

طراحی و ارزیابی تجربی الگوریتم تخمین وضعیت تلفیقی در رونده زیر آبی خود کار مبتنی بر فیلتر تکمیلی غیرمستقیم

سیدوحید ضیاء^۱، جواد بابایی^۲، ابراهیم علیزاده^۳

^۱ کارشناسی ارشد سیستم هدایت و کنترل، پژوهشکده علوم و فناوری شمال، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، zia_vahid_amol@yahoo.com

^۲ کارشناسی ارشد مکانیک ساخت و تولید، پژوهشکده علوم و فناوری شمال، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، J.babaei@gmail.com

^۳ استادیار، پژوهشکده علوم و فناوری شمال، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ealizadeh@mut.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۷/۰۳/۹

ویرایش: ۱۳۹۶/۱۱/۱۷

دریافت: ۱۳۹۶/۰۵/۱۶

چکیده: هدف اصلی این مقاله طراحی یک سیستم ناوبری تلفیقی متشکل از سنسورهای اینرسی ارزان قیمت برای تخمین وضعیت نسبتاً دقیق یک رونده زیر آبی خودکار در طول همه فازهای ماموریت زیر آبی و سطحی است. دستورالعمل پیشنهادی با تکیه بر سیستم موقعیت-یاب جهانی GPS، واحد اندازه گیری اینرسی (شتاب سنج و ژيروسکوپ)، سنسور مغناطیس سنج و تکنیک فیلتر تکمیلی پایه گذاری شده است. فیلتر تکمیلی بر پایه فیلتر پایین گذر و بالا گذر به ترتیب برای حذف خطاهای نویز و بایاس در داده های اندازه گیری موجود در ساختار ناوبری تلفیقی طراحی می شود. بدین ترتیب تخمین نسبتاً دقیقی از وضعیت رونده در اختیار سیستم هدایت و کنترل قرار می دهد. مهمترین ویژگی دستورالعمل پیشنهادی سوئیچ بین GPS و مغناطیس سنج همگام با تغییر فاز حرکتی رونده زیر آبی خودکار است که منجر به تخمین دقیق تر زاویه سمت نسبت به سیستم ناوبری ژایرویی در فازهای حرکتی سطحی و زیر آبی می شود. عملکرد الگوریتم ناوبری تلفیقی پیشنهادی، در آزمون میدانی یک رونده زیر آبی خودکار تحقیقاتی و در مقایسه با فیلتر کالمن مورد ارزیابی قرار می گیرد.

کلمات کلیدی: تخمین وضعیت، رونده زیر آبی خودگردان، واحد اندازه گیری اینرسی، فیلتر تکمیلی غیرمستقیم، سیستم موقعیت یاب جهانی.

Design and Experimental Evaluation of integrated orientation estimation algorithm Autonomous Underwater Vehicle Based on Indirect Complementary Filter

Seyed Vahid Zia, Javad Babaei, Ebrahim Alizadeh

Abstract: This paper aims is to design an integrated navigation system constituted by low-cost inertial sensors to estimate the orientation of an Autonomous Underwater Vehicle (AUV) during all phases of under water and surface missions. The proposed approach relied on global positioning system, inertial measurement unit (accelerometer & rate gyro), magnetometer and complementary filter technique. Complementary filter operates based on low pass filter and high pass filter to remove noise and bias error of measurement data in the integrated navigation structure, respectively. Consequently, a relatively accurate orientation estimation is provided for guidance/control system. The most important feature of the proposed approach is the ability of switching between GPS and magnetometer sensor consistent with phase-change in the AUV motion. This brings about more accurate estimation of heading angle in both the surface and

underwater phase compared to gyro-based navigation. The performance of the proposed algorithm is assessed in a field test executed on a research AUV and in comparison, with Kalman filter.

Keywords: Attitude Estimation, Autonomous Underwater Vehicle, Inertial Measurement Unit, Indirect Complementary Filter, Global Positioning System.

۱- مقدمه

گسترش محدوده کاربردی انواع ربات اعم از هوایی، آبی و زمینی و تلاش برای ساخت رونده‌های هوشمند ارزان و با قابلیت اطمینان بالا، منجر به توسعه الگوریتم‌های ساده و نیرومند ناوبری برای تخمین وضعیت شده است. ناوبری دقیق، یکی از توانایی‌های بسیار مهم و اثبات‌کننده کارایی ماموریتی رونده زیرآبی خودکار (AUV)^۱ در کاربردهای نظامی و غیرنظامی است. بسیاری از ماموریت‌های AUV به درجه بالایی از دقت در ناوبری نیازمند است. کارایی و اثربخشی هر یک از الگوریتم‌های تخمین وضعیت و در نهایت موقعیت‌یابی به دو عامل میزان دسترس‌پذیری و قابلیت اطمینان اندازه‌گیری‌ها بستگی دارد که منوط به انتخاب صحیح سنسورهای موجود متناسب با نوع کاربری است [۱].

سیستم‌های ناوبری بر مبنای سنسورهای داخلی یا دریافت‌سیگنال خارجی دسته‌بندی می‌شوند. کارایی سیستم ناوبری مبتنی بر دریافت سیگنال خارجی مانند Loran, Omega, GPS به بازه زمانی محدود است که گیرنده سیگنال بیرونی را دریافت می‌کند. درحالی‌که ناوبری مبتنی بر سنسورهای داخلی می‌تواند ترکیبی از انواع مختلف ابزارها مانند واحد اندازه‌گیری اینرسی^۲، انحراف‌سنج^۳، شمال‌یاب^۴، سونار و ... باشد. با وجود محدودیت‌های کاربردی و خطاهای اندازه‌گیری، روش ناوبری داخلی به دلیل عدم نیاز به ارسال هرگونه سیگنال به محیط خارج، نسبت به ناوبری خارجی منفعت‌هایی دارد، بویژه در حوزه نظامی که می‌تواند منجر به شناسایی و آشکارسازی وسیله گردد [۲].

با بکارگیری سنسورهای دقیق در سیستم‌های ناوبری، موقعیت و وضعیت دقیق وسیله قابل استخراج است، ولی چنین سنسورهایی با کیفیت بسیار بالا، از نظر قیمت و ابعاد برای کاربردهای تجاری مناسب نخواهند بود. پیشرفت روزافزون سیستم‌های الکترومکانیکی در مقیاس میکرو^۵، توسعه واحدهای اندازه‌گیری اینرسی ارزان‌قیمت با ابعاد کوچک را در پی داشته است. اما خروجی آنها از دو منبع خطای نویز و بایاس رنج می‌برند. در حقیقت در تولید سنسورهای جدید با کاربری تجاری، مصالحه‌ای بین قیمت، ابعاد سنسور و دقت اندازه‌گیری صورت گرفته است [۳و۴].

هر یک از سنسورهای مورد استفاده در سیستم‌های ناوبری دارای مزایا و معایبی هستند. بنابراین هدف از تلفیق سنسورها، پوشش نقاط ضعف یک سنسور توسط سنسور دیگر و تجمع قابلیت‌های همه آنها برای افزایش کارایی

سیستم ناوبری است. به عنوان یک ابزار الکترومکانیکی، ژيروسکوپ^۶ در معرض خطاهای بسیاری ناشی از ناهم‌راستایی محور^۷، بایاس ثابت^۸، بایاس انحراف^۹، خطای فاکتور مقیاس ثابت و نامتقارن^{۱۰} است. بایاس انحراف، اصلی‌ترین منبع خطایی اثرگذار بر دقت ژيروسکوپ است که در صورت عدم تصحیح با مرجع خارجی، به دلیل انتگرال‌گیری از نرخ‌های زاویه‌ای، منجر به انحراف فراوان از موقعیت صحیح خواهد شد. اندازه‌گیری‌های حاصل از GPS بدون بایاس بوده و بدون نیاز به تنظیمات دقتی در حد سانتیمتر در اختیار کاربر قرار خواهد داد. در مقابل، نرخ بروزرسانی کند در قیاس با سنسورهای اینرسی، عدم کارایی در زیر آب به دلیل عدم انتشار امواج الکترومغناطیسی و زمان راه-اندازی^{۱۱} نسبتاً طولانی برای برقراری ارتباط با ماهواره‌ها، از مهم‌ترین معایب GPS است. عدم واگرایی خروجی با گذشت زمان، شتاب‌سنج را به عنوان یک سنسور جبران‌کننده برای تصحیح انحراف ژيروسکوپ مطرح کرده است. اما نکته منفی در عملکرد شتاب‌سنج، تاثیرپذیری آن از نویزهای فرکانس بالا و ارتعاشات محیطی است. مغناطیس‌سنج به عنوان عامل تصحیح‌کننده دیگر برای انحراف ژيروسکوپ مطرح است اما تاثیرپذیری از میدان‌های مغناطیسی ناخواسته محیط (آهن نرم و سخت) و خطاهای ابزاری مانند فاکتور مقیاس، آفست و ... بر عملکرد آن تاثیر منفی خواهد داشت که البته این نوع خطاها را می‌توان با کالیبراسیون برطرف نمود [۲و۴-۸].

وجود نویز و بایاس در خروجی هر سنسور مانع بزرگی برای استفاده مستقیم از آنهاست. با توجه به متون مختلف، برای کاهش تاثیرات عوامل مزاحم و تصحیح عملکرد سنسورها، روش‌هایی مبتنی بر فیلتر مانند فیلتر کالمن (فیلتر کالمن ساده^{۱۲} و توسعه‌یافته^{۱۳}) و مشاهده‌گر حالت با بهره ثابت با نام فیلتر تکمیلی^{۱۴}، ارائه شدند که بیشترین کاربرد را در زمینه تخمین وضعیت^{۱۵} با تلفیق سنسورهای مختلف در الگوریتم‌های ناوبری دارند [۳و۴و۹]. فیلتر کالمن یک فرآیند تکرارشونده با ساختار تصحیح‌کننده پیش‌بین در حوزه زمان است که با تکیه بر دینامیک سیستم و دانش اولیه از نویز سیگنال، تخمین مناسبی از حالت سیستم ارائه می‌دهد. فیلتر کالمن با ساختار مستقیم و سرعت پردازش بالا، علاوه بر تخمین حالت‌های سیستم، همگرایی خطا را نیز حفظ می‌نماید اما

^۶ Gyroscope

^۷ Axis misalignment

^۸ Fixed bias

^۹ Drift Bias

^{۱۰} Fixed & Asymmetric Scale Factor Errors

^{۱۱} Warm up

^{۱۲} Simple Kalman Filter

^{۱۳} Extended Kalman Filter

^{۱۴} Complementary Filter

^{۱۵} Attitude Estimation

^۱ Autonomous Underwater Vehicle

^۲ Inertial Measurement Unit

^۳ Inclinator

^۴ Compass

^۵ Micro Electrical-Mechanical System (MEMS)

فرکانس قطع فیلتر تکمیلی، از دستاورد منطق فازی برای تنظیم خودکار فرکانس قطع استفاده شده است. در مرجع [۶] تخمینگر فیلتر تکمیلی با بهره‌ها (فرکانس قطع) ثابت و مبتنی بر سنسورهای اینرسی ارزان‌قیمت و GPS با هدف کاهش بار محاسباتی الگوریتم ناوبری پرنده بدون سرنشین ارائه و کارایی آن در آزمایشگاه سخت‌افزار در حلقه مورد ارزیابی قرار گرفته است. بزرگترین نوآوری مرجع [۷] ترکیب تئوری فیلتر تکمیلی موجود با بیان وضعیت چهارگان است. تخمین‌گر وضعیت غیرمستقیم با سرعت بروزرسانی بالا برای یک وسیله زیرآبی کنترل از راه دور^۵ (ROV) پیشنهاد داده است. سادگی ساختار ارائه شده با نرخ بروزرسانی بسیار سریع، پیروی از چرخش‌های سریع وسیله را در کاربردهای زمان واقعی امکان‌پذیر می‌کند. دستاورد کلیدی مرجع [۸] ارائه سیستم ناوبری مبتنی بر سنسورهای سرعت، شتاب‌سنج و فیلتر تکمیلی غیرخطی برای تخمین وضعیت پرنده بدون سرنشین است. در این روش یک مدل مرتبه اول ساده از دینامیک‌های زاویه حمله برای تعقیب چرخش‌های سریع وسیله مورد استفاده قرار گرفته است که برای جبران خروجی شتاب‌سنج و دستیابی به تخمین بایاس صفر از راستای گرانث بر نیروی جانب مرکز و شتاب غیراینرسی بدنه تکیه دارد.

در مرجع [۹] سیستم تخمین وضعیت و تعیین سمت UAV با تکیه بر فیلتر تکمیلی با قابلیت تطبیق بهره فیلتر و ترکیبی از واحدهای اندازه‌گیری اینرسی ارائه شده است. با توجه به تأثیرگذاری فرکانس قطع فیلتر (فرکانس طبیعی) بر خطای حالت ماندگار پارامتر تخمین، دستیابی به کارایی بسیار مناسب فیلتر تخمین با بهره ثابت در محدوده وسیع از شرایط دینامیک بسیار دشوار خواهد بود. برای رفع این مشکل منطق تعویض بهره‌ها با تکیه بر دینامیک سیستم که توسط شتاب‌سنج‌ها حس می‌گردد، رونمایی شده است. مرجع [۱۰] با معرفی شکل‌های مختلف فیلتر تکمیلی به مقایسه دو فیلتر تکمیلی و کالمن پرداخته است. در مرجع [۱۱] یک دستاورد تخمین وضعیت جدید با فرم مجزای چهارگان از مشاهدات میدان مغناطیسی و گرانث توصیف شده است. برای اجتناب از اثرات شدید اختلالات مغناطیسی در پارامترهای تخمینی غلتش و فراز، فرآیند یافتن چهارگان زاویه انحراف و چهارگان سمت به دوزیربخش در سیستم تفکیک شده است. صحت عملکرد فیلتر تکمیلی جدید با ترکیب اطلاعات ژيروسکوپ، شتاب‌سنج و میدان مغناطیسی برای وسیله هوایی کوچک بصورت تحلیلی و شبیه‌سازی روی اطلاعات تجربی اثبات شده است. در مرجع [۱۲] الگوریتم جدید تخمین وضعیت و بایاس ژایرو یک جسم صلب مبتنی بر مشاهده‌گر غیرخطی مود لغزشی و قرائت سنسورهای ارزان-قیمت ارائه و پایداری آن توسط روش پایداری لیاپانوف اثبات شده است. در مرجع [۱۳] برای جبران خطای سنسور اینرسی و تعیین وضعیت سه بعدی رونده‌های زمینی و پرنده، از تلفیق سنسورها در فیلتر تکمیلی مبتنی بر گرادیان نزولی^۶ (GDCA) و فیلتر تکمیلی ساده^۷ (ECA) ارائه شده است. ناوبری تلفیقی

مهمترین مسئله در پیاده‌سازی فیلتر کالمن، محاسبه ماتریس همگرایی، تعیین مناسب پارامترهای طراحی و بهره‌های کالمن است [۹و۶].

فیلتر تکمیلی به دلیل ساختار ساده، کارایی بالا و سهولت در پیاده‌سازی یک جایگزین متداول برای فیلتر کالمن است. فیلتر تکمیلی با فیلتر دوگانه (بالاگذر و پایین‌گذر) یک تحلیل فرکانسی همه‌گذر ارائه داده و از ترکیب چند منبع برای تخمین وضعیت بهره می‌گیرد. در کاربردهای هوایی به دلیل پیچیدگی در اجرا و همگرایی کندتر (به دلیل زمان‌بر بودن روند تکراری) فیلتر کالمن، استفاده از فیلتر تکمیلی تقدم دارد. در مقابل مهمترین مشکل فیلتر تکمیلی، بهره ثابت آن است که منجر به تخمین نادرست بویژه در مانورهای با دینامیک بالا می‌گردد. [۴و۹و۱۰].

به منظور افزایش شناخت نسبت به ساختار و عملکرد فیلتر تکمیلی و غلبه بر موانع بکارگیری سنسورهای ارزان‌قیمت در سیستم ناوبری، به بررسی دستاوردهایی مبتنی بر فیلتر تکمیلی پرداخته شده است که در شبیه‌سازی‌های نرم‌افزاری و آزمون‌های میدانی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در مرجع [۱] برای استخراج وضعیت صحیح و تخمین بایاس ژایرو، دو نوع فیلتر تکمیلی مستقیم و فیلتر تکمیلی غیرخطی غیرفعال پیشنهاد شده است که با فرم استاندارد چهارگان روی پرنده بدون سرنشین (UAV) پیاده‌سازی شده است و هدف آن آمیختن اندازه‌گیری‌های فرکانس پایین شتاب با اندازه‌گیری‌های فرکانس بالای نرخ زاویه‌ای برای دستیابی به یک تخمین مناسب وضعیت در محدوده وسیع فرکانسی است. در مرجع [۲] فیلتر تخمین موقعیت تکمیلی مبتنی بر اطلاعات نرخ پایین موقعیت حاصل از سیستم موقعیت‌یاب زیرآبی آکوستیک^۸ (USBL) و اطلاعات سرعت با نرخ بالا حاصل از سرعت‌سنج داپلری^۹ (DVL) برای تعیین موقعیت وسیله خودکار زیرآبی در آب‌های کم عمق ارائه و صحت عملکرد آن بصورت عملی در محیط‌های پر نویز مورد ارزیابی قرار داده است. مرجع [۳] کلاس جدیدی از فیلترهای تکمیلی پایدار مجانبی سراسری^۴ (GAS) را برای تخمین وضعیت مبتنی بر اندازه‌گیری‌های سنسور ارائه داده است. فیلتر پیشنهادی شامل تخمین بایاس‌های نرخ ژایرو و اندازه‌گیری‌های ناقص سنسوری با مشاهده‌گر چند برداری بوده که به منظور ارزیابی عملکرد روی میز ثابت با چرخش نامحدود روی همه محورها اجرا شده است.

مرجع [۴] عملکرد فیلتر کالمن و تکمیلی را برای تخمین وضعیت UAV کوچک و با ترکیب اندازه‌گیری‌های ابزار اینرسی MEMS مقایسه کرده است. آنها با پیاده‌سازی عملی نشان دادند که فیلتر کالمن، خروجی نویزی‌تری نسبت به فیلتر تکمیلی داشته اما عاری از بایاس است و برای کارکردهایی که به تخمین بلندمدت نیاز دارد، مناسب خواهد بود. به دلیل تأثیرپذیری فیلتر تکمیلی از خطای ناشی از بایاس سنسور، در مرجع [۵] برای حذف خطای ژيروسکوپ، از دوربین استریو به عنوان مرجع خارجی استفاده شده است. از سوی دیگر به دلیل تأثیرپذیری مستقیم خطای حالت ماندگار پارامتر تخمین از

^۱ Unmanned Aerial Vehicle^۲ Ultra-short baseline^۳ Doppler velocity logger^۴ Globally Asymptotically Stable^۵ remotely operated underwater vehicle^۶ Gradient Descent based Complementary Algorithm^۷ Explicit Complementary Algorithm

بهره ثابت استفاده شده است. الگوریتم ناوبری پیشنهادی با ارائه ساختار تلفیقی، بر سنسورهای ارزان قیمت تکیه داشته و با کارایی نسبتاً دقیق، نیاز به بکارگیری سنسورهای گران قیمت را مرتفع می‌سازد و برای کاربردهای تحقیقاتی-پژوهشی و تجاری پیشنهاد می‌گردد.

۲- تخمین وضعیت

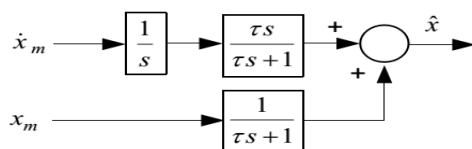
در سیستم ناوبری مبتنی بر سنسور اینرسی، وضعیت با انتگرال‌گیری از نرخ زاویه‌ای بدست می‌آید. به دلیل وجود بایاس در اندازه‌گیری و همچنین خطای تجمعی ناشی از انتگرال‌گیری، خطای تخمین به مرور زمان افزایش می‌یابد. با هدف کنترل و کاهش خطای تخمین ناشی از خطاهای اندازه‌گیری و اختلالات محیطی، الگوریتم ناوبری مبتنی بر فیلتر تکمیلی با ساختار ساده و ایده ترکیب سنسورهای اینرسی (شتاب و سرعت زاویه‌ای)، مغناطیس‌سنج و GPS ارائه خواهد شد که در ادامه به تشریح ساختار و ویژگی‌های آن پرداخته می‌شود [۵].

۲-۱- ساختار فیلتر تکمیلی

یک راه حل ساده و در عین حال کارآمد برای تخمین وضعیت، تجمیع فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر بترتیب برای تصحیح خروجی سنسورهای متأثر از نویز فرکانس بالا و بایاس فرکانس پایین است. از این ساختار مجتمع با ایده ترکیب چند سنسور به عنوان فیلتر تکمیلی یاد می‌شود. شکل ۱ ساختار فیلتر تکمیلی مستقیم را برای تخمین $\hat{x}(t)$ از $x(t)$ با استفاده از اندازه‌گیری $x_m(t)$ و $\dot{x}_m(t)$ نشان می‌دهد. مولفه $x_m(t)$ سیگنال اندازه‌گیری آمیخته با نویز فرکانس بالای $n_1(t)$ و پارامتر $\dot{x}_m(t)$ اندازه‌گیری نرخ تغییرات سیگنال آمیخته با نویز فرکانس پایین $n_2(t)$ است [۱۰، ۱۱].

$$x_m(t) = x(t) + n_1(t) \quad \text{and} \quad \dot{x}_m(t) = \dot{x}(t) + n_2(t) \quad (1)$$

بنابراین در سیگنال‌های اندازه‌گیری شده مولفه‌هایی از نویز و بایاس با دامنه و محدوده فرکانسی تصادفی وجود خواهند داشت که بر تخمین نهایی سیگنال تأثیرگذار خواهند بود. بنابراین باید به گونه‌ای اثر این عوامل مزاحم را حذف نمود. همانطور که بیان شد فیلتر تکمیلی تجمیع فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر را ارائه داده که در شکل ۱ قابل مشاهده است.



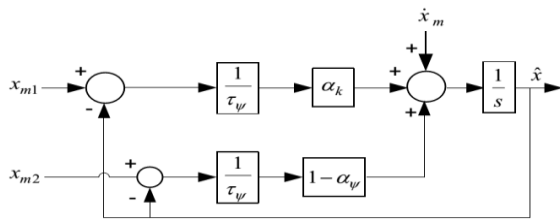
شکل ۱- فیلتر تکمیلی مستقیم

تبدیل لاپلاس تخمین $\hat{x}(t)$ را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\hat{x}(s) = \frac{1}{\tau s + 1} X(s) + \frac{\tau s}{\tau s + 1} X(s) + \frac{1}{\tau s + 1} N_1(s) + \frac{\tau s}{\tau s + 1} \left(-\frac{1}{s} N_2(s) \right) \quad (2)$$

با استفاده از ژيروسکوپ و GPS برای فازهای حرکتی سطحی و زیرسطحی وسیله خودکار زیرآبی مبتنی بر فیلتر تکمیلی در مرجع [۱۴] ارائه شده است. در مرجع [۱۵] کالیبراسیون مغناطیس‌سنج سه محوره مبتنی بر تخمینگر حداقل مربعات تطبیقی و با مدل خطای کامل شامل خطای ابزار و انحرافات مغناطیسی ارائه شده است. در مرجع [۱۶] دستاورد تخمین و تصحیح تطبیقی وضعیت مبتنی بر فیلتر کالمن ارائه و از مقدار حدی شتاب دینامیکی به عنوان یک معیار تجربی برای تطبیق بهره‌های فیلتر کالمن استفاده شده است.

با توصیفات ارائه شده درخصوص ساختار فیلتر تکمیلی و با توجه به نوع ماموریت ربات زیرآبی خودکار که ترکیبی از فازهای سطحی و زیرسطحی است، هدف این پژوهش استفاده از فیلتر تکمیلی و مجموعه‌ای از سنسورهای ارزان قیمت با محدوده دقت متفاوت است. بطوریکه بتوان در مواقع ضرور و زمانی که یکی از سنسورها از دسترس خارج شده و فاقد کارایی است، سنسور دیگری را جایگزین آن نمود. به عنوان مثال در فاز حرکت زیرسطحی گیرنده GPS قادر به دریافت سیگنال ماهواره‌ها نخواهد بود و عملاً فاقد کارایی است. در این حالت سنسور مغناطیس‌سنج به عنوان جایگزین برای تعیین مسیر حرکت مورد استفاده قرار خواهد گرفت. طراحی الگوریتم نرم‌افزاری سوئیچ بین GPS و مغناطیس‌سنج، پیاده‌سازی چنین سیستمی را برای یک AUV به چالش بزرگتری در مقایسه با همتای پرنده خود بدل خواهد کرد. سنسور مغناطیس‌سنج در مقایسه با سیستم موقعیت‌یاب GPS دقت کمتری دارد ولی نسبت به سیستم ناوبری اینرسی که خطای جمع‌شونده با زمان دارد، دقت ثابتی را در اختیار کاربر قرار خواهد داد. البته می‌توان تأثیر این خطای ثابت را در فاز حرکت سطحی و زمانی که سیگنال GPS در دسترس گیرنده قرار دارد، جبران نموده و به حداقل رساند و به اصلاح مسیر پرداخت. البته باید در نظر داشت که سنسور مغناطیس‌سنج از عوامل اغتشاش‌زای بیرونی و یا بدنه فلزی کپسول تأثیر خواهد پذیرفت. بنابراین باید برای حذف این تأثیرات منفی نیز فکری شود، برای این منظور دو راهکار مدنظر است. در روش اول می‌توان بدنه کپسول را از جنس کامپوزیت تهیه کرد که بر انحراف مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین بی تأثیر باشد. روش دوم در مواردی کارایی خواهد داشت که بدنه از جنس فلز باشد، در این حالت برای کاهش تأثیرپذیری، سنسور مغناطیس‌سنج را از بدنه فلزی کپسول دور خواهند نمود. البته باید در نظر داشت که سنسور مغناطیس‌سنج پس از نصب روی کپسول نیاز به کالیبراسیون خواهد داشت. سیستم ناوبری پیشنهادی با ارائه اصول ساده ریاضیاتی و پیاده‌سازی آسان، بدون اجرای یک روند تکراری، بار محاسباتی رایانه شناوری را کاهش خواهد داد. از سوی دیگر با توجه به بکارگیری مبانی ساده فیلتر پایین‌گذر و بالاگذر، با بی‌نیازی از تخمین پارامترهای طراحی در فیلتر کالمن همچون ماتریس همگرایی، ماتریس‌های کواریانس خطای تخمین، نویز مدل و اندازه‌گیری که نیازمند دانش اولیه از دینامیک سیستم و نویز سیگنال خواهد بود، مشکلات مطرح در پیاده‌سازی فیلتر کالمن را برطرف می‌سازد. با توجه به اینکه AUV هدف از نظر سرعت و مانورپذیری، دینامیک کندی دارد، از فیلتر تکمیلی با



شکل ۴- اندازه‌گیری چندگانه در فیلتر تکمیلی غیرمستقیم (۲و۱)

با تجمع فیلتر پایین‌گذر و بالاگذر و تشکیل یک فیلتر همه‌گذر، تخمین وضعیت در یک محدوده فرکانسی گسترده فراهم می‌شود. فرکانس قطع فیلتر همه‌گذر، به‌عنوان مهم‌ترین عامل تأثیرگذار میانگین و واریانس خطای تخمین را تحت تأثیر قرار می‌دهد [۴و۱۱و۱۲].

۲-۲- پیاده‌سازی فیلتر تکمیلی غیرمستقیم روی AUV

هدف از این پژوهش شبیه‌سازی فیلتر تکمیلی غیرمستقیم برای تخمین وضعیت در رونده زیرآبی خودکار است. ماموریت محوله به این AUV ایجاب می‌کند که وسیله برای استتار، ۹۰٪ مسیر را در زیر آب طی نماید. بنابراین تعیین راهبرد ناوبری برای رسیدن به نقطه هدف با دقت قابل قبول بسیار اهمیت دارد. عامل تعیین‌کننده در راهبرد ناوبری، انتخاب سنسورها با توجه به شرایط محیطی، قیمت، دقت و اندازه آنهاست. در ادامه به بررسی فیلتر پیشنهادی برای تخمین وضعیت با استفاده از سنسورهای اینرسی (شتاب و سرعت زاویه‌ای)، مغناطیس سنج و GPS پرداخته می‌شود.

۲-۲-۱- تخمین فراز

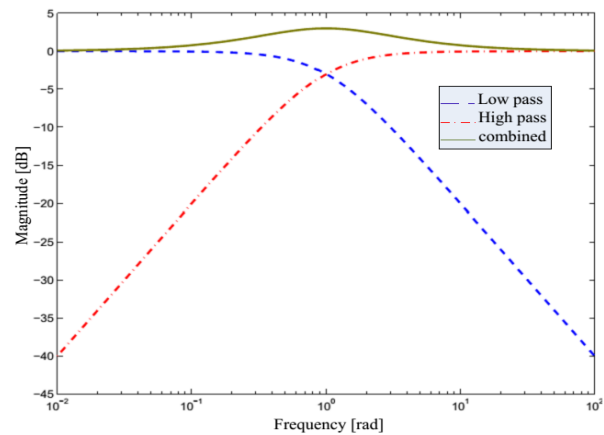
با توجه به ماهیت الگوریتم تکمیلی در مبحث تخمین وضعیت، پاسخ فرکانس بالای ژيروسکوپ قابل اتکاست درحالی‌که پاسخ فرکانس پایین آن به دلیل بایاس و انحراف منجر به رشد خطا خواهد شد. در مقابل تخمین موقعیت مبتنی بر اندازه‌گیری‌های فرکانس پایین شتاب‌سنج دارای قابلیت اطمینان بالاتری است [۱۳].

در نتیجه زاویه فراز با استفاده از اندازه‌گیری‌های شتاب و سرعت زاویه‌ای از سنسور AHRS در قالب فیلتر نمودار ۳ قابل تخمین است. مولفه فرکانس پایین زاویه فراز بطور مستقیم از خروجی شتاب‌سنج قابل استخراج است. شتاب‌سنج قادر به اندازه‌گیری بردار گرانش نسبت به محورهای بدنه است زیرا در یک حرکت حالت پایدار مانند کروز، به دلیل ناچیز بودن شتاب اینرسی، سنسور شتاب تنها بردار گرانش را اندازه می‌گیرد. اگر $\alpha = [\alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T$ مولفه‌های سنسور شتاب در دستگاه بدنی باشند، آنگاه داریم [۶]:

$$\theta_L = -\sin^{-1}\left(\frac{\alpha_x}{g}\right) \quad (۳)$$

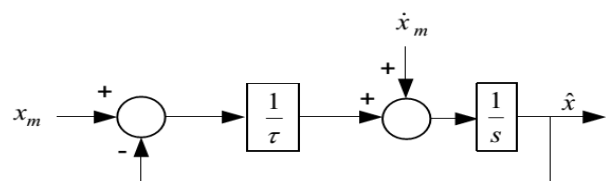
مولفه فرکانس بالای زاویه فراز با جایگذاری نرخ‌های زاویه‌ای در معادله دینامیکی زاویه فراز محاسبه خواهد شد:

رابطه (۲) شامل عبارت‌هایی از نویز، بایاس و سیگنال اصلی است. جمله نویز در هر دو کانال با فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر مرتبه اول با ثابت زمانی τ خنثی می‌شوند. پاسخ فرکانسی فیلتر در شکل ۲ قابل مشاهده است [۱۰و۱۱].



شکل ۲- منحنی دامنه-فرکانس فیلتر تکمیلی

در فرکانس‌های $\omega \gg \frac{1}{\tau}$ ، تخمین $\hat{x}$ تحت تأثیر انتگرال $\dot{x}_m$ خواهد بود، درحالی‌که در بازه $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ ، تخمین $\hat{x}$ مقدار x_m را دنبال خواهد کرد. در فرکانس‌های نزدیک $\frac{1}{\tau}$ خروجی تخمین‌گر ترکیبی از دو سیگنال است که بصورت برآمدگی در شکل ۲ قابل مشاهده است. در چنین ساختاری، در محدوده فرکانسی وسیع، مقدار تخمین به سیگنال واقعی نزدیک می‌شود. نمونه دیگری از فیلتر تکمیلی بدون تغییر تابع تبدیل فیلتر در شکل ۳ ارائه شده که بدلیل ساختار فیدبکی برای پیاده‌سازی روی میکروکنترلر مناسب است [۱۰و۱۱].



شکل ۳- فیلتر تکمیلی غیرمستقیم (۲و۱)

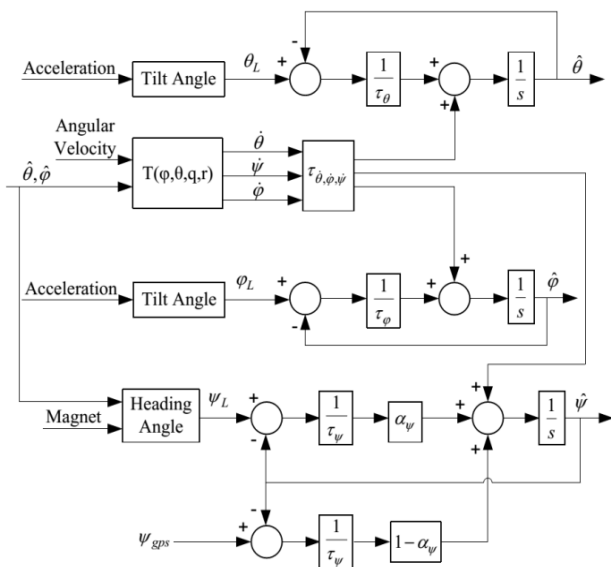
یک ویژگی فیلتر تکمیلی غیرمستقیم، بروزرسانی ساده آن برای دستیابی به کارایی قابل قبول در حضور سنسورهای ارزان‌قیمت است. شکل ۴ فیلتر تکمیلی غیرمستقیم با دو کانال فرکانسی را نشان می‌دهد. پارامتر $\alpha_k \in [0, 1]$ ، تنظیم‌کننده وزن نسبی بین سیگنال‌های x_{m1} و x_{m2} است و از این طریق مزایای چندین اندازه‌گیری را برای حصول بهترین تخمین برمی‌گزیند. α_k یک فیلتر پایین‌گذر برای حذف نویز فرکانس بالای سیگنال x_{m1} است، بنابراین $1 - \alpha_k$ یک فیلتر بالاگذر بوده و نویزهای فرکانس پایین یا بایاس x_{m2} را حذف می‌کند [۱۰و۱۱].

مغناطیس سنج در محورهای سه گانه به روش حداقل مربعات^۱ کالیبره شده است [۱۴ و ۱۵].

مولفه فرکانس بالای زاویه سمت از خروجی ژایروسکوپ مبتنی بر معادلات دینامیک سمت (۱۱) استنتاج می شود:

$$\dot{\phi} = (q \cos(\hat{\phi}) + r \cos(\hat{\psi})) / \cos(\hat{\theta}) \quad (11)$$

با توجه به مطالب فوق ساختار سیستم ناوبری مبتنی بر فیلتر تکمیلی و تلفیق چندین سنسور در شکل ۵ ارائه شده است [۶].



شکل ۵- ساختار کلی فیلتر تکمیلی

تخمین دقیق پارامترهای وضعیت با انتخاب مناسب پارامترهای $\tau_{\theta}, \tau_{\psi}, \alpha_{\psi}, \tau_{\phi}, \tau_{\dot{\phi}}, \tau_{\dot{\psi}}$ بدست خواهد آمد. به منظور تعیین پارامترهای طراحی، می توان از شتاب دینامیکی به عنوان یک مقیاس استفاده نمود. شتاب دینامیکی از رابطه زیر قابل استخراج است:

$$\alpha = \left| \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2} - g \right| \quad (12)$$

مقادیر حدی شتاب دینامیکی با در نظر گرفتن مشخصات فنی شتاب-سنج، ژایرو و الزامات طراحی بصورت تجربی تعیین می گردد:

- حالت بدون شتاب ($\alpha < 0.015g$): در این حالت بدلیل مشاهده پذیر بودن تاثیر گرانش در اندازه گیری های شتاب سنج، تخمین خوبی از وضعیت بدست می آید. بنابراین برای تخصیص وزن بیشتر به شتاب سنج، فرکانس قطع کانال غلتش و فراز روی ۰٫۱ رادیان بر ثانیه تنظیم می شود.
- حالت شتاب کم ($0.015g < \alpha < 5g$): در این وضعیت عدم قطعیت و خطا باید در تخمین وضعیت لحاظ گردد. بنابراین فرکانس قطع کانال غلتش و فراز باید بترتیب روی ۰٫۰۵ و ۰٫۰۱ رادیان بر ثانیه تنظیم شود.

$$\dot{\theta} = q \cos(\hat{\phi}) - r \sin(\hat{\phi}) \quad (4)$$

۲-۲-۲- تخمین غلتش

مولفه های فرکانس پایین و فرکانس بالای زاویه غلتش نیز همانند زاویه فراز، با استفاده از معادلات (۵) و (۶) و اندازه گیری های شتاب و سرعت زاویه ای سنسور اینرسی قابل استخراج است:

$$\phi_L = a \tan 2(-\alpha_y, \alpha_x) \quad (5)$$

$$\dot{\phi} = p + q \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) + r \cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) \quad (6)$$

۲-۲-۳- تخمین سمت

برای تخمین زاویه سمت، از تلفیق سنسورهای اینرسی (استخراج مولفه فرکانس بالا)، مغناطیس سنج و GPS (استخراج مولفه فرکانس پایین) در قالب فیلتر نمودار ۴ استفاده می شود.

با توجه به دو منبع سنسوری در دسترس برای تعیین مولفه فرکانس پایین در ساختار پیشنهادی، یک راهبرد سوئیچینگ در انتخاب نوع سنسور طراحی شده است. با توجه به عدم دسترسی به سیگنال GPS در محیط زیرآب، سنسور مغناطیس سنج به عنوان مرجع خارجی تخمین زاویه سمت جایگزین GPS خواهد شد. خطای بایاس مغناطیس سنج که در مقایسه با ژایروسکوپ بسیار کمتر و در دراز مدت تقریباً ثابت است، با عبور از فیلتر پایین گذر حذف نمی شود، بنابراین زاویه سمت تخمینی از مغناطیس سنج نیز همچنان با خطا همراه است. بنابراین در ماموریت رونده زیرآبی بازه های زمانی پیش بینی شده است که رونده با حرکت به سطح آب و برقراری ارتباط GPS بتواند خطای زاویه سمت را اصلاح نماید [۲].

بنابراین با توجه به مطالب فوق سمت حرکت بطور مستقیم از GPS با نرخ بروزرسانی کند و یا با استفاده از مغناطیس سنج با نرخ بروزرسانی سریع تر و مبتنی بر رابطه ۹ تخمین زده می شود:

$$\psi_L = \begin{cases} \pi - \tan^{-1}(\bar{m}_y / \bar{m}_x) \\ 2\pi - \tan^{-1}(\bar{m}_y / \bar{m}_x) \\ -\tan^{-1}(\bar{m}_y / \bar{m}_x) \\ \pi / 2 \\ 3\pi / 2 \end{cases} \quad (9)$$

در رابطه (۹) $\bar{m}_y$ و $\bar{m}_x$ مولفه های میدان مغناطیسی در صفحه افقی هستند که از ضرب خروجی مغناطیس سنج در ماتریس دوران $C(\varphi, \theta) \square (C_1(\varphi)C_2(\theta))^T$ بدست می آیند:

$$\begin{aligned} \bar{m}_x &= m_x \cos(\hat{\theta}) + m_y \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \\ \bar{m}_y &= m_y \cos(\hat{\phi}) - m_z \sin(\hat{\phi}) \end{aligned} \quad (10)$$

در رابطه فوق اگر زاویه فراز و غلتش بطور مستقیم در دسترس نباشد، می توان از مقدار تخمینی آنها استفاده نمود. لازم به ذکر است که خروجی

^۱Least squares

با قابلیت بسیار بالا قادر به تخمین مناسب آن بوده است که در بزرگنمایی ارائه شده بخوبی قابل مشاهده است.

لازم به ذکر است که برای مقایسه عملکرد فیلتر تکمیلی، نتایج تخمینگر وضعیت فیلتر کالمن نیز در نمودارهای ۸ و ۹ برای زوایای فراز و غلتش آورده شده است. شکل ۹ عملکرد فیلتر تلفیقی در تخمین زاویه سمت را نشان می‌دهد. خط تیره زاویه سمت حاصله از GPS، خط نقطه‌چین زاویه سمت تخمینی با فیلتر تکمیلی و خط توپر زاویه سمت حاصل از مغناطیس‌سنج است. هنگامی که AUV در فاز حرکت سطحی قرار دارد، با تصدیق برقراری ارتباط گیرنده GPS با ماهواره‌ها، برای حذف بایاس مغناطیس‌سنج، تصحیح تخمین زاویه سمت و قرار دادن رونده در جهت درست، سنسور GPS به عنوان مرجع سیستم ناوبری برگزیده می‌شود که این مسئله در بزرگنمایی‌های شکل ۹ قابل مشاهده است. بوضوح می‌توان مشاهده نمود که پس از قرارگیری رونده در فاز حرکت سطحی، با وجود دو منبع اطلاعاتی در دسترس، سیستم ناوبری GPS را به عنوان مرجع با اولویت بالاتر برای تخمین زاویه سمت در نظر گرفته و به اطلاعات GPS در فیلتر تکمیلی وزن بالاتری اختصاص داده است. با ورود رونده به زیرسطح آب برای اختفای بیشتر، بدلیل قطع بودن GPS، سیستم ناوبری با تکیه بر مغناطیس‌سنج به مسیر خود ادامه می‌دهد که در شکل ۱۰ سوئیچ سیگنال از مرجع GPS به مغناطیس‌سنج بخوبی قابل مشاهده است. با غوص رونده به زیرآب، سیگنال GPS برای مدت زمان معینی در آخرین مقدار دریافتی‌اش از ماهواره ثابت شده و سپس صفر می‌گردد. از این مسئله می‌توان به عنوان معیار سوئیچ بین مغناطیس‌سنج و GPS و انتخاب مرجع تخمین زاویه سمت بهره گرفت. لازم به ذکر است که محور افقی بیانگر مولفه زمان در واحد ثانیه است.

۳- نتیجه‌گیری

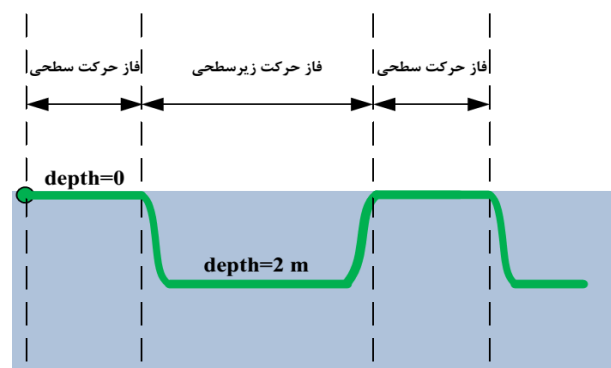
با توجه به نمودارهای ارائه شده نتایج حاصل از پیاده‌سازی فیلتر تکمیلی برای تخمین وضعیت AUV، بیانگر کارایی بالای این دستاورد مبتنی بر ترکیب سنسورهای ارزان قیمت و در حضور عوامل مزاحم همچون نویز و بایاس است. ساختار پیشنهادی مبتنی بر مغناطیس‌سنج و GPS برای تعیین سمت، امکان جهت‌یابی در مانور زیرآبی و سطحی را با دقت مناسبی فراهم کرده است. با وجود کالیبراسیون مغناطیس‌سنج در هنگام نصب روی AUV، زاویه سمت حاصله از آن در بازه مانور زیرآبی دارای بایاس است که این مشکل با استفاده از GPS هنگام صعود به سطح جبران خواهد شد.

بهره‌های کنترلی ثابت در فیلتر ناوبری تکمیلی دستیابی به عملکرد نیرومند را در محدوده گسترده از شرایط دینامیکی دشوار می‌کند. این مسئله در نتایج حاصل از شبیه‌سازی فیلتر تکمیلی روی اطلاعات میدانی AUV براحتی قابل مشاهده است، آنجا که AUV با سرعت ثابت در حال طی مسیر است یا حرکت آن شتاب‌دار باشد بخصوص در زمان صعود به سطح یا غوص به زیر آب، فیلتر رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد که عوارض آن بصورت پرش دامنه یا اختلاف فاز در زاویه تخمینی ظهور کرده است. راه غلبه بر این

- حالت شتاب بالا $\alpha > 5g$: در این حالت بدلیل دینامیک بالای سیستم، تخمین وضعیت شتاب‌سنجی به هیچ‌وجه دقیق نخواهد بود. با تنظیم فرکانس قطع فیلتر روی صفر، بازخورد شتاب‌سنج خاموش شده و تخمین وضعیت کاملاً زایروی خواهد بود [۹ و ۱۶].

۳- پیاده‌سازی و تحلیل نتایج

دستاورد تخمین پیشنهادی روی اطلاعات آزمون میدانی یک AUV شبیه‌سازی شد. سناریوی حرکتی AUV شامل یک بازه زمانی حرکت زیرسطحی برای تلفیق اطلاعات سنسورهای مغناطیس‌سنج و ژيروسکوپ برای تعیین سمت حرکت و وضعیت شناور و دو بازه زمانی حرکت سطحی برای استفاده از GPS برای تصحیح سمت حرکت و ژيروسکوپ برای تعیین وضعیت است. در نمودار ۶ نمایی از سناریوی حرکتی وسیله ارائه شده است.

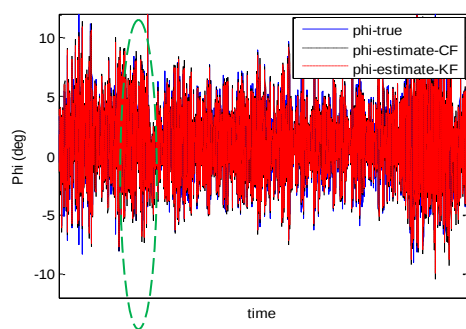


شکل ۶- سناریوی حرکتی وسیله زیرآبی

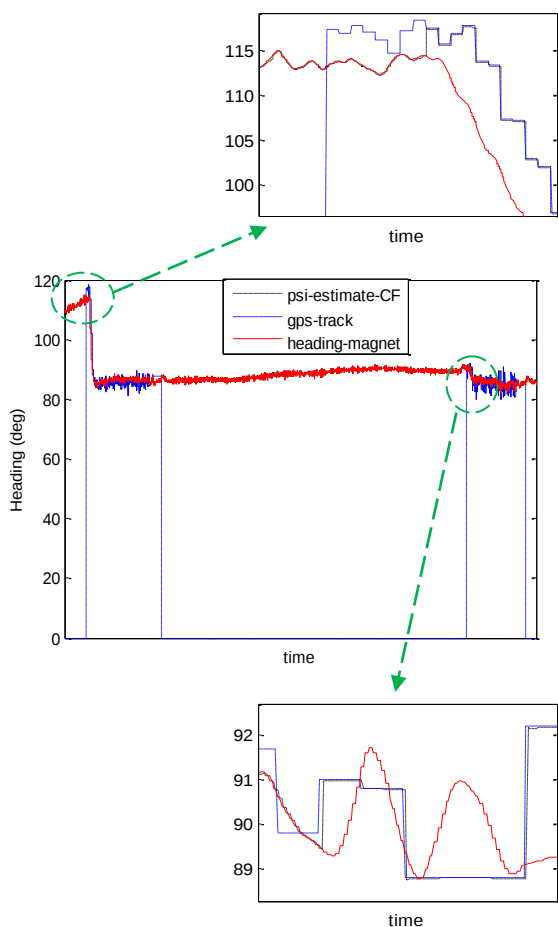
با توجه به فرکانس نمونه‌برداری سنسورها و قرارگیری رونده در دسته دینامیک کم شتاب، بهره‌های کنترلی و فرکانس قطع فیلتر بصورت $\tau_{\phi, \dot{\theta}, \ddot{\psi}} = 0.001$ و $\tau_{\theta} = \tau_{\psi} = \alpha_{\psi} = 0.01$ ، $\tau_{\phi} = 0.05$ انتخاب شده است. به منظور تصدیق عملکرد الگوریتم پیشنهادی، نتایج حاصله از فیلتر تکمیلی با وضعیت تخمینی از فیلتر کالمن مقایسه خواهد شد.

در شکل‌های ۷ و ۸ بترتیب تخمین زوایای فراز و غلتش از طریق فیلتر تکمیلی، فیلتر کالمن و سیگنال مرجع فراز و غلتش قابل مشاهده و مقایسه است. با تغییر فاز حرکت از سطح به عمق و تغییرات زاویه فراز، تخمین مناسب فیلتر تکمیلی از زاویه فراز در بزرگنمایی‌های ارائه شده در نمودار ۷ مشاهده می‌گردد. با توجه به نمودار ۷، به دلیل ذات دینامیکی وسیله، سرعت حرکت و عوامل محیطی مانند جریان‌های سطحی و زیرسطحی و تاثیر امواج، نوساناتی حول مقادیر ترم زوایای فراز در دو فاز حرکت سطحی و زیرسطحی مشاهده می‌گردد که فیلتر تکمیلی پیشنهادی با دقت قابل قبولی قادر به تخمین آنها بوده است.

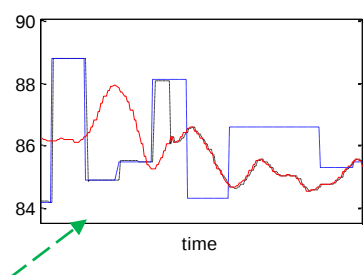
به دلیل طراحی پایدار دینامیکی رونده و عدم استفاده از سطوح کنترلی در کانال غلتش، نوسان ذاتی با دامنه و فرکانس وابسته به سرعت رونده و شرایط محیطی، در زاویه غلتش در نمودار ۸ مشاهده می‌گردد که فیلتر تکمیلی



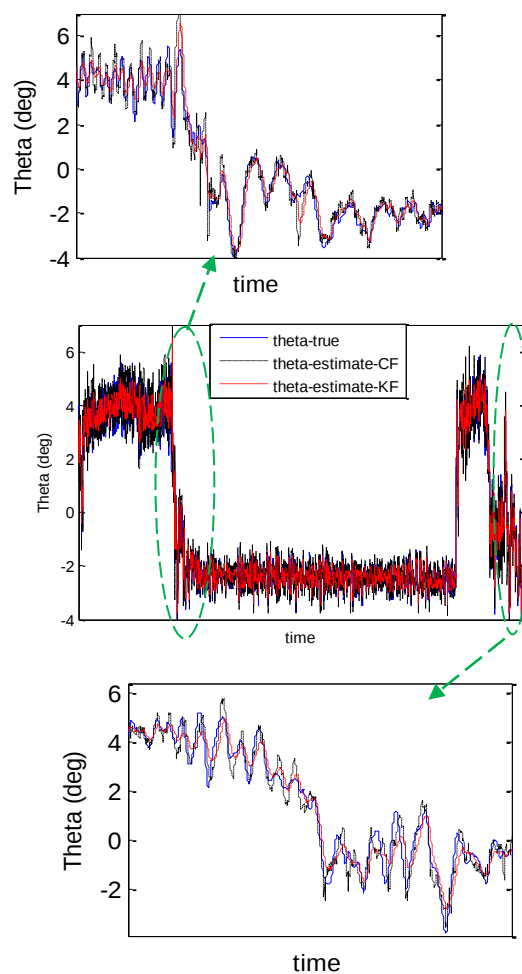
شکل ۸- مقدار واقعی زاویه غلتش و تخمین آن با فیلتر تکمیلی و کالمن



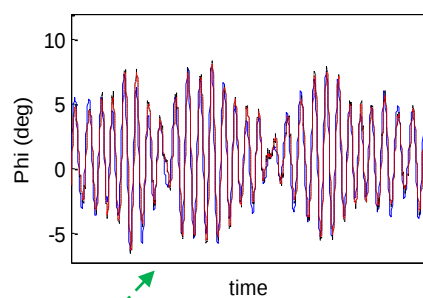
شکل ۹- تخمین زاویه سمت با فیلتر تکمیلی، سوئیچ از مغناطیس سنج به GPS در فاز حرکت سطحی



مشکل توسعه الگوریتم تخمین و ارائه تابع تطبیقی مناسب برای بروزرسانی بهره‌های کنترلی تحت شرایط دینامیکی متغیر است. به عبارت دیگر می‌توان برای بهبود نتایج فیلتر، سیستم جدول‌بندی بهره^۱ را با توجه به نوع مانور طراحی و پیاده‌سازی نمود. با این وجود ساختار ساده و پیاده‌سازی آسان، فیلتر تکمیلی را به انتخاب مناسب‌تری برای کاربردهای On-Board با توان محاسباتی پایین در مقایسه با فیلتر کالمن تبدیل کرده است.



شکل ۷- مقدار واقعی زاویه فراز و تخمین آن با فیلتر تکمیلی و کالمن



^۱ Gain-Scheduled

Technological University, Cordoba Regional Faculty (UTN-FRC), 09, August, 2016.

[5] Chan Gook Park, Chang Ho Kang, Sanghyun Hwang and Chul Joo Chung "An Adaptive Complementary Filter for Gyroscope/ Vision Integrated Attitude Estimation" Int'l J. of Aeronautical & Space Sci. 17(2), 214–221 (2016).

[6] Dongwon Jung and Panagiotis Tsiotras "Inertial Attitude and Position Reference System Development for a Small UAV" Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 30332-0150, 2013.

[7] Robert Smith a, b Andy Frostb, Penny Probert "Gyroscopic Data Fusion via a Quaternion Based Complementary Filter" university of Oxford, England. bSilsoe Research Institute, England, 2015.

[8] Mark Euston, Paul Coote, Robert Mahony, Jonghyuk Kim and Tarek Hamel "A Complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV" Intelligent Robots and System, IROS 2008, IEEE/RSJ International Conference.

[9] Tae Suk Yoo, Sung Kyung Hong, Hyok Min Yoon and Sungsu Park "Gain-Scheduled Complementary Filter Design for a MEMS Based Attitude and Heading Reference System" Sensors 2011, 11, 3816-3830, 29 March 2011.

[10] Walter T. Higgins, JR "A Comparison of Complementary and Kalman Filtering" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol. AES-11, NO. 3 MAY 1975.

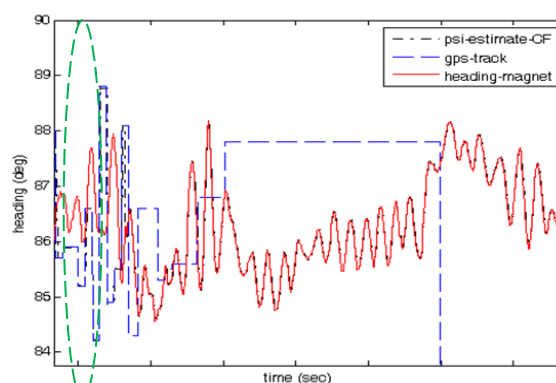
[11] Roberto G. Valenti, Ivan Dryanovski and Jizhong Xiao "Keeping a Good Attitude: A Quaternion-Based Orientation Filter for IMUs and MARGs" Sensors 2015, 15, 19302-19330.

[12] El Hadri and A. Benallegue "Attitude estimation with gyros-bias compensation using low-cost sensors" Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China, December 16-18, 2009.

[13] Dung Duong Quoc, Jinwei Sun, Van Nhu Le and Nguyen Ngoc Tan "Sensor Fusion based on Complementary Algorithms using MEMS IMU" International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition Vol. 8, No. 2 (2015), pp. 313-324.

[14] Roberts, Ricky L "Analysis, experimental evaluation, and software upgrade for attitude estimation by the Shallow-Water AUV Navigation System (SANS)" Naval Postgraduate School Monterey, California, March 1997.

[15] Val erie Renaudin, Muhammad Haris Afzal, and G' erard Lachapelle "Complete Tri-axis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain" Hindawi



شکل ۱۰- تخمین زاویه سمت با سوئیچ از GPS به مغناطیس سنچ در فاز حرکت زیر سطحی

به منظور مقایسه بهتر پارامترهای تخمین نسبت به مقادیر اندازه گیری شده و دریافت یک دید تحلیلی-آماري از نتایج شبیه سازی فیلتر تخمین با اطلاعات میدانی، مقادیر میانگین خطا و واریانس پارامترهای تخمینی از فیلتر تکمیلی و فیلتر کالمن در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱- میانگین خطای تخمین و واریانس خطای تخمین فیلتر تکمیلی و فیلتر کالمن

ردیف	پارامتر	میانگین خطای تخمین	واریانس خطای تخمین (σ^2)
۱	زاویه فراز (θ_{Com})	-2.9257×10^{-5}	1.3974×10^{-4}
۲	زاویه غلتش (ϕ_{Com})	-1.281×10^{-5}	3.7158×10^{-4}
۳	زاویه سمت (ψ_{Com})	1.864×10^{-4}	6.3455×10^{-5}
۴	زاویه فراز (θ_{Kal})	-7.7762×10^{-6}	4.2436×10^{-5}
۵	زاویه غلتش (ϕ_{Kal})	-1.0789×10^{-5}	4.0761×10^{-4}

مراجع

[1] Robert Mahony, Tarek Hamel, Jean-Michel P. flimlin "Complementary filter design on the special orthogonal group SO(3)" Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, Seville, Spain, December 12-15, 2005.

[2] Antonio Vasilijevic, Bruno Borovic, Zoran Vukic "Underwater Vehicle Localization with Complementary Filter: Performance Analysis in the Shallow Water Environment" J Intell Robot Syst (2012) 68:373–386.

[3] Pedro Batista, Carlos Silvestre, and Paulo Oliveira "Sensor-based Complementary Globally Asymptotically Stable Filters for Attitude Estimation" Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China, December 16-18, 2009.

[4] G. Perez Paina, D. Gaydou, J. Redolfi, C. Paz, and L. Canali "Experimental comparison of Kalman and complementary filter for attitude estimation" Research Centre in Informatics for Engineering (CIII) National

Publishing Corporation Journal of Sensors, Volume 2010, Article ID 967245, 10 pages.

[16] li xing, yijun hang, zhi xiong, jianye liu and zhong wan, "accurate attitude estimation using ARS under conditions of vehicle movement based on disturbance acceleration adaptive estimation and correction" sensors 2016.