مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد۱۵، شماره ۱، بهار ۱۴۰۰، صفحه ۴۹-۳۵

طراحی یک چارچوب توزیع‌شده به‌منظور آرایش‌بندی گروه شناورهای فروتحریک تحت اغتشاش محیطی به‌وسیله کنترل مود لغزشی پایانی

سمانه کویری[۱]، احمدرضا تحسیری[۲]، حمیدرضا تقی‌راد[۳]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل و سیستم، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Samane_kaviri@ee.kntu.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل و سیستم، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Tahsiri@eetd.kntu.ac.ir

[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل و سیستم، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Taghirad@kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۲۴ ویرایش: ۱۳۹۸/۰۵/۲۶ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۰۵

چکیده: در این مقاله یک چارچوب توزیع‌شده جهت آرایش‌بندی گروه شناورهای بدون سرنشین، حول یک هدف معین پیشنهاد شده است. چارچوب پیشنهادی با هدف تعیین مسیر مطلوب برای هر شناور، ممانعت از ورود شناور به حریم هدف و ردیابی مسیر مطلوب تحت اغتشاش‌های محیطی طراحی شده است. پس از طراحی مسیر مطلوب هر شناور به‌منظور تشکیل آرایش مطلوب پیرامون هدف، اصلاح این مسیر با قید همواری آن براساس روش تابع پتانسیل مجازی صورت گرفته و شرط اجتناب ورود شناورها به حریم هدف برآورده شده است. سپس الگوریتم کنترلی مقاوم برای ردیابی مسیر در حضور اغتشاش ناشی از باد و جریان آب، مبتنی بر کنترل مود لغزشی پایانی غیرتکین توسعه داده شده است. این الگوریتم کنترلی مانورپذیری شناور را با طراحی فرمان سرعت مجازی، بهبود می‌دهد و تعقیب مسیر مطلوب در زمان محدود را میسر می‌کند. درنهایت پایداری کنترل حلقه بسته براساس نظریه پایداری لیاپانوف اثبات و عملکرد الگوریتم کنترلی پیشنهادی با نتایج حاصل از کنترل مود لغزشی پایانی کلاسیک مقایسه شده است. ارزیابی و تحلیل نتایج شبیه‌سازی، نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب چارچوب پیشنهادی به‌منظور بهبود دقت ردیابی مسیر مطلوب و دستیابی گروه شناورها به آرایش دایروی برای محاصره‌ی هدف است.

کلمات کلیدی: کنترل آرایش‌بندی سیستم چندعاملی، شناور بدون سرنشین فروتحریک، کنترل مود لغزشی پایانی غیرتکین، تقسیم‌بندی ورنویی.

A Distributed Framework Design for Formation Control of Under-actuated USVs in the Presence of Environmental Disturbances Using Terminal Sliding Mode Control

Samane Kaviri, Ahmadreza Tahsiri, Hamidreza Taghirad

Abstract: This paper proposes a distributed framework for formation control of USVs around a predefined target. This framework, according to the mission and problem conditions, includes three parts: determination of a desired path for each USV, preventing USVs entry to the target area and tracking the desired path of USVs under environmental disturbances. In the first part, a distributed approach is proposed to determine desired path for each USV and forming an aimed USVs arrangement around the target. In the second part, by modifying artificial potential function and smoothly redirecting USVs, the restriction of not entering the target's region is met. Finally, in the third section, a robust control algorithm for the USVs navigation in the presence of wind and sea current disturbances is developed based on the nonsingular terminal sliding mode control. The developed control algorithm firstly improves maneuverability of USVs using virtual velocity

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

command planning, and secondly, provides a finite time trajectory tracking. Also, stability of the closed loop control is analyzed using Lyapunov stability theorem and the performance of the proposed control algorithm is compared with results of the conventional terminal sliding mode control. Simulation results demonstrate proper performance of the proposed framework in terms of improving tracking accuracy of the desired path and reaching a circular arrangement of USVs surrounding the target.

Keywords: Multi-agent system formation control, Under-actuated Unmanned Surface Vessel (USV), Nonsingular Terminal Sliding Mode Control (NTSMC), Voronoi partitioning.

۱- مقدمه

در چند دهه‌ی اخیر، کنترل شناور بدون سرنشین در سطح دریا به عنوان زیرمجموعه‌ای از مبحث کنترل وسایل متحرک بدون سرنشین مورد توجه قرار گرفته است، تمرکز اصلی این مبحث روی توسعه روش‌های مناسب برای پاسخگویی به مسائل برنامه‌ریزی مسیر مطلوب و کنترل ردیابی مسیر (Trajectory tracking) است. چالش اصلی که در این حوزه مطرح است؛ وابستگی متقابل دینامیک‌های شناور، وابستگی پارامترهای مدل به شرایط محیطی و وجود اغتشاشات خارجی ناشی از جریان آب، باد و امواج دریا است [۱]. عدم دقت کافی کنترل‌کننده‌های رایج خطی و تک‌عاملی در مواجهه با دینامیک غیرخطی و پیچیده شناورها در مأموریت‌ها و شرایط واقعی، جذابیت توسعه الگوریتم‌های غیرخطی و چندعاملی در این مبحث را افزایش داده است. تحقیقات جاری که در زمینه کنترل غیرخطی شناورها انجام شده است، عمدتاً متمرکز روی سیستم‌های تک‌عاملی است [۳،۲]، کاربردهای مسئله آرایش‌بندی (Formation) یک گروه از شناورها در حوزه‌هایی نظیر؛ پایش و نظارت محیط، عملیات جستجو و نجات و پایش‌های زیست‌محیطی اهمیت فراوان دارد و نیازمند به‌کارگیری استراتژی کنترلی توزیع‌شده، برای انجام وظایف به‌صورت مشارکتی است [۵،۴].

مطالعات صورت گرفته روی مسئله آرایش‌بندی بیشتر مبتنی بر ساختار راهبر-رهرو (Leader-follower) است و یا آرایش عامل‌ها به‌صورت یک آرایش ثابت در نظر گرفته شده است [۷،۶]. ساختار راهبر-رهرو عملکرد کل مجموعه را به عملکرد صحیح راهبر وابسته می‌سازد و در صورت خرابی راهبر مأموریت ناکام می‌ماند .آرایش‌بندی گروه شناورها بارویکرد بدون راهبر در [۸] مطرح شده است که آرایش ثابتی حول میانگین موقعیت اولیه عامل‌ها را نتیجه می‌دهد. آرایش ثابت نیز انعطاف‌پذیری گروه عامل‌ها را در مواجهه با موانع یا مناطق غیرمجاز کاهش می‌دهد. لذا مدل‌سازی مسئله در کاربردهای واقعی، نیازمند رویکردی توزیع‌شده در جایابی عامل‌ها، همراه با در نظر گرفتن قیودی همچون عدم برخورد با موانع و زمان محدود (Finite time) در ردیابی مسیر مطلوب است.

یکی از رویکردهای مؤثر در حل مسئله جایابی عامل‌ها استفاده از تقسیم‌بندی ورنویی است [۹]. تقسیم‌بندی فضای کاری بین عامل‌ها با استفاده از دیاگرام ورنویی مزیت‌هایی شامل قوام در برابر خرابی یک عامل، حذف کنترل‌کننده متمرکز و اجتناب از برخورد بین عامل‌ها را به همراه دارد و در مسائل کنترل مشارکتی مورد استقبال قرار گرفته است [۱۰]. بهره‌گیری از این مزایا برای تعیین مسیر مطلوب شناورها به‌صورت توزیع‌شده یک پیشنهاد مؤثر است تا هر عامل به‌صورت خودگردان (Autonomous) مسیر خود را با توجه به اطلاعات محلی خود و همسایگانش، برای رسیدن به آرایش کلی تعیین نماید. همچنین انعطاف‌پذیری برای ایجاد آرایش‌های متفاوت، با تغییر تابع چگالی تقسیم‌بندی ورنویی قابل دستیابی است. البته طراحی مسیر مطلوب هر عامل مبتنی بر این روش، مستلزم توجه به قیودی از قبیل عدم نزدیکی به مناطق غیرمجاز است.

اصلاح مسیر مطلوب ربات‌های بدون سرنشین معمولاً به‌منظور دوری از مانع یا عدم ورود به منطقه غیرمجاز انجام می‌شود؛ زیرا در بسیاری از کاربردها برخورد با هدف (عامل مهاجم) یا ورود به منطقه اثر هدف (منطقه آلوده) نامطلوب است. یکی از روش‌های متداول برای این کار، استفاده از تابع پتانسیل مجازی است. اجتناب از نزدیکی به موانع ثابت، به کمک تابع پتانسیل برای اولین بار در سال ۱۹۸۶ مطرح گردید [۱۱]. سپس در [۱۲]، از این روش جهت جلوگیری از برخورد ربات‌های زیرسطحی با موانع استفاده شده است. یکی از مشکلات اصلی در استفاده از تابع پتانسیل مجازی، توقف ربات متحرک در نقطه کمینه محلی و همچنین تغییر مسیر ناگهانی آن است. به‌منظور غلبه بر این مشکلات، مرجع [۱۳] به توسعه این روش با استفاده از تابع پتانسیل چرخشی پرداخته است و تغییر مسیر ربات متحرک به‌تدریج اتفاق می‌افتد. با توجه به دینامیک حرکتی شناور فروتحریک (Under-actuated)، اصلاح مسیر مطلوب با قید همواری مسیر باید انجام شود که نیازمند، طراحی الگوریتمی برای برآورده کردن این شرط است.

از سوی دیگر با توجه به شرایط محیطی شناورها در دریا، به روش‌های کنترلی نیاز است که علاوه بر دقت کافی، در برابر اغتشاشات مقاوم باشند. کنترل‌کننده مود لغزشی، روشی قدرتمند و مقاوم در کنترل سیستم‌های غیرخطی به شمار می‌آید [۱۴] که ویژگی‌های قابل توجه آن ساده بودن طراحی و تحلیل پایداری، مقاومت در مقابل اغتشاش و پیاده‌سازی آسان

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

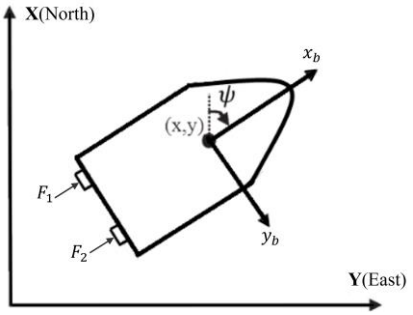
است [۱۵]. به همین علت اشرفیون و همکاران کنترل‌کننده مود لغزشی کلاسیک را برای انجام مانور دایروی شناور بدون سرنشین با تضمین همگرایی خطای ردیابی سرعت مطلوب، ارائه کردند [۱۶]. به دنبال آن در [۱۷] همگرایی مجانبی خطای ردیابی موقعیت، پس از همگرایی خطای ردیابی سرعت برای ردیابی مسیر مستقیم در زمان محدود، تضمین شده است. در این راستا، در این مقاله نیز طراحی کنترل‌کننده مود لغزشی پایانی با رویکردی جدید در تضمین همگرایی خطای موقعیت انجام شده است. به‌علاوه، با مدل‌سازی اغتشاشات محیطی، شرایط محیطی دریا از شرایط خشکی متمایز شده و بدین‌وسیله نیاز به آزمون‌های عملیاتی زمان‌بر و پرهزینه، برای صحه‌گذاری عملکرد کنترل‌کننده، به طرز چشمگیری کاهش می‌یابد [۱۸،۱۹]. لذا ارزیابی اجرای صحیح مانور ردیابی مسیر مستقیم، با در نظر گرفتن تقریب مناسبی از گشتاورهای محیطی اهمیت پیدا می‌کند؛ درحالی‌که در [۱۶، ۱۷]، اغتشاشات تنها به‌وسیله توابع کراندار سینوسی لحاظ شده است.

برای مرتفع ساختن کمبودهای فوق، در این پژوهش یک چارچوب توزیع‌شده جهت آرایش‌بندی دایروی گروهی از شناورهای بدون سرنشین به‌منظور محاصره‌ی یک هدف از پیش تعیین‌شده، طراحی شده است. طراحی مسیر مطلوب با بهره‌گیری از تقسیم‌بندی ورنویی و با رویکردی جدید صورت گرفته است. همچنین با استفاده از تابع پتانسیل مجازی، پروتکلی برای دوری از هدف طراحی شده است که از تغییر مسیر ناگهانی شناور جلوگیری نماید. به‌علاوه برای بهبود مانورپذیری شناور فروتحریک، بخش طراحی سرعت مطلوب مجازی به الگوریتم کنترل ردیابی مسیر افزوده شده است تا همگرایی خطای سرعت، همگرایی خطای موقعیت شناور را نیز تضمین کند. سپس ردیابی مسیر مطلوب در زمان محدود، توسط کنترل‌کننده مود لغزشی پایانی غیرتکین پیاده شده و پایداری سرعت و موقعیت شناور، به‌صورت نظری اثبات شده است. مقاوم بودن کنترل‌کننده طراحی شده نسبت به گشتاورهای اغتشاشی ناشی از باد و جریان آب تحلیل شده و عملکرد کنترل‌کننده طراحی‌شده، با روش مود لغزشی پایانی کلاسیک مقایسه شده است. در نهایت عملکرد چارچوب پیشنهادی به‌منظور دستیابی به آرایش دایروی توسط شبیه‌سازی نمایش داده شده است.

این مقاله به‌صورت زیر ساختاربندی شده است. در بخش دوم مدل دینامیکی شناورها معرفی شده است. بخش سوم به توصیف چارچوب پیشنهادی برای گروه شناورها می‌پردازد و نحوه طراحی مسیر مطلوب، اجتناب از ورود به حریم هدف و کنترل ردیابی به‌وسیله روش مود لغزشی پایانی غیرتکین را تشریح می‌کند. همچنین در پایان بخش سوم، اثبات پایداری الگوریتم کنترلی طراحی‌شده با استفاده از نظریه لیاپانوف انجام شده است. بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی برای نمایش صحت عملکرد و مقاوم بودن چارچوب پیشنهادی، در دستیابی به آرایش مورد نظر توسط گروه شناورها در شرایط محیطی متأثر از باد و جریان آب، نمایش داده شده است. سپس در بخش آخر نتایج این تحقیق ارائه شده است.

۲- دینامیک شناور

در کنترل شناور بدون سرنشین، ردیابی مسیر مطلوب با دقت هر چه بیشتر باید تضمین شود که می‌توان با در نظر گرفتن مدل افقی سه درجه آزادی از شناور به این هدف نائل آمد [۲۰]. این سه مؤلفه شامل $[x, y, \psi]$ است که $x.y$ موقعیت شناور در صفحه و ψ جهت‌گیری شناور حول محور z مطابق شکل ۱ است.



شکل ۱: دستگاه مختصات زمین ثابت و دستگاه بدنه شناور

ارتباط سرعت‌های خطی و زاویه‌ای هر شناور در دستگاه زمین ثابت و دستگاه بدنه توسط رابطه سینماتیکی (۱) توصیف می‌شود.

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i = R(\psi)\boldsymbol{v_i}$$
$$R(\psi_i) = \begin{bmatrix} cos\psi_i & -sin\psi_i & 0 \\ sin\psi_i & cos\psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۱)$$
$$\boldsymbol{v_i} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ r_i \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta_i} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ \psi_i \end{bmatrix}$$

با فرض غیرقابل تراکم و غیر لزج بودن آب دریا، معادله غیرخطی دینامیک شناور به‌عنوان یک جسم صلب در دستگاه بدنه به‌صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} &m_{11}\dot{u}_i - m_{22}\, v_i\, r_i + d_{11}\, u_i = \tau_{ui} + \tau_{dui} \\ &m_{22}\, \dot{v}_i + m_{11}\, u_i\, r_i + d_{22}\, v_i = \tau_{dvi} \\ &m_{33}\, \dot{r}_i + (m_{22} - m_{11}) v_i\, u_i + d_{33}\, r_i = \tau_{ri} + \tau_{dri} \end{aligned} \qquad (۲)$$

که $m_{ii}.i = 1.2.3$ نمایانگر جرم یا اینرسی، $d_{ii}.i = 1.2.3$ ضرایب میرایی، τ_{ui} و τ_{ri} ورودی‌های کنترلی عامل i ام و τ_{dji} بردار گشتاورهای اغتشاشی عامل i در محور j هستند. همان‌طور که از معادلات مشخص است عملگری مستقیماً روی حرکت جانبی اثرگذار نیست، لذا این شناور یک سامانه فروتحریک با دو نیروی پیشران F_1 و F_2 مطابق شکل ۱ است. همچنین فرض شده است که اغتشاش محیطی ناشی از باد و جریان آب کراندار است و یک مقدار بیشینه حقیقی مثبت به صورت $|\tau_{dji}| \leq T_{ji}$ وجود دارد.

در ادامه، بردار گشتاورهای اغتشاشی ناشی از حاصل‌جمع گشتاور اغتشاشی باد و جریان آب که از مهم‌ترین اغتشاشات محیطی در دریا به شمار می‌روند، محاسبه شده است. برای یک شناور متحرک، نیرو و ممان ناشی از باد روی وسیله شناور برحسب سرعت نسبی باد و زاویه حمله آن مطابق رابطه (۳) محاسبه می‌شود.

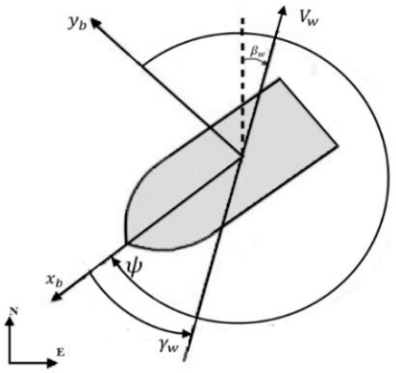
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

$$\boldsymbol{\tau}_w = \frac{1}{2}\rho_a V_{rw}^2 \begin{bmatrix} C_{xw}(\gamma_w)A_{Fw} \\ C_{yw}(\gamma_w)A_{Lw} \\ C_{nw}(\gamma_w)A_{Lw}H_{oa} \end{bmatrix} \quad (۳)$$

که $\rho_a = 1.225\ kg/m^3$ چگالی هوا، A_{Fw} و A_{Lw} ناحیه مقابل و جانبی تصویر شده عمود بر جهت وزش باد، H_{oa} ارتفاع کلی شناور و C_{ij} ضرایب آئرودینامیکی شناور نسبت به محورهای i و j است. سرعت نسبی باد و زاویه حمله آن به‌صورت رابطه (۴) و مطابق شکل ۲ است [۲۰].

$$\begin{aligned} V_{rw} &= \sqrt{(v - V_w\cos(\beta_w - \psi))^2 + (u - V_w\sin(\beta_w - \psi))^2} \\ \gamma_w &= -atan2(v - V_w\cos(\beta_w - \psi), u - V_w\sin(\beta_w - \psi)) \end{aligned} \quad (۴)$$

V_w سرعت باد و β_w جهت باد را نشان می‌دهد که معمولاً در وسایل شناور به ترتیب توسط آنیمومتر و بادنما مشخص می‌شوند [۲۰].



شکل ۲: سرعت باد V_w، جهت وزش باد β_w و زاویه حمله باد γ_w نسبت به شناور [۲۰]

در این مقاله برای محاسبه ضرایب C_{xw}، C_{yw} و C_{nw} از مدل ریاضی بهره گرفته شده است که علاوه بر دقت کافی، هزینه کمتری نسبت به روش‌هایی همچون آزمون‌های تونل باد دارد. همچنین با مقایسه روش‌های مختلف در مدل‌سازی این ضرایب، در این مقاله از مدل بلندرمن (Blendermann)، مطابق رابطه (۵) در [۲۱] استفاده شده است که دقت بیشتری نسبت به سایر روش‌ها دارد [۲۲، ۲۳].

$$\begin{aligned} C_{xw}(\gamma_w) &= -CD_{lAF}\frac{\cos(\gamma_w)}{1 - \frac{\delta}{2}\left(1 - \frac{CD_l}{CD_t}\right)\sin^2(2\gamma_w)} \\ CD_{lAF} &= CD_l\frac{A_{Lw}}{A_{Fw}} \\ C_{yw}(\gamma_w) &= CD_t\frac{\sin(\gamma_w)}{1 - \frac{\delta}{2}\left(1 - \frac{CD_l}{CD_t}\right)\sin^2(2\gamma_w)} \\ C_{nw}(\gamma_w) &= \left[\frac{s_L}{L_{oa}} - 0.18\left(\gamma_w - \frac{\pi}{2}\right)\right]C_{yw}(\gamma_w) \end{aligned} \quad (۵)$$

که CD_{lAF} ضریب مقاومت طولی، CD_t ضریب مقاومت جانبی، δ پارامتر نیروی متقابل، s_L فاصله افقی مرکز جرم از ناحیه تصویر شده A_{Lw} است.

با توجه به منطقه کاری محدود شناور نسبت به پهنه دریا، جریان آب دریا به‌صورت یک بردار دارای اندازه و جهت مدل شده است. سرعت جریان آب با V_c نشان داده شده که جهت آن نسبت به‌وسیله متحرک، با زاویه حمله γ_c و زاویه انحراف جانبی β_c مشابه با شکل ۲ تعریف می‌شود [۲۰]. نیرو و ممان حاصل از جریان آب روی شناور نیز بر اساس مشخصات شناور با تعیین پارامترهای C_{XC}، C_{YC} و C_{NC} و توسط رابطه (۶) محاسبه می‌شود.

$$\boldsymbol{\tau}_c = \frac{1}{2}\rho_w V_{rc}^2 \begin{bmatrix} A_{Fc}C_{XC}(\gamma_c) \\ A_{Lc}C_{YC}(\gamma_c) \\ A_{Lc}\,L_{oa}C_{NC}(\gamma_c) \end{bmatrix} \quad (۶)$$

که V_{rc} سرعت نسبی جریان آب، ρ_w چگالی آب و A_{Fc} و A_{Lc} مساحت تصویر شده مقابل و جانبی با جهت جریان آب و L_{oa} طول کل شناور است. سرعت نسبی و زاویه حمله به‌صورت رابطه (۷) تعیین می‌شوند.

$$\begin{aligned} V_{rc} &= \sqrt{(v - V_c\cos(\beta_c - \psi))^2 + (u - V_c\sin(\beta_c - \psi))^2} \\ \gamma_c &= -atan2(v - V_c\cos(\beta_c - \psi), u - V_c\sin(\beta_c - \psi)) \end{aligned} \quad (۷)$$

پارامترهای C_{XC}، C_{YC} و C_{NC} نیز به‌وسیله برازش تابع بر داده‌های تجربی مطابق رابطه (۸) تقریب زده می‌شود [۲۰].

$$\begin{aligned} C_{XC} &= -c_x\cos(\gamma_c)\,|\cos(\gamma_c)| \\ C_{YC} &= c_y\sin(\gamma_c)\,|\sin(\gamma_c)| \\ C_{NC} &= c_N\sin(2\gamma_c) \end{aligned} \quad (۸)$$

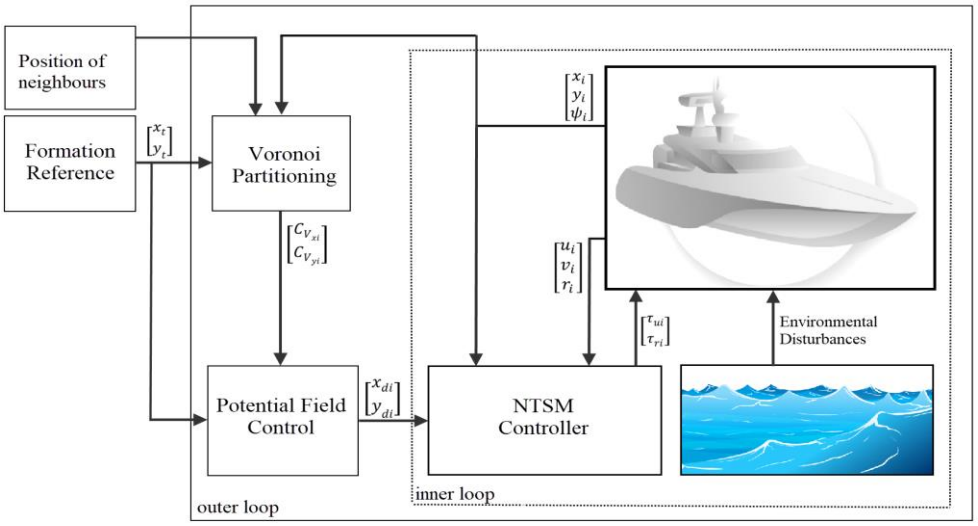
که c_x ، c_y و c_z مقادیر ثابت مثبت وابسته به شکل هندسی شناور هستند. در این مقاله فرض شده است که شناورها همگن هستند یعنی پارامترهای مدل (۲) برای همه شناورها یکسان است. همچنین در محاسبه گشتاورهای اغتشاشی بایستی سرعت‌های نسبی و زوایای حمله در رابطه (۴) و (۷) برای هر شناور محاسبه شود که برای جلوگیری از پیچیده شدن روابط، اندیس شماره شناور حذف شده است.

۳- طراحی کنترل‌کننده برای گروه شناورهای بدون سرنشین

چارچوب کنترلی طراحی شده در این مقاله، یک ساختار سلسله مراتبی برای آرایش گروه شناورهای بدون سرنشین است. در لایه اول برنامه‌ریزی مسیر مطلوب برای مجموعه شناورها بر اساس دیاگرام ورنویی پیشنهاد شده است که متغیر مرکز جرم به‌عنوان نقاط تشکیل‌دهنده‌ی مسیر مطلوب برای هر شناور تعریف می‌شود. همچنین در صورت ورود شناور به حریم هدف که با شعاع مشخصی تعریف شده است، تابع پتانسیل مجازی مسیر مطلوب را اصلاح می‌کند. در لایه دوم طراحی ورودی‌های کنترلی شناور شامل نیروی پیشران τ_{ui} و ممان τ_{ri}، برای ردیابی مسیر مطلوب انجام می‌شود. ورودی‌های کنترلی به‌وسیله کنترل مود لغزشی با ارائه یک معادله غیرخطی برای سطح لغزش، طراحی شده است که منجر به همگرایی خطای ردیابی در زمان محدود خواهد شد. این لایه ویژگی فروتحریک شناور را در نظر می‌گیرد و امکان اجرای مانورهای مختلف مثل مسیر مستقیم و دایروی را برای شناور تحت اغتشاش محیطی فراهم می‌سازد. در شکل ۳ چارچوب پیشنهادی این مقاله برای یک شناور عضو گروه، نمایش داده شده است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

ورودی حلقه داخلی در شکل ۳، مسیری است که هر شناور باید برای رسیدن به موقعیت مطلوبش در آرایش مورد نظر طی کند. کنترل‌کننده طراحی‌شده باید توانایی ردیابی این مسیر را داشته باشد. درادامه بخش‌های مختلف این چارچوب طراحی شده است.



شکل ۳: چارچوب پیشنهادی برای کنترل آرایش‌بندی گروه شناورها

۳-۱ تقسیم‌بندی ورنویی

با افزایش تعداد عامل‌ها در شبکه، برنامه‌ریزی و کنترل آن‌ها به‌صورت مرکزی، دشوار و گاهی غیرممکن می‌شود زیرا حجم محاسباتی بالایی خواهد داشت. از سوی دیگر هر خرابی یا شکست در کنترل‌کننده مرکزی منجر به از دست رفتن مأموریت می‌شود. لذا کنترل توزیع‌شده در حضور محدودیت‌های ارتباطی دنیای واقعی، یک نیاز برای شبکه‌های چندعاملی است. در این راستا تقسیم‌بندی ورنویی به‌منظور جایابی عامل‌ها برای رسیدن به چیدمان بهینه به‌صورت توزیع‌شده استفاده شده است. در ادامه مبانی این روش و مشخصات آن مطرح شده است.

Q یک فضای دو بعدی محدب، با ابعاد محدود است که دیاگرام ورنویی آن را به چند سلول ورنویی مجزا از یکدیگر تقسیم می‌کند. مجموعه‌ی نقاط $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ سلول‌های ورنویی متناظر $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ را تولید می‌کنند. V_i نشان‌دهنده یک ناحیه یا سلول ورنویی است که مربوط به نقطه $p_i = [x_i \quad y_i]^T$ است و به‌صورت رابطه (۹) تعریف می‌شود:

$$V_i = \{q \in Q | d(q - p_i) \leq d(q - p_j), \forall j \neq i\} \qquad (۹)$$

اجتماع این سلول‌ها کل ناحیه Q را تشکیل می‌دهد یعنی $\bigcup_{i=1}^{n} V_i = Q$. همچنین شرط $I(V_i) \bigcap I(V_j) = \emptyset$ برقرار است یعنی نواحی داخلی سلول‌های ورنویی باهم اشتراکی ندارند. در محیط دوبعدی تعریف تابع فاصله d به‌صورت رابطه (۱۰) است:

$$d(q - p_i) = \|q - p_i\| \qquad (۱۰)$$

گراف ارتباطی دوگان با دیاگرام ورنویی گراف همبند (Connected) دلونویی (Delaunay) است [۹]. همبندی کل شبکه برای اشتراک اطلاعات اهمیت ویژه دارد. حال اگر فرض شود که هر یک از نقاط تولیدکننده نواحی ورنویی یک عامل متحرک است و احتمال رخداد یک پدیده یا توزیع یک پارامتر فیزیکی توسط تابع چگالی $\phi: Q \to \mathcal{R}^+$ توصیف می‌شود، هر سلول ورنویی، ناحیه‌ی مختص هر عامل را نمایش می‌دهد. سپس معیاری تحت عنوان تابع هزینه پوشش، برای عملکرد سیستم مطابق رابطه (۱۱) تعریف می‌شود [۱۰].

$$H(P,Q) = \sum_{i=1}^{n} H(p_i, V_i) = \sum_{i=1}^{n} \int_{V_i} min \frac{1}{2} \|q - p_i\|^2 \phi(q)\, dq \qquad (۱۱)$$

برای یافتن چیدمان بهینه عامل‌ها، نقاط اکسترمم تابع $H(P,Q)$ بر اساس رابطه (۱۲) مشخص می‌شود.

$$\frac{\partial H(p_i, V_i)}{\partial p_i} = \int_{V_i} \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\frac{1}{2} \|q - p_i\|^2\right) \phi(q)\, dq = -\int_{V_i} (q - p_i)\, \phi(q)\, dq = \left(\int_{V_i} \phi(q)\, dq\right) \left(p_i - \frac{\int_{V_i} q\ \phi(q)\, dq}{\int_{V_i} \phi(q)\, dq}\right) \qquad (۱۲)$$

با توجه به رابطه (۱۲) مرکز جرم هر سلول به‌صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود.

$$C_{V_i} = \frac{\int_{V_i} q\ \phi(q) dq}{\int_{V_i} \phi(q) dq} \qquad (۱۳)$$

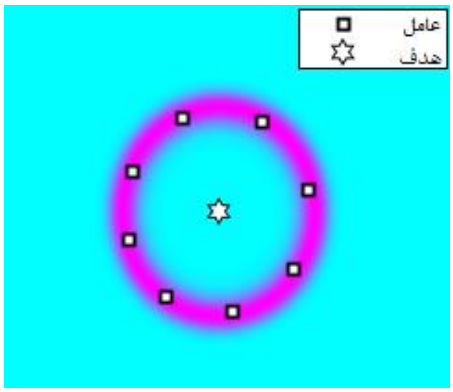
لذا برای کمینه کردن H، هر عامل نه‌تنها بایستی نقطه‌ی تولیدکننده سلول ورنویی خود باشد، بلکه بایستی در مرکز جرم سلول ورنویی خود نیز قرار داشته باشد. به‌عبارت‌دیگر $p_i = C_{V_i}$ نقاط بهینه محلی در مسئله

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

بهینه‌سازی مکانی است. میزان اهمیت هر نقطه نسبت به سایر نقاط در منطقه بر عهده تابع ϕ است که درنهایت تعیین‌کننده شکل چینش عامل‌ها است. در این مقاله چیدمان مطلوب، محاصره‌ی هدف توسط عامل‌ها به‌صورت دایروی است که در شکل ۴ نمایش داده شده است. برای این چیدمان تابع چگالی به‌صورت رابطه (۱۴) پیشنهاد می‌شود.

$$\phi = exp\left(-k_\phi(a(x-x_t)^2 + b(y-y_t)^2 - r^2)\right) \quad (۱۴)$$

که (x_t, y_t) موقعیت هدف موردنظر، r ، a و b نیز پارامترهای تعیین‌کننده شعاع محاصره به‌صورت یک بیضی است. در شکل ۴، علامت مربع نشان‌دهنده عامل‌ها است که به دور یک هدف، با شکل ستاره، حلقه زده‌اند.



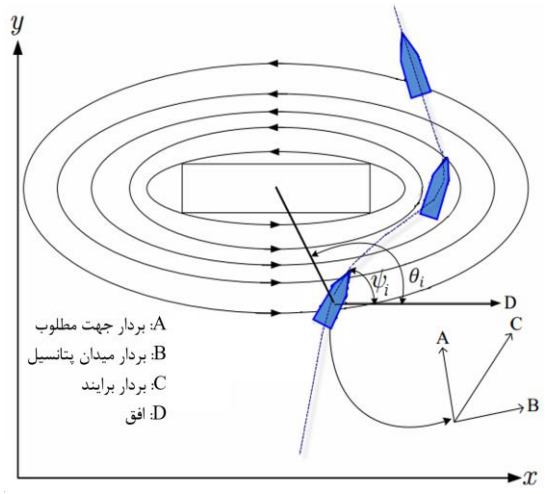
شکل ۴: چیدمان دایروی عامل‌ها برای محاصره هدف

لازم به ذکر است که با تغییر تابع چگالی در رابطه (۱۴)، آرایش‌های متفاوت قابل دستیابی است. به‌عنوان مثال استفاده از تابع گوسی، منجر به تجمع بیشتر عامل‌ها در محل میانگین تابع گوسی خواهد شد. از سوی دیگر، موقعیت هدف مورد نظر در این مقاله ثابت در نظر گرفته است. از نظر عملیاتی این بدین معناست که دینامیک حرکت هدف، کندتر از دینامیک حرکت عامل‌ها است.

۲-۳ عدم ورود به حریم هدف

با توجه به فرض لازم مبنی بر عدم ورود شناور به حریم هدف، در این بخش الگوریتم اصلاح مسیر توسعه داده شده است که در کاربردهایی مثل احاطه مرکز نشت آلودگی یا محاصره هدف مهاجم مورد توجه است. به‌عنوان‌مثال اگر آرایش‌بندی عامل‌ها به‌منظور احاطه بر یک منبع آلودگی باشد، ورود شناورها به منطقه آلوده و نزدیک شدن به مرکز آن منجر به تغییر شکل توزیع آلودگی روی آب و یا اختلال در عملکرد شناور خواهد شد.

ایده اصلی روش تابع پتانسیل مجازی معرفی تابع تولیدکننده نیروی مجازی است که با کاهش فاصله از مانع، نیروی مجازی افزایش یابد و از برخورد با مانع جلوگیری شود و پس از خروج از محدوده غیرمجاز، مقدار این نیرو به صفر می‌رسد. با الهام از [۱۳]، در این بخش یک روش جدید برای دوری از هدف تحت نظر تا شعاع معین R_{safe}، به‌وسیله تابع پتانسیل چرخشی ارائه می‌شود. مزیت اصلی این روش این است که متناسب با جهت حرکت شناور، به آرامی آن را از هدف دور می‌کند. بردارهای این تابع پتانسیل دور هدف می‌چرخند؛ به‌نحوی‌که جهت این چرخش وابسته به زاویه حرکت شناور است. اگر شناور وارد محدوده غیرمجاز حول هدف شود، سرعت آن با سرعتی حاصل از میدان پتانسیل مجازی جمع خواهد شد تا منجر به تغییر مسیر آن شود. در شکل ۵ شرایطی که شناور، هدف را در سمت چپ خود می‌بیند، نمایش داده شده است.



شکل ۵: میدان پتانسیل اطراف هدف و مسیر عامل متحرک [۱۳]

در شکل ۵، چرخش میدان حول هدف به‌صورت پادساعت‌گرد است. در این شرایط نیروی وارد به شناور، در خلاف جهت حرکت آن نیست. درنتیجه شناور در نقطه کمینه محلی قرار نمی‌گیرد و همچنین به‌طور ناگهانی تغییر مسیر نمی‌دهد. ψ_i زاویه ورود شناور به میدان پتانسیل چرخشی و θ_i زاویه خط واصل بین هدف و هر شناور با محور افقی است که به‌وسیله رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود.

$$\psi_i = atan2(\dot{y}_i, \dot{x}_i)$$
$$\theta_i = atan2(y_t - y_i, x_t - x_i) \quad (۱۵)$$

اگر $mod(\psi_i - \theta_i, 2\pi) \le \pi$ باشد، به این معناست که $\theta_i \le \psi_i$. در این شرایط چرخش به دور هدف به‌صورت ساعت‌گرد و مطابق رابطه (۱۶) در نظر گرفته شده است. اگر $mod(\psi_i - \theta_i, 2\pi) > \pi$ باشد، چرخش شناور به‌صورت پادساعت‌گرد و مطابق رابطه (۱۷) در نظر گرفته خواهد شد. از سوی دیگر تغییر مسیر باید با سرعتی متناسب با اندازه‌ی سرعت مطلوب شناور جمع شود؛ زیرا این سرعت افزوده شده باید توانایی ایجاد تغییر مسیر را داشته باشد [۱۳]. بنابراین ترم $|u_{xdesi}|$ یا $|u_{ydesi}|$ در رابطه‌ها لحاظ شده است. همچنین سرعت تغییر مسیر عامل باید با عکس فاصله‌ی عامل از هدف ، متناسب باشد تا در شرایطی که موقعیت شناور به هدف نزدیک‌تر است، با سرعت بیشتری از آن دور شود. تمام این موارد در طراحی روابط (۱۶) و (۱۷) لحاظ شده است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

$$u_{xAPFi} = \frac{B}{A}\left(\frac{1}{(y_t - y_i)^2 + (x_t - x_i)^2}\right)|u_{xdesi}|(y_i - y_t)$$
$$u_{yAPFi} = \frac{-A}{B}\left(\frac{1}{(y_t - y_i)^2 + (x_t - x_i)^2}\right)|u_{ydesi}|(x_i - x_t) \quad (۱۶)$$

در شرایطی که چرخش پادساعت‌گرد شناور حول هدف لازم باشد طبق رابطه (۱۷) سرعت مطلوب شناور در نظر گرفته می‌شود.

$$u_{xAPFi} = \frac{-B}{A}\left(\frac{1}{(y_t - y_i)^2 + (x_t - x_i)^2}\right)|u_{xdesi}|(y_i - y_t)$$
$$u_{yAPFi} = \frac{A}{B}\left(\frac{1}{(y_t - y_i)^2 + (x_t - x_i)^2}\right)|u_{ydesi}|(x_i - x_t) \quad (۱۷)$$

که (x_t, y_t) موقعیت هدف موردنظر، (x_i, y_i) موقعیت عامل و u_{xdesi} و u_{ydesi} سرعت‌های مطلوب شناور i ام برای رسیدن به موقعیت مطلوب است. ضرایب A و B به ترتیب متناسب با عکس اندازه قطر بیضی حول هدف در راستای محور x و y است.

حال به منظور تعیین موقعیت مطلوب هر عامل به توجه به موقعیت مطلوب تعریف شده در رابطه (۱۳) و در نظر گرفتن سرعت اصلاحی در روابط (۱۶) و (۱۷)، مسیر مطلوب هر شناور را در هر گام مطابق رابطه (۱۸) طراحی شده است.

$$p_{di}(t + \Delta t) = p_{di}(t) + (u_{desi} + u_{APFi})\,\Delta t$$
$$u_{desi} = K_{pi}\left(p_i(t) - C_{V_i}\right) \quad (۱۸)$$

که $K_{pi} > 0$، $p_{di} = [x_{di} \quad y_{di}]^T$ موقعیت مطلوب شناور، $u_{desi} = [u_{xdesi} \quad u_{ydesi}]^T$، $u_{APFi} = [u_{xAPFi} \quad u_{yAPFi}]^T$ و Δt گام زمانی است تا مسیر طراحی شده یک مسیر هموار باشد.

۳-۳ طراحی کنترل کننده شناور

در این بخش حلقه داخلی شکل ۳، به‌منظور طراحی کنترل‌کننده مود لغزشی پایانی غیرتکین انتگرالی (Integral Nonsingular Terminal Sliding Mode (INTSM) برای شناور گسترش داده شده است. شکل ۶ بلوک دیاگرام طراحی شده برای کنترل ردیابی شناور بدون سرنشین فروتحریک را نشان می‌دهد. این ساختار پیشنهادی، با اضافه کردن بلوک طراحی سرعت مجازی و اثبات پایداری خطای موقعیت شناور پس از صفر شدن خطای سرعت، منجر به بهبود عملکرد کنترل‌کننده می‌شود.

در این بخش اندیس شناورها برای ساده‌تر شدن روابط ریاضی نمایش داده نشده و معادلات برای یک شناور مطرح شده است. کنترل‌کننده بایستی خطای بین موقعیت شناور و موقعیت مطلوب را در هر لحظه از زمان کمینه سازد. لذا خطای ردیابی موقعیت شناور به‌صورت رابطه (۱۹) تعریف می‌شود.

$$x_e = x - x_d$$
$$y_e = y - y_d \quad (۱۹)$$

(x_d, y_d) مختصات مسیر مطلوب طی زمان است که این مقادیر از نتایج لایه اول شکل ۳ حاصل می‌شود. خطای ردیابی سرعت نیز به‌صورت رابطه (۲۰) تعریف می‌شود.

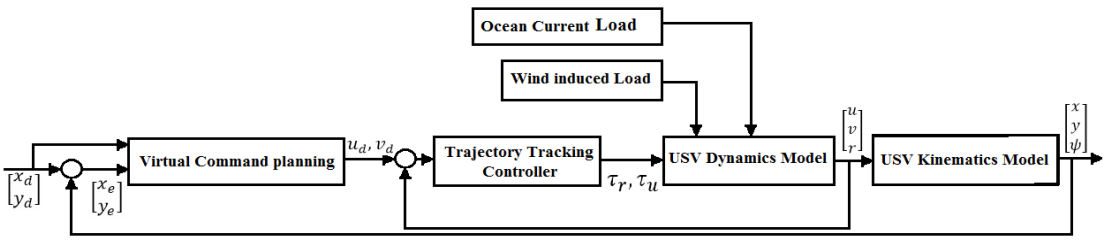
$$v_e = v - v_d$$
$$u_e = u - u_d \quad (۲۰)$$

که u_d و v_d سرعت‌های مطلوب در راستای روبه‌جلو و جانبی هستند. برای تضمین اینکه همگرایی خطای سرعت منجر به همگرایی خطای موقعیت می‌شود، مقدار مطلوب برای u_d و v_d مطابق رابطه (۲۱) طراحی می‌شود.

$$\begin{bmatrix} u_d \\ v_d \end{bmatrix} = \boldsymbol{J_\psi}\begin{bmatrix} \dot{x}_d - \left(k_{1x}\, x_e + k_{2x}\int_0^t x_e\, d\tau\right) \\ \dot{y}_d - \left(k_{1y}\, y_e + k_{2y}\int_0^t y_e\, d\tau\right) \end{bmatrix} \quad (۲۱)$$
$$\boldsymbol{J_\psi} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix}$$

اگر خطای ردیابی سرعت با جایگذاری رابطه (۲۱) در (۲۰) بازنویسی شده و برابر صفر قرار داده شود، با توجه به غیر صفر بودن ماتریس $\boldsymbol{J_\psi}$، بخش دوم رابطه مطابق با رابطه (۲۲) برابر صفر خواهد شد.

$$\dot{x}_e + k_{1x}\, x_e + k_{2x}\int_0^t x_e\, d\tau = 0$$
$$\dot{y}_e + k_{1y}\, y_e + k_{2y}\int_0^t y_e\, d\tau = 0 \quad (۲۲)$$



شکل ۶: بلوک دیاگرام کنترل ردیابی مسیر مطلوب برای شناور بدون سرنشین

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

با تغییر متغیر $x_I = \int_0^t x_e\, d\tau$ و $y_I = \int_0^t y_e\, d\tau$ رابطه (۲۲) به شکل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم مطابق رابطه (۲۳) بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_I + k_{1y}\,\dot{x}_I + k_{2y}\,x_I = 0 \\ &\ddot{y}_I + k_{1y}\,\dot{y}_I + k_{2y}\,y_I = 0 \end{aligned} \tag{۲۳}$$

که به ازای ${k_{1j}}^2 - 4k_{2j} > 0$، ریشه‌های معادله (۲۳) به‌صورت رابطه (۲۴) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} x_I &= c_{1x} e^{\frac{\left(-k_{1x}-\sqrt{{k_{1x}}^2-4\,k_{2x}}\right)(t-t_{sum})}{2}} \\ &\quad + c_{2x} e^{\left(-k_{1x}+\sqrt{{k_{1x}}^2-4\,k_{2x}}\right)(t-t_{sum})/2} \\ y_I &= c_{1y} e^{\frac{\left(-k_{1y}-\sqrt{{k_{1y}}^2-4\,k_{2y}}\right)(t-t_{sum})}{2}} \\ &\quad + c_{2y} e^{\left(-k_{1y}+\sqrt{{k_{1y}}^2-4\,k_{2y}}\right)(t-t_{sum})/2} \end{aligned} \tag{۲۴}$$

با استفاده از $x_e = \dot{x}_I$ و $y_e = \dot{y}_I$ خطای موقعیت شناور به‌صورت رابطه (۲۵) خواهد بود.

$$\begin{aligned} x_e &= c_{1x}\frac{-k_{1x}-\sqrt{{k_{1x}}^2-4\,k_{2x}}}{2} e^{\frac{\left(-k_{1x}-\sqrt{{k_{1x}}^2-4\,k_{2x}}\right)(t-t_{sum})}{2}} \\ &\quad + c_{2x}\frac{-k_{1x}-\sqrt{{k_{1x}}^2-4\,k_{2x}}}{2} e^{\frac{\left(-k_{1y}+\sqrt{{k_{1x}}^2-4\,k_{2x}}\right)(t-t_{sum})}{2}} \\ y_e &= c_{1y}\frac{-k_{1y}-\sqrt{{k_{1y}}^2-4\,k_{2y}}}{2} e^{\frac{\left(-k_{1y}-\sqrt{{k_{1y}}^2-4\,k_{2y}}\right)(t-t_{sum})}{2}} \\ &\quad + c_{2y}\frac{-k_{1y}-\sqrt{{k_{1y}}^2-4\,k_{2y}}}{2} e^{\frac{\left(-k_{1y}+\sqrt{{k_{1y}}^2-4\,k_{2y}}\right)(t-t_{sum})}{2}} \end{aligned} \tag{۲۵}$$

همان‌طور که از رابطه (۲۵) مشخص است بعد از صفر شدن خطای سرعت، خطای موقعیت نیز به‌صورت نمایی به صفر میل می‌کند.

در ادامه برای پایدارسازی خطای سرعت شناور، طراحی کنترل‌کننده در دو بخش طراحی شده است که یکی برای کنترل حرکت روبه‌جلو و دیگری برای حرکت جانبی شناور است. این کنترل‌کننده محدودیت روش ارائه شده در [۱۵] را مرتفع می‌سازد و علاوه بر مسیر دایروی، امکان ردیابی مسیر مستقیم را نیز برای شناور فراهم می‌کند. با فرض اینکه مسیر مطلوب پیوسته و مشتق‌پذیر است، سطح لغزشی برای این دو بخش به‌صورت رابطه (۲۶) در نظر گرفته‌شده است.

$$\begin{aligned} S_{ITSM} &= \int_0^t u_e(\tau)\; d\tau \;+\; \beta_1\, u_e(t)^{\alpha_1} \\ S_{NTSM} &= v_e(t) \;+\; \beta_2\, \dot{v}_e(t)^{\alpha_2} \end{aligned} \tag{۲۶}$$

که v_e و u_e خطای ردیابی سرعت و β_1 و β_2 پارامتر ثابت مثبت هستند. α_1 و α_2 نیز در بازه $(1,2)$ اعداد حقیقی هستند که حاصل تقسیم دو عدد فرد در نظر گرفته می‌شود.

لم ۱– شناور با مدل سینماتیکی و دینامیکی (۱) و (۲) را در نظر بگیرید. با سطح لغزش (۲۶)، اگر قانون کنترلی مطابق روابط (۲۷) و (۲۸) باشد، خطای ردیابی سرعت در زمان محدود به صفر می‌رسد و در نتیجه‌ی آن، خطای ردیابی موقعیت نیز به صفر میل می‌کند.

$$\begin{aligned} \tau_u &= -m_{22} v\, r + d_{11} u + m_{11}\dot{u}_d \\ &\quad -\frac{1}{\beta_1}\frac{1}{\alpha_1} m_{11}(u_e)^{2-\alpha_1} - m_{11}\, W_1\, sgn(S_{ITSM}) \end{aligned} \tag{۲۷}$$

$$\begin{aligned} \tau_r &= (m_{22} - m_{11})uv \;+ d_{33} r \\ &\quad + \frac{m_{33}}{\left(\frac{m_{11}}{m_{22}}u - u_d\right)}\left[\frac{m_{11}}{m_{22}}\dot{u}\, r + \frac{d_{22}}{m_{22}}\dot{v} + \Delta - \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\beta_2}\frac{1}{\alpha_2}(\dot{v}_e)^{2-\alpha_2} - W_2\, sgn(S_{NTSM})\right] \end{aligned} \tag{۲۸}$$

که $\Delta = \ddot{v}_d + \dot{r}u_d$ است و W_2 و W_1 پارامترهای کنترلی با مقدار مثبت هستند.

اثبات– تابع لیاپانوف به‌صورت رابطه (۲۹) را در نظر بگیرید.

$$V = \frac{1}{2}(S_{ITSM}^2 + S_{NTSM}^2) > 0 \tag{۲۹}$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف، جای‌گذاری معادلات (۲۷) و (۲۸) در آن و ساده‌سازی معادله، مشتق تابع لیاپانوف برابر رابطه (۳۰) است.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -W_1\, \beta_1\alpha_1(u_e)^{\alpha_2-1}\; S_{ITSM}\; sign(S_{ITSM}) \\ &\quad -W_2\beta_2\alpha_2(\dot{v}_e)^{\alpha_2-1}\; S_{NTSM}\; sign(S_{NTSM}) \end{aligned} \tag{۳۰}$$

اگر α_1 و α_2 حاصل‌تقسیم اعداد فرد و بزرگ‌تر از یک انتخاب شوند، تابع $f_1(u_e) = (u_e)^{\alpha_2-1}$ و $f_2(v_e) = (\dot{v}_e)^{\alpha_2-1}$ بزرگ‌تر از صفر بوده و درنتیجه رابطه (۳۱) کوچک‌تر یا مساوی صفر است:

$$\begin{aligned} &\dot{V} = \\ &-W_1\, f_1(u_e)|S_{ITSM}| - W_2\, f_2(v_e)|S_{NTSM}| \le 0 \end{aligned} \tag{۳۱}$$

بنابراین همگرا شدن به سطوح لغزش رابطه (۲۶) تضمین می‌شود. هنگامی‌که سیستم روی سطح لغزش $S_{ITSM} = 0$ قرار می‌گیرد، باید همگرا شدن سیستم به سمت نقطه تعادلش بررسی شود. با صفر قرار دادن سطح لغزش S_{ITSM} و مشتق‌گیری از آن، رابطه (۳۲) حاصل می‌شود.

$$\dot{u}_e(\tau) = -\,\beta_1\, u_e(t)^{\alpha_1} \tag{۳۲}$$

که به ازای $\beta_1 > 0$ و $1 < \alpha_1 < 2$ رابطه (۳۲) پایدار است و لذا خطای سرعت روبه‌جلو، پس از قرار گرفتن روی سطح لغزش در زمان محدود به صفر می‌رسد. معادله $S_{NTSM} = 0$ نیز بایستی پایدار باشد تا خطای سرعت جانبی صفر شود که مطابق رابطه (۳۳) است.

$$v_e(t) \;+\; \beta_2\, \dot{v}_e(t)^{\alpha_2} = 0 \tag{۳۳}$$

رابطه (۳۳) معادل رابطه متناظر لم ۱ در مرجع [۱۶] است. درنتیجه همگرایی v_e و $\dot{v}_e$ به صفر تضمین می‌شود. همچنین بر اساس تحلیل ابتدای این بخش، در رابطه (۲۵) با صفر شدن خطای ردیابی سرعت، خطای ردیابی موقعیت نیز به صفر میل خواهد کرد.

الگوریتم ۱: آرایش شناورهای سطحی

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

هدف: جانمایی یک گروه متشکل از N شناور برای محاصره یک هدف مشخص

در هر گام زمانی برای هر یک از N شناور اقدامات زیر انجام می‌شود:

۱-موقعیت خود را اندازه می‌گیرد و اطلاعات موقعیت را با همسایگان به اشتراک می‌گذارد.

۲- ناحیه ورنویی خود را محاسبه می‌نماید.

۳-مقدار مرکز جرم خود را مطابق رابطه (۱۳)، به‌عنوان نقطه مطلوب، محاسبه می‌نماید.

۴-اگر فاصله نقطه مطلوب از موقعیت هدف کمتر از شعاع R_{safe} باشد:

زاویه ورود شناور به میدان پتانسیل مطابق رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود.

اگر $\mathrm{mod}(\psi_i - \theta_i, 2\pi) \le \pi$ باشد، اصلاح مسیر توسط رابطه (۱۶) انجام می‌شود.

اگر $\mathrm{mod}(\psi_i - \theta_i, 2\pi) > \pi$ باشد، اصلاح مسیر توسط رابطه (۱۷) انجام می‌شود.

۵-نقطه مطلوب جدید شناور به‌وسیله رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود.

۶-گشتاور کنترلی توسط رابطه (۲۷) و (۲۸) محاسبه می‌شود.

۷-موقعیت شناور بر اساس مدل (۱) به‌روزرسانی می‌شود.

چارچوب کنترل توزیع‌شده شناورهای بدون سرنشین طراحی شده در این مقاله، در الگوریتم ۱ خلاصه شده است. هر شناور موقعیت خود و موقعیت هدف را می‌داند. همچنین شناورها توانایی ارتباط با همسایگان خود به‌منظور دریافت اطلاعات موقعیتی آن‌ها را دارند.

٤- نتایج شبیه‌سازی

به‌منظور بررسی عملکرد کنترل‌کننده طراحی شده در این تحقیق، ابتدا عملکرد ردیابی مسیر مستقیم برای یک شناور در لایه دوم چارچوب پیشنهادی بررسی شده است. نتایج با کنترل مود لغزشی پایانی کلاسیک (TSMC) مقایسه و عملکرد آن تحت اغتشاش محیطی ناشی از باد و جریان آب دریا تحلیل شده است. سپس در بخش دوم چارچوب پیشنهادی برای آرایش‌بندی دایروی گروه شناورهای بدون سرنشین پیاده‌سازی شده و نتایج عملکرد آن برای رسیدن به آرایش مطلوب بررسی شده است.

سطح لغزش در نظر گرفته شده برای روش مود لغزشی پایانی کلاسیک مطابق رابطه (۳۴) است:

$$S_u = u_e + \beta_1 \left(\int u_e \, d\tau \right)^{p_1/q_1}$$
$$S_v = v_e + \beta_2 (v_e)^{p_1/q_1} \qquad (۳۴)$$

که $p_1 = 3$ و $q_1 = 5$ و β_1 و β_2 اعداد صحیح فرد مثبت است.

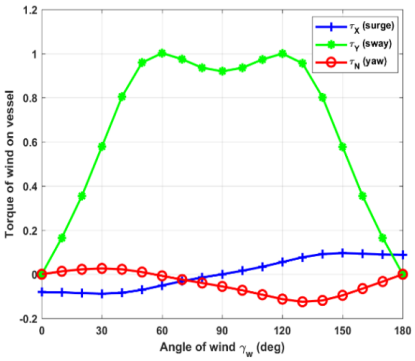
پارامترهای شناور در رابطه (۱) و (۲) به‌صورت m_{11}=31.41، m_{22}= m_{33}=38.95،65.98، d_{11}=8.806، d_{22}=65.54 و d_{33}=6.73 در نظر گرفته شده است. گشتاورهای اغتشاشی با استفاده از رابطه (۳) و (۶) و پارامترهای جدول ۱ محاسبه می‌شود.

جدول ۱: پارامترهای نیروی ناشی از باد برای شناور

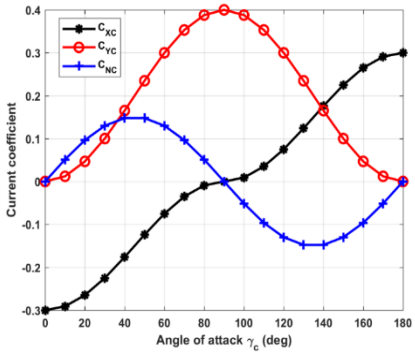
نام متغیر	مقدار	واحد
CD_t	0.8	-
$(\gamma_w \le \pi/2)CD_{lAF}$	0.55	-
$(\gamma_w > \pi/2)CD_{lAF}$	0.6	-
δ	0.6	-
A_{Fw}	0.24	m²
A_{Lw}	1.6	m²
s_L	-0.6	m
L_{oa}	0.7	m

شکل ۷ گشتاور و نیروی ناشی از نیروی باد را در سرعت میانگین باد ۱ متر بر ثانیه برحسب زاویه حمله نمایش می‌دهد. همان‌طور که از شکل ۷ مشخص است، مقدار گشتاور در هر راستا متفاوت است و طبق انتظار، نیروی باد در راستای جانبی که بیشترین مساحت در مقابل بردار عمود باد را داراست، بیشترین اندازه را دارد. به‌طور مشابه ضرایب جریان آب برحسب زاویه حمله در شکل ۸ نمایش داده شده است و بر مبنای آن گشتاور و نیروی ناشی از آن روی شناور با استفاده رابطه (۶) محاسبه می‌شود.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

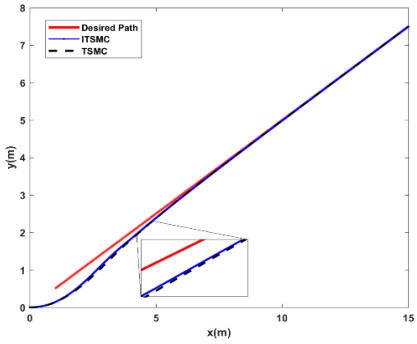


شکل ۷: گشتاور باد برحسب زاویه حمله در سرعت باد ۱متر بر ثانیه



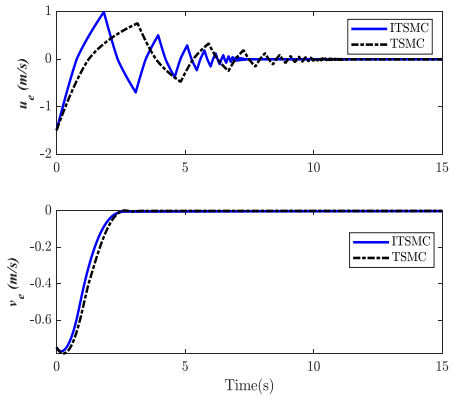
شکل ۸: ضرایب جریان آب برحسب زاویه حمله برای شناور

پارامترهای کنترل‌کننده در روابط (۲۷) و (۲۸) به‌صورت $\alpha_1 = 1.6$، $\alpha_2 = 1.6$، $W_1 = W_2 = 2$، $\beta_1 = 2$ و $\beta_2 = 3$ و پارامترهای بخش طراحی سرعت مجازی به‌صورت $k_{1x} = k_{1y} = 4$ و $k_{2x} = k_{2y} = 1$ در نظر گرفته شده است. شکل ۹ مسیر طی شده توسط شناور و مسیر مطلوب را در فضای دوبعدی نمایش می‌دهد و مشاهده می‌شود که روش ITSMC عملکرد بهتری نسبت به TSMC ازنظر زمان همگرایی و دقت ردیابی دارد. در شکل ۱۰، خطای ردیابی سرعت مطلوب ترسیم شده است که نشان‌دهنده صفر شدن خطا در زمان محدود است.

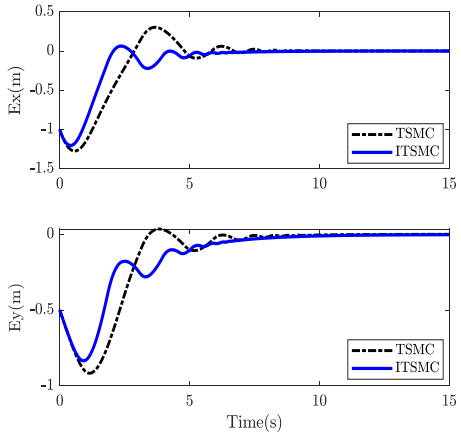


شکل ۹: مسیر مستقیم طی‌شده و مسیر مطلوب شناور در دو بعد

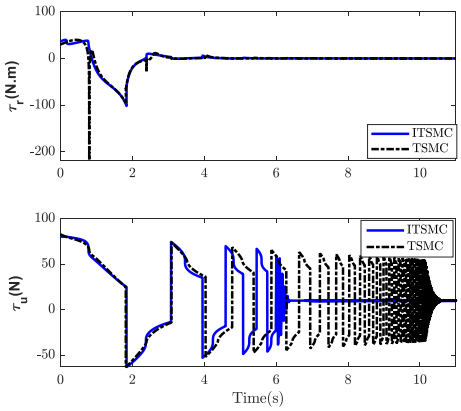
در شکل ۱۱ خطای ردیابی موقعیت برای شناور ترسیم شده است. پس از صفر شدن خطای ردیابی سرعت، خطای موقعیت نیز به‌صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود. زمان همگرایی خطای ردیابی سرعت شامل دو فاز دستیابی و فاز لغزش است. در فاز دستیابی، حالت‌ها به سطح لغزش $S_{ITSM} = 0$ می‌رسند و سپس در فاز لغزش خطای ردیابی سرعت در زمان محدود به صفر همگرا می‌شود. گشتاور کنترلی عامل برای طی مسیر مستقیم در شکل ۱۲ نمایش داده شده است که موید عملکرد مناسب‌تر روش ITSMC است.



شکل ۱۰: خطای ردیابی سرعت مطلوب برای شناور



شکل ۱۱: خطای ردیابی موقعیت شناور



شکل ۱۲: ورودی‌های کنترلی شنارو

با توجه به رابطه (۳۲)، زمان همگرایی خطا به صفر برای سرعت روبه‌جلو u از رابطه (۳۵) محاسبه می‌شود.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

$$t_{sum} = t_{reach} + t_s = t_{reach} + \frac{\beta_1 \alpha_1}{(\alpha_1 - 1)} |u_e(t_{reach})|^{\alpha_1 - 1} \quad (۳۵)$$

که t_{reach} زمان رسیدن سیستم به سطح لغزش $S_{ITSM} = 0$، t_s زمانی است که $u_e(t_{reach})$ به $u_e(t_{reach} + t_s) = 0$ می‌رسد و t_{sum} زمانی است که خطا از $u_e(0)$ به $u_e(t_{sum}) = 0$ برسد. مشابه این محاسبه برای خطای ردیابی سرعت v نیز قابل انجام است. برای مقایسه کمّی عملکرد دو کنترل‌کننده، شاخص عملکرد ردیابی میانگین طبق رابطه (۳۶) تعریف شده است.

$$\mathcal{L}_2(error) = \sqrt{\frac{1}{T_f}\int_0^{T_f} |error|^2 dt} \quad (۳۶)$$

که T_f کل زمان شبیه‌سازی است. مقادیر این شاخص در جدول ۲ لیست شده و با استناد به این جدول مشاهده می‌شود که مقدار $\mathcal{L}_2(error)$ برای روش ITSMC کمتر از روش TSMC است و لذا روش پیشنهادی، عملکرد بهتری را ارائه می‌دهد.

برای مقایسه کمّی تأثیر مدل‌سازی شرایط محیطی، سه سناریو مطابق زیر در نظر گرفته شده است:

۱- گشتاور اغتشاشی در سه راستا به‌صورت $3sin\,(0.2 * t)$

۲- پارامترهای محیطی $V_w = 5\frac{m}{s}$، $V_c = 1\frac{m}{s}$ و $\beta_c = \beta_w = 26°$

۳- پارامترهای محیطی $V_w = 5\frac{m}{s}$، $V_c = 1\frac{m}{s}$ و $\beta_c = \beta_w = -26°$

سناریو اول گشتاور اغتشاشی متداول در سایر مقالات مثل [۱۵] است، گشتاور اغتشاشی در سناریوی دوم به حرکت شناور در راستای مسیر مطلوب کمک می‌کند و گشتاور اغتشاشی در سناریوی سوم، نیروی مخالف در برابر حرکت شناور در مسیر مطلوب است. شاخص میانگین تلاش کنترلی برای مقایسه تأثیر این سناریوها، در رابطه (۳۷) تعریف می‌شود.

$$\mathcal{L}_2(T) = \sqrt{\frac{1}{T_f}\int_0^{T_f} |\tau|^2 dt} \quad (۳۷)$$

مقادیر این شاخص در جدول ۳، نشان‌دهنده تلاش کنترلی میانگین کمتر، در سناریو دوم نسبت به سایر موارد است که مطابق انتظار نیز هست.

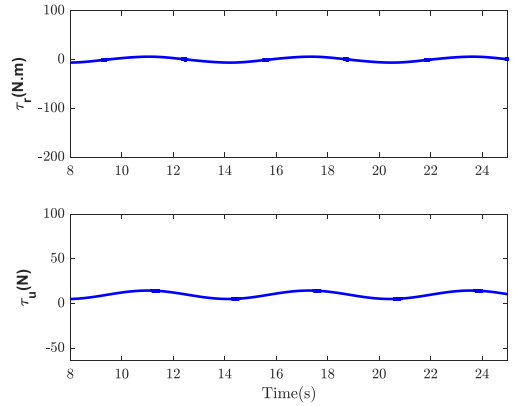
به منظور مقاوم بودن کنترل‌کننده پیشنهادی، اطلاعات کران بالای اغتشاش محیطی در تنظیم بهره کنترلی لحاظ شده است که در پیوست دوم تحلیل شده است. همچنین به‌منظور بررسی مقاوم بودن کنترل‌کننده رابطه (۲۷) و (۲۸) در شکل ۱۳ گشتاور کنترلی شناور برای غلبه بر اغتشاش سینوسی $\tau_{dji} = 0.2 * sin\,(t)$ در رابطه (۲)، پس از شرایط گذرا رسم شده است.

جدول ۲: پارامترهای عملکرد ردیابی در استراتژی ITSMC و TSMC

معیار عملکرد	ITSMC	TSMC
$\mathcal{L}_2(u_e)$	0.305	0.323
$\mathcal{L}_2(v_e)$	0.183	0.197
$\mathcal{L}_2(x_e)$	0.315	0.383
$\mathcal{L}_2(y_e)$	0.258	0.296

جدول ۳: تلاش کنترلی میانگین برای سناریوهای در نظر گرفته‌شده

شماره سناریو	$\mathcal{L}_2(\tau_r)$	$\mathcal{L}_2(\tau_r)$
1	25.98	25.98
2	25.19	25.19
3	26.69	26.69

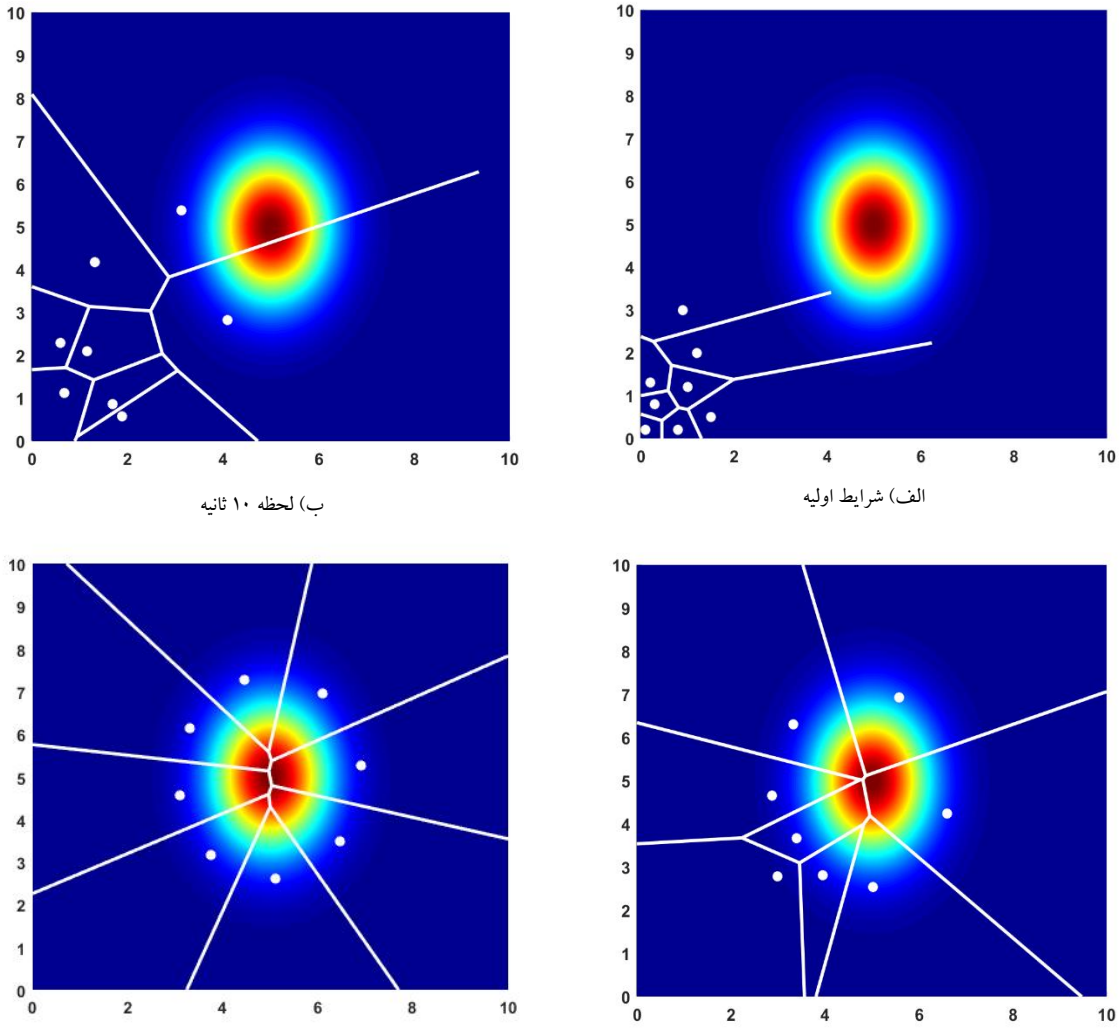


شکل ۱۳: ورودی‌های کنترلی شناور تحت اغتشاش سینوسی پس از حالت گذرا

با توجه به شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که پس از حالت گذرا، مقدار ورودی‌های کنترلی همچنان تغییراتی دارد تا شناور را در مسیر مطلوب حفظ نماید. این موضوع نشان‌دهنده‌ی توانایی کنترل‌کننده طراحی‌شده برای حفظ شناور در مسیر مطلوب تحت تاثیر نیروهای محیطی است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ورودی‌های کنترلی (۲۷) و (۲۸) در مقابل اغتشاش کراندار مقاوم هستند.

در بخش دوم پیاده‌سازی الگوریتم آرایش‌بندی برای ۸ شناور در یک فضای دوبعدی ارائه شده است. پارامترهای شناورها با هم یکسان و مشابه بخش قبل است. هدف موردنظر در نقطه (5,5) و مشخصات محوطه محاصره هدف $a = 1/4$، $b = 1/5$، $r = 1$، $k_\varphi = 10$ و $R_{safe} = 2$ است. موقعیت اولیه شناورها به‌صورت تصادفی در یک محدوده مشخص از فضای کاری در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۴ چیدمان شناورها برای محاصره هدف طی زمان ماموریت نمایش داده شده است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]



الف) شرایط اولیه

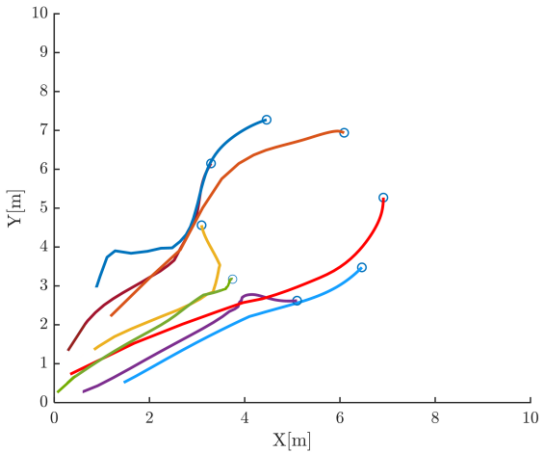
ب) لحظه ۱۰ ثانیه

ج) لحظه ۲۰ ثانیه

د) لحظه ۳۰ ثانیه

شکل ۱۴: آرایش‌بندی شناورها الف) لحظه اولیه ب) در زمان ۱۰ ثانیه ج) در زمان ۲۰ ثانیه د) در زمان ۳۰ ثانیه

از شکل ۱۴ مشخص است که شناورها به خوبی هدف را محاصره نموده‌اند. در شکل ۱۵ مسیر طی شده توسط شناورها و آرایش نهایی آن‌ها حول هدف ترسیم شده است.



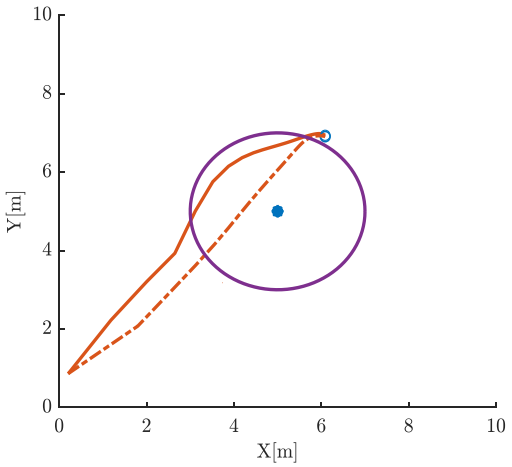
شکل ۱۵: مسیر شناورها طی زمان مأموریت

با توجه به شکل ۱۵ شناورها به آرایش مطلوب حول هدف دست یافته‌اند. در شکل ۱۶ مسیر یکی از شناورها، مجدداً در حضور تابع پتانسیل برای اصلاح مسیر مطلوب و بدون حضور آن نمایش داده شده است تا تأثیر آن واضح‌تر شود.

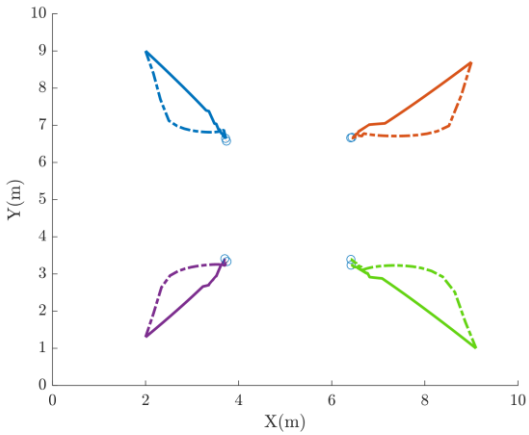
در شکل ۱۷ شبیه‌سازی برای گروه متشکل از ۴ شناور بدون سرنشین مشابه، درشرایطی که اغتشاش محیطی وجود ندارد، انجام شده است. نقاط خط‌چین نشان‌دهنده مسیر عامل با استفاده از الگوریتم ارائه شده در [۸] و خط توپر مسیر عامل با استفاده از الگوریتم پیشنهادی در این مقاله است.

همانطور که از شکل ۱۷ مشاهده می‌شود، هر دو الگوریتم به خوبی به آرایش مطلوب حول نقطه (3,5) دست یافته‌اند. البته مسیر طی شده توسط الگوریتم ارائه شده در مرجع [۸] به فرم دایروی است و لذا مسیر طولانی‌تری توسط شناور باید طی شود.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]



شکل ۱۶: مسیر شناور با الگوریتم دوری از هدف و بدون آن



شکل ۱۷: مسیر شناورها برای دستیابی به آرایش مطلوب توسط روش [۸] و روش پیشنهادی

درمجموع نتایج ارائه شده در شکل ۱۴، ۱۵ و ۱۷ نشان می‌دهد که چارچوب ارائه شده، اولاً طراحی مسیر هر شناور بین موقعیت اولیه و موقعیت نهایی برای تشکیل آرایش دایروی پیرامون هدف را به‌صورت هموار انجام می‌دهد. ثانیاً ردیابی این مسیر با دقت مناسبی توسط کنترل‌کننده لایه دوم صورت گرفته است. لازم به ذکر است که برای رسیدن به پوشش کافی از هدف در ماموریت مورد نظر، تعداد شناورهای گروه باتوجه به شعاع حسگری یا عملگری محدود آن‌ها قابل تغییر است.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، هدف توسعه‌ی یک چارچوب توزیع‌شده برای جایابی گروه شناورهای بدون سرنشین در سطح دریا است. طراحی این چارچوب سلسله مراتبی، یک ابزار سازگار با محیط و شرایط مسئله ارائه می‌کند که مزیت‌های زیر را در بر دارد:

- طراحی مسیر با استفاده از اطلاعات محلی هر عامل مبتنی بر تقسیم‌بندی ورنویی،
- اصلاح مسیر مطلوب با اعمال قید همواری مسیر در بهره‌گیری از توابع پتانسیل مجازی،
- ردیابی مسیر مطلوب تحت نیروهای محیطی دریا،
- ردیابی مسیر مطلوب در زمان محدود.

تشکیل آرایش‌بندی شناورها بر اساس اطلاعات محلی به‌عنوان بخش اصلی این پژوهش، برای دستیابی به یک آرایش دایروی برای محاصره یک هدف طراحی شده و نتایج ارائه شده در مقاله، دقت مناسب موقعیت نهایی عامل‌ها نسبت به موقعیت مطلوب را ارائه می‌کند. به‌علاوه، به‌عنوان دستاورد فرعی این پژوهش، توسعه الگوریتم اصلاح مسیر شناور با قید هموار بودن مسیر و تغییر تدریجی آن صورت گرفته و نتایج نمایانگر درستی عملکرد آن برای عدم ورود شناور به حریم هدف است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، در مطالعه مقایسه‌ای ارجحیت روش پیشنهادی مبتنی بر کنترل NTSM در ردیابی مسیر در حضور اغتشاش محیطی ناشی از باد و جریان آب، نسبت به عملکرد روش مود لغزشی پایانی بررسی شده است. پایداری سیستم حلقه بسته نیز بر اساس نظریه لیاپانوف اثبات شده و نتایج حاکی از بهبود دقت ردیابی مسیر مطلوب توسط روش توسعه داده شده است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

مراجع

[1] Tan, Y. and Zheng, Z.Y., 2013. Research advance in swarm robotics. *Defence Technology*, *9*(1), pp.18-39.

[2] Faghih, S. and Shojaei, K., 2017. Partial State Feedback Control for Trajectory Tracking of Underactuated Autonomous Underwater Vehicle by Using Neural Adaptive Dynamic Surface Control. *Journal of Control*, *11*(2), pp.43-54.

[3] Qiao, L. and Zhang, W., 2017. Adaptive non-singular integral terminal sliding mode tracking control for autonomous underwater vehicles. *IET Control Theory & Applications*, *11*(8), pp.1293-1306.

[4] B. Liu, Y. and Bucknall, R., 2016. The angle guidance path planning algorithms for unmanned surface vehicle formations by using the fast marching method. *Applied Ocean Research*, *59*, pp.327-344.

[5] Do KD., 2011. Formation control of under-actuated ships with elliptical shape approximation and limited communication ranges. *Automatica*, *48*, pp.1380–1388.

[6] Cui, R., Ge, S.S., How, B.V.E. and Choo, Y.S., 2010. Leader–follower formation control of under-actuated autonomous underwater vehicles. *Ocean Engineering*, *37*(17-18), pp.1491-1502.

[7] Fahimi, F., 2007. Sliding-mode formation control for under-actuated surface vessels. *IEEE Transactions on Robotics*, *23*(3), pp.617-622.

[8] Xie, W., Ma, B., Fernando, T. and Iu, H.H.C., 2018. A new formation control of multiple under-actuated surface vessels. *International Journal of Control*, *91*(5), pp.1011-1022.

[9] Cortes, J., Martinez, S., Karatas, T. and Bullo, F., 2004. Coverage control for mobile sensing networks. *IEEE Transactions on robotics and Automation*, *20*(2), pp.243-255.

[10] Mohseni, F., Doustmohammadi, A. and Menhaj, M.B., 2014. Distributed receding horizon coverage control for multiple mobile robots. *IEEE Systems Journal*, *10*(1), pp.198-207.

[11] Khatib, O., 1986. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *Autonomous robot vehicles* (pp. 396-404). Springer, New York, NY.

[12] Sahu, B.K. and Subudhi, B., 2017. Potential function-based path-following control of an autonomous underwater vehicle in an obstacle-rich environment. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, *39*(8), pp.1236-1252.

[13] Rezaee, H. and Abdollahi, F., 2013. A decentralized cooperative control scheme with obstacle avoidance for a team of mobile robots. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *61*(1), pp.347-354.

[14] Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L. and Levant, A., 2014. *Sliding mode control and observation*. New York: Springer New York.

[15] Ghasemi, M. and Nersesov, S.G., 2014. Finite-time coordination in multiagent systems using sliding mode control approach. *Automatica*, *50*(4), pp.1209-1216.

[16] Ashrafiuon, H., Muske, K.R., McNinch, L.C. and Soltan, R.A., 2008. Sliding-mode tracking control of surface vessels. *IEEE transactions on industrial electronics*, *55*(11), pp.4004-4012.

[17] Elmokadem, T., Zribi, M. and Youcef-Toumi, K., 2017. Terminal sliding mode control for the trajectory tracking of underactuated Autonomous Underwater Vehicles. *Ocean Engineering*, *129*, pp.613-625.

[18] J. Heins, P.H., Jones, B.L. and Taunton, D.J., 2017. Design and validation of an unmanned surface vehicle simulation model. *Applied Mathematical Modelling*, *48*, pp.749-774.

[19] Liu, Z., Zhang, Y., Yu, X. and Yuan, C., 2016. Unmanned surface vehicles: An overview of developments and challenges. *Annual Reviews in Control*, *41*, pp.71-93.

[20] Fossen, T.I., 2011. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. John Wiley & Sons.

[21] Blendermann, W., 1994. Parameter identification of wind loads on ships. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, *51*(3), pp.339-351.

[22] Chen, Q., Yin, Q., Fan, A., Sun, X. and Mou, X., 2015, June. Research on the calculation methods of wind load coefficients of inland cruise ship. In *2015 International Conference on Transportation Information and Safety (ICTIS)* (pp. 871-876). IEEE.

[23] Haddara, M.R. and Soares, C.G., 1999. Wind loads on marine structures. *Marine Structures*, *12*(3), pp.199-209.

پیوست ۱

با توجه به رابطه (۱) در متن مقاله، رابطه (پ۱) حاصل می‌شود:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\,\psi & sin\,\psi \\ -sin\,\psi & cos\,\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \qquad (پ۱)$$

با توجه به رابطه (پ۱) خطای سرعت ردیابی در رابطه (۲۰)، به صورت (پ۲) بازنویسی می‌شود:

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]

$$\dot{S}_{ITSM} = u_e + \beta_1\alpha_1\,\dot{u}_e\,u_e(t)^{\alpha_1-1} = u_e + \beta_1\alpha_1\left(\frac{1}{m_{11}}(m_{22}\,v\,r - d_{11}\,u + \tau_u) - \dot{u}_d\right)u_e(t)^{\alpha_1-1}$$

$$\dot{S}_{NTSM} = \dot{v}_e(t) + \beta_2\,\alpha_2\,\ddot{v}_e\,\dot{v}_e(t)^{\alpha_2-1} = \dot{v}_e(t) + \beta_2\,\alpha_2\dot{v}_e(t)^{\alpha_2-1}\left(\frac{m_{11}}{m_{22}}\dot{u}\,r + \frac{d_{22}}{m_{22}}\dot{v} - \Delta - \frac{1}{m_{33}}\left(\frac{m_{11}}{m_{22}}u - u_d\right)(-(m_{22} - m_{11})uv - d_{33}r + \tau_r)\right) \quad (\text{پ۶})$$

با جایگذاری ورودی‌های کنترلی مطابق رابطه (۲۷) و (۲۸)در رابطه (پ۶)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت (پ۷) است:

$$\dot{V} = -W_1\,\beta_1\alpha_1(u_e)^{\alpha_2-1}\;S_{ITSM}\;sign(S_{ITSM}) - W_2\beta_2\alpha_2(\dot{v}_e)^{\alpha_2-1}\;S_{NTSM}\;sign(S_{NTSM}) \quad (\text{پ۷})$$

در صورتیکه اغتشاش محیطی را نیز در روابط در نظر بگیریم، مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (پ۸) خواهد بود.

$$\dot{V} = -W_1\,\beta_1\alpha_1(u_e)^{\alpha_2-1}\;S_{ITSM}\;sign(S_{ITSM}) + \frac{\beta_1\alpha_1}{m_{11}}(u_e)^{\alpha_2-1}\tau_{du} - W_2\beta_2\alpha_2(\dot{v}_e)^{\alpha_2-1}\;S_{NTSM}\;sign(S_{NTSM}) - \frac{\beta_2\alpha_2}{m_{33}}(\dot{v}_e)^{\alpha_2-1}\;\left(\frac{m_{11}}{m_{22}}u - u_d\right)\tau_{dr} \quad (\text{پ۸})$$

که با توجه به کراندار فرض نمودن اغتشاش داریم:

$$\frac{\beta_1\alpha_1}{m_{11}}(u_e)^{\alpha_2-1}\tau_{du} \le \rho_1(t)T_{du}$$
$$\frac{\beta_2\alpha_2}{m_{33}}(\dot{v}_e)^{\alpha_2-1}\;\left(\frac{m_{11}}{m_{22}}u - u_d\right)\tau_{dr} \le \rho_2(t)T_{dr} \quad (\text{پ۹})$$

بنابراین بایستی مقادیر بهره کنترلی W_1 و W_2 به قدر کافی بزرگ باشند تا سیستم پایدار باشد.

$$\begin{bmatrix}u_e\\ v_e\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\psi & \sin\psi\\ -\sin\psi & \cos\psi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x} - \dot{x}_d + \left(k_{1x}\,x_e + k_{2x}\int_0^t x_e\,d\tau\right)\\ \dot{y} - \dot{y}_d + \left(k_{1y}\,y_e + k_{2y}\int_0^t y_e\,d\tau\right)\end{bmatrix} \quad (\text{پ۲})$$

ماتریس J_ψ مطابق (پ۳) تعریف می‌شود:

$$J_\psi = \begin{bmatrix}\cos\psi & \sin\psi\\ -\sin\psi & \cos\psi\end{bmatrix} \quad (\text{پ۳})$$

با توجه به رابطه (۱۹)، خطای ردیابی به صورت رابطه (پ۴) است:

$$\begin{bmatrix}u_e\\ v_e\end{bmatrix} = J_\psi\begin{bmatrix}\dot{x}_e + k_{1x}\,x_e + k_{2x}\int_0^t x_e\,d\tau\\ \dot{y}_e + k_{1y}\,y_e + k_{2y}\int_0^t y_e\,d\tau\end{bmatrix} \quad (\text{پ۴})$$

با توجه به غیرصفر بودن ماتریس J_ψ، صفر شدن خطای ردیابی سرعت رابطه (پ۴) به معنای صفر شدن بخش دوم عبارت سمت راست این رابطه است که وابسته به خطای ردیابی موقعیت است. لذا رابطه (۲۲) در متن مقاله حاصل می‌شود.

پیوست۲

مشتق تابع لیاپانوف رابطه (۲۹) به صورت زیر است:

$$\dot{V} = S_{ITSM}\,\dot{S}_{ITSM} + S_{NTSM}\,\dot{S}_{NTSM} \quad (\text{پ۵})$$

همچنین با توجه به رابطه (۲۶) در متن مقاله، مشتق زمانی سطوح لغزش به صورت رابطه (پ۶) است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.3.8]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.35]