مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۹، صفحه ۱۱-۱

# طراحی روش پریتی غیرخطی به‌منظور شناسایی و تشخیص عیب در سیستم‌های غیرخطی بر پایهٔ رویتگر ورودی ناشناخته و مدل فازی TS

حامد طلوعی[۱]، مهدی علیاری شوره‌دلی[۲]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، htolouei@mail.kntu.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه مکاترونیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، aliyari@kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۲۷ ویرایش : ۱۳۹۸/۰۵/۰۳ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۲۹

**چکیده:** در این مقاله یک روش نوین تشخیص عیب برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی در حضور نویز اندازه‌گیری ارائه‌شده است. ازآنجاکه در کلاس معرفی‌شده ضرایب عیب و نویز اندازه‌گیری، غیرخطی بوده ابتدا مدل فازی غیرخطی TS برای ایجاد زیرسیستم بکار گرفته می‌شود. در گام بعد نگاشتی جهت جداسازی نویز اندازه‌گیری و عیب در هرکدام از زیرسیستم‌های فازی ارائه می‌شود. سپس یک رویتگر ورودی ناشناخته به‌منظور تخمین متغیرهای حالت زیرسیستم‌های متأثر از نویز اندازه‌گیری طراحی می‌شود. به‌منظور تضمین پایداری مجانبی دینامیک خطای تخمین، روش پایداری لیاپانوف با به‌کارگیری نامعادلات ماتریسی غیرخطی ارائه می‌شود. همچنین با به‌کارگیری روش پریتی غیرخطی، تشخیص و شناسایی عیب انجام خواهد گرفت. درنهایت کارایی روش پیشنهادی در تشخیص و شناسایی عیب با شبیه‌سازی در سیستم قطار مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

**کلمات کلیدی:** شناسایی عیب، سیستم غیرخطی، نامعادلات ماتریسی غیرخطی، رویتگر ورودی ناشناخته، مدل فازی TS، نگاشت

# Design of nonlinear parity approach to fault detection and identification based on Takagi-Sugeno fuzzy model and unknown input observer in nonlinear systems

**Hamed Tolouei, Mahdi Aliyari Shoorehdeli**

**Abstract:** In this study, a novel fault detection scheme is developed for a class of nonlinear system in the presence of sensor noise. A nonlinear Takagi-Sugeno fuzzy model is implemented to create multiple models. While the T-S fuzzy model is used for only the nonlinear distribution matrix of the fault and measurement signals, a larger category of nonlinear systems is considered. Next, a mapping to decouple fault and measurement noise will be used in each fuzzy subsystems. Then, an unknown input observer is implemented to estimate the states of the subsystems subjected to measurement noise. To guarantee asymptotic stability of error dynamic, quadratic Lyapunov function using bilinear matrix inequality is introduced. Finally, the nonlinear parity approach will be used to generate residual to detect and estimate occurred fault(s) in the system. A simulation study on the train system is presented to demonstrate the efficiency of the proposed method.

**Keywords:** fault detection, nonlinear system, nonlinear matrix inequalities, unknown input observer, TS fuzzy model, mapping.



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر تشخیص و شناسایی عیب در صنایع هوایی، سیستم حمل‌ونقل، نیروگاه‌ها و فرآیندهای شیمیایی کاربرد بسیار وسیع و چشمگیری داشته است. بسیاری از سامانه‌های صنعتی می‌توانند تحت تأثیر تغییراتی همچون عیب فرآیند، تغییرات ناگهانی در نقاط کار سیستم، عیب حسگر سیستم و یا غیره قرار گیرند. برای غلبه بر چنین مشکلاتی و جلوگیری از بروز آسیب جدی در این سامانه‌ها بایستی این تغییرات حتی‌الامکان شناسایی‌شده و تصمیماتی در جهت توقفشان اتخاذ گردد. تشخیص به‌موقع عیب هنگامی‌که سیستم در محدودهٔ مجاز کار می‌کند به جلوگیری از وقایع غیر نرمال و کاهش تلفات سیستم کمک شایانی می‌نماید. ازاین‌رو این مقوله برای پژوهشگران چه در حوزهٔ دانشگاهی و چه در صنعت موردتوجه بسیاری قرارگرفته است. عموماً سامانه‌های غیرخطی دارای پیچیدگی‌های ریاضیاتی بیشتری نسبت به سامانه‌های خطی می‌باشند. برای مثال خصوصیاتی چون اصل جمع آثار در سامانه‌های غیرخطی صادق نبوده و رفتارهایی ازجمله زمان فرار محدود، داشتن چندین نقطهٔ تعادل، داشتن چرخهٔ حدی و آشوب در سامانه‌های غیرخطی محتمل است. به همین دلیل پیش‌بینی و کنترل این سامانه‌ها به‌مراتب سخت‌تر و پیچیده‌تر است که می‌تواند منجر به کاهش امنیت و قابلیت اطمینان این سامانه‌ها گردد. در دو دههٔ گذشته بسیاری از مطالعات صورت گرفته درزمینهٔ تشخیص و شناسایی عیب چه در حوزهٔ خطی و چه در حوزهٔ غیرخطی شامل دودستهٔ کلی روش‌های بر پایهٔ مدل و روش‌های بر پایهٔ داده می‌باشد. یکی از روش‌های مؤثر و پرکاربرد بر پایهٔ مدل در حوزهٔ تشخیص و شناسایی عیب، روش پریتی[۱] است که در [۱] معرفی گردید. در ابتدا این روش به‌طور گسترده در سیستم‌های خطی تغییرناپذیر بازمان بکار گرفته شد. به‌تدریج این روش به سیستم‌های تغییرپذیر بازمان و درنهایت به سیستم‌های غیرخطی تعمیم داده شد. روش تشخیص عیب بر پایهٔ روش پریتی به‌منظور تشخیص عیب در سیستم‌های خطی گسسته و تغییرپذیر بازمان در [۲]، [۳]، [۴] و [۵] موردبررسی قرارگرفته است. هدف نویسندگان یافتن یک‌راه حل با حجم محاسبات بالا به‌صورت روی خط[۲] با به‌کارگیری تصویر فضای کرین[۳] و افزایش عمق پریتی جهت بالا بردن مقاومت بردار ماندهٔ تولیدی است. در [۶] روش پریتی به کمک روش مونت کارلو برای تشخیص عیب به فرم مربعی و شیب بکار گرفته شده است. روش تشخیص عیب بر پایه‌ی رویتگر با ورودی ناشناخته مقاوم برای سیستم حرارتی سیال سفینه در [۷] مطرح شده است. برای این منظور از مدل فضای حالت خطی‌سازی شده سیستم جهت تولید یک مجموعه از رویتگرهای ورودی ناشناخته برای تولید بردار مانده مقاوم استفاده شده است. یکی از روش‌های پرکاربرد در حوزهٔ پریتی، روش افزونگی تحلیلی[۴] است. این روش برای اولین بار در اوایل دههٔ ۱۹۸۰ در [۸] موردبررسی قرار گرفت. با به‌کارگیری مدل خطی سیستم، روش افزونگی تحلیلی خطی فضای پوچی ماتریس رؤیت پذیری تعمیم‌یافته را برای تشکیل بردار مانده استخراج می‌نماید. روش یادشده در آن زمان تنها برای سامانه‌های خطی قابل‌استفاده بود. ازآنجاکه در عمل بسیاری از سامانه‌های صنعتی پرکاربرد غیرخطی بوده و این‌گونه سامانه‌ها پس از خطی‌سازی فاصله زیادی با سیستم اصلی پیدا می‌کنند، لذا این روش برای چنین سامانه‌هایی قابل‌استفاده نمی‌باشد. روش پریتی به‌منظور تشخیص عیب در سیستم‌های دوخطی[۵] در [۹] و [۱۰] موردبررسی قرارگرفته است. به‌نوعی روش پیشنهادی، تعمیمی از روش پریتی خطی برای سیستم‌های دوخطی است. روش پریتی جهت تولید مانده به‌منظور تشخیص عیب در سیستم‌های غیرخطی به کمک نامعادلات ماتریسی خطی در [۱۱] معرفی‌شده است. به کمک روش پیشنهادی در [۱۱] سیگنال مانده تخمینی از عیب اتفاق افتاده در سیستم یادشده خواهد بود. علاوه بر روش پریتی، روش‌های بر پایهٔ رویتگر و یا ترکیب این روش‌ها با روش پریتی نیز سهم بسزایی در مطالعات صورت گرفته در چند دههٔ اخیر داشته‌اند. کاربرد تشخیص و شناسایی عیب در سیستم توربین گاز با به‌کارگیری خوشه‌بندی سلسله مراتبی و شبکه‌های عصبی خودتنظیم در [۱۲] موردبررسی قرارگرفته است. پیشرفت قابل‌توجه در تثبیت عملکرد سیستم گذار از نوآوری روش یادشده می‌باشد. به‌طورکلی ردیابی و جداسازی عیب امری اجتناب‌ناپذیر در سیستم‌های صنعتی پرکاربرد می‌باشد. ازآنجاکه اکثر فرآیندهای صنعتی تحت تأثیر عوامل مختلفی از قبیل عیب، اغتشاش، نامعینی و نویزهای مختلف قرار می‌گیرند، جداسازی عیب از دیگر عوامل بسیار حائز اهمیت است. در [۱۳] یک فرآیند دینامیکی غیرخطی که در معرض عیب تصادفی قرارگرفته، تشریح شده است. هدف طراحی یک تخمین‌زننده عیب متغیر بازمان است که دارای قابلیت عدم حساسیت به اغتشاش و بیشترین حساسیت به عیب اتفاق افتاده در سیستم باشد. ضرایب تخمین‌زننده عیب به کمک حل نامعادلات ماتریسی خطی به‌دست‌آمده است. روش افزونگی تحلیلی غیرخطی برای کلاسی از سامانه‌های غیرخطی در [۱۴] بکار گرفته‌شده است. ماندهٔ طراحی‌شده به‌منظور تشخیص عیب در [۱۴] نسبت به تغییرات ورودی سیستم حساس بوده که

[۱] Parity approach
[۲] Online
[۳] Krein space
[۴] Analytical redundancy
[۵] Bilinear systems



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

این از معایب روش پیشنهادی است. در [۱۵] و [۱۶] از طریق نگاشت‌های بکار گرفته‌شده در معادلهٔ حالت و خروجی، سیستم اصلی به دو زیرسیستم شامل اغتشاش و عیب تفکیک‌شده و سپس به تشخیص عیب پرداخته می‌شود. در [۱۷]، [۱۸]، [۱۹] و [۲۰] به تخمین عیب در حضور تأخیر زمانی نامعین، غیرخطی‌گری لیپشیتز و تأخیر متغیر با زمان پرداخته شده است.

بدین ترتیب با بررسی مطالعات صورت گرفته توسط محققین تاکنون، به دلیل وجود نویز اندازه‌گیری در معادلات خروجی سیستم و مشتقات مرتبهٔ بالا درروش پریتی غیرخطی، تحقق این روش و پیاده‌سازی آن امکان‌پذیر نبوده است. با بکارگیری روش پیشنهادی در این مقاله به دلیل جداسازی کامل زیرسیستم‌های شامل نویز و عیب از یکدیگر تحقق روش پریتی غیرخطی کاملاً میسّر خواهد بود. همچنین بر خلاف روش پیشنهادی در [۱۴] سیگنال ماندهٔ طراحی شده تنها دارای حساسیت به وقوع عیب خواهد بود. این دو خصوصیت یاد شده، نوآوری این مقاله نسبت به مطالعات صورت گرفته در حوزه شناسایی و تشخیص عیب به کمک روش پریتی است.

مسئلهٔ تشخیص و شناسایی عیب بر پایهٔ روش پریتی غیرخطی در سامانه‌های غیرخطی که در معرض عیب فرآیند/محرک و همچنین نویز اندازه‌گیری قرارگرفته‌اند، در این مقاله مطرح گردیده است. بدین ترتیب در بخش دوم به تعریف و فرمول‌بندی مسئله، ارائهٔ مدل فازی TS جهت ایجاد مدل چندگانه، جداسازی دو زیرسیستم شامل عیب فرآیند/محرک و نویز اندازه‌گیری به کمک نگاشت پیشنهادی و طراحی رویتگر ورودی ناشناختهٔ غیرخطی به‌منظور تخمین متغیرهای حالت پرداخته می‌شود. مسئلهٔ تشخیص و شناسایی عیب بر پایهٔ روش پریتی غیرخطی در بخش سوم عنوان خواهد شد. در بخش چهارم به ارائهٔ مثال شبیه‌سازی به‌منظور ارزیابی روش بکار گرفته‌شده پرداخته می‌شود. درنهایت در بخش پنجم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مطرح خواهد گردید.

## ۲- تعریف و فرمول‌بندی مسئله

سیستم غیرخطی با تحقق فضای حالت زیر را در نظر بگیرید[۱۵]، [۱۶] و [۲۱]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + G(x,u) + F(x,u)f_c(t) \\ y(t) &= Cx(t) + \lambda(x,u)n(t) \end{aligned} \quad (۱)$$

که در آن $x(t) \in R^n$ بردار متغیرهای حالت، $u(t) \in R^m$ ورودی سیستم، $y(t) \in R^{n_y}$ خروجی سیستم، $f_c(t) \in R^{n_c}$ عیب محرک/فرآیند، $n(t) \in R^{n_s}$ بردار نویز اندازه‌گیری و ماتریس های $A, B, C$ ماتریس‌های ثابت و با ابعاد مناسب می‌باشند. تابع غیرخطی معلوم $G(x,u)$ نیز یک تابع لیپشیتز [۲۲] و [۲۳] با ثابت لیپشیتز $\gamma_0$ با شرط زیر فرض می‌شود:

$$\|G(x_1,u) - G(x_2,u)\| \le \gamma_0\|x_1 - x_2\| \quad \forall x_1, x_2 \in R^n \quad (۲)$$

همچنین توابع $F(x,u), \lambda(x,u)$ ماتریس‌های توزیع غیرخطی عیب فرآیند و نویز اندازه‌گیری با رتبهٔ ستونی کامل و نرم محدود با کران‌های ثابت مثبت به فرم زیر می‌باشند:

$$\|F(x,u)\| \le \gamma_1, \quad \|\lambda(x,u)\| \le \gamma_2 \quad (۳)$$

مدل معرفی‌شده، بسیاری از سامانه‌های غیرخطی پرکاربرد در صنعت که در معرض عیوب فرآیند و نویز اندازه‌گیری قرار می‌گیرند را شامل می‌شود. در این زمینه می‌توان سامانه‌های مکانیکی، سامانه‌های حرارتی نیروگاهی، فرآیندهای شیمیایی را نام برد [۱۲]، [۱۴]، [۱۵]، [۱۶]. تشخیص و شناسایی عیب در این‌گونه سامانه‌ها به دلیل کاربرد فراوان در صنعت از اهمیت زیادی برخوردار است.

### ۲-۱- معرفی مدل فازی TS جهت ایجاد مدل چندگانه

در این زیربخش، مدل فازی TS به‌عنوان یک مجموعه از مدل‌های محلی خطی برای تخمین سیستم غیرخطی یادشده با معادلات داده‌شده در (۱) بکار گرفته می‌شود [۲۴]. معادلات فضای حالت سیستم برای قانون $i$ ام به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} &\textbf{Rule } i: \\ &\textbf{IF } z_1(x,u) \text{ is } M_{i1} \text{ and} \dots \text{and } z_p(x,u) \text{ is } M_{ip} \\ &\textbf{THEN } \begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) + G(x,u) + F^i f_c(t) \\ y(t) &= Cx(t) + \lambda^i n(t) \quad i = 1,2,\dots,r \end{aligned} \end{aligned} \quad (۴)$$

در رابطهٔ (۴) $r$ تعداد قوانین استنتاج فازی و $M_{ip}$ مجموعه فازی و $z(x,u) = [z_1(x,u), \dots, z_p(x,u)]$ بردار مقدم فازی است. ماتریس‌های $F^i, \lambda^i$ ماتریس‌های ثابت بوده که برای هر $i$ نشان‌دهنده ماتریس وزنی عیب و نویز اندازه‌گیری است. بنابراین خروجی نهایی سیستم فازی TS به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) + G(x,u) + \sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big) F^i f_c(t) \\ y(t) &= Cx(t) + \sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big) \lambda^i n(t) \end{aligned} \quad (۵)$$

توابع وزنی در رابطهٔ (۵) دارای خصوصیات زیر می‌باشند:

$$\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big) = 1 \quad (۶)$$



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

$$0 \le h_i(z(x,u)) \le 1, \quad i = 1,2,\dots,r$$

اثبات می‌شود مدل معرفی شده در (۵) توانایی تخمین هر سیستم غیرخطی با داشتن شرایط موجود را دارد. با به‌کارگیری این مدل ضرایب عیب فرآیند و نویز اندازه‌گیری که ماتریس‌های غیرخطی بوده تبدیل به ماتریس‌های ثابت خطی شده اما کماکان معادلات سیستم غیرخطی خواهد بود. با توجه به مدل‌های محلی به‌دست‌آمده در هر قانون استنتاج فازی، در بخش بعدی به معرفی نگاشت پیشنهادی در این مقاله برای جداسازی عیب فرآیند و نویز اندازه‌گیری سیستم می‌پردازیم.

## ۲-۲- دکوپله سازی زیرسیستم متأثر از عیب و زیرسیستم در معرض نویز اندازه‌گیری از یکدیگر

به‌منظور استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله جهت تشخیص عیب در سیستم با معادلات داده‌شده در (۵) لازم است با به‌کارگیری یک نگاشت به جداسازی زیرسیستم‌های شامل عیب و نویز اندازه‌گیری بپردازیم [۱۵] و [۲۵]. در این صورت زیرسیستم‌های شامل نویز اندازه‌گیری و عیب فرآیند/محرک به‌طور کامل از یکدیگر تفکیک می‌شوند. بدین ترتیب با استفاده از روش رویتگر ورودی ناشناخته به تخمین متغیرهای حالت سیستم پرداخته‌شده و درنهایت با به‌کارگیری روش پریتی غیرخطی به شناسایی عیب موجود در سیستم پرداخته خواهد شد.

**لم ۱:** همواره یک تبدیل وجود دارد که سیستم با معادلات داده شده در (۴) را به زیرسیستم‌های داده شده به فرم زیر دکوپله کند به‌طوری‌که $\bar{A}, \bar{B}, \bar{F}^i, \bar{C}, \bar{\lambda}^i$ دارای ساختار زیر باشند:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0_{(n-n_c)n_c} \\ f^i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} l^i \\ 0_{(n_y-n_s)n_s} \end{bmatrix} \tag{۷}$$

در رابطهٔ (۷) هرکدام از ماتریس‌های داده‌شده دارای ابعاد زیر می‌باشند.

$$\begin{aligned} &A_{11} \in R^{(n-n_c)\times(n-n_c)}, A_{12} \in R^{(n-n_c)\times n_c} \\ &A_{21} \in R^{n_c\times(n-n_c)}, A_{22} \in R^{n_c\times n_c} \\ &B_1 \in R^{(n-n_c)\times m}, B_2 \in R^{n_c\times m} \\ &f^i \in R^{n_c\times n_c}, C_{11} \in R^{n_s\times(n-n_c)}, C_{12} \in R^{n_s\times n_c} \\ &C_{21} \in R^{(n_y-n_s)\times(n-n_c)} \\ &C_{22} \in R^{(n_y-n_s)\times n_c}, l^i \in R^{n_s\times n_s} \end{aligned} \tag{۸}$$

**اثبات:** با به‌کارگیری روش SVD ماتریس $\lambda^i \in R^{n_y\times n_s}$ می‌تواند به فرم زیر نوشته شود:

$$\lambda^i = U\sum_{\lambda} V^T = [u_1\ u_2]\begin{bmatrix} \Sigma_2 \\ 0_{(n_y-n_s)\times n_s} \end{bmatrix} V^T \tag{۹}$$

$$\begin{aligned} &U \in R^{n_y\times n_y}, \textstyle\sum_{\lambda} \in R^{n_y\times n_s}, \\ &V^T \in R^{n_s\times n_s}, u_1 \in R^{n_y\times n_s}, \\ &u_2 \in R^{n_y\times(n_y-n_s)}, \textstyle\sum_2 \in R^{n_s\times n_s} \end{aligned}$$

بنابراین رابطهٔ (۴) برای هر زیرسیستم می‌تواند به فرم زیر نوشته شود:

$$y(t) = Cx(t) + U\textstyle\sum_{\lambda} V^T n(t) \tag{۱۰}$$

چنانچه رابطهٔ (۱۰) از سمت چپ در $U^T$ ضرب شود خواهیم داشت:

$$U^T y(t) = \begin{bmatrix} u_1^T y(t) \\ u_2^T y(t) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \overline{y_1}(t) \\ \overline{y_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^T \\ u_2^T \end{bmatrix} Cx(t) + \begin{bmatrix} \Sigma_2 \\ 0 \end{bmatrix} V^T n(t) \tag{۱۱}$$

حال با به‌کارگیری روش SVD برای ماتریس $F^i \in R^{n\times n_c}$ خواهیم داشت:

$$F^i = Q\textstyle\sum_F R^T = [q_1\ q_2]\begin{bmatrix} 0_{(n-n_c)\times n_c} \\ \Sigma_1 \end{bmatrix} R^T \tag{۱۲}$$

$$\begin{aligned} &Q \in R^{n\times n}, \textstyle\sum_F \in R^{n\times n_c} \\ &R^T \in R^{n_c\times n_c}, q_1 \in R^{n\times(n-n_c)} \\ &q_2 \in R^{n\times n_c}, \textstyle\sum_1 \in R^{n_c\times n_c} \end{aligned}$$

حال با تعریف:

$$\bar{x} \triangleq Q^T x = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = Q\bar{x} \tag{۱۳}$$

رابطهٔ (۴) برای هر زیرسیستم به فرم زیر درخواهد آمد:

$$\dot{\bar{x}} = Q^T AQ\bar{x}(t) + Q^T Bu(t) + Q^T G(Q\bar{x}, u) + \begin{bmatrix} 0 \\ \Sigma_1 \end{bmatrix} R^T f_c(t) \tag{۱۴}$$

حال با جای گذاری رابطهٔ (۱۳) در (۱۱) خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_1(t) \\ \bar{y}_2(t) \end{bmatrix} = U^T CQ\bar{x}(t) + \begin{bmatrix} \Sigma_2 \\ 0 \end{bmatrix} V^T n(t) \tag{۱۵}$$

در رابطه (۱۴) و (۱۵) داریم:

$$Q^T AQ = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, Q^T B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad U^T CQ = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \tag{۱۶}$$

بدین ترتیب اثبات تکمیل است.■

پس از اعمال تبدیلات معرفی‌شده در لم ۱، هر زیرسیستم داده‌شده با معادلات (۴) به دو زیرسیستم با معادلات زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{IF}\ z_1(x,u)\ is\ M_{i1}\ and \dots and\ z_p(x,u)\ is\ M_{ip} \\ &\dot{\bar{x}}_1 = A_{11}^i \bar{x}_1(t) + A_{12}^i \bar{x}_2(t) + B_1^i u(t) + G_1^i(Q\bar{x}, u) \\ &\dot{\bar{x}}_2 = A_{21}^i \bar{x}_1(t) + A_{22}^i \bar{x}_2(t) + B_2^i u(t) + G_2^i(Q\bar{x}, u) + \textstyle\sum_1{}^i R^{i^T} f_c(t) \\ &\bar{y}_1 = C_{11}^i \bar{x}_1(t) + C_{12}^i \bar{x}_2(t) + \textstyle\sum_2{}^i V^{i^T} n(t) \\ &\bar{y}_2 = C_{21}^i \bar{x}_1(t) + C_{22}^i \bar{x}_2(t) \end{aligned} \tag{۱۷}$$

در رابطهٔ (۱۷) $\bar{x}_1 \in R^{n-n_c}, \bar{x}_2 \in R^{n_c}$ مربوط به متغیرهای حالت زیرسیستم اول و دوم و همچنین $y_1 \in R^{n_s}, y_2 \in R^{n_y-n_s}$ مربوط به خروجی‌های زیرسیستم اول و دوم است. برای سادگی کافی است ماتریس $f^i \triangleq \sum_1{}^i R^{i^T}$ و $l^i \triangleq \sum_2{}^i V^{i^T}$ فرض شود. همچنین $n_y \ge n_s + n_c$ و $n_y + n_c > n + n_s$ فرض می‌شود. با توجه به



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

آنکه بسیاری از سامانه‌های عملی پرکاربرد از فرض یادشده تبعیت می‌کنند لذا این فرض، محدودکننده نیست.

ازآنجاکه $C_{22}^i \in R^{(n_y-n_s)\times n_c}$ بوده، با انتخاب ماتریس $M_2^i \in R^{(n_y-n_s-n_c)\times(n_y-n_s)}$ ماتریس ناویژه $N_2^i$ با ابعاد $(n_y-n_s)\times(n_y-n_s)$ به فرم زیر وجود خواهد داشت بطوری که $C_{22}^{i\,+} \in R^{(n_c)\times(n_y-n_s)}$ معکوس مجازی ماتریس $C_{22}^i$ بوده و بصورت $C_{22}^{i\,+} = \left(C_{22}^{i\,T} C_{22}^i\right)^{-1} C_{22}^{i\,T}$ تعریف می‌شود.

$$N_2^i = \begin{bmatrix} C_{22}^{i\,+} \\ M_2^i \end{bmatrix} \tag{۱۸}$$

چنانچه ماتریس $N_2^i$ از سمت چپ در معادلهٔ خروجی زیرسیستم دوم ضرب شود خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} C_{22}^{i\,+} \\ M_2^i \end{bmatrix} \bar{y}_2 = \begin{bmatrix} C_{22}^{i\,+} \\ M_2^i \end{bmatrix} C_{21}^i \bar{x}_1(t) + \begin{bmatrix} C_{22}^{i\,+} \\ M_2^i \end{bmatrix} C_{22}^i \bar{x}_2(t) \tag{۱۹}$$

ازآنجاکه $C_{22}^{i\,+} C_{22}^i = I_{n_c}$ است، رابطهٔ (۱۹) منجر به رابطهٔ زیر می‌گردد:

$$\begin{aligned} \bar{x}_2(t) &= C_{22}^{i\,+}\left(\bar{y}_2 - C_{21}^i \bar{x}_1(t)\right) \\ M_2^i \bar{y}_2 &= M_2^i C_{21}^i \bar{x}_1(t) + M_2^i C_{22}^i \bar{x}_2(t) \end{aligned} \tag{۲۰}$$

با جای گذاری رابطهٔ (۲۰) در (۱۷)، رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= \tilde{A}_1^i \bar{x}_1(t) + \tilde{B}_1^i \tilde{u}(t) + G_1^i(Q\bar{x}, u) \\ \tilde{y}_1(t) &= \tilde{C}_1^i \bar{x}_1(t) + \ell^i \mathrm{n}(t) \end{aligned} \tag{۲۱}$$

در رابطهٔ (۲۱) $\tilde{A}_1^i = A_{11}^i - A_{12}^i C_{22}^{i\,+} C_{21}^i$ و $\tilde{B}_1^i = [B_1^i \; A_{12}^i C_{22}^{i\,+}]$ و $\tilde{u} = [u^T \bar{y}_2^T]^T$ و $\tilde{y}_1 = \bar{y}_1 - C_{12}^i C_{22}^{i\,+} \bar{y}_2$ و $\tilde{C}_1^i = C_{11}^i - C_{12}^i C_{22}^{i\,+} C_{21}^i$ است.

به‌طور مشابه ازآنجاکه $C_{21}^i \in R^{(n_y-n_s)\times(n-n_c)}$ بوده، با انتخاب ماتریس $M_1^i \in R^{(n_y-n_s-n+n_c)\times(n_y-n_s)}$ ماتریس ناویژه $N_1^i$ با ابعاد $(n_y-n_s)\times(n_y-n_s)$ به فرم زیر وجود خواهد داشت بطوری که $C_{21}^{i\,+} \in R^{(n-n_c)\times(n_y-n_s)}$ معکوس مجازی ماتریس $C_{21}^i$ بوده و بصورت $C_{21}^{i\,+} = \left(C_{21}^{i\,T} C_{21}\right)^{-1} C_{21}^T$ تعریف می شود.

$$N_1^i = \begin{bmatrix} C_{21}^{i\,+} \\ M_1^i \end{bmatrix} \tag{۲۲}$$

چنانچه ماتریس $N_1^i$ از سمت چپ در معادلهٔ خروجی زیرسیستم دوم ضرب شود خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} C_{21}^{i\,+} \\ M_1^i \end{bmatrix} \bar{y}_2 = \begin{bmatrix} C_{21}^{i\,+} \\ M_1^i \end{bmatrix} C_{21}^i \bar{x}_1(t) + \begin{bmatrix} C_{21}^{i\,+} \\ M_1^i \end{bmatrix} C_{22}^i \bar{x}_2(t) \tag{۲۳}$$

ازآنجاکه $C_{21}^{i\,+} C_{21}^i = I_{n-n_c}$ رابطهٔ (۲۳) منجر به رابطه زیر می گردد:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(t) &= C_{21}^{i\,+}\left(\bar{y}_2 - C_{22}^i \bar{x}_2(t)\right) \\ M_1^i \bar{y}_2 &= M_1^i C_{21}^i \bar{x}_1(t) + M_1^i C_{22}^i \bar{x}_2(t) \end{aligned} \tag{۲۴}$$

با جای گذاری رابطه (۲۴) در (۱۷)، رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\bar{x}}_2 = \tilde{A}_2^i \bar{x}_2(t) + \tilde{B}_2^i \tilde{u}(t) + G_2^i(Q\bar{x}, u) + f^i f_c(t) \tag{۲۵}$$

در رابطهٔ (۲۵) $\tilde{A}_2^i = A_{22}^i - A_{21}^i C_{21}^{i\,+} C_{22}^i$ و $\tilde{B}_2^i = [B_2^i \; A_{21}^i C_{21}^{i\,+}]$ و $\tilde{u} = [u^T \bar{y}_2^T]^T$ است. با توجه به رابطهٔ (۲۴) رابطهٔ زیر حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} &M_1^i\left(I_{n_y-n_s} - C_{21}^i C_{21}^{i\,+}\right)\bar{y}_2 = \\ &M_1^i\left(I_{n_y-n_s} - C_{21}^i C_{21}^{i\,+}\right) C_{22}^i \bar{x}_2 \end{aligned} \tag{۲۶}$$

درنهایت با تعریف $\tilde{y}_2 = M_1^i\left(I_{n_y-n_s} - C_{21}^i C_{21}^{i\,+}\right)\bar{y}_2$ و $\tilde{C}_2^i = M_1^i\left(I_{n_y-n_s} - C_{21}^i C_{21}^{i\,+}\right) C_{22}^i$ رابطه $\tilde{y}_2 = \tilde{C}_2^i \bar{x}_2$ حاصل می‌شود.

## ۳-۲- طراحی رویتگر ورودی ناشناختهٔ غیرخطی

در این بخش به معرفی و طراحی رویتگر ورودی ناشناخته برای تخمین متغیرهای حالت زیرسیستم بدون عیب با معادلات داده‌شده در (۲۱) می‌پردازیم. بدین منظور $\bar{x}_1(t)$ در حضور نویز اندازه‌گیری تخمین زده خواهد شد. با به‌کارگیری این روش پایداری مجانبی خطای سیستم تضمین خواهد شد. پس از تخمین $\bar{x}_1(t)$، رابطهٔ $\hat{\bar{x}}_2(t) = C_{22}^{i\,+}\left(\bar{y}_2(t) - C_{21}^i \hat{\bar{x}}_1(t)\right)$ نیز به‌طور هم‌زمان قابل‌محاسبه بوده و لذا متغیرهای حالت زیرسیستم‌های متأثر از عیب نیز تخمین زده خواهند شد. تحقق فضای حالت رویتگر ورودی ناشناخته به‌صورت زیر است:

$$\boldsymbol{IF}\; z_1(x,u)\; is\; M_{i1}\; and \ldots and\; z_p(x,u)\; is\; M_{ip} \tag{۲۷}$$
$$\boldsymbol{THEN}: \begin{cases} \dot{z}(t) = F^i z(t) + J^i \tilde{u}(t) + g_1^i \tilde{y}_1(t) + W^i G_1^i(Q\hat{\bar{x}}, u) \\ \hat{\bar{x}}_1(t) = z(t) - g_2^i \tilde{y}_1(t) \end{cases}$$

در رابطهٔ (۲۷) ماتریس‌های $F^i, J^i, g_1^i, W^i, g_2^i$ ماتریس‌های ثابت و با ابعاد مناسب بوده که بایستی شرایط زیر را برآورده کنند.

$$\begin{aligned} &g_2^i l^i = 0 \Rightarrow g_2^i \in nullspace(l^i), \\ &F^i g_2^i l^i + g_1^i l^i = 0 \Rightarrow g_1^i \in nullspace(l^i) \\ &W^i = I + g_2^i \tilde{C}_1^i,\;\; J^i = g_2^i \tilde{C}_1^i \tilde{B}_1^i + \tilde{B}_1^i \\ &F^i + F^i g_2^i \tilde{C}_1^i + g_1^i \tilde{C}_1^i - g_2^i \tilde{C}_1^i \tilde{A}_1^i - \tilde{A}_1^i = 0 \end{aligned} \tag{۲۸}$$

متغیر حالت $z(t) \in R^{n-n_c}$ متغیر حالت رویتگر ورودی ناشناخته بوده که از روی آن $\hat{\bar{x}}_1(t)$ تخمین زده می‌شود. شرط لازم و کافی برای پایداری مجانبی خطای رویتگر ورودی ناشناخته با معادلات داده‌شده در (۲۷) در ادامه خواهد آمد.



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

**لم ۲:** برای هر ماتریس $X, Y$ با ابعاد دلخواه، خاصیت زیر برای هر ثابت اسکالر $\epsilon > 0$ برقرار است [۲۶]:

$$X^TY + Y^TX < \epsilon X^TX + \epsilon^{-1}Y^TY \tag{۲۹}$$

**قضیهٔ ۱:** سیستم غیرخطی با معادلات داده‌شده در (۲۱) و ثابت لیپشیتز $\gamma_0$ و ساختار رویتگر ورودی ناشناخته در (۲۷) و (۲۸) در نظر گرفته می‌شود. دینامیک خطای رویتگر برای هر $\epsilon > 0$ پایداری مجانبی است به‌طوری‌که نامعادلهٔ ماتریسی خطی زیر شرط لازم را داشته باشد.

$$\begin{bmatrix} -\epsilon^{-1}I & X_{12} \\ X_{12}^T & X \end{bmatrix} < 0 \tag{۳۰}$$

در معادلهٔ (۳۰) $X = 2F^{i^T} + \epsilon^{-1}\gamma_0^2 I$ و $X_{12} = W^{i^T}$ می‌باشند.

**اثبات:** بر اساس دکوپله‌سازی سیستم اصلی به دو زیرسیستم و بر اساس خطاهای $e_1 = \hat{\bar{x}}_1(t) - \bar{x}_1(t)$ و $e_2 = \hat{\bar{x}}_2(t) - \bar{x}_2(t)$ تابع لیاپانوف مثبت معین $V = e_1^Te_1 + e_2^Te_2$ معرفی می‌گردد. بنابراین با توجه به معادلات (۲۱) و (۲۷) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= \sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\, K(t), \\ K(t) &= F^ie_1(t) + \big(J^i - g_2^i\tilde{C}_1^i\tilde{B}_1^i - \tilde{B}_1^i\big)\tilde{u}(t) + \\ &\quad \big(F^ig_2^il^i + g_1^il^i\big)n(t) - g_2^i\, l^i\, n(t) + \\ &\quad W^iG_1^i(Q\hat{\bar{x}},u) - g_2^i\tilde{C}_1^iG_1^i(Q\hat{\bar{x}},u) - \\ &\quad G_1^i(Q\bar{x},u) + (F^i + F^ig_2^i\tilde{C}_1^i + g_1^i\tilde{C}_1^i - \\ &\quad g_2^i\tilde{C}_1^i\tilde{A}_1^i - \tilde{A}_1^i)x_1(t) \end{aligned} \tag{۳۱}$$

با به‌کارگیری معادلهٔ (۲۸) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(F^ie_1(t) + \\ &\quad W^i\Big(G_1^i(Q\hat{\bar{x}},u) - G_1^i(Q\bar{x},u)\Big)\Big) = \\ &\quad \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\big(F^ie_1(t) + W^i\tilde{G}_1^i\big) \end{aligned} \tag{۳۲}$$

با گرفتن مشتق زمانی از تابع لیاپانوف خواهیم داشت:

$$\dot{V} = 2\dot{e}_1^Te_1 + 2\dot{e}_2^Te_2 \tag{۳۳}$$

دینامیک خطای زیرسیستم‌های متأثر از عیب عبارت است از:

$$\begin{aligned} & e_2(t) = \hat{\bar{x}}_2(t) - \bar{x}_2(t) \Rightarrow \\ & e_2(t) = \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(C_{22}^{i\,+}\Big(\bar{y}_2(t) - \\ & \qquad C_{21}^i\hat{\bar{x}}_1(t)\Big) - C_{22}^{i\,+}\Big(\bar{y}_2(t) - C_{21}^i\bar{x}_1(t)\Big)\Big) \\ & \Rightarrow \\ & e_2(t) = \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(-C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big(\hat{\bar{x}}_1(t) - \\ & \qquad \bar{x}_1(t)\big)\Big) \Rightarrow \\ & e_2(t) = \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(-C_{22}^{i\,+}C_{21}^ie_1(t)\Big) \Rightarrow \\ & \dot{e}_2(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(-C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\dot{e}_1(t)\Big) \end{aligned} \tag{۳۴}$$

با جای‌گذاری معادلهٔ (۳۴) در (۳۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2\dot{e}_1^Te_1 + \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big) \\ & \Big(2\dot{e}_1^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)e_1\Big) = \\ & \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(2e_1^TF^{i^T}e_1 + \tilde{G}_1^{i^T}W^{i^T}e_1 + \\ & e_1^TW^i\tilde{G}_1^i + 2\dot{e}_1^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)e_1\Big) \end{aligned} \tag{۳۵}$$

با به‌کارگیری لم ۲ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &< \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(2e_1^TF^{i^T}e_1 + \\ & \epsilon^{-1}\tilde{G}_1^{i^T}\tilde{G}_1^i + \epsilon e_1^TW^iW^{i^T}e_1 + \\ & 2\bar{\sigma}\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)\dot{e}_1^Te_1\Big) \end{aligned} \tag{۳۶}$$

در رابطهٔ (۳۶) $\bar{\sigma}\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)$ بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس $\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)$ است. با به‌کارگیری رابطهٔ (۲) و (۳۶) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &< \textstyle\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\Big(\Big(1 + \\ & \bar{\sigma}\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)\Big)\Big(2e_1^TF^{i^T}e_1 + \\ & \epsilon^{-1}\gamma_0^2e_1^Te_1 + \epsilon e_1^TW^iW^{i^T}e_1\Big)\Big) \end{aligned} \tag{۳۷}$$

شرط پایداری مجانبی برای دینامیک خطای رویتگر آن است که مشتق تابع لیاپانوف منفی معین باشد لذا ازآنجاکه عبارت $\Big(1 + \bar{\sigma}\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)^T\big(C_{22}^{i\,+}C_{21}^i\big)\Big)$ یک مقدار مثبت بوده کافی است داشته باشیم:

$$2F^{i^T} + \epsilon^{-1}\gamma_0^2I_{n-n_c} + \epsilon W^iW^{i^T} < 0 \tag{۳۸}$$

با تعریف $X \triangleq 2F^{i^T} + \epsilon^{-1}\gamma_0^2I_{n-n_c}$ و $X_{12} = W^{i^T}$ و با به‌کارگیری اصل مکمل شور، نامعادله ماتریسی خطی داده‌شده در (۳۰) حاصل می‌شود.

بدین ترتیب اثبات تکمیل است.■

## ۳- طراحی روش تشخیص و شناسایی عیب با به‌کارگیری روش پریتی غیرخطی

در این بخش روش پریتی غیرخطی برای تولید مانده جهت تشخیص و شناسایی عیب در سیستم غیرخطی با کلاس داده‌شده در (۴) معرفی می‌گردد. برای این منظور زیرسیستم‌های متأثر از عیب را با معادلات داده‌شدهٔ زیر نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{IF}\ z_1(x,u)\ is\ M_{i1}\ and \ldots and\ z_p(x,u)\ is\ M_{ip} \\ & \begin{cases} \dot{\bar{x}}_2 = \tilde{A}_2^i\bar{x}_2(t) + \tilde{B}_2^i\tilde{u}(t) + G_2^i(Q\bar{x},u) + f^if_c(t) \\ \tilde{y}_2 = \tilde{C}_2^i\bar{x}_2 \end{cases} \end{aligned} \tag{۳۹}$$



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

از آنجا که ماتریس $f^i$ دارای رتبهٔ ستونی کامل بوده می‌توان به کمک رابطهٔ زیر به تخمین عیب اتفاق افتاده در سیستم پرداخت.

$$\dot{\hat{\bar{x}}}_2 = \tilde{A}_2^i\hat{\bar{x}}_2(t) + \tilde{B}_2^i\tilde{u}(t) + G_2^i(Q\hat{\bar{x}}, u) + f^i f_c(t) \Rightarrow \tag{۴۰}$$
$$\hat{f}_c(t) = \left(f^{i^T} f_i\right)^{-1} f^{i^T}\left(\dot{\hat{\bar{x}}}_2 - \tilde{A}_2^i\hat{\bar{x}}_2(t) - \tilde{B}_2^i\tilde{u}(t) - G_2^i(Q\hat{\bar{x}}, u)\right)$$

همچنین می‌توان به کمک روش پریتی به تشخیص عیب احتمالی در سیستم پرداخت. ازآنجاکه با به‌کارگیری نگاشت یادشده زیرسیستم‌های متأثر از نویز اندازه‌گیری و عیب کاملاً از یکدیگر تفکیک شده‌اند، لذا قادر به استفاده از روش پریتی جهت تشکیل مانده خواهیم بود، در غیر این صورت به دلیل تقویت نویز فرکانس بالا در مشتقات مرتبه بالا امکان استفاده از این روش جهت تشکیل مانده وجود نداشت.

$$\begin{aligned}
&\textbf{IF } z_1(x,u) \text{ is } M_{i1} \text{ and} \dots \text{and } z_p(x,u) \text{ is } M_{ip} \\
&\tilde{y}_2 = \tilde{C}_2^i\bar{x}_2 \\
&\dot{\tilde{y}}_2 = \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i\bar{x}_2 + \tilde{C}_2^i\tilde{B}_2^i\tilde{u} + \tilde{C}_2^i G_2^i + \tilde{C}_2^i f^i f_c(t) \\
&\ddot{\tilde{y}}_2 = \tilde{C}_2^i{\tilde{A}_2^i}^2\bar{x}_2 + \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i\tilde{B}_2^i\tilde{u} + \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i G_2^i + \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i f^i f_c(t) + \tilde{C}_2^i\tilde{B}_2^i\dot{\tilde{u}} + \tilde{C}_2^i\dot{G}_2^i + \tilde{C}_2^i f^i\dot{f}_c(t) \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{۴۱}$$

در رابطهٔ (۴۱)، $\dot{G}_2^i$ مشتق نسبت به زمان بوده که طبق رابطهٔ $\dot{G}_2^i = \frac{\partial G_2^i}{\partial \bar{x}}\dot{\bar{x}} + \frac{\partial G_2^i}{\partial u}\dot{u}$ محاسبه می‌شود. مرتبهٔ تعداد مشتقات خروجی برای یافتن بردار مانده مینیمال برابر با تعداد متغیرهای حالت و یا همان $n_c$ است. با مشتق‌گیری از خروجی سیستم با معادلات داده‌شده در (۳۹)، رابطهٔ $y_s = H_{os}^i\hat{\bar{x}}_2 + H_{us}^i u_s + H_{fs}^i f_s$ حاصل می‌شود. برای محاسبهٔ بردار پریتی کافی است فضای پوچی ماتریس $H_{os}^i\hat{\bar{x}}_2$ که به‌صورت زیر تعریف می‌شود محاسبه‌شده و درنهایت بردار مانده محاسبه شود.

$$H_{os}^i\hat{\bar{x}}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{C}_2^i \\ \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i \\ \tilde{C}_2^i{\tilde{A}_2^i}^2 \\ \vdots \end{bmatrix}\hat{\bar{x}}_2 \Rightarrow \tag{۴۲}$$
$$R = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(x,u)\big)\left(v_s^i\big(y_s - H_{us}^i u_s\big)\right)$$

در حالت وقوع عیب، بردار ماندهٔ طراحی‌شده مخالف صفر و درصورتی‌که عیبی رخ نداده باشد این بردار تقریباً برابر با صفر خواهد بود. می‌توان با در نظر گرفتن حد آستانه وقوع عیب در سیستم را تشخیص داد. در رابطهٔ (۴۲)، $y_s$ و $H_{us}^i$ طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌شوند.

$$y_s = \begin{bmatrix} \tilde{y}_2 \\ \dot{\tilde{y}}_2 \\ \ddot{\tilde{y}}_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \tag{۴۳}$$
$$H_{us}^i u_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{C}_2^i\tilde{B}_2^i\tilde{u} + \tilde{C}_2^i\hat{G}_2^i \\ \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i\tilde{B}_2^i\tilde{u} + \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i\hat{G}_2^i + \tilde{C}_2^i\tilde{B}_2^i\dot{\tilde{u}} + \tilde{C}_2^i\dot{\hat{G}}_2^i \\ \vdots \end{bmatrix}$$

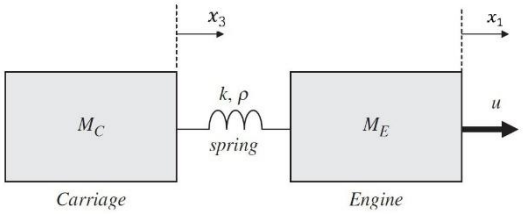
در رابطهٔ (۴۳)، $\hat{G}_2^i \triangleq G_2^i(Q\hat{\bar{x}}, u)$ است.

**نکته ۱:** ماتریس $H_{fs}^i f_s$ برای سیستم با معادلات داده‌شده در (۳۹) به صورت زیر است.

$$H_{fs}^i f_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{C}_2^i f^i f_c(t) \\ \tilde{C}_2^i\tilde{A}_2^i f^i f_c(t) + \tilde{C}_2^i f^i\dot{f}_c(t) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{۴۴}$$

## ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت به‌منظور نشان دادن کارایی روش پیشنهادی به بررسی وقوع عیب در سیستم غیرخطی قطار پرداخته می‌شود. شماتیک این سیستم در شکل ۱ نمایش داده‌شده است. این سیستم شامل موتور $E$ و بار $C$ است که توسط یک فنر با ضریب سختی $k, \rho$ برای حالت خطی و غیرخطی به یکدیگر متصل شده‌اند. جرم موتور و جرم بار به ترتیب با $M_E$ و $M_C$ نشان داده‌شده است. قطار توسط نیروی $u$ که بنا به دلایل عملی می‌تواند متأثر از عیب‌های مختلف باشد حرکت داده می‌شود. در سیستم یادشده، اختلالات در کشش فنر به‌عنوان عیب رخ‌داده شده در سیستم مدل شده است. تحقق فضای حالت سیستم که در معرض عیب‌های ممکن قرارگرفته است به‌صورت زیر خواهد بود [۱۵].




شکل ۱: شماتیک کلی سیستم قطار معرفی‌شده در [۱۵]



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{M_E} & -\alpha g & \frac{k}{M_E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{M_C} & 0 & -\frac{k}{M_C} & -\alpha g \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_E} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} x_1 x_2^2 + 1 & \frac{1}{M_E} \\ -\frac{1}{M_E} & 0.2 \\ 0 & -x_1 x_2^2 - 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\rho}{M_E}(x_2 + x_4)^2 \\ 0 \\ \frac{\rho}{M_C}(x_2 + x_4)^2 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} x_1 x_2^2 + 2 \\ 1 \\ 3x_1^2 + x_2 x_1^2 \\ -3 \end{bmatrix} n(t) \quad (۴۵)$$

در رابطهٔ (۴۵)، $\alpha$ بیانگر اصطکاک غلطشی و $f_1(t), f_2(t), n(t)$ نیز بیانگر عیب‌های محرک/فرآیند و نویز اندازه‌گیری می‌باشند. بردار متغیرهای حالت شامل $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ که $x_1, x_2$ شامل موقعیت و سرعت موتور و همچنین $x_3, x_4$ بیانگر موقعیت و سرعت بار می‌باشند. به‌منظور شبیه‌سازی مقادیر پارامترهای فضای حالت برابر $M_E = 10^{kg}, M_C = 5^{kg}, k = 4.87\frac{N}{s}, \alpha = 0.5\frac{s}{m}, \rho = 1\frac{N}{s}, g = 9.8\frac{m}{s^2}$ فرض می‌شوند.

برای این منظور در ابتدا با استفاده از مدل فازی TS به ایجاد مدل چندگانه پرداخته می‌شود. چنانچه $z_1 = x_1 x_2^2, z_2 = 3x_1^2 + x_2 x_1^2$ فرض شوند، با تعریف $\bar{z}$ به‌عنوان بیشینه و $\underline{z}$ به‌عنوان کمینهٔ این متغیرها خواهیم داشت:

$$z_1(t) = x_1(t)x_2^2(t) = M_1(z_1).\bar{z}_1(t) + M_2(z_1).\underline{z}_1(t) \quad (۴۶)$$
$$z_2(t) = 3x_1^2(t) + x_2(t)x_1^2(t) = N_1(z_2).\bar{z}_2(t) + N_2(z_2).\underline{z}_2(t)$$

ازآنجاکه $0 < x_1 < 5, 0 < x_2 < 3$ بوده لذا مقادیر $\underline{z}_1(t) = 0, \bar{z}_1(t) = 45$ و همچنین $\underline{z}_2(t) = 0, \bar{z}_2(t) = 150$ خواهد بود. بعلاوه همواره داریم:

$$\begin{cases} M_1(z_1) + M_2(z_1) = 1 \\ N_1(z_2) + N_2(z_2) = 1 \end{cases} \quad (۴۷)$$

بنابراین توابع تعلق در نظر گرفته‌شده به‌صورت زیر خواهند بود [۲۴]:

$$M_1(z_1(t)) = \frac{z_1(t) - \underline{z}_1(t)}{\bar{z}_1(t) - \underline{z}_1(t)} \quad (۴۸)$$
$$M_2(z_1(t)) = \frac{\bar{z}_1(t) - z_1(t)}{\bar{z}_1(t) - \underline{z}_1(t)}$$
$$N_1(z_2(t)) = \frac{z_2(t) - \underline{z}_2(t)}{\bar{z}_2(t) - \underline{z}_2(t)}$$
$$N_2(z_2(t)) = \frac{\bar{z}_2(t) - z_2(t)}{\bar{z}_2(t) - \underline{z}_2(t)}$$

با توجه به کران‌های در نظر گرفته‌شده برای توابع $z_1, z_2$ سیستم فازی دارای ۴ زیرسیستم خواهد بود. بنابراین با به‌کارگیری مدل فازی TS ماتریس‌های معرفی‌شده در (۹) و (۱۲) جهت نگاشت پیشنهادی به‌منظور دکوپله‌سازی زیرسیستم‌های متأثر از نویز و عیب برای زیرسیستم اول فازی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند (جهت جلوگیری از تکرار، روابط تنها برای زیرسیستم اول فازی در مقاله نوشته می‌شوند).

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0.097 & 0.75 & -0.66 \\ 0 & 0.97 & -0.2 & -0.09 \\ 0 & 0.2 & 0.6 & 0.7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (۴۹)$$
$$U = \begin{bmatrix} 0.52 & -0.26 & 0.26 & 0.77 \\ 0.26 & 0.96 & 0.04 & 0.13 \\ -0.26 & 0.04 & 0.96 & -0.13 \\ -0.77 & 0.13 & -0.13 & 0.6 \end{bmatrix}$$

با اعمال نگاشت پیشنهادی، سیستم با معادلهٔ (۴۵) به دو زیرسیستم با معادلات داده‌شدهٔ زیر تبدیل می‌شود. معادلات زیرسیستم متأثر از نویز اندازه‌گیری عبارت است از:

$$\dot{\bar{x}}_1(t) = \begin{bmatrix} -4.9 & -0.1 \\ 0.2 & -4.5 \end{bmatrix} \bar{x}_1(t) + \begin{bmatrix} 0.1 & -1.4 \\ 0.9 & 1.1 \end{bmatrix} \bar{x}_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.097 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0.2(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \\ 0.097(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \end{bmatrix} \quad (۵۰)$$
$$\bar{y}_1(t) = [-0.77 \quad 0.25]\bar{x}_1(t) + [0.17 \quad -0.56]\bar{x}_2(t) + 3.9n(t)$$

همچنین معادلات زیرسیستم متأثر از عیب عبارت است از:

$$\dot{\bar{x}}_2(t) = \begin{bmatrix} 0.6 & 1.7 \\ 0.7 & -0.2 \end{bmatrix} \bar{x}_1(t) + \begin{bmatrix} -0.35 & -0.3 \\ 0.05 & -0.04 \end{bmatrix} \bar{x}_2(t) + \begin{bmatrix} -0.02 \\ -0.01 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -0.02(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \\ -0.009(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.6 & -0.8 \end{bmatrix} f_c(t) \quad (۵۱)$$
$$\bar{y}_2(t) = \begin{bmatrix} 0.13 & 0.9 \\ -0.13 & 0.26 \\ 0.6 & 0.18 \end{bmatrix} \bar{x}_1(t) + \begin{bmatrix} -0.36 & 0.11 \\ 0.79 & 0.54 \\ 0.47 & -0.62 \end{bmatrix} \bar{x}_2(t)$$



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

با به‌کارگیری معادلات (۲۱)، (۲۵) و (۲۶) خواهیم داشت:

$$\dot{\bar{x}}_1(t) = \begin{bmatrix} -5.8 & 0.2 \\ 0.7 & -4.7 \end{bmatrix} \bar{x}_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & -0.3 & -0.8 & 1.4 \\ 0.1 & -0.1 & 1.4 & -0.5 \end{bmatrix} \tilde{u}(t) + \begin{bmatrix} 0.2(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \\ 0.097(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \end{bmatrix}$$
$$\tilde{y}_1(t) = [-1.2 \quad 0.4]\bar{x}_1(t) + 3.9n(t) \tag{۵۲}$$

که در معادلهٔ (۵۲) $\bar{x}_2 = C_{22}^{i\,+}(\bar{y}_2 - C_{21}^{i}\bar{x}_1), \bar{x}_1 = [\bar{x}_{11}^T, \bar{x}_{12}^T]^T, \bar{x}_2 = [\bar{x}_{21}^T, \bar{x}_{22}^T]^T$ است. همچنین داریم:

$$\dot{\bar{x}}_2(t) = \begin{bmatrix} -0.39 & -0.2 \\ -0.3 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}_2(t) + \begin{bmatrix} -0.02 & 1.6 & 0.3 & 0.8 \\ -0.01 & -0.3 & -0.5 & 1.2 \end{bmatrix} \tilde{u}(t) + \begin{bmatrix} -0.02(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \\ -0.009(0.97\bar{x}_{12} - 0.2\bar{x}_{21} - 0.09\bar{x}_{22} + \bar{x}_{11})^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.6 & -0.8 \end{bmatrix} f_c(t)$$
$$\tilde{y}_2(t) = [-0.9 \quad -0.3]\bar{x}_2(t) \tag{۵۳}$$

که در معادلهٔ (۵۳)، $\bar{x}_1 = C_{21}^{i\,+}(\bar{y}_2 - C_{22}^{i}\bar{x}_2)$ است.

برای طراحی رویتگر ورودی ناشناخته کافی است ثابت لیپشیتز را طبق رابطهٔ زیر به‌منظور تضمین رابطهٔ (۲) محاسبه نماییم.

$$\gamma_0 = \left\| \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right\|_\infty \quad at\ x = x^{(0)} \tag{۵۴}$$

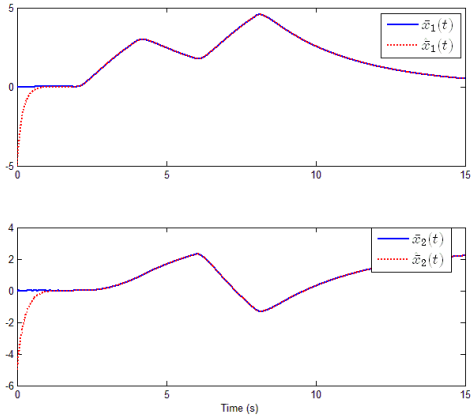
که در رابطهٔ (۵۴)، $x^{(0)}$ نقطه تعادل سیستم قطار می‌باشد. پس از محاسبه، ثابت لیپشیتز برابر $\gamma_0 = 0.088$ خواهد بود. ماتریس‌های بهرهٔ رویتگر ورودی ناشناخته نیز طبق روابط (۲۷) و (۲۸) پس از حل نامعادلات ماتریسی غیرخطی قابل‌محاسبه خواهند بود. این ماتریس‌ها عبارتند از:

$$g_1 = g_2 = 0_{2\times1}, W = I_2, J = \tilde{B}_1, F = \tilde{A}_1 \tag{۵۵}$$

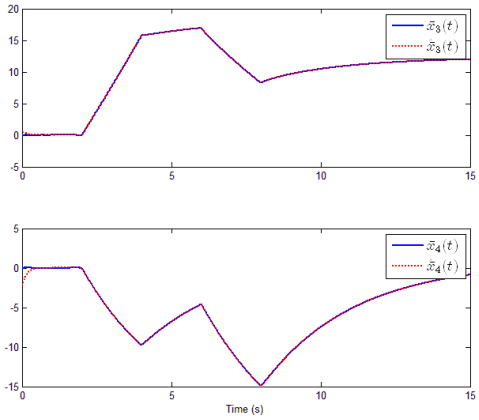
ازآنجاکه $2F^T + (1+\gamma_0^2)I_2$ همواره معین منفی با مقادیر ویژهٔ $-10.8, -8.1$ بوده لذا رابطهٔ (۳۰) برآورده خواهد شد. در این مرحله با به‌کارگیری روش پریتی غیرخطی به تشخیص عیب اتفاق افتاده در سیستم پرداخته می‌شود. به‌این‌ترتیب فرض می‌شود دو عیب پالسی شکل، یکی در بازهٔ زمانی دو تا چهار ثانیه و دیگری شش تا هشت ثانیه و هر دو با دامنهٔ ۱۰ در سیستم یادشده اتفاق بیافتند. با توجه به رابطهٔ (۴۲) بردار پریتی مطابق رابطهٔ زیر خواهد بود.

$$v_s = [-0.35 \quad -0.49 \quad 0.8] \tag{۵۶}$$

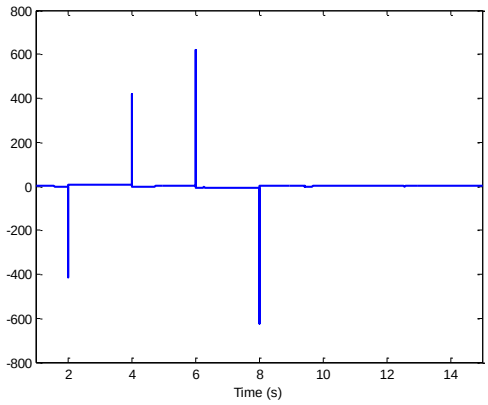
پس از شبیه‌سازی متغیرهای واقعی و تخمین زده‌شده به‌صورت شکل ۲ و شکل ۳ می‌باشند. همچنین شکل ماندهٔ طراحی‌شده به کمک روش پریتی غیرخطی نیز به‌صورت شکل ۴ می‌باشد.




شکل ۲: متغیرهای حالت اول و دوم واقعی و تخمین زده‌شده با رویتگر ورودی ناشناخته




شکل ۳: متغیرهای حالت سوم و چهارم واقعی و تخمین زده‌شده با رویتگر ورودی ناشناخته

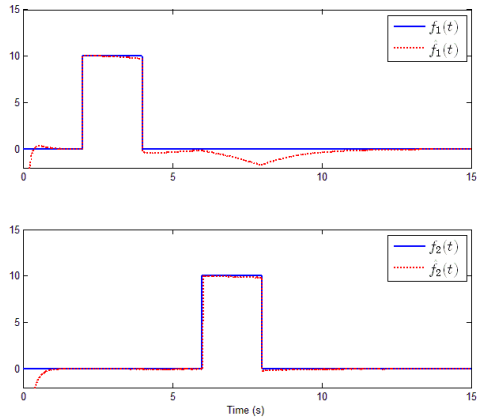



شکل ۴: ماندهٔ طراحی‌شده به کمک روش پریتی غیرخطی



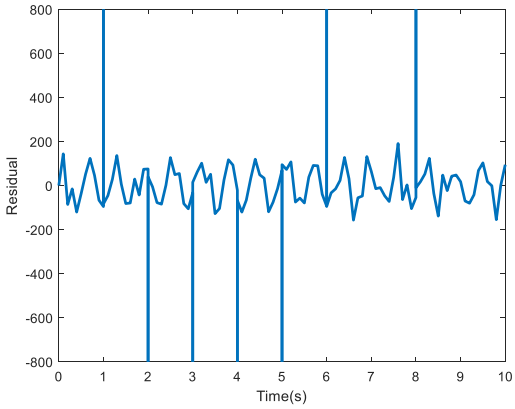
[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

همان‌گونه که در شکل ۴ مشخص است روش پریتی به‌درستی عیب اتفاق افتاده در سیستم یادشده را تشخیص داده است. همچنین می‌توان به کمک رابطهٔ (۴۰) به تخمین عیب اتفاق افتاده در سیستم پرداخت. شکل عیب تخمین زده‌شده در سیستم با معادلات داده‌شده در (۴۵) به‌صورت شکل ۵ می‌باشد.




شکل ۵: تخمین عیب اتفاق افتاده در سیستم به کمک روش پیشنهادی

در [۱۴] از روش افزونگی تحلیلی غیرخطی به منظور تشخیص عیب استفاده شده است. مانده‌ی طراحی شده در مقاله یاد شده دارای حساسیت به تغییرات ورودی سیستم می‌باشد. همچنین چنانچه نویز اندازه‌گیری در سیستم وجود داشته باشد، تأثیر آن در بردار مانده محسوس خواهد بود. برای روش شدن این مطلب پس از شبیه‌سازی، نمودار مانده طراحی شده در [۱۴] بصورت زیر می‌باشد:




شکل ۶: تأثیر نویز و تغییرات ورودی بر بردار مانده طراحی شده در [۱۴]

روش پریتی پیشنهادی در [۵] تنها قابل اعمال به سیستم‌های خطی بوده و برای سیستم‌های غیرخطی با کلاس داده شده در این مقاله کارایی ندارد. سیگنال مانده پیشنهادی در [۱۵] برای جداسازی عیب محرک و حسگر طراحی شده است. علیرغم نوآوری بکارگرفته در روش یاد شده، بردار مانده طراحی شده در حضور نویز قادر به تشخیص عیب نبوده، بعلاوه تخمین سیگنال عیب نیز امکان‌پذیر نخواهد بود.

## ۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله تشخیص و شناسایی عیب برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی که در معرض عیب فرآیند/ محرک و نویز اندازه‌گیری قرارگرفته‌اند، مورد پژوهش قرارگرفته است. برخلاف روش‌های عیب‌یابی موجود، روش پیشنهادی در این مقاله قابل‌اعمال به دسته وسیعی از سیستم‌های صنعتی پرکاربرد می‌باشد. برای این منظور در ابتدا از مدل فازی TS جهت خطی سازی ماتریس ضرایب عیب و نویز اندازه‌گیری در هر زیرسیستم فازی استفاده‌شده است. سپس از یک نگاشت جهت تفکیک هر زیرسیستم فازی به دو زیرسیستم، یکی شامل نویز اندازه‌گیری و دیگری شامل عیب فرآیند/ محرک استفاده‌شده است. در ادامه یک رویتگر ورودی ناشناخته به‌منظور تخمین متغیرهای حالت سیستم، بکار گرفته می‌شود. شرایط کافی برای پایداری مجانبی خطای رویتگر به کمک روش پایداری لیاپانوف و حل نامعادلات ماتریسی غیرخطی به‌طور کامل موردبررسی قرارگرفته است. درنهایت روش پریتی غیرخطی به‌منظور ایجاد مانده جهت تشخیص عیب اتفاق افتاده در سیستم تشریح گردیده است. به‌کارگیری نگاشت معرفی‌شده جهت دکوپله سازی سیستم، تحقق روش پریتی را میسر نموده است. همچنین علاوه بر روش پریتی غیرخطی، روشی جهت تخمین عیب رخداده شده در سیستم ارائه‌شده است. درنهایت نتایج شبیه‌سازی گویای عملکرد مناسب روش پیشنهادی در این مقاله است.

## تشکر و قدردانی

در این قسمت از تولباکس ارائه‌شده توسط TOMLAB به‌منظور ایجاد یک پلتفرم بهینه‌سازی مناسب برای حل نامعادلات ماتریسی غیرخطی تقدیر و تشکر به عمل می‌آید.



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]

## مراجع

[1] Chen, J., Patton, R. J., Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems, Vol.3, Springer Science and Business Media, 2012.

[2] Zhong, M., Song, Y. and Ding, S. X., Parity space-based fault detection for linear discrete time-varying systems with unknown input, Automatica, 59, 120-126, 2015.

[3] Zhong, M., Ding, S. X., Han, Q. L. and Ding, Q., Parity space-based fault estimation for linear discrete time-varying systems, IEEE Transactions on Automatic Control, 55(7), 1726-1731, 2010.

[4] Ding, X., Limin Guo, and Torsten Jeinsch. "A characterization of parity space and its application to robust fault detection." IEEE Transactions on Automatic Control 44, no. 2, 337-343, 1999.

[5] Zhong, Maiying, Yang Song, Ting Xue, Rui Yang, and Wenbo Li. "Parity Space-Based Fault Detection by Minimum Error Minimax Probability Machine." IFAC-PapersOnLine 51(24), 1292-1297, 2018.

[6] Zhang, Tong, Fenfen Wang, and Wenxing Fu. "Fault Detection and Isolation for Redundant Inertial Measurement Unit under Quantization." Applied Sciences 8(6), 865, 2018.

[7] Tannous, Pamela J., and Andrew G. Alleyne. "Fault Detection and Isolation for Complex Thermal Management Systems." Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 141.6, 061008, 2019.

[8] Chow, E. Y. E. Y., Willsky, A. S., Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems, IEEE Transactions on automatic control, 29(7), 603-614, 1984.

[9] Yu, D., Williams, D., Shields, D. N. and Gomm, J. B. , A parity space method of fault detection for bilinear systems, American Control Conference, Vol. 2, 1132-1133, 1995.

[10] Yu, D. L., Shields, D. N., Extension of the parity-space method to fault diagnosis of bilinear systems, International Journal of Systems Science, 32(8), 953-962, 2001.

[11] Nguang, S. K., Zhang, P. and Ding, S. X., Parity relation based fault estimation for nonlinear systems: An LMI approach, International Journal of Automation and Computing, 4(2), 164-168, 2007.

[12] Zhang, Y., Bingham, C., Garlick, M. and Gallimore, M., Applied fault detection and diagnosis for industrial gas turbine systems, International Journal of Automation and Computing, 14(4), 463-473, 2017.

[13] Dong, H., Wang, Z., Ding, S. X. and Gao, H., On H-infinity estimation of randomly occurring faults for a class of nonlinear time-varying systems with fading channels, IEEE Transactions on Automatic Control, 61(2), 479-484, 2016.

[14] Leuschen, M. L., Walker, I. D., Cavallaro, J. R., Fault residual generation via nonlinear analytical redundancy, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 13(3), 452-458, 2005.

[15] Aldeen, M., Sharma, R., Estimation of states, faults and unknown disturbances in non-linear systems, International Journal of Control, 81(8), 1195-1201, 2008.

[16] Sedigh Ziyabari, H., Aliyari Shoorehdeli, M., Fuzzy robust fault estimation scheme for a class of nonlinear systems based on an unknown input sliding mode observer, Journal of Vibration and Control, 24(10), 1861-1873, 2018.

[17] Yan, W., Xu, D., & Shen, Q., Robust Fault Detection and Estimation in Nonlinear Systems with Unknown Constant Time-Delays. Mathematical Problems in Engineering, 2017.

[18] Wang, G., & Yi, C., Fault estimation for nonlinear systems by an intermediate estimator with stochastic failure. Nonlinear Dynamics, 89(2), 1195-1204, 2017.

[19] Zhu, J. W., Yang, G. H., Wang, H., & Wang, F., Fault estimation for a class of nonlinear systems based on intermediate estimator. IEEE Transactions on Automatic Control, 61(9), 2518-2524, 2015.

[20] Kazerooni, M., Khayatian, A., & Safavi, A., Fault estimation for a class of interconnected non-linear systems with time-varying delay using robust adaptive unknown input observers. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 35(1), 231-247, 2016.

[21] Rajamani, Rajesh. "Observers for Lipschitz nonlinear systems." IEEE transactions on Automatic Control 43, no. 3, 397-401, 1998.

[22] Isidori, Alberto. Nonlinear control systems. Springer Science & Business Media, 2013.

[23] Khalil, Hassan K., and J. W. Grizzle. Nonlinear systems. Vol. 3. Upper Saddle River, NJ: Prentice hall, 2002.

[24] Tanaka, Kazuo, and Hua O. Wang. Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach. John Wiley & Sons, 2004.

[25] Seliger, Ralf, and Paul M. Frank. "Fault-diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers." In Decision and Control, Proceedings of the 30th IEEE Conference on, pp. 2248-2253. IEEE, 1991.

[26] Alessandri, A. "Observer design for nonlinear systems by using input-to-state stability." In Decision and control, 2004. CDC. 43rd IEEE conference on, vol. 4, pp. 3892-3897. IEEE, 2004.

[ Downloaded from joc-isice.ir on 2025-07-15 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.8.0 ]
[ DOI: 10.29252/joc.14.3.1 ]