مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۵، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۰، صفحه ۶۸-۵۱

ساخت، مدل‌سازی و کنترل یک بالگرد آزمایشگاهی مدل TRMS

حبیب مهدی پور[۱]، سید سجاد موسی پور[۲]، مهرداد کرامت زاده[۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل، دانشگاه شهید چمران اهواز، habibmehdipour@gmail.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه شهید چمران اهواز، s.moosapour@scu.ac.ir

[۳] مربی، دانشکدهٔ مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه شهید چمران اهواز، mdkeramatzadeh@scu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۱۷ ویرایش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۲ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۷/۰۸

چکیده: در این مقاله یک سیستم سخت‌افزاری شامل بالگرد آزمایشگاهی دو ورودی-دو خروجی مدل TRMS به‌منظور بررسی و آزمایش الگوریتم‌های مختلف شناسایی و کنترل طراحی و ساخته شده است. ابتدا گام‌های لازم (نرم‌افزاری و سخت‌افزاری) برای طراحی، ساخت و راه‌اندازی این سیستم دو درجه آزادی بیان می‌شود. با استفاده از قوانین فیزیکی حاکم بر سیستم و تحلیل آن‌ها و همچنین با کمک روش معین سازی و برخی روش‌های کلاسیک شناسایی جهت تعیین پارامترها، این سیستم آزمایشگاهی شناسایی و مدل‌سازی شده است و یک دینامیک شدیداً غیرخطی با تداخل متقابل بسیار بالا برای این سیستم به دست می‌آید. در ادامه، با تبدیل سیستم دو ورودی-دو خروجی به دو زیرسیستم تک ورودی-تک خروجی دکوپله شده، برای هرکدام از زیرسیستم‌ها به‌طور مجزا، طراحی کنترل‌کننده PID انجام گرفته است. همچنین برای سیستم دو ورودی-دو خروجی با در نظر گرفتن تداخل متقابل، کنترل‌کننده PID با استفاده از روش حلقه بستن ترتیبی طراحی و پیاده‌سازی شده است. جهت اعتبارسنجی، نتایج عملی حاصل از پیاده‌سازی با نتایج شبیه‌سازی‌شده در نرم‌افزار Matlab مقایسه می‌شود. نتایج نشان‌دهنده معتبر بودن مدل استخراج‌شده و همچنین عملکرد مؤثر کنترل‌کننده می‌باشد.

کلمات کلیدی: بالگرد آزمایشگاهی، سیستم چند متغیره روتور دوتایی، شناسایی، حلقه بستن ترتیبی.

Construction, Modelling and control of an experimental helicopter (TRMS)

Habib Mehdipour, Seyyed Sajjad Moosapour, Mehrdad keramatzadeh

Abstract: In this paper, a two-input two-output experimental TRMS model helicopter is designed and built to investigate and test different identification and control algorithms. First, the steps required (software and hardware) to design, build, and operate this two-degree-of-freedom system are stated. Then, laboratory system is identified and modeled using physical laws governing the system and their analysis, as well as with the determination method and some classical identification methods to determine the parameters, and a highly nonlinear dynamic with interaction effect for the system is achieved. In addition, the two-input two-output system is transformed into two decoupled single-input single-output subsystems and each PID controller is individually designed for a subsystem. Also, considering the interaction effect for the two-input two-output system, a PID controller is designed and implemented using Sequential loop closing (SLC) method. For validation, the practical results of the implementation are compared with the simulation results in Matlab software. The results show the validity of the extracted model as well as the effective performance of the controller.

Keywords: TRMS, twin rotor MIMO system, experimental helicopter, identification, Sequential loop closing.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

۱- مقدمه

سیستم TRMS [1]یک مدل آزمایشگاهی از بالگرد واقعی است که برای آزمایش‌های کنترل پرواز طراحی شده است [۱]. این سیستم که دارای معادلات غیرخطی از مرتبه بالا با اثر تداخل (کوپلینگ) متقابل است، همواره یکی از مسائل مهم در میان محققان است [۲]. این سیستم رفتاری شبیه بالگرد واقعی دارد و بسیاری از ایده‌های کنترل کلاسیک و مدرن که تاکنون با هدف پایدارسازی و ردیابی برای این سیستم پیاده‌سازی شده‌اند، برای سیستم کنترل بالگرد واقعی نیز مورد استفاده قرارگرفته‌اند.

سیستم TRMS دارای دو موتور اصلی و دنباله است که به دو سر یک میله آزاد (میله دو سر آزاد) متصل شده‌اند و جهت حرکت پروانه‌ها نیز روی دو محور عمود بر هم می‌باشند. میله دوسر آزاد با یک نیروی آیرودینامیکی که توسط پروانه‌ی موتور اصلی تولید می‌شود در حول محور فراز[2] دوران می‌کند و همچنین با نیروی آیرودینامیکی تولیدشده توسط پروانه‌ی موتور دنباله حول محور سمت[3] دوران می‌کند ورودی‌های کنترلی این سیستم میزان ولتاژ موتورها و خروجی‌های سیستم میزان انحراف زاویه میله دوسر آزاد نسبت به محورهای سمت (افقی) و فراز (عمودی) خواهد بود که توسط سنسورها قابل اندازه‌گیری است. همچنین یک بازوی وزن‌دار برای ایجاد پایداری و تعادل سیستم در وسط میله دو سر آزاد و عمود بر آن قرار گرفته است [۲].

تاکنون مطالعات و پژوهش‌های زیادی بر روی سیستم TRMS انجام شده است. غالب این مراجع به بحث مدل‌سازی یا کنترل و در آخر پیاده‌سازی این الگوریتم‌ها بر روی یک مدل از پیش ساخته‌شده پرداخته‌اند و مقوله ساخت این سیستم مهم و بسیار پرکاربرد آزمایشگاهی مورد توجه مراجع اندکی قرار گرفته است. ازجمله در مرجع [۱]، مدل‌سازی، شناسایی و کنترل کلاسیک یک نمونه TRMS که توسط شرکت " Feedback Instrument" ساخته شده است، به‌عنوان مدل پایه ارائه شده است. در این مرجع برای پایین آوردن میزان هزینه ساخت به‌منظور تجاری‌سازی، از سنسورهایی با رزولوشن پایین استفاده شده است. همچنین در مرجع [۳]، یک TRMS ساخته‌شده و گام‌های لازم برای طراحی، ساخت و راه‌اندازی آن ارائه شده است. همچنین طراحی اجزای مکانیکی، الکترونیکی و نرم‌افزاری شرح داده شده است. لازم به ذکر است در این مرجع به بحث‌های مدل‌سازی، شناسایی و کنترل سیستم پرداخته نشده است.

در مقایسه با مراجعی که به مقوله ساخت TRMS پرداخته‌اند، مراجع بیشتری مسئله مدل‌سازی و شناسایی TRMS را مورد توجه قرار داده‌اند. در [۴]، مدل‌سازی سیستم به دو روش نیوتنی و لاگرانژی در دو مرحله انجام شده و سپس مقایسه بین دو روش صورت گرفته است. به کمک قوانین فیزیکی حاکم بر سیستم و تحلیل این روابط و همچنین شناسایی پارامترها با آزمایش‌های زمان واقعی، یک دینامیکی غیرخطی برای سیستم در [۵] به‌دست‌آمده است. در [۶]، یک روش مدل‌سازی جعبه خاکستری با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای به دست آوردن پارامترهای سیستم استفاده شده است. در [۷]، با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی و با الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی مدل‌سازی سیستم انجام گرفته، سپس با مدل خطی سازی شده سیستم مقایسه گردید. نتایج این مرجع عملکرد برتر شبکه عصبی را نشان می‌دهد. یک مدل دینامیکی کامل از سیستم با روش اویلر-لاگرانژ در [۸] به دست آمده که نسبت به مدل‌های قبلی به‌دست‌آمده بسیار بهبود داده شده است. همچنین در میان مراجع فارسی در مرجع [۹] پیکربندی و مدل‌سازی سیستم به‌منظور پیاده‌سازی بر دستگاه بالگرد آزمایشگاهی آورده شده است. در مدل‌سازی سیستم، علاوه بر محاسبات و روابط تحلیلی حاکم بر آن، روش معین سازی در تعیین پارامترها TRMS، از مهم‌ترین تکنیک‌های به کار گرفته شده است. توابع تبدیل مدل در هر دو درجه آزادی سیستم و با در نظر گرفتن اثر تداخل درجه آزادی دیگر، به دست آمده است. سپس مدل‌ها در مقایسه با رفتار سیستم واقعی، صحت سنجی شده‌اند. در مرجع [۱۰]، به شناسایی و کنترل هلیکوپتر آزمایشگاهی دو روتوره در کانال صعودی بر مبنای مدل‌سازی فازی تاکاگی سوجنو و بر اساس تئوری‌های لیاپانوف عمومی، فازی و نا یکنوا پرداخته شده است.

مراجع بسیاری به طراحی کنترل‌کننده برای TRMS پرداخته‌اند. در میان این مراجع، تعداد اندکی نتایج خود را به‌صورت عملی مورد آزمایش قرار داده‌اند. یکی از پرکاربردترین و ساده‌ترین کنترل‌کننده‌ها، PID ها می‌باشند. در مرجع [۱۱] مدل TRMS به دو زیرسیستم تک ورودی تک خروجی (SISO) تقسیم شده است و کنترل‌کننده PID برای هر یک از آن‌ها طراحی شده است درحالی‌که اثر تداخل (کوپلینگ) به‌عنوان اغتشاش برای هر زیرسیستم در نظر گرفته شده است. در برخی مراجع، تنظیم ضرایب PID با روش‌های بهینه‌سازی عددی انجام شده است. به‌عنوان مثال در مراجع [۱۲] و [۱۳]، به ترتیب از الگوریتم‌های ژنتیک و PSO برای تنظیم ضرایب PID و برای مسئله ردیابی استفاده شده است. در [۱۴] یک کنترل‌کننده PID فازی برای سیستم TRMS طراحی شده است که در آن ضرایب کنترل‌کننده با روش آرایه بهره نسبی یا RGA به دست آمده‌اند؛ سپس کنترل‌کننده طراحی‌شده بر روی سیستم واقعی پیاده‌سازی شد. در [۱۵-۱۷] از روش‌های گوناگون برای طراحی کنترل‌کننده PID مرتبه کسری و بهینه کردن نحوه تنظیم ضرایب استفاده شده است و هدف کنترل‌کننده پایدار ساختن سیستم حلقه بسته در هر موقعیتی می‌باشد.

علاوه بر کنترل‌کننده‌های کلاسیک، در مراجع دیگری به بحث طراحی کنترل‌کننده‌های هوشمند و مدرن پرداخته شده است. در [۱۸] سیستم کلی به دو زیرسیستم تک ورودی-تک خروجی دکوپله شده و برای کنترل هر زیرسیستم از کنترل مد لغزشی انتگرالی به همراه کنترل

[1] Twin Rotor MIMO System
[2] Pitch
[3] Yaw

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

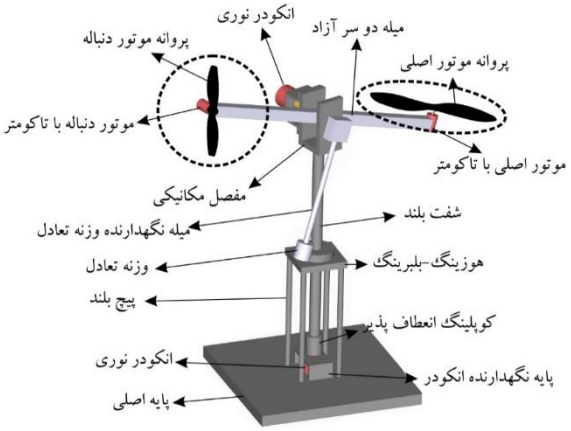
فازی استفاده شده است. در مرجع [۲] نیز یک کنترل‌کننده ردیاب مقاوم بر مبنای کنترل مود لغزشی انتگرالی و یک رویتگر اغتشاش جهت کاهش و حذف چترینگ پیشنهاد شده است. در [۱۹] از کنترل مود لغزشی مرتبه دوم جهت مقابله با نامعینی‌های موجود در سیستم استفاده شده است. در [۲۰] سیستم ابتدا خطی سازی شده، سپس یک جبران ساز دکوپله شده برای هر یک از زیرسیستم‌ها طراحی شده است. در [۲۱] طراحی کنترل‌کننده به روش LQR با تنظیم ضرایب به روش استنتاج فازی برای مسئله ردیابی استفاده شده است که به‌صورت عملی نیز پیاده‌سازی شده‌اند. در [۲۲] یک روش کنترل پیش‌بین برای سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است که سیستم TRMS برای ارزیابی روش پیشنهادی استفاده شده است. در میان مراجع فارسی، در [۲۳]، برای سیستم TRMS یک کنترل‌کننده با روش مودلغزشی ترمینال که ضرایب آن توسط الگوریتم ژنتیک بهینه شده، طراحی شده است. این روش دارای خاصیت همگرایی در زمان محدود و سریع می‌باشد. همچنین مشکل میل کردن خطا به صفر در زمان محدود را حل می‌کند. در مرجع [۲۴]، برای TRMS یک کنترل‌کننده‌ی فازی طراحی شده است که بتواند اثر متقابل دینامیک‌های چرخش افقی و عمودی هلیکوپتر روی یکدیگر را تا حدودی خنثی کرده و کنترل هر یک از درجات آزادی سیستم را به شکل قابل قبولی انجام دهد.

همان‌طور که ذکر شد در بسیاری از مراجع بررسی‌شده، مسئله تحلیل و طراحی کنترل‌کننده صرفاً بر روی مدل ریاضی انجام گرفته است. همچنین در موارد عملی نیز همان‌طور که ذکر شد، تقریباً در همه مراجع، طراحی کنترل‌کننده روی یک سیستم TRMS از پیش خریداری‌شده پیاده‌سازی شده است؛ و همچنین در کمتر مرجعی به همه موارد ساخت، مدل‌سازی و کنترل برای این سیستم پرداخته شده است. در این مقاله، یک بالگرد آزمایشگاهی مدل TRMS به‌طور کامل طراحی و ساخته شده است. سپس به‌صورت تحلیلی دینامیک سیستم استخراج شده و با انجام آزمایش‌های عملی پارامترهای مدل شناسایی می‌شود. اعتبارسنجی مدل شناسایی‌شده با آزمایش‌های مختلف انجام شده است. در گام بعد، به طراحی کنترل‌کننده PID برای سیستم پرداخته شده است. هدف مشترک در طراحی کنترل‌کننده این است که سیستم را با وجود اثر تداخل و اغتشاشات خارجی پایدار نگه داشته و یک ورودی مشخص را به‌خوبی ردیابی کند.

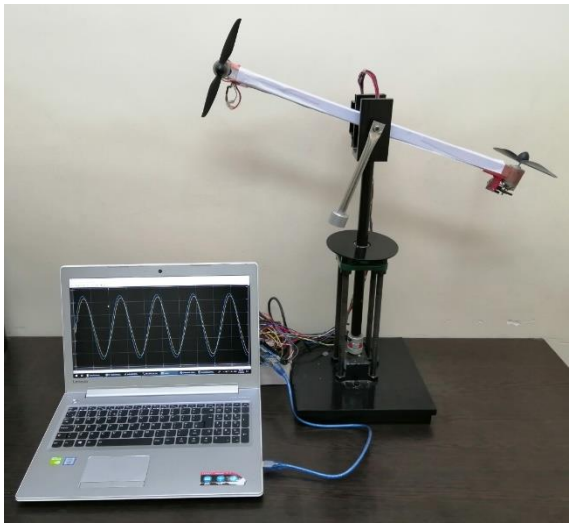
ساختار مقاله به این صورت می‌باشد: در بخش ۲، اجزای مکانیکی و الکتریکی TRMS و ویژگی‌های آن‌ها توصیف می‌شود. در بخش ۳، معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم با توجه به قوانین نیوتن استخراج می‌شود. شناسایی پارامترهای نامعین سیستم با روش‌های آزمایشگاهی و همچنین صحت سنجی مدل استخراج‌شده در بخش ۴ انجام می‌شود. در بخش ۵، به طراحی کنترل‌کننده PID به روش حلقه بستن ترتیبی و تنظیم ضرایب آن به کمک معیار حداقل انتگرال مربعات خطا پرداخته می‌شود. در بخش ۶، به‌منظور بررسی عملکرد سیستم حلقه بسته به همراه کنترل‌کننده شبیه‌سازی‌های متعددی انجام می‌شود. نهایتاً در بخش ۷، نتایج کلی از کارهای صورت گرفته در این تحقیق ارائه خواهد شد.

۲- طراحی و ساخت

ایده اولیه طراحی این سیستم با توجه به عملکرد بالگرد واقعی و همچنین سیستم‌های TRMS دیگر به وجود آمده است و سپس با توجه به قطعات موجود در بازار ایران یک طراحی اولیه در نرم‌افزار VariCad به‌صورت سه‌بعدی و با ابعاد واقعی انجام گرفته است. بعد از نهایی شدن طراحی، یک نمای سه‌بعدی از سیستم TRMS به صورت شکل ۱ به دست آمده، که در ساخت سیستم واقعی که در شکل ۲ نشان داده شده، الگوبرداری شده است. در ادامه قطعات و اجزای مکانیکی و الکتریکی مورداستفاده برای ساخت شرح داده خواهد شد.



شکل ۱: طراحی سیستم سه‌بعدی TRMS در نرم‌افزار VariCad

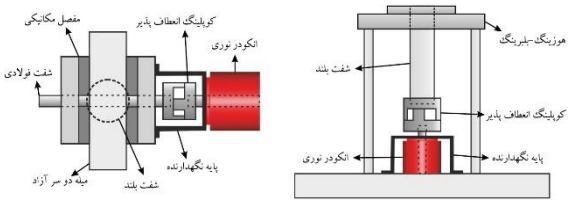


شکل ۲: ساخت سیستم واقعی TRMS در محیط آزمایشگاهی

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

۲-۱ اجزای مکانیکی

نحوه اتصال قطعات مکانیکی برای عملکرد صحیح موقعیت‌یابی سیستم بسیار مهم است. یک هوزینگ-بلبرینگ[1] به‌وسیله‌ی پیچ‌های بلند به پایه‌ی اصلی که کل سیستم بر روی آن نصب شده، متصل گردیده که وظیفه‌ی آن نگه‌داشتن شفت بلند است (شکل ۳-الف). همچنین شفت بلند و یک شفت فولادی از طریق یک مفصل مکانیکی به یک میله دو سر آزاد (لوله با سطح مقطع مربعی شکل) متصل هستند (شکل ۳-ب). در دو سر میله آزاد نیز دو موتور اصلی و دنباله نصب گردیده و همچنین وزنه تعادل نیز به‌وسیله‌ی یک میله نگه‌دارنده، در وسط میله دو سر آزاد و به مفصل مکانیکی متصل شده است. محدودیت تغییرات زاویه‌ی میله‌ی آزاد در راستای محور فراز بین ۵۳- تا ۵۳+ و همچنین در راستای محور سمت نیز بین ۱۸۰- و ۱۸۰+ می‌باشد.



شکل ۳: الف- نحوه اتصال انکودر، هوزینگ بلبرینگ و شفت بلند، ب- نحوه اتصال در مفصل مکانیکی

۲-۲ اجزای الکتریکی

بخش‌های الکتریکی شامل موتورها، درایورها، سنسورهای موقعیت زاویه‌ای یا انکودرها، تاکومترها و کارت رابط بین سخت‌افزار و نرم‌افزار می‌باشد که هرکدام در ادامه شرح داده خواهد شد.

در ساخت این سیستم برای ایجاد نیروی آیرودینامیکی از دو موتور DC دو سر شفت مدل JOHNSON HC385G-011 همراه با دو پروانه استفاده شده است. برای راه‌اندازی موتورها از ماژول درایور VNH2SP30 استفاده می‌شود. این درایور به همراه ماژول آردوینو برای راه‌اندازی موتورها استفاده شده است. این ماژول با حداکثر ولتاژ ۲۴ ولت و حداکثر جریان نامی ۳۰ آمپر قابلیت تولید سیگنال PWM با حداکثر فرکانس 20Khz را دارا می‌باشد. همچنین دو تاکومتر برای اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای روتورها به شفت موتورها متصل شده‌اند. هر تاکومتر شامل یک انکودر و یک ماژول اپتوکانتر (OptoCounter) است که برای ایجاد پالس در هر دور به یک سر شفت موتور متصل گردیده است. همچنین برای اندازه گیری زاویه های سمت و فراز از انکودرهای نوری استفاده شده است. ازآنجایی که انکودرهای نوری ازنظر خطی بودن و پایداری بهتر از دیگر سنسورهای موقعیت سنج مانند پتانسیومترها[2]، سنسورهای اثر هال[3] یا ریزالورها[4] هستند، جهت اندازه‌گیری زاویه استفاده شده‌اند. انکودرهای نوری مدل OMRAN 1024_PPR گران‌ترین اجزا در سیستم طراحی‌شده هستند که دقت سیستم حلقه بسته TRMS به‌طور ویژه با دقت این اجزا تعیین می‌شود [۲]. همچنین سخت‌افزار TRMS توسط یک کارت یا ماژول آردوینو با نام تجاری ARDUINO MEGA 2560 REV3 به کامپیوتر متصل می‌شود و بدین‌وسیله ما را قادر می‌سازد که با نرم‌افزاری مانند MATLAB خروجی‌های آن را مشاهده کرده، ذخیره نموده، ورودی‌های دلخواه را به آن اعمال کنیم و مهم‌تر از همه سیستم را کنترل کنیم.

۳ - استخراج معادلات دینامیکی سیستم TRMS

برای به دست آوردن مدل ریاضی سیستم، فرضیاتی جهت ساده‌سازی در نظر گرفته می‌شود. ابتدا فرض می‌شود که زیرسیستم پیشرانش پروانه‌ها را می‌توان با معادلات دیفرانسیل مرتبه اول توصیف کرد. همچنین سیستم دارای اینرسی ثابت است، بدون آنکه هیچ نیروی خارجی به مدل وارد شود. در این سیستم اصطکاک از نوع چسبنده فرض می‌شود. این فرضیات در مرجع [۱] به تفصیل بیان شده‌اند. با این فرضیات می‌توان معادلات دینامیکی سیستم را استخراج کرد. با توجه به قانون دوم نیوتن داریم:

$$M = J\frac{d^2\alpha}{dt^2} \qquad (۱)$$

که در آن، M مجموع گشتاور نیروهای وارد بر جسم، J مجموع اینرسی‌های اجزای مختلف جسم و $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ شتاب زاویه‌ای می‌باشد. برای به دست آوردن معادلات سیستم، حرکت دورانی TRMS در دو سطح عمودی و افقی به‌طور جداگانه بررسی می‌شود. در سطح عمودی چهار گشتاور نیرو به جسم وارد می‌شود که شامل گشتاور نیروی وزن (M_{v_1})، گشتاور نیروی تولیدی توسط پروانه موتور اصلی (M_{v_2})، گشتاور نیروی جانب مرکز (M_{v_3}) و گشتاور نیروی اصطکاک (M_{v_4}) می‌باشد. این گشتاورها در شکل ۴ نشان داده شده و روابط آن‌ها به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$M_v = J_v\frac{d^2\alpha_v}{dt^2} \qquad (۲)$$

$$M_v = \sum_{i=1}^{4} M_{v_i} = M_{v_1} + M_{v_2} + M_{v_3} + M_{v_4} \qquad (۳)$$

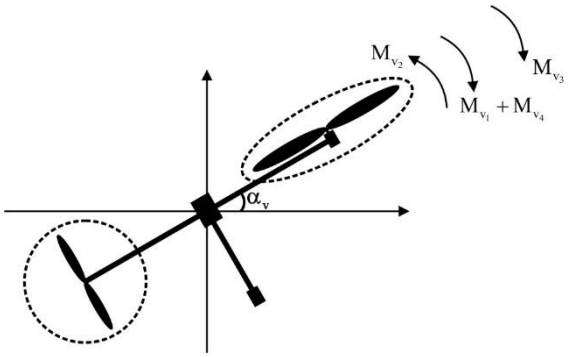
که در آن، α_v زاویه فراز میله دوسر آزاد، J_v مجموع لختی دورانی‌های اجزای مختلف سیستم در راستای عمود، M مجموع گشتاور نیروهای وارد بر جسم در صفحه عمودی می‌باشد.

M_{v_1} گشتاور ناشی از نیروی وزن موتورها، پروانه‌ها، میله دو سر آزاد، وزنه تعادل و میله نگه‌دارنده وزنه تعادل است که فقط در راستای محور فراز تأثیر می‌گذارد و رابطه آن به‌صورت زیر به دست می‌آید:

[1] Housing-bearing
[2] Potentiometers
[3] Hall-effect
[4] Resolvers

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

$$M_{v_1} = \{[A-B]\cos(\alpha_v)+C\sin(\alpha_v)\}g$$
$$A = l_m\left(\frac{m_m}{2}+m_{mr}+m_{ms}\right),$$
$$B = l_t\left(\frac{m_t}{2}+m_{tr}+m_{ts}\right), \quad (۴)$$
$$C = l_{cb}\left(\frac{m_b}{2}+m_{cb}\right)$$



شکل ۴: گشتاور نیروهای وارد بر TRMS در صفحه عمودی

همچنین گشتاور نیروی آیرودینامیکی تولیدی توسط پروانه موتور اصلی (M_{v_2}) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$M_{v_2} = l_m F_v(\omega_m) \quad (۵)$$

که در آن، ω_m سرعت زاویه‌ای موتور اصلی و $F_v(\omega_m)$ نیروی عامل حرکت دورانی در حول محور فراز برحسب سرعت زاویه‌ای موتور اصلی می‌باشد. گشتاور نیروی جانب مرکز (M_{v_3}) نیز به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$M_{v_3} = -\frac{1}{2}\Omega_h{}^2(A+B+C)\sin(2\alpha_v) \quad (۶)$$

که در آن Ω_h سرعت زاویه‌ای میله دو سر آزاد در صفحه افقی است. گشتاور نیروی اصطکاک (M_{v_4}) نیز به‌سادگی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$M_{v_4} = -\Omega_v\, k_v \quad (۷)$$

که k_v و $\Omega_v = d\alpha_v / dt$ به ترتیب ضریب اصطکاک و سرعت زاویه‌ای میله دو سر آزاد در صفحه عمودی می‌باشند. در ادامه، مجموع اینرسی‌های اجزای مختلف جسم در صفحه عمودی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$J_v = \sum_{i=1}^{8} J_{v_i} = J_{v_1} + J_{v_2} + J_{v_3} + J_{v_4} + J_{v_5} + J_{v_6} + J_{v_7} + J_{v_8} \quad (۹)$$

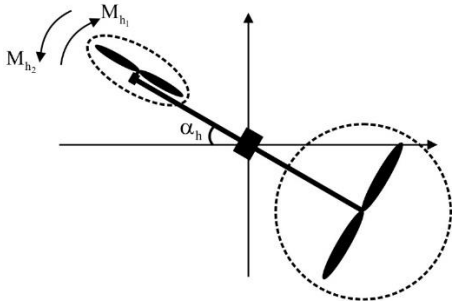
لختی دورانی‌های اجزای تشکیل‌دهنده TRMS در صفحه عمودی از روابط زیر به دست می‌آید:

$$J_{v_1} = m_{mr}l_m{}^2,\ J_{v_2} = m_m l_m{}^2/3,\ J_{v_3} = m_{cb}l_{cb}{}^2,$$
$$J_{v_4} = m_c l_{cb}{}^2/3,\ J_{v_5} = m_{tr}l_t{}^2,\ J_{v_6} = m_t l_t{}^2/3, \quad (۱۰)$$
$$J_{v_7} = m_{ms}r_{ms}{}^2 + m_{ms}l_m{}^2,\ J_{v_8} = m_{ts}r_{ts}{}^2 + m_{ts}l_t{}^2$$

همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، در سطح افقی نیز دو گشتاور نیرو به جسم وارد می‌شود که شامل گشتاور نیروی تولیدی توسط پروانه موتور دنباله (M_{h_1}) و گشتاور نیروی اصطکاک (M_{h_2}) می‌باشد و به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$M_h = J_h\frac{d^2\alpha_h}{dt^2}$$
$$M_h = \sum_{i=1}^{2} M_{h_i} = M_{h_1} + M_{h_2} \quad (۱۱)$$
$$M_{h_1} = l_t F_h(\omega_t)\cos(\alpha_v)$$
$$M_{h_2} = -\Omega_h\, k_h$$

که در آن، α_h زاویه انحراف افقی میله دوسر آزاد، ω_t سرعت زاویه‌ای موتور دنباله، $F_h(\omega_t)$ نیروی آیرودینامیکی تولیدی توسط پروانه‌ی موتور دنباله، k_h ضریب اصطکاک افقی و Ω_h سرعت زاویه‌ای میله دوسر آزاد در صفحه افقی می‌باشند.



شکل ۵: گشتاور نیروهای وارد بر TRMS در راستای افقی

همچنین لختی دورانی‌های اجزای تشکیل‌دهنده TRMS در سطح افقی نیز از روابط زیر به دست می‌آید:

$$J_h = D\sin^2(\alpha_v) + E\cos^2(\alpha_v) + F$$
$$D = \left(\frac{m_b}{3}+m_{cb}\right)l_{cb}{}^2$$
$$E = \left(\frac{m_m}{3}+m_{mr}+m_{ms}\right)l_m{}^2 + \left(\frac{m_t}{3}+m_{tr}+m_{ts}\right)l_t{}^2 \quad (۱۲)$$
$$F = m_{ms}r_{ms}{}^2 + \frac{m_{ts}}{2}r_{ts}{}^2$$

ورودی کنترلی سیستم ولتاژ موتورهای DC هستند که با U_h و U_v نشان داده می‌شوند.

مدل موتور DC به همراه پروانه نشان‌دهنده یک سیستم با دو بخش شامل یک دینامیک خطی و یک مدل استاتیک غیرخطی است. قسمت خطی در معادله ۱۳ به‌صورت تابع تبدیل درجه یک بیان می‌شود.

$$\frac{du_{hh}}{dt} = \frac{1}{T_{tr}}(U_h - u_{hh})$$
$$\frac{du_{vv}}{dt} = \frac{1}{T_{mr}}(U_v - u_{vv}) \quad (۱۳)$$

که u_{hh} و u_{vv} ولتاژهایی هستند که با یک تاخیر زمانی به دو سر موتور اعمال می‌شوند و در این نوع موتور DC همان جریان های استاتور می‌باشند.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

همچنین مدل غیرخطی آن که دربرگیرنده مشخصات استاتیکی موتور DC با پروانه است با رابطه ۱۴ بیان می‌گردد؛ که در بخش ۴ به نحوه شناسایی و محاسبه آن پرداخته می‌شود.

$$\begin{aligned}\omega_h &= P_{h1}(u_{hh})\\ \omega_v &= P_{v1}(u_{vv})\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

با ترکیب معادلات (۲) تا (۱۳) و یک سری ساده‌سازی‌های انجام‌شده، معادلات فضای حالت سیستم به‌صورت زیر به دست می‌آید [۱]:

$$\begin{aligned}\dot{H}_h &= F_h l_t \cos(\alpha_v) - f_h \Omega_h\\ \Omega_h &= \frac{H_h + J_{mr}\omega_m \cos(\alpha_v)}{J_h(\alpha_v)}\\ \dot{H}_v &= F_v l_m - f_v \Omega_v + g\left[(A-B)\cos(\alpha_v) - C\sin(\alpha_v)\right]\\ &\quad - \Omega_h^{\,2}(A+B+C)\cos(\alpha_v)\sin(\alpha_v)\\ \Omega_v &= \frac{H_v + J_{tr}\omega_t}{J_v}\\ \dot{\alpha}_h &= \Omega_v\\ \dot{u}_{hh} &= \frac{1}{T_{tr}}(\mathrm{U}_h - \mathrm{u}_{hh})\\ \dot{u}_{vv} &= \frac{1}{T_{mr}}(\mathrm{U}_v - \mathrm{u}_{vv})\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که H_h و H_v به ترتیب مجموع گشتاور زاویه در صفحه افقی و عمودی هستند. تمام روابط ذکر شده در بالا (۱-۱۵) از مرجع [۱] استخراج شده است.

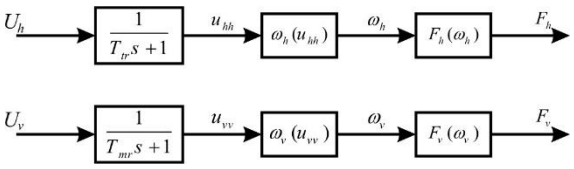
دینامیک به‌دست‌آمده تا حد مطلوبی رفتار سیستم TRMS را بیان می‌کند و برای استفاده در راهبردهای مختلف کنترل قابل رجوع است. برای شبیه‌سازی سیستم در محیط نرم‌افزار MATLAB\SIMULINK، برخی از پارامترها با توجه به ویژگی‌های فیزیکی سیستم TRMS و برخی دیگر نیز با استفاده از روابط بیان‌شده در این فصل به‌صورت جدول ۱ به دست آمده‌اند. همچنین برخی از پارامترهای سیستم نامعلوم می‌باشند که در بخش بعد به شناسایی این پارامترها پرداخته می‌شود.

٤- شناسایی سیستم

در دینامیک به‌دست‌آمده برای TRMS، توابع چندجمله‌ای ω_h، ω_v، F_h و F_v، ثابت‌های زمانی T_{mr} و T_{tr} و ضرایب اصطکاک f_h و f_v نامعلوم می‌باشند و می‌بایست با روش‌های مناسب شناسایی و تعیین گردند.

۴-۱ شناسایی توابع چندجمله‌ای ω_h، ω_v، F_h و F_v

روابط بین نیروهای آیرودینامیکی (F_h، F_v)، سرعت چرخش موتورها (ω_h، ω_v)، ولتاژ اعمالی به موتورها (u_{hh}، u_{vv}) و دستورات کنترلی ولتاژ (U_h، U_v) در نمودار بلوکی شکل ۶ نمایش داده شده است.



شکل ۶: نمودار بلوکی روابط بین توابع چندجمله‌ای ω_h، ω_v، F_h و F_v

رابطه میان سرعت چرخش روتور و ولتاژ ورودی توسط یک چندجمله‌ای برای هر کانال به‌صورت رابطه ۱۴ بیان می‌شود. لازم به توضیح است که کانال عمودی (افقی) مربوط به موتور اصلی (دنباله) می‌باشد که باعث دوران سیستم حول محور فراز (سمت) می‌شود. برای شناسایی این روابط از روش‌های آزمایشگاهی استفاده می‌شود. به هر یک از موتورهای اصلی و دنباله به‌صورت جداگانه، ولتاژی به شکل تابع پله اعمال گردیده است. سپس پاسخ سرعت هر موتور در حالت ماندگار اندازه‌گیری شده است. نتیجه این اندازه‌گیری در نرم‌افزار MATLAB به‌صورت تابع سرعت برحسب ولتاژ اعمالی ترسیم گردیده؛ سپس به کمک جعبه‌ابزار Curve Fitting نمودار و تابع چندجمله‌ای متناظر با آن به‌دست آمده است. این نتایج در شکل ۷ مشاهده می‌شود.

توابع چندجمله‌ای به‌دست‌آمده به‌صورت چندجمله‌ای‌های مرتبه شش برای هر یک از موتورهای اصلی و دنباله به‌صورت روابط ۱۶ و ۱۷ به دست آمده است.

$$\begin{aligned}\omega_v(u_{vv}) &= 5.965\times10^{-6}\times u_{vv}^6 + 8.147\times10^{-4}\times u_{vv}^5\\ &\quad - 3.597\times10^{-3}\times u_{vv}^4 - 8.538\times10^{-1}\times u_{vv}^3\\ &\quad + 4.991\times10^{-1}\times u_{vv}^2 + 459\times u_{vv}\end{aligned} \qquad (۱۶)$$

$$\begin{aligned}\omega_h(u_{hh}) &= 1.55\times10^{-4}\times u_{hh}^6 + 2.092\times10^{-2}\times u_{hh}^5\\ &\quad - 3.0888\times10^{-2}\times u_{hh}^4 - 5.84\times u_{hh}^3\\ &\quad + 2.057\times u_{hh}^2 + 974.7\times u_{hh}\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

همچنین رابطه میان نیروی آیرودینامیکی و سرعت چرخش روتور توسط یک چندجمله‌ای برای هر کانال به‌صورت رابطه ۱۸ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}F_h &= P_{h2}(\omega_h)\\ F_v &= P_{v2}(\omega_v)\end{aligned} \qquad (۱۸)$$

برای به دست آوردن این روابط نیز از روش‌های آزمایشگاهی استفاده شده است. ابتدا میله دوسر آزاد را طوری مسدود می‌کنیم تا نتواند چرخشی حول محور فراز داشته باشد سپس با استفاده از یک وزنه، تعادل میله وسط را در وضعیت افقی برقرار کرده و با استفاده از وزنه‌های دقیق رابطه میان نیرو (نیروی متناظر با وزنه‌های دقیق) و سرعت چرخش روتورها را به دست می‌آوریم. نتیجه این آزمایش‌ها را به‌صورت تابعی برحسب سرعت روتورها در نرم‌افزار MATLAB ترسیم کرده و با استفاده از جعبه‌ابزار Curve Fitting نمودار چندجمله‌ای و تابع متناظر با آن به دست آمده است. این نتایج در شکل ۸ نشان داده شده است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

جدول ۱: مقادیر پارامترهای سیستم TRMS

پارامترهای TRMS	توضیح	مقدار	واحد
α_v	زاویه پیچ (میزان انحراف میله دوسر آزاد حول محور فراز)	--	*rad*
α_h	زاویه یاو (میزان انحراف میله دوسر آزاد حول محور سمت)	--	*rad*
Ω_v	سرعت زاویه‌ای میله دوسر آزاد حول محور فراز	--	*rad/s*
Ω_h	سرعت زاویه‌ای میله دوسر آزاد حول محور سمت	--	*rad/s*
ω_m	سرعت زاویه‌ای موتور اصلی	--	*rpm*
ω_t	سرعت زاویه‌ای موتور دنباله	--	*rpm*
F_v	نیروی آیرودینامیکی تولیدی توسط پروانه موتور اصلی	--	*N*
F_h	نیروی آیرودینامیکی تولیدی توسط پروانه موتور دنباله	--	*N*
m_m	جرم میله دوسر آزاد در سمت موتور اصلی	0.05678	*kg*
m_t	جرم میله دوسر آزاد در سمت موتور دنباله	0.05678	*kg*
m_{cb}	جرم وزنه تعادل	0.0323	*kg*
m_b	جرم میله نگه‌دارنده وزنه تعادل	0.0242	*kg*
m_{mr}	جرم موتور اصلی	0.0873	*kg*
m_{ms}	جرم محافظ پروانه در سمت موتور اصلی	0	*kg*
m_{tr}	جرم موتور دنباله	0.0793	*kg*
m_{ts}	جرم محافظ پروانه در سمت موتور دنباله	0	*kg*
l_m	طول میله دوسر آزاد در سمت موتور اصلی	0.215	*m*
l_t	طول میله دوسر آزاد در سمت موتور دنباله	0.215	*m*
l_{cb}	طول میله نگه‌دارنده وزنه تعادل	0.018	*m*
r_{ms}	شعاع محافظ پروانه در سمت موتور اصلی	0	*m*
r_{ts}	شعاع محافظ پروانه در سمت موتور دنباله	0	*m*
r_m	فاصله میان موتور اصلی و محور فراز	--	*m*
r_t	فاصله میان موتور دنباله و محور فراز	--	*m*
r_c	فاصله میان وزنه تعادل و میله دوسر آزاد	0.016	*m*
T_{mr}	ثابت زمانی موتور اصلی	0.5023	*s*
T_{tr}	ثابت زمانی موتور دنباله	0.0976	*s*
J_{mr}	لختی دورانی تولیدی توسط پروانه روتور در سمت موتور اصلی	6.754584×10^{-7}	$kg.m^2$
J_{tr}	لختی دورانی تولیدی توسط پروانه روتور در سمت موتور دنباله	2.2126908×10^{-7}	$kg.m^2$
k_v	ضریب اصطکاک در صفحه عمودی	0.0154	--
k_h	ضریب اصطکاک در صفحه افقی	0.015	--
J_h	لختی دورانی کل در صفحه افقی	--	$kg.m^2$
J_v	لختی دورانی کل در صفحه عمودی	0.01054186883	$kg.m^2$
J_{v_1}	لختی دورانی موتور اصلی در صفحه عمودی	4.354425×10^{-3}	$kg.m^2$
J_{v_2}	لختی دورانی میله دوسر آزاد سمت موتور اصلی در صفحه عمودی	8.7627192×10^{-4}	$kg.m^2$
J_{v_3}	لختی دورانی وزنه تعادل در صفحه عمودی	8.2688×10^{-4}	$kg.m^2$
J_{v_4}	لختی دورانی میله نگه‌دارنده وزنه تعادل در صفحه عمودی	2.06507×10^{-4}	$kg.m^2$
J_{v_5}	لختی دورانی موتور دنباله در صفحه عمودی	3.6656425×10^{-3}	$kg.m^2$
J_{v_6}	لختی دورانی میله دوسر آزاد سمت موتور دنباله در صفحه عمودی	8.7627192×10^{-4}	$kg.m^2$
J_{v_7}	لختی دورانی محافظ پروانه سمت موتور اصلی در صفحه عمودی	0	$kg.m^2$
J_{v_8}	لختی دورانی محافظ پروانه سمت موتور دنباله در صفحه عمودی	0	$kg.m^2$
g	شتاب گرانش زمین	9.81	m/s^2

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

همچنین توابع چندجمله‌ای (رابطه میان نیرو و سرعت) به‌صورت معادلات مرتبه شش و هفت برای موتور اصلی و دنباله به‌صورت زیر به دست آمده است:

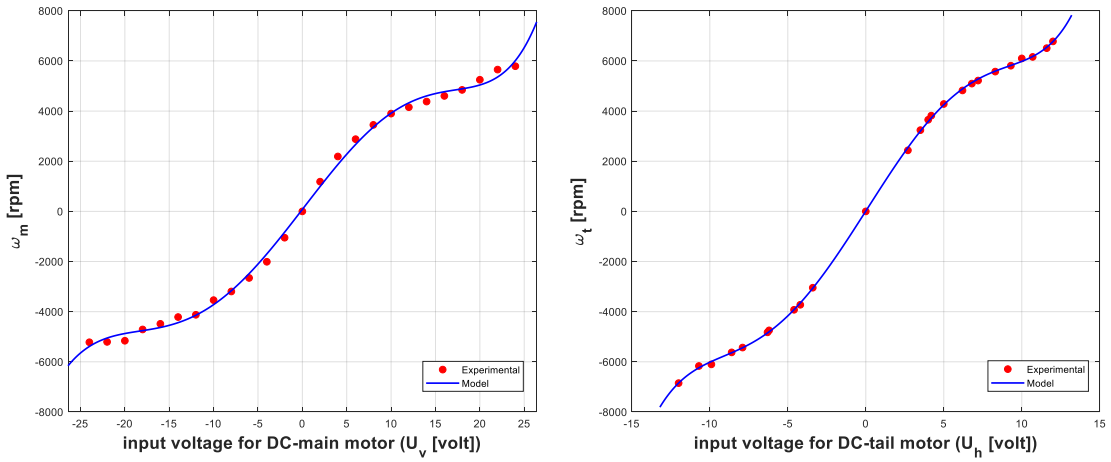
$$F_v(\omega_v) = 4.943\times10^{-24}\times\omega_v^6 - 2.092\times10^{-20}\times\omega_v^5 - 1.827\times10^{-16}\times\omega_v^4 + 4.062\times10^{-12}\times\omega_v^3 - 1.017\times10^{-8}\times\omega_v^2 + 3.388\times10^{-5}\times\omega_v \quad (۱۹)$$

$$F_h(\omega_h) = 3.808\times10^{-28}\times\omega_h^7 - 5.7\times10^{-25}\times\omega_h^6 - 3.149\times10^{-20}\times\omega_h^5 + 4.789\times10^{-17}\times\omega_h^4 + 1.21\times10^{-12}\times\omega_h^3 + 6.681\times10^{-11}\times\omega_h^2 + 8.297\times10^{-9}\times\omega_h \quad (۲۰)$$

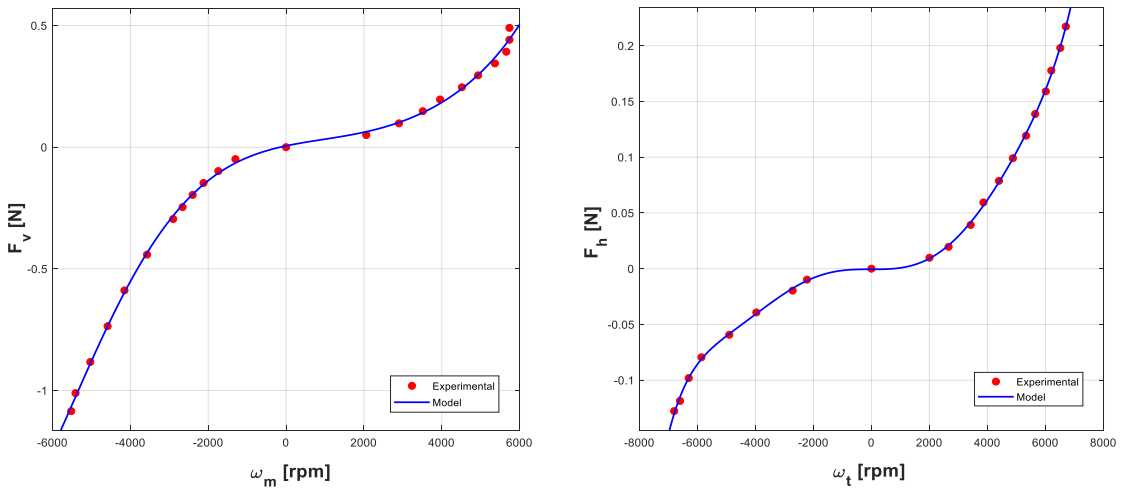
دلیل استفاده از مرتبه شش یا هفت در تخمین روابط چند جمله ای (۱۷) تا (۲۰)، دقت بالا در درونیابی می باشد. با مرتبه پایین تر به یک رابطه تخمینی دقیق که از همه نقاط ماندگار عبور کند و همه این نقاط را به طور کامل پوشش دهد نمی توان رسید. از طرفی انتخاب مرتبه بالاتر برای درجه چند جمله‌ای ها نیاز نبوده است.

۲-۴ شناسایی ثابت زمانی موتورهای اصلی و دنباله T_{mr} و T_{tr}

با مشخص بودن توابع چندجمله‌ای سرعت موتورها برحسب ولتاژ ورودی، می‌توان به روش آزمایشگاهی ثابت زمانی زیرسیستم‌های موتور DC اصلی (T_{mr}) و موتور DC دنباله (T_{tr}) را به دست آورد. در این آزمایش با اعمال ورودی پله یکسان به مدل و دستگاه آزمایشگاهی TRMS و مقایسه پاسخ سرعت موتورها، ثابت زمانی موتورهای DC به دست می‌آید. محاسبه این ثابتهای زمانی با حل یک مساله بهینه سازی عددی و با در نظر گرفتن انتگرال مربعات خطا به عنوان تابع هدف انجام شده است. نتایج در شکل ۹ مشاهده می گردد.

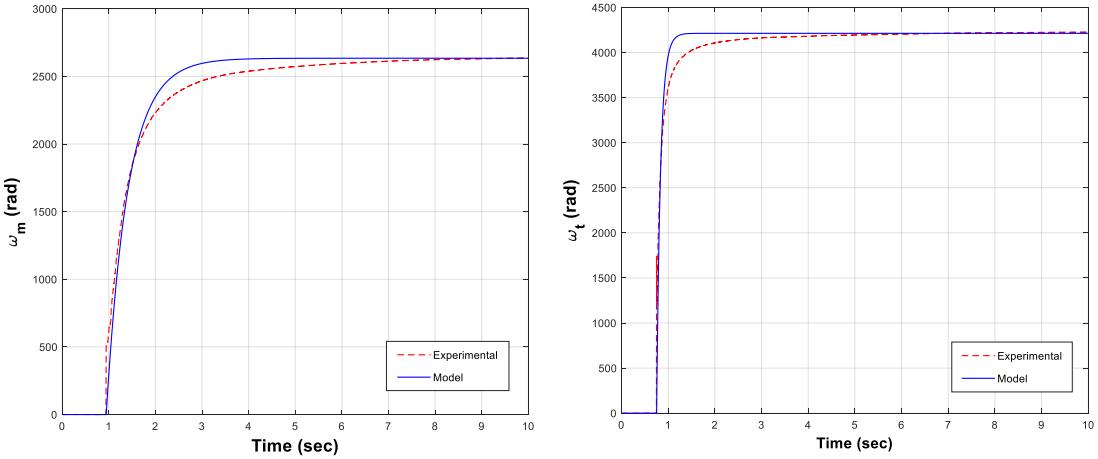


شکل ۷: منحنی سرعت چرخش روتور برحسب ولتاژ اعمالی برای کانال عمودی (سمت راست) و کانال افقی (سمت چپ)



شکل ۸: منحنی نیروی آیرودینامیکی موتورها برحسب سرعت چرخش روتور برای کانال عمودی (سمت چپ) و کانال افقی (سمت راست)

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]



شکل ۹: منحنی سرعت چرخش روتورها برحسب زمان برای موتور دنباله (سمت راست) و موتور اصلی (سمت چپ)

۴-۳ شناسایی ضرایب اصطکاک f_h و f_v

معین سازی ضرایب اصطکاک در دو صفحه عمودی و افقی با استفاده از مقایسه پاسخ سیستم حلقه باز مدل‌سازی شده و سیستم آزمایشگاهی TRMS صورت می‌گیرد. برای تعیین ضریب اصطکاک عمودی در این آزمایش، میله دو سر آزاد قادر است تا در صفحه عمودی حرکت کند و همچنین حرکت آن حول صفحه عمودی محدود شود و سپس میله وسط را در حالت افقی قرار داده و رها می‌کنیم تا آزادانه حرکت کند (این قسمت از سیستم TRMS را می‌توان با شناسایی پارامترهای یک آونگ نیز مورد بحث قرار داد). سپس پاسخ سیستم واقعی را اندازه‌گیری و ذخیره می‌کنیم. با مقایسه پاسخ سیستم واقعی و سیستم مدل‌سازی شده در نرم‌افزار می‌توان ضریب اصطکاک در صفحه عمودی را طوری تنظیم کرد که این دو پاسخ بر هم منطبق باشند. نتایج این آزمایش در شکل ۱۰ به نمایش درآمده است.

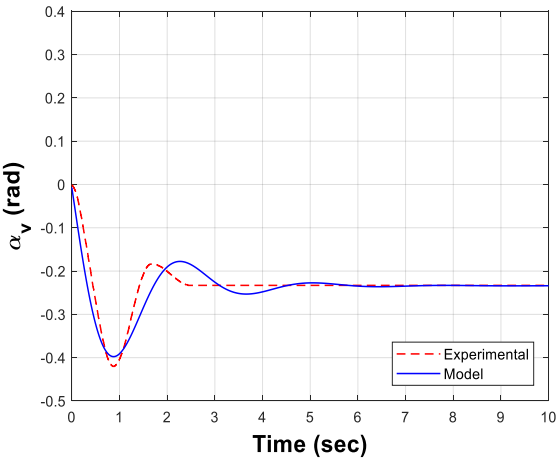
همچنین برای تعیین ضریب اصطکاک سطح افقی در این آزمایش میله وسط آزاد است تا فقط در صفحه افقی حرکت کند و همچنین باید میله وسط روی محور افقی مسدود شود. با اعمال ورودی پالس به موتور دنباله در سیستم واقعی و ذخیره پاسخ آن و همچنین اعمال همان ورودی پالس به سیستم مدل‌سازی شده در نرم‌افزار می‌توان با مقایسه‌ی پاسخ‌ها ضریب اصطکاک در سطح افقی را به دست آورد. درواقع با مقایسه پاسخ سیستم واقعی و سیستم مدل‌سازی شده می‌توان ضریب اصطکاک در سطح افقی را طوری تنظیم کرد که این دو پاسخ بر هم منطبق باشند.

۴-۴ صحت سنجی

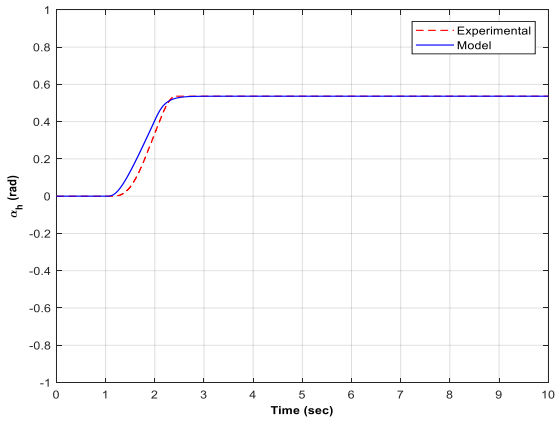
اعتبار سنجی یک مرحله‌ی کلیدی در فرآیند شناسایی است و درواقع اعتبار مدل استخراج‌شده را ارزیابی می‌کند. با اعمال شرایط اولیه و ورودی‌های مختلف به سیستم واقعی TRMS و سیستم مدل‌سازی شده‌ی آن و مقایسه‌ی پاسخ‌ها، می‌توان به عملکرد صحیح سیستم واقعی و اعتبار سیستم مدل‌سازی شده پی برد.

سناریوی اول:

در این سناریو صرفا اثر شرایط اولیه بررسی می‌شود. با اعمال شرایط اولیه یکسان به سیستم واقعی و سیستم مدل‌سازی شده و مقایسه پاسخ هر دو سیستم می‌توان عملکرد سیستم مدل‌سازی شده را صحت سنجی نمود. زیرسیستم افقی تحت هر شرایط اولیه قرار گیرد در همان شرط اولیه باقی می‌ماند؛ لذا فقط به زیرسیستم عمودی شرایط اولیه اعمال می‌شود.



شکل ۱۰: پاسخ زیرسیستم عمودی



شکل ۱۱: پاسخ زیرسیستم افقی

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

نتایج حاصل از اعمال دو شرط اولیه $\alpha_v(0)=0.2 \quad rad$ و $\alpha_v(0)=0.4 \quad rad$ در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

در ادامه با اعمال ورودی‌های مختلف به هر دو سیستم واقعی و مدل‌سازی شده به‌صورت حلقه باز و مقایسه پاسخ آن‌ها نیز می‌توان به اعتبار سیستم مدل‌سازی شده پی برد.

سناریوی دوم:

در این سناریو با اعمال ورودی‌های پالس و پله (به ترتیب برای موتور دنباله و موتور اصلی) به‌صورت جداگانه به هر دو سیستم واقعی و مدل‌سازی شده به‌صورت حلقه باز و مقایسه پاسخ‌ها می‌توان به اعتبار سیستم مدل‌سازی شده پی برد. در گام اول دو ورودی پالس غیرمتناوب با دامنه یکسان ۱۲ ولت و عرض پالسهای ۰/۵ ثانیه و ۱ ثانیه به موتور دنباله اعمال می‌گردد. پاسخ‌ها در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود. حال به موتور اصلی دو ورودی پله با دامنه‌های مختلف ۶ ولت و ۸ ولت اعمال می‌گردد که نتایج در شکل ۱۴ قابل مشاهده است.

سناریوی سوم:

در این سناریو، ورودی‌های سینوسی با دامنه‌های متفاوت به هر دو سیستم واقعی و مدل‌سازی شده به‌صورت حلقه باز اعمال می‌گردد و مقایسه پاسخ‌ها در شکل ۱۵ و شکل ۱۶ قابل مشاهده است.

سناریوی چهارم:

در این مرحله با اعمال ورودی پالس به هر دو موتور به صورت جداگانه و مقایسه پاسخ آن‌ها اعتبار سنجی سیستم مدل‌سازی شده بررسی می‌شود.

سناریوی پنجم:

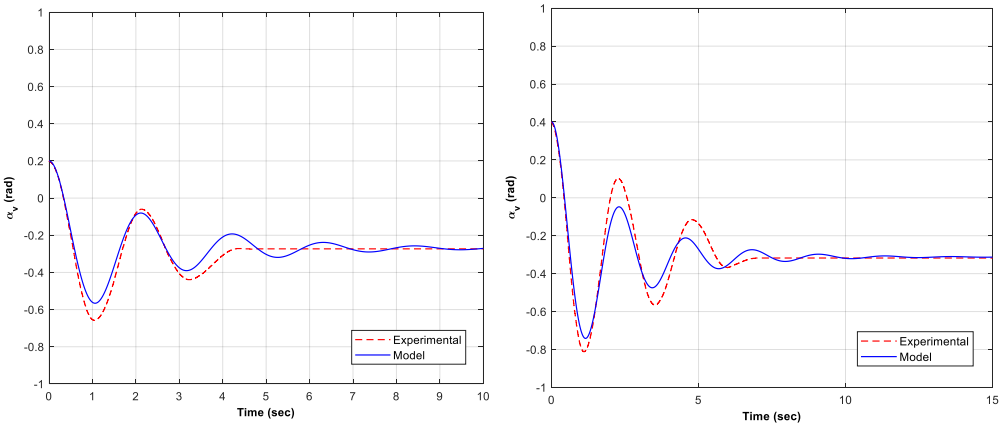
حال با اعمال ورودی‌های پالس و سینوسی به‌طور هم‌زمان به هر دو ورودی در سیستم واقعی و مدل‌سازی شده و مشاهده پاسخ‌ها در شکل ۱۹ ، شکل ۲۰ و شکل ۲۱ می‌توان به عملکرد صحیح سیستم مدل‌سازی شده با سیستم واقعی پی برد.

همان‌طور که در شکل ۱۲ تا شکل ۲۱ مشاهده می‌شود، پاسخ سیستم مدل‌سازی شده تا حد قابل قبولی بر پاسخ سیستم واقعی منطبق است و پاسخ دینامیکی سیستم مدل‌سازی شده ازنظر فرکانس نوسانات و مقدار نهایی بر پاسخ سیستم واقعی منطبق است ولی ازنظر دامنه نوسانات اختلاف وجود دارد که در ادامه به دلایل آن پرداخته می‌شود.

همان‌گونه که تا اینجا مشاهده شده است، اگر چه در این مقاله از روشهای شناسایی خیلی پیشرفته و پیچیده استفاده نشده است؛ اما با این حال در مقایسه با مراجع معتبری که در آنها کار عملی صورت گرفته است [۴-۱۰] نتایج ارایه شده در این مقاله به صورت مطلوبی خواسته‌ها و اهداف در نظرگرفته شده را برآورده کرده است. یک مساله مهم و شایان ذکر این است که در این سیستم اصطکاک، مقاومت هوا و دینامیکهای مدل نشده‌ای وجود دارد که در مدل شناسایی شده لحاظ نشده است. البته این مساله در بیشتر مراجع به همین صورت بوده است و این‌گونه نیست که صرفا در مقاله حاضر مدل ساده شده‌ای در نظر گرفته شده باشد.

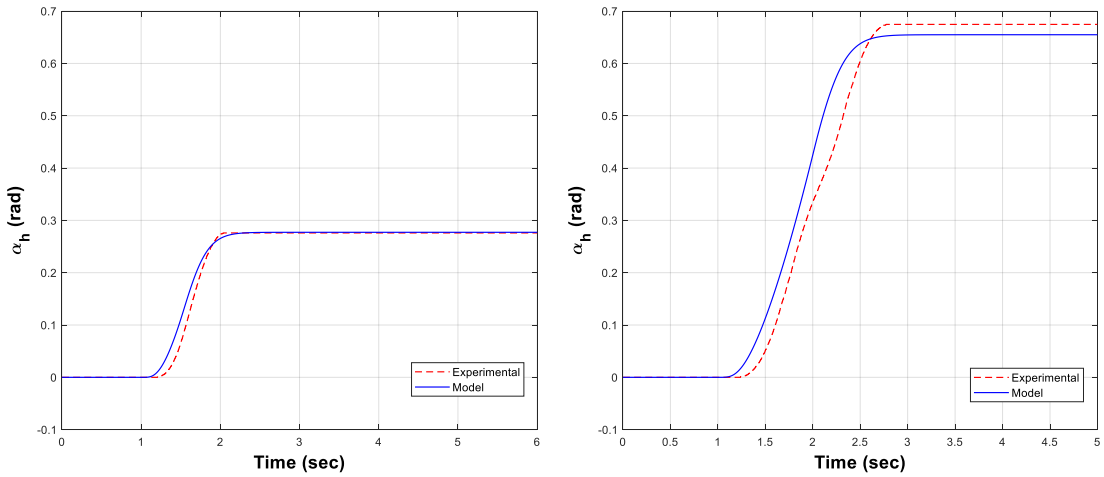
یکی از مهمترین دینامیکهای مدل نشده یا اثرات نادیده گرفته شده اثر کششی کابل (کابلهای دیتا و تغذیه) می‌باشد؛ که هم در بحث شناسایی و هم در بحث کنترل اثر خود را به وضوح نشان می‌دهد. این مساله به حدی اثرگذار می‌باشد که در مرجع [۸] با اینکه سیستم به کار گرفته شده در مقاله ساخت شرکت "Feedback Instrument"بوده است با این حال تغییراتی در ساختار و فیزیک سیستم اصلی داده شده است تا اثر کششی کابل کمتر شود.

تا به اینجا یک مدل دینامیکی از سیستم TRMS به دست آمد و برخی از پارامترهای نامعلوم سیستم با روش‌های مختلف شناسایی شد و سپس سیستم مدل‌سازی شده تحت آزمایش‌های گوناگون اعتبار سنجی گردید. در ادامه به طراحی کنترل‌کننده برای سیستم پرداخته می‌شود.

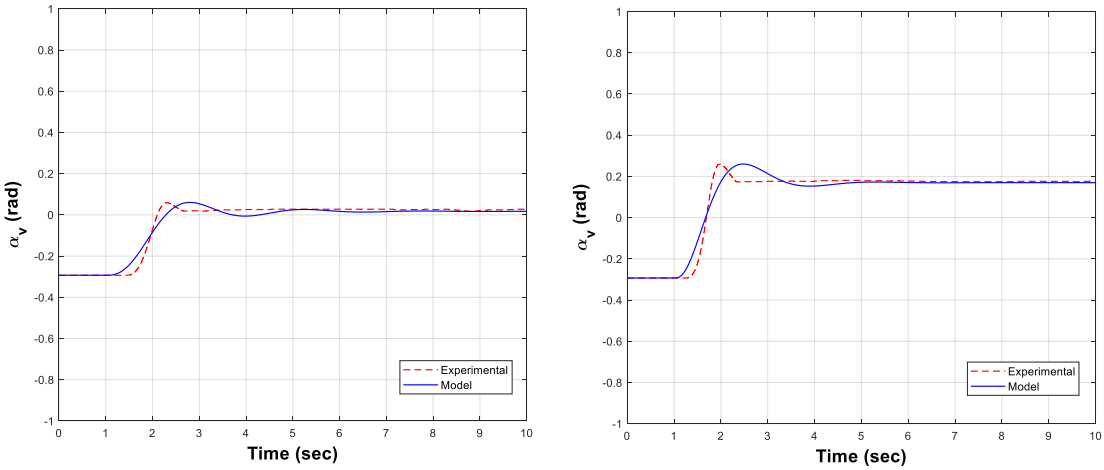


شکل ۱۲: مقایسه پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده تحت شرایط اولیه

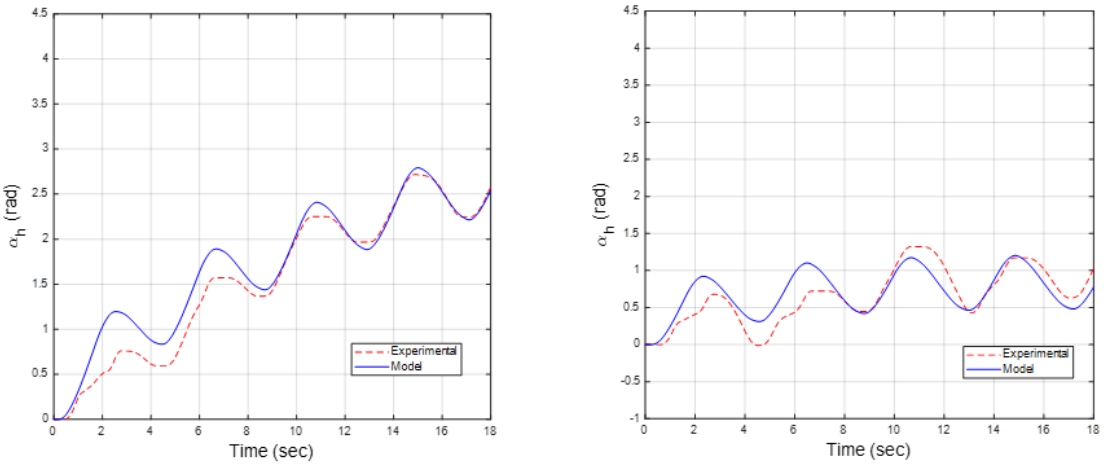
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]



شکل ۱۳: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده به ورودیهای پالس مختلف اعمال شده به موتور دنباله

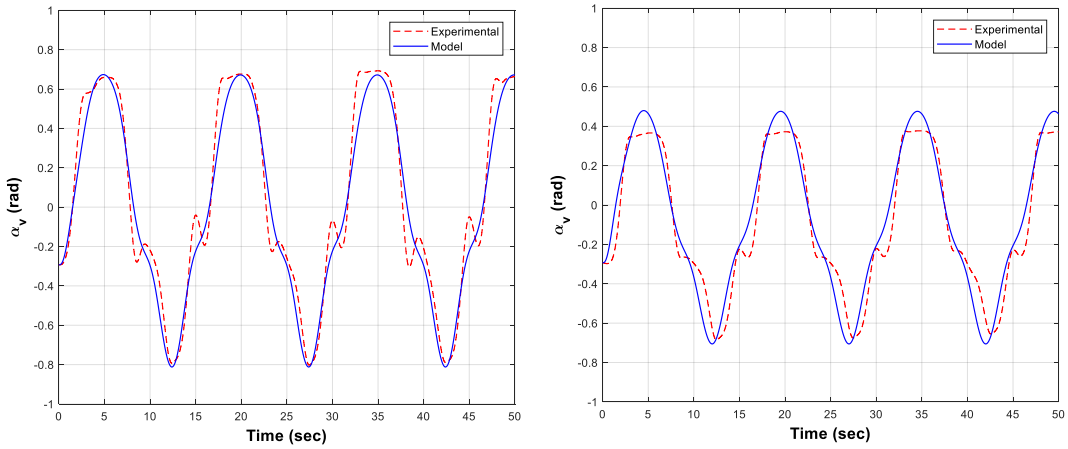


شکل ۱۴: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده به ورودیهای پله مختلف اعمال شده به موتور اصلی

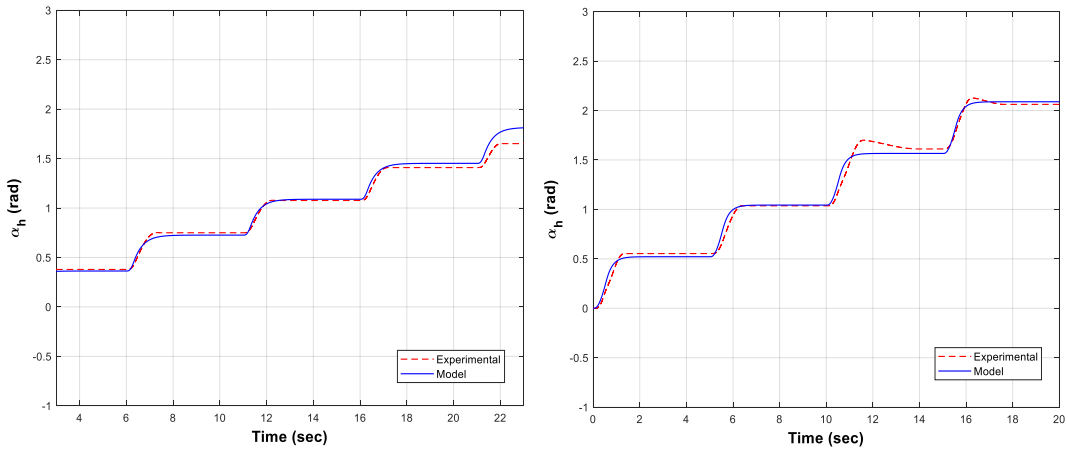


شکل ۱۵: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با اعمال ورودی سینوسی به موتور دنباله

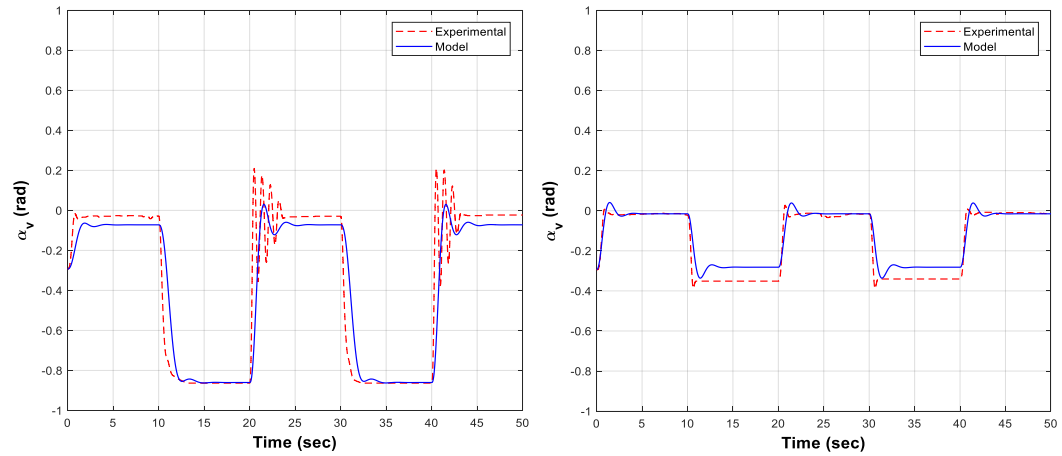
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]



شکل ۱۶: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با اعمال ورودی سینوسی با دامنه متفاوت به موتور اصلی

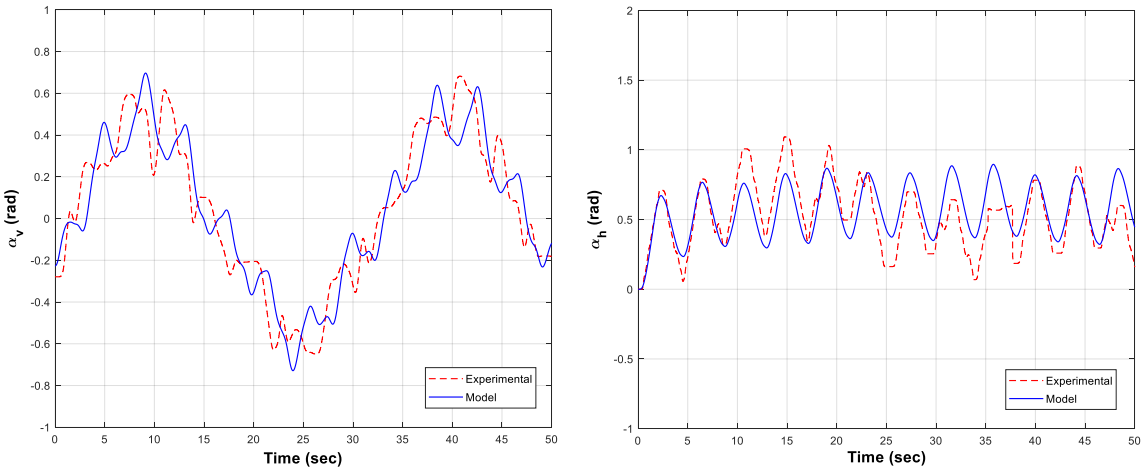


شکل ۱۷: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده به ورودی پالس اعمال شده به موتور دنباله

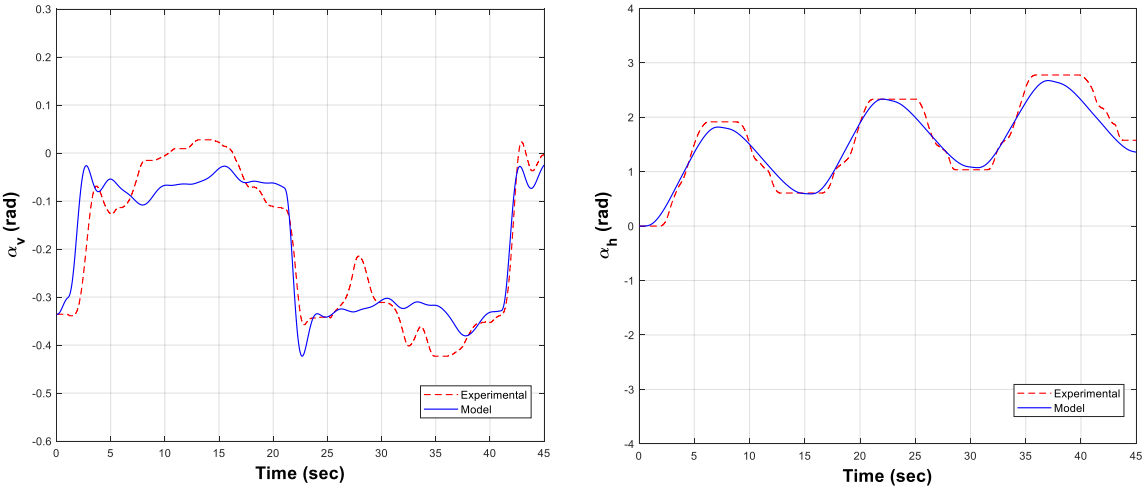


شکل ۱۸: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده به ورودی پالس اعمال شده به موتور اصلی

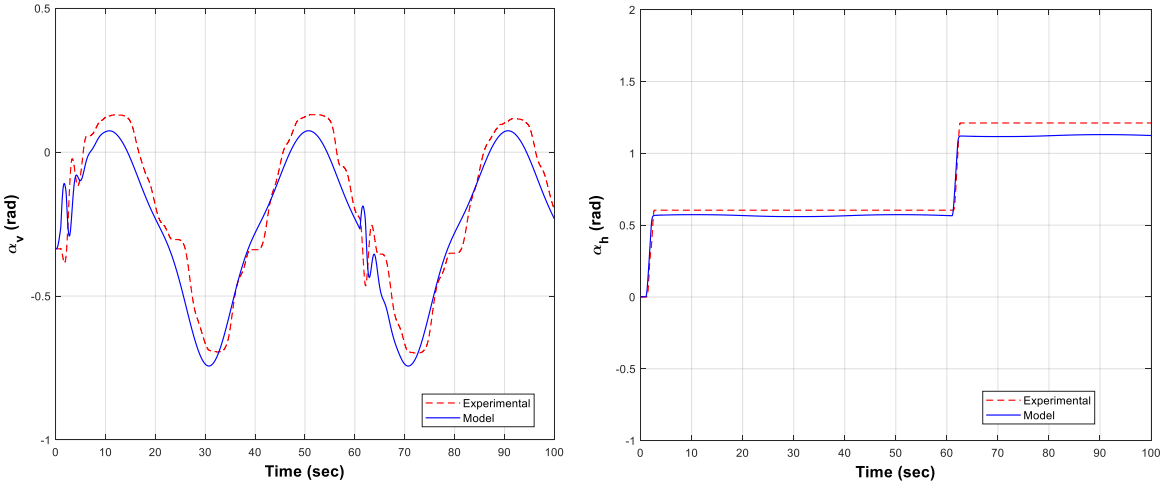
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]



شکل ۱۹: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با اعمال همزمان ورودی سینوسی به هر دو موتور



شکل ۲۰: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با اعمال همزمان ورودی سینوسی به موتور دنباله و ورودی پالس به موتور اصلی



شکل ۲۱: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با اعمال همزمان ورودی پالس به موتور دنباله و ورودی سینوسی به موتور اصلی

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

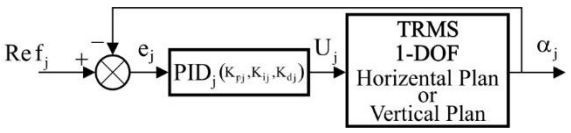
۵- طراحی کنترل‌کننده

در این بخش ابتدا به طراحی کنترل‌کننده PID برای سیستم TRMS مدلسازی سازی شده پرداخته می‌شود و سپس با اعمال آن به سیستم واقعی، پاسخ هر دو سیستم مدلسازی شده و واقعی مقایسه می‌گردد. طراحی کنترل‌کننده PID اگر چه برای سیستم مدلسازی شده انجام می گیرد ولی بر اساس روابط دینامیکی TRMS نبوده و صرفا بر اساس پاسخ واقعی و مطلوب سیستم مدل شده می‌باشد. ابتدا سیستم به دو زیرسیستم عمودی و افقی تقسیم می‌شود و برای هرکدام از زیرسیستم‌ها کنترل‌کننده PID طراحی می‌گردد و سپس برای کل سیستم TRMS به روش حلقه بستن ترتیبی[1] [۲۵] کنترل‌کننده‌ی PID طراحی می‌شود.

۵-۱ طراحی کنترل‌کننده برای زیرسیستم عمودی و افقی

ابتدا میله دوسر آزاد را طوری مسدود می‌کنیم تا فقط بتواند در صفحه عمودی (افقی) حرکت کند. لذا سیستم واقعی به‌صورت یک درجه آزادی تبدیل می‌شود. در بحث سیستم مدل‌سازی شده نیز اثر تداخل زیرسیستم افقی (عمودی) در زیرسیستم عمودی (افقی) در نظر گرفته نمی‌شود. حال با حلقه بسته کردن زیرسیستم عمودی (افقی) به طراحی کنترل‌کننده می‌پردازیم. چندین روش برای طراحی کنترل‌کننده PID برای سیستم‌های تک ورودی-تک خروجی حلقه بسته به‌منظور دستیابی به ضرایب بهینه وجود دارد. در این مقاله با کمینه کردن تابع هدف انتگرال مربعات خطا ضرایب PID به صورت بهینه تنظیم شده است [۱]. طراحی این روش برای سیستم TRMS با کنترل‌کننده PID در شکل ۲۲ نشان داده شده است.

$$U_j(t) = K_{pj}[e_j(t) + \frac{1}{T_{ij}}\int_0^t e_j(\tau)d\tau + T_{dj}\frac{de_j(t)}{dt}] \\ = K_{pj}e_j(t) + K_{ij}\int_0^t e_j(\tau)d\tau + K_{dj}\frac{de_j(t)}{dt},\ j = h,v \quad (۲۱)$$



شکل ۲۲: نمودار بلوکی کنترل‌کننده زیرسیستم‌ها

معیار یا تابع هدف در طراحی این کنترل کننده در رابطه (۲۲) آمده است.

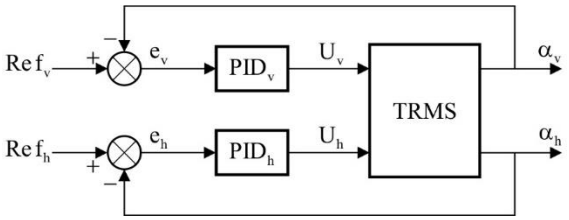
$$Q_v = \int_0^\infty e_{v,h}^2(t)\,\mathrm{dt} \quad (۲۲)$$

که در آن، e_v و e_h به ترتیب خطای زیر سیستم عمودی و خطای زیر سیستم افقی هستند. هدف در این طراحی تنظیم ضرایب K_{pj}، K_{ij} و K_{dj} موجود در سیگنال کنترل‌کننده در رابطه (۲۱) است به‌گونه‌ای که Q در رابطه (۲۲) کمترین مقدار خود را داشته باشد.

۵-۳ طراحی کنترل‌کننده برای سیستم TRMS

روش حلقه بستن ترتیبی یک روش ساده در طراحی سیستم‌های کنترل چندمتغیره است که در آن اثر تداخل به‌صورت سیگنال‌های اغتشاشی در نظر گرفته می‌شود [۲۵]. برای سیستم دو ورودی-دو خروجی TRMS ابتدا برای حلقه اول (شامل زیرسیستم عمودی که ولتاژ موتور اصلی به‌عنوان ورودی و زاویه پیچ به‌عنوان خروجی است) یک کنترل‌کننده PID طراحی می‌شود. در این طراحی اثر تداخل به‌عنوان اغتشاش در نظر گرفته می‌شود. در این طراحی همانند روش طراحی کنترل‌کننده برای سیستم تک ورودی-تک خروجی از روش کمینه کردن تابع هدف انتگرال مربعات خطا استفاده شده است.

پس از طراحی کنترل‌کننده برای حلقه اول و بستن آن، به سراغ حلقه دوم (شامل زیرسیستم افقی که ولتاژ موتور دنباله به‌عنوان ورودی و زاویه یاو به‌عنوان خروجی است) می‌رویم و همانند حلقه اول، کنترل‌کننده PID برای آن طراحی می‌گردد. نمودار بلوکی کنترل‌کننده PID برای سیستم TRMS در شکل ۲۳ مشاهده می‌شود.



شکل ۲۳: نمودار بلوکی کنترل‌کننده سیستم TRMS

لازم به ذکر است که در این طراحی برای محاسبه دقیق‌تر ضرایب کنترل‌کننده‌های PID، به سراغ حلقه اول رفته و دوباره ضرایب PID را تنظیم می‌کنیم. حال با تکرار این روند در طراحی، به ضرایب PID دقیق‌تر می‌رسیم. پس از به دست آوردن ضرایب کنترل‌کننده PID می‌توان سیستم حلقه بسته‌ی مدل‌سازی شده را مورد آزمایش قرار داد و سپس اعتبار کنترل‌کننده PID طراحی‌شده را با اعمال به سیستم واقعی حلقه بسته اعتبارسنجی کرد.

۵-۴- نتایج پیاده‌سازی کنترل‌کننده روی سیستم TRMS

در این بخش به شبیه‌سازی و پیاده سازی کنترل‌کننده PID برای زیرسیستم افقی و عمودی به‌صورت جداگانه با معیار انتگرال حداقل مربعات خطا پرداخته می‌شود و به‌منظور نشان دادن اثربخشی و توانایی کنترل‌کننده، نتایج این کنترل‌کننده ابتدا روی مدل شناسایی‌شده پیاده-سازی می‌گردد و سپس به سیستم واقعی TRMS اعمال می‌گردد و پاسخ هر دو سیستم مقایسه می‌شود.

همان‌طور که در شکل‌های ۲۴-۲۶ مشاهده می شود پاسخ زیر سیستم افقی به ترتیب به ورودیهای مرجع پله، پالس و سینوسی دارای خطای ماندگار اندکی (کمتر از ۱۰ درصد) می باشد. همان‌طور که قبلا نیز اشاره

[1] Sequential Loop Closing (SLC)

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

شد، این مساله به علت اثر کششی کابل می‌باشد. توجه شود که این مساله به علت عدم وجود اثر کششی کابل برای موتور اصلی وجود ندارد. شکلهای ۲۷-۲۹ پاسخ زیرسیستم افقی به ترتیب به ورودیهای پله، پالس و سینوسی می باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کنترل کننده در این حالت به علت عدم وجود اثر کابل عملکرد موفق و مطلوبی داشته و خطای حالت ماندگار نیز تقریبا وجود ندارد.

شکلهای ۳۰-۳۳ پاسخ سیستم کامل به ورودی های مختلف می‌باشد. همانگونه که مشاهده می شود با وجود اثر تداخل در این حالت، باز هم کنترل کننده عملکرد نسبتا مطلوبی داشته است و پاسخهای گذرا و ماندگار تا حد بسیار زیادی مطلوب می‌باشند . اما در حالتی که ورودی مرجع موتور دنباله به صورت پالس می‌باشد (شکلهای ۳۰ و ۳۳)، به علت اثر کششی کابل و همچنین اثر تداخل عملکرد کنترل کننده کاهش پیدا کرده است. در این حالت بر خلاف موتور اصلی که همواره پاسخ مطلوبی از خود نشان می‌دهد، پاسخ گذرا و ماندگار موتور دنباله دارای مشخصه های عملکردی خوبی نمی‌باشند.

می توان نتیجه گرفت با وجود استفاده از یک کنترل‌کننده کلاسیک خطی برای یک سیستم شدیدا غیرخطی و چند متغیره، سیستم حلقه بسته عملکرد مطلوب و قابل قبولی داشته است. این مطلب را می‌توان با مقایسه با نتایج مراجع مرتبط به وضوح مشاهده کرد.

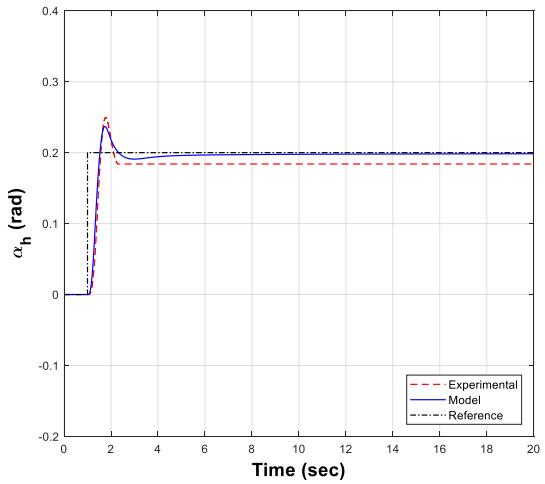
٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ابتدا گام‌های لازم (نرم‌افزاری و سخت‌افزاری) برای طراحی، ساخت و راه‌اندازی یک هلیکوپتر آزمایشگاهی دو ورودی–دو خروجی مدل TRMS بیان شد سپس با توجه به قوانین حرکت و درجه آزادی، معادلات دینامیکی این سیستم دو درجه آزادی به دست آمد. در ادامه با کمک روش معین سازی و برخی روش‌های کلاسیک شناسایی جهت تعیین پارامترها، این سیستم آزمایشگاهی شناسایی و مدل‌سازی شد. سپس جهت اعتبارسنجی، نتایج عملی حاصل از پیاده‌سازی با نتایج شبیه‌سازی‌شده در نرم‌افزار Matlab مقایسه گردید که نتایج نشان‌دهنده‌ی معتبر بودن مدل استخراج‌شده می‌باشد. در ادامه با تبدیل سیستم دو ورودی–دو خروجی به دو زیرسیستم تک ورودی–تک خروجی، برای هرکدام از زیرسیستم‌ها به‌طور مجزا، طراحی کنترل‌کننده PID انجام گرفته است. همچنین یک کنترل‌کننده PID با روش حلقه بستن ترتیبی برای این سیستم طراحی شد که بتواند سیستم را باوجود اثر تداخل پایدار نگه دارد و همچنین سیستم بتواند یک ورودی مشخص را به‌خوبی دنبال (ردیابی) کند. در آخر نیز کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده بر هر دو سیستم مدل‌سازی شده و سیستم واقعی پیاده‌سازی گردید و نتایج حاصل از آن نشان‌دهنده‌ی عملکرد مؤثر کنترل‌کننده‌ها می‌باشد.

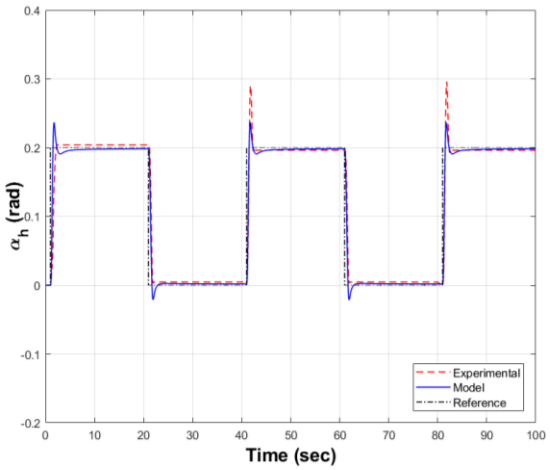
در پایان لازم به یادآوری است که در این مقاله سعی شده است که به همه مقوله‌های ساخت، مدلسازی و شناسایی و همچنین کنترل یک سیستم چند متغیره غیرخطی به صورت همزمان پرداخته شود. تحقیق و پژوهش عمیق در هر کدام از این مقوله ها زمان بسیار زیادی را می‌طلبد. در واقع در این مقاله، نویسندگان هدف خود را به بررسی عمیق و متنوع در هر بخش معطوف نکرده‌اند. با توجه به ساخت موفق و آماده بودن این دستگاه، در آینده به صورت جداگانه به مسایل شناسایی وکنترل سیستم به صورت عمیق‌تر و با روشهای مختلف پرداخته خواهد شد.

سپاسگذاری

بدین‌وسیله از حمایت مالی معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه شهید چمران اهواز در قالب پژوهانه GN97/3/02/26247 در انجام این تحقیق تشکر و قدردانی می گردد.

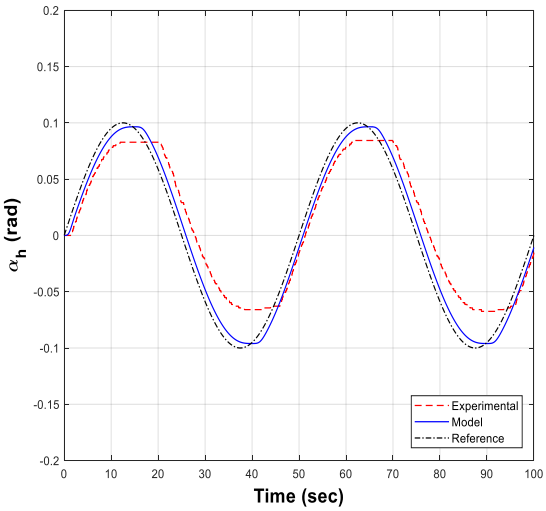


شکل ۲۴: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع پله به موتور دنباله

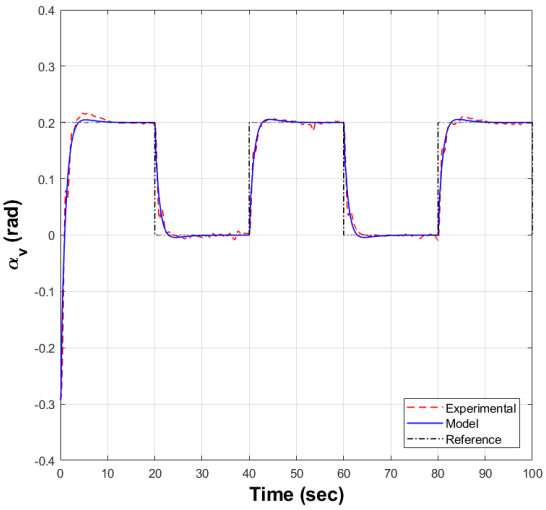


شکل ۲۵: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع پالس به موتور دنباله

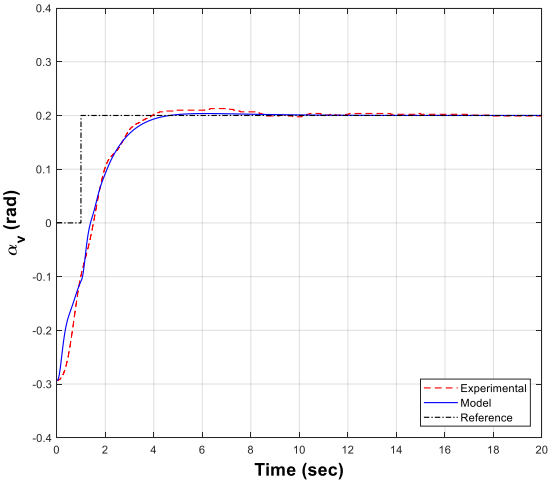
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]



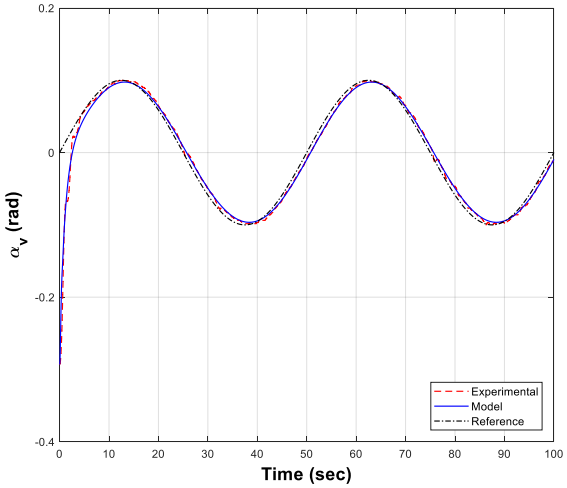
شکل ۲۶: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع سینوسی به موتور دنباله



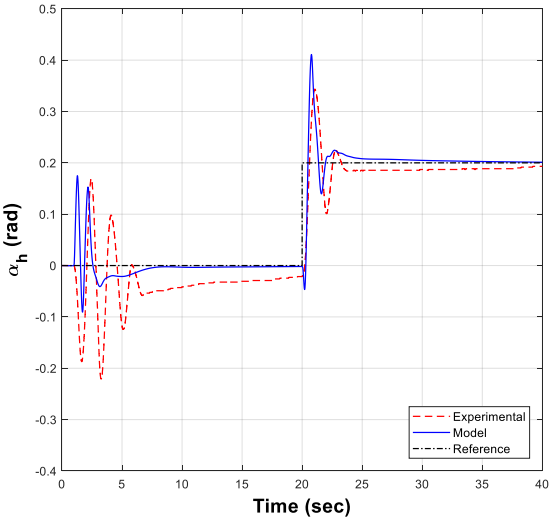
شکل ۲۸: مقایسه پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع پالس به موتور اصلی

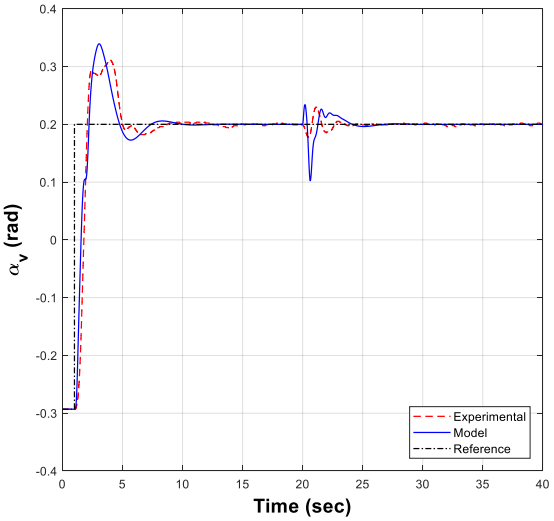


شکل ۲۷: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع پله به موتور اصلی



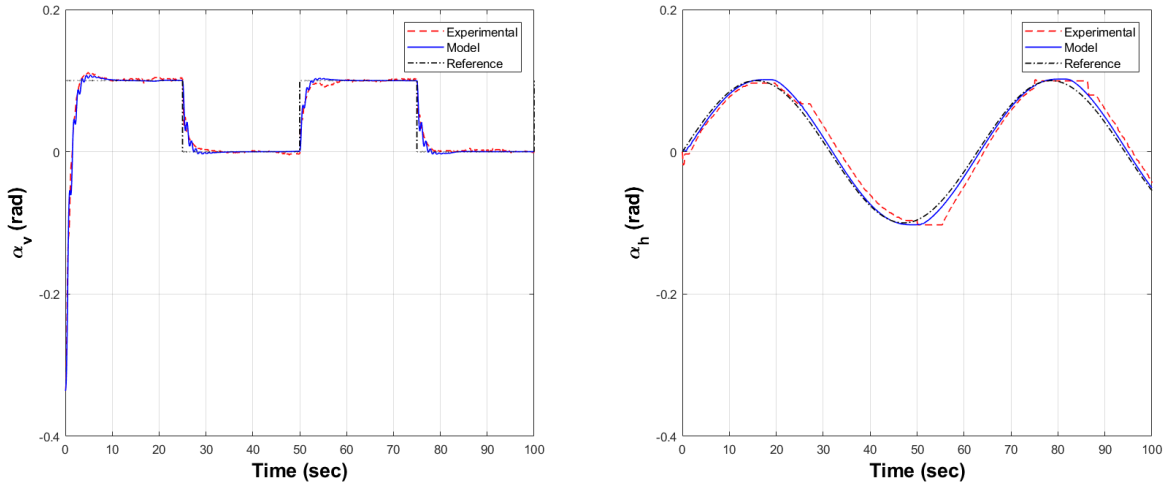
شکل ۲۹: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع سینوسی به موتور اصلی



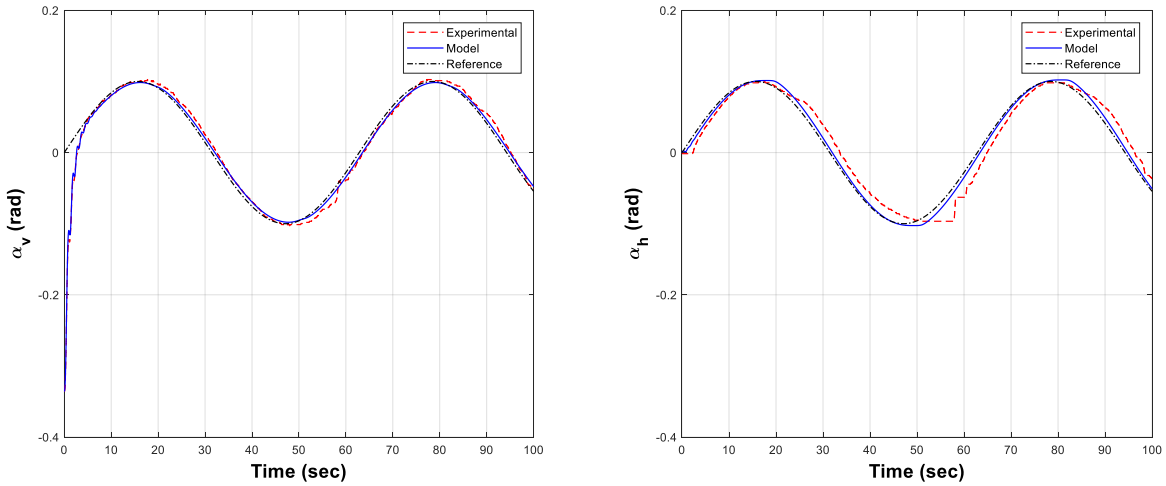


شکل ۳۰: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع سینوسی به هر دو موتور

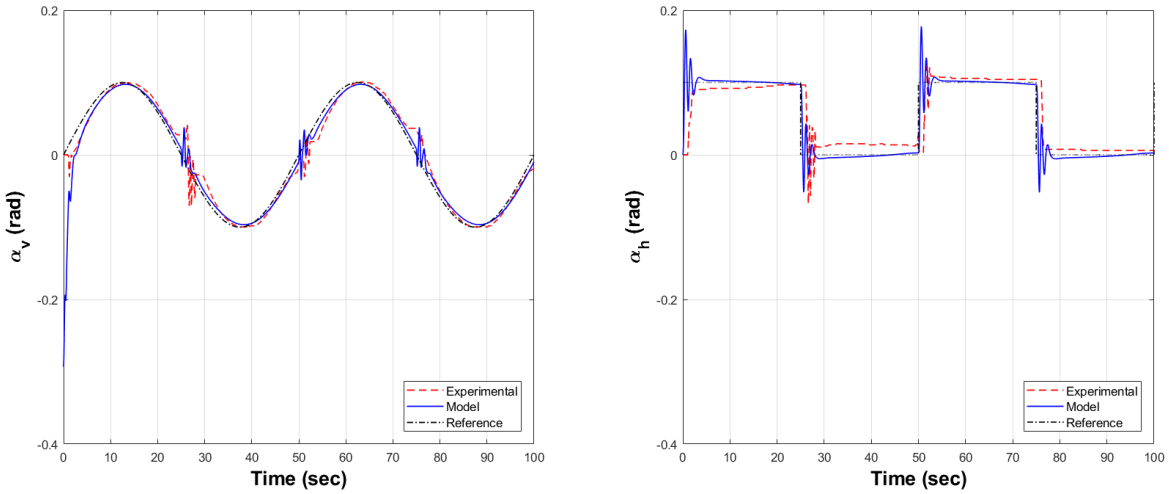
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]



شکل ۳۱: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع سینوسی به موتور دنباله و ورودی مرجع پالس به موتور اصلی



شکل ۳۲: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع سینوسی به هر دو موتور دنباله و اصلی



شکل ۳۳: پاسخ سیستم واقعی و مدل‌سازی شده با کنترل‌کننده و اعمال ورودی مرجع پالس به موتور دنباله و ورودی مرجع سینوسی به موتور اصلی

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]

مراجع

[1] F. Instruments, "Twin Rotor MIMO System 33-007-PCI," ed: Crowborough, 2013.

[2] R. Rashad, A. El-Badawy, and A. Aboudonia, "Sliding mode disturbance observer-based control of a twin rotor MIMO system," *ISA transactions*, vol. 69, pp. 166-174, 2017.

[3] A. Bayrak, F. Dogan, E. Tatlicioglu, and B. Ozdemirel, "Design of an experimental twin-rotor multi-input multi-output system," *Computer Applications in Engineering Education*, vol. 23, no. 4, pp. 578-586, 2015.

[4] A. Rahideh and M. Shaheed, "Mathematical dynamic modelling of a twin-rotor multiple input-multiple output system," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 221, no. 1, pp. 89-101, 2007.

[5] P. Chalupa, J. Přikryl, and J. Novák, "Modelling of twin rotor MIMO system," *Procedia Engineering*, vol. 100, pp. 249-258, 2015.

[6] A. Rahideh and M. H. Shaheed, "Dynamic modelling of a twin rotor MIMO system using grey box approach," in *2008 5th International Symposium on Mechatronics and Its Applications*, 2008: IEEE, pp. 1-6.

[7] F. Aldebrez, I. M. Darus, and M. Tokhi, "Dynamic modelling of a twin rotor system in hovering position," in *First International Symposium on Control, Communications and Signal Processing, 2004.*, 2004: IEEE, pp. 823-826.

[8] A. Tastemirov, A. Lecchini-Visintini, and R. M. Morales-Viviescas, "Complete dynamic model of the Twin Rotor MIMO System (TRMS) with experimental validation," *Control Engineering Practice*, vol. 66, pp. 89-98, 2017.

[۹] م. ش. پ. ق. نیا "باز طراحی دیجیتالی سیستم کنترل یک هلیکوپتر آزمایشگاهی"، پایان نامه فارسی، سامانه گنج، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان، ۱۳۸۹.

[۱۰] س. ناطق، "کنترل فازی هلیکوپتر آزمایشگاهی به کمک تئوری لیاپانوف نایکنوا" پایان نامه فارسی، سامانه گنج، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۲.

[11] P. Wen and T.-W. Lu, "Decoupling control of a twin rotor MIMO system using robust deadbeat control technique," *IET Control Theory & Applications*, vol. 2, no. 11, pp. 999-1007, 2008.

[12] J.-G. Juang, M.-T. Huang, and W.-K. Liu, "PID control using presearched genetic algorithms for a MIMO system," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, vol. 38, no. 5, pp. 716-727, 2008.

[13] E.-S. M. Ahmed and M. A.-E. Mohamed, "PID controller tuning scheme for twin rotor multi-input multi-output system based particle swarm optimization approach," *Journal of Engineering Sciences*, vol. 37, no. 4, pp. 955-967, 2009.

[14] J.-G. Juang, W.-K. Liu, and R.-W. Lin, "A hybrid intelligent controller for a twin rotor MIMO system and its hardware implementation," *ISA transactions*, vol. 50, no. 4, pp. 609-619, 2011.

[15] O. W. Abdulwahhab and N. H. Abbas, "A new method to tune a fractional-order PID controller for a twin rotor aerodynamic system," *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 42, no. 12, pp. 5179-5189, 2017.

[16] B. B. Alagoz, A. Ates, and C. Yeroglu, "Auto-tuning of PID controller according to fractional-order reference model approximation for DC rotor control," *Mechatronics*, vol. 23, no. 7, pp. 789-797, 2013.

[17] D. Sain, S. K. Swain, A. Saha, S. K. Mishra, and S. Chakraborty, "Real-Time Performance Analysis of FOI-PD Controller for Twin Rotor MIMO System," *IETE Technical Review*, vol. 36, no. 6, pp. 547-567, 2019.

[18] C.-W. Tao, J.-S. Taur, Y.-H. Chang, and C.-W. Chang, "A novel fuzzy-sliding and fuzzy-integral-sliding controller for the twin-rotor multi-input–multi-output system," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 18, no. 5, pp. 893-905, 2010.

[19] S. Mondal and C. Mahanta, "Adaptive second-order sliding mode controller for a twin rotor multi-input–multi-output system," *IET Control Theory & Applications*, vol. 6, no. 14, pp. 2157-2167, 2012.

[20] J. K. Pradhan and A. Ghosh, "Design and implementation of decoupled compensation for a twin rotor multiple-input and multiple-output system," *IET Control Theory & Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 282-289, 2013.

[21] C.-W. Tao, J.-S. Taur, and Y. Chen, "Design of a parallel distributed fuzzy LQR controller for the twin rotor multi-input multi-output system," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 161, no. 15, pp. 2081-2103, 2010.

[22] A. Rahideh and M. H. Shaheed, "Stable model predictive control for a nonlinear system," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 348, no. 8, pp. 1983-2004, 2011.

[۲۳] ا. اوکینژاد، "طراحی کنترل کننده مدلغزشی ترمینال چندمتغیره هوشمند برای سیستم Twin Roto "، پایان نامه فارسی، سامانه گنج، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، ۱۳۹۵.

[۲۴] ح. فردوسی، "مدل سازی و کنترل سیستم TRMS با استفاده از منطق فازی وANFIS "،پایان نامه فارسی، سامانه گنج، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۹.

[۲۵] خ. ص. علی، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل چند متغیره. تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، ۱۳۹۴.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.2.9.6]
[DOI: 10.52547/joc.15.2.51]