مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد۱۵، شماره ۱، بهار ۱۴۰۰، صفحه ۱۴۸-۱۳۹

اصلاح مدار ماهواره با استفاده از کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل

طه یاسینی[۱]، جعفر روشنی‌یان[۲]، امیر تقوی‌پور[۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، yasini@email.kntu.ac.ir

[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، roshanian@kntu.ac.ir

[۳] استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه خودرو، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، taghavi@kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۸/۰۷/۰۳ ویرایش: ۱۳۹۸/۱۰/۰۳ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۲۲

چکیده: در این مقاله، اصلاح موقعیت ماهواره در مدار با استفاده از روش کنترل پیش‌بین مبتنی‌بر مدل مقید برای ماهواره‌های ارتفاع پایین انجام شده است. کنترل پیش‌بین با در نظر گرفتن قیود سخت بر روی ورودی کنترلی و خروجی سیستم، نیروی کنترلی اعمال شده توسط تراسترها را کمینه می‌کند. برای طراحی کنترل پیش‌بین از معادلات خطی کلوسی ویلشر و در نظر گرفتن اغتشاشات عدم کرویت زمین و پسای اتمسفری استفاده شده است که اغتشاشات اصلی در مدارهای ارتفاع پایین هستند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد کنترل پیش‌بین با دقت بالا اغتشاشات مداری را جبران و ماهواره را در مدار نگه می‌دارد. به منظور ارزیابی عملکرد روش کنترل پیش‌بین، یک رگولاتور درجه دوم خطی نیز برای کنترل خودکار مدار پیاده‌سازی شده که نتایج آن نشان‌دهنده کمتر بودن مصرف سوخت و نیروی کنترلی اعمالی کنترل پیش‌بین نسبت به رگولاتور درجه دوم خطی است.

کلمات کلیدی: کنترل مدار، کنترل کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل، ماهواره ارتفاع پایین، اغتشاشات مداری، رگولاتور درجه دوم خطی

Satellite Orbit correction using Model based Predictive Control

Taha Yasini, Jafar Roshanian, Amir Taghavipour

Abstract: In this paper autonomous modification of satellite attitude in its orbit is implemented for low earth orbit satellites using Model Predictive Control. MPC minimizes force which applying on the thrusters subject to hard constraints on the control input and output of the system. Here Clohessy-Wilshire equations are utilized by consideration of main disturbance of low orbits such as Atmospheric Drag and Non-Spherical earth disturbance for the design of MPC. The result of simulation proves that this MPC can amend the difference between the linear and non-linear mathematical models of the satellite. In addition, not only orbital disturbances are compensated but also the satellite maintained in orbit with high accuracy. For performance evaluation of this MPC method, A Linear Quadratic Regulator is realized for Orbit's autonomous control; the result of these two methods demonstrated that fuel consummation and control effort in MPC manner is considerably less than LQR method

Keywords: Orbit control, MPC, low earth satellite, orbit perturbation, LQR

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

۱- مقدمه

ماهواره‌ها در مدارهای ارتفاع پایین[1] تحت تاثیر نیروهای اغتشاشی قرار می‌گیرند که باعث می‌شود ماهواره از مداری که برای آن طراحی شده است فاصله بگیرد [۱]. برای مقابله با این اغتشاشات، ماهواره‌های ارتفاع پایین مجهز به پیشران‌های کنترلی برای جبران اغتشاشات[2] و نگه‌داری ماهواره در مدار می‌باشند. برای آنکه ماهواره به اهداف ماموریتی خود برسد، باید به طور دقیق در مدار طراحی شده قرار بگیرد. وظیفه اصلی پیشران‌های کنترلی جبران و حذف نیروهای اغتشاشی و نگه‌داری ماهواره در مدار اصلی است تا اهداف ماموریتی ماهواره به درستی انجام شود [۲].

به طور کلی، مانورهای اصلاح مدار کوچک می‌باشند، اما به دلیل طول عمر ماهواره که چند سال است در مجموع جرم سوخت زیادی مورد نیاز است که این مسئله اهمیت بهینه‌بودن مصرف سوخت را نمایان می‌کند. یکی دیگر از دلایل مصرف سوخت بهینه هزینه بالای پرتاب ماهواره به ازای جرم است [۲]. همچنین با توجه به محدودیت‌های طراحی، جرم سوخت همراه ماهواره از یک مقدار مشخص نباید بیشتر شود.

در گذشته، برای کنترل مدار ماهواره از دستورات ایستگاه زمینی استفاده می‌شد. بدین صورت که پس از محاسبه تغییر بردار مکان ماهواره نسبت به مدار مرجع یک سری محاسبات تحلیلی برای انجام مانور ماهواره صورت می‌گرفته است و سپس به ماهواره دستور روشن شدن پیشران برای مدت مشخصی صادر می‌شده است [۳]. از معایب این روش می‌توان به خودکار نبودن کنترل مدار و بهینه نبودن آن اشاره کرد.

بسیاری از ماهواره‌های کاربردی برای انجام ماموریت‌های مهم مانند سنجش از دور، آب و هوا، نجوم، نظامی و ... در ارتفاعات پایین قرار می‌گیرند، همچنین ایستگاه بین‌المللی فضایی نیز در این ارتفاعات قرار دارد [۴]. نیروی اغتشاشی پسای جو[3] که جزو اغتشاشات اصلی برای ماهواره‌های ارتفاع پایین به شمار می‌رود، باعث کاهش عمر ماهواره می‌شود و از آنجایی که با کاهش ارتفاع ماهواره مقدار این نیرو افزایش می‌یابد، برای جلوگیری از کاهش عمر ماهواره باید از کاهش ارتفاع جلوگیری کرد که از مسائل مهم برای ماهواره‌های ارتفاع پایین است. حال آنکه بیان شد در گذشته کنترل مدار با استفاده از ایستگاه‌های زمینی انجام می‌گرفته است، که در این روش ابتدا اجازه تغییر ارتفاع تا یک مقدار مشخص به ماهواره داده می‌شود و سپس فرمان روشن شدن سیستم پیشران برای بازگرداندن ماهواره به مدار اصلی صادر می‌شود. در این حالت به دلیل کاهش ارتفاع به مرور زمان از عمر عملیاتی ماهواره کم خواهد شد.

منظور از کنترل خودکار[4] مدار ماهواره آن است که ماهواره خودش به تنهایی بتواند موقعیت خود را حفظ کند. کنترل خودکار باعث کاهش هزینه‌ها و افزایش دقت ماموریت خواهد شد، به طور مثال نیاز به ایستگاه زمینی مجهز و پیشرفته را از بین خواهد برد[۳]. همچنین با استفاده از کنترل مداری خودکار نیاز به سوخت کمتر خواهد شد و وزن ماهواره کاهش پیدا خواهد کرد که باعث کاهش هزینه پرتاب و ساخت ماهواره می‌شود [۴]. با توجه به افزایش تعداد ماهواره‌ها در مدار، کنترل خودکار باعث کاهش حجم محاسبات ایستگاه زمینی خواهد شد. همچنین با از بین بردن اپراتور و خطاهای ارتباطی باعث کاهش هزینه و ریسک عملیاتی می‌شود [۵].

در دو دهه اخیر، چندین مطالعه بر روی کنترل خودکار مدار ماهواره‌های ارتفاع پایین انجام شده است. شرکت میکروکاسم[5] در سال ۱۹۹۹ میلادی اولین کنترل خودکار مدار برای ماهواره UoSAT-12 آزمایش کرد [۶]. تجربه‌ی موفق آزمایش UoSAT-12 سبب شد این شرکت در سال ۲۰۰۶ میلادی، قابلیت کنترل خودکار را بر روی ماهواره TacSat-2 نیز امتحان کند [۷]. در سال ۲۰۰۴ کنترل خودکار بر روی ماهواره دیمتر[6] با موفقیت انجام و پیاده‌سازی شد [۸]. در سال ۲۰۱۱ کنترل خودکار در ماموریت پریسما[7] با موفقیت انجام پذیرفت [۹]. پریتو و احمد با استفاده از روش کنترل پیش‌بین یک کنترل خودکار برای جبران نیروهای اغتشاشی غیر گرانشی در ارتفاعات پایین، طراحی کرده‌اند [۱۰]. فلوریو و دامیکو یک کنترل رگولاتور خطی درجه دوم برای کنترل خودکار ماهواره، طراحی کرده‌اند [۱۱]. گارولی و گیانیتراپانی از روش کنترلی لیاپانوف برای کنترل خودکار مدار ماهواره استفاده کرده‌اند [۱۲].

کنترل پیش‌بین یک استراتژی کنترلی بهینه است که با استفاده از پیش‌بینی مدل دینامیکی سیستم، تابع هزینه در نظر گرفته شده برای سیستم را کمینه می‌کند [۵]. این کنترل قادر است به صورت همزمان چندین هدف کنترلی را با در نظر گرفتن قیود سخت بر روی ورودی و خروجی سیستم تحقق بخشد و بهینگی را تضمین کند [۲]. این روش کنترلی را می‌توان به صورت برخط[8] پیاده‌سازی کرد. از ویژگی‌های مهم روش کنترل پیش‌بین آن است که وقتی بر روی مدل غیرخطی سیستم پیاده‌سازی می‌شود

[1] Low Earth Orbit
[2] Perturbation
[3] Drag
[4] Auonomous control
[5] Microcosm
[6] DEMETER
[7] PRISMA
[8] Real Time

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

قادر به اصلاح کنترل طراحی شده برای مدل غیرخطی است و بدین صورت فرضیاتی که برای خطی‌سازی، در نظر گرفته شده است، را اصلاح می‌کند. با توجه به محدودیت‌های سوخت همراه ماهواره که منجر به مصرف سوخت بهینه می‌شود و همچنین قیودی که بر روی میزان نیروی پیشران خروجی سیستم وجود دارد، کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل یک انتخاب مناسب برای کنترل خودکار مدار ماهواره است.

در چند سال اخیر، مطالعات جدیدی بر روی کنترل مدار با روش کنترل پیش‌بین صورت گرفته است که مربوط به ماهواره‌های زمین ثابت[1] است. ویس و همکارانش، کنترل همزمان موقعیت و وضعیت ماهواره را با استفاده از روش کنترل پیش‌بین و استفاده از معادلات کلوسی ویلشر انجام داده‌اند. روش کنترل مدار [۱۳] و [۱۴] مشابه [۵] می‌باشد و تنها تفاوت آن‌ها در نوع پیشران استفاده شده برای انجام کنترل خودکار مدار است.

کنترل پیش‌بین طراحی شده بر اساس خطی‌سازی معادلات دینامیکی حاکم بر ماهواره در فضا، حول مدار اصلی است؛ که با نام معادلات کلوسی ویلشر شناخته شده است. تابع هزینه[2] در نظر گرفته شده به صورت مربعی است که باعث کاهش حجم محاسبات برای یافتن نقطه بهینه خواهد شد. پس از طراحی کنترل پیش‌بین برای مدل خطی حرکت ماهواره و بدون در نظر گرفتن اغتشاشات مداری، این کنترل با در نظر گرفتن اغتشاشات مداری پیاده‌سازی شده است. شبیه‌سازی‌های صورت گرفته نشان می‌دهد که کنترل پیش‌بین با در نظر گرفتن قیود موجود بر روی ورودی و خروجی سیستم مصرف سوخت را نسبت به رگولاتور درجه دوم خطی بسیار کاهش داده است و با دقت بالایی ماهواره را در حضور اغتشاشات در مدار مرجع قرار می‌دهد.

در بخش ۲ مدل‌سازی ریاضی حرکت ماهواره در مدار، خطی‌سازی معادلات و اغتشاشات موثر در مدارهای ارتفاع پایین بیان شده است. در بخش ۳ مسئله کنترل مدار ماهواره با در نظر گرفتن قیود و تابع هزینه فرمول بندی شده است و یک کنترل پیش‌بین مبتنی‌بر مدل برای اهداف در نظر گرفته‌شده طراحی شده است. در بخش ۴ شبیه‌سازی و نتایج کنترل پیش‌بین و رگولاتور درجه دوم خطی نشان داده شده است و در بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی ارائه شده است.

۲- مدل‌سازی ریاضی حرکت ماهواره در مدار

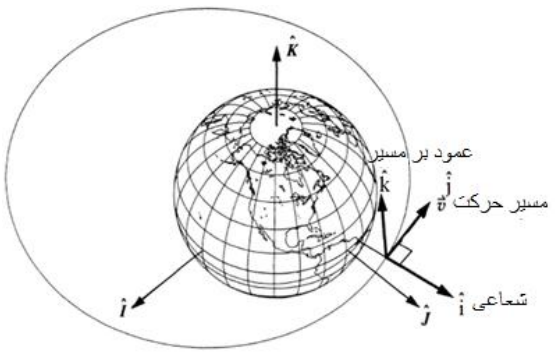
در این بخش، معادلات غیرخطی و خطی شده دینامیک مداری و اغتشاشات اصلی وارد بر ماهواره‌های ارتفاع پایین بیان خواهد شد. معادله حرکت ماهواره در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز[3] به صورت (۱) بیان می‌شود [۱], [۱۵]:

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu\frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{m}\vec{F} + \vec{a}_p \qquad (۱)$$

$\vec{F}$ بردار نیروهای کنترلی وارد بر ماهواره توسط پیشران، $\vec{a}_p$ بردار شتاب‌های اغتشاشی وارد بر ماهواره، $\vec{r}$ بردار جابه‌جایی ماهواره از مرکز زمین، $r = |\vec{r}|$ فاصله ماهواره از مرکز زمین، μ ثابت جاذبه زمین و m جرم ماهواره است. بردار جابه‌جایی نسبی بین ماهواره و مدار مرجع به صورت (۲) بیان می‌شود:

$$\delta\vec{r} = \delta x\hat{\imath} + \delta y\hat{\jmath} + \delta z\hat{k} \qquad (۲)$$

∂x، δy و δz مولفه‌های بردار مکان ماهواره نسبت به مدار مرجع هستند و $\hat{\imath}$، $\hat{\jmath}$ و $\hat{k}$ بردارهای یکه در دستگاه مختصات هیل هستند؛ در دستگاه مختصات هیل محور y در جهت بردار سرعت ماهواره، محور x در جهت بردار جابه‌جایی از مرکز زمین و محور z در جهت اندازه حرکت زاویه‌ای ماهواره (عمود بر صفحه مداری) می‌باشند. دستگاه مختصات هیل (ijk) و دستگاه مختصات اینرسی (IJK) زمین مرکز در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز و دستگاه مختصات هیل[۱]

۲-۱ خطی سازی معادلات حرکت

بردار جابه‌جایی ماهواره در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز به صورت $\vec{r} = \vec{r}_0 + \delta\vec{r}$ بیان می‌شود که $\vec{r}_0$ بردار مدار مرجع است. با جایگذاری این رابطه در معادله (۱) و برای حرکت ماهواره حول مدار مرجع ($\delta r \ll r$) معادلات خطی کلوسی ویلشر به صورت (۳) بیان می‌شوند:

[1] Geostationary Earth Orbit
[2] Cost Function
[3] Earth Centered Inertial Frame

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

$$\begin{aligned}\delta\ddot{x} - 3n^2\delta x - 2n\delta\dot{y} &= \frac{1}{m}F_x + a_{p_x}\\ \delta\ddot{y} + 2n\delta\dot{x} &= \frac{1}{m}F_y + a_{p_y}\\ \delta\ddot{z} + n^2\delta z &= \frac{1}{m}F_z + a_{p_z}\end{aligned} \quad (۲)$$

F_x، F_y و F_z مولفه‌های بردار پیشران در راستای محورهای مختصات دستگاه هیل، a_{p_x}، a_{p_y} و a_{p_z} مولفه‌های شتاب اغتشاشی، m جرم ماهواره و $n = \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3}}$ میانگین حرکت ماهواره در مدار مرجع است.

معادلات خطی (۳) اختلاف بین حرکت ماهواره و مدار اصلی است که در اثر وجود اغتشاشات به وجود می‌آیند. هدف از طراحی کنترل به صفر رساندن این اختلاف و حفظ ماهواره در مدار مرجع؛ یعنی خطای صفر است. معادلات (۳) نشان می‌دهد دینامیک حرکت ماهواره در صفحه xy و خارج از صفحه، مستقل[1] از هم هستند. بر اساس معیار پایداری لیاپانوف[2] حرکت در صفحه ماهواره که دارای دو مقدار ویژه[3] صفر و دو مقدار ویژه در $\pm n$ بر روی محور موهومی، ناپایدار است. در صورتی که حرکت خارج از صفحه ماهواره با دو مقدار ویژه در $\pm n$ بر روی محور موهومی، پایدار است.

۲-۲ اغتشاشات مداری

ماهواره‌ها در مدار تحت تاثیر نیروهای اغتشاشی، که باعث فاصله گرفتن ماهواره از مدار اصلی می‌شود، قرار می‌گیرند. فاصله گرفتن از مدار اصلی سبب می‌شود که ماهواره نتواند به درستی ماموریت خود را انجام دهد. میزان تاثیر اغتشاشات مداری با توجه به ارتفاع مدار متفاوت می‌باشد. برای ماهواره‌های ارتفاع پایین اغتشاشات اصلی شامل نیروی پسای جو و عدم کرویت زمین است که بیشترین تاثیر را بر روی مدار ماهواره دارند. هرچه ارتفاع ماهواره کمتر باشد نیروی پسای جو تاثیر بیشتری بر روی مدار ماهواره دارد. این نیرو باعث کاهش ارتفاع و سرعت ماهواره خواهد شد که نتیجه آن تغییر مدار ماهواره به ارتفاعات پایین‌تر و از بین رفتن ماهواره است. موثرترین اغتشاش وارد بر ماهواره‌های ارتفاع پایین، عدم کرویت زمین است که باعث تغییر در نوع مدار ماهواره و صفحه مداری خواهد شد. مدل اغتشاشات عدم کرویت زمین و پسای جو به صورت (۴) در نظر گرفته خواهد شد [۱]، [۱۵].

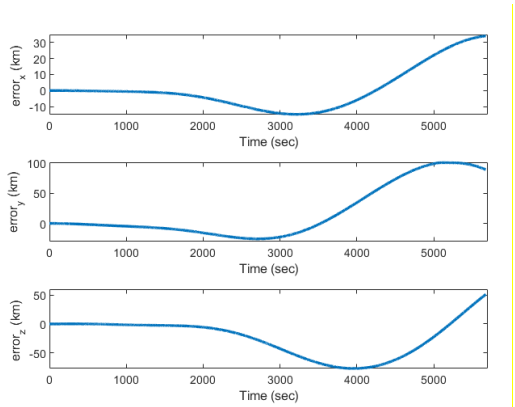
$$\begin{aligned}\vec{a}_{Drag} &= -\frac{1}{2}\rho v_{rel}\left(\frac{c_D A_{Drag}}{m}\right)\vec{v}_{rel}\\ \vec{a}_{J_2} &= \frac{3J_2\mu R^2}{2r^5}\left[\left(\frac{5\vec{r}\cdot\hat{K}_E}{r^2} - 1\right)\vec{r} - 2\left(\vec{r}\cdot\hat{K}_E\right)\hat{K}_E\right]\end{aligned} \quad (۴)$$

ρ چگالی هوا، v_{rel} سرعت ماهواره نسبت به اتمسفر، c_D ضریب پسای ماهواره، A_{Drag} سطح مقطع ماهواره است. J_2 ضریب عدم کرویت زمین، $\hat{k}_E$ محور Z در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز و R شعاع زمین می‌باشد.

بردار کل شتاب اغتشاشی وارد بر ماهواره به صورت (۵) خواهد بود.

$$\vec{a}_p = \vec{a}_{Drag} + \vec{a}_{J_2} \quad (۵)$$

در شکل ۲ خطای بین ماهواره و مدار مرجع بدون اعمال نیروی کنترلی و در اثر اغتشاشات نشان داده شده است. وظیفه اصلی کنترل کننده طراحی شده جبران و حذف این اغتشاشات و نگه‌داری ماهواره در مدار مرجع می‌باشد.



شکل ۲: حرکت آزاد ماهواره (حرکت بدون کنترل) در اثر اغتشاشات

مدل اغتشاشات در نظر گرفته شده (۴) در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز است. در صورتی که معادلات (۳) در دستگاه مختصات هیل می‌باشد. جهت اعمال نیروهای اغتشاشی در دستگاه هیل از ماتریس تبدیل (۶) استفاده خواهد شد [۱۵].

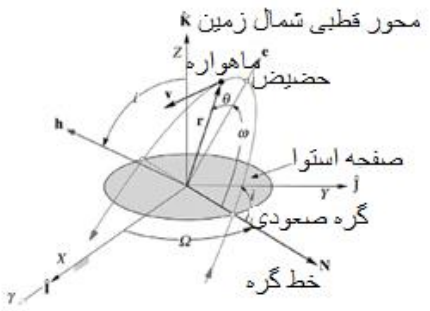
$$\begin{aligned}T_{ijk}^{IJK} &= \begin{bmatrix}\cos\Omega & -\sin\Omega & 0\\ \sin\Omega & \cos\Omega & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos i & -\sin i\\ 0 & \sin i & \cos i\end{bmatrix}\\ &\begin{bmatrix}\cos\omega & -\sin\omega & 0\\ \sin\omega & \cos\omega & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\end{aligned} \quad (۶)$$

Ω زاویه‌ی صعود حقیقی گره صعود[4]، i زاویه میل مداری[5]، ω زاویه آرگومان نقطه حضیض مداری[6] و θ زاویه‌ی آنومالی

[1] Decouple
[2] Lyapunov stability
[3] Eigenvalue
[4] Right ascension of the ascending node
[5] Inclination
[6] Argument of perigee

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

صحیح[1] است. این زوایا حالت ماهواره در مدار را در سه بعد بیان می‌کند، تعابیر فیزیکی این زوایا درشکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳ :تعابیر فیزیکی المان‌های مداری[۱۵]

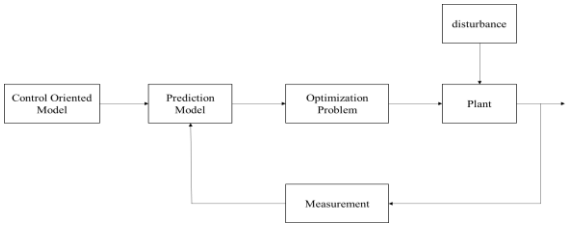
جهت اعمال نیروهای اغتشاشی از $\vec{r}$ و $\vec{v}$ ماهواره در معادلات (۴) به صورت $\vec{r} = \vec{r}_{orbit} + \delta r$ و $\vec{v} = \vec{v}_{orbit} + \delta v$ استفاده خواهد شد. بدین صورت که ابتدا $\vec{r}$ و $\vec{v}$ ماهواره در هر گام زمانی محاسبه خواهد شد. سپس زاویه‌های معادله (۶) محاسبه خواهد شد تا نیروهای اغتشاشی (۵) با استفاده از ماتریس انتقال (۶) به دستگاه مختصات هیل انتقال پیدا خواهند کرد.

۳- طراحی کنترل پیش‌بین مبتنی برمدل

هدف از طراحی کنترل مدار ماهواره ارتفاع پایین به شرح زیر است:

- بازگرداندن ماهواره به مدار اصلی
- از بین بردن اغتشاشات مداری و نگه‌داری ماهواره در مدار اصلی با بیشترین دقت
- کمینه کردن مصرف سوخت
- کاهش بزرگی نیروی تراست ماهوار

برای تحقق اهداف بیان شده، یک کنترل پیش‌بین مبتنی‌بر مدل طراحی شده است. روش کنترل پیش‌بین بهینگی را با در نظر گرفتن عملکرد و قیدهای وارد بر سیستم تضمین می‌کند. کنترل پیش‌بین با حل مسئله کنترل بهینه و پیش‌بینی آینده سیگنال کنترلی را تولید می‌کند که این فرآیند با در نظر گرفتن تابع هزینه و قیدهایی که برروی ورودی و حالت سیستم است در هر گام زمانی انجام می‌پذیرد؛ بدین صورت که در هر گام زمانی دنباله‌ای از ورودی‌های کنترل را برای لحظه‌های آینده سیستم محاسبه می‌کند و با استفاده از روش افق کاهنده[2] فقط جمله اول را به عنوان ورودی به سیستم اعمال می‌نماید و پس از اندازه‌گیری خروجی و خطای بین سیستم و حالت مطلوب در گام زمانی بعدی این فرآیند تکرار خواهد شد تا میزان خطا به صفر یا مقدار قابل قبولی برسد [۱۶]. با خطی در نظر گرفتن معادلات، قیدها به صورت مساوی و نامساوی و تابع هزینه به صورت مربعی، کنترل پیش‌بین به صورت یک مسئله مربعی فرمول بندی خواهد شد که حجم محاسبات کمی را برای پیاده‌سازی به صورت برخط[3] دارد [۵]. در شکل ۴ نحوه پیاده‌سازی کنترل پیش‌بین نشان داده شده است.این کنترل‌کننده قادر است فرضیاتی که در طراحی آن در نظر گرفته نشده را جبران کند و اختلاف بین مدل اصلی و مدل ریاضی در نظر گرفته شده برای طراحی کنترل‌کننده را از بین ببرد.



شکل ۴: پیاده سازی کنترل پیش‌بین بر روی مدل اصلی

۳-۱ معادلات فضای حالت

با در نظر گرفتن متغیرهای حالت معادلات (۳) به صورت $X = [\delta x\ \delta y\ \delta z\ \delta \dot{x}\ \delta \dot{y}\ \delta \dot{z}]^T$، معادلات فضای حالت سیستم خطی (۳) به صورت (۷) خواهد بود:

$$\dot{\vec{X}} = A\vec{X} + B\vec{U}$$
$$\vec{Y} = C\vec{X} \qquad (۷)$$

ماتریس‌های A، B و C به صورت (۸) می‌باشند:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \qquad (۸)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

و بردار ورودی کنترلی به صورت (۹) خواهد بود:

[1] True anomaly
[2] Receding horizon control
[3] Online

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

$$\vec{U} = [F_x\ F_y\ F_z]^T \quad (۹)$$

جهت پیاده‌سازی کنترل پیش‌بین معادلات سیستم باید به صورت گسسته بیان شود. با استفاده از روش گام به جلو اویلر که یک روش مرتبه اول است معادلات دینامیکی گسسته سیستم در گام زمانی Δt به صورت (۱۰) بیان می‌شود:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (۱۰)$$

x_k بردار حالت سیستم در گام زمانی $k > 0$ و u_k بردار کنترل در گام زمانی $k > 0$ هستند.

همچنین معادلات گسسته خروجی سیستم به صورت (۱۱) بیان می‌شوند:

$$y_k = C_k x_k \quad (۱۱)$$

۳-۲ پیش‌بینی حالت و خروجی سیستم

با درنظر گرفتن شرایط اولیه برای سیستم در گام k، آینده حالت‌های سیستم برای N_p گام پیش‌بینی خواهد شد که N_p افق پیش‌بینی[1] نامیده می‌شود. بر اساس معادلات فضای حالت گسسته (۱۰) پیش‌بینی حالت سیستم به صورت (۱۲) محاسبه خواهد شد:

$$\begin{aligned} x(k+1|k) &= Ax(k) + B\Delta u(k) \\ x(k+2|k) &= A^2x(k) + AB\Delta u(k) + B\Delta u(k+1) \\ &\vdots \\ x(k+N_p|k) &= A^{N_p}x(k) + A^{N_p-1}B\Delta u(k) + \cdots \\ &\quad + A^{N_p-N_c}B\Delta u(k+N_c-1) \end{aligned} \quad (۱۲)$$

با توجه به رابطه (۱۰) و(۱۱) پیش‌بینی خروجی سیستم به صورت (۱۳) خواهد بود:

$$\begin{aligned} Y &= [y(k+1|k) \quad \cdots \quad y(k+N_p|k)] \\ Y &= Fx(k) + \phi\Delta u(k) \\ F &= \begin{bmatrix} CA \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} \\ \phi &= \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & \cdots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۱۳)$$

N_c افق کنترل[2] نامیده می‌شود که بیانگر این است که سیستم با اعمال N_c ورودی کنترلی به مرجع اصلی در N_p گام خواهد رسید.

۳-۳ تابع هزینه و قیود

کنترل پیش‌بین یک کنترل بهینه مقید است که با وجود قیدهای موجود بر روی ورودی‌ها و دینامیک سیستم بهینگی را تضمین می‌کند. قیدها در کنترل پیش‌بین به صورت نظام‌مند اعمال می‌شوند و هرچه سخت بودن قیدها افزایش یابد مقاومت این کنترل کننده در مقابل نامعینی‌ها و اغتشاشات افزایش خواهد یافت [۱۷]. تابع هزینه‌ای که برای این کنترل کننده در نظر گرفته شده است از نوع مربعی می‌باشد که شامل ترم‌های ورودی کنترلی و خروجی سیستم است بدین صورت که با کمینه‌کردن مصرف سوخت، دقت دنبال کردن مسیر مرجع افزایش یابد و خطای به وجود آمده توسط نیروهای اغتشاشی جبران شود. این تابع هزینه به صورت (۱۴) در نظرگرفته شده است:

$$J = \sum_{k=0}^{N_p-1} y_k^T Q y_k + u_k^T R u_k \quad (۱۴)$$

که Q و R ماتریس‌های وزنی برای تنظیم پارامترهای تابع هزینه است. تابع هزینه شامل دو جمله می‌باشد که جمله اول برای در نظر گرفتن خطای سیستم بین حالت موجود و خروجی سیستم و جمله دوم برای کمینه‌کردن میزان مصرف انرژی است.

سیستم مورد بررسی همچون هرسیستم دینامیکی دیگری دارای قیدهایی برروی ورودی و خروجی خود است. در سیستم مورد بررسی قید بر روی ورودی سیستم ناشی از محدودیت‌های تراستر و وزن سوخت مصرفی است، که به صورت (۱۵) بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} F_{x_{min}} < F_x < F_{x_{max}} \\ F_{y_{min}} < F_y < F_{y_{max}} \\ F_{z_{min}} < F_z < F_{z_{max}} \end{aligned} \quad (۱۵)$$

به دلیل افزایش نیروی پسای جو در اثر کاهش ارتفاع که باعث کاهش طول عمر ماهواره می‌شود یک قید برروی خروجی سیستم قرار داده شده است که از کاهش ارتفاع ماهواره از مدار مرجع جلوگیری می‌کند، این قید باعث می‌شود نیروی پسایی که در مدار اصلی وجود دارد و مقدار آن پیش‌بینی شده است افزایش پیدا نکند و نیروهای اغتشاشی وارد برماهواره افزایش نیابد. قیدهای موجود برروی خروجی سیستم به صورت (۱۶) در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} \delta x_{min} < \delta x < \delta x_{max} \\ \delta y_{min} < \delta y < \delta y_{max} \\ \delta z_{min} < \delta z < \delta z_{max} \end{aligned} \quad (۱۶)$$

از آنجایی که معادلات (۳) خطای بین حرکت ماهواره و مدار مرجع می‌باشد و به منظور جلوگیری از کاهش ارتفاع ماهواره از مدار مرجع به صورت (۱۷) در نظر گرفته شده است.

[1] Prediction horizon
[2] Control horizon

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

$$0 < \delta x < \delta x_{max}$$
$$0 < \delta y < \delta y_{max} \quad (۱۷)$$
$$0 < \delta z < \delta z_{max}$$

در نهایت مسئله کنترل پیش‌بین که در هرگام زمانی $k > 0$ مسئله کنترل بهینه افق محدود را حل می‌کند با در نظر گرفتن قیدهای موجود برروی کنترل و خروجی سیستم به صورت (۱۸) در نظر گرفته می‌شود:

$$\min \sum_{k=0}^{N_p-1} x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k$$
$$st: x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + B_d a_{p.k}$$
$$F_{x_{min}} < F_x < F_{x_{max}}$$
$$F_{y_{min}} < F_y < F_{y_{max}} \quad (۱۸)$$
$$F_{z_{min}} < F_z < F_{z_{max}}$$
$$0 < \delta x < \delta x_{max}$$
$$0 < \delta y < \delta y_{max}$$
$$0 < \delta z < \delta z_{max}$$

N_p افق کنترل پیش‌بین است که تعداد پیش‌بینی‌های انجام شده از آینده سیستم و اغتشاشات را نشان می‌دهد. Q و R ماتریس‌های مربعی وزنی برای خروجی و کنترل سیستم می‌باشند که با تنظیم این ماتریس‌ها دقت کنترلی افزایش و میزان مصرف انرژی کاهش می‌یابند.

۳-۲ کنترل رگلاتور مرتبه دوم

جهت بررسی عملکرد کنترل پیش‌بین، یک کنترل کننده رگولاتور مرتبه دوم در نظر گرفته شده است. تابع هزینه در نظر گرفته شده برای رگولاتور مرتبه دوم به صورت (۱۹) است:

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} x_n^T Q x_n + u_n^T R u \quad (۱۹)$$

با حل معادله ریکاتی برای تابع هزینه افق نامحدود (۱۹) ورودی کنترلی اعمالی با حل معادله جبری (۲۰) بدست خواهد آمد:

$$A^T PA - P - (A^T PB)(B^T PB + R)^{-1}(B^T PA) + Q = 0$$
$$K = (B^T PB + R)^{-1} B^T PA \quad (۲۰)$$
$$u = -Kx_n$$

که ماتریس‌های Q و R وزن‌های حالت و کنترل سیستم، ماتریس‌های A و B از معادله (۳) که رفتار دینامیکی سیستم را نشان می‌دهد، ماتریس P ماتریس مجهول معادله ریکاتی است که با حل آن کنترل اعمالی بدست خواهد آمد.

٤- نتایج و شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد کنترل پیش‌بین مبتنی‌بر مدل در اصلاح و حفظ ماهواره بر روی مدار مرجع و برتری آن نسبت به کنترل رگولاتور درجه دوم خطی نشان داده خواهد است. مشخصات مدار مرجع ارتفاع پایین جهت پیاده‌سازی کنترل مدار در جدول۱ نشان داده شده است. همچنین پارامترهای فیزیکی ماهواره و پارامترهای اغتشاشات که در بخش قبل بیان شد در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۱: المان‌های مداری مرجع

زاویه‌ی صعود حقیقی گره صعود	۷۵ درجه
ارتفاع مدار	۵۰۰ کیلومتر
شیب مدار	۹۷ درجه
آرگومان نقطه حضیض مداری	۵۵ درجه
ارتفاع مدار	۶۲۰ کیلومتر

جدول ۲: پارامترهای فیزیکی و مدل اغتشاشات

جرم	m	100 kg
ضریب نیروی پسا	c_D	2.5
سطح مقطع ماهواره	A_{Drag}	1.3 m^2
ضریب عدم کرویت زمین	J_2	0.00108263

در ابتدا اصلاح و حفظ موقعیت ماهواره توسط کنترل پیش‌بین مبتنی‌بر مدل در حضور اغتشاشات و با در نظر گرفتن قیود بیان شده در (۱۸) نشان داده شده است و سپس با کنترل رگولاتور درجه دوم مقایسه خواهد شد. هدف اصلی از بین بردن خطای اولیه و حفظ ماهواره بر روی مدار مرجع با بالاترین دقت در حضور اغتشاشات و کمینه کردن مصرف سوخت است. ماهواره در نظر گرفته شده دارای سه پیشران در جهت محورهای مختصات هیل است که نیروی تولیدی آن‌ها حدکثر ۰.۲ نیوتن می‌باشد. خطای اولیه در نظر گرفته شده نسبت به مدار مرجع ۱ کیلومتر در هر سه جهت محورهای مختصات می‌باشد. Q و R ماتریس‌های وزنی جهت تنظیم کنترل طراحی شده می‌باشند، همچنین N_p و N_c افق پیش‌بینی و افق کنترلی هستند که مقادیر آن‌ها در جدول ۳ نشان داده شده است.

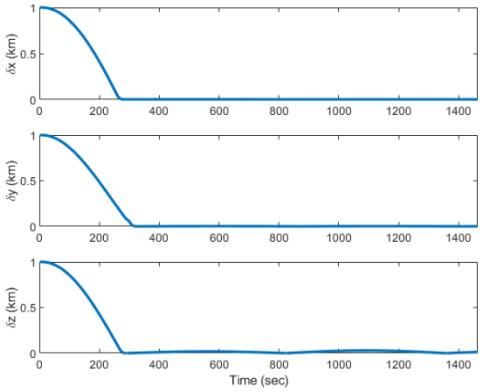
جدول ۳ : جدول پارامترهای کنترل‌کننده

ماتریس وزنی ورودی کنترل	R	$diag([0.08 \quad 0.08 \quad 0.08])$
ماتریس وزنی خروجی سیستم	Q	$diag([0.015 \quad 0.015 \quad 0.015])$
افق پیش‌بین	N_p	10
افق کنترل	N_c	4

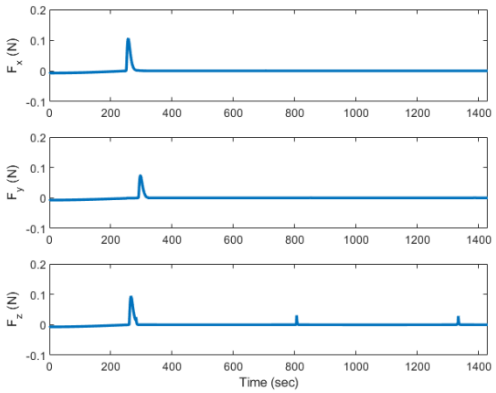
در شکل ۴ خطای بین ماهواره و مدار مرجع در روش کنترل پیش‌بین نشان داده شده است. خطای اولیه در نظر گرفته شده پس از حدود ۳۰۰ ثانیه از بین رفته است و ماهواره با دقت بالایی بر روی مدار قرار گرفته است. قید در نظر گرفته شده که شامل جلوگیری از کاهش ارتفاع ماهواره نسبت به مدار مرجع بود و در طراحی کنترل کننده در نظر گرفته شده بود، اعمال شده است. همچنین در شکل ۵ نیروی کنترلی اعمالی جهت بازگرداندن

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

ماهواره به مدار اصلی و حفظ آن نشان داده شده است. حداکثر نیروی اعمالی توسط کنترل پیش‌بین ۰.۱ نیوتن است که نشان‌دهنده در نظر گرفتن قید موجود برروی ورودی کنترل و کاهش قابل توجه آن است. با توجه به وجود اغتشاشات ماهواره به سمت خارج شدن از صفحه مداری پیش می‌رود اما زمانی که به حداکثر فاصله مجاز می‌رسد، کنترل کننده فعال شده و با نیروی بسیار کمی ماهواره را به مدار اصلی باز می‌گرداند.

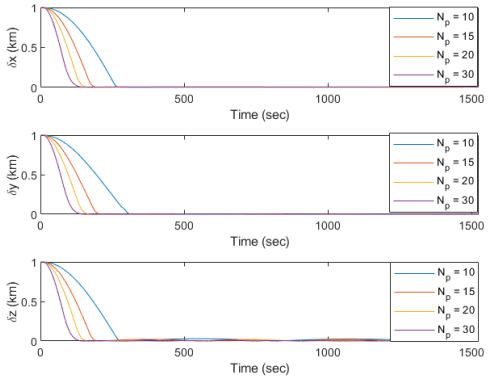


شکل ۴: خطای بین مدار مرجع و ماهواره در روش کنترل پیش‌بین

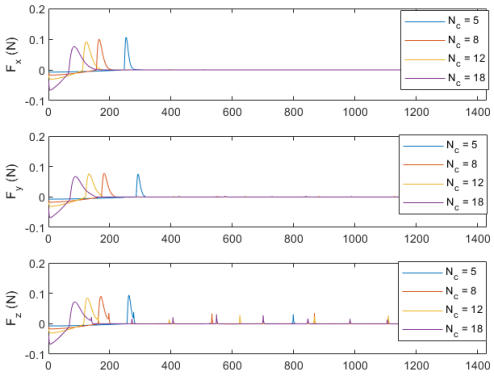


شکل ۵: نیروی کنترلی اعمالی جهت نگهداری ماهواره برروی مدار مرجع در روش کنترل پیش‌بین

جهت بررسی حساسیت کنترل کننده طراحی شده به پارامترهای طراحی شامل افق پیش‌بین و افق کنترلی، مقادیر مختلف برای این دو پارامتر در نظر گرفته شده و در نتایج شبیه سازی نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۶ و شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش افق پیش‌بین و افق کنترل، زمان رسیدن رسیدن ماهواره مدار مرجع کاهش یافته و همچنین نیروی اعمالی توسط پیشران های ماهواره نیز کاهش یافته است. دلیل این کاهش تعداد پیش‌بینی انجام شده توسط کنترل کننده می‌باشد که در هر گام زمانی صورت میگیرد و به حل مسئله بهینه‌سازی در هر گام زمانی کمک می کند.



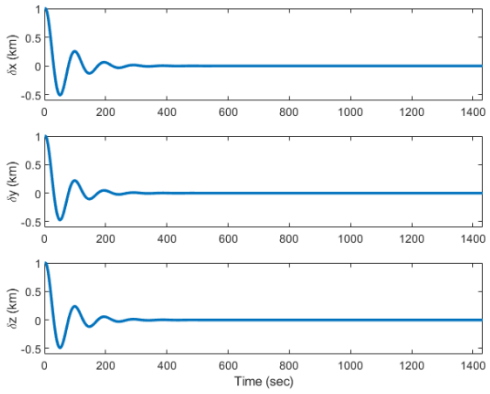
شکل ۶ :خطای بین ماهواره مدار مرجع با مقادیر مختلف افق پیش‌بین و افق کنترلی



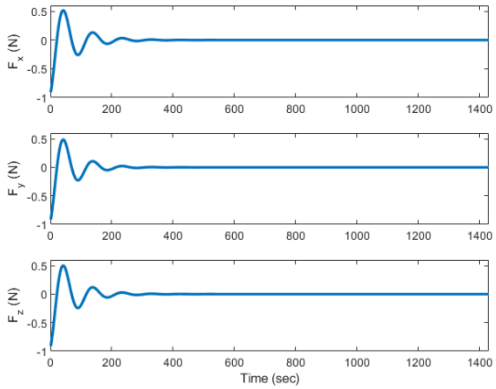
شکل۷ : کنترل اعمالی با مقادیر مختلف افق پیش‌بین و افق کنترلی

در شکل ۸ خطای بین ماهواره و مدار مرجع در روش کنترل رگولاتور مرتبه دوم نشان داده شده است. با توجه به یکسان بودن ماتریس‌های وزنی برای هردو روش کنترلی، زمان رسیدن ماهواره به مدار مرجع در روش رگولاتور مرتبه دوم با روش کنترل پیش‌بین تقریبا یکسان است. با توجه به در نظر نگرفتن قید در روش رگولاتور مرتبه دوم، ماهواره پس از کاهش ارتفاع و نوسان حول مدار اصلی، برروی مدار مرجع قرار می‌گیرد. این نوسان و کاهش ارتفاع با توجه به افزایش نیروی پسا در ارتفاعات پایین باعث کاهش طول عمر ماهواره خواهد شد. همچنین در شکل ۹ نیروی کنترلی اعمالی در روش رگولاتور مرتبه دوم جهت باز گرداندن و نگه‌داری ماهواره برروی مدار اصلی نشان داده شده است. کنترل‌کننده رگولاتور مرتبه اول حداکثر نیروی ۱ نیوتن را به ماهواره اعمال کرده است که با توجه به قید حدکثر نیروی اعمالیتوسط تراستر، امکان پذیر نمی‌باشد. همچنین مقایسه نیروی کنترلی این روش با روش کنترل پیش‌بین نشان می‌دهد که نیروی اعمالی و در نتیجه سوخت مصرفی ماهواره در روش کنترل پیش‌بین بسیار کمتر از رگولاتور مرتبه دوم است. در واقع کنترل پیش‌بین با در نظر نگرفتن قیود، به کنترل رگولاتور مرتبه دوم تبدیل خواهد شد.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]



شکل۸: خطای بین مدار مرجع و ماهواره در روش رگولاتور مرتبه دوم



شکل ۹: نیروی کنترلی اعمالی جهت نگهداری ماهواره برروی مدار مرجع در روش رگولاتور مرتبه دوم

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل خودکار مدار ماهواره‌های ارتفاع پایین با استفاده از کنترل پیش‌بین انجام شده است. کنترل پیش‌بین با حل مسئله بهینه‌سازی افق محدود با در نظر گرفتن قیود موجود برروی سیستم، ورودی کنترلی بهینه را جهت اعمال به سیستم محاسبه می‌کند. برتری کنترل پیش‌بین نسبت به کنترل بهینه مرتبه دوم در کمتر بودن نیروی اعمالی، کاهش مصرف سوخت و در نظر گرفتن قیود فیزیکی موجود نشان داده شده است.

مراجع

[1] "[Space technology series] David A Vallado - Fundamentals of astrodynamics and applications (1997, McGraw-Hill)." .

[2] M. M. Tavakoli and N. Assadian, "Model predictive orbit control of a Low Earth Orbit satellite using Gauss's variational equations," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 228, no. 13, pp. 2385–2398, 2014.

[3] "Autonomous orbit control with position and velocity feedback using modern control theory," Dec. 1997.

[۴] توکلی، محمد مهدی, "کنترل پیش بین مدل - پایه مدار یک ماهواره ی ارتفاع پایین با استفاده از معادلات تغییراتی گاوس," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه صنعتی شریف, ۱۳۹۱.

[5] A. Weiss, U. V. Kalabić, and S. Di Cairano, "Station keeping and momentum management of low-thrust satellites using MPC," *Aerospace Science and Technology*, vol. 76, pp. 229–241, 2018.

[6] H. Bolandi and S. Abrehdari, "Precise Autonomous Orbit Maintenance of a Low Earth Orbit Satellite," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 31, no. 4, p. 04018034, 2018.

[7] Y. Plam, R. Van Allen, J. Wertz, and T. Bauer, "Autonomous orbit control experience on TacSat-2 using microcosm's Orbit Control Kit (OCK)," *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 131, pp. 97–106, 2008.

[8] A. Lamy, M.-C. Charmeau, and D. Laurichesse, "Experiment of Autonomous Orbit Control on DEMETER: In-Flight Results and Perspectives," 2012.

[9] S. D'Amico, J.-S. Ardaens, and R. Larsson, "Spaceborne Autonomous Formation-Flying Experiment on the PRISMA Mission," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 35, no. 3, pp. 834–850, May 2012.

[10] D. Prieto and Z. Ahmad, "A drag free control based on model predictive technics," pp. 1527–1532, 2005.

[11] S. De Florio and S. D'Amico, "Optimal autonomous orbit control of remote sensing spacecraft," *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 134, no. December 2013, pp. 949–967, 2009.

[12] A. Garulli, A. Giannitrapani, M. Leomanni, and F. Scortecci, "Autonomous Low-Earth-Orbit Station-Keeping with Electric Propulsion," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 34, no. 6, pp. 1683–1693, 2012.

[13] A. Weiss, U. Kalabić, and S. Di Cairano, "Model Predictive Control for simultaneous station keeping and momentum management of low-thrust satellites," *Proceedings of the American Control Conference*, vol. 2015-July, pp. 2305–2310, 2015.

[14] A. Walsh, S. Di Cairano, and A. Weiss, "MPC for

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]

coupled station keeping, attitude control, and momentum management of low-thrust geostationary satellites," *Proceedings of the American Control Conference*, vol. 2016-July, pp. 7408–7413, 2016.

[15] H. D. Curtis *et al.*, *Orbital Mechanics for Engineering Students Third Edition Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier*. 2014.

[16] E. F. Camacho and C. (Carlos) Bordons, *Model predictive control*. Springer, 2007.

[17] Y. Lim, Y. Jung, and H. Bang, "Robust model predictive control for satellite formation keeping with eccentricity/inclination vector separation," *Advances in Space Research*, vol. 61, no. 10, pp. 2661–2672, 2018.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.7.2]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.139]