مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد۱۵، شماره ۱، بهار ۱۴۰۰، صفحه ۷۸-۶۷

تخمین غیرخطی مقید ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ برای کنترل سیستم ترمز ضدقفل

مسعود عزیزی[۱]، مهدی میرزایی [۲]، طه فلاحتی نوده[۳]، صدرا رفعت‌نیا [۴]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، ma_azizi@sut.ac.ir
[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، mirzaei@sut.ac.ir
[۳] دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، ta_falahati@sut.ac.ir
[۴] دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، sa_rafatnia@sut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۲۸ ویرایش: ۱۳۹۸/۱۲/۱۰ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۶

چکیده: در طراحی سیستم ترمز ضدقفل، برخی از پارامترها و حالت‌ها مثل ضریب اصطکاک جاده و لغزش طولی چرخ، توسط سنسور قابل اندازه‌گیری نبوده و باید با استفاده از دیگر پارامترهای قابل اندازه‌گیری، تخمین زده شوند. اثرات غیرخطی در مدل خودرو و نیروهای تایر، استفاده از یک تخمین‌گر غیرخطی را ضروری می‌نماید. از طرفی در نظرگرفتن قیدهای متناسب با فیزیک سیستم و شرایط جاده می‌تواند دقت تخمین‌گر را در شرایط واقعی افزایش دهد. در این مقاله ضمن طراحی فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم ترمز ضدقفل، الگوریتم این تخمین‌گر چنان اصلاح می‌گردد تا تاثیر قیود فیزیکی مربوط به ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ در آن لحاظ شود. عملکرد تخمین‌گر مقید طراحی شده در مقایسه با حالت نامقید متداول مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. در ادامه، یک کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر پیش بین برای محاسبه‌ی گشتاور ترمزی طراحی می‌گردد تا با استفاده از اطلاعات تخمین، گشتاور ترمزی را کنترل کرده و از لغزش تایر و قفل شدن آن جلوگیری نماید. برای کاهش خطای ناشی از تخمین مقید در عملکرد کنترلی، تکنیک فیدبک انتگرالی به کنترل‌کننده طراحی شده اضافه می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که ضمن بهبود عملکرد کنترل در حضور خطای تخمین و دیگر نامعینی‌ها، از نوسانی شدن سیگنال کنترلی با فرکانس‌های بالا جلوگیری می‌گردد.

کلمات کلیدی: سیستم ترمز ضدقفل، تخمین‌گر غیرخطی مقید، تخمین ضریب اصطکاک، کنترل‌کننده غیرخطی، فیدبک انتگرال.

Constrained Nonlinear Estimation of Road Friction Coefficient and Wheel Slip for Control of Anti-Lock Braking System

Masoud Azizi, Mehdi Mirzaei, Taha Falahati Nodeh, Sadra Rafatnia

Abstract: In designing the anti-lock braking system (ABS), some states and parameters of vehicle system such as road friction of coefficient and wheel slip should be estimated due to lack of cost effective and reliable sensors for direct measurement. Because of nonlinear characteristics of vehicle dynamics and tire forces, development of a nonlinear estimation algorithm is necessary. However, consideration of physical constraints can enhance the accuracy and reliability of estimation algorithm in real situations. In this paper, the extended Kalman filter (EKF) is applied for the ABS and its algorithm is modified in way that the physical limitations of road friction and wheel slip could be considered. The performance of the modified EKF in the constrained case is compared with the conventional EKF. At the rest of paper, a nonlinear predictive-based controller is analytically

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]

designed for the ABS and combined with the proposed constrained estimation algorithm. In order to decrease the effect of estimation errors on tracking performance, the integral feedback technique is combined with the control strategy. The simulation results indicate that not only the proposed algorithm improves the tracking accuracy in the presence of uncertainties, but also the control signal oscillations with high frequency will be prevented.

Keywords: Anti-lock braking system (ABS), Constrained nonlinear estimation, Road friction of coefficient, predictive control, Integral feedback.

۱- مقدمه

بررسی افزایش ایمنی در خودرو به منظور کاهش تصادفات از جایگاه ویژه‌ای در صنعت خودروسازی برخوردار است. در این راستا سیستم ترمز ضد قفل، به عنوان یک وسیله استاندارد و ضروری برای سلامتی خودرو و سرنشین شناخته شده است. سیستم ترمز ضدقفل عبارت است از یک سیستم کنترلی که در حین ترمزگیری، دینامیک چرخ را کنترل و تنظیم می‌کند. اختلاف بین سرعت غلتش آزاد تایر و سرعت حرکت انتقالی آن، باعث تولید لغزش طولی چرخ در مسیر تماس می‌شود. هدف اصلی این سیستم، جلوگیری از قفل شدن تایرها و نگه داشتن لغزش در یک محدوده مطلوب می‌باشد تا بتواند حداکثر نیروی ترمزی را تولید کند [۴-۱].

در راستای طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های دینامیک خودرو نظیر سیستم ترمز ضدقفل، بایستی تمامی پارامترها و متغیرهای حالت سیستم در هر لحظه در دسترس باشند. قابل اندازه‌گیری نبودن و یا مقرون به صرفه نبودن اندازه‌گیری برخی حالت‌های سیستم ترمز ضدقفل همچون ضریب لغزش طولی تایر، سرعت طولی و ضریب اصطکاک از مهم‌ترین مشکلات در طراحی این سیستم کنترل می‌باشند. از این رو با اندازه‌گیری تعداد محدودی از خروجی‌های سیستم، بقیه متغیرهای حالت و پارامترهای سیستم باید تخمین زده شوند. با توجه به این‌که در این حالت سیستم کنترل از متغیرهای حالت تخمین زده شده برای محاسبه قانون کنترلی استفاده می‌نماید، عملکرد سیستم کنترلی به دقت و سرعت تخمین‌زن وابسته می‌شود. از سویی دیگر با توجه به وجود اثرات غیرخطی موجود در دینامیک خودرو که عمدتا مربوط به اشباع نیروهای تایر می‌باشد و همچنین وجود نامعینی‌های مدل، طراحی تخمین‌زن غیرخطی در جهت کاهش سطح نویز سیگنال‌ها و کنترل غیرخطی خودرو نیز از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد [۵]. بنابراین هدف اصلی از این پژوهش ارائه یک روش غیرخطی مناسب برای تخمین پارامترها و متغیرهای حالت دینامیکی خودرو با در نظر گرفتن محدودیت‌های فیزیکی برای کنترل و بهبود عملکرد سیستم ترمز ضد قفل خودرو می‌باشد.

فیلتر کالمن به عنوان یک راه حل مناسب برای ترکیب اطلاعات در سیستم‌های چند سنسوری مورد استفاده قرار می‌گیرد. این فیلتر برای مدل‌های خطی سیستم حل بهینه‌ای از مسئله ارائه می‌نماید. بر همین اساس، بهینه بودن این فیلتر به خطی بودن دینامیک سیستم بستگی داشته و در مواردی که از آن برای سیستم‌ها با دینامیک غیرخطی استفاده می‌شود، عملکرد آن به علت خطی شدن مدل محدود می‌شود و احتمال واگرایی تخمین پیش می‌آید. با توجه به اینکه در دینامیک طولی خودرو تمام روابط نسبت به متغیرهای حالت غیرخطی بوده و خطاها و عدم قطعیت‌های تأثیرگذار بر فرآیند و داده‌های اندازه‌گیری نامعلوم است، بنابراین نیاز به طراحی تخمین‌زن غیرخطی در این سیستم است. به همین منظور الگوریتم‌های مختلف تخمین براساس ساختار فیلتر کالمن برای تخمین متغیرهای حالت دینامیکی خودرو همانند فیلتر کالمن توسعه‌یافته [۶، ۷]، فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی [۸]، فیلتر کالمن آنسنتت [۵، ۹] توسط محققان استفاده شده است. استفاده از فیلتر مد لغزشی [۱۰]، افق در حرکت [۱۱] و فیلترهای تعویضی [۱۲] نیز در کارهای دیگر توسط محققان ارائه شده‌اند.

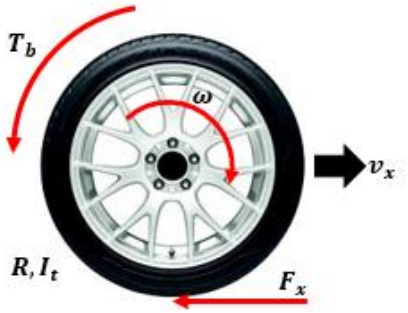
یکی از نکات مهم در کارهای ارائه شده در بالا این است که قیود فیزیکی سیستم مورد بحث قرار نگرفته و مسئله تخمین به صورت نامقید مطرح شده است. این در حالی است که برخی از حالت‌ها و پارامترهای تخمینی همچون ضریب اصطکاک و لغزش چرخ، محدوده مشخص و مقیدی دارند. به همین منظور در این مقاله در یک رویکرد جدید و به منظور ارائه داده‌های قابل اطمینان و افزایش دقت تخمین‌زن، قیود فیزیکی در فرآیند تخمین بهینه مورد استفاده قرار خواهد گرفت. بدین ترتیب ضمن طراحی فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای سیستم ترمز ضدقفل، الگوریتم این تخمین‌زن چنان اصلاح می‌گردد تا تاثیر قیود فیزیکی مربوط به ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ در آن لحاظ شود. برای طراحی تخمین‌زن مقید، لازم است مدل دینامیکی سیستم ترمز و قیود حاکم به شکل جدیدی ارائه گردد. عملکرد تخمین‌گر مقید طراحی شده در مقایسه با حالت نامقید متداول مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. اهمیت طراحی تخمین‌گر مقید در حضور قیود فیزیکی سیستم در کاربردهایی نظیر موتورهای القایی و توربین گازی قبلا مورد بحث قرار گرفته است [۱۳-۱۵]. در ادامه‌ی طراحی تخمین‌گر مقید برای سیستم ترمز ضدقفل در این مقاله، یک کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین نیز برای محاسبه‌ی گشتاور ترمزی طراحی می‌گردد تا با استفاده از اطلاعات تخمین، گشتاور ترمزی را کنترل کرده و از لغزش تایر و قفل شدن آن جلوگیری نماید. برای کاهش خطای ناشی از تخمین مقید در عملکرد کنترلی و دیگر نامعینی‌های موجود در سیستم کنترلی، تکنیک فیدبک انتگرالی به کنترل‌کننده طراحی شده اضافه می‌گردد.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]

به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده در این مقاله، از مدل یک چهارم خودرو با مدل تایر جادویی استفاده شده است. در ادامه به تخمین متغیرهای حالت دینامیک طولی خودرو براساس تخمین‌زن مقید پرداخته می‌شود و در نهایت از یک کنترل‌کننده بهینه غیرخطی مبتنی بر فیدبک انتگرال برای حفظ لغزش طولی در محدوده مناسب استفاده شده است. به صورت خلاصه، اهداف و نوآوری‌های این پژوهش شامل توسعه‌ی الگوریتم تخمین مقید برای تخمین ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ با استفاده از تصحیح و مقید کردن فیلتر کالمن توسعه یافته در کنار طراحی کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین با اضافه کردن تکنیک فیدبک انتگرال جهت کاهش خطای ناشی از تخمین می‌باشد.

۲- مدلسازی

در این مطالعه، به منظور بیان رفتار خودرو در هنگام ترمزگیری از مدل یک چهارم خودرو مطابق شکل ۱ استفاده شده است. این مدل دارای ۲ درجه آزادی است و در مطالعات مختلف برای طراحی کنترل‌کننده و تخمین‌گر مورد استفاده قرار گرفته است [۳]. با توجه به شکل ۱، معادلات (۱) و (۲) به عنوان معادلات حاکم برای این مدل می باشند.



شکل ۱: دیاگرام آزاد مدل یک‌چهارم خودرو

$$\dot{V} = \frac{-F_x}{m_t} \qquad (۱)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{I_t}(RF_x - T_b) \qquad (۲)$$

که در آن m_t جرم یک‌چهارم خودرو، R شعاع چرخ، I_t ممان اینرسی، F_x نیروی طولی تایر، ω سرعت زاویه‌ای چرخ V سرعت طولی خودرو و T_b گشتاور ترمزی می‌باشد. براساس معادله (۳) برای محاسبه‌ی نیروی طولی تایر از مدل فرمول جادویی تایر استفاده می‌شود، که متغیرهای آن در برگیرنده ضریب اصطکاک جاده می‌باشد [۱۶].

$$F_x = Z^* sin[C^* tan^{-1}(B^*(1-E)\lambda + E^* tan^{-1}(B^*\lambda))] \qquad (۳)$$

که در آن،

$$B^* = (2-\mu)B, \qquad Z^* = \mu(a_1F_z^2) + a_2F_z,$$

$$B = \frac{a_3F_z^2 + a_4F_z}{C^*Z^*e^{a_5F_z}}, \qquad C^* = 1.65,$$

$$E = a_6F_z^2 + a_7F_z + a_8 \qquad E^* = \frac{E}{B},$$

این نکته لازم به ذکر می باشد، که ضرایب نیروهای طولی تایر توابعی از ضریب لغزش، ضریب اصطکاک و نیروهای عمودی تایر می‌باشند. همچنین در طول ترمزگیری لغزش طولی تایر به صورت معادله‌ی زیر بیان می‌شود [۱۷]:

$$\lambda = 1 - \frac{R\omega}{V} \qquad (۴)$$

با توجه به نیاز برای تخمین ضریب اصطکاک جاده μ، این پارامتر با مقدار ثابت در کنار سرعت خودرو V و سرعت زاویه‌ای چرخ ω به عنوان متغیرهای حالت سیستم بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$x_1 = V, x_2 = \omega, x_3 = \mu \qquad (۵)$$

بدین ترتیب مدل فضای حالت با در نظر گرفتن $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ به عنوان بردار حالت سیستم به صورت معادلات زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{x}_1 = f_1(x) \qquad (۶)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x, T_b) \qquad (۷)$$

$$\dot{x}_3 = 0 \qquad (۸)$$

که در آن،

$$f_1(x) = -F_x/m_t$$

$$f_2(x, T_b) = \frac{1}{I_t}(RF_x - T_b)$$

با توجه به قابل اندازه گیری بودن شتاب طولی $\boldsymbol{a_x}$ و سرعت زاویه ای چرخ $\boldsymbol{\omega}$، خروجی‌های سیستم بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$y = \begin{bmatrix} \omega \\ a_x \end{bmatrix} \qquad (۹)$$

با در نظر گرفتن گشتاور ترمزی به عنوان ورودی سیستم، $\boldsymbol{u = T_b}$، معادلات حالت گسسته‌شده‌ی سیستم با اضافه شدن نویزهای اندازه‌گیری و فرآیند به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$x_k = \varphi(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \qquad (۱۰)$$

$$y_k = h(x_k) + v_k \qquad (۱۱)$$

که $k = 1,2,3, \dots$ است. $v_k \sim (0, R_k)$ نویز اندازه‌گیری و $w_k \sim (0, Q_k)$ نویز فرآیند هستند که بصورت سفید با میانگین صفر و کوواریانس به ترتیب R_k و Q_k می‌باشند.

۳- طراحی فیلتر کالمن تعمیم‌یافته

در این پژوهش از یک فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای تخمین متغیرهای حالت و پارامترهای مورد نیاز کنترل‌کننده ترمز ضد قفل استفاده می‌شود. تخمین‌زن کالمن توسعه‌یافته در دو گام به‌روزرسانی زمان و به‌روزرسانی اندازه‌گیری پیاده‌سازی می‌شود. در گام اول ماتریس کواریانس تخمین ($\boldsymbol{P_k^-}$) و تخمین متغیر حالت به شکل زیر به‌روزرسانی می‌شوند [۱۸]:

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]

$$P_k^- = \eta_k Q_{k-1} \eta_k^T + \psi_k P_{k-1}^+ \psi_k^T \quad (۱۲)$$

$$\hat{x}_k^- = \varphi_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (۱۳)$$

که در آن $\boldsymbol{\eta_k}$ و $\boldsymbol{\psi_k}$ ماتریس‌های ژاکوبین بوده و به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۸]:

$$\psi_k = \frac{\partial \varphi_k}{\partial x}\Big|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (۱۴)$$

$$\eta_k = \frac{\partial \varphi_k}{\partial w}\Big|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (۱۵)$$

لازم به ذکر است $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}^-$ تخمین متغیر حالت در شاخص زمانی $\boldsymbol{k}$–ام قبل از اعمال اندازه‌گیری‌ها و $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}^+$ تخمین متغیر حالت در شاخص زمانی $\boldsymbol{k}$–ام بعد از اعمال اندازه‌گیری‌ها است.

در مرحله به‌روزرسانی اندازه‌گیری، ابتدا بهره کالمن ($\boldsymbol{K_k}$) محاسبه شده سپس بردار تخمین متغیرهای حالت و ماتریس کواریانس تخمین به شکل زیر به‌روزرسانی می‌شود [۱۸]:

$$K_k = P_k^- H_k^T \left(H_k P_k^- H_k^T + M_k R_k M_k^T\right)^{-1} \quad (۱۶)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k[y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)] \quad (۱۷)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (۱۸)$$

که در آن $\boldsymbol{H_k}$ و $\boldsymbol{M_k}$ به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۸]:

$$H_k = \frac{\partial h_k}{\partial x}\Big|_{\hat{x}_k^-} \quad (۱۹)$$

$$M_k = \frac{\partial h_k}{\partial v}\Big|_{\hat{x}_k^-} \quad (۲۰)$$

باید توجه نمود که در این بخش، الگوریتم تخمین در شکل متداول خود و به حالت نامقید ارائه شده و قیود فیزیکی سیستم در فرآیند طراحی در نظر گرفته نمی‌شوند. اما از آنجایی که ضریب اصطکاک و لغزش چرخ همواره برپایه برخی قیود استوار هستند، استفاده از الگوریتم تخمین مقید موجب افزایش دقت و قابلیت اطمینان در فرایند تخمین متغیرهای حالت می‌شود. در ادامه به ارائه الگوریتم تخمین مقید در فیلتر کالمن توسعه‌یافته با قیود پرداخته می‌شود.

٤- طراحی تخمین‌گر مقید

چنانچه قید بر روی متغیر حالت به شکل استاندارد $\boldsymbol{D\hat{x}_k^+ \le d}$ تعریف شود که در آن $\boldsymbol{D}$ ماتریس با ابعاد متناسب و $\boldsymbol{d}$ کران قید می‌باشد، برای بهره‌گیری از اطلاعات قید در تخمین‌گر بایستی تصحیحاتی در الگوریتم فیلتر کالمن صورت گیرد. یکی از رویکردهایی که بدین منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد روش تصویر کردن تخمین نامقید فیلتر کالمن به سطح قید می‌باشد [۱۹، ۲۰]. این روش از فضای مجاز که قیدها برآورده می‌شوند، متغیر حالتی که کمترین فاصله را تا تخمین فیلتر کالمن دارد، به عنوان نتیجه تخمین ارائه می‌دهد. بنابراین تخمین مقید با حل مسئله‌ی بهینه سازی زیر حاصل می‌شود [۱۹]:

$$\tilde{x}_k^+ = argmin_x \frac{1}{2}(x - \hat{x}_k^+)^T W (x - \hat{x}_k^+) \quad (۲۱)$$
$$\text{subject to} \qquad Dx \le d$$

که در این رابطه $\tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}^+$ نتیجه نهایی تخمین پس از اعمال قید و $\boldsymbol{W}$ ماتریس ضرایب وزنی می‌باشد. همانطور که مسئله بهینه‌سازی فوق نشان می‌دهد در صورت برآورده شدن قید نیازی به حل مسئله مقید نیست چرا که پاسخ این مسئله با تخمین بدست آمده از فیلتر کالمن یکسان می‌باشد. ولی اگر قید برآورده نشود مسئله فوق در جست و جوی متغیر حالت در مرز قید و نزدیک ترین فاصله تا تخمین می‌باشد. بنابراین قید ناتساوی در (۲۱) به قید تساوی به فرم $\boldsymbol{Dx = d}$ تبدیل می‌شود. با اعمال ضرایب لاگرانژ، تابع هزینه تعمیم‌یافته بصورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$\Omega(x, \kappa) = \frac{1}{2}(x - \hat{x}_k^+)^T W (x - \hat{x}_k^+) + \kappa^T (Dx - d) \quad (۲۲)$$

شرایط لازم برای بهینه‌سازی تابع هزینه فوق مطابق روابط زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \Omega(x, \kappa)}{\partial x} = W(x - \hat{x}_k^+) + D^T \kappa = 0 \quad (۲۳)$$

$$\frac{\partial \Omega(x, \kappa)}{\partial \kappa} = (Dx - d) = 0 \quad (۲۴)$$

با حل دو معادله (۲۳) و (۲۴)، مقدار ضریب لاگرانژ و تخمین مقید $\boldsymbol{x = \tilde{x}_k^+}$ از روابط زیر بدست می‌آیند [۱۹]:

$$\kappa = (DW^{-1}D^T)^{-1}(D\hat{x}_k^+ - d) \quad (۲۵)$$

$$\tilde{x}_k^+ = \hat{x}_k^+ - W^{-1}D^T(DW^{-1}D^T)^{-1}(D\hat{x}_k^+ - d) \quad (۲۶)$$

اگر نویزهای فرآیند و اندازه‌گیری گوسی باشند و $\boldsymbol{W = I}$ انتخاب شود تخمین حداقل مربعات حالت برای مسئله مقید بدست می‌آید. بطورکلی در نظر گرفتن قیود حالت در طراحی تخمین‌گر به منظور تخمین متغیرهای حالت، اطلاعات اضافی کمکی برای طراح ارائه می‌دهد و قابلیت اطمینان تخمین را افزایش می‌دهد.

بر اساس الگوریتم فوق، در ادامه به ارائه قیود مناسب برای ضریب لغزش طولی و ضریب اصطکاک پرداخته می‌شود تا الگوریتم تخمین مقید برپایه فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای سیستم ترمز ضدقفل استخراج گردد. در همین راستا، دو قید برای ضریب لغزش طولی و ضریب اصطکاک در حالت ترمزگیری، به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$0 \le \mu \le 1 \quad (۲۷)$$

$$0 \le \lambda \le 1 \quad (۲۸)$$

معادله (۲۷) قیدی خطی از متغیرهای حالت تعریف شده می‌باشد، اما برای معادله قید دوم (۲۸) با توجه به این که ضریب لغزش به صورت توابعی غیرخطی از حالت‌های تعریف شده بیان می‌گردد، قید برای این متغیر به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$0 \le g(x) = 1 - \frac{Rx_2}{x_1} \le 1 \quad (۲۹)$$

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]

در ادامه با خطی‌سازی قیود غیرخطی در (۲۹)، قیود بالا و پایین ضریب لغزش به فرم استاندارد و خطی زیر تعریف می‌شود:

$$g'(\hat{x}_k^-)x \le 1 - g(\hat{x}_k^-) + g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \quad (۳۰)$$

$$-g'(\hat{x}_k^-)x \le 1 + g(\hat{x}_k^-) - g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \quad (۳۱)$$

که در آن،

$$g'(\hat{x}_k^-) = \left[\frac{R\hat{x}_{1_k}^-}{\left(\hat{x}_{1_k}^-\right)^2},\quad -\frac{R}{\hat{x}_{1_k}^-},\quad 0\right]$$

در نهایت با ترکیب قیود (۲۷) و قیود (۳۰) و (۳۱)، ماتریس $\boldsymbol{D}$ و حد بالای این قیود در فرم $\boldsymbol{Dx} \le \boldsymbol{d}$ ، به شکل استاندارد زیر تعریف می‌شوند:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{R\hat{x}_{2_k}^-}{\left(\hat{x}_{1_k}^-\right)^2} & -\frac{R}{\hat{x}_{1_k}^-} & 0 \\ -\frac{R\hat{x}_{2_k}^-}{\left(\hat{x}_{1_k}^-\right)^2} & \frac{R}{\hat{x}_{1_k}^-} & 0 \end{bmatrix}$$
$$d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 - g(\hat{x}_k^-) + g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \\ 1 + g(\hat{x}_k^-) - g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \end{bmatrix} \quad (۳۲)$$

پس از تخمین متغیرهای حالت، در ادامه به ارائه یک الگوریتم مناسب کنترلی برای سیستم ترمز ضدقفل پرداخته می‌شود.

۵- طراحی کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین

به منظور حفظ لغزش طولی تایر در یک محدوده مطلوب و جلوگیری از قفل شدن تایر، ارائه یک الگوریتم مناسب کنترلی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. به‌طور خلاصه، در توسعه یک قانون کنترلی مناسب برای سیستم ترمز ضد قفل موارد زیر از اهمیت بالایی برخوردار است:

- قانون کنترلی باید بتواند از عهده اثرات غیرخطی دینامیک خودرو با موفقیت برآید. در این راستا استفاده از یک قانون کنترلی مبتنی بر مدل غیرخطی ضروری است.
- قانون کنترلی باید بتواند از قوام خوبی در مقابل نامعینی‌های مدل برخوردار باشد. این نامعینی‌ها می‌تواند ناشی از تغییر پارامترهای مدل و همچنین دینامیک مدل نشده باشد.
- قانون کنترلی باید به شکلی توسعه یابد که محاسبه و پیاده‌سازی آن آسان باشد. بنابراین توسعه قوانین کنترلی به شکل تحلیلی و بسته از اهمیت زیادی برخوردار است.

از آنجایی که هدف، کنترل مقدار لغزش طولی چرخ $\boldsymbol{\lambda}$ می‌باشد لازم است که معادلات بر حسب لغزش طولی نوشته شود. از این رو، با مشتق‌گیری از رابطه (۴) نسبت به زمان و جایگذاری معادلات (۱) و (۲) در آن، $\dot{\boldsymbol{\lambda}}$ به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$\dot{\lambda} = \beta(x) + R\frac{T_b}{I_t V} \quad (۳۳)$$

که در آن،

$$\beta(x) = -\frac{1}{V}\left[\frac{F_x}{m_t}(1-\lambda) + \frac{R^2}{I_t}F_x\right] \quad (۳۴)$$

برای طراحی کنترل‌کننده سیستم ترمز از روش کنترل بهینه مبتنی بر پیش‌بین با رویکرد ارزان استفاده شده است. این روش که بر اساس پیش‌بینی یک گام به جلو از مدل پیوسته سیستم غیرخطی استفاده می‌کند، با موفقیت در کارهای قبلی نویسندگان در عدم حضور تخمین‌گر مورد استفاده قرار گرفته است [۱- ۳]. در این مقاله همان رویکرد قبلی استفاده خواهد شد ولی برای افزایش مقاومت کنترل کننده در حضور تخمین گر، تکنیک فیدبک انتگرالی اضافه شده و آنالیز خطا ارائه خواهد شد.

برای مسئله ردیابی در حالت کنترل ارزان با ضریب وزنی صفر روی ورودی کنترلی، تابع هزینه‌ای به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$J = \frac{1}{2}[\lambda(t+h) - \lambda_d(t+h)]^2 \quad (۳۵)$$

که در آن $\boldsymbol{\lambda_d}$ مقدار لغزش طولی مطلوب برای داشتن نیروی ترمزی مطلوب می‌باشد.

براساس معادله (۳۵) این تابع هزینه براساس لغزش چرخ برای بازه‌ی زمانی بعدی، $\boldsymbol{\lambda(t+h)}$، تعریف می‌شود. به همین منظور لازم است در هر لحظه پاسخ غیرخطی لغزش برای بازه زمانی بعدی، $\boldsymbol{\lambda(t+h)}$، توسط بسط سری تیلور پیش‌بینی شده و سپس دستور کنترل فعلی $\boldsymbol{T_b(t)}$ بر اساس حداقل کردن تابع هزینه (۳۵)، بدست می‌آید. در اینجا $\boldsymbol{h}$ زمان پیش‌بینی یا افق پیش‌بین بوده و یک عدد مثبت حقیقی می‌باشد.

در ابتدا $\boldsymbol{\lambda(t+h)}$ به وسیله سری تیلور مرتبه $\boldsymbol{k}$-ام در زمان $\boldsymbol{t}$ به صورت زیر بسط داده می‌شود:

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + \frac{h}{1!}\dot{\lambda}(t) + \frac{h^2}{2!}\ddot{\lambda}(t) + \cdots + \frac{h^k}{k!}\lambda^{(k)}(t) \quad (۳۶)$$

در معادله (۳۶) مرتبه بسط $\boldsymbol{k}$ که مشخص‌کننده بالاترین مرتبه مشتق خروجی استفاده شده در پیش‌بینی است، به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$k = \rho + r \quad (۳۷)$$

به طوری که $\boldsymbol{\rho}$ درجه نسبی متغیر مورد نظر بوده و $\boldsymbol{r}$ مرتبه کنترلی می‌باشند [۲۱]. مرتبه کنترلی نشان‌دهنده میزان تغییرات انرژی کنترلی در بازه پیش‌بین است. به طور معمول، مرتبه کنترل به عنوان یک پارامتر آزاد طراحی بوده و با مشخصات سیستم کنترلی و محدودیت‌های انرژی کنترلی توسط طراح تعیین می‌گردد. برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین و جلوگیری از پیچیدگی قانون کنترلی، باید تا حد امکان مقدار مرتبه کنترلی حداقل انتخاب شود. در این مقاله برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین، مرتبه کنترلی صفر در نظر گرفته شده به طوری که انرژی کنترلی در بازه پیش‌بینی ثابت مانده و مشتقات ورودی کنترلی در پیش‌بینی خروجی ظاهر نمی‌شود.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]

از آنجایی که طبق معادله معادله (۳۳) درجه نسبی سیستم برابر یک می‌باشد، $\boldsymbol{\rho = 1}$. از سری تیلور مرتبه ۱ برای خروجی استفاده خواهد شد.

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + h\left\{\beta(x) + R\frac{T_b}{I_t V}\right\} \quad (۳۸)$$

بر همین اساس خروجی مطلوب نیز به شکل زیر بسط داده می‌شود:

$$\lambda_d(t+h) = \lambda_d(t) + h\dot{\lambda}_d \quad (۳۹)$$

با جایگزینی معادله (۳۹) و (۳۸) در تابع هزینه (۳۵) و اعمال شرط بهینگی، $\boldsymbol{\frac{\partial J}{\partial T_b} = 0}$، ورودی کنترلی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T_b(t) = -\frac{VI_t}{Rh}\left[e_\lambda + h\left(\beta(x) - \dot{\lambda}_d\right)\right] \quad (۴۰)$$

$\boldsymbol{e_\lambda}$ نیز خطای ردیابی در لحظه‌ی فعلی می‌باشد:

$$e_\lambda = \lambda - \lambda_d \quad (۴۱)$$

برای ارزیابی کنترل کننده لغزش طولی و استخراج معادله دینامیکی خطا در حالت حلقه بسته، قانون کنترلی (۴۰) را که مبتنی بر مدل نامی است به مدل واقعی (۳۳) به صورت زیر اعمال می‌کنیم:

$$\dot{\lambda} = \beta(x) - \frac{1}{h}\left[(e_\lambda) + h(\hat{\beta}(x) - \dot{\lambda}_d)\right] \quad (۴۲)$$

علامت (^) نشان دهنده مدل نامی است. معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_\lambda + \frac{1}{h}e_\lambda = \beta(x) - \hat{\beta}(x) \quad (۴۳)$$

تابع $\boldsymbol{\widehat{\beta}}$ که در برگیرنده نیروهای طولی تایر می‌باشد، با توجه به محدود بودن و خاصیت اشباع نیروهای تایر یک تابع محدود و کران‌دار است. در حالت کلی، انحراف $\boldsymbol{\beta}$ از مدل نامی نیز ناشی از عواملی مانند دینامیک مدل نشده، تغییر در پارامترهای دینامیک خودرو در شرایط مختلف حرکت، تغییر در شرایط جاده و خطای تخمین می‌باشد. بنابراین می‌توان ثابت $\boldsymbol{\Phi}$ را معرفی کرد به طوری که:

$$\left|\beta - \hat{\beta}\right| \le \Phi \quad (۴۴)$$

در رابطه فوق $\boldsymbol{\Phi}$ کران بالای نامعینی سیستم را مشخص می‌کند. در ادامه به منظور نشان دادن پایداری سیستم حلقه بسته با دینامیک خطای (۴۳)، تابع کاندید لیاپانوفی به شکل $\boldsymbol{L = \frac{1}{2}e_\lambda^2}$ ارائه شده و با استفاده از معادله (۴۳) مشتق این تابع نسب به زمان به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{L} = -\frac{1}{h}e_\lambda^2 + \left(\beta - \hat{\beta}\right)e_\lambda \le -\frac{1}{h}e_\lambda^2 + \Phi|e_\lambda| \quad (۴۵)$$

ترم دوم در سمت راست معادله (۴۵) می‌تواند به کمک ناتساوی $\boldsymbol{ab \le na^2 + \frac{b^2}{4n}}$ برای هر مقدار حقیقی $\boldsymbol{a}$، $\boldsymbol{b}$ و $\boldsymbol{n > 0}$ جایگزین شود. با در نظر گرفتن $\boldsymbol{n = \frac{1}{4h}}$:

$$\dot{L} \le -\frac{3}{4h}e_\lambda^2 + h\Phi^2 \le -\frac{3}{2h}L + h\Phi^2 \quad (۴۶)$$

با استفاده از لم مقایسه‌ای [۲۲] و حل معادله دیفرانسیل درجه‌ی یک خواهیم داشت،

$$L = \frac{1}{2}e_\lambda^2 \le \left[L(0) - \frac{2h^2}{3}\Phi^2\right]e^{-\frac{3}{2h}t} + \frac{2}{3}\Phi^2h^2 \quad (۴۷)$$

معادله (۴۷) نشان دهنده‌ی آن است که مقدار خطای ردیابی ناشی از نامعینی‌های مدل‌سازی و خطای تخمین به صورت یکنواخت در تمام زمان‌ها محدود بوده و به مجموعه بسته‌ی $\boldsymbol{|e_\lambda| \le \frac{2}{\sqrt{3}}\Phi h}$ میل می‌کند. بنابراین با کاهش زمان پیش‌بین، امکان کاهش خطای ردیابی وجود دارد. با در نظر گرفتن هر $\boldsymbol{\varepsilon > 0}$ با انتخاب $\boldsymbol{0 < h < \sqrt{3}\varepsilon/2\Phi}$ در قانون کنترلی می‌توان نشان داد که $\boldsymbol{|e_\lambda| \le \varepsilon}$. بنابراین پایداری کنترل‌کننده با فرضیات مطرح شده در حالت طراحی شده از دیدگاه لیاپانوف قابل اثبات می‌باشد.

٦- طراحی کنترل‌کننده با اضافه شدن تکنیک فیدبک انتگرال

در این مقاله به منظور کاهش خطا در سیستم کنترلی، از تکنیک فیدبک انتگرالی در ترکیب با کنترل‌کننده طراحی شده استفاده می‌گردد. در این راستا انتگرال لغزش طولی ($\boldsymbol{p = \int \lambda dt}$) به شکل زیر به معادلات حالت سیستم اضافه می‌شود:

$$\dot{p} = \lambda \quad (۴۸)$$

بنابراین متغیرهای کنترلی سیستم $\boldsymbol{y = [\lambda\ p]^T}$ در نظر گرفته می‌شود.

با تعریف خطای ردیابی انتگرال لغزش طولی به‌صورت $\boldsymbol{e_p = p(t) - p_d(t)}$ شاخص عملکرد به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$J = \frac{1}{2}w_1[\lambda(t+h) - \lambda_d(t+h)]^2 + \frac{1}{2}w_2[p(t+h) - p_d(t+h)]^2 \quad (۴۹)$$

در رویکردی مشابه با حالت قبل، با استفاده از بسط تیلور خروجی‌های سیستم برای زمان‌های آینده بسط داده شده و پس از جاگذاری آن‌ها در شاخص عملکرد (۴۹) و اعمال شرط بهینگی، قانون کنترلی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T_b(t) = -\frac{VI_t}{Rh}\alpha_1\left[(\alpha_2)e_\lambda + (\alpha_3)e_p + h\left(\frac{1}{\alpha_1}\right)\left(\beta - \dot{\lambda}_d\right)\right] \quad (۵۰)$$

که در آن،

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 + 0.25\upsilon h^2}, \qquad \alpha_2 = 1 + 0.5\upsilon h^2$$
$$\alpha_3 = 0.5\upsilon h, \qquad \upsilon = \frac{w_2}{w_1} \ge 0$$

با جایگذاری قانون کنترلی (۵۰) در معادلات سیستم، معادلات خطا به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{e}_\lambda + \frac{\alpha_1\alpha_2}{h}e_\lambda = -\frac{\alpha_1\alpha_3}{h}e_p + \left(\beta - \hat{\beta}\right) \quad (۵۱)$$

تابع $\boldsymbol{\beta(x)}$ در معادله (۵۱) شامل نیروهای تایر با خاصیت اشباع بوده و تغییر علامت نمی دهد. لذا ترم $\boldsymbol{(\beta(x) - \widehat{\beta}(x))}$ همواره مثبت یا همواره منفی است. بنابراین براساس معادله (۴۳) عبارت مثبت برای $\boldsymbol{(\beta(x) - \widehat{\beta}(x))}$ موجب ایجاد خطای مثبت $\boldsymbol{e_\lambda}$ می شود و برعکس. از

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]

آنجایی هم که $\boldsymbol{e_p = \int e_\lambda dt}$ است، بنابراین دو ترم $\boldsymbol{\beta(x) - \hat{\beta}(x)}$ و $\boldsymbol{e_p}$ به خودی خود، هم علامت می‌باشند. حال با توجه به اینکه $\boldsymbol{\alpha_1 > 0}$ و $\boldsymbol{\alpha_3 > 0}$ ضرایب مثبتی هستند بنابراین سمت راست معادله (۵۱) دارای دو ترم غیر هم علامت می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در تکنیک فیدبک انتگرال، عبارت سمت راست معادله خطا همواره مقدار کمتری نسبت به حالت بدون فیدبک انتگرال در معادله (۴۳) دارد که در مجموع باعث کاهش قابل توجه خطای ردیابی در اثر نامعینی می‌شود.

۷- نتایج شبیه‌سازی

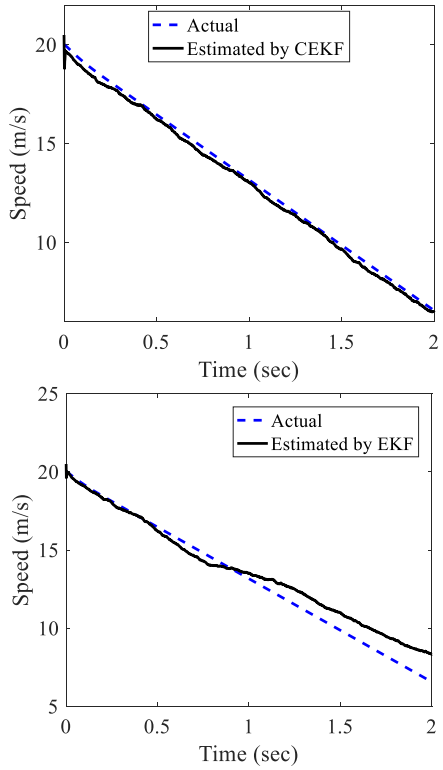
به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده برای تخمین مقید پارامترها و حالت‌های سیستم همچون ضریب اصطکاک جاده و لغزش طولی چرخ، از یک مدل یک چهارم خودرو با پارامترهای جدول ۱ استفاده شده است. در تمامی شبیه‌سازی‌ها، عملکرد ترمزگیری پس از برداشتن گشتاور موتور، بر روی خودرویی در سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه و در جاده‌ای فاقد شیب مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین در تمامی شبیه‌سازی ها، مقدار اصطکاک بین تایر و جاده ۰/۹ فرض می‌شود.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مدل

متغیر	نماد	مقدار
شعاع چرخ	R	$0.3(m)$
ممان اینرسی تایر	I_t	$1.7(kg.m^2)$
جرم مدل یک چهارم خودرو	m_t	$415(kg)$
ضریب اصطکاک	μ	0.9
سرعت اولیه	V_0	$20(m/s)$
پارامترهای مدل تایر	a_1	-21.3
	a_2	1144
	a_3	49.6
	a_4	226
	a_5	0.069
	a_6	-0.006
	a_7	0.056
	a_8	0.486

به منظور بررسی عملکرد الگوریتم تخمین‌زن مقید ارائه شده و اعتبارسنجی آن، در ابتدا نتایج تخمین سرعت طولی خودرو در شکل ۲ ارائه شده است. همچنین به منظور صحه‌سنجی، نتایج این الگوریتم با یک فیلتر کالمن نامقید توسعه‌یافته مقایسه شده است. در هر دو تخمین‌زن نویز گوسی سفید با قدرت صفر دسی‌بل و ضریب برابر قرار داده شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که به منظور طراحی یک نویز گوسی با میانگین صفر و قدرت (واریانس) مطلوب در این شبیه‌سازی‌ها، مقدار نسبت سیگنال به نویز هدف ۴۰ دسی‌بل فرض شده است. به همین اساس، متناسب با حسگر مورد استفاده، انحراف معیار به صورت $\sigma = 10^{-\frac{40}{20}} = 0.01A_{signal}$ در نظر گرفته می‌شود که در آن A_{signal} اندازه میانگین مربعات سیگنال می‌باشد.

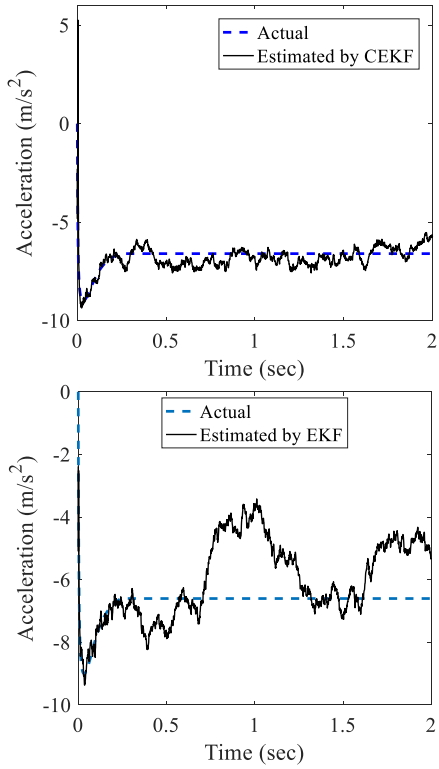
براساس شکل ۲ فیلتر کالمن مقید از عملکرد بهتری در تخمین سرعت طولی خودرو برخوردار است. در تمامی نتایج ارائه شده EKF نشان دهنده فیلتر کالمن توسعه‌یافته در شکل معمول خود و CEKF نشان دهنده فیلتر کاالمن توسعه‌یافته‌ی مقید می‌باشد.



شکل ۲: مقایسه تخمین سرعت با تخمین‌گر مقید و تخمین‌گر نامقید

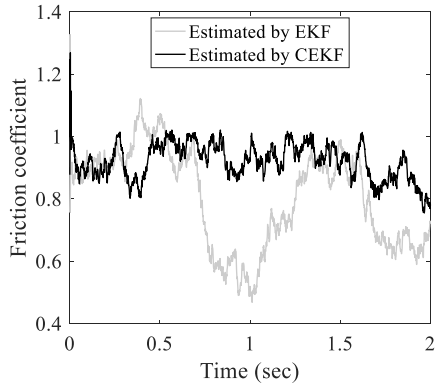
به منظور مقایسه عملکرد تخمین زن مقید و نامقید، در شکل ۳ نتایج تخمین شتاب طولی حرکت در مقایسه با شتاب طولی واقعی ارائه شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد که در اینجا، شتاب خطی سیستم به عنوان یکی از خروجی‌های سیستم اندازه‌گیری می‌شود، اما برای نشان دادن دقت تخمین‌گر لازم است خروجی اندازه‌گیری شده با خروجی تخمینی مقایسه گردد. خروجی تخمینی از روی حالت‌های تخمین زده شده و با استفاده از معادلات سیستم محاسبه می گردد. بنابراین پس از تخمین متغیرهای حالت، شتاب تخمینی که از روی حالتهای تخمینی محاسبه شده، در شکل ۳ نمایش داده می‌شود. نزدیک بودن شتاب اندازه‌گیری شده و شتاب تخمینی نشان دهنده عملکرد مطلوب تخمین‌زن مقید در مقایسه با تخمین‌گر نامقید است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]



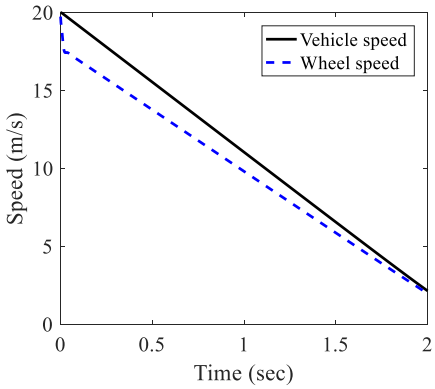
شکل ۳: مقایسه تخمین شتاب با تخمین‌گر مقید و تخمین‌گر نامقید

در ادامه عملکرد فیلتر مقید ارائه شده در زمینه تخمین پارامترهای دینامیک خودرو مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. بر همین اساس در شکل ۴ نتایج تخمین ضریب اصطکاک بین تایر و جاده در مقایسه با مقدار واقعی آن ارائه شده است. براساس شکل ۴ الگوریتم تخمین مقید ارائه شده، عملکرد بسیار خوبی نسبت به الگوریتم فیلتر کالمن نامقید در تخمین ضریب اصطکاک ارائه می‌دهد. این عملکرد بخصوص در زمان‌های ارضا قیود مشهود می‌باشد که در آن تخمین‌گر نامقید نه تنها نتوانسته مقدار ۰/۹ ضریب اصطکاک سیستم را به درستی تخمین بزند، بلکه در برخی زمان‌ها بازه‌ی قیود تعریف شده برای ضریب اصطکاک را نقض کرده و مقدار ضریب اصطکاک را غیرواقعی و حتی بیشتر از یک تخمین می‌زند.



شکل ۴: مقایسه تخمین ضریب اصطکاک با تخمین‌گر مقید و تخمین‌گر نامقید

در ادامه نتایج ترکیب تخمین‌زن و کنترل‌کننده ارائه می‌شود. همانطور که در بخش طراحی کنترل‌کننده توضیح داده شد، کنترل کننده از سرعت طولی و ضریب اصطکاک تخمین‌زده شده برای جلوگیری از قفل‌شدگی تایر و تولید حداکثر نیروی ترمزی استفاده می‌کند. در شکل ۵ نتایج سرعت طولی خودرو در حضور کنترل‌کننده‌ی طراحی شده البته بدون استفاده از تکنیک فیدبک انتگرالی ارائه شده است. براساس شکل ۵ بعد از ۲ ثانیه سرعت طولی خودرو و سرعت چرخ به تقریبا ۲ متر بر ثانیه می‌رسد و با توجه به صفر نشدن سریع سرعت زاویه‌ای از لغزش جلوگیری شده است.

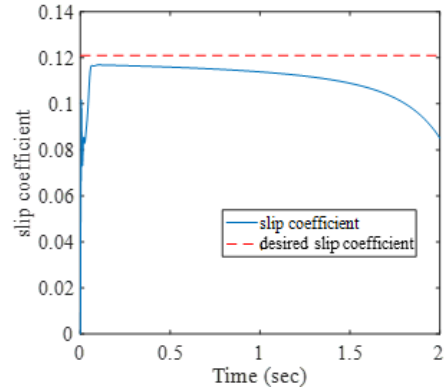


شکل ۵: نمودار سرعت چرخ و سرعت خودرو

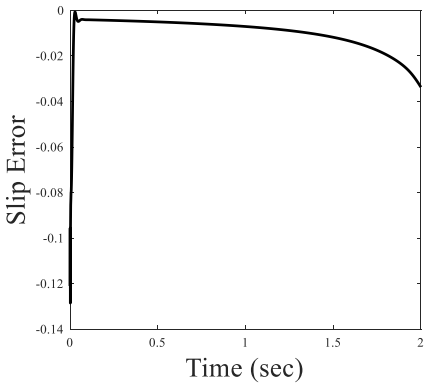
در شکل ۶ و ۷ به ترتیب نتایج ردیابی و خطای ردیابی ضریب لغزش مطلوب در حضور کنترل کننده ارائه شده است. طبق شکل ۶ ضریب لغزش رفته رفته با گذر زمان دارای خطای افزایشی است که دلیل آن افزایش نامعینی های سیستم به هنگام کاهش سرعت طولی خودرو می باشد که با روابط (۳۴) و (۴۳) مشاهده می‌گردد. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که مقدار مطلوب ضریب لغزش به منظور تولید بیش‌ترین نیروی طولی ترمزی، براساس معادلات نیروی تایر، مقدار ۰/۱۲۱ در نظر گرفته می‌شود.

به منظور برطرف کردن خطای ردیابی در کنترل‌کننده طراحی شده، بر اساس تحلیل خطای انجام شده در ذیل معادله‌ی (۴۷)، می‌توان با کاهش زمان پیش‌بین h، مقدار خطا را کاهش داد. در این راستا، نتایج شبیه‌سازی با ۳ مقدار مختلف از زمان پیش‌بین در شکل‌های ۸ و ۹ انجام شده تا میزان تاثیرگذاری تغییرات این پارامتر در خطا و گشتاور کنترلی مورد نیاز بهتر دیده شود. براساس شکل ۸ کاهش زمان پیش‌بین تا یک حد موجب کاهش خطای ردیابی می‌شود. همچنین با توجه به شکل ۹، کاهش زمان‌پیش بین موجب افزایش گشتاور کنترلی می‌شود. در ادامه براساس شکل ۱۰ کاهش بیش از حد زمان پیش‌بین موجب ایجاد پیک در گشتاور کنترلی می‌شود. بنابراین در حالتی که زمان پیش‌بین برابر ۰/۰۰۲ در نظر گرفته می‌شود خطای لغزش کمتر می‌شود اما این کاهش خطای لغزش سبب افزایش ناگهانی انرژی کنترلی نیز می‌شود. در نتیجه اگرچه کاهش زمان پیش‌بین تا حدی موجب کاهش خطای ردیابی لغزش مطلوب می‌شود، اما کاهش بیش‌تر زمان پیش‌بین موجب تغییر ناگهانی در گشتاور کنترلی شده که از نظر عملی قابلیت اعمال ندارد. بنابراین در ادامه به ارائه نتایج تکنیک کنترل‌کننده با فیدبک انتگرالی پرداخته می‌شود.

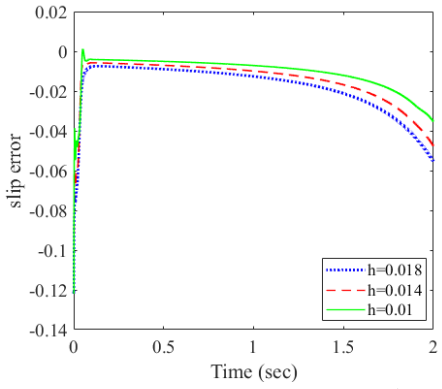
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]



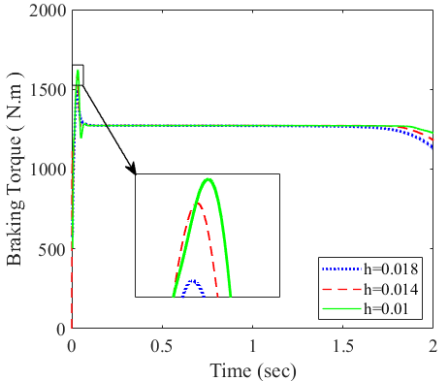
شکل ۶: ضریب لغزش طولی چرخ



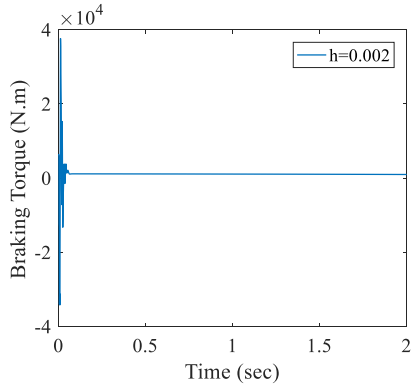
شکل ۷: خطای ردیابی لغزش طولی چرخ

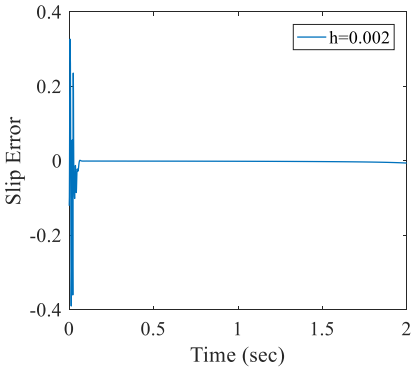


شکل ۸: بررسی خطای لغزش با کاهش زمان پیش‌بین



شکل ۹: بررسی گشتاور کنترلی با کاهش زمان پیش‌بین



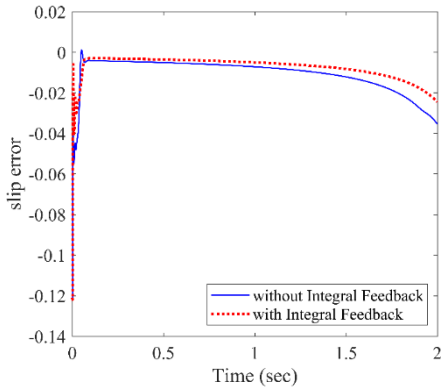


شکل ۱۰: تغییرات انرژی کنترلی و خطا برای مقادیر خیلی کم زمان پیش‌بین

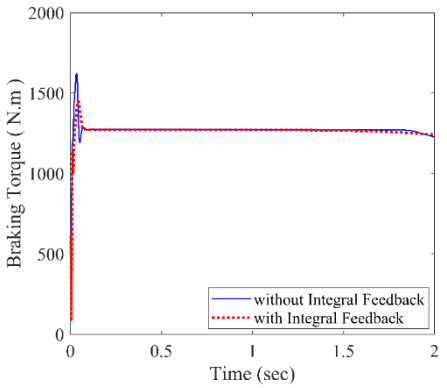
به منظور کاهش خطای ردیابی ضریب لغزش و همچنین جلوگیری از پیک ناگهانی ورودی کنترلی، در ادامه از کنترل کننده با تکنیک فیدبک انتگرالی استفاده می‌شود. نتایج مقایسه دو روش کنترلی در حالت با فیدبک انتگرالی و بدون آن در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ ارائه شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که در این نمودار زمان پیش‌بین برای هر دور روش کنترلی ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. براساس شکل ۱۱ کنترل‌کننده طراحی شده با تکنیک فیدبک انتگرال نه تنها از خطای لغزش کم‌تری نسبت به حالتی که از فیدبک انتگرال استفاده نمی‌شود، برخوردار است، بلکه براساس شکل ۱۲ پیک گشتاور کنترلی نیز در این روش کاهش یافته است. به منظور مقایسه بهتر دو روش کنترلی، نتایج مقایسه فاصله توقف در جدول ۲ ارائه شده است، براساس جدول ۲ در تکنیک کنترل‌کننده با فیدبک انتگرالی، فاصله توقف کم تر از حالت بدون فیدبک انتگرال می‌باشد.

در نهایت به مقایسه نتایج کار حاضر با کنترل‌کننده طراحی شده در مرجع [۳] پرداخته می‌شود. این نکته لازم به ذکر می‌باشد که کنترل‌کننده طراحی شده در مرجع [۳] بدون تخمین می‌باشد و در آن خطای تخمین وجود ندارد (حالت ایده‌ال). مقایسه نتایج در حضور و عدم حضور تخمین‌زن در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ ارائه شده است. خطای ردیابی مشاهده شده در شکل ۱۳ ناشی از خطای تخمین می‌باشد. بنابراین نتایج ارائه شده در مقاله حاضر به دلیل در نظر گرفتن تخمین در ساختار خود، از دیدگاه عملی نتایج نزدیک‌تری به واقعیت ارائه می‌دهد.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]



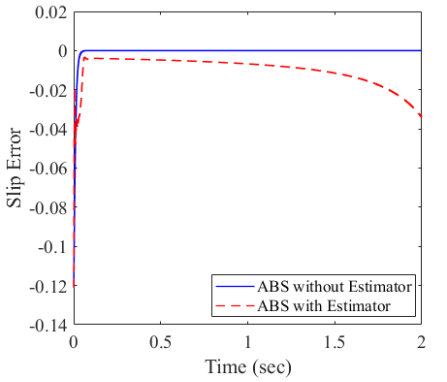
شکل ۱۱: مقایسه خطای لغزش با فیدبک انتگرال و بدون فیدبک انتگرال



شکل ۱۲: مقایسه گشتاور کنترل، کنترل‌کننده با فیدبک انتگرال و بدون فیدبک انتگرال

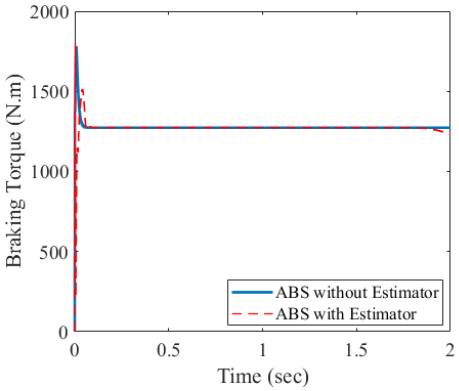
جدول ۲: مقایسه فاصله توقف در دو روش کنترلی

روش کنترلی	فاصله توقف (متر)
کنترل‌کننده با فیدبک انتگرال	۲۲/۷
کنترل‌کننده بدون فیدبک انتگرال	۲۴/۸۱

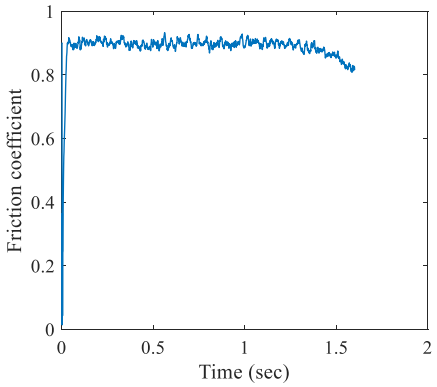


شکل ۱۳: مقایسه خطای ردیابی ضریب لغزش با و بدون تخمین‌زن

به منظور ارزیابی ساختار کامل کنترلی، شرایط واقعی‌تر که شامل ترکیب تخمین‌گر مقید با کنترل‌کننده‌ای است که در آن از روش فیدبک انتگرال استفاده شده و نویز گوسی سفید به آن اضافه شده است، امتحان می‌گردد. ضریب نویز گوسی سفیدی که در این قسمت استفاده شده برابر ۰/۰۰۵ در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱۵ نتایج تخمین ضریب اصطکاک ارائه شده است. براساس این شکل، تخمین‌زن مقید عملکرد مطلوبی را در تخمین مقدار واقعی ضریب اصطکاک در حضور نویز قدرت بالا ارائه می‌دهد.

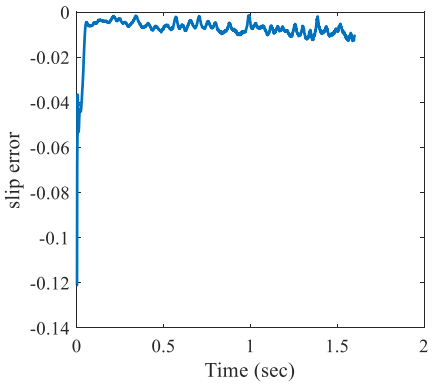


شکل ۱۴: مقایسه گشتاور کنترلی با و بدون تخمین‌زن



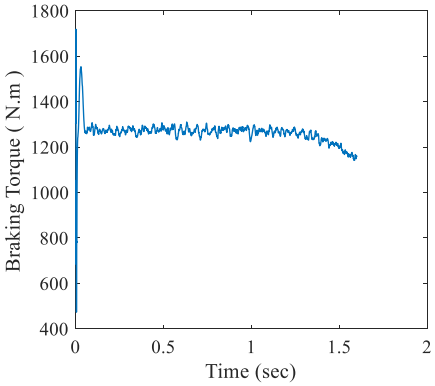
شکل ۱۵: نمودار ضریب اصطکاک

با توجه به کنترل‌کننده طراحی شده که به منظور نگه داشتن ضریب لغزش نزدیک مقدار مطلوب طراحی شده است شکل ۱۶ نشان می‌دهد این ماموریت با وجود نویز تزریق شده به ساختار کامل سیستم کنترلی به بهترین شکل انجام شده و خطای لغزش همواره نزدیک به صفر می‌باشد. شکل ۱۷ گشتاور ترمزی یا انرژی کنترلی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۶: خطای لغزش برحسب زمان در حضور نویز

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]



شکل ۱۷: گشتاور ترمزی در حضور نویز

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله مقایسه‌ای بین تخمین مقید با تخمین نامقید صورت گرفت و نشان داده شد که تخمین مقید خطای کمتر و به طبع آن دقت بالاتری را ارائه می‌دهد طوری که در حضور نویزهای قدرتمندتر عملکردی بسیار دقیق‌تر از تخمین‌گر نامقید داراست و در ادامه تخمین‌گر مقید با کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین ترکیب شد و نشان داده شد با استفاده از تکنیک فیدبک انتگرال خطایی که ناشی از تخمین و نامعینی‌های مدل‌سازی است جبران می‌شود و در واقع کمبودهای مشاهده‌گر را می‌توان کاهش داد. در ضمن از نوسانی شدن انرژی کنترلی نیز جلوگیری به عمل می‌آید. در آخر در نمونه‌ای به بررسی اثر نویز روی ساختار کامل کنترلی متشکل از تخمینگر مقید و کنترل‌کننده با فیدبک انتگرالی اشاره شد و نشان داده شد که در حضور این نویز اختلالی در کارکرد این ساختار به وجود نمی‌آید.

مراجع

[1] Aghasizade, S., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). “Novel constrained control of active suspension system integrated with anti-lock braking system based on 14-degree of freedom vehicle model”. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, vol. 232, no. 4, pp. 501-520.

[2] Aghasizade, S., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). “The effect of road quality on integrated control of active suspension and anti-lock braking systems”. AUT Journal of Mechanical Engineering, vol. 3, no. 1, pp. 123-135.

[3] Mirzaeinejad, H., & Mirzaei, M. (2010). “A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems”. Control Eng. Pract., vol. 18, no. 8, pp. 918-926.

[4] Mirzaei, M., & Mirzaeinejad, H. (2017). “Fuzzy scheduled optimal control of integrated vehicle braking and steering systems”. IEEE/ASME Trans. Mechatron., vol. 22, no. 5, pp. 2369-2379.

[5] Mirzaeinejad, H., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). “A novel technique for optimal integration of active steering and differential braking with estimation to improve vehicle directional stability”. ISA Trans., vol. 80, pp. 513-527.

[6] Reina, G., & Messina, A. (2019). “Vehicle dynamics estimation via augmented Extended Kalman Filtering”. Measurement, vol. 133, pp. 383-395.

[7] Guo, H., Chen, H., Xu, F., Wang, F., & Lu, G. (2013). “Implementation of EKF for vehicle velocities estimation on FPGA”. IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 60, no. 9, pp. 3823-3835.

[8] Patra, N., & Sadhu, S. (2015, December). “Adaptive Extended Kalman Filter for the state estimation of Anti-Lock Braking System”. In 2015 Annual IEEE India Conference (INDICON)(pp. 1-6). IEEE.

[9] Antonov, S., Fehn, A., & Kugi, A. (2011). “Unscented Kalman filter for vehicle state estimation”. Veh. Sys. Dyn., vol. 49, no.9, pp. 1497-1520.

[10] Rajendran, S., Spurgeon, S. K., Tsampardoukas, G., & Hampson, R. (2019). “Estimation of road frictional force and wheel slip for effective antilock braking system (ABS) control”. Int. J. Robust. Nonlin. Control, vol. 29, no.3, pp. 736-765.

[11] Zhang, W., Wang, Z., Zou, C., Drugge, L., & Nybacka, M. (2019). “Advanced Vehicle State Monitoring: Evaluating Moving Horizon Estimators and Unscented Kalman Filter”. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 68, no. 6, pp. 5430-5442.

[12] Sun, F., Huang, X., Rudolph, J., & Lolenko, K. (2015). “Vehicle state estimation for anti-lock control with nonlinear observer”. Control Eng. Prac., vol. 43, pp. 69-84.

[13] Laowanitwattana, J., & Uatrongjit, S. (2016, June). “Estimation of induction motor states and parameters based on extended kalman filter considering parameter constraints”. In 2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM) (pp. 755-760). IEEE.

[14] Lu, F., Ju, H., & Huang, J. (2016). “An improved extended Kalman filter with inequality constraints for gas turbine engine health monitoring”. Aerosp. Sci. Technol., vol. 58, pp. 36-47.

[15] Joukov, V., Bonnet, V., Venture, G., & Kulić, D. (2015, September). “Constrained dynamic parameter estimation using the extended Kalman filter”. In 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (pp. 3654-3659). IEEE.

[16] Pacejka, H. Tire and vehicle dynamics. Elsevier, 2005.

[17] Rajamani, R. Vehicle dynamics and control. Springer Science & Business Media, 2011.

[18] Simon, D. Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches. John Wiley & Sons, 2006.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]

[19] Simon, D., & Chia, T. L. (2002). “Kalman filtering with state equality constraints”. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 38, no. 1, pp. 128-136.

[20] Chia, T. L. (1985). Parameter identification and state estimation of constrained systems (Doctoral dissertation, Case Western Reserve University).

[21] Chen, W. H., Ballance, D. J., & Gawthrop, P. J. (2003). “Optimal control of nonlinear systems: a predictive control approach”. Automatica, vol. 39, no. 4, pp. 633-641.

[22] Khalil, H. K. Nonlinear control (pp. 33-45). New York: Pearson, 2015.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.5.0]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.67]