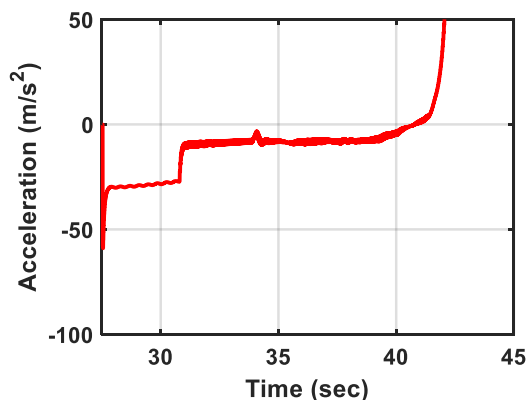
{0,0}	موقعیت اولیه موشک
{10000,0}	موقعیت اولیه هدف
0	سرعت اولیه موشک
۴۵۰ متر بر ثانیه	بیشینه سرعت موشک
0	سرعت هدف
۰.۱۲ درجه بر مجذور ثانیه	کران بالای نامعینی
۱۸	ε
۱.۹	a_1
۴۶	a_2
۴	a_3
۰.۰۱ ثانیه	T

جدول ۲: بهره های تنظیم شده رویتگرها

۰.۵	$L_1 = a_1$
۱۰	$L_2 = a_2$
۵۰	$L_3 = a_3$
۰.۰۱ ثانیه	T

با توجه به شکل ۱۶، مشاهده می شود در صورتی که مقدار ε کوچکتر از ۱ باشد، ضریب $y(k) - \hat{z}(k)$ عددی بزرگتر از مقدار L_i شده و در این صورت خطای تخمین در مقایسه با خطای تخمین رویتگر رابطه (۴۹) زودتر به مقدار صفر می رسد.

در شکل ۱۷ منحنی تغییرات زاویه خط دید و در شکل ۱۸ تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز در صفحه فراز رسم شده اند. در این بخش به منظور به دست آوردن نرخ چرخش خط دید در حالت ایده آل برای



شکل ۱۹: شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت در صفحه فراز

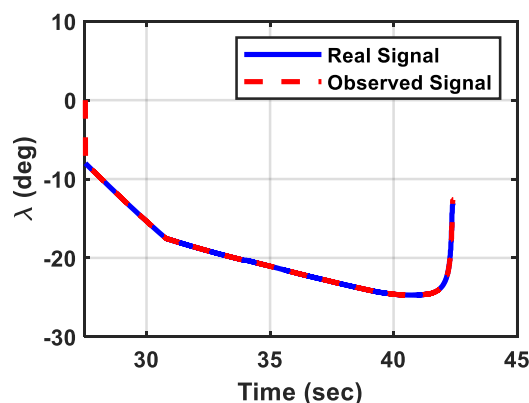
۷- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله، رویکرد زمان گسسته توسعه یافته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسبیده به بدنه طراحی شد. برای پیاده‌سازی قوانین هدایت ناوبری تناسبی، یکی از متغیرهای مورد نیاز، نرخ چرخش خط دید است که برای اندازه‌گیری این متغیر، معمولاً به جستجوگرهای طوقه‌دار نیاز است. در صورت استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه، متغیر نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری و یا تخمین بدست آید که بدلیل نویزآلود بودن سیگنال‌های اندازه‌گیری شده توسط جستجوگرها، مشتق گرفتن از زاویه خط دید مطلوب نبوده و نیازمند فیلترهای پایین‌گذری می‌باشند که منجر به تاخیر در حلقه هدایت می‌شود. بنابراین تخمین متغیر نرخ چرخش خط دید به جای مشتق‌گیری از زاویه خط دید، کارآمدتر است. در این مقاله، از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده گردید و پایداری رویکرد طراحی شده نیز اثبات شد. به دلیل زمان گسسته بودن رویکرد، پیاده‌سازی آن در پردازنده نسبت به رویکردهای زمان پیوسته آسان‌تر می‌باشد. حال آنکه رویکردهای زمان پیوسته پس از گسسته‌سازی نیاز به تنظیم مجدد بهره‌ها دارند. نتایج شبیه‌سازی که در حالت دو بعدی و شش درجه آزادی انجام شدند، نشان می‌دهد که تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویکرد پیشنهادی به خوبی انجام شده است و نسبت به روش مرسوم که شامل مشتق‌گیری و فیلتر کردن برای محاسبه نرخ چرخش خط دید می‌باشد، عملکرد بهتری دارد. محدودیت رویکرد پیشنهاد شده این است که به طور مستقل قادر به حذف نویز اندازه‌گیری نبوده و برای کاهش اثر نویز در سیگنال تخمین زده شده لازم است از فیلتر پایین‌گذر استفاده شود.

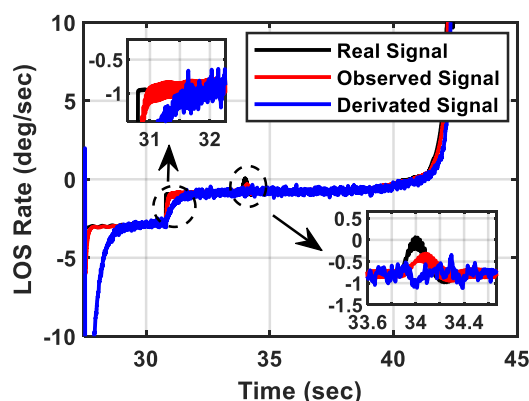
مراجع

- [1] Moosapour, S. H. "Tree-Dimensional Air toSurface Missile Guidance based on nonlinear model", M.S, Thesis, pp: 34-37, 2012.

به دست آوردن سیگنالی مرجع جهت انجام مقایسه سیگنال تخمین زده شده با آن، از زوایای خروجی جستجوگر در حالت ایده‌آل که فاقد نویز می‌باشد مشتق گرفته شده و با جایگذاری در رابطه (۲۰)، این متغیر به دست می‌آید. در منحنی قرمز رنگ که نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری است، با جایگذاری زوایای خروجی جستجوگر در رابطه (۲۱) زاویه خط دید در صفحه فراز به دست می‌آید. سپس با عبور آن از یک فیلتر پایین‌گذر (به دلیل نویزآلود بودن این سیگنال) و سپس مشتق‌گیری از آن می‌توان به نرخ چرخش خط دید دست یافت. نرخ چرخش خط دید تخمین زده نیز با استفاده از زاویه خط دید به عنوان ورودی رویکرد و عبور از فیلتر پایین‌گذر حاصل می‌شود.



شکل ۱۷: تغییرات زاویه خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری



شکل ۱۸: تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری

با توجه به نتایج، مشاهده می‌شود که رویکرد با دقت خوبی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است و نسبت به روش مشتق‌گیری عملکرد بهتر و سرعت بالاتری دارد. همان‌طور که در بخش قبل نیز گفته شد، کند بودن همگرایی سیگنال در روش مشتق‌گیری به دلیل استفاده از دو فیلتر پایین‌گذر برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید از سیگنال نویزآلود می‌باشد.

شکل ۱۹ نشان دهنده شتاب محاسبه شده با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در صفحه فراز می‌باشد.

- [۱۴] بهنام گل. وحید، "بهبود عملکرد سیستم هدایت با ارائه الگوریتم‌های نوینی در کنترل مد لغزشی"، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اسفند ۱۳۹۴.
- [15] Bertil, E. "Tracking Filters and Models for Seeker Applications." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 37, No. 3, pp: 965-977, 2001.
- [16] Huang, Yuan, et al. "Performance assessment of discrete-time extended state observers: Theoretical and experimental results." IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, pp: 2256-2268, 2017.
- [17] H. J. MARQUEZ, "Nonlinear Control Systems", John Wiley & Sons, Inc. 2003.
- [2] Özkan, Bülent, and Altuğ Uçar. "Comparison of the strapdown and gimbaleed seekers utilized in aerial applications." Infrared Technology and Applications XXXVIII. Vol. 8353. International Society for Optics and Photonics, 2012.
- [3] Liu, YongShan, Li Song, and JingLong Li. "Extraction and Filter Algorithm of Guidance Information for Full-strapdown Seeker on Rotation Missile." MATEC Web of Conferences. Vol. 214. EDP Sciences, 2018.
- [4] Hong, Ju-Hyeon, et al. "Study on Parasite Effect with Strapdown Seeker in Consideration of Time Delay." Journal of Guidance, Control, and Dynamics, pp: 1383-1392, 2019.
- [5] Xu, Zheng, et al. "A Novel LOS Rate Estimation Method Based on Images for Strap-down Inertial Guidance." Journal of Physics: Conference Series. Vol. 1570. No. 1. IOP Publishing, 2020.
- [۶] خاکی صدیق. علی، "سیستم‌های کنترل خطی"، انتشارات دانشگاه پیام نور، مهرماه ۱۳۸۱.
- [7] Shao, Xingling, et al. "High-order ESO based output feedback dynamic surface control for quadrotors under position constraints and uncertainties." Aerospace Science and Technology, pp: 288-298, 2019.
- [8] Guo, Jishu, Junmei Guo, and Zhongjun Xiao. "Robust tracking control for two classes of variable stiffness actuators based on linear extended state observer with estimation error compensation." International Journal of Advanced Robotic Systems, 2020.
- [9] Li, Zongxuan, Ronghui Li, and Renxiang Bu. "Path following of under-actuated ships based on model predictive control with state observer." Journal of Marine Science and Technology, pp: 408-418, 2021.
- [10] Shi, Wanfa, Kun Liu, and Wenpeng Zhao. "Active Vibration Isolation of a Maglev Inertially Stabilized Platform Based on an Improved Linear Extended State Observer." IEEE Access, pp: 743-751, 2020.
- [11] Ma, Youjie, et al. "Analysis and control of wind power grid integration based on a permanent magnet synchronous generator using a fuzzy logic system with linear extended state observer." Energies, 2019.
- [12] Arcak, Murat, and Dragan Nešić. "A framework for nonlinear sampled-data observer design via approximate discrete-time models and emulation." Automatica, Vol. 40, No. 11, pp. 1931-1938, 2004.
- [۱۳] ازگلی. سجاد، عاروان. محمدرضا، "مدل‌سازی و شبیه‌سازی سامانه‌های متحرک"، انتشارات یامهدی (عج)، تابستان ۱۳۸۹.