مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۲، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، صفحه ۳۹-۲۷

طراحی یک کنترل‌کننده ردیاب فیدبک خروجی برای بازوهای متحرک با استفاده از یک تکنیک مقاومِ تطبیقیِ عصبی

نوشین پورواعظ اصفهانی[۱]، خوشنام شجاعی[۲]

[۱] کارشناس ارشد مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران، n.poorvaez@sel.iaun.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران، shojaei@pel.iaun.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۳/۲۳ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۸/۱۵ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳

چکیده: در این مقاله، کنترل ردیابی یک بازوی ربات متصل بر روی یک پایه متحرک چرخ‌دار مورد توجه قرار می‌گیرد. یک الگوریتم کنترلی غیرخطی مقاوم تطبیقی عصبی به منظور کنترل ردیاب فیدبک خروجی برای یک بازوی متحرک چرخ‌دار بدون اندازه‌گیری سرعت سیستم برای مقابله با دینامیک‌های مدل نشده سیستم، نامعینی‌های پارامتری و غیرپارامتری و اغتشاشات خارجی، پیشنهاد شده است. یک تحلیل پایداری مبتنی بر لیاپانوف نشان می‌دهد که خطاهای ردیابی و رؤیت حالت نهایتاً به طور یکنواخت کران‌دار هستند و به توپ کوچکی شامل مبدأ همگرا می‌شوند. یک شبکه عصبی مبتنی بر توابع پایه شعاعی برای جبران نامعینی‌های ناشی از دینامیک‌های بازوی متحرک به کار گرفته شده است. نامعینی‌های غیر پارامتری و خطای تقریب شبکه عصبی نیز با یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی جبران شده اند. علاوه بر این، تابع تانژانت هایپربولیک در طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی به کار گرفته شده است تا خطر اشباع عملگرها را کاهش دهد و سیگنال‌های کنترلی هموارتری تولید کند. در نهایت، نتایج شبیه سازی تأثیر الگوریتم پیشنهادی در این مقاله را به خوبی نشان می‌دهند.

کلمات کلیدی: اشباع عملگر، بازوهای متحرک،کنترل غیرخطی مقاوم تطبیقی، شبکه عصبی تابع پایه شعاعی.

Designing an Output Feedback Tracking Controller for Mobile Manipulators by Using a Neural Adaptive Robust Technique

Nooshin Poorvaez Esfahani, Khoshnam Shojaei

Abstract: In this paper, the tracking control of a robotic arm mounted on a wheeled mobile platform is considered. A nonlinear neural adaptive robust control algorithm is proposed for the output feedback tracking control of a wheeled mobile manipulator without measuring system velocities to deal with the unmodeled system dynamics, parametric uncertainties and external disturbances. A Lyapunov-based stability analysis shows that tracking and observation errors are Uniformly Ultimately Bounded (UUB) and converge to a small ball containing the origin. A Radial Basis Function Neural Network (RBFNN) is employed to compensate for the uncertainties of mobile manipulator dynamics. Nonparametric uncertainties and NN approximation errors are also compensated by an adaptive robust controller. In addition, hyperbolic tangent function is employed in the design of the output feedback controller to reduce the risk of actuators saturation and to produce smoother control signals. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed controller well.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

Keywords: Actuator saturation, Mobile manipulators, Nonlinear adaptive robust control, Radial basis function neural network.

۱- مقدمه

به کار گیری بازوهای ربات با پایه متحرک چرخ‌دار به دلیل این‌که فضای کاری[1] بزرگ‌تری نسبت به بازوهای رباتیکی با پایه ثابت را دارا می‌باشند، به‌طور قابل ملاحظه‌ای قابلیت‌های عملکرد این سیستم‌ها را افزایش می‌دهد [۱]. یکی از رایج‌ترین پایه‌های متحرک موجود، درایو تفاضلی[2] می‌باشد که این درایو دارای دو چرخ ثابت است که در سمت چپ و راست بدنه متحرک نصب شده است. این مقاله به کنترل حرکت بازوی متحرک چرخ‌دار با درایو تفاضلی اختصاص داده شده است. اثر متقابل بین بازوی ماهر و پایه متحرک و همچنین وجود قیدهای هولونومیک و غیرهولونومیک و عملکرد غیرخطی از جمله خصوصیات بازوی متحرک چرخ‌دار هستند که طراحی کنترل‌کننده را برای آن دشوارتر می‌کنند [۲]. تاکنون روش‌های کنترلی بسیاری برای کنترل بازوی متحرک ربات پیشنهاد شده است که از جمله آن‌ها می‌توان به کنترل مد لغزشی، کنترل تطبیقی، کنترل تطبیقی عصبی، کنترل مقاوم تطبیقی و غیره اشاره کرد [۱]-[۱۸]. بسیاری از طرح‌های کنترلی برای کنترل حرکت ربات، براساس اندازه‌گیری‌های کامل حالت یعنی اندازه‌گیری‌های موقعیت و سرعت بازوی متحرک ارائه شده است. اندازه‌گیری موقعیت بازو را می‌توان با استفاده از انکودرها که اندازه‌گیری بسیار دقیقی از جابه‌جایی‌های بازو را ارائه می‌دهند، بدست آورد. در مقابل، اندازه‌گیری سرعت بازو با استفاده از سرعت‌سنج‌ها بدست می‌آید که اغلب با نویز همراه هستند و از طرفی، وزن ربات با وجود سرعت‌سنج‌ها افزایش می‌یابد که باعث می‌شود از عملکرد دینامیکی بازو کاسته شود. از این رو، این نکته اهمیت دارد که برای عملکرد کنترل مناسب و حفظ کنترل با دقت بالا، تنها به اندازه‌گیری‌های موقعیت نیاز داریم و به منظور حذف نیاز به سرعت‌سنج‌ها از یک مشاهده‌گر سرعت می‌توان استفاده کرد [۳]. از طرفی، بسیاری از روش‌های کنترلی به دانش قبلی از دینامیک‌های بازوی متحرک نیاز دارند یا برای سادگی دینامیک‌های موجود در مدل دینامیکی مانند دینامیک‌های پایه متحرک، دینامیک‌های بازو و دینامیک‌های ناشی از تعاملات بین پایه و بازو را نادیده می‌گیرند. چنین مسائلی سبب شده است که این طرح‌های کنترلی برای کاربردهای دنیای واقعی نامناسب باشند. روش کنترل تطبیقی نیازی به دانش دقیق قبلی از پارامترهای ربات نظیر جرم، ممان اینرسی یا ضرایب اصطکاک ندارد. مرجع [۴] یک کنترل‌کننده تطبیقی را براساس ماتریس رگرسور برای چند بازوی متحرک در حضور نامعینی‌ها، طراحی کرده است. در مرجع [۵]، کنترل‌کننده تطبیقی به منظور تضمین این‌که حالت‌های یک سیستم حلقه بسته بطور مجانبی مسیر مطلوب را تحت قیود هولونومیکی در حضور اغتشاشات و نامعینی‌ها دنبال می‌کند، پیشنهاد شده است. حجم محاسباتی بالا، هزینه زیاد پیاده‌سازی و عدم مقاومت در برابر اغتشاشات کران‌دار از جمله معایب روش کنترل تطبیقی می‌باشد. مرجع [۶] کنترل حرکت بازوهای متحرک غیرهولونومیک در حضور نامعینی‌ها و اغتشاشات را بررسی کرده و یک کنترل‌کننده مقاوم تطبیقی برای مقابله با نامعینی‌های مدل و اغتشاشات کران‌دار پیشنهاد کرده است. این روش کنترلی ترکیب بهترین ویژگی‌های کنترل‌کننده مقاوم و تطبیقی است، اما تا حدودی سیگنال‌های کنترلی ناهموار را بوجود می‌آورد که برای تبدیل آن‌ها به سیگنال‌های هموارتر، ترکیب شبکه عصبی با کنترل‌کننده مقاوم تطبیقی پیشنهاد می‌شود. زیرا شبکه‌های عصبی با توجه به توانایی در قدرت یادگیری، اثبات کردند که ابزار مناسبی برای کنترل سیستم‌های دینامیکی غیرخطی پیچیده می‌باشند [۷]. در مرجع [۸]، یک الگوریتم کنترل مقاوم تطبیقی برای بازوی متحرک براساس شبکه عصبی مقاوم به منظور مقابله با اغتشاشات، غیرخطی‌ها و قیود غیرهولونومیکی بین پایه متحرک و بازوی نصب شده روی آن، توصیف شده است. در این روش، به دلیل در نظر نگرفتن فیدبک خروجی یا به عبارتی وجود سنسور سرعت، وزن و هزینه ربات افزایش یافته و در نتیجه پیاده سازی مشکل‌تر می‌شود. برای رفع این مشکل از مشاهده‌گر مرتبه کاهش یافته، به منظور حذف سنسور سرعت می‌توان استفاده کرد. در مرجع [۹]، یک روش کنترل مقاوم تطبیقی عصبی مبتنی بر رؤیت‌گر برای کنترل یک بازوی زیردریایی هیدرولیکی پیشنهاد شده است. اما این روش کنترلی مسأله اشباع عملگرها را نادیده می‌گیرد و قابل اعمال به بازوی متحرک چرخ‌دار نیست. در مرجع [۱۰]، یک کنترل کننده غیرخطی براساس مدل سینماتیکی و دینامیکی بازوی متحرک با درایو تفاضلی بدون در نظر گرفتن نامعینی طراحی شده است. مسأله کنترل همکاری چندین بازوی متحرک در مرجع [۱۲] مورد توجه قرار گرفته است. در مرجع [۱۳]، مدل سازی و کنترل بازوهای متحرک بر مبنای تکنیک‌های کنترل مقاوم و تطبیقی به طور مفصل ارائه شده است. یک کنترل کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی برای کنترل ردیابی مسیر بازوی متحرک تمام جهته در مرجع [۱۷] پیشنهاد شده است. مرجع [۱۸] نیز مسأله کنترل فیدبک خروجی مقاوم تطبیقی را برای بازوهای متحرک غیرهولونومیکی مورد توجه قرار داده است. متأسفانه، اغلب کارهای قبلی

[1] Workspace
[2] Differentially-Driven

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

روی کنترل بازوهای متحرک [۱]-[۱۸] نیازمند حسگرهای سرعت هستند و یا سیگنال‌های کنترلی غیر قابل پیاده سازی تولید می‌کنند و از مسأله اشباع عملگرها صرف نظر می‌کنند. در این مقاله، با ترکیب یک مشاهده‌گر کاهش مرتبه یافته و شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی[1]، برای اولین بار یک طرح جدید کنترل فیدبک خروجی غیرخطی مقاوم تطبیقی برای سیستم بازوی متحرک چرخ‌دار با درایو تفاضلی در حضور نامعینی‌های پارامتری و غیرپارامتری بدون اندازه‌گیری‌های سرعت و کاهش خطر اشباع عملگر را توأماً توسعه داده‌ایم. با مرور پژوهش‌های پیشین [۱]-[۱۸]، نوآوری‌هایی که در این مقاله انجام شده است، به صورت زیر ارائه می‌شوند:

۱. در این مقاله، با استفاده از تابع اشباع تانژانت هایپربولیک دامنه سیگنال‌های خطاهای ردیابی و تخمین حالت محدود شده اند تا خطر اشباع عملگر کاهش یابد و سیگنال‌های کنترلی هموارتری تولید شوند. در حالی که در کارهای پیشین نظیر [۱]-[۱۸]، دامنه سیگنال‌های کنترلی با افزایش خطای ردیابی اولیه بسیار زیاد می‌شود و خطر اشباع عملگرها را افزایش می‌دهد.

۲. بسیاری از کارهای قبلی برای پیاده سازی به حسگرهای سرعت نیاز دارند. در این مقاله، یک رؤیت‌گر با به کار گیری تابع اشباع برای حذف حسگرهای سرعت سیستم به منظور کاهش هزینه پیاده سازی و کاهش وزن ربات طراحی شده است.

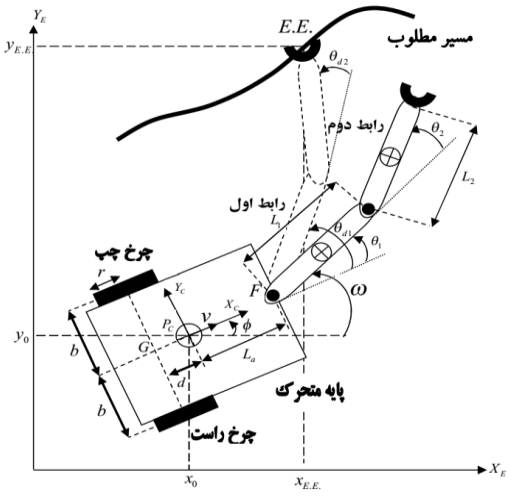
۳. به منظور جبران نامعینی‌های پارامتری و غیر خطی در پارامتر از شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی استفاده می‌شود. برای جبران نامعینی‌های غیرپارامتری و خطای تقریب شبکه عصبی، یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی نوع اشباع به طور مؤثری به کار گرفته شده است.

این مقاله، از بخش‌های زیر تشکیل شده است. در بخش دوم، مدل ریاضی غیرخطی بازوی متحرک چرخ‌دار و مقدمات استفاده آن در طراحی کنترل‌کننده ارائه شده است. در بخش سوم، اهداف کنترل، فرض‌ها و لم‌ها به منظور اثبات پایداری بیان شده است. در بخش چهارم، به بررسی طرح کنترل فیدبک خروجی مقاوم تطبیقی شبکه عصبی برای سیستم بازوی متحرک چرخ‌دار با وجود دینامیک‌های نامعین و اغتشاشات نامعلوم زمانی که سرعت بازوی متحرک چرخ‌دار در دسترس نیستند، می‌پردازیم. سپس، در بخش پنجم به تحلیل پایداری کنترل‌کننده پیشنهادی پرداخته شده است. در نهایت، در بخش‌های ششم و هفتم به ترتیب نتایج شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری را خواهیم داشت.

۲- مدل حرکت بازوی متحرک

بازوی متحرک چرخ‌دار شکل۱ شامل دو قسمت بازوی ماهر و بدنه متحرک می‌باشد. بدنه متحرک، دو چرخ فعال دارد که محور این چرخ‌ها در یک راستا واقع شده‌اند و b فاصله هر چرخ نسبت به خط مرکزی است. خط واصل چرخ‌ها نسبت به مرکز جرم، در فاصله d واقع شده است. پارامترهای r، L_a، L_1 و L_2 به ترتیب شعاع چرخ ها، فاصله پایه بازو تا مرکز جرم و طول رابط‌ها را نشان می‌دهند. دستگاه مختصات متصل به بدنه را به صورت (O_B, X_B, Y_B) و دستگاه مختصات متصل به زمین به صورت (O_E, X_E, Y_E) نمایش داده شده است. بردار حالت با $\boldsymbol{q} = [x_0, y_0, \phi, \theta_1, \theta_2]^T$ معرفی می‌شود که در آن x_0 و y_0 مختصات نقطه P_c در دستگاه مختصات متصل به زمین و زاویه ϕ مختصات متصل به بدنه را نسبت به مختصات متصل به زمین ایجاد می‌کند که این زاویه سمت گیری ربات را تعیین می‌کند. متغیر θ_1 زاویه نسبی بین مختصات بدنه و لینک اول است و θ_2 جهت‌گیری نسبی لینک دوم نسبت به لینک اول را توصیف می‌کند. تنها قید در نظر گرفته شده در این مقاله، از رفتار غیرهولونومیکی چرخ‌ها بدست می‌آید و سرعت پایه متحرک را در جهت عمود بر جهت غلتش چرخ‌ها محدود می‌کند که به‌صورت زیر داده شده است [۱۰]:

$$-\dot{x}\sin\phi + \dot{y}\cos\phi - \dot{\phi}d = 0 \qquad (۱)$$



شکل۱- توصیف ربات در دستگاه‌های مختصات

معادله قید در رابطه (۱) برای بازوی متحرک چرخ‌دار را می‌توان به شکل ماتریسی $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{0}$ بیان کرد که این معادله انتگرال‌ناپذیر به‌عنوان محدودیت غیرهولونومیک در حرکت ربات‌های متحرک یاد می‌شود که مفهوم شهودی این محدودیت در یک ربات متحرک با مکانیزم چرخ‌های موازی، عدم توانایی آن در حرکت از پهلو است. $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})$ در این مورد یک

[1] Radial Basis Function Neural Networks (RBFNN)

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

بردار است که به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد:

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & -d & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

فرض کنید $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q})$ یک ماتریس شامل مجموعه‌ای از بردارهای مستقل خطی و هموار $\boldsymbol{n}_1(\boldsymbol{q})$، $\boldsymbol{n}_2(\boldsymbol{q})$، $\boldsymbol{n}_3(\boldsymbol{q})$ و $\boldsymbol{n}_4(\boldsymbol{q})$ باشد که در فضای پوچی[1] ماتریس $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})$ به صورت $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{0}$ واقع شده‌اند. مجموعه‌های ممکن بسیاری از بردارهای $\boldsymbol{n}_1(\boldsymbol{q})$، $\boldsymbol{n}_2(\boldsymbol{q})$، $\boldsymbol{n}_3(\boldsymbol{q})$ و $\boldsymbol{n}_4(\boldsymbol{q})$ وجود دارند که یکی از آن‌ها به‌صورت زیر است [۱۰]:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N}(\boldsymbol{q}) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{n}_1 & \boldsymbol{n}_2 & \boldsymbol{n}_3 & \boldsymbol{n}_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c(b\cos\phi - d\sin\phi) & c(b\cos\phi + d\sin\phi) & 0 & 0 \\ c(b\sin\phi + d\cos\phi) & c(b\sin\phi - d\cos\phi) & 0 & 0 \\ c & -c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۳)$$

که $c = r/2b$ است و r شعاع چرخ می‌باشد. حال، رابطه سینماتیک سرعت را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{N}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v},\ \boldsymbol{v} = [\dot{\theta}_{\boldsymbol{R}}, \dot{\theta}_{\boldsymbol{L}}, \dot{\theta}_{\boldsymbol{1}}, \dot{\theta}_{\boldsymbol{2}}]^T \quad (۴)$$

که $\dot{\theta}_{\boldsymbol{L}}$ و $\dot{\theta}_{\boldsymbol{R}}$ سرعت زاویه‌ای چرخ‌های چپ و راست هستند. برای سادگی، سرعت خطی $v = (r\dot{\theta}_{\boldsymbol{R}} + r\dot{\theta}_{\boldsymbol{L}})/2$ و سرعت زاویه‌ای $\omega = c(\dot{\theta}_{\boldsymbol{R}} - \dot{\theta}_{\boldsymbol{L}})$ را برای بدنه متحرک در نظر می‌گیریم و بردار سرعت جدید $\boldsymbol{v}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} v & \omega & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T \quad (۵)$$

اگر برای سادگی $d = 0$ را در نظر بگیریم، معادله سینماتیک بدنه متحرک به صورت زیر باز نویسی می‌شود [۱۱]:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{n}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & 0 & 0 \\ \sin\phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

هدف اصلی در این مقاله این است که مجری نهایی بازوی متحرک بتواند یک مسیر زمانی مطلوب را دنبال کند. براساس شکل ۱، موقعیت مطلوب مجری نهایی را با $(x_{E.E.}, y_{E.E.})$ نشان می‌دهیم و زوایای مطلوب رابط‌ها را برای رسیدن به آن به صورت θ_{d1} و θ_{d2} در نظر می‌گیریم. برای بررسی سینماتیک بازوی نصب شده بر روی پایه متحرک، مطابق شکل ۱، موقعیت مطلوب مجری نهایی را به صورت زیر تصویرسازی می‌کنیم [۱۲]:

$$\begin{aligned} x_{E.E.} &= x_0 + L_a\cos\phi + L_1\cos(\phi+\theta_{d1}) \\ &\quad + L_2\cos(\phi+\theta_{d1}+\theta_{d2}) \\ y_{E.E.} &= y_0 + L_a\sin\phi + L_1\sin(\phi+\theta_{d1}) \\ &\quad + L_2\sin(\phi+\theta_{d1}+\theta_{d2}) \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن θ_{d1} و θ_{d2} زوایای مطلوب θ_1 و θ_2 را برای قرار گرفتن در موقعیت مطلوب نشان می‌دهند. منظور از این که مجری نهایی و پایه متحرک موقعیت مطلوب را دنبال کنند، این است که مختصات موقعیت‌های مطلوب را کنترل کنیم. در واقع هدف ما کنترل مختصات $(x_{E.E.}, y_{E.E.})$ و زوایای θ_1 و θ_2 می‌باشد. به این منظور، بردار خروجی جدید با نام $\boldsymbol{\eta}$ را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم که شامل متغیرهای کنترل است:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} = h(\boldsymbol{q}) &= \begin{bmatrix} x_{E.E.} \\ y_{E.E.} \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_0 + L_a\cos\phi + L_1\cos(\phi+\theta_{d1}) + L_2\cos(\phi+\theta_{d1}+\theta_{d2}) \\ y_0 + L_a\sin\phi + L_1\sin(\phi+\theta_{d1}) + L_2\sin(\phi+\theta_{d1}+\theta_{d2}) \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۸)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۸) و جایگذاری معادله (۶) در آن، معادله سینماتیک سرعت بازوی متحرک چرخ‌دار دو لینکی با درایو تفاضلی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -L_a\sin\phi - L_1\sin(\phi+\theta_{d1}) - L_2\sin(\phi+\theta_{d1}+\theta_{d2}) & 0 & 0 \\ \sin\phi & L_a\cos\phi + L_1\cos(\phi+\theta_{d1}) + L_2\cos(\phi+\theta_{d1}+\theta_{d2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (۹)$$

حال با در نظر گرفتن $\dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{E.E.} & \dot{y}_{E.E.} & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T$ و همچنین با داشتن $\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} v & \omega & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T$، رابطه (۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v} \quad (۱۰)$$

که $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})$ ماتریس ژاکوبین نامیده می‌شود و یک ماتریس رتبه کامل[2] است. برای تحلیل سرعت بازوی ربات، از ماتریس ژاکوبین استفاده می‌شود. مشتق زمانی معادله (۱۰) به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v} + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{v}} \quad (۱۱)$$

[1] Null Space

[2] Full Rank

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

مدل دینامیکی ربات، به کمک روش اویلر لاگرانژ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\boldsymbol{M}_a(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{C}_a(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{D}_a\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{\tau}_d(t)=\boldsymbol{B}_a(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau}(t)-\boldsymbol{A}_a^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\lambda} \quad (۱۲)$$

که $\boldsymbol{M}_a(\boldsymbol{q})$ ماتریس اینرسی، $\boldsymbol{C}_a(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ ماتریس کوریولیس و گریز از مرکز، $\boldsymbol{D}_a$ ماتریس اصطکاک ویسکوز و ضرایب میرایی، $\boldsymbol{\tau}_d(t)$ گشتاور اغتشاشات خارجی، دینامیک‌های مدل نشده و اصطکاک کولمب، $\boldsymbol{B}_a(\boldsymbol{q})$ ماتریس تبدیل ورودی، $\boldsymbol{A}_a=[\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}),\boldsymbol{0}]^T$ و $\boldsymbol{\tau}(t)$ بردار گشتاور ورودی می‌باشد. با مشتق‌گیری از رابطه (۶)، رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$\ddot{\boldsymbol{q}}=\dot{\boldsymbol{N}}_n\boldsymbol{v}+\boldsymbol{N}_n\dot{\boldsymbol{v}} \quad (۱۳)$$

با ضرب $\boldsymbol{N}_n^T$ از سمت چپ در معادله (۱۲)، در نظر گرفتن $\boldsymbol{A}_a(\boldsymbol{q})\boldsymbol{N}_n(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{0}$ و جایگذاری رابطه (۱۳) در این رابطه داریم:

$$\boldsymbol{M}_c(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{C}_c(\boldsymbol{q},\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}+\boldsymbol{D}_c(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v}+\boldsymbol{\tau}_d(t,\boldsymbol{q})=\boldsymbol{B}_c(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau}(t) \quad (۱۴)$$

که در آن $\boldsymbol{M}_c(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{N}_n^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}_a(\boldsymbol{q})\boldsymbol{N}_n(\boldsymbol{q})$،
$\boldsymbol{C}_c(\boldsymbol{q},\boldsymbol{v})=\boldsymbol{N}_n^T(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{M}_a(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{N}}_n+\boldsymbol{C}_a(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{N}_n)$،
$\boldsymbol{D}_c(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{N}_n^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{D}_a\boldsymbol{N}_n(\boldsymbol{q})$، $\boldsymbol{\tau}_d(t,\boldsymbol{q})=\boldsymbol{N}_n^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau}_d(t)$ و $\boldsymbol{B}_c(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{N}_n^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{B}_a(\boldsymbol{q})$. حال از روابط (۱۰) و (۱۱) به دو معادله زیر می‌رسیم:

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (۱۵)$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v} \quad (۱۶)$$

که $\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})$ معکوس ماتریس ژاکوبین است. با جایگذاری معادلات (۱۵) و (۱۶) در رابطه (۱۴) و ضرب $\boldsymbol{J}^{-T}(\boldsymbol{q})$ از سمت چپ در رابطه، دینامیک بازوی متحرک چرخ‌دار را به شکل زیر بدست می‌آوریم:

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\eta}}+\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\eta}})\dot{\boldsymbol{\eta}}+\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}}+\boldsymbol{\tau}_w(t,\boldsymbol{q})=\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau}(t) \quad (۱۷)$$

که در آن $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}^{-T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}_c(\boldsymbol{q})\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})$،
$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\eta}})=\boldsymbol{J}^{-T}(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{C}_c(\boldsymbol{q},\boldsymbol{v})-\boldsymbol{M}_c(\boldsymbol{q})\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{q}))\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})$،
$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}^{-T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{D}_c(\boldsymbol{q})\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})$،
$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}^{-T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{B}_c(\boldsymbol{q})$ و $\boldsymbol{\tau}_w(t,\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}^{-T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau}_d(t,\boldsymbol{q})$

می‌باشد. با توجه به مراجع [۱۳]-[۱۴]، خواص ساختاری زیر برای مدل (۱۷) ارائه می شود:

خاصیت ۱: $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\in\Re^{4\times4}$، ماتریس اینرسی جرم یک ماتریس مثبت معین و متقارن است به عبارتی $\boldsymbol{M}^T(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})>0$. ماتریس اینرسی از بالا و پایین کران‌دار می‌باشد یعنی $m_1\le\|\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\|\le m_2$ که m_1 و m_2 ثابت‌های اسکالر مثبت هستند.

خاصیت ۲: $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\in\Re^{4\times4}$، ماتریس کوریولیس و نیروهای جانب مرکز، رابطه زیر را برقرار می‌کند:

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{x}_1)\boldsymbol{x}_2=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{x}_2)\boldsymbol{x}_1\ \ \forall\boldsymbol{q}\in\Re^5,\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2\in\Re^4 \quad (۱۸)$$

از طرفی، دقت شود که ماتریس $\dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})-2\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\eta}})$ پادمتقارن است، بدین معنی که $\boldsymbol{x}^T(\dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})-2\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\eta}}))\boldsymbol{x}=0,\ \forall\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{\eta}}\in\Re^4$.

خاصیت ۳: $\boldsymbol{D}\in\Re^{4\times4}$ یک ماتریس مثبت معین و متقارن است که شامل ماتریس ضرایب میرایی و اصطکاک ویسکوز می‌باشند. این ماتریس از بالا و پایین به صورت زیر کران‌دار می‌باشد:

$$\lambda_d\|\boldsymbol{x}\|^2\le\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{x}\le\lambda_D\|\boldsymbol{x}\|^2\ \ \forall\boldsymbol{x}\in\Re^4,\boldsymbol{q}\in\Re^5 \quad (۱۹)$$

که $\lambda_D=\max_{\forall\boldsymbol{q}\in\Re^5}\lambda_{\max}(\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q}))$ و $\lambda_d=\min_{\forall\boldsymbol{q}\in\Re^5}\lambda_{\min}(\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q}))$ است و همچنین رابطه $0<\lambda_d\le\lambda_D<\infty$ برقرار است.

خاصیت ٤: ثابت اسکالر مثبت λ_C ماتریس کوریولیس را به صورت زیر کران‌دار می‌کند:

$$\|\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\eta}})\|\le\lambda_C\|\dot{\boldsymbol{\eta}}\| \quad (۲۰)$$

۳- اهداف کنترلی

هدف کنترلی مورد نظر در این مقاله، طراحی یک قانون کنترل فیدبک خروجی برای یک سیستم بازوی متحرک چرخ‌دار، تحت ملزومات زیر می‌باشد:

- خطای ردیابی $\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{\eta}(t)-\boldsymbol{\eta}_d(t)$، در حضور نامعینی‌های ساختار یافته و بدون ساختار، حداقل به طور یکنواخت نهایتاً کران‌دار گردد.
- اندازه‌گیری سیگنال‌های سرعت برای فیدبک قابل دسترسی نیستند.
- کنترل‌کننده پیشنهادی بایستی مشکل اشباع عملگرها را به منظور جلوگیری از عملکرد ضعیف ردیابی سیستم با وجود بزرگ بودن خطای ردیابی اولیه در نظر بگیرد.

در نظر گرفتن فرض‌های زیر، به منظور توسعه اهداف کنترلی بالا ضروری هستند:

فرض ۱: بردار حالت $\boldsymbol{q}(t)$ برای فیدبک به صورت بلادرنگ قابل اندازه‌گیری است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

فرض ۲: مسیر مطلوب $\boldsymbol{\eta}_d(t)$، به گونه‌ای انتخاب گردیده است که $\boldsymbol{\eta}_d(t)$، $\dot{\boldsymbol{\eta}}_d(t)$ و $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_d(t)$ همگی سیگنال‌های کران‌دار هستند، بدین معنی که شرایط $\sup_{t\geq 0}\|\boldsymbol{\eta}_d(t)\| < B_{dp}$، $\sup_{t\geq 0}\|\dot{\boldsymbol{\eta}}_d(t)\| < B_{dv}$ و $\sup_{t\geq 0}\|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_d(t)\| < B_{da}$ برقرار باشند که B_{dp}، B_{dv} و B_{da} ثابت‌های مثبت نامعین هستند.

فرض ۳: بردار اغتشاش‌های خارجی به صورت زیر کران‌دار است که در آن λ_w ثابت نامعلوم می‌باشد.

$$\|\boldsymbol{\tau}_w(t,\boldsymbol{q})\| \leq \lambda_w \qquad (۲۱)$$

فرض ٤: وزن‌های شبکه عصبی کران‌دار هستند به طوری‌که شرط $\|\boldsymbol{W}\|_F \leq W_M$ (۲۴) برقرار باشد که W_M ثابت‌های مثبت نامعین هستند.

لم‌های کمکی زیر در اثبات پایداری سیستم کنترل حلقه بسته استفاده می‌شوند:

لم ۱- خواص توابع هایپربولیک زیر به سادگی قابل اثبات هستند [۳]:

- $\tanh^2(\xi)/2 \leq \ln(\cosh(\xi)) \leq \xi^2, \forall \xi \in \Re$.
- $\ln(\cosh(\xi)) > 0, \forall \xi \neq 0$ و $\ln(\cosh(\xi)) \to \infty$ در صورتی‌که $|\xi| \to \infty$.
- $|\tanh(k_1 x + k_2 y) - \tanh(k_2 y)| \leq k_1 |x|, \forall x, y \in \Re,$ $|\tanh(x) - \tanh(x-y)| \leq |y|, \forall x, y \in \Re$.
- $|\tanh(k_1 x)| \leq k_1 |x|, \forall x \in \Re$.
- از خاصیت ۴ می‌توان به خاصیت $|\tanh(x)|^2 \leq |x||\tanh(x)| = x\tanh(x), \forall x \in \Re$ و $\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{Tanh}(\boldsymbol{x}) \geq \lambda_{\min}\{\boldsymbol{\Psi}\}\|\boldsymbol{Tanh}(\boldsymbol{x})\|^2, \forall \boldsymbol{\Psi} \in \Re^{n\times n}$ رسید.
- از خاصیت ۱ می‌توان به خاصیت $\tanh^2(\xi) \leq \xi^2, \forall \xi \in \Re$ رسید که این خاصیت را به $\|\boldsymbol{Tanh}(\boldsymbol{x})\|^2 \leq \|\boldsymbol{x}\|^2$ سوق می‌دهد.

لم ۲ [۱۵]- نامساوی $h\|\boldsymbol{x}\| - \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} h\boldsymbol{Tanh}(\nu h\boldsymbol{x}/\varepsilon_t) \leq n\varepsilon_t$ به ازای هر $\varepsilon_t > 0$ و برای هر $\forall \boldsymbol{x} \in \Re^n$ و $h \in \Re$ برقرار است که ν یک مقدار ثابت که از رابطه $\nu = e^{-(\nu+1)}$ بدست می‌آید و به عبارت دیگر $\nu = 0.2785$.

لم ۳- چنانچه $\boldsymbol{M}$ ماتریس مثبت معین باشد، به ازای $\boldsymbol{x} \in \Re^n$ نامساوی ریلی ریتز به صورت زیر برقرار است:

$$\lambda_{\min}\{\boldsymbol{M}\}\|\boldsymbol{x}\|^2 \leq \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{M}\boldsymbol{x} \leq \lambda_{\max}\{\boldsymbol{M}\}\|\boldsymbol{x}\|^2 \qquad (۲۲)$$

که $\lambda_{\min}\{\boldsymbol{M}\}$ بیانگر کوچک‌ترین مقدار ویژه و $\lambda_{\max}\{\boldsymbol{M}\}$ بیانگر بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس $\boldsymbol{M}$ می‌باشند.

لم ٤- چنانچه a، b، p و q اعداد حقیقی و مثبت باشند به نحوی که مجموع معکوس‌های p و q برابر یک باشد، آنگاه نامساوی یانگ به صورت زیر برقرار است:

$$ab \leq a^p/p + b^q/q \qquad (۲۳)$$

از طرفی، می‌توان اثبات کرد که به ازای $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \Re^n$ و اسکالر k نامساوی زیر برقرار است [۱۶]:

$$\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{M}\boldsymbol{y} \leq \frac{1}{2k^2}\lambda_{\max}\{\boldsymbol{M}\}\|\boldsymbol{x}\|^2 + \frac{k^2}{2}\lambda_{\max}\{\boldsymbol{M}\}\|\boldsymbol{y}\|^2 \qquad (۲۴)$$

٤- طراحی کنترل‌کننده

در این بخش، یک کنترل‌کننده ردیاب برای بازوی متحرک به منظور دنبال کردن مسیر مطلوب ارائه می‌شود. برای این منظور، خطاهای تخمین حالت و ردیابی به ترتیب به صورت $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) - \hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$ و $\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}_d(t)$ تعریف می‌شوند که $\boldsymbol{\eta}(t)$ بیانگر بردار حالت جدید در (۸)، $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$ نشان دهنده تخمین حالت $\boldsymbol{\eta}(t)$ و $\boldsymbol{\eta}_d(t)$ مسیر مطلوب می‌باشند. سپس، متغیرهای خطای زیر معرفی می‌گردند:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{s}(t) &= \dot{\boldsymbol{e}}(t) + \boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{Tanh}(\boldsymbol{e}(t) - \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)) \\ &= \dot{\hat{\boldsymbol{e}}}(t) + \boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{Tanh}(\hat{\boldsymbol{e}}(t)),\end{aligned} \qquad (۲۵)$$

$$\boldsymbol{r}(t) = \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}(t) + \boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)) \qquad (۲۶)$$

که $\hat{\boldsymbol{e}}(t) = \hat{\boldsymbol{\eta}}(t) - \boldsymbol{\eta}_d(t)$ است و $\boldsymbol{\Lambda}_p \in \Re^{4\times 4}$ یک ماتریس بهره مثبت معین متقارن می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۲۵) در رابطه (۱۷)، معادله زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{s}} = &-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\eta}})\boldsymbol{s} - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{s} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau}(t) \\ &+ \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\tau}_w(t,\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\chi}_1\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

که در آن $\boldsymbol{\zeta}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\zeta} = -\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\eta}}_d - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\eta}}_d)\dot{\boldsymbol{\eta}}_d - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}}_d \qquad (۲۸)$$

با استفاده از خواص تقریب شبکه عصبی تابع پایه شعاعی، $\boldsymbol{\zeta}$ به شکل زیر تقریب زده می‌شود [۱۴]، [۱۷]:

$$\boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w) + \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}_w) \qquad (۲۹)$$

که $\boldsymbol{W} \in \Re^{4\times\ell}$، یک ماتریس وزن نامعلوم است و $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w)$ برداری به صورت $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w) = [\sigma_1(\boldsymbol{x}_w), \ldots, \sigma_\ell(\boldsymbol{x}_w)]^T$ می‌باشد که $\sigma_j(\boldsymbol{x}_w)$ تابع پایه شعاعی j ام است که به صورت

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

$\sigma_j(x_w)=\exp\left(-\left\|x_w-\mu_j\right\|^2/\kappa_j^2\right),\ j=1,2,\ldots,\ell$ تعریف شده است. به علاوه، $\mu_j=\left[\mu_{j1},\mu_{j1},\ldots,\mu_{jq}\right]^{\mathrm{T}}$ و κ_j به ترتیب بردار میانگین و انحراف معیار توابع گاوسی هستند. همچنین، $x_w=[q^T,\dot{\eta}_d^T,\ddot{\eta}_d^T]^T$ و $\left\|\varepsilon(x_w)\right\|\le B_\varepsilon$ می‌باشند. برای جزئیات بیشتر، خواننده علاقه مند به مرجع [۱۴] ارجاع داده می‌شود. χ_1 نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}\chi_1 &= M(q)\Lambda_p Sech^2(\hat{e})\dot{e}-C(q,s)\left(\dot{\eta}_d-\Lambda_p Tanh(\hat{e})\right)\\ &+C(q,\dot{\eta}_d)\Lambda_p Tanh(\hat{e})+C(q,\Lambda_p Tanh(\hat{e}))\dot{\eta}_d\\ &-C(q,\Lambda_p Tanh(\hat{e}))\Lambda_p Tanh(\hat{e})+D(q)\Lambda_p Tanh(\hat{e})\end{aligned}\qquad(۳۰)$$

با به کار گیری روابط (۲۵) و (۲۶)، با استفاده از خاصیت‌های ۱ و ۳ و با توجه خاصیت ماتریس کوریولیس که به صورت $\left\|C(q,x_1)x_2\right\|\le\lambda_C\left\|x_1\right\|\left\|x_2\right\|,\ \lambda_c\ge 0$ بیان می‌شود [۱۴]، χ_1 به شکل زیر کران‌دار می‌گردد:

$$\left\|\chi_1\right\|\le\beta_1\left\|z\right\|+\beta_2\left\|z\right\|^2\qquad(۳۱)$$

که β_1 و β_2 ثابت‌های مثبت نامعلوم هستند و z به صورت $z=[Tanh^T(\hat{e}),Tanh^T(\tilde{\eta}),s^T,r^T]^T$ تعریف شده است. برای جلوگیری از طولانی‌تر شدن مقاله، اثبات نامساوی (۳۱) به خوانندگان علاقه مند واگذار می‌شود. با ایده گرفتن از [۱۸]، کنترل‌کننده زیر را در این مقاله پیشنهاد می‌کنیم:

$$\begin{cases}\tau(t)=B^{-1}(q)\left(-K_p\dot{\hat{e}}-K_p\Lambda_p Tanh(\hat{e})+K_p\Lambda_p Tanh(\tilde{\eta})\right.\\ \qquad\left.-\hat{W}\sigma(x_w)-\hat{a}Tanh(v\hat{a}(\hat{s}+\hat{r})/\varepsilon_a)\right)\\ \hat{s}+\hat{r}=\dot{\hat{e}}+\Lambda_p Tanh(\hat{e})+\Lambda_p Tanh(\tilde{\eta})\end{cases}\qquad(۳۲)$$

که $K_p\in\Re^{4\times4}$ یک ماتریس بهره مثبت معین و متقارن را بیان می‌کند و $\hat{W}\in\Re^{4\times\ell}$ و $\hat{a}$ توسط قوانین تطبیق زیر به‌روزرسانی می‌شوند:

$$\dot{\hat{W}}=\mathrm{Proj}_{\hat{W}}\left(\gamma_w\left(\hat{s}+\hat{r}\right)\sigma^T(x_w)\right)$$

$$=\begin{cases}\gamma_w\left(\hat{s}+\hat{r}\right)\sigma^T,\ \text{if } \mathrm{tr}\left\{\hat{W}^T\hat{W}\right\}<W_m \text{ or}\\ \qquad\text{if } \mathrm{tr}\left\{\hat{W}^T\hat{W}\right\}=W_m \text{ and}\\ \qquad\sigma^T\hat{W}^T\left(\hat{s}+\hat{r}\right)\le 0\\ \gamma_w\left(\hat{s}+\hat{r}\right)\sigma^T-\gamma_w\dfrac{\sigma^T\hat{W}^T\left(\hat{s}+\hat{r}\right)}{\mathrm{tr}\left\{\hat{W}^T\hat{W}\right\}}\hat{W},\ \text{if } \mathrm{tr}\left\{\hat{W}^T\hat{W}\right\}=W_m\\ \qquad\text{and } \sigma^T\hat{W}^T\left(\hat{s}+\hat{r}\right)>0\end{cases}\qquad(۳۳)$$

$$\dot{\hat{a}}=\mathrm{Proj}_{\hat{a}}\left(\gamma_a\left\|\hat{s}+\hat{r}\right\|\right)=\begin{cases}\gamma_a\left\|\hat{s}+\hat{r}\right\|,\ \text{if } \hat{a}<a_m\\ 0,\qquad\text{if } \hat{a}=a_m\end{cases}\qquad(۳۴)$$

که در روابط فوق $\mathrm{Proj}_{\bullet}$ بیانگر عملگر تصویرسازی پارامتر است [۱۹] و $\hat{a}$، γ_a و γ_w بهره‌های تطبیقی را نشان می‌دهند. حال، مشاهده‌گر غیرخطی زیر برای تخمین سیگنال خطای سرعت پیشنهاد می‌گردد:

$$\begin{cases}\dot{\hat{e}}(t)=\xi(t)+\Lambda_p Tanh(\tilde{\eta}(t))+k_d\,\tilde{\eta}(t)-\dot{\eta}_d(t)\\ \dot{\xi}(t)=\ddot{\eta}_d(t)-\Lambda_p Sech^2(\hat{e}(t))\dot{\hat{e}}(t)+k_d\Lambda_p Tanh(\tilde{\eta}(t))\end{cases}\qquad(۳۵)$$

که در آن k_d بهره مشاهده‌گر است. شرایط اولیه برای مشاهده‌گر به صورت $\tilde{\eta}_i(0)=0$، $\xi_i(0)=-\Lambda_{pi}Tanh(\tilde{\eta}_i(0))-k_{di}\,\tilde{\eta}_i(0)+\dot{\eta}_d(0)$ و $\dot{\hat{e}}_i(0)=0$ انتخاب شده‌اند. به سادگی از تفاضل روابط (۲۵) و (۲۶) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$s-r=\dot{\hat{e}}+\Lambda_p Tanh(\hat{e})-\Lambda_p Tanh(\tilde{\eta})\qquad(۳۶)$$

با جایگذاری روابط (۲۹) و (۳۲) در معادله (۲۷)، معادله دینامیکی خطای حلقه بسته زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}M(q)\dot{s}=&-C(q,\dot{\eta})s-D(q)s-K_p\left(s-r\right)\\ &-\hat{a}Tanh(v\hat{a}(\hat{s}+\hat{r})/\varepsilon_a)+\tilde{W}\sigma(x_w)+\varepsilon(x_w)-\tau_w(t,q)+\chi_1\end{aligned}\qquad(۳۷)$$

که $\tilde{W}=W-\hat{W}$ خطای تقریب ماتریس وزن‌ها است. با مشتق‌گیری از دو طرف معادله اول رابطه (۳۵) و جایگذاری رابطه دوم در (۳۵) به $\dot{s}_i=\dot{r}_i+k_{di}\,r_i$ می‌رسیم که معادله دینامیکی خطای مشاهده‌گر زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned}M(q)\dot{r}=&-C(q,\dot{\eta})r-k_d\,M(q)r-K_p\left(s-r\right)\\ &-\hat{a}Tanh(v\hat{a}(\hat{s}+\hat{r})/\varepsilon_a)+\tilde{W}\sigma(x_w)+\varepsilon(x_w)-\tau_w(t,q)+\chi_2\end{aligned}\qquad(۳۸)$$

که $\chi_2=\chi_1-C(q,\dot{\eta})\left(\dot{\hat{e}}+\Lambda_p Tanh(\hat{e})-\Lambda_p Tanh(\tilde{\eta})\right)-D(q)s$ می‌باشد و با توجه به خاصیت‌های ۱ و ۳ و همچنین با در نظر گرفتن یک خاصیت از ماتریس کوریولیس که به صورت $\left\|C(q,x_1)x_2\right\|\le\lambda_c\left\|x_1\right\|\left\|x_2\right\|,\ \lambda_c\ge 0$ بیان می‌شود [۱۴]، χ_2 به صورت زیر کران‌دار شده است:

$$\left\|\chi_2\right\|\le\beta_3\left\|z\right\|+\beta_4\left\|z\right\|^2\qquad(۳۹)$$

که β_3 و β_4 ثابت‌های مثبت نامعین هستند. در بخش بعدی، تحلیل پایداری مبتنی بر لیاپانوف سیستم کنترل پیشنهادی ارائه می‌گردد.

۵- تحلیل پایداری

قضیه ۱- مدل کلی بازوی متحرک چرخ‌دار که توسط معادلات حرکت (۶) و (۱۴) و تبدیل مختصات (۱۰) مطرح شده‌اند، در نظر بگیرید. فرض کنید یک مسیر مطلوب کران‌دار داده شده است. با توجه به فرض‌های ۱ تا ۴، کنترل‌کننده فیدبک خروجی تطبیقی عصبی مقاوم پیشنهادی (۳۲)-(۳۵) تضمین می‌کند که تمامی سیگنال‌ها در سیستم حلقه بسته کران‌دار بوده و خطاهای ردیابی و تخمین حالت نهایتاً به طور

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

یکنواخت کران‌دار نیمه کلی[1] هستند و به همسایگی کوچکی شامل مبدأ همگرا می‌شوند.

اثبات– تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(t)=\sum_{j=1}^{4}k_{pj}\ln\cosh(\hat{e}_j)+\frac{1}{2}\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{s}+\sum_{j=1}^{4}k_{pj}\ln\cosh(\tilde{\eta}_j)+\frac{1}{2}\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{r}+\frac{\mathrm{tr}\left\{\tilde{\boldsymbol{W}}^T\tilde{\boldsymbol{W}}\right\}}{2\gamma_w}+\frac{\tilde{a}^2}{2\gamma_a} \quad (۴۰)$$

که $\tilde{a}=a-\hat{a}$ است. با استفاده از مورد اول لم ۱، تابع لیاپانوف فوق می‌تواند به صورت زیر کران‌دار شود:

$$\lambda_z\|\boldsymbol{z}\|^2\le\lambda_{zt}\|\boldsymbol{z}_t\|^2\le V(t)\le\lambda_{ut}\|\boldsymbol{u}_t\|^2 \quad (۴۱)$$

که $\lambda_z=0.5\min\{\{k_{pj}\}_{j=1}^4,\lambda_m\}$، $\boldsymbol{z}_t=[\boldsymbol{z}^T,\tilde{w}_{11},\ldots,\tilde{w}_{4\ell},\tilde{a}]^T$، $\boldsymbol{z}=[\boldsymbol{Tanh}^T(\hat{\boldsymbol{e}}),\boldsymbol{Tanh}^T(\tilde{\boldsymbol{\eta}}),\boldsymbol{s}^T,\boldsymbol{r}^T]^T$، $\boldsymbol{u}_t=[\boldsymbol{u}^T,\tilde{w}_{11},\ldots,\tilde{w}_{4\ell},\tilde{a}]^T$، $\lambda_{zt}=0.5\min\left\{\{k_{pj}\}_{j=1}^4,\lambda_m,\gamma_w^{-1},\gamma_a^{-1}\right\}$، $\boldsymbol{u}=[\hat{\boldsymbol{e}}^T,\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T,\boldsymbol{s}^T,\boldsymbol{r}^T]^T$ و $\lambda_{ut}=\max\left\{\{k_{pj}\}_{j=1}^4,0.5\lambda_M,0.5\gamma_w^{-1},0.5\gamma_a^{-1}\right\}$ هستند. از نامساوی بالا و عبارت دوم لم ۱، این موضوع واضح است که $V(t)$ مثبت معین، به طور شعاعی بی‌کران و نقصانی است. با مشتق‌گیری از رابطه (۴۰) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)&=\boldsymbol{Tanh}^T(\hat{\boldsymbol{e}})\boldsymbol{K}_p\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}+\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{s}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{s}^T\dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{s}+\boldsymbol{Tanh}^T(\tilde{\boldsymbol{\eta}})\boldsymbol{K}_p\dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}\\&\quad+\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{r}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{r}^T\dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{r}+\mathrm{tr}\left\{\tilde{\boldsymbol{W}}^T\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}\right\}/\gamma_w+\tilde{a}\dot{\tilde{a}}/\gamma_a\\&=-\boldsymbol{Tanh}^T(\hat{\boldsymbol{e}})\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{Tanh}(\hat{\boldsymbol{e}})-\boldsymbol{Tanh}^T(\tilde{\boldsymbol{\eta}})\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{\eta}})\\&\quad-\boldsymbol{s}^T\left(\boldsymbol{K}_p+\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\right)\boldsymbol{s}-\boldsymbol{r}^T\left(k_d\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})-\boldsymbol{K}_p\right)\boldsymbol{r}\\&\quad+\boldsymbol{Tanh}^T(\hat{\boldsymbol{e}})\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{s}-\boldsymbol{Tanh}^T(\hat{\boldsymbol{e}})\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{r}+\boldsymbol{Tanh}^T(\hat{\boldsymbol{e}})\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{\eta}})\\&\quad+\boldsymbol{Tanh}^T(\tilde{\boldsymbol{\eta}})\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{r}+(\boldsymbol{s}+\boldsymbol{r})^T\left(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}_w)-\boldsymbol{\tau}_w(t,\boldsymbol{q})\right)\\&\quad+\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{\chi}_1+\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{\chi}_2-\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})^T\boldsymbol{Tanh}(v\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})/\varepsilon_a)+(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})^T\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w)\\&\quad-\hat{a}(\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}})^T\boldsymbol{Tanh}(v\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})/\varepsilon_a)+(\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}})^T\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w)\\&\quad-\mathrm{tr}\left\{\tilde{\boldsymbol{W}}^T\mathrm{Proj}_{\hat{W}}\left(\gamma_w(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})\boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{x}_w)\right)\right\}/\gamma_w-\tilde{a}\mathrm{Proj}_{\hat{a}}\left(\|\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}}\|\right)\end{aligned} \quad (۴۲)$$

با استفاده از نامساوی $2ab\le a^2+b^2$ و با در نظر گرفتن رابطه زیر

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}_w)-\boldsymbol{\tau}_w(t,\boldsymbol{q})\|\le a \quad (۴۳)$$

و همچنین با استفاده از جمله $a=\tilde{a}+\hat{a}$، رابطه (۴۲) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)&\le-c_1\|\boldsymbol{Tanh}(\hat{\boldsymbol{e}})\|^2-c_2\|\boldsymbol{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{\eta}})\|^2-c_3\|\boldsymbol{s}\|^2-c_4\|\boldsymbol{r}\|^2\\&\quad+0.5(\beta_1+\beta_3)\|\boldsymbol{z}\|^2+0.5(\beta_2+\beta_4)\|\boldsymbol{z}\|^4+\|\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}}\|\tilde{a}+\|\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}}\|\hat{a}\\&\quad-\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})^T\boldsymbol{Tanh}(v\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})/\varepsilon_a)+(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})^T\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w)\\&\quad+(\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}})^T\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w)-\hat{a}(\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}})^T\boldsymbol{Tanh}(v\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})/\varepsilon_a)+\|\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}}\|a\\&\quad-\mathrm{tr}\left\{\tilde{\boldsymbol{W}}^T\mathrm{Proj}_{\hat{W}}\left(\gamma_w(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})\boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{x}_w)\right)\right\}/\gamma_w-\tilde{a}\mathrm{Proj}_{\hat{a}}\left(\|\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}}\|\right)\end{aligned} \quad (۴۴)$$

که $\|\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}}\|\le\beta_5\|\boldsymbol{z}\|$ است و به صورت $\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{s}+\boldsymbol{r}-(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})=2\dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}$ کران‌دار شده است که β_5 یک ثابت مثبت نامعلوم است و c_j، $j=1,\ldots,4$ به صورت زیر داده می‌شود:

$$\begin{aligned}c_1&=\lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{\Lambda}_p)-\lambda_{\max}(\boldsymbol{K}_p)-0.5\lambda_{\max}(\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{\Lambda}_p)\\c_2&=\lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{\Lambda}_p)-0.5\lambda_{\max}(\boldsymbol{K}_p)-0.5\lambda_{\max}(\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{\Lambda}_p)\\c_3&=\lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_p+\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q}))-0.5\lambda_{\max}(\boldsymbol{K}_p)-0.5\beta_2-0.5\beta_1\\c_4&=\lambda_{\min}(k_d\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})-\boldsymbol{K}_p)-\lambda_{\max}(\boldsymbol{K}_p)-0.5\beta_3-0.5\beta_4\end{aligned} \quad (۴۵)$$

با در نظر گرفتن خواص تصویر سازی [۱۹] و با استفاده از لم ۲، نامساوی‌های زیر را داریم:

$$\begin{aligned}&\|\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}}\|\tilde{a}-\tilde{a}\mathrm{Proj}_{\hat{a}}\left(\|\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}}\|\right)\le0\\&(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})^T\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{\sigma}-\mathrm{tr}\left\{\tilde{\boldsymbol{W}}^T\mathrm{Proj}_{\hat{W}}\left((\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})\boldsymbol{\sigma}^T\right)\right\}\le0\\&\|\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}}\|\hat{a}-\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})^T\boldsymbol{Tanh}(v\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})/\varepsilon_a)\le4\varepsilon_a\end{aligned} \quad (۴۶)$$

نامساوی $2ab\le a^2+b^2$ به ما کمک می‌کند که رابطه (۴۴) را به شکل زیر بیان کنیم:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)&\le-\left(c_m-0.5(\beta_1+\beta_3)-0.5(\beta_2+\beta_4)\|\boldsymbol{z}\|^2\right)\|\boldsymbol{z}\|^2\\&\quad+4\varepsilon_a+\|\tilde{\boldsymbol{s}}+\tilde{\boldsymbol{r}}\|\delta\end{aligned} \quad (۴۷)$$

که $c_m=\min\{c_j\}_{j=1}^4$ و $\delta=\|\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{\sigma}\|+\|\hat{a}\boldsymbol{Tanh}(v\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})/\varepsilon_a)\|+a$ است. δ به صورت $\delta\le\delta_M$ کران‌دار شده است که $\delta_M=(W_M+\sqrt{W_m})\sqrt{\ell}+2a_m+a$. می‌توان رابطه (۴۷) را بدین گونه بیان کرد:

$$\dot{V}(t)\le-c\|\boldsymbol{z}\|^2+\gamma \quad (۴۸)$$

که $\gamma=4\varepsilon_a+\frac{1}{2}\beta_5\delta_M^2$ و $c=c_m-0.5(\beta_1+\beta_3+\beta_5)-0.5(\beta_2+\beta_4)\|\boldsymbol{z}\|^2$ است. اگر شرایط قضیه ۱ برقرار باشد، $c_j>0$, $j=1,\ldots,4$ و $c_m>0.5(\beta_1+\beta_3+\beta_5)+0.5(\beta_2+\beta_4)\|\boldsymbol{z}\|^2$، آنگاه $\dot{V}(t)$ خارج از مجموعه $\Omega_z=\left\{\boldsymbol{z}(t)|\,0\le\|\boldsymbol{z}(t)\|\le\sqrt{\gamma/c}\right\}$ منفی است. در واقع، $V(t)$ خارج از مجموعه Ω_z نامساوی زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\lambda_z\|\boldsymbol{z}\|^2\le V(t)\le V(0)\le\lambda_{ut}\|\boldsymbol{u}_t(0)\|^2,\ \forall t\ge0 \quad (۴۹)$$

از معادله (۴۹)، رابطه $\|\boldsymbol{z}(t)\|^2\le\lambda_{ut}/\lambda_z\|\boldsymbol{u}_t(0)\|^2$ بدست می‌آید. بنابراین، یک شرط کافی برای $c_m>0.5(\beta_1+\beta_3+\beta_5)+0.5(\beta_2+\beta_4)\|\boldsymbol{z}\|^2$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}c_m&>0.5(\beta_1+\beta_3+\beta_5)\\&\quad+0.5(\beta_2+\beta_4)\left(\lambda_{ut}/\lambda_z\|\boldsymbol{u}_t(0)\|^2\right)\end{aligned} \quad (۵۰)$$

بدین صورت، نهایتاً ناحیه جذب زیر را خواهیم داشت:

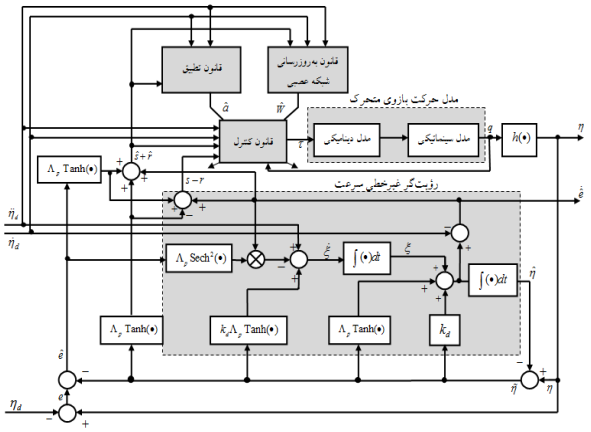
[1] Semi-Globally Uniformly Ultimately bounded(SGUUB)

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

$$R_A=\left\{\boldsymbol{u}_t\in\Re^P \;\middle|\; \|\boldsymbol{u}_t(t)\|<\sqrt{\frac{c_m-0.5(\beta_1+\beta_3+\beta_5)}{0.5(\beta_2+\beta_4)(\lambda_{ut}/\lambda_z)}}\right\} \quad (۵۱)$$

که $\boldsymbol{u}_t=[\hat{\boldsymbol{e}}^T,\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T,\boldsymbol{s}^T,\boldsymbol{r}^T,\tilde{w}_{11},\ldots,\tilde{w}_{4\ell},\tilde{a}]^T$ و $P=4\ell+17$ می‌باشد. باید توجه شود که ناحیه جذب R_A می‌تواند به دلخواه بزرگ در نظر گرفته شود که هر شرط اولیه‌ای را با انتخاب بهره‌های کنترلیِ به اندازه کافی بزرگ در بر گیرد. از بحث بالا به این نتیجه می‌رسیم که $\boldsymbol{Tanh}^T(\hat{\boldsymbol{e}}),\boldsymbol{Tanh}^T(\tilde{\boldsymbol{\eta}}),\boldsymbol{s},\boldsymbol{r},\tilde{w}_{11},\ldots,\tilde{w}_{4\ell},\tilde{a}$ به‌طور یکنواخت نهایتاً کران‌دار نیمه کلی هستند و به یک همسایگی کوچک شامل مبدأ همگرا می‌شوند. در نتیجه، $\hat{\boldsymbol{e}}_i(t)$ و $\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i(t)$ نیز با توجه به خواص توابع تانژانت هایپربولیک که در بخش قبل اشاره شد، به ناحیه‌ای کوچک شامل مبدأ همگرا می‌شوند. به علاوه، با در نظر گرفتن روابط (۲۵) و (۲۶)، $\dot{\boldsymbol{e}}(t),\dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}(t)\in L_\infty$ نتیجه می‌شود. در نهایت، با توجه به فرض‌های ۲ تا ۴ به این نتیجه می‌رسیم که تمام سیگنال‌ها در سیستم حلقه بسته کران‌دار هستند و به عبارتی $\boldsymbol{\eta}(t),\hat{\boldsymbol{\eta}}(t),\boldsymbol{q}(t),\boldsymbol{v}(t),\hat{\boldsymbol{v}}(t),\boldsymbol{\tau}(t),\hat{\boldsymbol{W}}(t),\hat{a}(t)\in L_\infty$ می‌باشند. در نتیجه اثبات تکمیل می‌شود. □

در شکل ۲ دیاگرام کنترلی نشان داده شده است که $\boldsymbol{\eta}_d$، $\dot{\boldsymbol{\eta}}_d$ و $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_d$ به ترتیب بیانگر مسیر مطلوب و مشتقات مسیر مطلوب می‌باشند.



شکل۲- بلوک دیاگرام کنترل‌کننده فیدبک خروجی تطبیقی عصبی مقاوم پیشنهادی.

۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی به منظور اعتبارسنجی روش کنترلی مقاوم تطبیقی شبکه عصبی تابع پایه شعاعی با تابع اشباع به منظور کنترل بازوی متحرک چرخ‌دار در محیط MATLAB بر اساس مدل مرجع [۱۰] ارائه می‌گردد. شبیه‌سازی‌ها برای ربات دو درجه آزادی صفحه‌ای با پارامترهای زیر

$$\begin{aligned}&L_1=0.514, L_2=0.362, L_a=0.2(m), m_1=2.56, m_2=1.07,\\ &m_c=17.25, m_w=0.159(kg), I_1=0.148, I_2=0.0228, I_c=0.297,\\ &I_w=2e-4(kg.m^2), c_1=0.1, c_2=0.1, c_R=0.1, c_L=0.1(Nm.\sec)\end{aligned} \quad (۵۲)$$

انجام شده اند. L_i، m_i و I_i به ازای $i=1,2$ به ترتیب طول، جرم و ممان اینرسی هر رابط بازو و c_i ضریب اصطکاک ویسکوز در هر مفصل می‌باشد. L_a فاصله مرکز جرم پایه متحرک تا بازوی اول، m_c و I_c به ترتیب جرم و ممان اینرسی پایه متحرک، m_w و I_w به ترتیب جرم و ممان اینرسی هر چرخ، c_R و c_L شامل ضریب اصطکاک ویسکوز در چرخ راست و چپ می‌باشد. وضعیت اولیه ربات شامل موقعیت، سمت گیری و زوایای لینک‌ها به‌صورت $\boldsymbol{\eta}(0)=[4,-2,0,0,0]^T$ انتخاب شده‌اند. ردیابی مسیر مطلوب به منظور کنترل موقعیت مکانی مجری نهایی، به صورت زیر به شکل دایره‌ای با شعاع 3 و مرکز (2.5, 2.5) انتخاب می‌شود:

$$\boldsymbol{\eta}_d(t)=\left[2.5+3\cos(0.05t)\quad 2.5+3\sin(0.05t)\right]^T \quad (۵۳)$$

اصطکاک کولمب و دینامیک مدل نشده و اغتشاشات دینامیکی به صورت $\boldsymbol{\tau}_w(t,\boldsymbol{q})=2\left[sin(0.05t),sin(0.05t),sin(0.05t),sin(0.05t)\right]^T+0.1sign(\boldsymbol{\upsilon})$ در نظر گرفته شده‌اند که جمله اول بیانگر دینامیک مدل نشده سیستم و جمله دوم نشان‌دهنده اصطکاک کولمب می‌باشند که در آن $\boldsymbol{\upsilon}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\upsilon}=\begin{bmatrix}r/2 & r/2 & 0 & 0\\ r/(2b) & -r/(2b) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_R\\ \dot{\theta}_L\\ \dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\end{bmatrix} \quad (۵۴)$$

پارامترهای کنترل‌کننده و بهره‌های تطبیق مطابق جدول ۱ انتخاب می‌شوند. این مقادیر براساس سعی و خطا به صورتی انتخاب شده‌اند که بهترین پاسخ بدست آید. با این حال، با تنظیم بیشتر پارامترهای کنترلی می‌توان به پاسخ های بهتری نیز دست یافت.

جدول ۱: تنظیم بهره‌های کنترل‌کننده و مشاهده‌گر فیدبک خروجی عصبی تطبیقی مقاوم

پارامتر	سمبل	مقدار
بهره کنترل‌کننده	K_p	$7diag(3,3,0.1,0.1)$
بهره رؤیتگر	k_d	10
بهره کنترل‌کننده	Λ_p	$3diag(5,5,0.1,0.1)$
بهره تطبیق	γ_a	2
ضریب σ ثابت	a_m	180
ضریب ثابت بیانگر ضخامت لایه مرزی	ε_a	100

برای تمام شبیه سازی‌ها، زمان نمونه برداری ۲۰ میلی ثانیه در نظر گرفته شده است. پارامترهای شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی دارای $l=12$ گره در لایه مخفی به منظور تخمین دینامیک‌های نامعین سیستم مطابق با

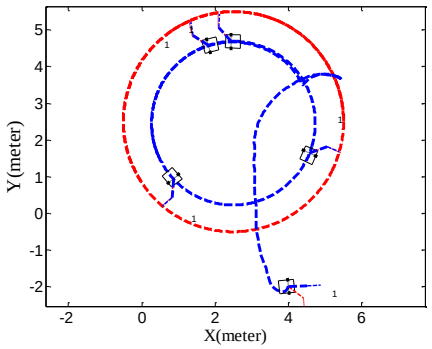
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

جدول ۲ انتخاب می‌گردند. در این شبیه سازی، ضرایب وزنی براساس سعی و خطا انتخاب شده‌اند. با وجود این‌که انتخاب در تعداد گره‌های بیشتر لایه مخفی، منجر به تخمین دقیق‌تری از نامعینی‌های پارامتری می‌شود اما افزایش تعداد گره‌ها، بار محاسباتی را نیز افزایش می‌دهد.

جدول ۲: پارامترهای شبکه عصبی

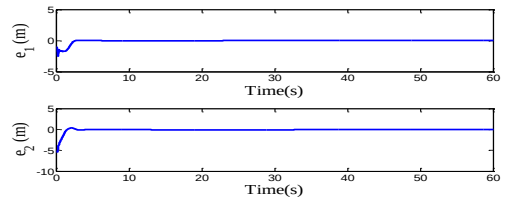
پارامتر	سمبل	مقدار
بهره تطبیق	γ_w	2
ضریب σ ثابت	W_m	10000
بردار میانگین تابع گاوسی	μ_x	$\left(-6,-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5,6\right)^T$
بردار انحراف معیار تابع گاوسی	λ_k	$10\left(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1\right)^T$

با توجه به تنظیمات اولیه انجام شده، نتایج شبیه‌سازی برای کنترل‌کننده فیدبک خروجی عصبی مقاوم تطبیقی در زیر ارائه می‌گردد.

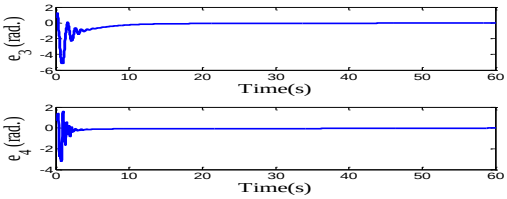


شکل۳- بازوی متحرک دو درجه آزادی به همراه مسیر مطلوب مجری نهایی و مسیر پایه متحرک

با توجه به شکل ۳، خطوط قرمز و آبی به ترتیب ردیابی مطلوب مجری نهایی و مسیر حرکت پایه متحرک را در صفحه $\left(X,Y\right)$ بیان می‌کنند که با اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی، مجری نهایی بازوی متحرک به خوبی مسیر دایره‌ای را طی می‌کند. بردار آرایش مطلوب بازوی متحرک به صورت $\boldsymbol{q}_d=[0.514 \quad 0.362 \quad -45\pi/180 \quad -45\pi/180]^T$ در نظر گرفته می‌شود. شکل ۴ خطای ردیابی موقعیت مجری نهایی در راستای x و y برای رسیدن به موقعیت مطلوب را نشان می‌دهد که نهایتاً این خطا به کران بسیار کوچکی اطراف صفر همگرا شده است. شکل ۵ خطاهای ردیابی موقعیت زاویه‌ای رابط‌ها را با استفاده از کنترل‌کننده عصبی تطبیقی مقاوم برای رسیدن به موقعیت‌های زاویه‌ای مطلوب θ_{d1} و θ_{d2} نمایش می‌دهد.

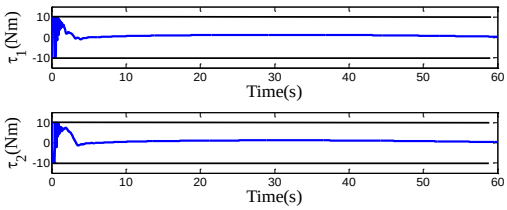


شکل۴- خطاهای ردیابی e_1 و e_2

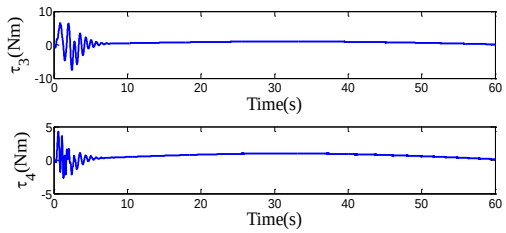


شکل۵- خطاهای ردیابی e_3 و e_4

در شکل ۶، سیگنال‌های کنترلی اعمال شده به بدنه متحرک و در شکل ۷، سیگنال‌های کنترلی مورد نیاز مفاصل دو بازو توسط کنترل‌کننده فیدبک خروجی عصبی تطبیقی مقاوم طراحی شده در حضور نامعینی‌ها، نشان داده شده است. به دلیل کوچک شدن خطاهای ردیابی و رؤیت بر روی مسیر مطلوب، سیگنال‌های گشتاور نهایتاً به مقادیر کوچکی حدود نیم تا یک نیوتن-متر میل کرده اند. با توجه به این شکل‌ها، علیرغم وجود نامعینی‌های پارامتری و غیرپارامتری، ردیابی و مقاومت کنترل‌کننده پیشنهادی کاملاً رضایت‌بخش می‌باشد. در این کنترل‌کننده، با محدود شدن دامنه سیگنال‌های کنترلی به صورت $\left|\tau(t)\right|\le 10Nm$ و همچنین توسط تابع تانژانت هایپربولیک در کنترل کننده (۳۲) از خطر اشباع عملگرها کاسته شده است. اما محدود کردن سیگنال‌های کنترلی سبب کاهش سرعت همگرایی می‌گردد و در نتیجه پاسخ گذرا طولانی‌تر می‌شود.



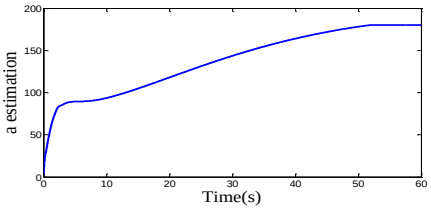
شکل۶- ورودی‌های کنترل‌کننده اعمال شده به بدنه متحرک



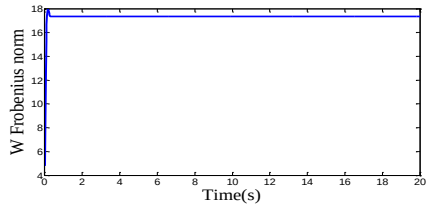
شکل۷- ورودی‌های کنترل‌کننده مفاصل دو بازو

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

در شکل‌های ۸ و ۹، به ترتیب تخمین کران بالای نامعینی‌های غیرپارامتری و اندازه فروبنیوس تخمین وزن‌های شبکه عصبی، نمایش داده شده است که از اصلاح سیگما در به‌روزرسانی قوانین تطبیق استفاده کرده‌ایم. همان‌گونه که مشخص است، این تخمین‌ها کران‌دار می‌باشند. پس می‌توان نتیجه گرفت که وجود اصلاح سیگما در قوانین تطبیقی که باعث به روز رسانی آن‌ها می‌گردد، به منظور افزایش مقاومت کنترلی کاملاً ضروری است و سبب بهبود مقاومت در تخمین پارامترها و تخمین وزن‌های شبکه عصبی می‌شود.

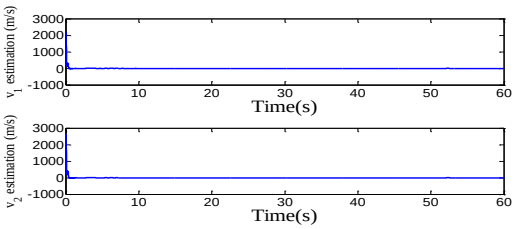


شکل۸- تخمین پارامتر a

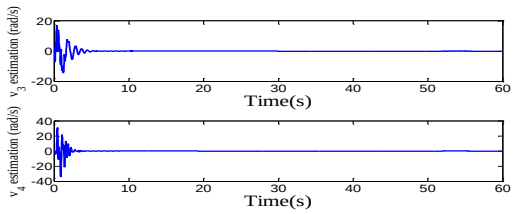


شکل۹- تخمین وزن‌های شبکه عصبی

شکل ۱۰، خطای تخمین سرعت مجری نهایی و شکل ۱۱، خطاهای تخمین سرعت زاویه‌ای رابط‌ها را که توسط مشاهده‌گر سرعت بدست آمده است را ارائه می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، رؤیت‌گر سرعت طراحی شده این تخمین‌ها را به خوبی فراهم می‌کند و تمام خطاها به همسایگی صفر همگرا می‌شوند.



شکل۱۰- خطاهای تخمین سرعت مجری نهایی

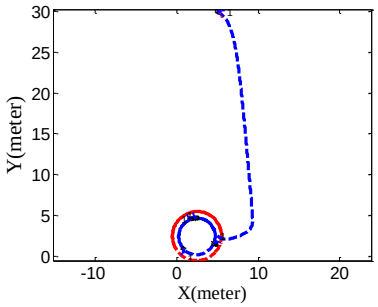


شکل۱۱- خطاهای تخمین سرعت زاویه‌ای رابط‌ها

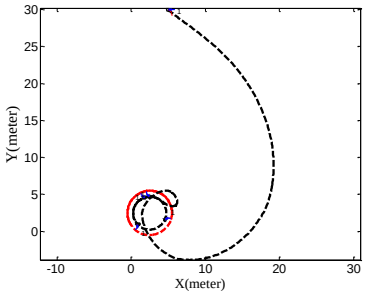
در زیر، معادله کنترل کننده فیدبک خروجی مشابه با مرجع [۱۸] برای بازوهای متحرک با استفاده از روش تطبیقی مقاوم عصبی تابع پایه شعاعی بدون استفاده از تابع تانژانت هایپربولیک به منظور مقایسه با کنترل کننده پیشنهادی ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی هر دو کنترل کننده در شکل‌های ۱۲ تا ۱۶ مطابق با پارامترهای رابطه (۵۲) نمایش داده شده اند.

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}(t) = \boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{q})\big(-\boldsymbol{K}_1(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{K}_2(\boldsymbol{e}+\tilde{\boldsymbol{\eta}}) \\ \qquad -\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_w) - \hat{a}\boldsymbol{Tanh}(\nu\hat{a}(\hat{\boldsymbol{s}}+\hat{\boldsymbol{r}})/\varepsilon_a)\big) \\ \boldsymbol{s} = \dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{\Lambda}_p(\boldsymbol{e}-\tilde{\boldsymbol{\eta}}),\ \boldsymbol{r} = \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} + \boldsymbol{\Lambda}_p\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \\ \hat{\boldsymbol{s}} + \hat{\boldsymbol{r}} = \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d + \boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{e}, \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}} = \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\Lambda}_p\tilde{\boldsymbol{\eta}} + k_d\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \\ \dot{\boldsymbol{\xi}} = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d - \boldsymbol{\Lambda}_p(\dot{\boldsymbol{e}} - \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}) + k_d\boldsymbol{\Lambda}_p\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \end{cases} \qquad (۵۵)$$

شرایط شبیه سازی مشابه شبیه سازی قبل در نظر گرفته شده‌اند و هر دو کنترل کننده بهره‌های یکسان دارند.

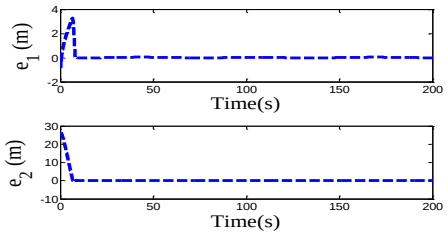


(الف)



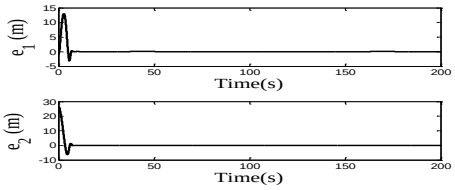
(ب)

شکل۱۲- مسیر بازوی متحرک و مسیر مطلوب مجری نهایی: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)



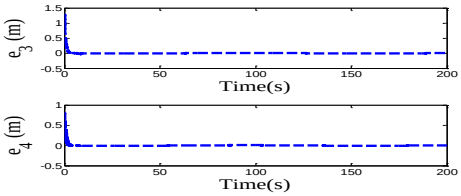
(الف)

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

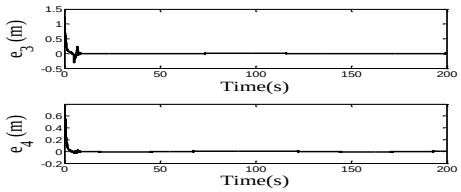


(ب)

شکل۱۳- خطاهای ردیابی e_1 و e_2: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)

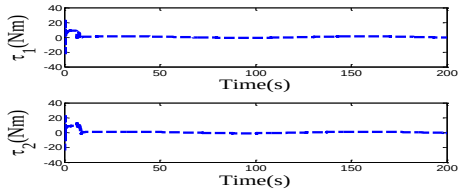


(الف)

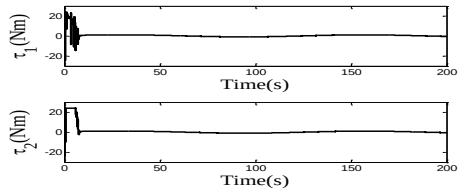


(ب)

شکل۱۴- خطاهای ردیابی e_3 و e_4: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)

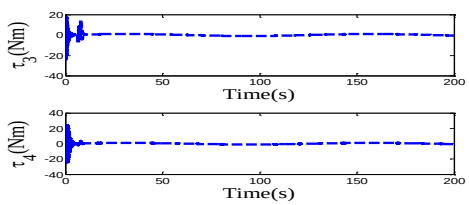


(الف)

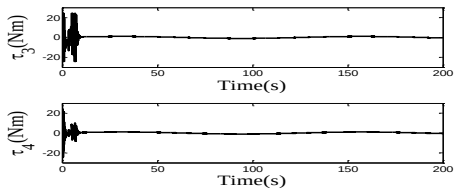


(ب)

شکل۱۵- ورودی‌های کنترل‌کننده اعمال شده به بدنه متحرک: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)



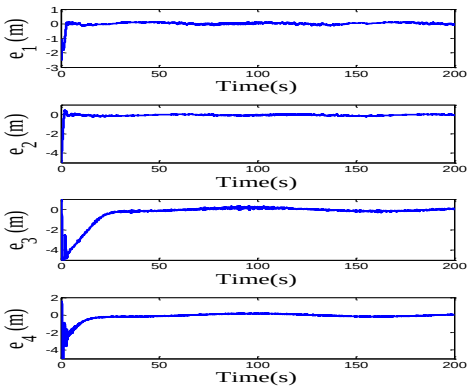
(الف)



(ب)

شکل۱۶- ورودی‌های کنترل‌کننده مفاصل دو بازو: (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده (۵۵)

همان طور که از شکل‌های ۱۲ تا ۱۶ ملاحظه می‌شود، عملکرد کنترل کننده پیشنهادی نرم‌تر و هموارتر از عملکرد کنترل کننده (۵۵) است. شبیه سازی‌ها نشان می‌دهند که با افزایش خطای ردیابی اولیه برای هر دو کنترل کننده، سیگنال‌های کنترلی کنترل کننده (۵۵) خشن‌تر می‌شوند و پاسخ گذرای ردیابی ناهموارتری بدست می‌آید. در حالی که کنترل کننده پیشنهادی سیگنال‌های کنترلی با چترینگ کمتر و پاسخ گذرای هموارتری را نشان می‌دهد. برای بررسی عملکرد کنترل کننده در برابر نویز اندازه گیری، یک نویز سفید گاوسی با متوسط صفر و انحراف از معیار ۰/۰۰۷ به متغیرهای حالت افزوده شده است و نتایج شبیه سازی در شکل ۱۷ برای نمونه آورده شده است. ملاحظه می‌شود که بدلیل استفاده از کنترل کننده مقاوم تطبیقی نوع اشباع در کنترل کننده (۳۲)، عملکرد ردیابی کنترل کننده پیشنهادی قابل قبول است. البته باید توجه شود که با افزایش سطح نویز، چترینگ در سیگنال کنترلی بیشتر می‌شود که با افزایش مقدار پارامتر ε_a در کنترل کننده (۳۲) می‌توان آن را کاهش داد.



شکل۱۷- عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در برابر نویز اندازه گیری

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک کنترل‌کننده ردیاب فیدبک خروجی برای بازوهای متحرک با استفاده از روش تطبیقی مقاوم عصبی با ترکیب یک مشاهده‌گر سرعت و شبکه عصبی تابع پایه شعاعی، پیشنهاد شد. طرح کنترلی پیشنهادی تنها به اندازه‌گیری‌های موقعیت و جهت‌گیری نیازمند می‌باشد. به همین دلیل، یک مشاهده‌گر سرعت معرفی شده است تا تخمین سرعت‌های

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]

غیرقابل دسترس از بازوی متحرک را فراهم کند. علاوه بر این، نیازی به دانش قبلی از دینامیک‌های بازوی متحرک و اغتشاشات محیطی با استفاده از قوانین تطبیقی و شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی نداریم. از لحاظ نظری اثبات شد که کنترل‌کننده پیشنهادی می‌تواند با ایجاد موقعیت و جهت گیری بازوی متحرک با وجود خطاهای کوچک، بازو را در حضور نامعینی‌ها به موقعیت مطلوب برساند. کنترل‌کننده پیشنهادی تضمین می‌کند که تمامی سیگنال‌ها در سیستم حلقه بسته کران‌دار بوده و خطاهای ردیابی و مشاهده سرعت به طور یکنواخت نهایتاً کران‌دار نیمه کلی هستند و به همسایگی کوچکی شامل مبدأ همگرا می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی تأثیر طرح کنترلی پیشنهادی را به خوبی نشان می‌دهند. این مقاله می‌تواند به گروهی از بازوهای متحرک چرخ‌دار با دینامیک‌های نامعین و اغتشاشات نامعلوم تعمیم داده شود.

مراجع

[1] Galicki. M., "An adaptive non-linear constraint control of mobile manipulators," Mechanism and Machine Theory, Vol. 88, pp. 63-85, 2015.

[2] Sun. W., Xia. J., "Adaptive control for mobile manipulators with affine constraints," 3rd International Conference on Informative and Cybernetics for Computational Social Systems (ICCSS), pp. 354-357, 2016.

[3] Shojaei. K., "Neural adaptive output feedback formation control of type (m,s) wheeled mobile robots," IET Control Theory and Applications, Vol. 11, No. 4, pp. 504-515, 2016.

[4] Fang. M., Chen. W. and Li. Z., "Adaptive tracking control of coordinated nonholonomic mobile manipulators," Proceedings of 17th World Congress: The International Federation of Automatic Control, pp. 4343-4348, 2008.

[5] Sun. W., Wu. Y Q., "Adaptive motion/force tracking control for a class of mobile manipulators," Asian Journal of Control, Vol. 17, No. 6, pp. 2409-2416, 2015.

[6] Wang. Y., Miao. Zh., Liu. L., Chen. Y., "Adaptive robust control of nonholonomic mobile manipulators with an application to condenser cleaning robotic systems," 8th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), pp. 358-363, 2013.

[7] Li. Zh., Su. Ch., "Neural-Adaptive Control of Single-Master–Multiple-Slaves Teleoperation for Coordinated Multiple Mobile Manipulators With Time-Varying Communication Delays and Input Uncertainties," IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, Vol. 24, No. 9, pp. 1400-1413, 2013.

[8] Chen. N., Yang. H., Han. X., Ai. Ch., Tang. Ch., Li. X., "Adaptive robust control of the mobile manipulator based on neural network," 11th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), pp. 2425-2430, 2016.

[9] Xu. Y., Cao. X., Wang. Y., Gu. L., "The observer-based neural network adaptive robust control of underwater hydraulic manipulator," Conference on OCEANS'15 MTS/IEEE Washington, pp. 1-5, 2015.

[10] White. G. D., Bhatt. R. M., Krovi. V.N., "Dynamic redundancy resolution in a nonholonomic wheeled mobile manipulator," Robotica, Vol. 25, No. 2, pp. 147-156, 2007.

[11] Tzafestas. Spyros G., Introduction to Mobile Robot Control, 1st Edition, Elsevier Insights, 2013.

[12] Bhatt. Rajankumar M., "Towards Modular Cooperation Between Multiple Nonholonomic Mobile Manipulators," Ph. D. Thesis, State University of New York at Buffalo, 2007.

[13] Li. Zhijun, Ge. Shuzhi Sam, Fundamentals in modeling and control of mobile manipulators, CRC Press, Taylor and Francis Group, 2013.

[14] Lewis. Frank L., Dawson. Darren M., Abdallah, C.T., *Robot Manipulator Control Theory and Practice*. 2nd ed. Revised and Expanded, Marcel Dekker: New York, 2004.

[15] Polycarpou. M., "Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 41, No. 3, pp. 447-451, 1996.

[16] Khalil. Hassan K., Nonlinear Systems, Englewood Cliffs, Third Edition, Prentice Hall, NJ, 2002.

[17] Xu. D., Zhao. D., Yi. J., Tan. X., "Trajectory Tracking Control of Omnidirectional Wheeled Mobile Manipulators: Robust Neural Network-Based Sliding Mode Approach," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, Vol. 39, No. 3, pp. 788-799, 2009.

[18] Li. Z., Ge. S. S., Adams. M., Vijesoma. W. S., "Adaptive Robust Output-Feedback Motion/Force Control of Electrically Driven Nonholonomic Mobile Manipulators," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 16, No. 6, pp. 1308-1315, 2008.

[19] Ioannou. Petros, Fidan. Baris, Adaptive Control Tutorial, SIAM, Philadelphia, 2006.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1397.12.2.5.1]
[DOI: 10.29252/joc.12.2.27]