**مجله کنترل**
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۱، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۶، صفحه ۱۱-۱

# طراحی خودخلبان مقاوم با استفاده از جدول‌بندی بهره فازی

ایمان محمدزمان[۱]، سید محمدجواد معافی مدنی[۲]

[۱] استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، mohammadzaman@mut.ac.ir

[۲] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ، javadmadany@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۶/۲۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۶/۶/۱)

**چکیده**: در این مقاله خودخلبان مقاوم با استفاده از جدول‌بندی بهره فازی طراحی شده است. ابتدا با استفاده از ابزار v-gap metric ناحیه پروازی رهگیر به چند زیرناحیه تقسیم شده و برای هر زیرناحیه نقطه کار مناسبی انتخاب می‌شود. سپس مدل غیر خطی رهگیر در این نقاط کار خطی شده و کنترل‌کننده مقاوم استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ برای هر نقطه طراحی می‌شود. در ادامه از روش درونیابی فازی برای درونیابی بین کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده استفاده می‌شود. به‌منظور دستیابی به کارآیی بهینه در طول فرآیند سوئیچینگ فازی با استفاده از یک تابع هزینه مقدار بهینه توابع عضویت فازی انتخاب می‌شود. نتایج شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی نشان‌دهنده عملکرد مطلوب این سیستم می‌باشد.

**کلمات کلیدی:** خودخلبان مقاوم، جدول‌بندی بهره فازی، شکل دهی حلقه $H_\infty$ ، v-gap metric.

# Robust Autopilot Design using Fuzzy Gain Scheduling

**Iman Mohammadzaman, Mohammad Javad Moafi Madani**

**Abstract:** In this paper a robust autopilot is designed using fuzzy gain scheduling. At first the flight envelop is divided to sub regions using v-gap metric and a suitable operating point is selected in each region and robust static $H_\infty$ loop shaping controller is designed for the linearized model. Finally, fuzzy gain scheduling is used to interpolate the local controllers. Simulation results show the generality and effectiveness of the proposed control strategy in terms of the performance and robustness of the system.

**Keywords:** Robust autopilot, Fuzzy gain scheduling, $H_\infty$ loop shaping, v-gap metric.

[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]

[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

## ۱- مقدمه

سیستم‌های هوافضایی در سالهای اخیر یکی از جذاب‌ترین موضوعات کنترلی مورد توجه مهندسین بوده است. در بعد مهندسی کنترل، این سیستم‌ها دارای پیچیدگی خاصی می‌باشد. رفتار غیرخطی آنها با توجه به شرایط کاری خاص، یک چالش جدی در روند کنترل است. این رفتار غیرخطی ناشی از غیرخطیت در ضرایب آیرودینامیکی، و همچنین ذات غیرخطی و توام با تداخل در معادلات شش درجه آزادی می‌باشد[۱-۴].

داشتن دینامیک غیرخطی با پارامترهای متغیر با زمان، وجود نامعینی‌های متنوع، بروز رفتارهای پیش‌بینی نشده ناشی از تغییر در جرم، نامعینی در نمودار سوخت و اثرات نامعینی در سطوح بالک‌ها بر مشکلات طراحی رهگیرها افزوده است. تغییرات سریع متغیرهای رهگیر نیز با توجه به سرعت حرکت و تغییرات در محیط کار رهگیر، از دیگر مسائلی است که به پیچیدگی مسئله کنترل رهگیر اضافه می‌کند. اکثر این چالش‌ها در

طراحی خودخلبان رهگیر خود را نشان داده ومی‌بایست در فرآیند طراحی کنترل‌کننده مدنظر قرار گیرد.

در طراحی خودخلبان رهگیر، در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی انجام شده است. روش‌های مختلفی با توجه به چالش‌های محوری در طراحی کنترل‌کننده مورد استفاده قرار گرفته است. یک روش مورد توجه، طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره می‌باشد. در این روش، ابتدا به انتخاب چند متغیر نشان دهنده غیرخطیت سیستم که قابل اندازه‌گیری و یا تخمین باشند، پرداخته می‌شود. این متغیرها، متغیرهای جدول‌بندی بهره نامیده می‌شوند. با انتخاب این متغیرها، می‌توان به ایجاد فضایی به نام فضای کار پرداخت که ابعاد مختلف آن، متغیرهای جدول‌بندی بهره می‌باشند. با ایجاد فضای کار، به تقسیم فضا به صورت مناسب پرداخته شده و در هر ناحیه، نقطه‌ای به عنوان نقطه کار نامی انتخاب می‌شود. با انتخاب این نقاط، خطی‌سازی حول این نقاط انجام شده و برای هر مدل خطی‌شده، یک کنترل کننده محلی طراحی می‌شود. سپس به کمک یک ساختار سوئیچ مناسب، به کنترل سیستم در کل فضای کار پرداخته می‌شود[۶،۵].

همان‌طور که در بالا گفته شد، یکی از بخش‌های کنترل جدول‌بندی بهره، طراحی کنترل‌کننده‌های محلی بعد از انتخاب نقاط کار نامی و خطی‌سازی حول آن نقاط می‌باشد. برای این بخش، روش‌های مختلفی در مقالات پیشنهاد شده است. یکی از روش‌های پرسابقه در طراحی خودخلبان رهگیر، روش کلاسیک می‌باشد. این روش به‌علت سادگی در طراحی و تحلیل بسیار مورد استفاده بوده است [۶،۵]. اما در رهگیرهای امروزی که دارای تغییرات زیاد در شرایط پروازی هستند و در معرض نامعینی‌های مختلف قرار دارد این روش قادر به حفظ کارآیی و قوام موردنظر طراحان نمی‌باشد. در مرجع [۷] با طراحی یک کنترل‌کننده دارای چند درجه آزادی و طراحی یک الگوریتم بهینه‌سازی تکاملی، به تعیین درجات و ضرایب کنترل‌کننده پرداخته شده است. این روش به دلیل امکان بهینه‌سازی کنترل‌کننده دارای مزیت بالایی است، اما به دلیل اینکه فرآیند دسته‌بندی نقاط و انتخاب نقاط کار نامی و همچنین تنظیم کنترل سوئیچ فازی، همه با هم انجام می‌شود و معیارهای عملکرد و حاشیه پایداری مورد توجه است، ممکن است تعداد کنترل‌کننده‌ها زیاد شده و پیاده‌سازی بسیار پیچیده گردد. هرچند نیاز به اطلاعات کامل از سیستم رهگیر و پیچیدگی در تحلیل پایداری و کارآیی و همچنین عدم ملاحظات قوام، استفاده از این روش را در طراحی خودخلبان رهگیر محدود می‌کند. در دسته‌ای دیگر از روش‌ها که به‌عنوان روش‌های مقاوم شناخته شده‌اند توجه خاصی به قوام و کارآیی در حضور نامعینی‌ها و اغتشاشات شده است. از دیگر مزایای این روش، نظام‌مند بودن فرآیند طراحی و داشتن ابزارهای مناسب برای تحلیل کارآیی و قوام سیستم اغتشاش‌یافته می‌باشد که منجر به اقبال فراوان طراحان خودخلبان گردیده است[۸]. اما در اکثر روش‌های مقاوم، کنترل‌کننده طراحی‌شده دارای درجه بالای و غیرقابل تعیین در شرایط مختلف می‌باشد که این امر منجر به پیچیدگی طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره نهایی خواهد شد. یکی از روش‌های جدید مقاوم، روش کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ می‌باشد که در آن با استفاده از نامساوی ماتریسی خطی در طراحی کنترل‌کننده می‌توان درجه کنترل‌کننده را در طول فرآیند طراحی در نظر داشت. در [۹] با استفاده از این ایده یک کنترل‌کننده مقاوم استاتیکی طراحی شده است. در این روش ابتدا سیستم نامی با استفاده از وزن‌های مناسب شکل‌دهی می‌شوند، به‌گونه‌ای که سیستم شکل‌دهی‌شده، معیارهای کارآیی موردنظر را برآورده سازد. سپس با استفاده از نامساوی ماتریسی خطی کنترل‌کننده استاتیکی مقاوم برای سیستم شکل‌دهی‌شده طراحی می‌شود. به‌علت داشتن درجه پایین و همچنین داشتن معیارهای کارآیی و قوام، این روش مورد استقبال فراوان در سیستم‌های هوافضایی قرار گرفته است. در مرجع [۱۰] به طراحی خودخلبان رهگیر با استفاده از کنترل‌کننده مقاوم استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ پرداخته شده است.

یکی دیگر از مسائل مهم در طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره، طراحی سیستم سوئیچ برای کنترل در کل فضای کار می‌باشد. یکی از ساده‌ترین راه‌ها برای طراحی سیستم سوئیچ، استفاده از درون‌یابی خطی می‌باشد[۱۱]. از ویژگی‌های این روش، انجام عملیات درون‌یابی در کل فضای کار فرآیند می‌باشد. در این مسیر، درون‌یابی به گونه‌های مختلف انجام می‌شود. یک روش مورد استفاده، درون‌یابی صفرها، قطب‌ها و بهره کنترل‌کننده می‌باشد. در روشی دیگر، سیگنال‌های کنترلی بر مبنای مختصات نقطه کار درون‌یابی می‌شوند[۱۳،۱۲]. در این مراجع، برای سوئیچ از درون‌یابی خطی استفاده شده که در آن، برای هر نقطه، چهار نقطه نامی اطراف آن درنظر گرفته شده و بین این چهار نقطه بر مبنای فاصله درون‌یابی می‌شود. این روش به دلیل اینکه به ازای تمام نقاط داخل فضای کار نیاز به درون‌یابی دارد، حجم محاسبات را بالا برده و کیفیت عملکرد را از حالت طراحی شده تنزل می‌دهد زیرا امکان استفاده از تنها یک کنترل‌کننده برای فضای کاری نزدیک یک نقطه کار نامی وجود ندارد. از معایب این روش‌ها، اعمال درون‌یابی به ازای تمام نقاط کار می‌باشد که باعث پیچیدگی و حجم زیاد محاسبات کنترل‌کننده می‌باشد که مطلوب نیست. همچنین در این روش‌ها، به بررسی کارایی کنترل‌کننده نهایی پرداخته نمی‌شود. علاوه بر درون‌یابی خطی، استفاده از منطق فازی نیز در طراحی سیستم سوئیچ خودخلبان انجام می‌شود[۱۴-۱۸]. در این روش با تعریف توابع عضویت فازی به دسته‌بندی فضا به گونه‌ای پرداخته می‌شود که در نواحی نزدیک به نقطه کار نامی، تنها یک کنترل‌کننده فعال می‌شود و تنها در فواصل میانی بین نقاط کار نامی، درون‌یابی بین کنترل‌کننده‌ها انجام می‌شود. در مرجع [۱۹] به طراحی سیستم سوئیچ به کمک ابزار منطق فازی پرداخته شده است. در این مرجع، با استفاده از یک سیستم فازی TSK، به طراحی توابع عضویت و قواعد فازی به صورت عمومی پرداخته شده و در فرآیند بهینه‌سازی کنترل‌کننده، تعداد و مرکز توابع عضویت و همچنین قواعد فازی تنظیم می‌شوند. این سیستم به دلیل وجود معیارهای متعدد و سخت‌گیرانه منجر



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

به کنترل‌کننده بزرگی می‌شود که در مرحله پیاده‌سازی محدودیت‌های زیادی را به وجود می‌آورد. در مرجع [۲۰] نیز از سیستم فازی برای سوئیچ استفاده شده است. البته برای انتخاب نقاط کار و به تبع آن توابع عضویت فازی، از روش الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. معیار مورد نظر برای بهینه‌سازی نیز کمینه‌سازی خطای ضرایب تابع تبدیل می‌باشد. از محدودیت‌های این روش، امکان ایجاد تعداد زیاد نقطه کار است که اصلا مطلوب نیست. همچنین حاشیه پایداری مقاوم و عملکرد سیستم در فرآیند طراحی مدنظر قرار نگرفته است. از جمله ایرادات روش‌های فازی مورد بررسی، عدم ارائه تحلیل مناسب از عملکرد کنترل‌کننده نهایی می‌باشد.

اما آنچه در این مقاله انجام شده است، استفاده از جدول‌بندی بهره با سیستم سوئیچ فازی برای استفاده در خودخلبان رهگیر می‌باشد. به دلیل نامعینی‌های مدل خطی که ناشی از اثرات غیرخطی و همچنین تغییرپذیری با زمان سیستم می‌باشد، استفاده از کنترل‌کننده محلی مقاوم با روش کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ پیشنهاد شده است. همچنین به‌منظور کاهش پیچیدگی طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه یک الگوریتم بهینه‌سازی ارائه می‌گردد. در این الگوریتم وزن‌های شکل‌دهی حلقه به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که حاشیه پایداری مقاوم سیستم نهایی بهینه گردد. در قدم بعد با استفاده از ابزار Vgap-Metric و با توجه به حاشیه پایداری مقاوم به‌دست‌آمده برای نقطه نامی، نقاط کار بعدی انتخاب شده‌اند. انتخاب نقاط کار به‌گونه‌ای انجام می‌شود که هر کنترل‌کننده محلی قادر به تامین پایداری برای زیر ناحیه مربوط به خود باشد و علاوه‌برآن به بهینه‌شدن تعداد زیرنواحی محلی، توجه خاصی شده است. این امر منجر به کاهش قابل ملاحظه پیچیدگی محاسبات و سادگی مرحله سوئیچینگ می‌شود. بعد از طراحی کنترل‌کننده‌ها برای نقاط کار نامی، از یک سیستم فازی برای سوئیچ استفاده شده است. در این سیستم فازی این قابلیت وجود دارد که در قسمتی از ناحیه مربوط به نقطه کار نامی، تنها کنترل‌کننده طراحی شده برای آن نقطه مورد استفاده قرار گیرد و نیازی به درون‌یابی چند کنترل‌کننده نبوده و لذا در پیاده‌سازی کنترل‌کننده سهولت به وجود می‌آید. همچنین برای بالا بردن کیفیت عملکرد کنترل‌کننده، با درنظر گرفتن شرایط عملکردی رهگیر، چند سناریو طراحی گردیده تا به تحریک نقاط کار مختلف پرداخته و عملکرد محلی و کلی سیستم کنترل جدول‌بندی بهره را بهینه سازد. با اعمال سناریوها، تابع معیار انتگرال خطا محاسبه شده و با تغییر باند درون‌یابی در توابع عضویت فازی، بهترین باند درون‌یابی برای سیستم سوئیچ فازی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

بخش‌بندی مقاله به این صورت است که در بخش دوم مقاله، به معرفی مدل دینامیکی رهگیر پرداخته شده است. در بخش سوم روش طراحی کنترل‌کننده مقاوم معرفی شده و در بخش بعد به انتخاب نقاط کار و تقسیم‌بندی ناحیه کاری پرداخته شده و روند طراحی خودخلبان در نقاط کار انتخاب‌شده بیان شده است. سپس در بخش پنجم سیستم سوئیچ فازی طراحی شده و با اعمال سناریوهای پروازی به مدل رهگیر و بهینه‌سازی باند درون‌یابی در سیستم فازی، اقدام به طراحی سیستم جدول‌بندی بهره فازی می‌شود و در نهایت به ارائه نتایج شبیه‌سازی بر روی مدل رهگیر پرداخته شده است.

## ۲- مدل دینامیکی رهگیر

مدل ریاضی بیان‌شده در این بخش، توصیف‌کننده دینامیک یک رهگیر STT[1] با کنترل دم در سه محور غلتش، خمش و گردش می‌باشد. هدف از طراحی خودخلبان آن است که رهگیر مورد نظر بتواند با تغییر زاویه بالک بالابر، سکان و ایلرون ( $\delta_e,\delta_r,\delta_a$ )، دستورات متغیر شتاب در محورهای خمش و گردش ( $a_{y_r},a_{z_r}$ ) را به خوبی تعقیب نماید و علاوه بر آن سرعت زاویه‌ای کانال غلتش را صفر کند. بالک‌های سکان و بالابر توسط عملگر با تابع تبدیل زیر کنترل می‌شوند:

$$\frac{\delta(s)}{\delta_c(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \qquad (۱)$$

که در آن فرکانس طبیعی عملگر برابر ۲۰۰rad/sec و ضریب میرایی برابر ۰/۷ بوده و $\delta,\delta_c$ به‌ترتیب بیانگر سیگنال ورودی به عملگر و سیگنال خروجی از عملگر می‌باشد. متغیرهای قابل اندازه‌گیری، شتاب‌های عمودی و سرعت زاویه‌ای در محورهای خمش و گردش و همچنین عدد ماخ و ارتفاع می‌باشد. معادلات شش‌درجه آزادی در حالت کلی به‌صورت زیر هستند:

$$\mathbf{F}=m\begin{bmatrix}\dot U+WQ-VR\\ \dot V+UR-WP\\ \dot W+VP-UQ\end{bmatrix}$$
$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}I_x\dot P-I_{xy}\dot Q-I_{xz}\dot R\\ I_y\dot Q-I_{yz}\dot R-I_{xz}\dot P\\ I_z\dot R-I_{xz}\dot P-I_{yz}\dot Q\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}(I_z-I_y)qr+I_{yz}(r^2-q^2)+I_{xy}rp-I_{xz}pq\\ (I_x-I_z)pr+I_{xz}(p^2-r^2)+I_{yz}pq-I_{xy}qr\\ (I_y-I_x)pq+I_{xy}(q^2-p^2)+I_{xz}rq-I_{yz}rp\end{bmatrix} \qquad (۲)$$

که در آن U، V، W بردارهای سرعت رهگیر در راستای بدنی بوده و $I$ ماتریس ممان اینرسی رهگیر می‌باشد. با تعریف مولفه‌های بردار نیرو و ممان به‌صورت $\mathbf{F}=\left[F_x,F_y,F_z\right]^T$ و $\mathbf{M}=[L,M,N]^T$ و ساده سازی، معادلات شش‌درجه‌آزادی به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\begin{aligned}F_x&=m\left(\dot U+WQ-VR\right)\\ F_y&=m\left(\dot V+RU\right)\\ F_z&=m\left(\dot W-QU\right)\\ L&=I_x\dot P\\ M&=I_y\dot Q\\ N&=I_z\dot R\end{aligned} \qquad (۳)$$

که در آن m جرم رهگیر می‌باشد. در تمامی روابط فوق، سمت چپ معادلات، نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی در جهات مختلف هستند. این

[1] Skid to turn



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

نیروها و ممان‌ها برحسب ضرایب آیرودینامیکی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mathrm{F_x} &= \mathrm{QSC}_x(\alpha,\delta_A,M) \\ \mathrm{F_y} &= \mathrm{QSC}_y(\alpha,\delta_R,M,R) \\ \mathrm{F_z} &= \mathrm{QSC}_z(\beta,\delta_E,M,Q) \\ \mathrm{L} &= \mathrm{QSlC}_l(\alpha,\delta_A,M,P) \\ \mathrm{M} &= \mathrm{QSlC}_m(\alpha,\delta_E,M,Q) \\ \mathrm{N} &= \mathrm{QSlC}_n(\beta,\delta_R,M,R) \end{aligned} \qquad (۴)$$

که در آن $M$ عدد ماخ می‌باشد. برای خطی‌سازی معادلات رهگیر، ضرایب آیرودینامیکی در رابطه فوق به‌صورت خطی مدل می‌شوند:

$$\begin{aligned} C_y &= C_{y_\beta}\beta + C_{z_r}R + C_{z_{\delta_r}}\delta_R \\ C_z &= C_{z_\alpha}\alpha + \frac{d}{2U}C_{z_q}Q + C_{z_{\delta_E}}\delta_E \\ C_l &= \frac{d}{2U}C_{l_p}P + C_{l_{\delta_a}}\delta_A \\ C_m &= C_{m_\alpha}\alpha + \frac{d}{2U}C_{m_q}Q + C_{m_{\delta_E}}\delta_E \\ C_n &= C_{n_\beta}\beta + \frac{d}{2U}C_{n_r}R + C_{n_{\delta_r}}\delta_R \end{aligned} \qquad (۴)$$

با استفاده از روابط )-) می‌توان توابع تبدیل هر سه کانال غلتش،خمش و گردش را به‌دست آورد. در این‌جا برای سادگی تنها توابع تبدیل کانال‌های غلتش و خمش نشان داده می‌شوند زیرا تابع تبدیل کانال گردش مشابه کانال پیچ می‌باشد:

$$\frac{\mathrm{p(s)}}{\delta a(\mathrm{s})} = \frac{L_{\delta A}}{sI_x - L_p} \qquad (۵)$$

$$\frac{q(s)}{\delta e(s)} = \frac{M_{\delta e}s + \left(Z_{\delta e}M_\alpha - Z_\alpha M_\delta\right)}{s^2 - \left(M_q + Z_\alpha/V\right)s + \left(\left(Z_\alpha M_q - M_\alpha Z_q\right)/V - M_\alpha\right)} \qquad (۶)$$

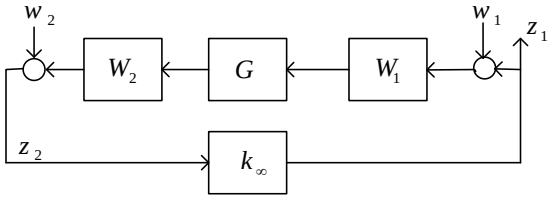
$$\frac{a_z(s)}{q(s)} = \frac{Z_\delta s^2 + \left(M_\delta Z_q - Z_\delta M_q\right)s + \left(Z_\alpha M_\delta - Z_{\delta e}M_\alpha\right)}{s^2 - \left(M_q + Z_\alpha/V\right)s + \left(\left(Z_\alpha M_q - M_\alpha Z_q\right)/V - M_\alpha\right)} \qquad (۷)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} L_{\delta A} &= QSDC_{l_{\delta a}} & Z_q &= \frac{SQDC_{z_q}}{m} \\ L_p &= QSDC_{l_p}.\left(\frac{D}{2V}\right) & M_\delta &= \frac{SQDC_{m_{\delta e}}}{I_y} \\ Z_\delta &= \frac{SQC_{z_{\delta e}}}{m} & M_\alpha &= \frac{SQDC_{m_\alpha}}{I_y} \\ Z_\alpha &= \frac{SQC_{z_\alpha}}{m} & M_q &= \frac{SQD^2C_{m_q}}{I_yV} \end{aligned} \qquad (۸)$$

## ۳- کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $\mathbf{H_\infty}$

در این بخش مروری بر روش استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ می‌شود. در این روش ابتدا سیستم تحت کنترل نامی $G$ مطابق شکل ۱: توسط وزن‌های شکل‌دهی حلقه $W_2, W_1$ به‌گونه‌ای مناسب شکل‌دهی می‌شوند تا سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده $G_s$ معیارهای کارآیی مطلوب را دارا باشد.




شکل ۱: دیاگرام بلوکی استاندارد روش شکل‌دهی حلقه $H_\infty$

$$G_s = W_2 G W_1 \qquad (۹)$$

طراحی کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ باید به‌گونه‌ای انجام شود که نرم بی‌نهایت تابع تبدیل حلقه‌بسته از اغتشاش به خروجی در شکل ۱: مطابق رابطه زیر کمینه گردد:

$$\min_{stab\ k_\infty}\left\|T_{\begin{bmatrix}w_1\\w_2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}z_1\\z_2\end{bmatrix}}\right\|_\infty = \min_{stab\ k_\infty}\left\|\begin{bmatrix}k_\infty\\ I\end{bmatrix}\left(I - G_s k_\infty\right)^{-1}\begin{bmatrix}I & G_s\end{bmatrix}\right\|_\infty = \gamma = \varepsilon^{-1} \qquad (۱۰)$$

در رابطه فوق $\varepsilon$ حاشیه‌پایداری مقاوم سیستم حلقه‌بسته می‌باشد.

طراحی کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ با اعمال نامعینی روی ضرایب نرمالیزه‌شده از سمت چپ نسبت به هم اول سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده $G_s$ انجام می‌شود. تحقق فضای حالت سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده $G_s$ را بصورت زیر درنظر بگیرید:

$$G_s = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \qquad (۱۱)$$

که در آن $A \in R^{n\times n}, B \in R^{n\times n_u}, C \in R^{n_y\times n}, D \in R^{n_y\times n_u}$ می‌باشد. ضرایب نرمالیزه‌شده از سمت چپ نسبت به هم اول سیستم تحت کنترل $G_s$ را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix}N_l & M_l\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+LC & B+LD & L \\ E^{-1/2}C & E^{-1/2}D & E^{-1/2}\end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

که در آن ماتریس‌های $L, E$ به‌صورت زیر می‌باشند:

$$E = I + DD^T \qquad (۱۳)$$

$$L = -(BD^T + ZC^T)E^{-1} \qquad (۱۴)$$

و در رابطه ) ماتریس z جواب یکه معادله جبری ریکاتی زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}&(A - BF^{-1}D^TC)Z + Z(A - BF^{-1}D^TC)^T \\ &- ZC^TE^{-1}CZ + BF^{-1}B^T = 0\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که در رابطه فوق:

$$F = I + D^TD \qquad (۱۶)$$



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

می‌توان نشان داد رابطه زیر همواره برقرار است:

$$\left\|\begin{bmatrix}k_\infty\\ I\end{bmatrix}(I+G_s k_\infty)^{-1}M_l^{-1}\right\|_\infty = \left\|\begin{bmatrix}k_\infty\\ I\end{bmatrix}(I-G_s k_\infty)^{-1}\begin{bmatrix}I & G_s\end{bmatrix}\right\| \qquad (۱۷)$$

این رابطه بدین معنی است که می‌توان به‌جای طراحی کنترل‌کننده $k_\infty$ به‌گونه‌ای که نرم بی‌نهایت تابع حلقه‌بسته در رابطه ) را کمینه کند، می‌توان نرم بی‌نهایت تابع حلقه‌بسته معادل آن را که در رابطه ) آمده کمینه کرد.

با توجه به رابطه فوق می‌توان شرایط وجود کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ را به‌دست آورد. این شرایط بر اساس وجود جواب برای نامساوی‌های ماتریسی خطی بوده که در قضیه زیر بیان می‌شود:

**قضیه ۱:** اگر تحقق فضای حالت $G_S$ با رابطه ) بیان شود، کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ برای سیستم تحت کنترل شکل‌دهی شده $G_S$ وجود دارد ($k_\infty$) به‌گونه‌ای که نرم بی‌نهایت تابع تبدیل زیر را می‌نیمم کند:

$$\left\|\begin{bmatrix}k_\infty\\ I\end{bmatrix}(I+G_S k_\infty)^{-1}M_l^{-1}\right\|_\infty < \gamma = \varepsilon^{-1} \qquad (۱۸)$$

اگر عدد $\gamma > 1$ و ماتریس معین مثبت متقارن $R$ وجود داشته باشند بطوریکه :

$$R(A+LC)^T + (A+LC)R < 0 \qquad (۱۹)$$

$$\begin{pmatrix} AR+RA^T-\gamma BB^T & RC^T-\gamma BD^T & -LE^{1/2}\\ CR-\gamma BD^T & -\gamma I & E^{1/2}\\ -E^{1/2}L^T & E^{1/2} & -\gamma I_{n_y}\end{pmatrix}<0 \qquad (۲۰)$$

در رابطه )، ماتریس‌های $L,E$ در روابط ) و ) با روابط ) و ) توصیف می‌شوند. بعد از حل نامساوی‌های ) ) و به‌دست‌آوردن ماتریس معین مثبت $R$ و عدد $\gamma$ ، اگر عدد $\gamma$ خیلی بزرگ بود (به‌طور معادل، حاشیه‌پایداری مقاوم خیلی کوچک بود) باید وزن‌های شکل‌دهی حلقه $W_2,W_1$ دوباره طراحی شوند، در غیر این صورت می‌توان از لم کران حقیقی برای به‌دست‌آوردن کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ استفاده کرد. این کنترل‌کننده با رابطه زیر محاسبه می‌شود :

$$k_\infty = \tilde{k}\left(I+D\tilde{k}\right)^{-1} \qquad (۲۱)$$

که در رابطه فوق $\tilde{k}$ با حل نامساوی زیر حاصل می‌شود:

$$\tilde{A}+\tilde{B}\tilde{k}\tilde{C}+\tilde{C}^T\tilde{k}^T\tilde{B}^T<0 \qquad (۲۲)$$

ماتریس‌های $\tilde{C},\tilde{B},\tilde{A}$ در رابطه ) به‌صورت زیر هستند:

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix} AR+RA^T & 0 & RC^T & -LE^{1/2}\\ 0 & -\gamma I_{n_u} & 0 & 0\\ CR & 0 & -\gamma I_{n_y} & E^{1/2}\\ -E^{1/2}L^T & 0 & E^{1/2} & -\gamma I_{n_y}\end{pmatrix} \qquad (۲۳)$$

$$\tilde{\mathrm{B}}=\begin{pmatrix}\mathrm{B}\\ \mathrm{I}_{n_u}\\ D\\ 0\end{pmatrix},\tilde{C}=\begin{pmatrix}CR & 0 & 0 & E^{1/2}\end{pmatrix} \qquad (۲۴)$$

و کنترل‌کننده نهایی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$k_s = W_2 k_\infty W_1 \qquad (۲۵)$$

ممکن است لازم باشد برای رسیدن به حاشیه‌پایداری مقاوم قابل قبول و کارآیی مناسب، فرآیند طراحی وزن های شکل‌دهی حلقه چندین بار تکرار شود و علاوه بر آن با قاطعیت نمی‌توان گفت حاشیه‌پایداری بهینه حاصل شده است. لذا برای حل این مساله و ساده‌سازی فرآیند انتخاب وزن‌های شکل‌دهی حلقه و همچنین بهینه‌کردن حاشیه‌پایداری مقاوم، از الگوریتم ارائه شده در استفاده می‌گردد که به کمک آن فرآیند طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه آسان شده و حاشیه‌پایداری مقاوم نیز به بهینه محلی می‌رسد. علاوه‌برآن کنترل‌کننه نهایی نیز از نوع استاتیکی بوده که درجه پایینی دارد.

## ٤- انتخاب نقطه کار مناسب و طراحی خودخلبان مقاوم

در این بخش با استفاده از ابزار v-gap metric ناحیه پروازی رهگیر به چند زیرناحیه تقسیم شده و برای هر زیرناحیه نقطه کار مناسبی انتخاب می‌شود. این نقطه باید به‌گونه‌ای باشد که کنترل‌کننده طراحی‌شده در آن توانایی تامین پایداری در سایر نقاط درون زیر ناحیه مربوط به خود را داشته باشد. ثانیا به‌منظور جلوگیری از پیچیدگی در هنگام جدول‌بندی بهره، تعداد این نواحی تا حد امکان باید کم باشد.

ابزار v-gap metric بیانگر بیشترین فاصله بین پاسخ فرکانسی دو سیستم LTI در حالت نامی( $G$ ) و غیر نامی( $G_\Delta$ ) می‌باشد. علاوه بر آن با کمک این ابزار می‌توان تعیین کرد که اگر کنترل‌کننده‌ای بتواند سیستم تحت کنترل نامی $G$ را به‌صورت مقاوم پایدار کند، آن‌گاه تحت شرایطی خواهد توانست سیستم تحت کنترل غیر نامی $G_\Delta$ را نیز پایدار کند. این موضوع در اثبات پایداری سیستم حلقه‌بسته مورد بررسی در این مقاله در تمام ناحیه پروازی رهگیر بسیار کاربرد خواهد داشت.

**تعریف:** v-gap metric به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\delta_v(P_1,P_2)=\begin{cases}\|\Psi(P_1,P_2)\|_\infty, & if \quad \det\theta(j\omega)\neq 0 \quad \forall\omega \quad and \quad wno\det\theta(s)=0\\ 1, & \text{otherwise}\end{cases} \qquad (۲۶)$$

[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

که در آن: $\Psi(P_1,P_2)=:-\tilde{N}_2M_1+\tilde{M}_2N_1$ و $\theta(s)=:\tilde{N}_2N_1+\tilde{M}_2M_1$ ضرایب از سمت چپ نسبت به هم اول سیستم‌های تحت کنترل $P_1,P_2$ بوده و $wno\det\theta(s)$ برابر تعداد چرخش تابع $\theta(s)$ در جهت عقربه‌های ساعت حول مبدأ می‌باشد که در نمودار نایکوئیست مشخص است. قضیه زیر بیان‌گر شرایطی است که اگر کنترل‌کننده‌ای بتواند سیستم تحت کنترل نامی $G$ را به‌صورت مقاوم پایدار کند، آن‌گاه خواهد توانست سیستم تحت کنترل غیر نامی $G_\Delta$ را نیز پایدار کند.

**قضیه ۲:** سیستم تحت کنترل نامی $G$ داده شده است و $\beta\le\alpha<b_{opt}(G)$ است. برای کنترل‌کننده داده شده $K$ و برای تمام سیستم‌های تحت کنترل غیر نامی که دارای ویژگی $\delta_v(G,G_\Delta)\le\beta$ هستند، رابطه زیر برقرار است [۲۱]:

$$arc\sin b_{G,K} > \arcsin\alpha - \arcsin\beta \qquad (۲۷)$$

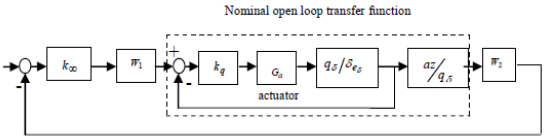
اگر و فقط اگر: $b_{G,K}>\alpha$.

قضیه فوق بیان می‌کند که اگر کنترل‌کننده $K$ بتواند سیستم تحت کنترل نامی $G$ را با حاشیه‌پایداری مقاوم $\beta$ پایدار کند، می‌تواند هر سیستم تحت کنترلی که فاصله آن از سیستم تحت کنترل نامی، کمتر از $\beta$ باشد را نیز پایدار نماید.

این قضیه از آن جهت حائز اهمیت است که اگر بتوان درون هر زیرناحیه در محدوده عملیاتی رهگیر، سیستم تحت کنترل نامی $G$ مناسبی یافت به‌گونه‌ای که فاصله v-gap آن با سایر سیستم‌های تحت کنترل دیگر درون زیرناحیه، کمتر از حاشیه‌پایداری مقاوم $b_{G,K}$ باشد آن‌گاه می‌توان مطمئن بود که کنترل‌کننده $K$ تمامی سیستم‌های تحت کنترل موجود درون زیرناحیه پروازی رهگیر را نیز پایدار خواهد کرد.

نکته قابل ذکر این است که به‌علت استفاده از روش شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ ، در این‌جا باید v-gap بین سیستم‌های تحت کنترل شکل‌دهی‌شده محاسبه شود. دیاگرام بلوکی سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده رهگیر در شکل ۲ آمده است. در این شکل دیاگرام بلوکی سیستم خطی‌شده رهگیر به همراه عملگر و کنترل‌کننده و وزن‌های شکل‌دهی حلقه نشان‌داده شده است. برای طراحی کنترل‌کننده در هر نقطه کار، ابتدا حلقه داخلی(سرعت زاویه‌ای) با طراحی بهره مناسب $k_q$ پایدار شده و سپس تابع حلقه‌باز نامی(به‌صورت خط‌چین در شکل ۲ به عنوان ورودی به الگوریتم بهینه‌سازی بیان‌شده در بخش قبل داده می‌شود. خروجی این الگوریتم وزن‌های شکل‌دهی حلقه $W_2,W_1$ به‌همراه کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ می‌باشد (در این مقاله برای سادگی تابع وزنی $W_2$ برابر واحد انتخاب شده است). محدوده عملیاتی رهگیر به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}&1.5\le M\le 3.5\\&500m<h\le 18000m\end{aligned} \qquad (۲۸)$$



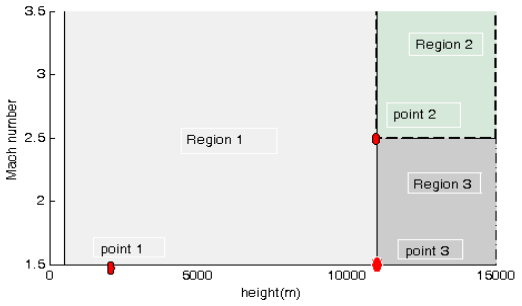

شکل ۲: دیاگرام بلوکی مدل خطی رهگیر در کانال خمش به همراه عملگر و وزن‌های شکل‌دهی حلقه و کنترل‌کننده مقاوم

در این مقاله محدوده عملیاتی رهگیر به سه قسمت تقسیم شده و برای هر قسمت، نقطه کار مناسبی مشخص می‌گردد، به‌گونه‌ای که کنترل‌کننده طراحی‌شده برای هر نقطه کار قادر به تامین پایداری برای تمام نقاط درون هر زیر ناحیه باشد. برای نشان‌دادن این موضوع فضای هر زیرناحیه برحسب ارتفاع و ماخ شبکه‌بندی شده سپس تابع حلقه‌باز $G_i$ که به‌صورت خط‌چین در شکل ۲ نشان‌داده شده است به‌ازای تمام i نقطه موجود درون این ناحیه محاسبه شده و سپس با استفاده از وزن طراحی‌شده $W_2$ تمامی این توابع شکل‌دهی می‌شوند. در نتیجه i تابع شکل‌دهی $G_{s,i}$ حاصل می‌شود. آن‌گاه فاصله v-gap بین تمام $G_{s,i}$ها با تابع شکل‌دهی‌شده نامی $G_s$ مطابق – محاسبه می‌شود. اگر ماکزیمم فاصله بین سیستم‌های تحت کنترل شکل‌دهی‌شده $G_{s,i}$ با سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده نامی $G_s$، از حاشیه‌پایداری مقاوم به‌دست آمده برای نقطه نامی کمتر بود آن‌گاه طبق قضیه ۲، کنترل‌کننده استاتیکی $k_\infty$ طراحی‌شده برای این نقطه کار تضمین‌کننده پایداری در تمام زیرناحیه مشخص‌شده در خواهد بود. در غیر این‌صورت نقطه کار نامی باید دوباره انتخاب شود و این فرآیند دوباره تکرار گردد. بعد از آزمون و خطا سه نقطه که در نشان داده شده است، انتخاب می‌گردد.

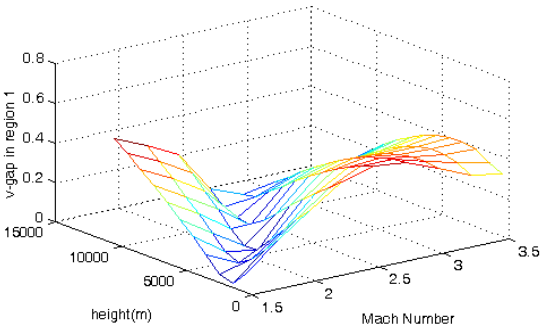
در ←، v-gap بین سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده در این سه نقطه نامی با سایر نقاط درون هر زیرناحیه نشان داده شده است. نتایج ، نشان می‌دهد که حاشیه‌پایداری مقاوم کنترل‌کننده طراحی‌شده در هر نقطه نامی از بیشینه v-gap در ناحیه مربوط به خود بزرگتر است. پس می‌توان نتیجه گرفت که هر سه کنترل‌کننده مقاوم طراحی‌شده، قادر به حفظ پایداری در هر سه زیرناحیه مربوط به خود هستند. در مشخصات وزن‌های شکل‌دهی حلقه به‌همراه کنترل‌کننده استاتیکی مقاوم آمده است.



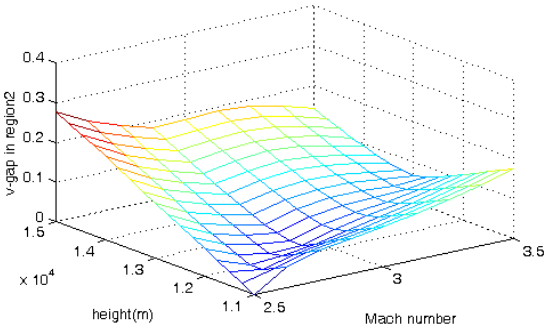
[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]



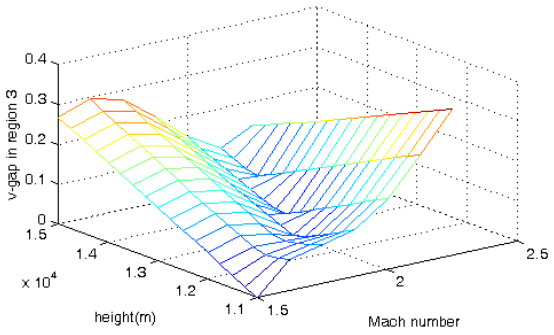

شکل ۳: تقسیم محدوده عملیاتی رهگیر به سه زیرناحیه به‌همراه نقاط طراحی برای هر ناحیه




شکل ۴: فاصله v-gap بین سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده نامی با سایر سیستم‌های تحت کنترل درون ناحیه اول



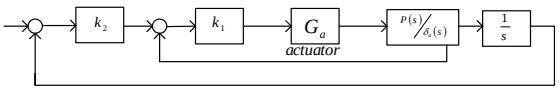

شکل ۵: فاصله v-gap بین سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده نامی با سایر سیستم‌های تحت کنترل درون ناحیه دوم




شکل ۶: فاصله v-gap بین سیستم تحت کنترل شکل‌دهی‌شده نامی با سایر سیستم‌های تحت کنترل درون ناحیه سوم

در ادامه به طراحی خودخلبان رهگیر به‌منظور صفر کردن نرخ زاویه‌ای حلقه غلتش پرداخته می شود. از آن‌جایی که در به‌دست آوردن معادلات خطی رهگیر به منظور جلوگیری از تزویج بین کانال‌های پیچ و یاو، فرض شده است که سرعت زاویه‌ای کانال غلتش صفر باشد پس باید سرعت زاویه‌ای کانال غلتش را با طراحی یک کنترل‌کننده فیدبک ساده مطابق صفر کرد.

ضرایب $k_2, k_1$ که در آمده‌اند، به‌گونه‌ای طراحی می‌شوند که پهنای باند سیستم حلقه‌بسته در کانال غلتش در بزرگتر از پهنای باند کانال‌های خمش و گردش باشد. زیرا سرعت زاویه‌ای کانال غلتش باید سریعتر از کانال‌های دیگر صفر شود و در غیر این‌صورت تزویج بین کانال‌های خمش و گردش رخ خواهد داد.




شکل ۷: دیاگرام بلوکی مدل خطی رهگیر در کانال غلتش به‌همراه حلقه فیدبک

## ۵- طراحی سوییچ فازی

بعد از طراحی کنترل کننده برای نواحی مختلف فضای کاری، نوبت به طراحی ساز وکاری برای انتقال بین کنترل کننده ها، در شرایط حرکت فرآیند از نقطه کاری در ناحیه ای به نقطه کاری در ناحیه دیگر می رسد. برای این کار در این مقاله از ابزار سیستم فازی استفاده شده است. از مزیت های این ابزار می توان به انتقال نرم بین کنترل کننده ها اشاره نمود که در مقایسه با سوئیچ سخت تغییرات سیگنال کنترلی نرم تر بوده و لذا در خروجی نوسانات شدیدی مشاهده نمی شود. همچنین در این حالت، در مناطق مرزی، بین کنترل کننده ها برون یابی می شود که به عملکرد بهتر کنترل کننده نهایی منجر می شود.



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

جدول ۱: مقایسه بین حاشیه‌پایداری مقاوم و بیشینه v-gap بین سیستم‌های تحت کنترل نامی و اغتشاش‌یافته در هر ناحیه

| | نقطه نامی اول | نقطه نامی دوم | نقطه نامی سوم |
|---|---|---|---|
| مختصات نقطه کار | $mach = 1.5$<br>$height = 2000m$ | $mach = 1.5$<br>$height = 11000m$ | $mach = 2.5$<br>$height = 11000m$ |
| محدوده هر زیرناحیه | $1.5 < mach < 3.5$<br>$500m < h < 11000m$ | $1.5 < mach < 2.5$<br>$11000m < h < 15000m$ | $2.5 < mach < 3.5$<br>$11000m < h < 15000m$ |
| حاشیه‌پایداری مقاوم | ۰/۵۲ | ۰/۵۱ | ۰/۳۸ |
| بیشینه v-gap در هر ناحیه | ۰/۴۸ | ۰/۲۸ | ۰/۳۷ |

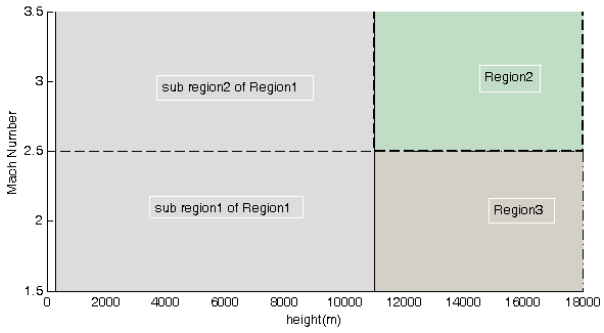
جدول ۲: تابع وزنی $W_2$ به‌ازای سه نقطه کار نامی به‌همراه کنترل‌کننده استاتیکی مقاوم و ضریب پایدارساز حلقه داخلی

| | نقطه نامی اول | نقطه نامی دوم | نقطه نامی سوم |
|---|---|---|---|
| $k_q$ | -۰/۵ | -۰/۳ | -۰/۳ |
| $W_2$ | $\frac{0.001s^3+0.11s^2+24s+71}{s^3+134s^2+1933s+0.2}$ | $\frac{0.005s^3+0.47s^2+21.4s+85}{s^3+65s^2+1845s+0.2}$ | $\frac{0.005s^3+0.47s^2+21.4s+85}{s^3+65s^2+1845s+0.2}$ |
| $k_\infty$ | ۰/۷۸ | ۰/۷۹ | ۰/۳۵ |

جدول ۳: ضرایب کنترلی حلقه غلتش در سه نقطه کار

| نقطه کار اول | نقطه کار دوم | نقطه کار سوم |
|---|---|---|
| $k_2 = 10, \quad k_1 = -0.27$ | $k_2 = 10, \quad k_1 = -0.27$ | $k_2 = 10, \quad k_1 = -0.27$ |

برای طراحی سیستم سوئیچ فازی، بایست تک تک اجزای سیستم فازی طراحی شود. اجزای سیستم فازی عبارتند از واحد فازی گر، فازی زدا، جدول قواعد و موتور استنتاج فازی. ابتدا به بررسی واحد فازی گر پرداخته می شود. توابع عضویت فازی برای فازی گر بر مبنای مختصات فضای کار قابل تعریف است. البته بایست توجه نمود که به دلیل اینکه در طراحی توابع عضویت سیستم فازی، متغیرها از هم مستقل هستند، لذا بایست فضای کار را به تعدادی مستطیل تقسیم نمود که در آن، هر مستطیل با مستطیل های مجاور دارای طول یا عرض برابر باشد. این بدین معنی است که بایست هر خط تقسیم کننده فضا در سرتاسر فضا امتداد یابد و به همین دلیل، بایست فضای کار تقسیم شده به سه فضا را اصلاح نموده و خط تقسیم ماخ برابر ۲٫۵ را در ناحیه اول نیز امتداد داد که منجر به پدید آمدن ۴ ناحیه می شود. البته نکته قابل توجه این است که دو ناحیه کوچکتر زیر مجموعه ناحیه یک، هر دو دارای یک کنترل کننده می باشند.




شکل ۸: فضای کاری ناحیه‌بندی شده برای طراحی توابع عضویت فازی

برای فضای کار ناحیه بندی شده در شکل ۸، می توان توابع عضویت فازی را برای هر متغیر طراحی نمود. یک پارامتر مهم دیگر در طراحی توابع عضویت فازی برای فازیگر، مشخص نمودن میزان عرض باند انتقال است که در آن انتقال تابع عضویت از صفر به یک و بالعکس اتفاق می‌افتد.

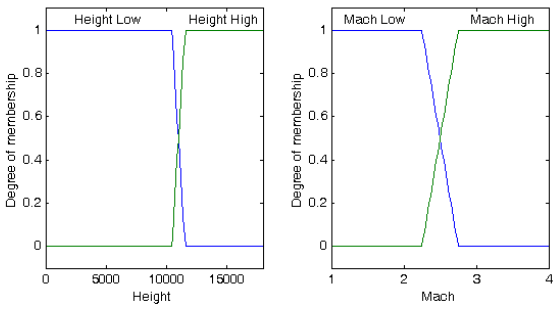


[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

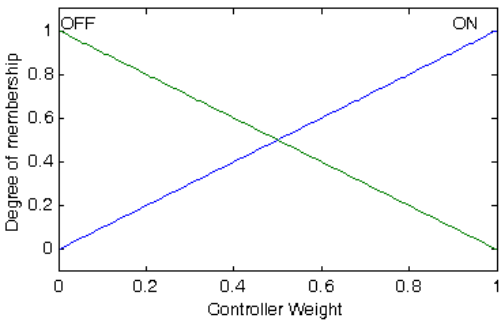
با توجه به اینکه مقدار درنظر گرفته شده برای باند یک مقدار کاملا تجربی بوده و با سعی و خطا به دست آمده است، برای انتخاب دقیقتر و بهینه این مقدار از روش بهینه سازی خاصی استفاده شده است. در این روش، با استفاده از چند سناریو پروازی از پیش طراحی شده، به تست مقادیر مختلف باند برای توابع عضویت فازی پرداخته شده سپس با بررسی نتایج حاصل از پرواز با استفاده از یک تابع معیار مشخص که در اینجا انتگرال قدرمطلق خطا می باشد، بهترین مقدار برای باند انتخاب شده است. در جدول ۴ ماتریس به دست آمده برای مقادیر مختلف تنظیم باند، آورده شده است. در این جدول، مقادیر مختلف تابع عملکرد برای باندهای مختلف برای توابع عضویت فازی آورده شده است. همان طور که در جدول مشخص شده، مقدار ۱۷,۷۲۹۲ برای تابع عملکرد که مربوط به باند ۵۰٪ برای ماخ و باند ۹۰٪ برای ارتفاع می‌باشد، مناسب‌ترین تنظیم برای کنترل‌کننده می‌باشد که در نشان داده شده است. اسم گذاری توابع عضویت هم در شکل انجام شده است. توابع عضویت فازی برای فازی زدا نیز برای تمام کنترل کننده‌ها به یک شکل و به صورت شکل ۱۰ خواهد بود.

جدول ۴: مقادیر تابع عملکرد برای مقادیر مختلف باند تغییرات توابع عضویت فازی

| | باند ۱۰٪ برای ارتفاع | باند ۵۰٪ برای ارتفاع | باند ۹۰٪ برای ارتفاع |
|---|---|---|---|
| باند ۱۰٪ برای ماخ | ۱۹,۰۶۸۴ | ۱۸,۳۳۱۰ | ۱۷,۹۸۳۶ |
| باند ۵۰٪ برای ماخ | ۱۸,۵۵۵۹ | ۱۸,۱۷۲۷ | ۱۷,۷۲۹۲ |
| باند ۹۰٪ برای ماخ | ۱۸,۴۹۶۵ | ۱۸,۲۶۷۳ | ۱۷,۷۸۶۷ |




شکل ۹: توابع عضویت ارتفاع و ماخ




شکل ۱۰: توابع عضویت خروجی

جدول قواعد فازی به تعداد نواحی دارای قاعده می باشد. در اینجا چهار ناحیه وجود دارد که برای هر کدام یک قاعده باید نوشته شود. در قسمت اگر قواعد فازی، دو متغیر که برابر تعداد متغیرهای ورودی سیستم می باشد وجود دارد. در قسمت آنگاه قواعد فازی نیز به تعداد کنترل کننده ها که سه کنترل کننده می باشند، متغیر خروجی وجود دارد. چهار قاعده فازی مورد استفاده در این سیستم به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned}
&if\ m = M_{Low}\ and\ h = H_{Low}\ Then\ C_1 = ON\ and\ C_2 = OFF\ and\ C_3 = OFF\\
&if\ m = M_{Low}\ and\ h = H_{High}\ Then\ C_1 = OFF\ and\ C_2 = OFF\ and\ C_3 = ON\\
&if\ m = M_{High}\ and\ h = H_{Low}\ Then\ C_1 = ON\ and\ C_2 = OFF\ and\ C_3 = OFF\\
&if\ m = M_{High}\ and\ h = H_{High}\ Then\ C_1 = OFF\ and\ C_2 = ON\ and\ C_3 = OFF
\end{aligned} \qquad (۲۹)$$

برای استنتاج فازی از ورودی های به دست آمده، موتور استنتاج فازی مورد استفاده می شود. برای این کار، از موتور استنتاج ضرب ممدانی و فازی زدای میانگین مرکز استفاده می‌شود. در نهایت، روابط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$w_i(t) = \frac{\sum_{l=0}^{4} \bar{y}_i^l \mu_M^l\left(m(t)\right).\mu_h^l\left(h(t)\right)}{\sum_{l=0}^{4} \mu_M^l\left(m(t)\right).\mu_h^l\left(h(t)\right)} \qquad (۳۰)$$

با طراحی این سیستم فازی، امکان سوئیچ فازی کنترل کننده‌ها در فضای به دست آمده ممکن می گردد. در ادامه، نتایج به دست آمده از سیستم سوئیچ فازی آورده شده است.

## ٦- نتایج شبیه سازی

بعد از طراحی کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه $H_\infty$ و وزن‌های شکل‌دهی حلقه $W_1, W_2$ در نقاط کار مختلف و طراحی ساز و کار فازی برای درونیابی بین کنترل‌کننده‌ها، به‌منظور اطمینان از عملکرد سیستم بایستی آن‌را به شبیه‌سازی شش درجه آزادی غیرخطی اعمال نمود.

هدف از شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی این است که نشان داده شود کنترل‌کننده طراحی شده قادر است معیارهای کارآیی و پایداری که در بخش قبل بیان شد را برای سیستم غیرخطی حفظ کند. برای آن که کارآیی کنترل‌کننده مقاوم نشان داده شود، دستور شتاب ورودی

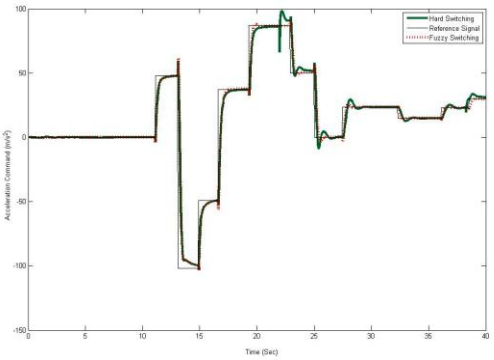


[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

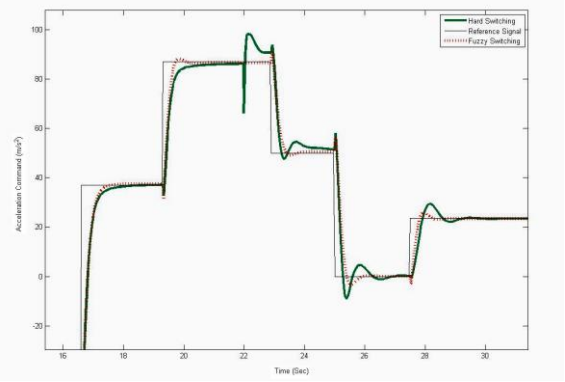
به‌صورت پله در نقاط مختلف مطابق و به سیستم اعمال می‌شود و معیارهای کارآیی در این نقاط بررسی می‌شوند. برای مقایسه دو حالت سوئیچ سخت و سوئیچ فازی و نشان دادن اینکه اثرات سوئیچینگ به طور کامل از بین می رود، در و ورودی یکسان به دو حالت اعمال شده و نتیجه های به دست آمده ترسیم شده است.

همان طور که در شکل ۱۲ دیده می شود، خروجی سبز رنگ که مربوط به سوئیچ سخت است، دارای پرش شدید در ثانیه ۲۲ است، حال آنکه کنترل کننده با سوئیچ فازی توانسته به خوبی اثر سوئیچ را حذف نماید. و پاسخی بسیار نرم بدهد. وزن های کنترل کننده برای حالت فازی در شکل ۱۳ آورده شده‌اند. برای نمایش بهتر تفاوت عملکرد سوئیچ سخت و سوئیچ فازی، در شکل ۱۴ نوسانات شدید در حالت سوئیچ سخت آورده شده و همچنین، نتیجه سوئیچ نرم (فازی) نیز نشان داده شده است. در شکل ۱۵ در بازه تغییرات تمرکز شده تا تفاوت بهتر نشان داده شود.

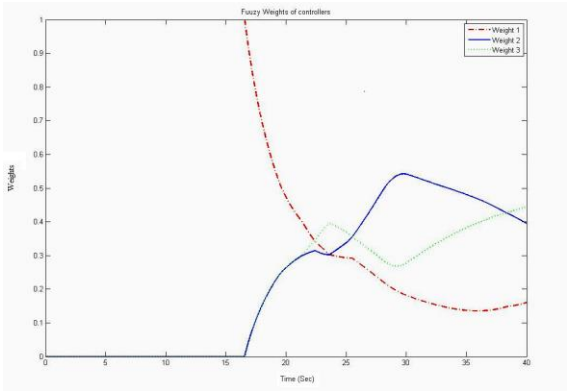
همان طور که در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است، نوسانات شدید ناشی از سوئیچ سخت در خروجی سیستم، با اعمال سوئیچ نرم در کنترل کننده جدول‌بندی بهره به طور کامل حذف شده و عملکردی ملایم قابل مشاهده است.



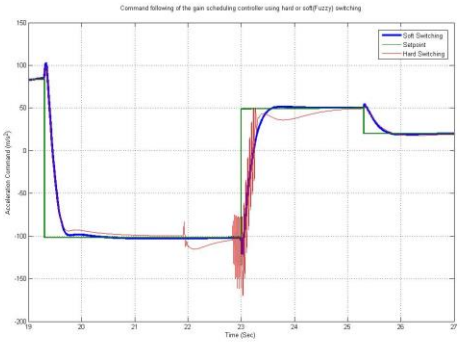

شکل ۱۱: عملکرد دو کنترل کننده با سوئیچ فازی و سوئیچ سخت



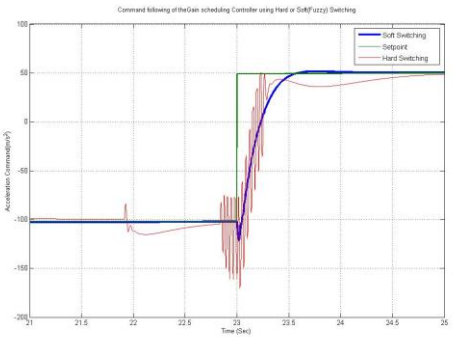

شکل ۱۲: نمایش لحظه سوئیچ زنی در حالت سوئیچ سخت در حدود ثانیه ۲۲




شکل ۱۳: نمایش وزن‌های سه کنترل‌کننده در حالت سوئیچ فازی




شکل ۱۴: عملکرد سوئیچ فازی و سوئیچ سخت در یک سناریوی پروازی




شکل ۱۵: نمایش دقیق‌تر عملکرد سوئیچ فازی و سوئیچ سخت در یک سناریوی پروازی

## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره فازی برای یک رهگیر از نوع دم‌کنترل طراحی شد. ابتدا ناحیه پروازی رهگیر به چند زیرناحیه تقسیم شده و برای هر زیرناحیه کنترل‌کننده مقاوم طراحی شد. این طراحی به‌گونه‌ای انجام گرفت که هر کنترل‌کننده قادر به تضمین پایداری برای زیرناحیه مربوط به خود باشد. برای این منظور از ابزار v-gap metric استفاده شد. در ادامه به منظور طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره و به‌منظور انتقال از یک ناحیه کاری به یک ناحیه دیگر از سوئچینگ فازی استفاده شد. به‌منظور تعیین بهترین باند برای توابع عضویت، با استفاده از چند سناریو پروازی از پیش طراحی شده، به تست مقادیر مختلف باند



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]

برای توابع عضویت فازی پرداخته شد و سپس با بررسی نتایج حاصل از پرواز با استفاده از یک تابع معیار مشخص، بهترین مقدار برای باند انتخاب شد. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد مطلوب سیستم جدول‌بندی بهره فازی دارد.

## مراجع

[1] H. Buschek, "Full Envelope Missile Autopilot Design Using Gain Scheduled Robust Control", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 22, No. 1, pp.115 122, 1999.

[2] F.D. Bianch R.S. Sanchez Pena, "Interpolation for gain-scheduled control with guarantees ", *Automatica*, Vol. 47, pp.239 243, 2011.

[3] G.M. Siouris, "*Missile guidance and control systems*", New York, Springer-verlag, Inc., 2004.

[4] Garnell, P.; *Guidance weapon control systems*, 2nd Edition, Pergamon Press, 1980.

[5] Wilson J. Rugh, Jeff S. Shamma, Research on gain scheduling, *Automatica*, Volume 36, pp. 1401-1425, 2000.

[6] Douglas A. Lawrence, Wilson J. Rugh, Gain scheduling dynamic linear controllers for a nonlinear plant, *Automatica*, Volume 31, Pages 381-390, 1995.

[7] T. Screenuch; A. Tsourdos; E. J. Hughes; B. A. White; , "Fuzzy gain-scheduled missile autopilot design using evolutionary algorithms," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol.42, No.4, pp.1323-1339, 2006.

[8] S. Theodoulis, G, Duc, "Missile autopilot design: Gain scheduling and the gap metric" *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 32, No. 3, pp. 986 996, 2009.

[9] E. Prempain, I, Postlethwaite, "Static H∞ loop shaping control of a fly-by-wire helicopter" *Automatica*, Vol. 41, pp. 1517 1528, 2005.

[10] سید محمدجواد معافی، ایمان محمدزمان، "ارایه روش جدید درونیابی پایدار در طراحی خودخلبان مقاوم زمان بندی بهره"، مجله علمی پژوهشی کنترل، جلد ۶، شماره ۱، صفحه ۶۱-۷۲، ۱۳۹۱.

[11] F. Blanchini, S. Miani, F. Mesquine. "A separation principle for linear switching systems and parameterization of all stabilizing controllers". *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, pp. 279–292, 2009.

[12] F.D. Bianchi, R.S. Sanchez-Pena, M. Guadayol, "Gain scheduled control based on high fidelity local wind turbine models". *Renewable energy*, Vol.37, pp.233-240, 2012.

[13] B. Hencey, A. Alleyne. "Robust controller interpolation design technique". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 18, pp. 1–10, 2010.

[14] T. P. Blanchett, G. C. Kember, R. Dubay, PID gain scheduling using fuzzy logic, *ISA Transactions*, Volume 39, Issue 3, , pp. 317-325, 2000.

[15] Zhen-Yu Zhao; Tomizuka, M.; Isaka, S.; "Fuzzy gain scheduling of PID controllers,"*IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.23, No.5, pp.1392-1398, 1993.

[16] Khalil Jouili, Houssem Jerbi, Naceur Benhadj Braiek, An advanced fuzzy logic gain scheduling trajectory control for nonlinear systems, *Journal of Process Control*, Volume 20, Issue 4, , pp. 426-440, 2010.

[17] Korba, P.; Babuska, R.; Verbruggen, H.B.; Frank, P.M.; "Fuzzy gain scheduling: controller and observer design based on Lyapunov method and convex optimization," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol.11, No.3, pp. 285- 298, 2003.

[18] Liu, J, Wang, W, Golnaraghi, F, Kubica, E,"A novel fuzzy framework for nonlinear system control", *FUZZY SETS AND SYSTEMS*, pp2746-2759 2010.

[19] Lin, CL, Hwang, CL,"A dynamically fuzzy gain - scheduled design for missile autopilot", *AERONAUTICAL JOURNAL*, pp 599-606, 2003.

[20] M. Oosterom, R. Babuska, Design of a gain-scheduling mechanism for flight control laws by fuzzy clustering, *Control Engineering Practice*, Volume 14, Issue 7, pp 769-781, 2006.

[21] K. Zhou, J.C. Doyle, and K. Glover, "*Robust and optimal control*", Prentice Hall, first edition, 1996.

[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-13 ]

[ DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.2.5 ]