**مجله کنترل**
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۳، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۸، صفحه ۹۴-۸۵

# پایدارسازی کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر با استفاده از کنترل‌کننده‌ی مبتنی بر رؤیتگر بازه‌ای

مصطفی فرامین[۱]، بهروز رضایی[۲]، زهرا رحمانی[۳]

[۱] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، mostafa.faramin@gmail.com

[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، brezaie@nit.ac.ir

[۳] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، zrahmani@nit.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۱۰/۲۴ ویرایش: ۱۳۹۷/۰۱/۳۰ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۳/۲۱

**چکیده:** هدف از این مقاله ارائه‌ی یک روش جدید برای کنترل کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر از طریق کنترل رؤیتگر بازه‌ای می‌باشد. رؤیتگرهای بازه‌ای برای سیستم‌های دارای نامعینی کاربرد دارند و به جای تخمین حالت‌ها، کران‌هایی را برای آنها تعیین می‌کنند. نشان داده شده است که اگر بتوان با طراحی ورودی‌های کنترلی مناسب کران‌های رؤیتگر بازه‌ای را کنترل نمود، با همان ورودی‌های کنترلی حالت‌های سیستم نیز کنترل می‌شوند. در این راستا ابتدا یک رؤیتگر بازه‌ای مناسب برای سیستم پارامتر متغیر طراحی می‌شود و شرایط لازم برای یکنواخت بودن معادله‌ی دینامیکی شامل کران‌های پایین و بالای خطا ارائه می‌گردد. سپس برای پایدارسازی سیستم، کنترل‌کننده‌ی جدیدی برای رؤیتگر بازه‌ای طراحی می‌گردد تا کران‌های روی حالت‌ها را پایدار سازد و در نتیجه حالت‌های سیستم نیز پایدار شوند. کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی مبتنی بر روش کنترل مد لغزشی تطبیقی می‌باشد که برای مقابله با تغییرات بعضی از پارامترهای رؤیتگر بازه‌ای و کاهش اثرات اغتشاشات موجود در سیستم استفاده می‌شود. با انتخاب یک تابع لیاپانف مناسب شرایط پایداری و محدوده‌ی پایداری رؤیتگر تعیین می‌شود. نتایج شبیه‌سازی این روش برای یک سیستم نمونه نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادی است.

**کلمات کلیدی:** رؤیتگر بازه‌ای، سیستم پارامتر متغیر، کنترل مبتنی بر رؤیتگر، کنترل مد لغزشی تطبیقی.

# Stabilizing a class of parameter-varying systems using interval observer-based controller

**Mostafa Faramin, Behrooz Rezaie, Zahra Rahmani**

**Abstract:** The aim of this paper is to propose a novel method for controlling a class of parameter-varying systems by controlling interval observer. The interval observers, that are applicable for the systems with uncertainty, estimate bounds on the states instead of estimating the states. It has been shown that by designing appropriate control inputs for controlling the bounds of the interval observer, the states of the system can be also controlled using the same control inputs. For this purpose, a suitable interval observer is firstly designed for the parameter-varying system and the required conditions, for which the dynamical system consisting of lower and upper bounds on error is monotone, are presented. Then, a novel controller is designed for stabilizing the interval observer such that the bounds on the states are stabilized and thereby the states are also stabilized. The proposed controller is based on adaptive sliding mode control method that is utilized to tackle the effects of variations in some parameters of the interval observers as well as the existing disturbances in the system. By choosing an appropriate Lyapunov function, the conditions and areas for the stability of



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]

the observer are determined. Simulation results, obtained by applying the method to a sample system, show the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** Interval observer, parameter-varying systems, observer-based control, adaptive sliding mode control.

## ۱- مقدمه

طراحی رؤیتگر یکی از مسائل پرکاربرد و چالش برانگیز در علم مهندسی کنترل می‌باشد که تاثیر زیادی در بهبود عملکرد سیستم و کاهش هزینه‌های طراحی دارد. رؤیتگرها ابزارهایی هستند که برای تخمین متغیرهای حالت سیستم، زمانی که به دلایلی از جمله هزینه‌ی زیاد، محدودیت‌های فناوری و معایب حسگرها امکان اندازه‌گیری آنها وجود نداشته باشد، استفاده می‌شوند. مطابق با مرجع [۱] رؤیتگرها را می‌توان به کلاس‌های مختلفی شامل رؤیتگرهای لیونبرگر [۲]، رؤیتگرهای سیستم‌های ابعاد مشخص [۳]، تخمینگرهای بیزین [۴]، رؤیتگرهای اغتشاش و تشخیص خطا [۵]، رؤیتگرهای هوش مصنوعی [۶] دسته‌بندی نمود. معمولاً با توجه به اطلاعات موجود و ویژگی‌های دینامیکی سیستم و همچنین مزیت‌ها و محدودیت‌های رؤیتگرهای معرفی شده، می‌توان رؤیتگرهای ترکیبی به صورت ترکیبی از چند رؤیتگر [۷] را برای رسیدن به هدف مورد نظر انتخاب نمود. در این میان رؤیتگرهای بازه‌ای[1] که اولین بار در [۸] معرفی شدند، نوع جدیدی از رؤیتگرها هستند که می‌توان آنها را به عنوان ترکیبی از رؤیتگرهای لیونبرگر و رؤیتگرهای سیستم‌های ابعاد مشخص در نظر گرفت. این رؤیتگرها زمانی کاربرد دارند که توصیف دقیقی از مدل سیستم در دسترس نیست و سیستم شامل بخش‌های نامشخص زیادی است. ساختار این رؤیتگرها به گونه‌ای است که به جای تخمین حالت‌های سیستم، کران‌هایی برای آن‌ها تعیین می‌شوند به نحوی که حالت‌های اصلی سیستم همواره بین این کران‌ها قرار گیرند [۸]. مدت زمان زیادی نیست که مطالعه بر روی رؤیتگرهای بازه‌ای آغاز شده است، لذا مسئله‌ی طراحی این نوع رؤیتگر و کاربردهای آن به عنوان یک مسئله‌ی باز برای تحقیق شناخته می‌شود. در [۹] مسئله‌ی تعیین کران‌های حالت با استفاده از رؤیتگر بازه‌ای در یک سیستم زیستی وقتی که مدل سینماتیکی مشخص می‌باشد، ولی پارامترها و غلظت ورودی‌های فرآیند دارای عدم قطعیت است، در نظر گرفته شد. در مقاله‌ی [۱۰] برای اولین بار یک رؤیتگر بازه‌ای مقاوم برای تخمین و همزمان‌سازی متغیرهای نامشخص سیستم آشوبی چوآ که دارای عدم قطعیت است، طراحی شد. در [۱۱-۱۳] طراحی رؤیتگر بازه‌ای برای سیستم خطی پارامتر متغیر مورد مطالعه قرار گرفت و روش‌هایی برای بهینه‌سازی فاصله‌ی بین کرانهای بالا و پایین در این رؤیتگر ارائه گردید. در [۱۴, ۱۵] ساختاری برای تعیین رؤیتگرهای بازه‌ای برای سیستم‌های خطی ارائه شد و سپس برای شرایطی که سیستم دینامیکی خطا شرایط یکنواخت بودن را نداشته باشد، نوعی روش برمبنای تغییر مختصات برای حل مشکل پیشنهاد گردید.

کنترل سیستم‌های دینامیکی بر اساس رؤیتگر موضوعی است که در بسیاری از مقالات، مورد بررسی قرار گرفته است. با این وجود تضمین پایداری حالت‌ها توسط کنترل‌کننده و همگرایی تخمین آن‌ها توسط رؤیتگر در سیستم حلقه بسته، خصوصاً زمانی که سیستم دارای بخش‌های غیرخطی و نامعینی زیاد باشد، از منظر تئوری بسیار دشوار است [۱۶]. از طرفی طراحی کنترل‌کننده براساس رؤیتگر بازه‌ای، این مزیت را دارد که تنها با کنترل کرانهای بالا و پایین حالتهای مستخرج از رؤیتگر بازه‌ای، به صورت همزمان و طی یک فرآیند غیرمستقیم حالت‌های سیستم اصلی نیز کنترل شود. چنین مزیتی برای این روش باعث می‌شود تا برخلاف روشهای کنترل مبتنی بر رؤیتگرهای معمول، کمتر درگیر مشکلات تئوری شود. با این وجود، به دلیل جدید بودن مسئله، تا به امروز مطالعات چندانی در این زمینه صورت نگرفته است و تمرکز اصلی مقالات تنها بر روی طراحی رؤیتگر برای سیستم‌های دینامیکی بوده است. در [۱۷, ۱۸] ابتدا نوعی رؤیتگر بازه‌ای برای یک نوع سیستم پارامتر متغیر غیرخطی طراحی شد. در این مقاله ثابت شد که برای برقراری شرایط رؤیتگر بازه‌ای، ماتریس‌های خطا باید متزلر باشند. پس از آن از طریق روش فیدبک حالت، کنترل‌کننده‌ای مشترک برای سیستم ارائه شد که سیستم را در تمام نواحی کاری پایدار نماید. در [۱۹] روشی برای پایدارسازی یک سیستم بیولوژیکی با استفاده از حالت‌های استخراج شده از رؤیتگر بازه‌ای ارائه گردید. برای سیستم‌هایی که امکان متزلر کردن ماتریس حالت در سیستم دینامیکی خطا برای آنها وجود ندارد از دو ماتریس کمکی استفاده شد. در [۲۰] الگوریتمی مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی[2] برای برآورده سازی شرط متزلر بودن ماتریس خطای رؤیتگر بازه‌ای برای یک سیستم سوییچینگ ارائه شد و یک کنترل‌کننده‌ی فیدبک حالت معرفی شد تا بتواند با کنترل حالت‌های رؤیتگر بازه‌ای، به صورت همزمان، حالت‌های سیستم اصلی را نیز کنترل نماید. اثبات پایداری مجانبی روش کنترلی پیشنهادی منجر به دسته‌ای از نامساویهای ماتریسی خطی گردید. با این حال، روش نامساوی‌های ماتریس خطی ارائه شده در این مقالات چنان محافظه‌کارانه است که در بسیاری از موارد امکان دست یافتن به پاسخ را غیرممکن می‌سازد. لذا ارائه‌ی روشی جدید، که بتواند بر این مشکلات غلبه کند، لازم و حائز اهمیت است.

در این مقاله یک روش مقاوم بر اساس کنترل رؤیتگرهای بازه‌ای برای کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر ارائه می‌شود. در این راستا رؤیتگر بازه‌ای مناسب به همراه شرایط لازم برای سیستم مورد نظر توصیف می‌شود تا حالت‌های اصلی سیستم به ازای هر ورودی کنترلی

[1] Interval Observer

[2] Linear Matrix Inequality (LMI)



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]

بین کران‌های بالا و پایین قرار گیرد. سپس با انتخاب یک تابع لیاپانف مناسب و با توجه به ساختار رؤیتگر بازه‌ای، یک کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی تطبیقی برای مقابله با عوامل غیرخطی و اغتشاش موجود در رؤیتگر بازه‌ای پیشنهاد می‌شود. مزیت روش ارائه شده این است که به جای کنترل یک سیستم پارامتر متغیر شامل بخش‌های نامشخص، با کنترل رؤیتگر بازه‌ای مربوط به آن، که دینامیک کاملا مشخصی دارد، به صورت غیرمستقیم حالت‌های سیستم اصلی نیز کنترل می‌شود. روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های پیشین مطرح شده در این زمینه برتری‌های زیر را دارد:

- برای اولین بار یک روش کنترل غیرخطی برای کنترل سیستم‌های پارامتر متغیر، از طریق کنترل رؤیتگر بازه‌ای ارائه شده است.
- روش ارائه شده به علت ماهیت تطبیقی، قابلیت تطبیق با ساختار متغیر سیستم رؤیتگر بازه‌ای را دارا می‌باشد.
- نیازی به حل یک مسئله‌ی بهینه‌سازی بر اساس نابرابری ماتریسی خطی نمی‌باشد.

ابتدا در بخش دوم این مقاله، با معرفی سیستم پارامتر متغیر مورد نظر، بعضی از تعاریف و پیش‌زمینه‌هایی که برای معرفی رؤیتگر بازه‌ای لازم است، بیان می‌شوند. سپس در بخش سوم یک رؤیتگر بازه‌ای مناسب برای سیستم معرفی می‌شود و شرایط مورد نیاز برای طراحی این رؤیتگر بیان می‌گردد. در بخش چهارم با انتخاب یک تابع لیاپانف مناسب، یک کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی تطبیقی برای رؤیتگر بازه‌ای طراحی می‌شود تا با استفاده از کنترل حالت‌های رؤیتگر، به صورت غیرمستقیم حالت‌های سیستم اصلی کنترل شوند. در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شوند که این نتایج برتری روش پیشنهادی را در مقایسه با روش‌های کنترلی دیگر نشان می‌دهد. در بخش آخر نیز نتیجه‌گیری مقاله آورده می‌شود.

## ۲- توصیف سیستم و مقدمات ریاضی

### ۲-۱- تعاریف و مقدمات ریاضی

**تعریف:** برای دو بردار $x,y\in\Re^n$ و دو ماتریس $A,B\in\Re^{n\times n}$، روابط $x\le y$ و $A\le B$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x=\begin{bmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}\le y=\begin{bmatrix}y_1\\ \vdots\\ y_n\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & \cdots & a_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{n1} & \cdots & a_{nn}\end{bmatrix}\le B=\begin{bmatrix}b_{11} & \cdots & b_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ b_{n1} & \cdots & b_{nn}\end{bmatrix}$$

به طوری که رابطه‌ی $x_i\le y_i$ برای $i=1,\cdots,n$ و $a_{ij}\le b_{ij}$ برای $i,j=1,\cdots,n$ به صورت متناظر برقرار است.

**تعریف:** ماتریس $A\in\Re^{n\times n}$ هرویتز[1] گفته می‌شود، اگر همه‌ی مقادیر ویژه‌ی آن سمت چپ محور موهومی قرار گرفته باشند. همچنین این ماتریس متزلر[2] نامیده می‌شود، اگر همه‌ی درایه‌های خارج قطر اصلی آن نامنفی باشند.

**لم ۱** [۲۱]: برای سیستم $\dot e(t)=Me(t)+r(t)$ که $e(t),\ r(t)\in\Re^n$ است، اگر ماتریس $M\in\Re^{n\times n}$ متزلر و $r(t)\ge 0$ باشد، آنگاه سیستم یکنواخت[3] نامیده می‌شود و برای $e(0)\ge 0$، پاسخ‌های نامنفی دارد. به بیان دیگر، برای $t\ge 0$، $e(t)\ge 0$ است.

لم ۲ [۲۲]: برای هر اسکالر $\chi\in\Re$ و عدد مثبت $\varepsilon$ نامساوی زیر برقرار می‌باشد:

$$0\le|\chi|-\chi\tanh(\frac{\chi}{\varepsilon})\le\kappa\varepsilon,\qquad \kappa=0.2785 \tag{۱}$$

### ۲-۲- توصیف سیستم

کلاسی از سیستم‌های پارامتر متغیر به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases}\dot x(t)=Ax(t)+B(\theta)u(t)+f(x,y,\theta)\\ y(t)=Cx(t)\end{cases} \tag{۲}$$

در این رابطه $x(t)\in\Re^n$، $u(t)\in\Re^m$، $y(t)\in\Re^p$ به ترتیب متغیرهای حالت سیستم، ورودی‌های کنترلی و خروجیهای قابل اندازه‌گیری سیستم محسوب می‌شوند. همچنین $\theta\in\Re^q$ بردار پارامترهای متغیر سیستم، $B(\theta)\in\Re^{n\times m}$ ماتریس ورودی پارامتر متغیر، $A\in\Re^{n\times n}$ و $C\in\Re^{p\times n}$ نیز ماتریس‌های ثابت هستند. $f(x,y,\theta)\in\Re^n$ نیز بردار توابع غیرخطی می‌باشد که می‌تواند شامل اغتشاشات و بخش‌های نامشخص سیستم باشد.

### ۲-۳- فرضیات

قبل از معرفی رؤیتگر بازه‌ای برای سیستم (۲)، لازم است تعدادی از فرضیاتی که برای بیان مسئله ضروری می‌باشد، بیان گردند.

**فرض ۱:** تابع $f(x,y,\theta)$ شرایط لیپشیتز را برآورده می‌کند و سیستم (۲) حداقل به صورت محلی دارای پاسخ یکتایی است. همچنین بدون از دست دادن کلیت مسئله فرض شده است که برای همه‌ی $\theta\in\Re^q$ ، $f(0,0,\theta)=0$ است.

**فرض ۲:** تابع غیرخطی $f(x,y,\theta)$ و ماتریس $B(\theta)$ از بالا و پایین کراندارند و برای هر $\theta\in\Re^q$، بردارهای $\underline f,\bar f\in\Re^n$ و $\underline B,\bar B\in\Re^n$ وجود دارند، به طوری که داریم:

[1] Hurwitz
[2] Metzler
[3] Monotone



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]

$$\begin{aligned}&\underline{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)\le f(x,y,\theta)\le \bar{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)\\&\underline{B}\le B(\theta)\le \bar{B}\end{aligned} \quad (۳)$$

در این صورت می‌توان با ورودی محدود تمام حالت‌های سیستم برای هر $t\ge 0$ در محدوده‌ی $\underline{x}(t)\le x(t)\le \bar{x}(t)$ قرار داد [۱۷].

**فرض ۳:** ثابت‌های $\underline{a}_i\ge 0$، $\bar{a}_i\ge 0$ برای $i=1,\cdots,4$ وجود دارند به طوری که برای هر $\underline{x}(t),\bar{x}(t)\in\Re^n$ و $y(t)\in\Re^p$ نامساوی‌های زیر برقرار است:

$$\begin{aligned}&\left|\underline{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)\right|\le \underline{a}_1|\bar{x}|+\underline{a}_2|\underline{x}|+\underline{a}_3|y|+\underline{a}_4\\&\left|\bar{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)\right|\le \bar{a}_1|\bar{x}|+\bar{a}_2|\underline{x}|+\bar{a}_3|y|+\bar{a}_4\end{aligned} \quad (۴)$$

که در رابطه فوق $|.|$ نرم القایی بردار می‌باشد.

## ۳- رؤیتگر بازه‌ای

همانطور که گفته شد رؤیتگر بازه‌ای نوعی رؤیتگر است که به جای تخمین حالت‌های سیستم، کرانهایی را برای آن‌ها تعیین می‌نماید و تضمین می‌کند که حالت‌های اصلی همواره در بین این کرانها قرار می‌گیرند. با توجه به فرضیات ۱ الی ۳ رؤیتگر بازه‌ای برای سیستم (۲) به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{cases}\dot{\underline{x}}=A\underline{x}+B_1u+\underline{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)+L.(y-C\underline{x})-F_1.(\bar{x}-\underline{x})\\ \dot{\bar{x}}=A\bar{x}+B_2u+\bar{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)+L.(y-C\bar{x})+F_2.(\bar{x}-\underline{x})\end{cases} \quad (۵)$$

در رابطه (۵)، $\underline{x}(t),\bar{x}(t)\in\Re^n$ کرانهای بالا و پایین رؤیتگر، $L\in\Re^{n\times p}$ ماتریس بهره‌ی رؤیتگر، $B_1,B_2\in\Re^{n\times m}$ و $F_1,F_2\in\Re^{n\times n}$ ماتریس‌های طراحی می‌باشند که برای برقراری شرایط عملیاتی مناسب برای این نوع رؤیتگر انتخاب می‌شوند.

اگر $\underline{e}=x-\underline{x}$ و $\bar{e}=\bar{x}-x$ به ترتیب خطای کران پایین و بالا باشند، با مشتق‌گیری از آن‌ها و جایگذاری رابطه‌های (۲) و (۵) و پس از انجام ساده‌سازی داریم:

$$\begin{cases}\dot{\underline{e}}=\dot{x}-\dot{\underline{x}}=(A-LC+F_1)\underline{e}+F_1\bar{e}+\\(B(\theta)-B_1)u+f(x,y,\theta)-\underline{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)\\ \dot{\bar{e}}=\dot{\bar{x}}-\dot{x}=(A-LC+F_2)\bar{e}+F_2\underline{e}+\\(B_2-B(\theta))u+\bar{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)-f(x,y,\theta)\end{cases} \quad (۶)$$

با تعریف $\tilde{e}=\begin{bmatrix}\underline{e} & \bar{e}\end{bmatrix}^T$ به عنوان بردار خطا، رابطه‌ی (۶) به صورت (۷) بازنویسی می‌شود:

$$\dot{\tilde{e}}=M\tilde{e}+\tilde{B}u+\tilde{f} \quad (۷)$$

که هر کدام از ماتریس‌های $M$ ، $\tilde{B}$ و $\tilde{f}$ به صورت (۸) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned}M&=\begin{bmatrix}A-LC+F_1 & F_1\\ F_2 & A-LC+F_2\end{bmatrix},\\ \tilde{B}&=\begin{bmatrix}B(\theta)-B_1\\ B_2-B(\theta)\end{bmatrix},\\ \tilde{f}&=\begin{bmatrix}f(x,y,\theta)-\underline{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)\\ \bar{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)-f(x,y,\theta)\end{bmatrix}\end{aligned} \quad (۸)$$

مطابق با لم ۱، برای آنکه به ازای همه‌ی $t\ge 0$ رابطه‌ی $\underline{x}(t)\le x(t)\le \bar{x}(t)$ یا $\bar{e}(t),\underline{e}(t)\ge 0$ برقرار باشد، لازم است تا سیستم رابطه‌ی (۷) یک سیستم یکنواخت باشد. با توجه به فرض ۲، $\tilde{f}\ge 0$ می‌باشد، لذا برای یکنواخت بودن رابطه‌ی (۷) پارامترهای طراحی به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

- برای آنکه $(B(\theta)-B_1)u\ge 0$ و $(B_2-B(\theta))u\ge 0$ باشد، ماتریس‌های $B_1$ و $B_2$ به صورت زیر تعیین می‌شوند:

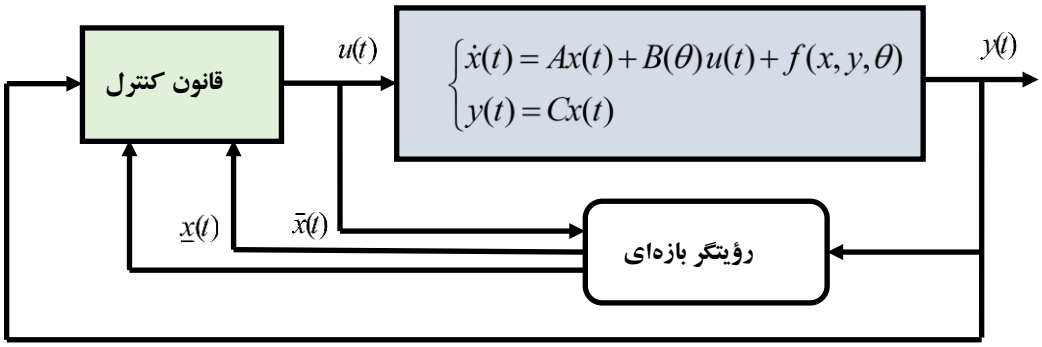
$$B_1^i=\begin{cases}\underline{B}^i & u_i\ge 0\\ \bar{B}^i & u_i<0\end{cases},\quad B_2^i=\begin{cases}\bar{B}^i & u_i\ge 0\\ \underline{B}^i & u_i<0\end{cases} \quad (۹)$$

که اندیس بالای $i$ برای ماتریس به معنای $i$امین ستون ماتریس می‌باشد و $u_i$ بیان‌کننده‌ی $i$امین ورودی می‌باشد [۱۷].

- یکی دیگر از الزامات یکنواخت بودن سیستم (۷) متزلر بودن ماتریس $M$ می‌باشد. برای دستیابی به این هدف، ماتریس‌های $F_1,F_2\in\Re^{n\times n}$ با درایه‌های غیرمنفی و ماتریس $L\in\Re^{n\times p}$ باید به گونه‌ای انتخاب شوند که $A-LC+F_1$ و $A-LC+F_2$ متزلر باشند. برای حالت خاصی که بتوان یک ماتریس $L$ پیدا کرد که $A-LC$ متزلر باشد، آنگاه می‌توان $F_1=F_2=0_n$ درنظر گرفت که $0_n$ یک ماتریس $n\times n$ با درایه‌های صفر می‌باشد (در [20] الگوریتمی برای انتخاب پارامترهای طراحی جهت متزلر بودن ماتریس $M$ ارائه شده است).



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]




شکل ۱: بلوک دیاگرام سیستم کنترل بر اساس رؤیتگر بازه‌ای برای یک سیستم پارامتر متغیر

با برقراری دو شرط بالا ماتریس $M$ متزلر و عبارت $\tilde{B}u+\tilde{f}$ نیز مثبت می‌باشد و یکنواخت بودن سیستم رابطه‌ی (۷) ثابت می‌شود. لذا تضمین می‌شود که حالت‌های اصلی سیستم $x(t)$ همواره و به ازای هر ورودی کنترلی، بین کرانهای پایین $\underline{x}(t)$ و بالا $\bar{x}(t)$ قرار می‌گیرند. مطابق با شرایط بیان شده، با وجود قرار گرفتن $x(t)$ بین $\underline{x}(t)$ و $\bar{x}(t)$، نمی‌توان کراندار بودن $x(t)$ را تضمین کرد، مگر اینکه خود $\underline{x}(t)$ و $\bar{x}(t)$ کراندار باشند. لذا اگر بتوان کنترل‌کننده‌ای طراحی نمود که همزمان بتواند کرانهای بالا و پایین رؤیتگر بازه‌ای ($\underline{x}(t)$ و $\bar{x}(t)$) را کنترل نماید، $x(t)$ نیز کنترل می‌شود. هدف از این مقاله ارائه‌ی یک کنترل‌کننده‌ی مناسب برای پایدارسازی سیستم (۵) می‌باشد که با کنترل این سیستم به طور همزمان سیستم (۲) را نیز کنترل نماید.

## ۴- طراحی کنترل‌کننده

در این قسمت قانون کنترلی طراحی می‌شود که بتواند با استفاده از کرانهای مستخرج از رؤیتگر بازه‌ای، حالت‌های سیستم اصلی را کنترل نماید. در واقع از آنجا که در بخش قبل تضمین شد که با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی، حالت‌های اصلی سیستم همواره و به ازای هر ورودی بین کرانهای بالا و پایین رؤیتگر بازه‌ای قرار می‌گیرند، اگر بتوان کنترل‌کننده‌ای طراحی نمود که مطابق رابطه‌ی (۱۰) این کرانها را به سمت یک مقدار مطلوب هدایت نماید، آنگاه حالت اصلی متناظر با این کرانها نیز قطعاً به سمت آن مقدار مطلوب میل می‌کند [۱۸].

$$\underline{x}(t)\le x(t)\le\bar{x}(t)\Rightarrow\begin{cases}\underline{x}(t)\to x_d\\ \underline{x}(t)\to x_d\end{cases}\Rightarrow x(t)\to x_d \qquad (۱۰)$$

عدم نیاز به متغیرهای اصلی سیستم و همچنین مشخص بودن کامل مدل رؤیتگر سبب می‌شود که استفاده از این رؤیتگر برای کنترل سیستم اصلی یک مزیت قابل توجه محسوب شود.

در شکل ۱ بلوک دیاگرام مربوط به روش پیشنهادی برای مدل دینامیکی رابطه‌ی (۲) نشان داده شده است. همانطور که از این شکل مشخص است طراحی کنترل کننده شامل دو مرحله می‌باشد:

- اعمال رؤیتگر بازه‌ای برای تعیین کرانهای حالت‌های سیستم.
- طراحی یک قانون کنترلی بر اساس مدل رؤیتگر بازه‌ای طراحی شده. لازم است که این قانون کنترل پایداری حالت‌های رؤیتگر بازه‌ای و فرآیند اصلی را به صورت همزمان تضمین نماید.

به منظور طراحی کنترل‌کننده، رابطه‌ی (۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix}\dot{\underline{x}}\\ \dot{\bar{x}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A-LC+F_1 & -F_1\\ -F_2 & A-LC+F_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{x}\\ \bar{x}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}L\\ L\end{bmatrix}y+\begin{bmatrix}\underline{f}\\ \bar{f}\end{bmatrix} \qquad (۱۱)$$

که در این رابطه $\underline{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)$ و $\bar{f}(\underline{x},\bar{x},y,\theta)$ کرانهای قسمت غیرخطی سیستم (۲) است. با فرض $z=\begin{bmatrix}\underline{x}^T & \bar{x}^T\end{bmatrix}^T$ معادله‌ی دینامیکی رابطه‌ی (۱۱) به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{z}=A_z z+B_z u+L_z y+f_z \qquad (۱۲)$$

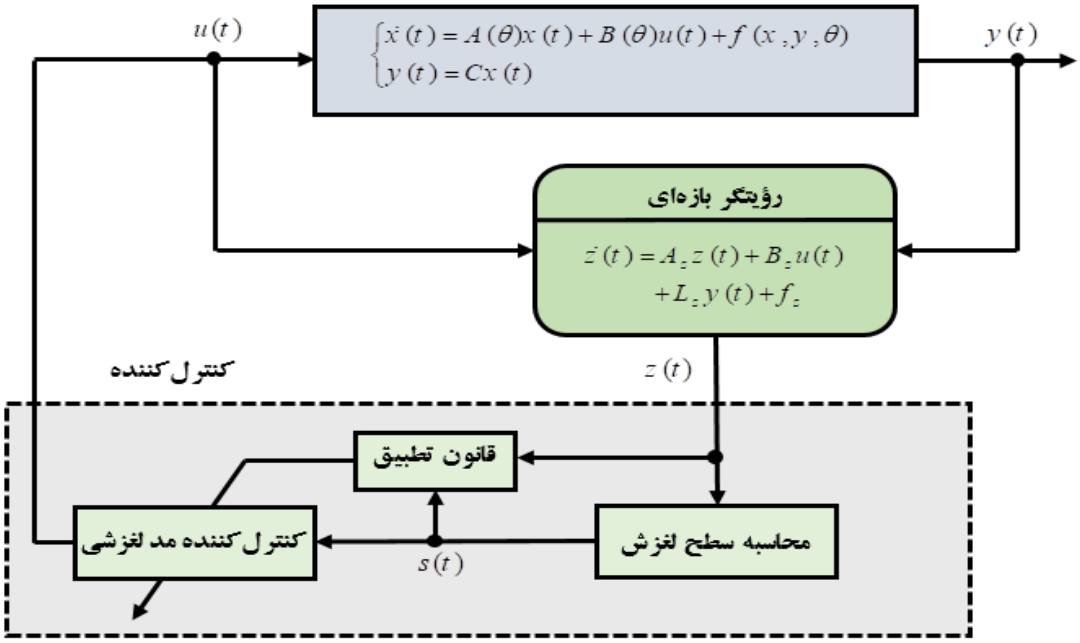
که $y$ و $f_z$ توابع مشخصی هستند و ماتریس‌های $A_z\in\Re^{2n\times 2n}$، $B_z\in\Re^{2n\times m}$ و $L_z\in\Re^{2n\times p}$ با $f_z\in\Re^{2n}$ معادل قرار دادن طرف راست رابطه‌های (۱۱) و (۱۲) قابل استخراج می‌باشند. از این معادله در فرآیند طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شود. وجود جمله غیرخطی $L_z y+f_z$ که می‌تواند به صورت یک ترم اغتشاش کراندار در نظر گرفته شود، سبب می‌شود تا استفاده از یک قانون کنترل کننده مقاوم قابل توجیه باشد. کنترل‌کننده پیشنهادی مبتنی بر روش کنترل مد لغزشی تطبیقی است که از عملکرد مناسبی در مواجهه با اغتشاشات و نامعینی‌های موجود در سیستم برخوردار است.

### ۴-۱- کنترل مد لغزشی تطبیقی

در روش کنترل مد لغزشی، ابتدا یک سطح لغزش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]




شکل ۲. بلوک دیاگرام روش کنترلی پیشنهادی

$$S = h^T z \tag{۱۳}$$

که در این رابطه $S \in \Re$ و $h \in \Re^{2n}$ بردار ضرایب لغزشی می‌باشد. با مشتقگیری از رابطه‌ی $S$ و جایگذاری (۱۲) در آن خواهیم داشت:

$$\dot{S} = h^T \dot{z} = h^T A_z z + h^T B_z u + h^T L_z y + h^T f_z \tag{۱۴}$$

در نتیجه ورودی کنترلی به صورت زیر خواهد بود:

$$u = -\frac{(h^T B_z)^T}{\left\| h^T B_z \right\|^2}\left( h^T L_z y + h^T f_z + \eta sign(S) \right) \tag{۱۵}$$

که $\eta$ پارامتر تنظیم است که برای تضمین پایداری مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش‌های متفاوتی برای تعیین پارامتر $\eta$ وجود دارد که در این مقاله از یک قانون تطبیقی برای تخمین آن استفاده می‌شود. در بخش بعد نشان داده می‌شود که قانون کنترلی (۱۵) پایداری سیستم (۱۲) را تضمین می‌کند. بلوک دیاگرام شکل ۲ ساختار روش کنترلی پیشنهادی را نشان می‌دهد.

### ۲-۴- تحلیل پایداری

**قضیه ۱.** فرض کنید برای سیستم (۲)، فرض‌های ۱ الی ۳ برقرار باشند و پارامترهای رؤیتگر بازه‌ای به گونه‌ای انتخاب شوند که مدل دینامیکی شامل خطای کران بالا و پایین سیستم (۷) یکنواخت باشد. همچنین فرض کنید سیستم (۱۲) کنترل‌پذیر باشد و ماتریس $A_z$ به گونه‌ای باشد که یکی از مقادیر ویژه‌اش در نقطه‌ی صفر قرار داشته باشد (یا بتوان با کنترل فیدبک در نقطه صفر قرار داد) و $h$ بردار ویژه‌ی سمت چپ ماتریس $A_z$ متناظر با مقدار ویژه‌ی صفر باشد و طوری انتخاب شود که $h^T B_z$ یک بردار غیر صفر باشد. آنگاه ورودی کنترلی (۱۵) سیستم (۱۲) را پایدار می‌کند که به معنی پایداری حالت‌های سیستم (۲) می‌باشد.

**اثبات.** ابتدا تابع زیر را به عنوان تابع لیاپانف به صورت زیردر نظر می‌گیریم:

$$V = \frac{1}{2}S^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\eta}^2 \tag{۱۶}$$

که در آن $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$ خطای تنظیم پارامتر و $\hat{\eta}$ مقدار نامی پارامتر تطبیقی است که مقداری ثابت و مثبت دارد. همچنین $\gamma$ نیز یک پارامتر ثابت مثبت می‌باشد که سرعت همگرایی پارامتر تطبیقی را تعیین می‌نماید. مشتق این تابع لیاپانف به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V} = S\dot{S} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\eta}\dot{\eta} \tag{۱۷}$$

با جایگذاری (۱۴) در (۱۷) داریم:

$$\dot{V} = Sh^T A_z z + Sh^T B_z u + Sh^T L_z y + Sh^T f_z + \frac{1}{\gamma}\tilde{\eta}\dot{\eta} \tag{۱۸}$$

از آنجا که $h$ بردار ویژه‌ی سمت چپ متناظر با مقدار ویژه‌ی صفر ماتریس $A_z$ می‌باشد، لذا $h^T A_z = 0$ می‌باشد. با جایگذاری قانون کنترل (۱۵) در (۱۸) و استفاده از رابطه‌ی $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$ داریم:

$$\dot{V} = -\eta\left( Ssign(S) - \frac{1}{\gamma}\dot{\eta} \right) - \frac{1}{\gamma}\hat{\eta}\dot{\eta} \tag{۱۹}$$

قانون کنترل تطبیقی به صورت زیر تعیین می‌گردد:



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]

$$\dot{\hat{\eta}} = \gamma S sign(S) \qquad (۲۰)$$

با جایگذاری قوانین تطبیق بدست آمده در مشتق تابع لیاپانف، (۱۹) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\dot{V} = -S\left(\hat{\eta} sign(S)\right) = -\hat{\eta}|S| \le 0 \qquad (۲۱)$$

مشتق تابع لیاپانف نسبت به زمان منفی نیمه‌معین است که نشان دهنده‌ی پایداری لیاپانف سیستم می‌باشد. بنابراین مطابق با تئوری لیاپانف حالت‌های $\bar{x}$ و $\underline{x}$ و در نتیجه حالت $x$ پایدار محلی خواهد بود و پارامتر تخمین نیز کران‌دار خواهد بود. در واقع از آنجا که حالت‌های اصلی سیستم بین کران‌های بالا و پایین رؤیتگر بازه‌ای قرار دارند، لذا از آنجاکه با گذشت زمان این کران‌ها پایدار می‌شوند، حالت‌های اصلی سیستم نیز پایدار خواهند شد.

**نکته ۱:** همانطور که در بخش ۳ بیان شد، اگر یک ماتریس $L$ وجود نداشته باشد که ماتریس $M$ در رابطه‌ی (۷) را متزلر نماید، می‌توان از ماتریس‌های $F_1$ و $F_2$ استفاده نمود. با این وجود حتی اگر ماتریس $L$ به تنهایی بتواند متزلر بودن ماتریس $M$ را تضمین نماید، در بعضی از موارد می‌توان از ماتریس‌های $F_1$ و $F_2$ به عنوان ماتریس‌های کمکی جهت کنترل‌پذیری جفت $(A_z, B_z)$ استفاده کرد.

**نکته ۲:** برای کاهش میزان چترینگ در روش مد لغزشی از روش‌های متفاوتی استفاده می‌شود که استفاده از تابع $\tanh(S/\phi)$ به جای تابع $sign(S)$ یکی از این روش‌ها است که $\phi$ میزان تندی شیب تابع tanh را تنظیم می‌نماید [۲۳]. بنابراین قانون ورودی کنترلی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$u = -\frac{(h^T B_z)^T}{\left\|h^T B_z\right\|^2}\left(h^T L_z y + h^T f_z + \eta \tanh(\frac{S}{\phi})\right) \qquad (۲۲)$$

**قضیه فرعی ۱:** تحت شرایط تئوری ۱، کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی رابطه‌ی (۲۲) پایداری حالت‌های سیستم (۱۲) را تحت شرایط $|h^T z| \ge \kappa\phi$ که $\kappa = 0.2785$ می‌باشد، تضمین می‌کند.

**اثبات:** با جایگذاری رابطه‌ی (۲۲) در مشتق تابع لیاپانف رابطه‌ی (۱۸) و پس از انجام محاسبات، با استفاده از لم ۲ داریم:

$$\dot{V} = -S\hat{\eta}\tanh(\frac{S}{\phi}) \le -\hat{\eta}|S| + \hat{\eta}\kappa\phi \qquad (۲۳)$$

اگر $|S| \ge \kappa\phi$، آنگاه $\dot{V} \le 0$ می‌باشد. بنابراین پایداری سیستم (۱۲) با برقراری شرط $|h^T z| \ge \kappa\phi$ تضمین می‌شود.

روش کنترلی پیشنهادی از اطلاعات خروجی‌های اندازه‌گیری شده و کران‌های تعیین شده برای پایدارسازی همه‌ی حالت‌های سیستم استفاده می‌کند و در مقایسه با روش‌های موجود در مقابل اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها مقاوم‌تر می‌باشد.

## ۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش روش پیشنهادی را بر روی یک مدل دینامیکی برگرفته از [۱۷] اعمال می‌کنیم تا عملکرد روش پیشنهادی بررسی گردد. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و با زمان‌نمونه‌برداری ۰/۰۱ انجام شده است. برای‌این منظور سیستم پارامتر متغیر یک پاندول را در نظر می‌گیریم که با استفاده از رابطه‌ی زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\omega^2(t)\sin(x_1(t)) - \kappa(t)x_2(t) + b(t)u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \qquad (۲۴)$$

در این رابطه $x_1(t)$ زاویه‌ی پاندول نسبت به محور عمودی و $x_2(t)$ سرعت زاویه‌ای پاندول می‌باشد. پارامترهای این سیستم با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} &\omega(t) = 0.5\left(\omega_M + \omega_m + (\omega_M - \omega_m)\cos(t)\right), \\ &\kappa(t) = \kappa_a + \delta_k \sin(t), \\ &b(t) = 0.5\left(b_M + b_m + (b_M - b_m)\cos(2t)\right), \\ &\omega_m = 0.1, \quad \omega_M = 1.2, \quad 0 \le \omega_m \le \omega \le \omega_M \\ &\kappa_m = 0.4, \quad \kappa_M = 1.5, \quad \kappa_m \le \kappa \le \kappa_M, \\ &b_m = 0.5, \quad b_M = 2.5, \quad b_m \le b(t) \le b_M \end{aligned} \qquad (۲۵)$$

بردارها و ماتریس‌های زیر مدل (۲۴) را به صورت رابطه‌ی (۲) درمی‌آورند.

$$\begin{aligned} &A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\kappa_a \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ b(t) \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ &f(t,x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega(t)\sin(x_1) - \delta_k \sin(t)x_2 \end{bmatrix} \\ &\kappa_a = 0.5(\kappa_m + \kappa_M), \quad \Delta\kappa(t) = \kappa(t) - \kappa_a, \\ &|\Delta\kappa(t)| \le \delta_k = 0.5(\kappa_M - \kappa_m) \end{aligned} \qquad (۲۶)$$

کران‌های بالا و پایین بردارهای $B(t)$ و $f(t,x)$ که در طراحی رؤیتگر بازه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر می‌باشد:

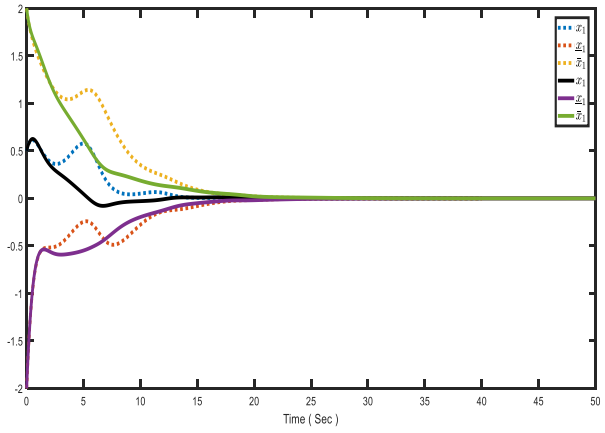
$$\begin{aligned} &\underline{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ \begin{cases} -\omega_M^2 \sin(y) & \sin(y) > 0 \\ -\omega_m^2 \sin(y) & \sin(y) \le 0 \end{cases} - \delta_k \max\left\{|\underline{x}_2|, |\bar{x}_2|\right\} \end{bmatrix} \\ &\bar{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ \begin{cases} -\omega_M^2 \sin(y) & \sin(y) \le 0 \\ -\omega_m^2 \sin(y) & \sin(y) > 0 \end{cases} + \delta_k \max\left\{|\underline{x}_2|, |\bar{x}_2|\right\} \end{bmatrix} \\ &\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_m \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_M \end{bmatrix} \end{aligned} \qquad (۲۷)$$

شرایط اولیه‌ی سیستم اصلی $x(0) = [0.5 \quad 0.5]^T$ و شرایط اولیه‌ی رؤیتگر بازه‌ای $\underline{x}(0) = -[2 \quad 2]^T$ و $\bar{x}(0) = [2 \quad 2]^T$ در نظر گرفته شده است. برای آنکه ماتریس $M$ در رابطه‌ی (۷) متزلر

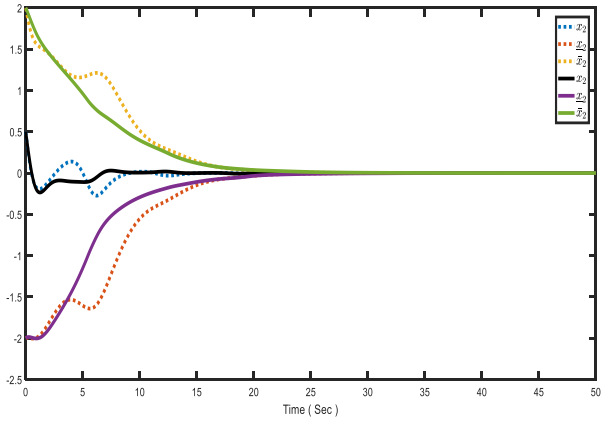


[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]

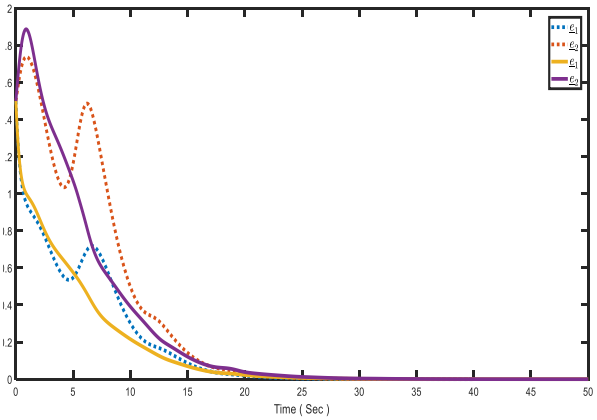
باشد، پارامترهای طراحی رؤیتگر بازه‌ای به صورت $L=\begin{bmatrix}2 & 0\end{bmatrix}^T$، $F_1=0_2$، $F_2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0.1 & 0\end{bmatrix}$ انتخاب می‌شوند. در این صورت ماتریس نهایی $M$ برای سیستم دینامیکی خطای رؤیتگر بیان شده به صورت $M=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -0.95 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 1\\ 0.1 & 0 & 0 & -0.95\end{bmatrix}$ می‌باشد که نشان دهنده‌ی یک ماتریس متزلر می‌باشد. همچنین در قانون تطبیق (۲۰)، $\gamma=0.001$ در نظر گرفته شده است. عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله با روش طراحی کنترل‌کننده‌ی فیدبک حالت بر اساس رؤیتگر بازه‌ای براساس LMI که در مقاله‌ی [۱۷, ۱۸] ارائه شده است، مقایسه می‌شوند. شکل ۳ و شکل ۴ نتایج حالت‌های $x_1(t)$ و $x_2(t)$ را در صورتی که ورودی پیشنهادی به سیستم اعمال شود، در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷]، نشان می‌دهند. این شکل‌ها نشان می‌دهد که همزمان با پایداری کران‌های رؤیتگر بازه‌ای، حالت‌های اصلی سیستم نیز با سرعت و به صورت هموار به سمت صفر همگرا می‌شوند. شکل ۵ و شکل ۶ مثبت بودن خطاهای کران پایین و بالا را نشان می‌دهد که توصیف کننده‌ی این واقعیت است که حالت‌های اصلی سیستم همواره بین کران‌های طراحی شده قرار دارند. شکل ۷ نیز ورودی کنترلی اعمال شده به سیستم جهت پایدارسازی رؤیتگر بازه‌ای را نشان می‌دهد که با سرعت بهتری نسبت به روش ارائه شده در [۱۷] به صفر همگرا می‌شود و دارای دامنه‌ی کمی است. همچنین شکل ۸ همگرایی پارامتر تطبیقی $\eta$، به ازای چند مقدار $\gamma$، را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌گردد که با تغییر $\gamma$ مقادیر همگرایی و سرعت همگرایی تغییر می‌کند و درحالت کلی تضمینی برای همگرایی پارامتر تطبیق به یک مقدار ثابت وجود ندارد و پارامترهای تخمین صرفا کراندار می‌باشند. بر اساس تئوریهای کنترل تطبیقی برای همگرایی پارامترهای تخمین به مقدار واقعی، لازم است تا ورودی سیستم به اندازه‌ی کافی غنی باشد.



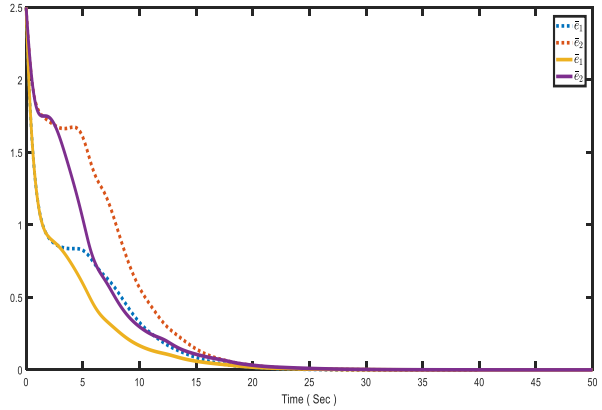

شکل ۳: پایدارسازی حالت $x_1(t)$ با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط‌چین)




شکل ۴: پایدارسازی حالت $x_2(t)$ با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط‌چین)

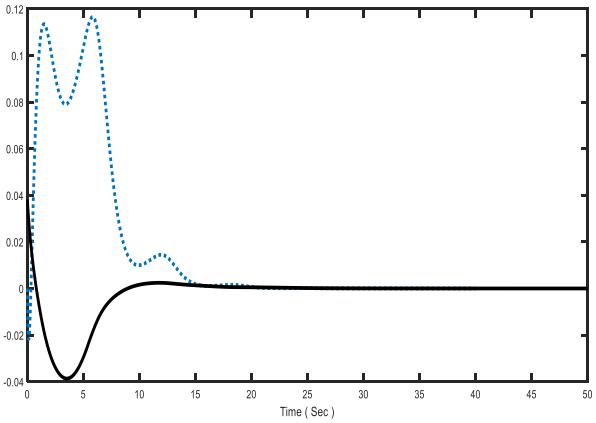



شکل ۵: کرانهای پایین خطای تخمین $\underline{e}_1(t)$ و $\underline{e}_2(t)$ با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط‌چین)

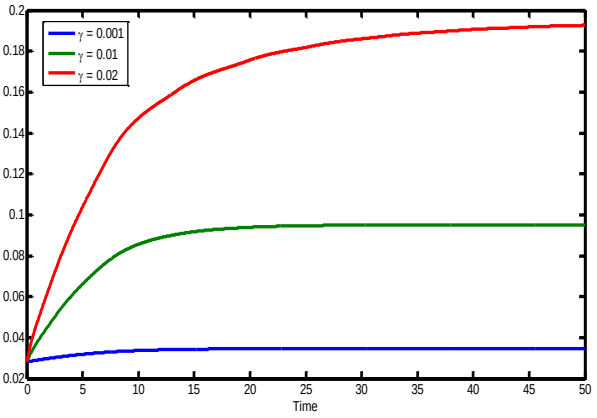



شکل ۶: کرانهای بالای خطای تخمین $\bar{e}_1(t)$ و $\bar{e}_2(t)$ با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط‌چین)

[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]




شکل ۷: ورودی کنترلی اعمال شده به سیستم با استفاده از روش پیشنهادی (خط پر) در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۷] (خط‌چین)



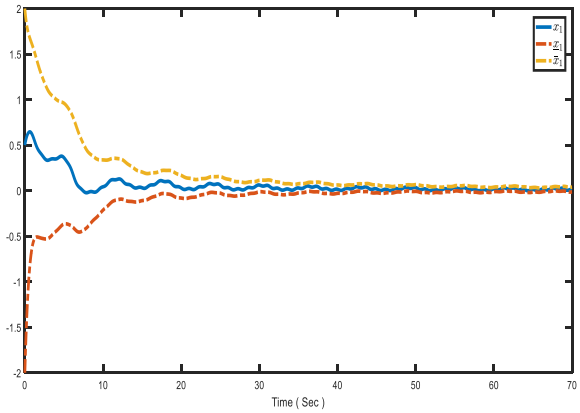

شکل ۸: همگرایی پارامترهای تطبیقی $\eta$ در روش پیشنهادی.

علاوه بر شکلهای بالا جدول ۱ نیز به خوبی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در مقایسه با روش ارائه شده‌ی قبل عملکرد بهتری دارد. نتایج این جدول بر اساس معیار میانگین ریشه‌ی دوم خطا می‌باشد که خطای مورد نظر در واقع اختلاف بین کرانهای بالا و پایین حالتها نسبت به حالتهای اصلی سیستم می‌باشد.

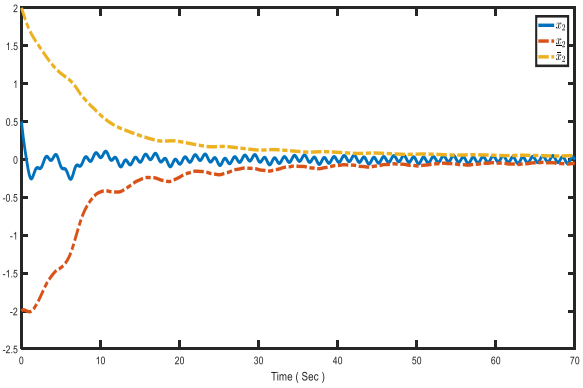
جدول ۱. مقایسه‌ی عملکرد روش پیشنهادی با روش ارائه شده در [۱۷] با در نظر گرفتن معیار میانگین ریشه‌ی دوم (RMS) برای کرانها بالا و پایین خطا

| | $\underline{e}_1$ | $\bar{e}_1$ | $\underline{e}_2$ | $\bar{e}_2$ |
|---|---|---|---|---|
| روش ارائه شده در [۱۷] | ۰/۴۵۲۶ | ۰/۷۵۱۴ | ۰/۳۶۰۰ | ۰/۶۴۸۶ |
| روش پیشنهادی | ۰/۳۶۱۸ | ۰/۵۶۳۰ | ۰/۳۰۰۳ | ۰/۵۲۹۸ |

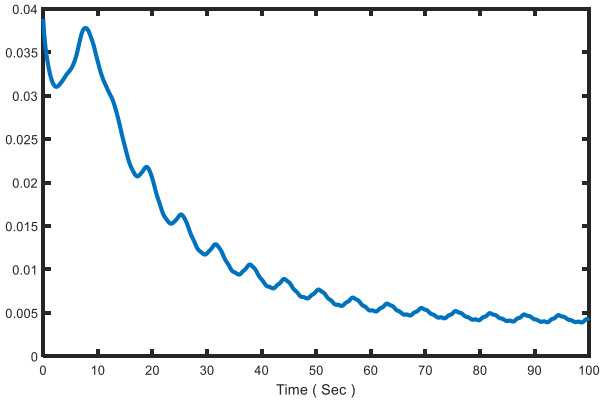
شکل های ۹ الی ۱۱ تاثیر روش پیشنهادی زمانی که به سیستم اغتشاشی به صورت $d(t)=0.2\sin(5t)$ اعمال شود را نشان می‌دهد. بدیهی است که ترم اغتشاش باید به تابع غیرخطی $f(x,y,\theta)$ در رابطه‌ی (۲) اضافه شود. این شکل‌ها نشان می‌دهد که اثر اغتشاش سبب شده است تا بین حالت‌های اصلی و کرانهای آن فاصله‌ای وجود داشته باشد، با این وجود پایداری سیستم دچار مشکل نشده است و حالت‌های سیستم به خوبی پایدار شده‌اند.




شکل ۹: پایدارسازی حالت $x_1(t)$ در حضور اغتشاش.




شکل ۱۰: پایدارسازی حالت $x_2(t)$ در حضور اغتشاش.




شکل ۱۱: ورودی کنترلی اعمال شده به سیستم در حضور اغتشاش.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جدید برای کنترل سیستم‌های پارامتر متغیر از طریق کنترل رؤیتگر بازه‌ای مربوط به آن ارائه گردید. ابتدا جهت تأمین شرایط لازم برای طراحی رؤیتگر بازه‌ای و با تعیین رابطه‌ای برای کران‌های بالا و پایین، شرایط لازم برای یکنواخت بودن سیستم بیان شد. در مرحله‌ی طراحی کنترل‌کننده، سیستم رؤیتگر به عنوان یک مدل با



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]

جمله‌های مشخص در نظر گرفته شد. با تعریف یک تابع لیاپانف مناسب، کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی طراحی شد تا کران‌های سیستم رؤیتگر را کنترل نماید. از آنجا که حالت‌های سیستم همواره بین کران‌های بالا و پایین رؤیتگر بازه‌ای قرار دارد، با کنترل این کران‌ها می‌توان به صورت همزمان حالت‌های سیستم اصلی را نیز کنترل نمود. روش پیشنهادی در مرحله‌ی شبیه‌سازی به یک سیستم آونگ معکوس اعمال گردید تا کارایی روش پیشنهادی نشان داده شود. نتایج نشان می‌دهد که حالت‌های سیستم با سرعت خوبی همگرا می‌شوند و در مقابل اثرات اغتشاش نیز مقاوم می‌باشند. از طرفی روش پیشنهادی برای رسیدن به اهداف مورد نظر تلاش کمی به خرج می‌دهد. طراحی کنترل‌کننده برای این سیستم‌ها با کاهش تعداد فرضیات و متغیر بودن ماتریس $A$ از جمله موضوعات در دست مطالعه می‌باشد.

## قدردانی

نویسندگان مقاله مراتب قدردانی خود را از حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل از طریق اعتبار پژوهشی شماره BNTU/370632/97 اعلام می‌دارند.

## مراجع

[1] Mohd Ali, J., et al.,'*Review and classification of recent observers applied in chemical process systems'*. Computers & Chemical Engineering, 2015. **76**(0): p. 27-41.
[2] Luenberger, D.,'*An introduction to observers'*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1971. **16**(6): p. 596-602.
[3] Postoyan, R. and D. Nešić,'*On emulated nonlinear reduced-order observers for networked control systems'*. Automatica, 2012. **48**(4): p. 645-652.
[4] Chen, T., J. Morris, and E. Martin,'*Particle filters for state and parameter estimation in batch processes'*. Journal of Process Control, 2005. **15**(6): p. 665-673.
[5] Li, S., et al.,'*Disturbance observer-based control: methods and applications'*. 2014: CRC press.
[6] Theocharis, J. and V. Petridis,'*Neural Network Observer'*. vectors, 1994. **27**.
[7] Gao, Z., X. Shi, and S.X. Ding,'*Fuzzy state/disturbance observer design for T–S fuzzy systems with application to sensor fault estimation'*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2008. **38**(3): p. 875-880.
[8] Gouzé, J.L., A. Rapaport, and M.Z. Hadj-Sadok,'*Interval observers for uncertain biological systems'*. Ecological Modelling, 2000. **133**(1–2): p. 45-56.
[9] Rapaport, A. and D. Dochain,'*Interval observers for biochemical processes with uncertain kinetics and inputs'*. Mathematical Biosciences, 2005. **193**(2): p. 235-253.
[10] Moisan, M. and O. Bernard.'*Robust interval observers for uncertain chaotic systems'*. in *45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, CA, USA*. 2006.
[11] Rami, M.A., C.H. Cheng, and C. de Prada.'*Tight robust interval observers: An LP approach'*. in *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*. 2008.
[12] McCarthy, P.J., C. Nielsen, and S.L. Smith,'*Cardinality constrained robust optimization applied to a class of interval observers'*, in *American Control Conference (ACC), 2014*. 2014, IEEE. p. 5337-5342.
[13] Chebotarev, S., et al.,'*Interval observers for continuous-time LPV systems with L1/L2 performance'*. Automatica, 2015. **58**: p. 82-89.
[14] Mazenc, F. and O. Bernard,'*Interval observers for linear time-invariant systems with disturbances'*. Automatica, 2011. **47**(1): p. 140-147.
[15] Efimov, D., et al.,'*Interval estimation for lpv systems applying high order sliding mode techniques'*. Automatica, 2012. **48**(9): p. 2365-2371.
[16] Atassi, A.N. and H.K. Khalil,'*A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems'*. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999. **44**(9): p. 1672-1687.
[17] Efimov, D., T. Raissi, and A. Zolghadri,'*Control of Nonlinear and LPV Systems: Interval Observer-Based Framework'*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 2013. **58**(3): p. 773-778.
[18] Efimov, D., T. Raissi, and A. Zolghadri.'*Stabilization of nonlinear uncertain systems based on interval observers'*. in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*. 2011.
[19] Cai, X., G. Lv, and W. Zhang,'*Stabilisation for a class of non-linear uncertain systems based on interval observers'*. IET Control Theory & Applications, 2012. **6**(13): p. 2057-2062.
[20] Zhongwei, H. and X. Wei,'*Control of non-linear switched systems with average dwell time: interval observer-based framework'*. Control Theory & Applications, IET, 2016. **10**(1): p. 10-16.
[21] Smith, H.L.,'*Monotone dynamical systems: an introduction to the theory of competitive and cooperative systems'*. 2008: American Mathematical Soc.
[22] Polycarpou, M.M. and P.A. Ioannou,'*A robust adaptive nonlinear control design'*. Automatica, 1996. **32**(3): p. 423-427.
[23] Liu, J.,'*Sliding Mode Control Using MATLAB '*. 1st ed. 2017: Academic Press.



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.3.6.1 ]
[ DOI: 10.29252/joc.13.3.85 ]