

طراحی قانون هدایت بهینه مقاوم سه بعدی برای موشک با استفاده از کنترل مدل‌گذاری و کنترل SDRE

سید سجاد موسی پور^۱، قاسم علیزاده^۲، سهراب خان محمدی^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، smoosapour@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، Alizadeh@tabrizu.ac.ir

^۳ استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، Khan@tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۷/۰۲/۱۳۹۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۱/۰۵/۱۳۹۱)

چکیده: در این مقاله، با ترکیب روش‌های کنترل بهینه SDRE و کنترل مدل‌گذاری یک قانون هدایت جدید برای موشک بر علیه اهداف دارای مانور طراحی می‌شود. به این علت که دینامیک اتوپایلوت در مرحله انتهایی پرواز موشک نقش بسیار مهمی در موفقیت یا عدم موفقیت پرواز دارد و می‌تواند باعث تأخیر در اجرای فرامین هدایتی شود، این دینامیک در معادلات حالت لحظاتی می‌شود. مقاوم بودن قانون هدایت طراحی شده با استفاده از روش دوم لیاپانوف اثبات می‌شود. از مزایای قانون هدایت پیشنهادی این است که برای پیاده‌سازی به منحنی دقیق شتاب هدف نیاز ندارد و تنها حداکثر مقدار شتاب هدف مورد نیاز است. ضرایب ظاهر شده در قانون هدایت پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدست می‌اید. برای بررسی کارایی قانون هدایت طراحی شده، با در نظر گرفتن شرایط پروازی مختلف، در گیری سه بعدی موشک و هدف شیوه سازی می‌شود و نتایج با قانون هدایت ناوبری تناوبی مقایسه می‌گردند. نتایج شیوه سازی نشان می‌دهد که قانون هدایت پیشنهادی، در برابر اختشاشات شتاب هدف از مقاومت بالایی نسبت به قانون ناوبری تناوبی افزودنی برخوردار است و همچنین به راحتی می‌توان بین سرعت همگرایی، زمان برخورد و تلاش کنترلی مصالحه انجام داد.

کلمات کلیدی: موشک، هدایت، کنترل بهینه، کنترل مقاوم، مدل‌گذاری، الگوریتم ژنتیک.

Three-Dimensional Optimal Robust Guidance Law Design for Missile Using Sliding-Mode Control and SDRE Control

Seyed Sajad Moosapour, Ghasem Alizadeh, and Sohrab Khanmohammadi

Abstract: In this paper, a new guidance law is designed for missile against maneuvering target by integrating optimal control SDRE technique and sliding-mode control. Due to the fact that autopilot dynamic has a very important role in success or unsuccess of engagement in terminal phase, and it can make delay in guidance commands execution, this dynamic is taken into account in state equations. The robustness of the designed guidance law against disturbances is proved by the second method of Lyapunov. The proposed guidance law does not need accurate target maneuver profile and just need the maximum value of the target maneuver. Coefficients in proposed guidance law are obtained using genetic algorithm. For investigating effectiveness of proposed guidance law, by considering different scenarios, three-dimensional missile-target engagement is simulated. Then results are compared with conventional augmented proportional navigation guidance (APNG) law. Simulation results show that the proposed guidance law has high robustness against target maneuver disturbances and also one can compromise between convergence speed, intercept time and control effort.

Keywords: Missile, guidance, optimal control, robust control, sliding-mode, genetic algorithm.

در برابر تغییرات پارامترهای مدل مقاوم است. در [۱۶] برای موشکهای مجهز به کنترل بردار پیشران، با استفاده از کنترل مد لغزشی و کنترل تطبیقی، برای کمینه کردن فاصله نسبی موشک و هدف به صورت نمایی، یک قانون هدایت مد لغزشی تطبیقی طراحی شده است. همچنین در [۱۷] برای اهداف ثابت یا اهداف دارای حرکت آرام، با استفاده از کنترل مد لغزشی یک قانون هدایت آشیانه یا بحال ارائه شده است.

به هر حال، زمانی که تغییرات پارامترها ناچیز است و اغتشاشی وجود ندارد؛ یعنی سیستم در حالت نامی خود قرار دارد؛ مقاوم بودن دیگر چالش و مسئله اصلی در طراحی نخواهد بود و باید دیگر معیارها نیز در نظر گرفته شود. سوالی که پیش می‌آید این است که آیا می‌توان کنترل-کننده‌ای طراحی کرد که علاوه بر مقاوم بودن در برابر نامعینی‌ها، معیارهای دیگری نظیر حداقل مصرف انرژی، همگرایی سریع حالتها و ... را داشته باشد. می‌توان با ترکیب روش‌های کنترل مد لغزشی و کنترل بهینه، قانون هدایتی طراحی کرد که هم عملکرد بهینه داشته باشد و هم در برابر اغتشاشات شتاب هدف مقاوم باشد و اثر پیش‌بینی‌های غیر صحیح شتاب هدف را جبران کند [۱۸-۲۱].

در این تحقیق، دینامیک‌های مرتبه اول برای اتوپایلوت در هر سه کانال در نظر گرفته می‌شوند، سپس با ترکیب روش‌های کنترل مد لغزشی و کنترل بهینه یک قانون هدایت برای موشک در فضای سه بعدی طراحی می‌شود. قانون هدایت طراحی شده بر اساس روش کنترل بهینه معادله ریکاتی وابسته به حالت^۱ (SDRE) [۲۲، ۲۳] بدست می‌آید. در این روش کنترل بهینه غیر خطی، معادلات حالت سیستم به فرم ضرایب وابسته به حالت^۲ (SDC) تبدیل می‌شوند و سپس همانند روش تنظیم کننده خطی بهینه^۳ (LQR) معادله ماتریس ریکاتی حل می‌شود. در قانون هدایت طراحی شده ضرایب مختلفی ظاهر می‌شود که این ضرایب نیز به منظور عملکرد بهتر با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدست می‌آید. شرایط پروازی مختلفی در نظر گرفته می‌شود و برای انواع مختلف شتاب هدف شیوه سازی‌های متعددی انجام می‌شود و نتایج با قانون هدایت ناوی بری تنسی افزودنی^۴ یا APNG مقایسه می‌شود.

ساختار تحقیق حاضر به این صورت می‌باشد: نخست مدل ریاضی در گیری موشک و هدف با در نظر گرفتن دینامیک‌های مرتبه اول برای اتوپایلوت در هر سه کانال بدست می‌آید. سپس اهداف مسئله پرواز به صورت یک مسئله کنترلی بیان می‌شود. در ادامه روش SDRE توضیح داده خواهد شد. طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی^۵ یا OSMG بر

۱- مقدمه

تاکنون قوانین هدایت متنوعی برای موشکهای آشیانه یا بحال ارائه شده است. روش‌های کنترل مدرن، نظری کنترل بهینه و کنترل مد لغزشی برای طراحی قوانین هدایت موشک به طور چشمگیری استفاده می‌شود. قوانین هدایت بهینه برای موشک با دینامیک ایده‌آل [۱]، دینامیک مرتبه اول [۲] و دینامیک مرتبه دوم [۳] استخراج شده است. این قوانین هدایت بهینه برای اهداف دارای مانور تصادفی [۴] و دینامیک مرتبه بالا [۵] تعیین داده شده اند. حل حلقه بسته هدایت بهینه برای موشک با سرعت متغیر با زمان در [۶] و برای دینامیک با تأخیر زمانی نامعین در [۷] بدست آمده است. هدایت بهینه و تخمین غیر خطی برای اهداف با شتاب کاهشی در [۸] و شتاب افزایشی در [۹] انجام شده است. در مرجع [۱۰] برای اهداف دارای شتاب ثابت قانون هدایت فواصل زمانی ثابت ارائه شده است. همچنین در [۱۱، ۱۲]^۶ به صورت مفصل قوانین هدایت به طور کلی و هدایت بهینه به طور خاص موروث شده است.

اگر چه قوانین هدایت بهینه از نظر مصرف انرژی عملکرد مطلوبی دارند ولی دارای معیینی نیز هستند. تخمین شتاب هدف و تخمین زمان باقیمانده تا اصابت به هدف از جمله مشکلاتی است که در پیاده سازی قوانین هدایت بهینه خود را نشان می‌دهد. تخمین به علت تأخیر زمانی ذاتی، مشکلاتی را در اجرای فرامین هدایتی به وجود می‌آورد. یکی از مهمترین ضعفهای قوانین هدایت بهینه این است که در حضور نامعینی‌هایی نظیر تغییرات پارامترها و اغتشاشات بیرونی، عملکرد سیستم هدایت کاهش می‌یابد و ممکن است در مواردی منجر به نایابی داری سیستم فاصله بگیرد و حتی ممکن است در مواردی منجر به نایابی داری گردد. در هدایت بهینه برای اهداف متخرک، به علت وابستگی قانون هدایت بهینه به فاصله نسبی، سرعت نسبی و شتاب نسبی، پیاده سازی آن مشکل می‌باشد. لازم به ذکر است در قانون هدایت بهینه منحنی آینده شتاب هدف به طور کامل نیاز می‌باشد و در نتیجه هر گونه تغییر در شتاب هدف ممکن است نتایج نامطلوبی به همراه داشته باشد.

از سوی دیگر، روش کنترل مد لغزشی به علت توانایی بالای آن در مقاوم ساختن سیستم تحت کنترل در برابر نامعینی‌ها، به عنوان یک ابزار قدرتمند به طور گسترده‌ای در طراحی قوانین هدایت غیر خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مهمترین مزیت کنترل کننده مد لغزشی عدم حساسیت پاسخ سیستم در برابر اغتشاشات و نامعینی‌های مدل می‌باشد [۱۳، ۱۴]. به عنوان نمونه در [۱۵] یک قانون هدایت مد لغزشی برای یک موشک هوا به هوا با در نظر گرفتن دینامیک غیر خطی طراحی شده است. همچنین ثابت شده است که قانون هدایت حلقه بسته بدست آمده،

¹ State-dependent Riccati equation

² State-dependent coefficient

³ Linear quadratic regulator

⁴ Augmented proportional navigation guidance

⁵ Optimal sliding mode guidance

محاسبه گردد. حال اگر r, θ, ϕ ، v_r, v_θ, v_ϕ ، $a_{M\theta}, a_{Mr}, a_{M\phi}$ به عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته شوند؛ که در آن سرعت نسبی شعاعی^۲، $v_r = r\dot{\theta}\cos\phi$ و سرعت نسبی جانبی^۳ هستند؛ معادلات (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۲]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t) \quad (3)$$

که در آن بردار حالت ($\mathbf{x}(t)$ ، بردار میدان ($\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$ ، بردار شتاب موشک ($\mathbf{u}(t)$ ، بردار شتاب هدف ($\mathbf{w}(t)$ و ماتریس‌های \mathbf{D} و \mathbf{B} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} rv_r \\ \frac{v_\theta}{\cos\phi} \\ \frac{v_\phi}{\cos\phi} \\ -v_r^2 - v_\theta^2 - a_{Mr} \\ -v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan\phi - a_{M\theta} \\ -v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan\phi - a_{M\phi} \\ -(r/T)a_{Mr} \\ -(r/T)a_{M\theta} \\ -(r/T)a_{M\phi} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \phi \\ v_r \\ v_\theta \\ v_\phi \\ a_{Mr} \\ a_{M\theta} \\ a_{M\phi} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{T} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{w}(t) = \begin{pmatrix} a_{Tr} \\ a_{T\theta} \\ a_{T\phi} \end{pmatrix}$$

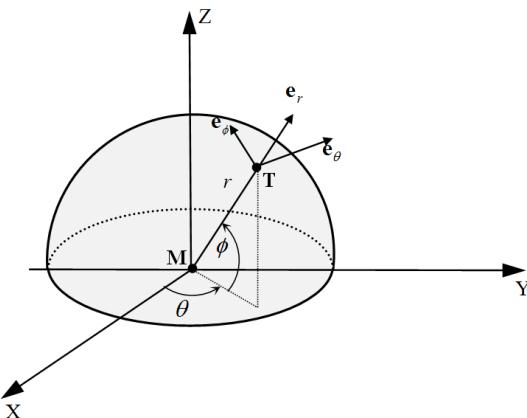
۳- بیان مساله

سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

اساس روش SDRE در بخش بعدی آورده می‌شود. بعد از طراحی قانون هدایت به منظور اثبات کارایی و عملکرد مناسب آن، شبیه سازی‌های متعددی انجام می‌شود. در پایان نتایج تحقیق حاضر جمع‌بندی می‌شود.

۲- مدل ریاضی

شکل ۱ هندسه سه بعدی پرواز را در دستگاه مختصات کروی (r, θ, ϕ) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، موشک در مرکز دستگاه قرار دارد و هدف نیز بر کره محیط می‌باشد. فاصله نسبی موشک و هدف و زوایای جانبی^۱ نسبی به ترتیب با r ، θ و ϕ نمایش داده شده است.



شکل ۱: هندسه سه بعدی در گیری موشک و هدف

جهت سادگی، موشک و هدف به صورت جرم نقطه‌ای فرض می‌شوند. فرض کنید $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$ بردارهای یکه در جهت محورهای مختصات مفروض باشد. بردار فاصله نسبی \mathbf{r} را می‌توان بر حسب بردارهای یکه به صورت $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$ نوشت. با دوبار مشتق گرفتن متوالی از این رابطه، مؤلفه‌های شتاب نسبی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\theta}^2 \cos^2\phi &= a_{Tr} - a_{Mr} \\ r\ddot{\theta}\cos\phi + 2r\dot{\theta}\cos\phi - 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\sin\phi &= a_{T\theta} - a_{M\theta} \\ r\ddot{\phi} + 2r\dot{\phi} + r\dot{\theta}^2 \cos\phi \sin\phi &= a_{T\phi} - a_{M\phi} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن a_{Tr} ، a_{Mr} و $a_{T\theta}$ مؤلفه‌های شتاب هدف؛ و $a_{M\theta}$ و $a_{M\phi}$ مؤلفه‌های شتاب اعمالی موشک می‌باشد. اگر دینامیکهای مرتبه اول در هر سه کanal برای اتوبایلوت در نظر گرفته شوند، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{Mr} + (1/T)a_{Mr} &= (1/T)u_r \\ \dot{a}_{M\theta} + (1/T)a_{M\theta} &= (1/T)u_\theta \\ \dot{a}_{M\phi} + (1/T)a_{M\phi} &= (1/T)u_\phi \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن T ثابت زمانی دینامیک اتوبایلوت می‌باشد؛ و u_r ، u_θ و u_ϕ نیز مؤلفه‌های ورودی کنترلی می‌باشد که باید توسط قانون هدایت

² Radial relative velocity

³ Tangential relative velocities

¹ Aspects or azimuth angles

برای بیان روش SDRE لازم است ابتدا با مفهوم خطی سازی تعمیم یافته که یک مفهوم کلیدی در این روش طراحی می‌باشد، آشنا شویم: خطی سازی تعمیم یافته یا پارامتریزه کردن SDC، فرایندی است که طی آن سیستم غیر خطی به یک ساختار شبه خطی شامل ماتریسهای SDC تبدیل می‌شود. با فرض $\mathbf{f}(0) = 0$ و همچنین اگرتابع \mathbf{f} مشتق پذیر باشد، در این صورت همواره یکتابع ماتریسی غیر خطی پیوسته وجود خواهد داشت به طوری که:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} \quad (9)$$

که در آن $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ با فاکتور گیری ریاضی بدست می‌آید و واضح است که برای $n > 1$ ، منحصر بفرد نیست. بنابراین خطی سازی تعمیم یافته سیستم غیر خطی (۹) با فرض $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x})$ به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) \quad (10)$$

که دارای یک ساختار خطی با ماتریسهای به فرم $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ می‌باشد. با الهام گرفتن از مساله LQR که با یک معادله جبری ریکاتی^۲ (ARE) توصیف می‌شود، کنترل فیدبک SDRE نیز یک رهیافت مشابه برای مساله تنظیم کننده غیر خطی بهینه فراهم می‌کند. کنترل کننده فیدبک حالت SDRE به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \quad (11)$$

که در آن $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ یک ماتریس مثبت معین متقارن منحصر به فرد در هر نقطه از \mathbf{x} می‌باشد که از حل معادله جبری ریکاتی وابسته به حالت بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x}) + \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \\ - \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

شایان ذکر است که ماتریس $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ در صورتی وجود خواهد داشت که زوج $\{\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{B}(\mathbf{x})\}$ برای تمام \mathbf{x} ها به صورت نقطه‌ای کنترل پذیر و زوج $\{\mathbf{C}(\mathbf{x}), \mathbf{A}(\mathbf{x})\}$ که $\mathbf{C}^T(\mathbf{x})\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}(\mathbf{x})$ برای تمام \mathbf{x} ها به صورت نقطه‌ای آشکار پذیر باشد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود روش حل SDRE برای مسئله تنظیم کننده غیر خطی زمان نامحدود (۶) و (۷)، تعمیمی است از روش LQR نامتغیر با زمان و زمان نامحدود، که در آن تمام ضرایب ماتریسی به صورت وابسته به حالت می‌باشند. در هر لحظه، ماتریسهای SDC به صورت ثابت فرض می‌شوند و ورودی کنترلی با حل مساله کنترل بهینه LQR محاسبه می‌گردد. این روش می‌تواند به عنوان یک جایگزین قدرتمند برای روش‌هایی مانند حل مساله معادلات مشتقی غیر خطی با شرایط مرزی جداگانه^۳ (TPBVP) و یا حل معادلات مشتقی جزئی

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \delta(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن $\mathbf{x}(t)$ و $\mathbf{u}(t)$ به ترتیب بردار حالت و بردار ورودی، $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ توابع غیر خطی از بردار حالت، و $\delta(\mathbf{x}, t)$ تابعی نامعین و بیانگر هر نوع نامعینی نظری تغییرات پارامترهای داخلی، اغتشاشات بیرونی و دینامیکهای مدل نشده می‌باشد. فرض می‌شود $\delta(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, t)$ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, t) \quad (5)$$

همچنین فرض می‌شود $\|\bar{\delta}(\mathbf{x}, t)\| \leq \gamma_0 + \gamma_1 \|\mathbf{x}(t)\|$ ، که در آن γ_0 و γ_1 ثابت‌های مثبتی هستند. حال اگر فرض شود که $\bar{\delta}(\mathbf{x}, t) = 0$ در این صورت سیستم (۵) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) \quad (6)$$

در سیستم فوق فرض کنید $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{con}$ می‌تواند تابع هزینه زیر را کمینه کند.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}(\mathbf{x}) \mathbf{u}(t) \right\} dt \quad (7)$$

که در آن $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ توابع غیر خطی از بردار حالت \mathbf{x} می‌باشد. $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ بصورت نقطه‌ای مثبت نیمه معین و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ نیز بصورت نقطه‌ای مثبت نیمه معین می‌باشد. برای جبران عدم قطعیت‌های سیستم (۵) قانون کنترل به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{con} + \mathbf{u}_{dis} \quad (8)$$

که \mathbf{u}_{con} برای بهینه‌سازی سیستم نامی و \mathbf{u}_{dis} برای از بین بردن اثر اغتشاشات بیرونی و تغییرات پارامترها به کار می‌رود و باید محاسبه گردد. قانون هدایت بهینه مدل غزشی باعث می‌شود علاوه بر اینکه سیستم دارای عملکرد بهینه باشد، در برابر اغتشاشات نیز مقاوم باشد. برای طراحی قسمت بهینه قانون کنترلی یعنی \mathbf{u}_{con} ، از روش SDRE و برای طراحی \mathbf{u}_{dis} از کنترل مدل غزشی استفاده می‌شود.

۴- روش کنترل بهینه SDRE [۲۲، ۲۳]

۱-۴ تنظیم کننده بهینه غیر خطی^۱

مسئله تنظیم بهینه غیر خطی زمان نامحدود و پیوسته با زمان را برای سیستم (۶) در نظر بگیرید. هدف کمینه سازی معیار عملکرد زمان نامحدود با بردار حالت غیر مربعی (nonquadratic) و بردار ورودی مربعی (quadratic) معادله (۷) می‌باشد.

² Algebraic Riccati equation

³ Two-point boundary value problem

¹ Nonlinear optimal regulator

آن را نمی دهد و در نتیجه کاهش آن از یک حد معین می تواند منجر به ناپایداری شود.

۵- طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی

برای طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی، سطح لغزشی به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{aligned} s(t, \mathbf{x}(t)) = & \mathbf{G}(\mathbf{x})[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(0)] - \mathbf{G}(\mathbf{x}) \times \\ & \int_0^t [\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})] \mathbf{x}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن $\mathbf{G}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ یک ماتریس دلخواه است و باید در شرط غیر تکین بودن ماتریس حاصل ضرب $\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$ صدق کند. از معادله (۱۲) بوضوح مشخص است که $\mathbf{s}(0, \mathbf{x}(0)) = 0$ ؛ بنابراین سیستم از سطح لغزشی تعریف شده شروع به کار می کند. با مشتق گرفتن از رابطه (۱۳) نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} = & \mathbf{G}(\mathbf{x})[\dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)] \\ = & \mathbf{G}(\mathbf{x})[\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)] \\ & + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \\ = & \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})[\mathbf{u}(t) + \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)] \end{aligned}$$

حال اگر $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{0}$ برقرار شود، ورودی کنترلی به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{u}_{con} = -\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \quad (14)$$

اگر ورودی کنترلی بدست آمده از ثوری مد لغزشی با ورودی کنترلی روش SDRE مقایسه شود، ملاحظه می شود که این دو رابطه دقیقاً یکسان هستند. در واقع با در نظر گرفتن سطح لغزشی فوق قانون کنترلی بدست آمد که نه تنها در برابر اغتشاشات مقاوم است بلکه دارای عملکردی بهینه نیز می باشد و به عبارتی یک قانون هدایت بهینه مد لغزشی خواهد بود.

حال با انتخابتابع لیپانوف $V = (1/2)\mathbf{s}^T\mathbf{s}$ قانون کنترلی طراحی می شود که متغیرهای سویچینگ در زمان محدود به سمت سطح لغزشی میل کنند و همواره روی آن باقی بمانند. یک شرط کافی برای این منظور $\dot{V} = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} < 0$ می باشد. برای این منظور قانون مد لغزشی به صورت زیر انتخاب می شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \mathbf{u}_{con} + \mathbf{u}_{dis} \\ \mathbf{u}_{con} = & -\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t), \\ \mathbf{u}_{dis} = & -[\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})]^{-1} \times [\eta + \gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \\ & + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \text{sgn}(\mathbf{s}), \end{aligned} \quad (15)$$

که در رابطه فوق η یک ضریب ثابت مثبت می باشد. همچنین در در این تحقیق محدودیتهایی نیز بر روی سیگنال کنترل اعمال می شود که با در

همیلتون-جاکوبی-بلمن^۱ مورد استفاده قرار گیرد. در واقع در روش SDRE هیچ نیازی به حل معادلات مشتقی مذکور نمی باشد و در نتیجه یکی از مهمترین مزایای این روش سادگی و کارایی آن می باشد. حال به ذکر چند نکته راجع به روش SDRE می پردازیم.

۲-۴ درجه های آزادی اضافی

برای سیستم اسکالر، پارامتریزه کردن SDC یا خطی سازی تعمیم یافته برای هر $x \neq 0$ منحصر به فرد می باشد ($a(x) = f(x)/x$)^۲ ولی برای سیستمهای چند متغیره، می توان شان داد که بی شمار نمایش SDC وجود دارد. منحصر به فرد نبودن نمایش SDC یک انعطاف پذیری در طراحی بوجود می آورد که می توان به کمک آن عملکرد سیستم را بهبود داد و یا بین معیارهای بهینگی، پایداری، مقاوم بودن و دفع اغتشاش مصالحه انجام داد. همچنین با تغییر ماتریسها ($\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ می توان بین تلاش کنترلی و همگرایی سریع خطای مصالحه انجام داد.

۳-۴ پیاده سازی زمان واقعی

همان گونه که ذکر شد، روش SDRE یک روش کنترل فیدبک کامل می باشد که به تمام حالتها نیاز دارد. بنابراین برای سیستم که در آن تمام حالتها اندازه گیری نمی شوند، باید یک رویت گر برای تخمین حالتها طراحی و به کار گرفته شود.

در پیاده سازی واقعی نمونه برداری از حالتها در هر لحظه از زمان t_k برای سیستم پیوسته با زمان انجام می شود و سیگنال کنترل پیوسته با زمان (۱۳) محاسبه و به سیستم اعمال می شود. در واقع نیازی به گسترش سیستم نمی باشد. مهمترین قسمت محاسباتی برای پیاده سازی روش SDRE به دست اوردن جواب حالت ماندگار معادله جبری ریکاتی در حالت زمان فعلی x_k می باشد. زیرا این معادله ماتریسی باید به روش عددی و تکراری حل شود که زمان بر خواهد بود. روشهای حل عددی نظری تجزیه Schure، ماتریس همیلتونین و ... برای حل این معادله استفاده می شود. البته برای بعضی سیستمهای خاص می توان با استفاده از یک بسته نرم افزاری سمبولیک، یک حل فرم بسته برای قانون کنترل بدست آورد.

اندازه بازه نمونه برداری $t_k - t_{k+1}$ نیز یکی از مسائل مهم عملی در حفظ پایداری روش SDRE در حین پیاده سازی می باشد. نشان داده شده است که باید تغییرات ماتریسها \mathbf{P} ، \mathbf{A} و \mathbf{B} در هر بازه نمونه برداری نسبت به تغییرات ماتریس \mathbf{Q} خیلی کوچک باشد. بنابراین از لحاظ فیزیکی، با انتخاب هر چه بزرگتر ماتریس \mathbf{Q} ، پایداری سیستم افزایش می یابد. البته باید توجه داشت که افزایش زیاد ماتریس \mathbf{Q} نیز منجر به افزایش تلاش کنترلی خواهد شد. نکته دیگر در مورد مساله پیاده سازی این است که، برای سیستمهای با غیر خطی گری بالا محدودیتهای موجود بر روی نرخ نمونه برداری اجازه افزایش بیش از حد

¹ Hamilton-Jacobi-Bellman

² Real-time implementation

خط دید موشک به هدف نجربه خود و ثابت بماند، در اینجا نیز می‌توان کاری کرد که زوایای چرخش خط دید ثابت بماند و نرخ این زوایا صفر شود. در واقع سرعتهای نسبی جانبی را می‌توان به عنوان متغیرهای سوئیچینگ در نظر گرفت. بنابراین بردار سطح لغزشی به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T = [v_r + k \ v_\theta \ v_\phi]^T \quad (17)$$

بعد از انتخاب متغیرهای سوئیچینگ، تنها متغیر مجھول باقیمانده، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ می‌باشد. فرض کنید:

$$\begin{aligned} \mathbf{sw} &= [sw_1 \ sw_2 \ \dots \ sw_9]^T = [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(0)] \\ &\quad - \int_0^t [\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})]\mathbf{x}(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (18)$$

با توجه به فرض فوق، می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{sw} = \mathbf{s} \quad (19)$$

همان‌طور که از رابطه فوق مشخص است، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ منحصر به‌فرد نیست و باید برای محاسبه آن شرط غیر تکین بودن حاصل ضرب $\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$ برقرار باشد. با در نظر گرفتن شرایط فوق، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{s_1 + c_1 sw_4}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_1 & 0 & 0 \\ \frac{s_2 + c_2 sw_5}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & 0 \\ \frac{s_3 + c_3 sw_6}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

که در آن c_1 , c_2 و c_3 ثابت‌های دلخواهی هستند که باید مخالف صفر باشند. در این مقاله، از الگوریتم ژنتیک برای محاسبه این ضرایب استفاده می‌شود. تابع هزینه‌ای که الگوریتم ژنتیک باید برای محاسبه این ضرایب کمینه کند، همان تابع هزینه (7) می‌باشد.

۶- شبیه سازی

در این بخش شبیه سازی‌های عددی متعددی انجام می‌شود و قابلیت قانون هدایت پیشنهادی از جبهه‌های مختلف بررسی می‌شود. شرایط پروازی مختلف و انواع مختلف شتاب هدف در نظر گرفته می‌شود و سپس کارایی قانون هدایت بهینه مدل‌لغزشی طراحی شده با قانون هدایت متداول ناوبری تابعی افزودنی یا APNG مقایسه می‌شود. انتشارات پیرونی در معادله (۳) توسط سه نوع شتاب هدف زیر تولید می‌شود تا مقاوم بودن قانون هدایت بررسی شود:

۱- شتاب هدف پله:

نظر گرفتن آنها، قانون هدایت بدست آمده (۱۵) به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\mathbf{u}_{sat} = Sat(\mathbf{u}) = [Sat(u_r) \ Sat(u_\theta) \ Sat(u_\phi)]^T \quad (16)$$

که در رابطه فوق تابع اشباع^۱ بصورت زیر خواهد بود:

$$Sat(u_i(t)) = \begin{cases} u_{i\max} & \text{if } u_i > u_{i\max} \\ u_i & \text{if } u_{i\min} \leq u_i \leq u_{i\max}, i = r, \theta, \phi \\ u_{i\min} & \text{if } u_i < u_{i\min} \end{cases}$$

در واقع با وجود اشباع شتاب موشک، سیگنال کنترل معادله (۱۵) بعد از تولید توسط قانون هدایت به ورودی تابع اشباع داده می‌شود و سپس سیگنال حاصل یا \mathbf{u}_{sat} معادله (۱۶) به سیستم اعمال می‌شود. حال، با در نظر گرفتن تابع لیپانوف انتخاب شده، به اثبات پایداری نمایی آن می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T (\mathbf{G}(\mathbf{x})[\dot{\mathbf{x}}(\tau) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)]) \\ &\quad + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(\tau) \\ \dot{V} &= \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) [\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(\tau) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)] \\ &\quad + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(\tau) \\ \dot{V} &= \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) [\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(\tau) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau)] \\ &\quad + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(\tau) \\ \dot{V} &= \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) [-\mathbf{B}(\mathbf{x})[\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})]^{-1}[\eta + \gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \\ &\quad + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau)] \\ \dot{V} &= -\eta \|\mathbf{s}\|_1 + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau) \\ &\quad - [\gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \|\mathbf{s}\|_1 \\ \dot{V} &\leq -\eta \|\mathbf{s}\|_1 + \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{s}\| \|\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau)\| - \\ &\quad [\gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \|\mathbf{s}\|_1 \\ \dot{V} &\leq -\eta \|\mathbf{s}\|_1 + \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| (\gamma_0 + \gamma_1 \|\mathbf{x}\|) [\|\mathbf{s}\| - \|\mathbf{s}\|_1] \end{aligned}$$

که در آن $\|\mathbf{s}\|_1$ یانگر نرم یک می‌باشد. با توجه به اینکه $\|\mathbf{s}\|_1 < \|\mathbf{s}\|$ و با استفاده از رابطه آخر نتیجه می‌گیریم که $\dot{V} < 0$.

اکنون، متغیرهای سطح سوئیچینگ را انتخاب می‌کنیم. برای این منظور چند نکه باید مد نظر قرار داده شود. اول اینکه متغیر سوئیچینگ باید طوری انتخاب شود که فاصله نسبی موشک و هدف در نهایت صفر شود و برخورد صورت گیرد. انتخاب یکی از متغیرهای سوئیچینگ به صورت $s_1 = v_r + k$ ، تضمین می‌کند که فاصله نسبی موشک و هدف به صورت یک خط مستقیم و با شیب منفی به سمت صفر میل خواهد کرد. همچنین، همان‌گونه که در قانون هدایت تابعی می‌شود که

¹ Saturation

دست امده اند. همچنین مقادیر γ_0 و γ_1 نیز به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$\gamma_1 = 10^{-3} \quad \gamma_0 = 20$$

در تمام شبیه سازی ها محدودیت $\|u_i\| \leq 10g$ به روی ورودی

اعمال می شود. فرض می شود دستور شتاب توسط یک میکرو کامپیوuter موجود در موشک ارسال می شود و زمان نمونه برداری برابر ۱۰ میلی ثانیه است. مقادیر ضرایب c_1 , c_2 و c_3 به کمک الگوریتم ژنتیک به صورت زیر بدست می آیند:

$$c_1 = 0.453, c_2 = 0.356, c_3 = 0.862$$

در الگوریتم ژنتیک استفاده شده برای محاسبه ضرایب فوق، تعداد ۳۰ کروموزوم به عنوان جمعیت اولیه در نظر گرفته شد. تعداد نسلها برابر ۱۰۰۰ فرض شد. برش تک نقطه ای، جهش گوسی و انتخاب چرخ رولت عملگرهای به کار رفته در الگوریتم ژنتیک می باشدند. نرخ برش و جهش نیز به ترتیب برابر 0.07 و 0.059 در نظر گرفته شده است.

قلاش کنترلی: در اینجا ورودی کنترلی برای هر دو قانون

OSMG و APNG مقایسه می شود. دستور شتاب برای هر دو قانون و برای هر دو حالت ۱ و ۲، به ترتیب در شکل های ۲ و ۳ آورده شده است. شکل ۲ نتایج شبیه سازی را برای شرایط اولیه حالت اول، که در ان هدف به سمت موشک حرکت می کند، نشان می دهد. شکل ۳ نتایج شبیه سازی را برای شرایط اولیه حالت دوم، که در ان هدف از موشک دور می شود، نشان می دهد.

در هر دو حالت میزان سوخت مصرفی مقایسه شده است. مولفه u_r در قانون APNG، به این دلیل که دستور شتاب تولیدی عمود بر خط دید اعمال می شود، برابر صفر است؛ ولی این مولفه شتاب در OSMG مخالف صفر می باشد. با مشاهده شکلها و با در نظر گرفتن هر سه مولفه شتاب و محاسبه اندازه بردار شتاب در طول زمان، قانون هدایت OSMG میزان سوخت و انرژی تقریباً کمتری نسبت به قانون APNG مصرف می کند. این به این دلیل است که در معیار عملکرد قانون هدایت پیشنهادی، مصرف انرژی کنترلی لحظه گردیده است و لی در قانون هدایت APNG در نظر گرفته نمی شود. همچنین برای اهداف دارای شتاب سینوسی و با دامنه های مختلف، دستور شتاب APNG به صورت نوسانی می باشد، در حالی که در قانون هدایت پیشنهادی دستور شتاب موشک، نوسانات ناشی از شتاب هدف را ندارد. شایان ذکر است، به علت استفاده ازتابع اشیاع^۱ به جای تابع علامت^۲ در قسمت ناپیوسته سیگنال کنترل قانون هدایت پیشنهادی، در مولفه های شتاب موشک پدیده وز حذف گردیده است.

خطای ردیابی، زمان نهایی و فاصله خطای همان طور که

می دانیم هدف از طراحی قانون هدایت در اینجا این است که قانونی

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix} = \lambda_T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -\dot{\phi} \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\theta \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\phi \end{bmatrix} = \mathbf{w}_{step}$$

-۲ شتاب هدف شبیه:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix} = \lambda_T t \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -\dot{\phi} \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\theta \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\phi \end{bmatrix} = \mathbf{w}_{ramp}$$

-۳ شتاب هدف سینوسی:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix} = \lambda_T \sin(\Omega t) \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -\dot{\phi} \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\theta \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\phi \end{bmatrix} = \mathbf{w}_{sin}$$

$$\mathbf{w}_{sin} = \sin(\Omega t) \mathbf{w}_{step}$$

که در روابط فوق λ_T بهره شتاب هدف می باشد و در شبیه سازی ها یک عدد تصادفی در محدوده صفر تا چهار برابر شتاب جاذبه زمین فرض می شود. برای بررسی کارایی قانون هدایت پیشنهادی دو حالت مختلف زیر در نظر گرفته می شود:

$$\text{حالت اول: هدف از موشک دور می شود } (w_r > 0) \\ r = 5\text{km}, \quad \theta = \pi/3, \quad \phi = \pi/3 \\ v_r = -500 \text{ m/s}, \quad v_\theta = 200 \text{ m/s}, \quad v_\phi = 300 \text{ m/s}$$

$$\text{حالت دوم: هدف به موشک نزدیک می شود } (w_r < 0) \\ r = 10\text{km}, \quad \theta = \pi/3, \quad \phi = \pi/3 \\ v_r = -1000 \text{ m/s}, \quad v_\theta = 200 \text{ m/s}, \quad v_\phi = 300 \text{ m/s}$$

ماتریس های وزنی $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ به صورت ماتریس های قطری زیر در نظر گرفته می شوند:

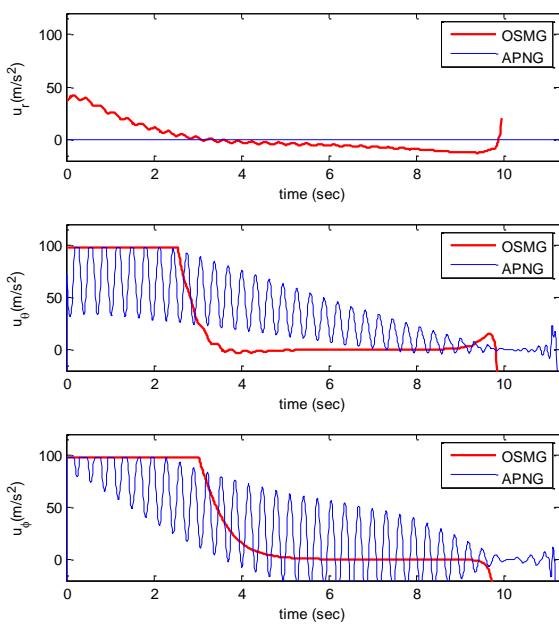
$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = diag(10^{-5}, 1, 1, 10^{-10}, 1, 1, 10^{-10}, 10^{-10}, 10^{-10})$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) = diag(10, 10, 10)$$

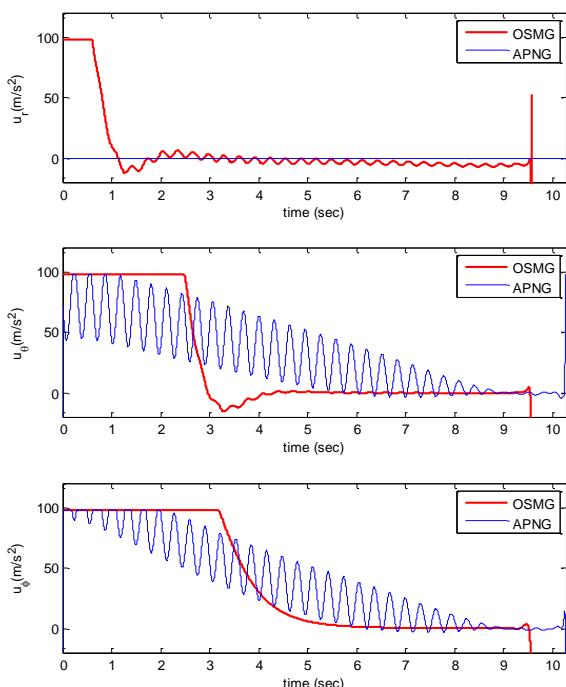
که در روابط فوق، $diag$ ماتریس قطری است و درایه های قطر اصلی آن مشخص شده است. شایان ذکر است این ماتریسها با سعی و خطاب

¹ Saturation

² Sign



شکل ۱: تلاش کنترلی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.



شکل ۲: تلاش کنترلی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.

ب DST آید که نرخ زاویه خط دید در هردو محور عرضی^۱ و طولی^۲، و همچنین فاصله نسبی، با وجود نامعینی‌های شتاب هدف به کمترین مقدار خود رسانده شوند. همان‌گونه که در شکل‌های ۴ تا ۷ مشاهده می‌شود، سرعت‌های نسبی جانبی و همچنین فاصله نسبی برای هر دو حالت در نظر گرفته شده، در صورت استفاده از قانون هدایت پیشنهادی، همگی سریعتر از قانون APNG به سمت صفر می‌کنند.

زمان نهایی پرواز برای هر دو قانون OSMG و APNG و برای حالت اول به ترتیب ۹.۹۶ و ۱۱.۲۷ ثانیه و برای حالت دوم ۹.۵۶ و ۱۰.۲۷ ثانیه می‌باشد. همچنین فاصله خطأ (Miss distance) برای هر دو قانون و برای حالت اول به ترتیب ۰.۴۷، ۰.۲۶ متر و برای حالت دوم ۰.۱۶، ۰.۶۴ متر می‌باشد.

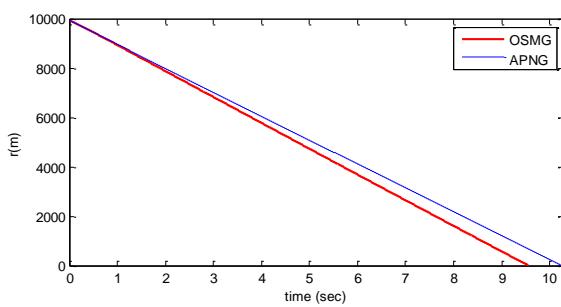
بنابراین قانون هدایت پیشنهادی نه تنها تا اندازه‌ای ارزی کنترلی کمتری مصرف می‌کند بلکه می‌تواند زمان نهایی پرواز را نیز کاهش دهد. البته، قابل ذکر است که ضریب شتاب هدف \bar{h} یک عدد تصادفی است و ممکن است مقدار آن در هر بار اجرای شبیه‌سازی تغییر یابد.

مقاوم بودن در برابر اغتشاشات: برای بررسی مقاوم بودن قانون هدایت پیشنهادی، از سه نوع شتاب هدف مختلف در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود و سپس نتایج با قانون APNG مقایسه می‌گردد. همان‌طور که می‌دانیم کنترل مدلغزشی باعث می‌شود قانون کنترل در برابر اغتشاشات بیرونی یا تغییرات پارامترها حساسیت خیلی کمی داشته باشد. بنابراین انتظار می‌رود که قانون هدایت پیشنهادی، به لحاظ بهره بردن از کنترل مدلغزشی در برابر اغتشاشات مقاوم باشد. برای حالت اول و برای شتاب هدف از نوع پله و شبیب، شبیه‌سازی انجام شده است. شکل‌های ۸ و ۹ منحنی فاصله نسبی موشک و هدف را به ترتیب برای شتاب هدف پله و شبیب نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل‌ها ملاحظه می‌گردد، قانون APNG نمی‌تواند منجر به برخورد موشک و هدف شود ولی قانون هدایت پیشنهادی موفق به دفع اثر اغتشاش شتاب هدف می‌شود و باعث برخورد موشک به هدف می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که قانون OSMG در برابر اغتشاشات شتاب هدف، به مرتب از قانون APNG مقاوم‌تر است.

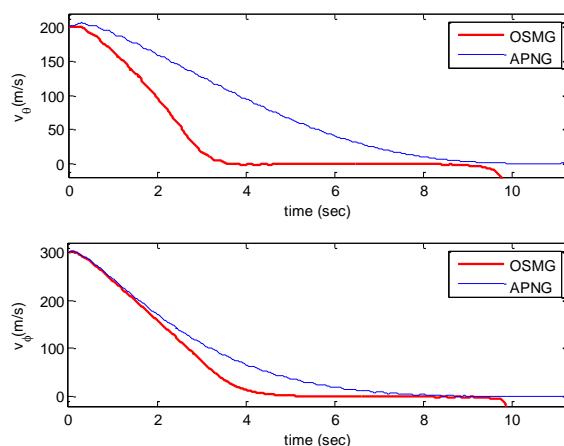
علاوه بر این، قانون APNG برای پیاده سازی به مقادیر لحظه‌ای شتاب هدف به صورت دقیق نیاز دارد، در صورتی که قانون هدایت پیشنهادی تنها به حداقل دامنه شتاب هدف احتیاج دارد و این یکی دیگر از مزایای قانون هدایت پیشنهادی می‌باشد.

¹ Pitch

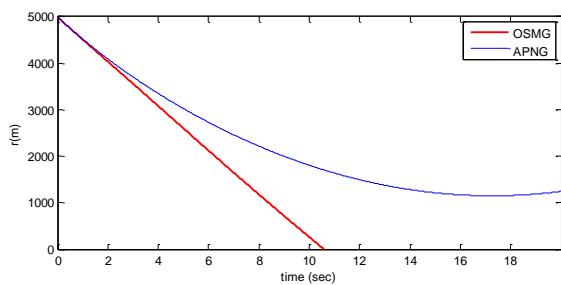
² Yaw



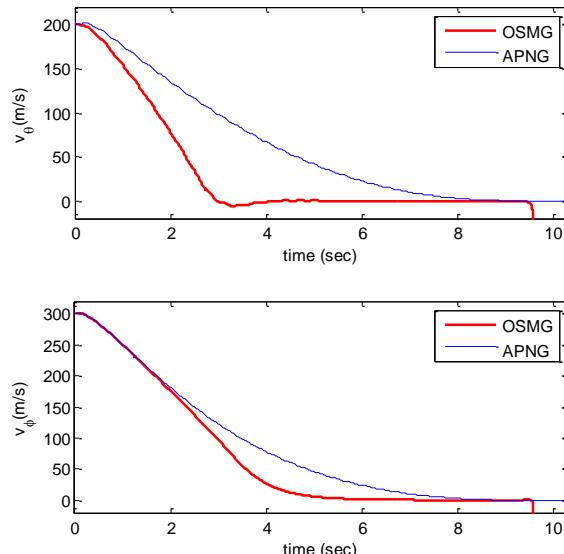
شکل ۶: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.



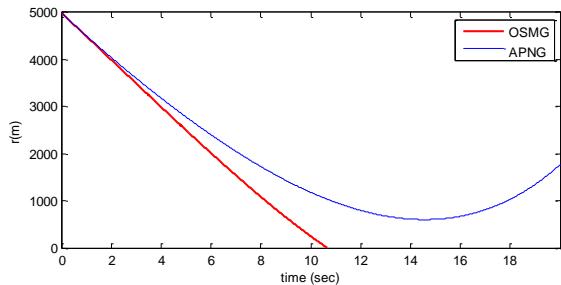
شکل ۳: سرعتهای نسبی جانبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.



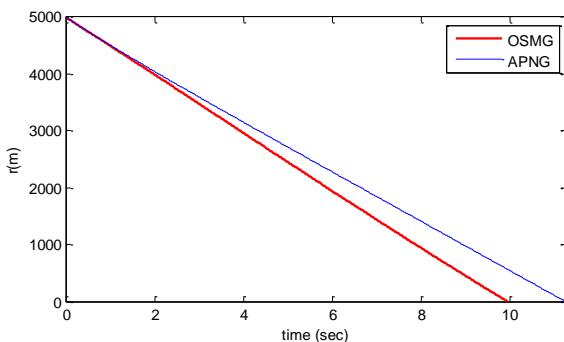
شکل ۷: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف پله و با شرایط اولیه حالت اول.



شکل ۴: سرعتهای نسبی جانبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.



شکل ۸: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف پله و با شرایط اولیه حالت اول.



شکل ۵: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.

۷- نتیجه گیری

یک قانون هدایت جدید برای موشک بر ضد اهداف دارای مانور بالا، با ترکیب روش‌های کنترل بهینه و مدل غزشی طراحی شده است. از روش کنترل بهینه SDRE برای طراحی قانون هدایت و از الگوریتم ریاضیک برای تنظیم تعدادی از پارامترها استفاده شده است. دینامیک مرتبه اول برای حلقه کنترل و هدایت در معادلات در نظر گرفته شده است و سپس قانون هدایت در فضای سه بعدی استخراج شد. اثبات مقاوم بودن قانون هدایت پیشنهادی با استفاده از روش دوم لیبانوف ارائه شد. همچنین با در نظر گرفتن انواع شتاب هدف و برای شرایط پروازی مختلف، با انجام شیوه سازی‌های مختلف عددی، مقاوم بودن و موثر بودن قانون هدایت پیشنهادی نشان داده شد. در قانون هدایت پیشنهادی، به لحاظ بهره بردن از روش کنترل بهینه می‌توان مصالحه‌ای بین خطای ردیابی و سیگنال کنترل انجام داد و همچنین به لحاظ استفاده از کنترل مد

- [12] P. Pastrik, S. M. Seltzer, and M. E. Warren, "Guidance laws for short-range tactical missiles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 4, no. 2, pp. 98–108, 1981.
- [13] E. J. -J. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991, ch. 7.
- [14] R. B. Fernandez and J. K. Hedrick, "Control of multivariable nonlinear systems by the sliding-mode method," *International Journal of Control*, vol. 46, no. 3, 1019–1040, 1987.
- [15] S. D. Brierley and R. Longchamp, "Application of sliding-mode control to air-air interception problem," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 306–325, 1990.
- [16] F.-K. Yeh, "Adaptive-sliding-mode guidance law design for missiles with thrust vector control and divert control system," *Journal of Control Theory & Applications, IET*, vol. 6, no. 4, pp. 552–559, 2012.
- [17] C.-H. Lee, T.-H. Kim, M.-J. Tahk, and K.-S. Kim, "Design of guidance law for passive homing missile using sliding mode control," *International Conference on Control Automation and Systems, Gyeonggi-do*, pp. 2380–2385, 2010.
- [18] C. Y. Kai, F. Li, L. Xiaogeng, and L. Ling, "Optimal sliding-mode terminal guidance law design of airborne boost-phase ballistic missile interception," *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 40-41, pp. 15–20, 2011.
- [19] Z. Hu, X. Tang, and Y. Wang, "A 3-dimensional robust guidance law with impact angle constraint," *Control and Decision Conference, Beijing, China*, pp. 999–1006, 2011.
- [20] M. Bahrami, B. Ebrahimi, and J. Roshanian, "Optimal sliding-mode guidance law for fixed-interval propulsive maneuvers," In Proc. IEEE Conference on Control Application, Munich, Germany, pp. 1014–1018, 2006.
- [21] B. Ebrahimi, M. Bahrami, and J. Roshanian, "Optimal sliding-mode guidance with terminal velocity constraint for fixed-interval propulsive maneuvers," *Acta Astronautica*, vol. 62, no. 10, pp. 556–562, 2008.
- [22] T. Çimen, "Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method," *Annual Reviews in Control*, vol. 34, pp. 32–51, 2010.
- [23] T. Çimen, "State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey," In Proc. of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 3761–3775, July 2008.

لغشی، قانون هدایت پیشنهادی در برابر اغتشاشات شتاب هدف مقاوم می‌باشد. همچنین به دلیل نیاز به مقدار حداقل شتاب هدف، و نه مقدار لحظه‌ای دقیق آن، در عمل مشکلات مربوط به پیاده سازی را نخواهد داشت.

مراجع

- P. Zarchan, "Tactical and strategic missile guidance," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 3rd ed., vol. 176, AIAA, New York, 1997.
- R. G. Cottrell, "Optimal intercept guidance for short range tactical missiles," *AIAA Journal*, vol. 9, no. 7, 1414–1415, 1971.
- E. J. Holder and V. B. Sylvester, "An analysis of modern versus classical homing guidance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 599–606, 1990.
- I. Rusnak, "Advanced guidance laws for acceleration constrained missile, randomly maneuvering target and noisy measurements," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 456–464, 1996.
- I. Rusnak and L. Meir, "Optimal guidance for high-order and acceleration constrained missile," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 3, pp. 589–596, 1991.
- H. J. Cho, C. K. Ryoo, and M. J. Tahk, "Closed-form optimal guidance law for missiles of time-varying velocity," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19, no. 5, pp. 1017–1023, 1996.
- I. Yaesh, and J. Z. Ben-Asher, "Optimal guidance with a single uncertain time lag," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 18, no. 5, pp. 981–988, 1995.
- M. E. Hough, "Optimal guidance and nonlinear estimation for interception of decelerating targets," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 2, pp. 316–324, 1995.
- M. E. Hough, "Optimal guidance and nonlinear estimation for interception of accelerating targets," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 5, pp. 961–968, 1995.
- M. A. Massoumnia, "Optimal midcourse guidance law for fixed-interval propulsive maneuvers," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 3, pp. 465–470, 1995.
- J. Z. Ben-Asher and I. Yaesh, "Advances in missile guidance theory," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 180, AIAA, New York, 1998.