مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۸۵-۷۷

تحلیل پایداری سیستم‌های سوئیچ‌شوندهٔ خطی گسسته‌زمان با در نظر گرفتن تاخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری

نصراله اعظم بالغی[۱]، محمدحسین شفیعی[۲]

[۱]دانشجوی دکتری، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، n.baleghi@sutech.ac.ir
[۲]استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، Shafiei@sutech.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۹/۲۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱۲/۱)

چکیده: در این مقاله شرایط پایداری برای یک سیستم سوئیچ‌شوندهٔ خطی گسسته‌زمان در حضور عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. تاخیر به‌صورت متغیر با زمان اما محدود فرض شده و براساس تابعی‌های لیاپانوف، شروط کافی جهت تعیین حد بالای مجاز برای تاخیر زمانی مورد جستجو قرار می‌گیرد. علاوه براین، روش زمان سکون میانگین که یکی از ابزارهای موثر جهت بررسی پایداری در سیستم‌های سوئیچ‌شونده است، جهت استخراج این شروط مورد استفاده قرار می‌گیرد. شروط بدست‌آمده، شرایطی برای سیگنال کلیدزنی مشخص می‌سازد که هیچ وابستگی به عدم قطعیت موجود در سیستم ندارد. درحقیقت، در این مقاله برای نخستین بار تحلیل پایداری یک سیستم سوئیچ‌شونده خطی گسسته‌زمان دارای تاخیر و با فرض عدم قطعیت پارامتری ارائه می شود. در نهایت جهت تائید نتایج تئوری این مقاله، یک مثال عددی آورده می‌شود.

کلمات کلیدی: سیستم‌های سوئیچ‌شونده خطی گسسته‌زمان، تحلیل پایداری، عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی.

Stability Analysis of Discrete-time Switched Linear Systems in the Presence of Time-delay and Parametric Uncertainties

Nasrollah Azam Baleghi, Mohammad Hossein Shafiei

Abstract: This paper studies the stability conditions of discrete-time switched linear systems in the presence of parametric uncertainties and time-delay. The time-varying delay is assumed to be unknown but bounded. Based on the discrete Lyapunov functional, sufficient conditions are investigated to determine the upper bound of admissible time-delay. Furthermore, the average dwell time method that is an effective tool for stability analysis of switched systems is used to derive the exponential stability conditions. These conditions characterize the switching signal that does not depend on any uncertainties. Finally, numerical example is provided to verify the theoretical results.

Keywords: Discrete-time switched linear systems, Stability Analysis, Parametric Uncertainty and Time-delay.

۱- مقدمه

سیستم‌های سوئیچ‌شونده یکی از زیرمجموعه‌های پرکاربرد در بین سیستم‌های هیبرید[۱] بوده، به‌طوری‌که مدل‌سازی دسته وسیعی از سیستم‌های فیزیکی قابل ارائه در این فرم است. از آن جمله می‌توان سیستم‌های الکترونیک قدرت، فرآیندهای شیمیایی، سیستم‌های کنترل شبکه، صنایع اتومبیل و... را نام برد [۱-۳]. این نوع از سیستم‌ها، از

[1] Hybrid Systems

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

تعدادی زیرسیستم که توسط یک قانون کلیدزنی[1] فعال می‌شوند، تشکیل می‌شود. زیرمجموعه‌های دیگری نیز برای سیستم‌های هیبرید نظیر مدل‌های خطی‌تبار تکه‌ای[2]، سیستم‌های مکمل[3]، مدل‌های دینامیکی منطقی مرکب[4] و... ارائه شده‌است [۴].

وجود تاخیر زمانی در بسیاری از سیستم‌های عملی خصوصاً سیستم‌های سوئیچ‌شونده، امری معمول بوده که موجب ناپایداری و کاهش کارآیی در سیستم‌های کنترلی می‌شود [۵]. سیستم‌های سوئیچ‌شوندهٔ دارای تاخیر زمانی، کاربردهای گوناگونی در مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های عملی نظیر سیستم‌های کنترل شبکه [۶]، کنترل پرواز [۷]، فرآیند تصفیهٔ آب [۸-۹] و ... دارند. اصولاً در مراجع، دو رویکرد در مواجه با تحلیل پایداری برای سیستم‌های دارای تاخیر زمانی مورد بررسی قرار گرفته است [۱۰]. در رویکرد اول که تحلیل پایداری مستقل از تاخیر[5] است، پایداری سیستم به ازای تمامی محدودهٔ تاخیر زمانی ارزیابی می‌شود. در این حالت هیچگونه اطلاعاتی از تاخیر زمانی، در تحلیل مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. رویکرد دوم، تحلیل پایداری وابسته به تاخیر[6] است. در این حالت، حدود بالا و پایین تاخیر زمانی و در بعضی حالات، تغییرات زمانی آن در تحلیل پایداری مورد استفاده قرار می‌گیرد. رویکرد اول به دلیل عدم استفاده از اطلاعات مربوط به تاخیر زمانی، از محافظه‌کاری بیشتری برخوردار است [۱۰]. بنابراین بیشتر محققین بر روی رویکرد دوم متمرکز شده و تحلیل پایداری را در این حالت مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۱-۱۳]. از جمله مهمترین روش‌های رایج مورد استفاده در هر دو رویکرد در بررسی پایداری سیستم‌های دارای تاخیر زمانی، دو روش تابع لیاپانوف-رزومخین[7] و تابعیِ لیاپانوف-کراسووسکی[8] می‌باشند. روش تابعیِ لیاپانوف-کراسووسکی دارای محافظه‌کاری کمتری نسبت به روش لیاپانوف-رزومخین بوده [۱۴-۱۵]، بنابراین در طیف گسترده‌ای از مطالعات، نظیر کنترل پیش‌بین و ردیابی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۶]. نکته اصلی در استفاده از روش تابعیِ لیاپانوف-کراسووسکی، ساخت تابعی‌های مشخص است و مهمترین مزیتی که دارد این است که شرایط کافی برای پایداری سیستم‌های دارای تاخیر زمانی را می‌توان در غالب نامساوی‌های ماتریسی خطی بیان نمود [۱۷].

از سویی دیگر، یکی از مسائل اساسی در تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده، مقاوم بودن آن است. وجود عدم قطعیت، جزء جدایی‌ناپذیر در سیستم‌های دینامیکی است. از این رو بررسی تاثیر آن بر سیستم، جایگاه مهمی در علم کنترل دارد. مدل‌سازی تقریبی سیستم‌ها و تغییر پارامترهای فیزیکی آنها با مرور زمان، باعث به‌وجود آمدن تغییر در ماتریس‌های ساختار موجود در مدل سیستم می‌شود. عدم قطعیت پارامتری[9] که از نوع عدم قطعیت‌های ساختاریافته[10] است، یکی از انواع مهم عدم قطعیت در سیستم‌ها است. در سیستم‌های سوئیچ شونده با توجه به اینکه از تعدادی زیرسیستم تشکیل شده‌است، عدم قطعیت در هر مدل می‌تواند به صورت جداگانه وجود داشته باشد. دو دسته اساسی از عدم قطعیت در سیستم‌های سوئیچ شونده که در مقالات مورد بررسی قرار گرفته‌اند، عبارتند از: عدم قطعیت چند وجهی[11] و عدم قطعیت دارای نرم محدود[12]. عدم قطعیت پارامتری را می‌توان با محافظه‌کاری بیشتر به عدم قطعیت چند وجهی تبدیل نمود. اما این محافظه‌کاری بیشتر، باعث از دست رفتن اطلاعات در مورد عدم قطعیت موجود در پارامترهای سیستم می‌شود. گرچه مقالات زیادی در مورد دو نوع عدم قطعیت چند وجهی و عدم قطعیت نرم‌محدود وجود دارد [۱۸-۲۲]، اما در زمینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده دارای عدم قطعیت پارامتری کارهای بسیار کمی صورت گرفته‌است [۲۳ -۲۴].

در سیستم‌های سوئیچ‌شونده به‌خاطر خاصیت کلیدزنی و ایجاد رفتارهای پیچیده، بررسی پایداری از اهمیت بالایی برخوردار است. از سال ۱۹۹۰ تا به امروز، بررسی پایداری این نوع از سیستم‌ها مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته‌است [۲۵-۲۷]. عموماً تا به امروز سه مساله در تحلیل پایداری و طراحی، برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده مورد توجه بوده‌است [۲۸]: ۱- پیدا نمودن شرایط پایداری تحت کلیدزنی دلخواه، ۲- شناسایی سیگنال‌های کلیدزنی پایدارساز برای زیرمجموعه‌های پایدار، ۳- ساخت یک سیگنال کلیدزنی پایدارساز. روش‌های موثر زیادی در مقالات برای حل این سه مساله ارائه شده است؛ بعنوان مثال، روش تابع لیاپانوف چندگانه [۲۹-۳۰]، روش تابع لیاپانوف تکه‌ای [۳۱-۳۲]، روش تابع لیاپانوف سوئیچ‌شونده [۳۳-۳۴] و روش زمان سکون میانگین[13] [۳۵-۳۹]، از انواع مهم روش‌های بررسی پایداری می‌باشند. در مقایسه با نتایجی که در حل مسائل اول و سوم بدست‌آمده است، پژوهش‌های کمتری در مورد حل مساله دوم برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده دارای تاخیر زمانی وجود دارد. مساله دوم به پیدانمودن سیگنال‌های کلیدزنی پایدارساز در سیستم‌های سوئیچ‌شونده‌ای می‌پردازد که تمامی زیرسیستم‌ها پایدارند. اصولاً اگر کلیدزنی به‌قدرکافی آهسته انجام گیرد، پایداری سیستم تضمین می‌شود [۲۸]. همچنین می‌دانیم که زمان سکون و زمان سکون میانگین، دو ابزار مفید برای بررسی آهسته بودن کلیدزنی‌ها می‌باشند. با استفاده از روش بررسی زمان سکون میانگین، مسالهٔ پایداری برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده پیوسته‌زمان و گسسته‌زمان دارای تاخیر زمانی در [۴۰-۴۱] مورد بررسی قرار گرفته‌است. اما در زمینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده‌ای که به‌صورت همزمان

[1] Switching rule
[2] Piecewise affine models
[3] Complementarity Systems
[4] Mixed logical dynamic models
[5] Delay-independent stability analysis
[6] Delay-dependent stability analysis
[7] Lyapunov–Razumikhin function
[8] Lyapunov–Krasovskii functional

[9] Parametric uncertainty
[10] Structured uncertainty
[11] Polytopic uncertainty
[12] Norm-bounded uncertainty
[13] Average dwell time method

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

دارای عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی می‌باشند، تحقیقی صورت نگرفته است.

در این مقاله تحلیل پایداری برای یک سیستم سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان در حضور تاخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری مورد بررسی قرار می‌گیرد. با استفاده از تابعی‌های لیاپانوف و روش بررسی زمان سکون میانگین، به بررسی حل مسالهٔ دوم پرداخته می‌شود. نوآوری‌های این مقاله را می‌توان در دو حوزه بیان نمود. در اولین گام، شرایط پایداری در حضور عدم قطعیت براساس نامساوی‌های ماتریسی خطی تعیین می‌شود. به‌طوری‌که حد بالای مجاز برای تاخیر زمانی، با استفاده از ساخت تابعی‌های لیاپانوف و استفاده از ابزار تبدیل متغیر حالت تعیین می‌گردد. در گام بعد، براساس روش زمان سکون میانگین، یک کلاس از سیگنال‌های کلیدزنی که پایداری سیستم را تضمین می‌کنند، شناسایی می‌شود. در مجموع این شروط بیان می‌کنند که اگر تمامی زیرسیستم‌ها پایدار نمائی باشند و زمان سکون میانگین برای سیگنال کلیدزنی نیز از حد مشخصی بزرگتر باشد، آنگاه پایداری نمائی سیستم سوئیچ‌شونده حفظ خواهد شد. همچنین نشان داده می‌شود، چنانچه نامساوی‌های ماتریسی برای یک حالت خاص دارای جواب باشند، آنگاه پایداری تحت کلیدزنی دلخواه نیز تضمین خواهد شد.

در ادامه مقاله، در بخش بعد تعریف مساله و تعدادی لم که در نتایج بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرند، ارائه می‌شود. بخش سوم که شامل نتایج اصلی این مقاله است، به بررسی شروط کافی برای پایداری پرداخته وشامل یک قضیه در همین راستا است. جهت بررسی و تائید نتایج، در بخش چهارم یک مثال عددی آورده می‌شود. در نهایت، نتیجه‌گیری این مقاله در بخش آخر ارائه می‌شود.

۲- بیان مساله

سیستم سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان و دارای تاخیر زمانی زیر را در نظر بگیرید:

$$S_{\sigma(k)}:\begin{cases}x(k+1)=A_{\sigma(k)}x(k)+B_{\sigma(k)}x(k-d(k))\\ x(l)=\phi(l),\quad l=k_0-\bar{d},k_0-\bar{d}+1,\dots,k_0\end{cases} \qquad (۱)$$

که در آن $x(k)\in R^n$ حالت سیستم، $\phi(l)$ یک تابع اولیهٔ برداری، k_0 زمان اولیه و $d(k)$ که $0\le d(k)\le \bar{d}$ تاخیر زمانی موجود در سیستم می‌باشند. ماتریس‌های A_i و B_i با $i=1,\dots,m$ ماتریس‌های دارای عدم قطعیت سیستم بوده که در ادامه معرفی می‌شوند. همچنین $\sigma(k):Z\to M=\{1,\dots,m\}$ یک سیگنال کلیدزنی بوده که m یک عدد صحیح محدود و Z مجموعه اعداد صحیح مثبت می‌باشند.

زیرسیستم‌های مربوط به سیستم (۱) را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$S_i:\begin{cases}x(k+1)=A_ix(k)+B_ix(k-d(k)) & i\in M,\\ x_{k_0}(l)=x(k_0+l),\quad l=-\bar{d},-\bar{d}+1,\dots,0\end{cases} \qquad (۲)$$

که در آن ماتریس‌های A_i و B_i ماتریس‌های دارای عدم قطعیت پارامتری بوده و به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$A_i=A_i^0+\sum_{j=1}^{r}\delta p_j\,E_j^i\,, \qquad (۳)$$

$$B_i=B_i^0+\sum_{j=1}^{r}\delta p_j F_j^i\,. \qquad (۴)$$

در ماتریس‌های بالا، A_i^0 و B_i^0، ماتریس‌هایی ثابت و معین، r تعداد عدم قطعیت‌های پارامتری و $\delta p_j\in[-e_j,\ e_j]$ که $j=1,\dots,r$، انحراف موجود مربوط به پارامتر عدم قطعیت jام در ماتریس‌های A_i^0 و B_i^0 است. ماتریس‌های E_j^i و F_j^i ماتریس‌های ساختار عدم قطعیت با پارامترهای مشخص بوده و نشان می‌دهند که ماتریس‌های A_i^0 و B_i^0 تا چه حد به پارامتر عدم قطعیت δp_j وابسته می‌باشند. هنگامی که عدم قطعیت وجود نداشته باشد، ماتریس‌های E_j^i و F_j^i صفر می‌باشند.

تعاریف و لم‌های زیر در نتایج آتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. زمان سکون میانگین در سیستم‌های سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف ۱ [۳۸-۳۹]: فرض کنید برای هر $k\ge k_0$ و هر سیگنال کلیدزنی $\sigma(\tau)$ که $k_0<\tau<k$، تعداد کلیدزنی‌ها با N_σ نشان داده شود. اگر برای یک $N_0\ge 0$ و $T_a>0$ نامساوی $N_\sigma\le N_0+\frac{k-k_0}{T_a}$ برقرار باشد، آنگاه T_a به عنوان زمان سکون میانگین سیگنال کلیدزنی تعریف می‌شود. همچنین در این رابطه، N_0 باند چترینگ سیگنال است.

در ادامه بدون از دست‌دادن کلیت تعریف و جهت سادگی فرض می‌کنیم که $N_0=0$.

تعریف ۲ [۴۱]: سیستم (۱) را پایدار نمائی گویند، اگر برای هر شرط اولیهٔ $(k_0,\phi)\in R^+\times C^n$، جواب‌های سیستم در رابطه زیر صدق کنند:

$$\|x(k)\|\ \le\ c\lambda^{-(k-k_0)}\,\|\phi\|_L,\quad \forall\, k\ge k_0 \qquad (۵)$$

که در آن $\|\phi\|_L=sup_{k_0-\bar{d}\le l\le k_0}\|\phi(l)\|$ و $c>0$ ضریب محو و $\lambda>1$ نرخ محو می‌باشند.

لم ۱(لم شور) [۴۲]: نامساوی زیر

$$\begin{bmatrix}Q(x) & S(x)\\ S^T(x) & R(x)\end{bmatrix}<0, \qquad (۶)$$

که در آن $Q(x)$ و $R(x)$ ماتریس‌های متقارن و $R(x)$ غیرتکین است، معادل روابط زیر

$$R(x)<0,\quad Q(x)-S(x)R^{-1}(x)S^T(x)<0 \qquad (۷)$$

است.

لم ۲ [۴۳]: برای هر ماتریس معین مثبت P، حالت‌های زیر معادلند:
- برای هر بردار $x\in R^n$ داریم: $x^TPx>0$.
- تمام مقادیر ویژه ماتریس P، مثبت هستند.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

- برای ماتریس غیرتکین B داریم: $P = B^T B$

لم ۳ : برای ماتریس‌های $X_i \in \mathbb{R}^{n\times m}$ که $i = 1, \dots r$ و هر ماتریس معین مثبت P، نامساوی‌های زیر برقرار می‌باشند:

$$X_1^T P X_2 + X_2^T P X_1 \ \le\ X_1^T P X_1 + X_2^T P X_2 \qquad (۸)$$

و همچنین

$$(X_1 + \cdots + X_r)^T P (X_1 + \cdots + X_r) \le r(X_1^T P X_1 + \cdots + X_r^T P X_r) \qquad (۹)$$

اثبات: ماتریس H را به‌صورت

$$H := X_1^T P X_1 + X_2^T P X_2 - X_1^T P X_2 - X_2^T P X_1$$

در نظر بگیرید. برطبق لم قبل، می‌توان ماتریس معین مثبت P را به‌صورت $P = B^T B$ در نظر گرفت. اکنون برای هر بردار v، بردارهای $v_i := BX_i v,\ i = 1,2$ را در نظر بگیرید. در این صورت داریم:

$$v^T H v = v_1^T v_1 + v_2^T v_2 - v_1^T v_2 - v_2^T v_1 = (v_1 - v_2)^T (v_1 - v_2) \ge 0 \qquad (۱۰)$$

بنابراین ماتریس H یک ماتریس نیمه معین مثبت خواهد بود. با بسط این ماتریس، نامساوی (۸) اثبات می‌شود. نامساوی (۹) نیز با استفاده از جایگذاری نامساوی (۸) قابل اثبات است. بنابراین اثبات کامل می‌شود.■

۳- تحلیل پایداری

در این بخش، شروط کافی جهت پایداری سیستم سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان و دارای تاخیر زمانی (۱) با در نظر گرفتن ماتریس‌های دارای عدم قطعیت پارامتری (۴)-(۳) بدست می‌آید. در ابتدا تخمینی از کاهش تابعیِ لیاپانوف در نظر گرفته‌شده به‌همراه تبدیل متغیر حالت، بدست می‌آید. در ادامه با استفاده از تعریف زمان سکون میانگین، شروط اصلی برای پایداری سیستم مشخص می‌گردد. نشان داده می‌شود که اگر تمامی زیرسیستم‌ها پایدار باشند و زمان سکون میانگین برای سیگنال کلیدزنی نیز از حد مشخصی بزرگتر باشد، آنگاه سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری (۴)-(۳) پایدار خواهد بود. در ادامه این نتایج، در قالب قضیه زیر بیان می‌گردد.

قضیه ۱- برای یک کمیت مشخص $\lambda > 1$، تغییرات $\delta p_j \in [-e_j,\ e_j]$ که $j = 1, \dots, r$ و هر تاخیر زمانی متغیر با زمان $d(k)$ که $0 \le d(k) \le \bar{d}$، اگر ماتریس‌های معین مثبت $P_i > 0, Q_i > 0$ برای $i \in M$ وجود داشته باشند به نحوی که نامساوی‌های

$$\begin{bmatrix} \Pi_{1i} & 0 & \bar{r}\bar{A}_i^T P_i \\ * & \Pi_{2i} & \bar{r}\bar{B}_i^T P_i \\ * & * & -P_i \end{bmatrix} < 0 \qquad (۱۱)$$

که در آن

$$\Pi_{1i} = \bar{r}^2\left(1 - \lambda^{-\bar{d}}\right)\left(\bar{A}_i^T P_i \bar{A}_i\right) + \sum_{j=1}^{r} \left(\bar{E}_j^i\right)^T P_i \bar{E}_j^i - P_i + Q_i,$$

$$\Pi_{2i} = \sum_{j=1}^{r} \left(F_j^i\right)^T P_i F_j^i - Q_i$$

با $\bar{A}_i = \lambda A_i$ ،$\bar{B}_i = \lambda^{\bar{d}+1} B_i$ ،$\bar{r} = \sqrt{(2r+1)}$ ،$\bar{E}_j^i = \bar{r}\lambda e_j E_j^i$ و $\bar{F}_j^i = \bar{r}\lambda^{\bar{d}+1} e_j F_j^i$ برقرار باشند، آنگاه برای تابعیِ لیاپانوف

$$V_i(k) = x^T(k) P_i x(k) + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} \lambda^{2(s-k)} x^T(s) Q_i x(s), \qquad (۱۲)$$

در راستای سیستم (۲) داریم:

$$V_i(k) \le \lambda^{-2(k-k_0)} V_i(k_0), \qquad k \ge k_0 \qquad (۱۳)$$

همچنین اگر ثابت $\mu \ge 1$ وجود داشته باشد به نحوی که نامساوی‌های

$$P_\alpha \le \mu P_\beta, \quad Q_\alpha \le \mu Q_\beta, \qquad \forall\, \alpha, \beta \in M \qquad (۱۴)$$

برقرار باشند، آنگاه سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) با نرخ محو λ^ρ که $\rho = -\frac{\ln \mu}{2T_a \ln \lambda} + 1$، پایدار نمائی بوده و زمان سکون میانگین سیستم نیز $T_a > T_a^* = \frac{\ln \mu}{2 \ln \lambda}$ است.

اثبات- با استفاده از تبدیل حالت $x(k) = \lambda^{-(k-k_0)}\xi(k)$ و تعریف $\tilde{B}_i = \lambda^{d(k)+1} B_i$، سیستم (۲) را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \bar{A}_i \xi(k) + \tilde{B}_i \xi(k - d(k)), & i \in M, \\ \xi_{k_0}(l) = \xi(k_0 + l) = \lambda^l x_{k_0}(l), \end{cases} \qquad (۱۵)$$

که در آن $\bar{A}_i = \lambda A_i$ حال تابعیِ لیاپانوف زیر را برای سیستم بالا انتخاب می‌کنیم:

$$W_i(k) = \xi^T(k) P_i \xi(k) + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} \xi^T(s) Q_i \xi(s) \qquad (۱۶)$$

که در آن $P_i > 0, Q_i > 0$ می‌باشند. از آنجایی که $0 \le d(k) \le \bar{d}$ داریم:

$$\sum_{s=k+1-d(k+1)}^{k-1} \xi^T(s) Q_i \xi(s) \le \sum_{s=k+1-d(k)}^{k-1} \xi^T(s) Q_i \xi(s) \qquad (۱۷)$$

بنابراین برای $\Delta W_i(k)$ می‌توان نوشت:

$$\Delta W_i(k) = W_i(k+1) - W_i(k) = \xi^T(k+1) P_i \xi(k+1) - \xi^T(k) P_i \xi(k) + \xi^T(k) Q_i \xi(k) - \xi^T(k - d(k)) Q_i \xi(k - d(k)) \qquad (۱۸)$$

با جایگذاری ماتریس‌های دارای عدم قطعیت (۴)-(۳) و همچنین (۱۵) در عبارت بالا، داریم:

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

$$\Delta W_i(k) = \left(\left(\bar{A}_i^0 + \lambda\sum_{j=1}^{r}\delta p_j\, E_j^i\right)\xi(k) + \left(\tilde{B}_i^0 + \lambda^{d(k)+1}\sum_{j=1}^{r}\delta p_j F_j^i\right)\xi(k - d(k))\right)^T P_i\left(\left(\bar{A}_i^0 + \lambda\sum_{j=1}^{r}\delta p_j E_j^i\right)\xi(k) + \left(\tilde{B}_i^0 + \lambda^{d(k)+1}\sum_{j=1}^{r}\delta p_j F_j^i\right)\xi(k - d(k))\right) - \xi^T(k)P_i\xi(k) + \xi^T(k)Q_i\xi(k) - \xi^T(k-d(k))Q_i\xi(k-d(k)) \quad (۱۹)$$

که در آن $\bar{A}_i^0 = \lambda A_i^0$ و $\tilde{B}_i^0 = \lambda^{d(k)+1}B_i^0$.

با استفاده از لم ۳ و در نظرگرفتن $\delta p_j \in [-e_j, e_j]$ برای $j = 1, \dots, r$ داریم:

$$\Delta W_i(k) \le \eta^T(k)\begin{bmatrix}\bar{r}(\bar{A}_i^0)^T\\ \bar{r}(\tilde{B}_i^0)^T\end{bmatrix}P_i[\bar{r}\bar{A}_i^0 \quad \tilde{B}_i^0]\eta(k) + \eta^T(k)\begin{bmatrix}\sum_{j=1}^{r}(\bar{E}_j^i)^T P_i\bar{E}_j^i - P_i + Q_i & 0\\ 0 & \sum_{j=1}^{r}(F_j^i)^T P_i F_j^i - Q_i\end{bmatrix}\eta(k) \quad (۲۰)$$

که در آن $\eta(k) = [\xi^T(k), \xi^T(k-d(k))]^T$، $\bar{r} = \sqrt{(2r+1)}$ و $\bar{E}_j^i = \bar{r}\lambda e_j E_j^i$، $\bar{F}_j^i = \bar{r}\lambda^{\bar{d}+1}e_j F_j^i$ می‌باشند.

همچنین از روابط $\tilde{B}_i = \lambda^{d(k)-\bar{d}}\bar{B}_i$، $\lambda > 1$ و $0 \le d(k) \le \bar{d}$ داریم:

$$\begin{aligned}\eta^T(k)\begin{bmatrix}\bar{A}_i^T\\ \tilde{B}_i^T\end{bmatrix}P_i[\bar{A}_i \quad \tilde{B}_i]\eta(k) &= \xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k) + 2\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k)) + \xi^T(k-d(k))\bar{B}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k))\\ &= \lambda^{d(k)-\bar{d}}[\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k) + 2\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k)) + \xi^T(k-d(k))\bar{B}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k))]\\ &\quad + (1-\lambda^{d-\bar{d}})\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k) + (\lambda^{2(d(k)-\bar{d})} - \lambda^{d(k)-\bar{d}})\xi^T(k-d(k))\bar{B}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k))\\ &\le \eta^T(k)\begin{bmatrix}\bar{A}_i^T\\ \bar{B}_i^T\end{bmatrix}P_i[\bar{A}_i \quad \bar{B}_i]\eta(k) + (1-\lambda^{-\bar{d}})\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k)\end{aligned} \quad (۲۱)$$

با جایگذاری رابطهٔ بالا در (۲۰) داریم:

$$\Delta W_i(k) \le \eta^T(k)\,\Omega_i\,\eta(k) \quad (۲۲)$$

که در آن

$$\Omega_i = \begin{bmatrix}\bar{r}\bar{A}_i^T\\ \bar{r}\bar{B}_i^T\end{bmatrix}P_i[\bar{r}\bar{A}_i \quad \bar{r}\bar{B}_i] + \begin{bmatrix}\Pi_{1i} & 0\\ 0 & \Pi_{2i}\end{bmatrix}$$

با استفاده از لم ۱، نامساوی‌های (۱۱) با عبارت $\Omega_i < 0$ معادل می‌شود. بنابراین در صورت برقراری این نامساوی‌ها، عبارت $\Delta W_i(k) \le 0$ را می‌توان نتیجه گرفت که دلالت بر این دارد که به ازای هر $k \ge k_0$ داریم: $W_i(k) \le W_i(k_0)$.

همچنین از تابعیِ لیاپانوف (۱۲) داریم:

$$\begin{aligned}V_i(k) &= \lambda^{-2(k-k_0)}\xi^T(k)P_i\xi(k) + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1}\lambda^{2(s-k)}\lambda^{-2(s-k_0)}\xi^T(s)Q_i\xi(s)\\ &= \lambda^{-2(k-k_0)}\xi^T(k)P_i\xi(k) + \lambda^{-2(k-k_0)}\sum_{s=k-d(k)}^{k-1}\xi^T(s)Q_i\xi(s)\\ &= \lambda^{-2(k-k_0)}W_i(k)\end{aligned} \quad (۲۳)$$

با استفاده از این واقعیت که $W_i(k_0) = V_i(k_0)$، داریم:

$$\lambda^{2(k-k_0)}V_i(\mathrm{k}) = W_i(k) \le W_i(k_0) = V_i(k_0)$$

لذا می‌توان نتیجه گرفت که

$$V_i(k) \le \lambda^{-2(k-k_0)}V_i(k_0) \quad (۲۴)$$

حال، تابعیِ لیاپانوف زیر را برای سیستم (۱) انتخاب می‌کنیم:

$$V_{\sigma(k)}(k) = x^T(k)P_{\sigma(k)}x(k) + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1}\lambda^{2(s-k)}x^T(s)Q_{\sigma(k)}x(s) \quad (۲۵)$$

که در آن $P_i > 0, Q_i > 0$ جواب‌های نامساوی‌های (۱۱) و (۱۴) می‌باشند.

برای عدد صحیح $k \ge 1$ و سیگنال کلیدزنی $\sigma(\tau)$، اعداد $k_1 < \cdots < k_t$ مشخص‌کنندهٔ لحظات کلیدزنی $\sigma(\tau)$ برای $k_0 < \tau < k$ می‌باشند. همچنین مجموعه

$$\{x(k_0); (i_0, k_0), (i_1, k_1), \dots, (i_t, k_t), (i_{t+1}, k)\}$$

مشخص‌کنندهٔ دنباله کلیدزنی است، بدین معنی که زیرسیستم i_jام هنگامی که $k_j < \tau < k_{j+1}$، فعال است. حال اگر نامساوی‌های (۱۱) برقرار باشند، با استفاده از تخمین کاهشی (۲۴) داریم:

$$V_i(k) \le \lambda^{-2(k-k_t)}V_i(k_t) \quad (۲۶)$$

همچنین با استفاده از روابط (۱۴) برای تابعیِ لیاپانوف (۲۵) داریم:

$$\begin{aligned}V_{\sigma(k_t)}(k_t) &= x^T(k_t)P_{\sigma(k_t)}x(k_t) + \sum_{s=k_t-d(k)}^{k_t-1}\lambda^{2(s-k_t)}x^T(s)Q_{\sigma(k_t)}x(s)\\ &\le x^T(k_t)\mu P_{\sigma(k_t-1)}x(k_t) + \sum_{s=k_t-d(k)}^{k_t-1}\lambda^{2(s-k_t)}x^T(s)\mu Q_{\sigma(k_t-1)}x(s)\\ &= \mu V_{\sigma(k_t-1)}(k_t)\end{aligned} \quad (۲۷)$$

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

بنابراین با استفاده از رابطهٔ بالا و رابطه $\sigma(k_t-1)=\sigma(k_{t-1})$، داریم:

$$\begin{aligned} V_{\sigma(k)}(k) &\le \lambda^{-2(k-k_t)}V_{\sigma(k_t)}(k_t) \\ &\le \lambda^{-2(k-k_t)}\mu V_{\sigma(k_t-1)}(k_t) \\ &\le \lambda^{-2(k-k_t)}\lambda^{-2(k_t-k_{t-1})}\mu V_{\sigma(k_{t-1})}(k_{t-1}) \end{aligned} \quad (۲۸)$$

با تکرار k_t از k_{t-1} تا k_0 داریم:

$$V_{\sigma(k)}(k) \le \lambda^{-2(k-k_0)}\mu^{N_\sigma}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \quad (۲۹)$$

همچنین با استفاده از تعریف زمان سکون میانگین داریم:

$$\begin{aligned} V_{\sigma(k)}(k) &\le \lambda^{-2(k-k_0)}\lambda^{N_\sigma\frac{ln\mu}{ln\lambda}}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &= \lambda^{-2(k-k_0)}\lambda^{-2(k-k_0)\frac{N_\sigma}{-2(k-k_0)ln\lambda}\frac{ln\mu}{ln\lambda}}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &\le \lambda^{-2(k-k_0)(-\frac{ln\mu}{2T_a ln\lambda}+1)}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &= (\lambda^\rho)^{-2(k-k_0)}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \end{aligned} \quad (۳۰)$$

که در آن $\rho=-\frac{\ln\mu}{2T_a\ln\lambda}+1$ است. بنابراین از نامساوی بالا داریم:

$$\begin{aligned} \beta_1\|x(k)\|^2 &\le V_{\sigma(k)}(k) \\ V_{\sigma(k)}(k) &\le (\lambda^\rho)^{-2(k-k_0)}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &\le (\lambda^\rho)^{-2(k-k_0)}\beta_2\|\phi\|_L^2 \end{aligned} \quad (۳۱)$$

که در آن $\beta_2=\max_{i\in M}\{\lambda_{max}(P_i)\}+\bar{d}\max_{i\in M}\{\lambda_{max}(Q_i)\}$ و $\beta_1=\min_{i\in M}\{\lambda_{min}(P_i)\}$ می‌باشند.

در نتیجه، رابطهٔ $\|x(k)\|\le\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}(\lambda^\rho)^{-(k-k_0)}\|\phi\|_L$ را می‌توان نتیجه گرفت. از سویی دیگر، شرط $T_a>T_a^*=\frac{\ln\mu}{2\ln\lambda}$ و $\lambda>1$ تضمین می‌کند که $\lambda^\rho>1$ باشد. بنابراین با استفاده از تعریف ۲ نتیجه می‌گیریم که سیستم (۱) پایدار نمائی بوده و لذا اثبات کامل می‌شود. ■

توضیح ۱- نامساوی‌های (۱۱) وابسته به حد بالای تاخیر زمانی $\bar{d}$ و نرخ محو λ می‌باشند. چنین شرطی با استفاده همزمان از تابعیِ لیاپانوف و روش تبدیل متغیر حالت بدست آمده است. برای کمیت μ در نامساوی‌های (۱۴) نیز، حد بالای تاخیر زمانی توسط تعدادی نامساوی ماتریسی محدود شده‌است که بایستی بطور همزمان حل شوند. بنابراین برای حل مساله، نمی‌توان حد بالای تاخیر زمانی را ماکزیمم در نظر گرفت. در این حالت می‌توان از یک الگوریتم جستجوی یک‌بعدی برای بدست آوردن حد بالای تاخیر زمانی استفاده نمود، به‌طوری‌که پایداری نمائی سیستم (۱) نیز برقرار باشد. بنابراین در ابتدا پارامتر μ را بزرگ انتخاب می‌کنیم. همچنین مقدار اولیهٔ $\bar{d}$ را برابر یک در نظر می‌گیریم. سپس این پارامتر را یک واحد، یک واحد افزایش می‌دهیم تا جایی‌که نامساوی‌های (۱۱) و (۱۴) دارای جواب باشند. بایستی توجه داشت که حد بالای تاخیر زمانی ارتباط نزدیکی با نرخ محو دارد. به‌طوری‌که مقدار کوچکتر نرخ محو باعث دستیابی به حد بالای بزرگتری از تاخیر زمانی می‌شود.

نتیجه ۱- نامساوی‌های (۱۴) وابسته به پارامتر μ می‌باشند. بر طبق رابطهٔ $T_a>T_a^*=\frac{\ln\mu}{2\ln\lambda}$، اگر نامساوی‌ها به ازای $\mu=1$ دارای جواب باشند، آنگاه سیگنال کلیدزنی می‌تواند به‌صورت اختیاری انتخاب شود. در این حالت سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) در حضور عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی، به ازای تمامی سیگنال‌های کلیدزنی پایدار خواهد بود.

۴- مثال عددی

سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) را با ماتریس‌های زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} A_1&=\begin{bmatrix}0.1 & 0.3\delta p_1\\ -0.2 & 0.1+\delta p_2\end{bmatrix} \\ B_1&=\begin{bmatrix}0.1+\delta p_2 & 0\\ 0.1 & -0.2\end{bmatrix} \\ A_2&=\begin{bmatrix}0.2 & -0.4\\ \delta p_2 & -0.1+\delta p_1\end{bmatrix} \\ B_2&=\begin{bmatrix}0 & 0.1\\ 0 & 0.1+\delta p_2\end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۳۲)$$

تغییر پارامترها در ماتریس‌های بالا، به‌صورت $\delta p_1\in[-0.1,0.1]$ و $\delta p_2\in[-0.2,0.2]$ در نظرگرفته می‌شود. این سیستم یک سیستم سوئیچ‌شونده با دو زیرسیستم $S_i,\ i=1,2$ است. لذا، ماتریس‌های نامی سیستم در روابط (۴)-(۳) به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} A_1^0&=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ -0.2 & 0.1\end{bmatrix} \\ B_1^0&=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0.1 & -0.2\end{bmatrix} \\ A_2^0&=\begin{bmatrix}0.2 & -0.4\\ 0 & -0.1\end{bmatrix} \\ B_2^0&=\begin{bmatrix}0 & 0.1\\ 0 & 0.1\end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۳۳)$$

همچنین برای ماتریس‌های ساختار عدم قطعیت نیز داریم:

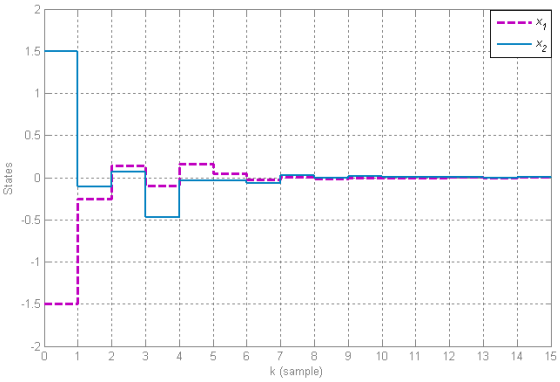
$$\begin{aligned} &E_1^1=\begin{bmatrix}0 & 0.3\\ 0 & 0\end{bmatrix}, E_2^1=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \\ &E_1^2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad E_2^2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix} \\ &F_1^1=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad F_2^1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} \\ &F_1^2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad F_2^2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۳۴)$$

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

حال با استفاده از قضیه ۱ به بررسی پایداری سیستم می‌پردازیم. نامساوی‌های (۱۱) و (۱۴) برای $\lambda = 1.01$ به ازای $\bar{d} = 4$ و $\mu = 1$ دارای جواب‌هایی به‌صورت زیر می‌باشند:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1.1299 & -0.2924 \\ -0.2924 & 0.9699 \end{bmatrix}$$
$$P_2 = \begin{bmatrix} 1.6204 & -0.8200 \\ -0.8200 & 3.0803 \end{bmatrix}$$
$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.2898 & -0.0742 \\ -0.0742 & 0.5146 \end{bmatrix} \quad (۳۵)$$
$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.4890 & -0.0470 \\ -0.0470 & 1.2051 \end{bmatrix}$$

بنابراین سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) با ماتریس‌های (۳۲) و تغییر پارامترهای مشخص‌شده، به ازای $0 \le d(k) \le 4$ و سیگنال کلیدزنی دلخواه، پایدار نمائی است. جهت شبیه‌سازی، عدم قطعیت‌های مثال را به صورت $\delta p_1 = 0.1\sin(k)$ و $\delta p_2 = 0.2\sin(k)$ در نظر می‌گیریم. در صورتی که کلیدزنی به صورت $S_1, S_2, S_1, S_2, \ldots$ انتخاب گردد، برای تاخیر زمانی $d = 2$ حالات سیستم در شکل ۱ نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، سیستم (۱) با ماتریس‌های (۳۲) و عدم قطعیت در نظر گرفته‌شده، پایدار مقاوم است.



شکل ۱: حالات سیستم در مثال عددی

۵- نتیجه‌گیری

عدم قطعیت پارامتری به‌دلیل پیچیدگی‌های تحلیل، کمتر در مقالات مورد بررسی قرار گرفته و عموماً با تبدیل به انواع دیگر عدم قطعیت، تحلیل پایداری سیستم انجام می‌شود. در این مقاله پایداری یک سیستم سوئیچ‌شوندهٔ خطی گسسته‌زمان در حضور عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی مورد بررسی قرار گرفت. تاخیر زمانی و عدم قطعیت، به‌صورت متغیر با زمان در نظر گرفته شد. در ابتدا، شرایط پایداری در حضور عدم قطعیت براساس نامساوی‌های ماتریسی خطی تعیین شد. به‌طوری‌که حد بالای مجاز برای تاخیر زمانی، با استفاده از ساخت تابعی‌های لیاپانوف و استفاده از ابزار تبدیل متغیر حالت تعیین گردید. در گام بعد، براساس روش زمان سکون میانگین، یک کلاس از سیگنال‌های کلیدزنی جهت تضمین پایداری سیستم، شناسایی شد. مزیت تحلیل ارائه شده در این مقاله در اینست که چنانچه نامساوی‌های ماتریسی برای یک حالت خاص دارای جواب باشند، آنگاه پایداری تحت کلیدزنی دلخواه نیز تضمین خواهد شد. علاوه‌بر این، تحلیل پایداری ارائه شده، می‌تواند در سیستم‌های بدون تاخیر زمانی که بخاطر مشکلات عملی، دارای تاخیر در اعمال سیگنال کنترلی هستند نیز مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

[1] M. Donkers, W. Heemels, N. Wouw and L. Hetel, “Stability analysis of networked control systems using a switched linear systems approach,” IEEE Trans. Auto. Control, vol. 56, no. 9, pp. 2101-2115, 2011.

[2] M. Oishi and C. Tomlin, “Switched nonlinear control of a VSTOL aircraft,” In Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2685-2690, 1999.

[3] S. Pettersson and B. Lennartson, “Stability of hybrid systems using LMIs: a gear-box application,” In Hybrid Systems: Computation and Control, Springer Berlin Heidelberg, pp. 381-395, 2000.

[4] B. De Schutter, W.P.M.H. Heemels, J. Lunze and C. Prieur, “Survey of modeling, analysis, and control of hybrid systems,” Handbook of Hybrid Systems Control Theory, Tools, Applications, pp. 31-55, 2009.

[5] M.S. Mahmoud, Switched time-delay systems, Springer US, 2010.

[6] S.L. Dai, H. Lin and S.S. Ge, “Robust stability of discrete-time switched delay systems and its application to network-based reliable control,” In American Control Conference, IEEE, ACC'09, pp. 2367-2372, 2009.

[7] C. Shen, Y. Ban, G.M. Dimirovski, and Y.W. Jing, “Robust delay-dependent stability and stabilization of polytopic systems with time-delay and its application to flight control,” American Control Conference, IEEE, pp. 1624-1629, 2008.

[8] M.S. Mahmoud, “Switched delay-dependent control policy for water-quality systems,” IET control theory & applications, 3(12), pp. 1599-1610, 2009.

[9] D. Wang, P. Shi, W. Wang and H.R. Karimi, “Non-fragile H∞ control for switched stochastic delay systems with application to water quality process,” International Journal of Robust and Nonlinear Control, 24(11), pp. 1677-1693, 2014.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

and Technology, vol. 12, no. 6, pp. 1187-1197, 2014.

[23] M.A. Bagherzadeh, J. Ghaisari, J. Askari, and M. Mojiri, "Robust Stabilization of Switched Linear Systems, Based on State Observer Dwell Time," Journal of Control, (In persian), Vol. 8, No. 4, Winter 2015.

[24] M.A. Bagherzadeh, J. Ghaisari, and J. Askari, "Exponential Stability of Uncertain Switched Linear Systems," Iranian Journal of Science and Technology Transactions of Electrical Engineering 39, pp. 79-91, 2015.

[25] D. Liberzon, Switching in systems and control, Boston, MA: Birkhauser, 2003.

[26] Z.D. Sun, and S.S. Ge, Switched linear systems control and design, Springer, 2004.

[27] H. Lin and P.J. Antsaklis, "Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results," IEEE Transactions on Automatic Control, 54(2), pp. 308–322, 2009.

[28] D. Liberzon, "Basic Problems in stability and design of switched systems," IEEE Control Systems Magazine, 19(5), pp. 59-70, 1999.

[29] M.S. Branicky, "Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems," IEEE Transactions on Automatic Control, 43(4), pp. 475-482, 1998.

[30] N.H. EI Farral, P. Mhaskar and P.D. Christofides, "Output feedback control of switched nonlinear systems using multiple Lyapunov functions," Systems and Control Letters, 54(1), pp. 1163-1182, 2005.

[31] M. Johansson and A. Rantzer, "Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems," IEEE Transactions on Automatic Control, 43(4), pp. 555-559, 1998.

[32] M.A. Wicks, P. Peleties and R.A. De Carlo, "Construction of piecewise Lyapunov functions for stabilizing switched systems," In Proceedings of the 33rd IEEE conference on decision and control, pp. 3492-3497, 1994.

[33] J. Daafouz, P. Riedinger and C. Iung, "Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach," IEEE Transactions on Automatic Control, 47(11), pp. 1883-1887, 2002.

[34] D.S. Du, B. Jiang, P. Shi and S.S. Zhou, "H∞ filtering of discrete-time switched systems with state delays via switched Lyapunov function approach," IEEE Transactions on Automatic Control, 52(8), pp. 1520-1525, 2007.

[10] Wu, M., He, Y. and She, JH., Stability analysis and robust control of time-delay systems. Science Press/Springer, Beijing/Berlin, 2010.

[11] P. Yan and H. Ozbay, "Stability analysis of switched time delay systems," SIAM Journal on Control and Optimization, vol. 47, no. 2, pp. 936–949, 2008.

[12] S. Kim, S.A. Campbell and X.Z. Liu, "Stability of a class of linear switching systems with time delay," IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 53, no.2, pp. 384–393, 2006.

[13] V.N. Phat and K. Ratchagit, "Stability and stabilization of switched linear discrete-time systems with interval time-varying delay," Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 5, no. 4, pp. 605–612, 2011.

[14] E. Fridman, M. Dambrine and N. Yeganefar, "On input-to-state stability of systems with time-delay: a matrix inequalities approach," Automatica, 44(9), pp. 2364–2369, 2008.

[15] P. Pepe and Z.P. Jiang, "A Lyapunov–Krasovskii methodology for ISS and iISS of time-delay systems," Systems and Control Letters, 55(12), pp. 1006–1014, 2006.

[16] Y. Xia, L. Li, G. Liu and P. Shi, "H∞ predictive control of networked control systems," International Journal of Control, 84(6), pp. 1080–1097, 2011.

[17] E. Fridman, Introduction to time-delay systems: Analysis and control, Springer, 2014.

[18] Y.G. Sun, L.Wang and G. Xie, "Delay-dependent robust stability and stabilization for discrete-time switched systems with mode-dependent time-varying delays," Applied Mathematics and Computation, vol. 180, no. 2, pp. 428-435, 2006.

[19] J. Liu, X. Liu and W.C. Xie, "Delay-dependent robust control for uncertain switched systems with time-delay," Nonlinear Analysis: Hybrid Systems 2, no. 1, pp. 81-95, 2008.

[20] M. Rajchakit, and G. Rajchakit, "LMI approach to robust stability and stabilization of nonlinear uncertain discrete-time systems with convex polytopic uncertainties," Advances in Difference Equations, vol. 1, pp. 1-14, 2012.

[21] M. Kermani and A. Sakly, "On stability analysis of discrete-time uncertain switched nonlinear time-delay systems," Advances in Difference Equations, vol. 1, pp. 1-22, 2014.

[22] J.D. Chen, I.Te. Wu, C.H. Lien, C.T. Lee, R.S. Chen and K.W. Yu, "Robust Exponential Stability for Uncertain Discrete-Time Switched Systems with Interval Time-Varying Delay through a Switching Signal," Journal of Applied Research

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]

[35] J.P. Hespanha and A.S. Morse, "Stability of switched systems with average dwell time," In Proceedings of the 38th IEEE conference on decision and control, pp. 2655-2660, 1999.

[36] Y. Song, J. Fan, M. Fei and T.C. Yang, "Robust H∞ control of discrete switched system with time delay," Applied Mathematics and Computation, 205(1), pp.159-169, 2008.

[37] H. Tshii and B.A. Francis, "Stabilizing a linear system by switching control with dwell-time," IEEE Transactions on Automatic Control, 47(2), pp.1962-1973, 2002.

[38] G.S. Zhai, B. Hu, K. Yasuda and A. Michel, "Qualitative analysis of discrete-time switched systems," In Proceedings of the American control conference, pp. 1880-1885, 2002.

[39] L.X. Zhang, E.K. Boukas and P. Shi, "Exponential H∞ filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell time: A -dependent approach," International Journal of Robust and Nonlinear Control, 18(11), pp. 1188-1207, 2008.

[40] X.M. Sun, J. Zhao and D. J. Hill, "Stability and L2 gain analysis for switched delay systems: A delay-dependent method," Automatica, 42(10), pp. 1769-1774, 2006.

[41] W.A. Zhang and L. Yu, "Stability analysis for discrete-time switched time-delay systems," Automatica, vol. 45, no. 10, pp. 2265–2271, 2009.

[42] S. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM Studies in Applied Mathematics, vol. 15, 1994.

[43] Carl D. Meyer, Matrix analysis and applied linear algebra, Siam, 2000.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.4.4.3]