مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد۱۵، شماره ۱، بهار ۱۴۰۰، صفحه ۹۲-۷۹

مدل‌سازی چندگانه کسری مکان عمودی پلاسما در توکامک دماوند

حسین رسولی[۱]، علیرضا فاتحی[۲]

[۱] پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، تهران، ایران hsrasouli@aeoi.org.ir

[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه پژوهشی اِپیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران، ایران fatehi@kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۱ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۵

چکیده: در این مقاله مدل‌سازی مکان عمودی پلاسمای توکامک دماوند مورد بحث است. با توجه به پیچیدگی و غیرخطی بودن این دستگاه، روش‌های مرسوم شناسایی و مدلسازی سیستم جهت کنترل مبتنی بر طراحی کنترل‌کننده واحد برای آن عملکرد مطلوبی تامین نمی‌کند. راه حل پیشنهادی استفاده از ایده مدل‌سازی چندگانه کسری در نقاط کار مختلف دستگاه است. در این مقاله مدلسازی چندگانه کسری مکان عمودی پلاسما در ماشین توکامک مطرح می‌باشد. در ابتدا با بکارگیری داده‌های تجربی مکان عمودی پلاسما در توکامک دماوند، نقاط کار آن بطور مجزا با الگوریتم شناسایی کسری مبتنی بر معیار خطا مدل‌سازی می‌شود. سپس بانک مدل حاصله با استفاده از داده‌های تجربی ارزیابی و اعتبار سنجی می‌گردد. نتایج اعتبارسنجی و مقایسه با مدلهای دیگر نشان از بهبود عملکرد مدل‌سازی است.

کلمات کلیدی: دستگاه توکامک، مکان عمودی پلاسما، مدل‌سازی مرتبه کسری، مدل‌سازی چندگانه کسری.

Fractional order Multiple Modeling for Plasma Vertical Position in Damavand tokamak

Hossein Rasouli, Alireza Fatehi

Abstract: In this research paper, modeling of plasma vertical position (PVP) in Damavand tokamak is discussed. Due to complexity and nonlinearity of this machine, conventional linear methods of modeling and system identification cannot satisfy expected performance. In this research paper, the fractional order multiple model (FOMM) is proposed for modeling of plasma position in total operating regions of tokamak machine. By using the experimental data, several fractional order local simple models were constructed based on error criterion to cover all possible operating points. Then the obtained model bank is evaluated and validated using experimental data. The results of validation and comparison with previous models on the same machine show improvement of modeling performance.

Keywords: Tokamak, vertical plasma position, fractional-order system, fractional multiple modeling.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

۱- مقدمه

برخلاف تئوری دستگاه توکامک، یکی از مهمترین و محتمل‌ترین راه حلها برای رسیدن به انرژی پاک در گداخت هسته‌ای است. در آن پلاسمای بسیار گرم از طریق میدانهای مغناطیسی محصور و کنترل می‌شود[۱]. در این فرایند انرژی با آهنگی کاملا کنترل شده و آهسته آزاد می گردد. دورنمای پژوهش‌ها در این زمینه، طراحی و ساخت راکتور گداخت ITER با همکاری کشورهای پیشرفته دنیا است[۲]. در این پژوهش بزرگ جهانی، مدل‌سازی وکنترل مکان و شکل پلاسما و تجهیزات تشخیصی پلاسما از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشند. هم اکنون تحقیقات زیادی برای مدل‌سازی و کنترل توکامک در حال انجام است. در این بین، با توجه به توانمندی سیستمهای دینامیکی کسری در مدل‌سازی دینامیک امواج الکترومغناطیس، کاربرد این نوع مدل‌سازی و کنترل در دستگاه توکامک مورد توجه قرار گرفته است.

۱-۱- مدل‌سازی و کنترل ماشین توکامک

برای تحلیل و طراحی کنترل کننده، داشتن یک مدل ریاضی از دستگاه الزامی است که با توجه به شرایط، از مدل‌سازی فیزیکی و یا شناسایی بر اساس داده‌های عملی دستگاه استفاده می‌شود. از مهمترین مدل‌های ماشین توکامک در دنیا، مدل‌های فیزیکی غیر خطی DINA، CREATEL، TSC، MAXFEA، EFET و LIUQE است[۳، ۴] که در شبیه‌سازی و تحلیل اکثر توکامک‌ها استفاده می‌شود. در [۵] مدل فضای حالت مکان پلاسما با استفاده از معادلات فیزیکی همیلتونین بیان شده است، در آن همه معادلات و پارامترها برای حالت کلی غیر خطی بیان شده و مدل خطی‌شده آن نیز با مرتبه ۴ برای توکامک JT-60 ژاپن مورد استفاده قرارگرفته که برای حوزه‌های فرکانسی و زمانی تایید شده است. یکی دیگر از مدل‌های خطی، مدل فضای حالت RZIP می‌باشد که برای توکامک‌های SST1 و EAST با پارامترهای مجزا تهیه شده است[۶]. این مدل برای توکامک EAST با ۹۷ حالت، ۱۴ ورودی و ۳ خروجی مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین در [۷] مدل خطی سازی شده مکان عمودی پلاسمای توکامک Compass-D براساس محاسبات فیزیکی به صورت پارامتری آورده شده و با بکارگیری روش‌های شناسایی، پارامترهای آن تخمین زده شده است. در [۸] معادلات فضای حالت متغیر با زمان در ناحیه تعادل پلاسما برای توکامک دماوند ارائه شده است. ولی برای کل مدت زمان حضور پلاسما صادق نیست. در [۹]، شکل مرز پلاسما با روش مدل رشته- جریان برای توکامک دماوند محاسبه شده است.

بکارگیری مدلهای شبکه‌های عصبی غیرخطی برای کنترل مکان عمودی پلاسما در توکامکهای Compass-D [۱۰] و دماوند [۱۱] و استفاده از مدل‌سازی و کنترل‌کننده فازی در توکامک STORM-M [۱۲] گزارش شده است. توکامک دماوند سیستمی عملی برای مطالعه موردی این کار پژوهشی است [۱۳، ۱۱، 14]. یکی از نیازهای اساسی این دستگاه، تهیه مدلهای دینامیکی برای جابجایی‌های مکان و شکل پلاسما می‌باشد. تاکنون تکنیک‌های شناسایی متعددی برای جابجایی مکان و شار مغناطیسی انجام شده است [۹، ۱۵].

۱-۲- مدل‌سازی چندگانه

تکنیک مدل‌های چندگانه یک ابزار بسیار مناسب برای مدل‌سازی و شناسایی سیستم‌های غیرخطی و پیچیده نظیر توکامک میتواند باشد. روش مدل‌های چندگانه اولین بار در دهه ۱۹۷۰ مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت[۱۶]. این روش به همراه مسئله کلیدزنی، به عنوان نوعی از سیستم‌های کنترل تطبیقی مورد استفاده قرار گرفته است[۱۷]. یکی از مسائل مهم در تکنیک مدل‌های چندگانه طراحی بانک مدل است. از مهمترین روشها در طراحی بانک مدل، استفاده از تجربیات دستگاه در تعیین تعداد و ساختار مدلهای محلی [۱۸]، تجزیه ناحیه کاری به صورت یکنواخت در بازه تغییرات پارامترهای سیستم [۱۹]، خوشه‌بندی داده‌ها [۲۰]، شبکه عصبی خودسازمانده [۲۱] می‌باشد.

انتخاب‌های متعددی در بانک مدل، ناظر، نوع سیگنال‌های نظارتی و میزان مشارکت هر مدل یا کنترل‌کننده وجود دارد که سبب تنوع الگوریتم‌های مدل‌های چندگانه می‌شود[۲۲]. در [۲۳] ساختارهای مختلف کنترل‌کننده‌های تطبیقی مبتنی بر مدلهای چندگانه معرفی و نحوه عملکرد آنها بیان شده است.

در ماشین توکامک با سطح مقطع D شکل، مکان پلاسما ناپایدار و غیرخطی است و دشواریهایی در مدل‌سازی و کنترل وجود دارد. با توجه به ساختار فیزیکی دستگاه توکامک، مکان پلاسما به پارامترهای زیادی از جمله اندازه جریان پلاسما و اندازه مکان مرجع ورودی بستگی دارد. بطوری که بر اساس سطح آنها و پارامترهای تنظیمی دیگر، سیستم دارای چندین نقطه کار می‌باشد. بنابراین مدل‌سازی و کنترل مکان پلاسما با کنترل‌کننده واحد، عملکرد منطقی و مطلوبی در همه بازه کاری تامین نمی‌کند[۲۴، ۲۵، ۱۴]. در توکامک JET برای جریان پلاسمای ۱۰MA و ۲۲MA دو مدل فضای حالت خطی کاهش مرتبه یافته معرفی شده است که برای هرکدام از آنها کنترل‌کننده جداگانه‌ای، طراحی و شبیه‌سازی شده است[۲۴]. در [۲۵] نیز چند مدل محلی خطی به صورت تابع تبدیل از مرتبه ۴ و ۶ برای جابجایی مکان افقی پلاسمای توکامک STOR-M ارائه شده است. با دقت نظر در نتایج تجربی در [۱۳]، [۵]، [۲۵] و [۱۲] مشخص است که عملکرد غیر خطی این ماشین‌ها را می‌توان با ارائه چندین مدل محلی خطی از نقاط کاری مختلف و یا ترکیبی از آنها توصیف نمود. در نتیجه انتظار می‌رود بتوان ساختار مدل‌های چندگانه را برای مدل‌سازی بهتر این ماشین‌ها به کار برد و براساس آنها کنترل‌کننده‌های خطی چندگانه را جهت بهبود عمکرد تخمین و کنترل آنها استفاده کرد.

۱-۳- مدل‌سازی مرتبه کسری

از طرفی در دهه اخیر، استفاده از حسابان کسری برای مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی غیرخطی و پیچیده، به دلیل کارایی بهتر آن و همچنین

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

بهبود عملکرد کنترل‌کننده‌های کسری گسترش فراوانی در حوزه کاربرد داشته است. مشتقات کسری ابزار مناسبی برای توصیف خواص حافظه‌داری و ارث‌پذیری بسیاری از مواد و فرآیندها هستند. برخی از سیستم‌های دینامیکی و معادلات مربوطه توسط مشتقات کسری بهتر توصیف می‌شوند. ابزار حسابان کسری به دو طریق ارتقاء کیفیت مدل‌سازی و ارتقاء کارایی کنترل کننده‌ها باعث بهبود کارایی حلقه‌های کنترل کننده می‌شود. یکی از موارد بکارگیری مدل‌سازی کسری، مدل‌سازی امواج الکترومغناطیس است[۲۶]. در واقع امواج الکترومغناطیس پایه و اساس فیزیک توکامک برای تولید و محصورسازی پلاسما است. در [۲۷] حسابان کسری به منظور تحلیل آشوب در پلاسمای توکامک استفاده شده است. در [۲۵، ۲۸] شناسایی مکان پلاسما و طراحی کنترل‌کننده کسری $PI^{\lambda}D^{\mu}$ در توکامک STOR-M گزارش شده است. مدل‌سازی مرتبه کسری برای شار مغناطیسی با کنترل کننده $PI^{\lambda}+D^{\mu}$ با ورودی مرجع وزن‌دار [۱۵] و با کنترل‌کننده کسری جایاب قطب در [۲۹] طراحی و پیاده‌سازی شده است.

تحلیل پایداری سیستم‌های کنترل چندگانه کسری با روشهای توابع لیاپانوف مشترک در [۳۰، ۳۱، ۳۲]، توابع لیاپانوف چندگانه در [۳۳] و تحت کلیدزنی کند در [۳۳] ارائه شده است. در مرجع [۳۱، ۳۲] شرایط لازم و کافی برای پایداری و کنترل یک سیستم خطی چندگانه با کلیدزنی مرتبه کسری بر اساس آنالیز کوژ و LMI ارائه و اثبات شده است. در آن یک قانون کنترلی مد لغزشی با پیدا کردن تابع لیاپانوف برای اطمینان از روند کاهشی تابع هزینه طراحی شده است. همچنین در [۳۰، ۳۴] طراحی کنترل کننده کسری کلیدزنی برای دو زیر سیستم بر پایه تحلیل پایداری مربعی در حوزه فرکانس ارائه شده است.

مدل‌سازی چندگانه سیستم‌های کسری در [۳۵] ارائه شده است. مدل‌سازی چندگانه کسری مکان پلاسما در توکامک، میتواند روش موثری در بهبود مدل آن باشد، که به دلیل کارایی این روش در مدل‌سازی پدیده‌های پیچیده غیرخطی و حافظه‌دار نظیر پلاسما و همچنین ساختار ساده و خطی بانک مدل کسری است. لذا در این مقاله مدل‌سازی چندگانه کسری مبتنی بر معیار خطا برای مدل‌سازی نقاط کار مکان عمودی پلاسما با بکارگیری داده‌های تجربی ارائه می‌گردد. در این پژوهش تعیین مرتبه کسری مدلها بر اساس معیار خطا و به صورت دو مرحله‌ای صورت می‌گیرد. بدین صورت که در مرحله اول با انتخاب اولیه مرتبه کسری، ضرایب پارامتری مدل تخمین زده می‌شود. در مرحله بعد، عمل فوق برای بازه مرتبه‌های کسری دیگر به طور مجدد تکرار می‌شود. در نهایت، بر پایه معیار خطا مرتبه کسری تعیین می‌شود. به منظور مدل‌سازی چندگانه سیستم‌های کسری در توکامک دماوند، تجزیه ناحیه کاری به صورت یکنواخت در بازه تغییرات جابجایی عمودی پلاسما صورت می‌گیرد. سپس آزمایش‌های عملی لازم در نقاط کار مختلف اجرا و با بکارگیری داده‌ها و انجام مدل‌سازی مذکور، نتایج حاصل از آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

ساختار مقاله به صورت زیر است، ابتدا در بخش۲، ماشین توکامک و سیستم کنترل مکان پلاسما معرفی می‌شود. در بخش ۳، سیستم کنترل مکان عمودی پلاسما در توکامک دماوند، در بخش ۴، الگوریتم شناسایی سیستمهای مرتبه کسری و در بخش۵، شناسایی بانک مدل چندگانه کسری برای مکان پلاسما در توکامک دماوند ارائه و ارزیابی می‌شود. نهایتا در بخش۶ نتیجه‌گیری بیان می‌گردد.

۲- ماشین توکامک و سیستم کنترل مکان پلاسما

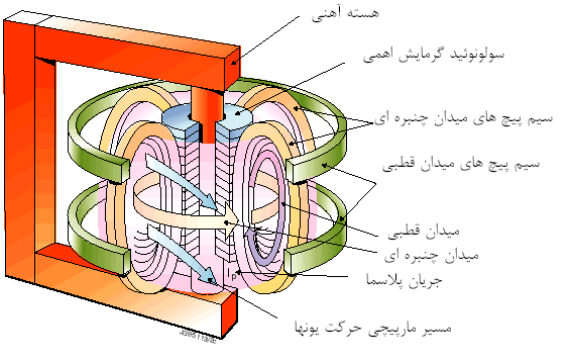
روش محصورسازی مغناطیسی مهمترین و محتمل‌ترین روش در ابعاد نیروگاهی با نام توکامک می‌باشد، که از سه واژه روسی به معنای محفظه مغناطیسی چنبره‌ای[۱] گرفته شده است [۱]. یکی از مباحث مهم در این ماشین، تولید پلاسمای بسیار داغ و کنترل آن است. همه ماشین‌های توکامک دارای سه قسمت اصلی هستند که باعث محصورسازی، گرمایش، کنترل مکان و شکل پلاسما می‌شوند. این سه قسمت عبارتند از: پیچه چنبره‌ای[۲]، سیستم گرمایش پلاسما[۳] و پیچه‌های قطبی[۴]. شکل۱، شمایی از اصول کارکرد توکامک را نشان می‌دهد. این ماشین دارای محفظه چنبره‌ای شکلی است که در اطراف آن پیچه‌های چنبره‌ای و قطبی تعبیه شده است. علاوه بر محفظه، ظرف اصلی پلاسما تار و پودی از میدان‌های مغناطیسی است. میدان مغناطیسی چنبره‌ای[۵] و ثابت (B_T) از عبور جریان ثابت از پیچه چنبره‌ای حاصل می‌شود که ذرات یونیزه شده حول آن میدان می‌چرخند و با عبور جریان الکتریکی(با $\frac{di}{dt}$ زیاد) از پیچه مرکزی، و نیروی الکتروموتوری حاصل از آن، باعث القای پلاسما در محفظه می‌شود. میدان ناشی از جریان پلاسما، میدان مغناطیسی قطبی[۶] (B_p) و عمود بر میدان B_T است و برآیند حاصل از B_p و B_T یک میدان مارپیچی[۷] است که منجر به پیچش خطوط میدان به دور پلاسما می‌شود و یکسری سطوح مغناطیسی در اطراف پلاسما ایجاد می‌کند. فشار وارده بر پلاسما با افزایش قدرت میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد. در ادامه با کنترل میزان و جهت جریان در پیچه‌های قطبی می‌توان آن را محصور و در تعادل مکان و شکل نگه داشت [۱]. برای رسیدن به مرحله راکتور و پلاسمای مشتعل خود نگهدار، لازم است با ایجاد گرمایش‌های جانبی، دمای آن به حدود ۱۰۰ میلیون درجه کلوین افزایش یابد.

تعادل پلاسما را می‌توان حاصل توازن بین فشار داخلی پلاسما و برآیند نیروهای خارجی در کل محفظه تعریف کرد. هدف اولیه کنترل

[1] Toroidalnaya kamera magnitnaya
[2] Toroidal Coils
[3] Plasma Heating
[4] Poloidal Coils
[5] Toroidal Field
[6] Poloidal Field
[7] Helical

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

این است که پلاسما با دیواره‌ها برخوردی نداشته باشد، علاوه بر آن شکل و سطح مقطع مشخصی داشته باشد. در توکامک با سطح مقطع D شکل، مکان عمودی ستون پلاسما ناپایدار است. از طرفی، اعمال نیروهای مغناطیسی خارجی برای کشیدگی پلاسما، ناپایداری مکان عمودی را تشدید می‌کند [۱]، ولی این کشیدگی باعث کاهش ناپایداری فیزیکی پلاسما و افزایش جریان آن می‌شود. درنتیجه یک مصالحه بین این دو مسئله وجود دارد که فقط با استفاده از سیستم کنترل حلقه بسته امکان‌پذیر است. اساس آن، کنترل جریان در پیچه‌های قطبی است، و نتیجه آن کنترل نیروی عمودی بر جریان پلاسما است.



شکل ۱: شماتیکی از سیستم توکامک برای بررسی نحوه عملکرد آن

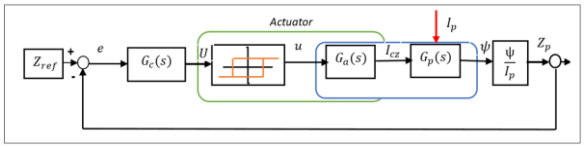
۳- سیستم کنترل مکان عمودی پلاسما در توکامک دماوند

توکامک دماوند دارای میدان مغناطیسی تروئیدالی ۱/۲T و حداکثر جریان ۴۰kA و مدت زمان محصورسازی ۲۱ms است. این ماشین دارای قابلیت کشیدگی پلاسما تا ۱/۴، کنترل مکان افقی و عمودی پلاسما جهت پایداری و کنترل سطح جابجایی پلاسما را دارد. در این ماشین از بانک خازنی برای تولید میدانهای مغناطیسی، القای پلاسما و کنترل آن استفاده می‌شود [۳۶]. شکل۲ نمایی از محفظه و سیم پیچهای توکامک دماوند را نشان می‌دهد.



شکل ۲: نمایی از محفظه و سیم پیچهای توکامک دماوند

در توکامک دماوند، سیم‌پیچ‌های مربوط به کنترل مکان عمودی پلاسما، به تعداد ۸ دور و به صورت متقارن در موقعیت فضایی $R=49\,cm$ و $Z=\pm 51\,cm$ با اندوکتانس $L_{cz}=180\,\mu H$ و مقاومت $R_{cz}=25\,m\Omega$ قرار دارد. در شکل۳، بلوک دیاگرام سیستم حلقه بسته کنترل مکان عمودی پلاسما در حالت کلی نشان داده شده است. در این شکل $G_p(s)$، $G_a(s)$ و $G_c(s)$ به ترتیب مدل فرایند، مدل مبدل DC/AC قدرت و کنترل‌کننده است. همچنین Z_p مکان عمودی پلاسما، I_{cz} جریان خروجی مبدل قدرت DC/AC به عنوان جریان کنترلی مکان عمودی و I_p جریان پلاسما است. در این سیستم، مشتق جریان پلاسما ($\dot{I}_p$)، مشتق جریان کنترلی ($\dot{I}_{cz}$) و مشتق شار مغناطیسی ($\dot{\psi}_z$) با بکارگیری سنسور روگوفسکی کویل[1] برای جریان و سنسور حلقه های زینی[2] برای شار مغناطیسی، متغیرهای فوق اندازه گیری می‌شوند. سپس با اعمال انتگرال‌گیر $H_1(s)=k\dfrac{644.75}{s+0.967}$ به مشتق جریان پلاسما، $H_2(s)=k\dfrac{1010}{s+1.377}$ به مشتق جریان کنترلی و $H_3(s)=k\dfrac{1010}{s+1.377}$ به مشتق شار مغناطیسی، به ترتیب خروجی‌های I_p، I_{cz} و ψ_z حاصل می‌شوند. همچنین خروجی مکان پلاسما (Z_p) نیز مطابق با تقریب روابط فیزیکی با تقسیم شار مغناطیسی بر جریان پلاسما ($Z_p=\dfrac{\psi_z}{I_p}$) حاصل می‌گردد[۱۴].



شکل ۳: بلوک دیاگرام سیستم کنترل مکان عمودی پلاسما در توکامک دماوند

پیاده‌سازی ساختار کنترلی بر پایه پردازشگر دیجیتال سری EVM TMS320VC5502C و برنامه رابط انسان و ماشین (HMI) انجام می‌گردید. این سیستم با سرعت ۱۰۰kS/s از سیگنال‌های ورودی نمونه‌برداری می‌کند. فرامین کنترلی پس از اجرای پردازشهای کنترلی و محافظتی به صورت زمان واقعی ارسال می‌گردد[۳۶].

٤- الگوریتم شناسایی سیستمهای مرتبه کسری

حسابان کسری به عنوان تعمیمی از حسابان مرتبه صحیح جزء مباحث ریاضی است که در سالهای اخیر با نگاه کاربردی در کنترل مورد توجه قرار گرفته است. ایده اساسی در حسابان کسری، استفاده از مشتق و انتگرال کسری است. تعاریف ریمان- لیوویل، کپوتو و گرونوالد- لتنیکوف از مهمترین تعاریف معمول برای مشتقات کسری می‌باشد. در تعریف گرونوالد- لتنیکوف مشتق مرتبه α از تابع $f(t)$ به صورت زیر است[۳۷].

$$ {}^{GL}D_t^{\alpha} f(t)=\lim_{N\to\infty}\left(\frac{t}{N}\right)^{-\alpha}\sum_{j=0}^{N}(-1)^j\binom{\alpha}{j}f\left(t-j\left(\frac{t}{N}\right)\right), \qquad (1) $$
$$ n-1\le\alpha<n \qquad \binom{\alpha}{j}=\frac{\Gamma(\alpha+1)}{j!\Gamma(\alpha+1-j)} $$

[1] Rogowski Coil
[2] Saddle Loop

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

الگوریتم شناسایی کسری در حوزه زمان بر اساس مرجع [۳۸] می‌باشد. در این ساختار، مدل بر روی خطای خروجی بوده و پارامترهای مربوط به توانهای کسری و ضرایب چند جمله‌ای‌ها با بکارگیری کمینه‌سازی مجموع مربعات خطا شناسایی می‌شود. این شناسایی با دو رویکرد صورت می‌گیرد؛ اولی، رویکرد مستقیم که در آن معادله دیفرانسیل کسری گسسته شده و سپس مشتق کسری با تعریف لتنیکوف و حافظه گسترده جایگزین می‌گردد و در ادامه با روش خطای خروجی، سیستم شناسایی می‌شود [۳۹]، و دومی رویکرد غیرمستقیم، که در آن سیستم مرتبه کسری به‌صورت معادلات حالت مدل می‌شود، [۴۰]. در این پژوهش از رویکرد اول استفاده شده است برای بیان آن، ساختار تعمیم‌یافته خطای خروجی با معادلات دیفرانسیل کسری زیر را در نظر بگیرید[۳۹].

$$\sum_{j=0}^{n} a_j D^{v_{a_j}} y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^{v_{b_i}} u(t) + e(t) \qquad (۲)$$

که در آن $e(t)$ نویز تصادفی است. فرایند شناسایی ضرایب سیستم فوق در دو مرحله صورت می‌گیرد؛ در مرحله اول، معادله دیفرانسیل کسری با تعریف مشتق کسری لتنیکوف گسسته می‌شود و در مرحله دوم، تابع هزینه مجموع مربعات خطای مدل‌سازی به منظور تخمین مرتبه کسری و پارامترهای مدل کمینه‌سازی می‌گردد. با جایگذاری مشتق کسری لتنیکوف (۱) در رابطه (۲) معادله گسسته زیر به ازای $t > 0$ حاصل می‌شود که در آن h زمان نمونه‌برداری است.

$$y(Kh) = \frac{-\sum_{j=0}^{n} h^{\frac{a_j}{v_{a_j}}} \sum_{k=1}^{K} (-1)^k \binom{v_{a_j}}{k} y((K-k)h)}{\sum_{j=0}^{n} h^{\frac{a_j}{v_{a_j}}}} + \frac{\sum_{i=0}^{m} h^{\frac{b_i}{v_{b_i}}} \sum_{k=1}^{K} (-1)^k \binom{v_{b_i}}{k} u((K-k)h)}{\sum_{j=0}^{n} h^{\frac{a_j}{v_{a_j}}}} + \frac{e(Kh)}{\sum_{j=0}^{n} h^{\frac{a_j}{v_{a_j}}}} \qquad (۳)$$

رابطه (۳)، غیر خطی با پارامترهای $(a_0,\ldots,a_n,v_{a_0},\ldots,v_{a_n}b_0,\ldots,b_m,v_{b_0},\ldots,v_{b_m})$ می‌باشد. با تعریف بردار پارامتر θ به صورت (۴) و کمینه‌سازی تابع هزینه (۵)، شناسایی با روش‌های متعارف انجام می‌شود.

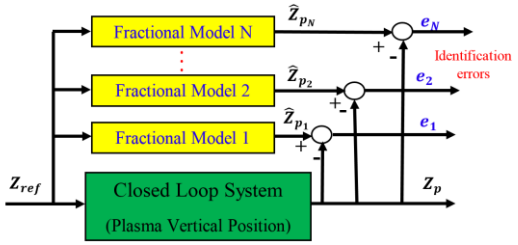
$$\theta = \left[a_0,\ldots,a_n,v_{a_0},\ldots,v_{a_n}b_0,\ldots,b_m,v_{b_0},\ldots,v_{b_m}\right] \qquad (۴)$$

$$\varepsilon\left(Kh,\hat{\theta}\right) = y(Kh,\theta) - \hat{y}\left(Kh,\hat{\theta}\right)$$
$$J = \sum_{k=0}^{k} \varepsilon^2\left(Kh,\hat{\theta}\right) \qquad (۵)$$

۵- شناسایی بانک مدل چندگانه کسری برای مکان پلاسما در توکامک دماوند

۵-۱- ساختار مدل چندگانه کسری برای مکان عمودی پلاسما

در این مقاله دینامیک حرکت عمودی پلاسما در ماشین توکامک دماوند با مدل چندگانه کسری مدل شده است. ساختار کلی مدل چندگانه کسری پیشنهادی برای دینامیک مکان عمودی پلاسما در شکل۴ آورده شده است. ایده کلی این روش بر تجزیه کل نقاط کار دستگاه به تعدادی از نواحی محلی استوار است. برای هر نقطه کاری، یک مدل محلی کسری شناسایی می‌شود و سپس این مدلها با هم ترکیب شده تا مدل نهایی فراگیر بدست آید. شناسایی برای هر کدام از زیر مدلهای ۱ تا N بطور مستقل از هم انجام می‌شود. مزیت این ساختار این است که اولا" مدل‌سازی برای زیر سیستمهای کوچکتر، راحت‌تر صورت می‌گیرد، دوما به دلیل کسری بودن مدلهای محلی توصیف دقیق‌تری نسبت به فرایند دارند. در نتیجه با ارتقاء کیفیت مدل‌سازی کسری و عملکرد کنترل‌کننده باعث بهبود کارایی سیستم می‌شود.



شکل۴: ساختار کلی مدل‌سازی چندگانه کسری مکان عمودی پلاسما

یکی از پارامترهای مهم در تغییر نقطه کار پلاسما، جابجایی مکان عمودی پلاسما (Z_p) است. این تغییر با تنظیم مکان ورودی مرجع (Z_{ref}) رخ می‌دهد. در نتیجه با تجزیه ناحیه کاری به صورت یکنواخت در بازه تغییرات پارامترهای ورودی مرجع مکان پلاسما میتوان نقاط کار مختلف را ایجاد و شناسایی کرد. می‌توان نقاط کار را روی خروجی Z_p براساس تغییرات ورودی $Z_{ref} \pm \Delta z_{ref}$ شناسایی کرد. در آن Δz_{ref} تغییرات کوچک در نزدیکی نقطه کار مربوط به Z_{ref} است در حالت تجربی دامنه سیگنال ورودی مرجع (Z_{ref}) نشانگر نقطه کار سیستم است.

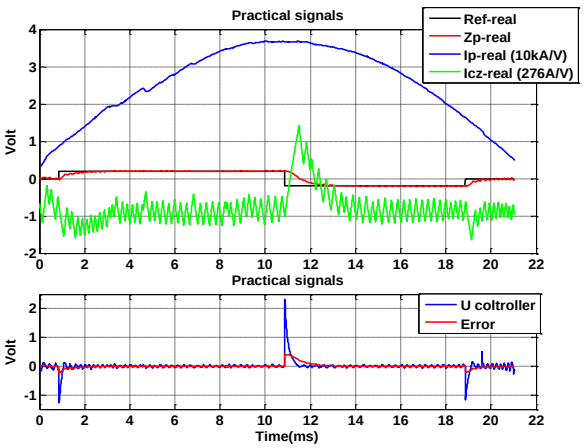
۵-۲- طراحی و اجرای آزمایش عملی برای تهیه سیگنال های شناسایی

در این بخش سیگنالهای عملی دستگاه و شرایط لازم برای شناسایی مطرح می‌گردد. با توجه به بلوک دیاگرام شکل ۳، و ناپایداری دینامیک مکان عمودی پلاسما، شناسایی حلقه بسته (G_{cl}) از Z_{ref} تا Z_p با وجود کنترل کننده $G_c = \frac{6\times10^{-4}s+1}{10^{-4}s+1}$ انجام می‌شود. سپس مدلهای حلقه باز (G_{ol}) از آن استخراج می‌گردد. این شناسایی در حوزه زمان-پیوسته به صورت خارج خط و غیر مستقیم صورت می‌پذیرد. در ابتدا

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

لازم است با انجام آزمایش‌های لازم، محدوده جابجایی مکان عمودی مشخص شود، در این خصوص ضریب تقویت سیگنالهای ψ_Z و I_p، به منظور داشتن بازه گسترده و دقیق برای سیگنال جابجایی مکان عمودی (Z_p) تنظیم گردید. سپس سیگنال Z_{ref} با گامهای $\Delta z = 0.1$ تغییر داده شد تا پایداری مکان پلاسما در نقاط مختلف بررسی گردد. در نهایت با انجام آزمایشهای لازم مشخص شد که حداکثر محدوده جابجایی عمودی پلاسما $Z_p = [-1.7, +2] au/V$ می‌باشد [۱۴]. بنابراین با تجزیه ناحیه کاری به صورت یکنواخت، ۳ نقطه کاری صفر، ۱- و ۱+ لحاظ می‌شود و برای هر نقطه کاری، ورودی مرجع به عنوان سیگنال شناسایی با دامنه $Z_{ref} + \Delta z_{ref}$ است.

در اجرای عملی، محدودیتهای فیزیکی نظیر مدت زمان فرایند (۲۱ms)، حداکثر جریان (۱۷۰۰A)، حداکثر فرکانس مبدل قدرت (۱۰kHz) وجود دارد. بنابراین با توجه به مدت زمان کوتاه فرایند، امکان اعمال یک سیگنال شناسایی کامل PRBS به دستگاه وجود ندارد. لذا، سیگنال شناسایی لازم را به بخشهای کوچکی تقسیم کرده و در شاتهای مجزا به دستگاه اعمال می‌شود. سپس ترکیب آنها به عنوان سیگنال شناسایی استفاده شد. برای بررسی اولیه، در شکل۵، به عنوان نمونه سیگنال جریان پلاسما (I_p)، جریان کنترلی (I_{cz})، مکان عمودی پلاسما (Z_p)، مرجع ورودی (Z_{ref})، سیگنال کنترلی (u) و خطا (E) برای شات ۱۲۳ آورده شده است.



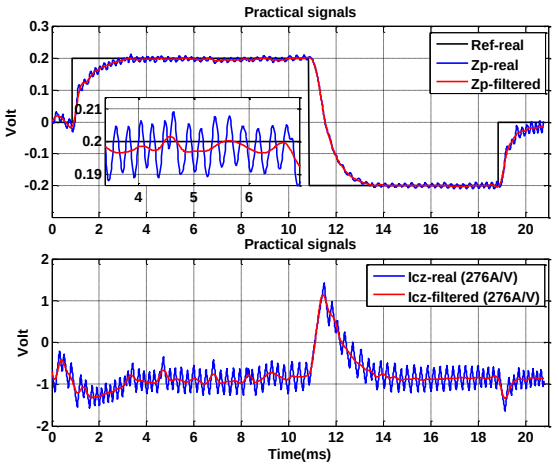
شکل۵: نمونه سیگنال‌های تجربی دستگاه توکامک دماوند برای شات ۱۲۳

با توجه به بلوک دیاگرام شکل۴ و نمودارهای تجربی در شکل۵، مشخص است که نوسانات سریع جریان کنترلی، و به تبع آن، مکان عمودی پلاسما، ناشی از بلوک غیر خطی هیسترزیس است. با توجه به فیزیک مسئله، بلوک غیر خطی هیسترزیس اثر قابل ملاحظه‌ای در دینامیک‌های به نسبت کند ناشی از رفتار پلاسما ندارد. اگر در پیش پردازش داده‌ها، نوسانات سریع و فرکانس‌های بالای سیگنال‌های Z_p و I_{cz}، را از طریق فیلتر مناسب حذف کنیم، بدون مخدوش کردن رفتار اصلی پلاسما، میتوان اثر بلوک غیر خطی هیسترزیس را از بین برد. لذا با این تکنیک ساده، شناسایی دینامیک حرکت عمودی پلاسما با دقت بسیار خوبی انجام می‌گیرد.

از طرفی برای بررسی کامل تاثیر فرکانس نمونه‌برداری در شناسایی مدل‌ها، تغییر ویژگی پایداری یا ناپایداری مدل‌ها، همه شناسایی‌ها با نمونه‌برداری‌های ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ میکروثانیه انجام می‌گیرند. بنابراین لازم است مشخصات فیلتر مورد نظر با هدف حذف دینامیک‌های سریع ناشی از بلوک هیسترزیس، قابل تطبیق با فرکانس نمونه‌برداری آن باشد. لذا فیلتر از نوع باترورث گسسته از مرتبه ۵ و متناسب با نمونه برداری طراحی و استفاده گردید (جدول۱). عملکرد فیلتر با تنظیم برای نمونه برداری ۱۰۰kHz، برای شات ۱۲۳ در شکل۶، نشان داده شده است. بطور خلاصه مراحل پیش‌پردازش لازم برای داده‌های عملی دستگاه، جهت شناسایی در هر نقطه کار به‌صورت زیر است: چسباندن همه شات‌ها به همدیگر، کاهش نمونه‌برداری داده‌ها و در نهایت اعمال فیلتر براساس فرکانس نمونه‌برداری.

جدول ۱: مشخصات فیلترها برای حذف دینامیک‌های سریع هیسترزیس در نمونه برداری‌های مختلف.

Fs	Ts	Fc	-3 db
100 kHz	10 μs	2KHz	1.92 kHz
50	20	5	2.45
20	50	10	1.97
10	100	20	2



شکل ۶: حذف دینامیک‌های سریع ناشی از بلوک هیسترزیس از سیگنالهای شناسایی در شات ۱۲۳

$$M1 := \frac{b_0}{a_1 s^{\alpha} + a_0}, \quad M3 := \frac{b_1 s^{\alpha} + b_0}{a_2 s^{2\alpha} + a_1 s^{\alpha} + a_0},$$
$$M5 := \frac{b_2 s^{2\alpha} + b_1 s^{\alpha} + b_0}{a_3 s^{3\alpha} + a_2 s^{2\alpha} + a_1 s^{\alpha} + a_0} \qquad (۶)$$

۱-۲-۵- تعیین مرتبه کسری مدل بر اساس معیار خطا

یکی از موضوعات اساسی و پیچیده در شناسایی سیستمهای کسری، تعیین مرتبه کسری سیستم می‌باشد. در اکثر روشهای شناسایی، مرتبه کسری به همراه پارامترهای مدل تخمین‌زده می‌شود. برای جلوگیری از پیچیدگی مسئله در روش شناسایی همزمان ضرایب مدل و مرتبه کسری، یکی از راهکارها، روش دو مرحله‌ای است. بدین صورت که در مرحله

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

اول با انتخاب اولیه مرتبه کسری، ضرایب پارامتری مدل تخمین زده می‌شود. در ادامه خطای مدل به صورت خطای RMSE محاسبه می‌گردد. در مرحله بعد، عمل فوق برای مرتبه‌های کسری انتخابی دیگر به طور مجدد تکرار می‌شود. در نهایت، با بررسی معیار خطا برای همه مرتبه‌های کسری انتخاب شده، کمترین خطای مدل، مربوط به مناسب‌ترین مرتبه کسری خواهد بود. بنابراین در این پژوهش، شناسایی مرتبه کسری بر اساس خطای خروجی و به صورت دو مرحله‌ای انجام می‌گردد. در آن، ابتدا مرتبه کسری α ثابت فرض می‌شود و پارامترهای مدل با روش حداقل مجموع مربعات خطای غیر خطی تخمین زده می‌شوند. سپس همین روند برای مرتبه‌های دیگر α از ۰/۱ تا ۱/۵ با گامهای افزایشی ۰/۰۵ انجام می‌شود. در نهایت بر اساس کمترین خطای RMSE بهترین مرتبه کسری انتخاب می‌گردد.

۳-۵- شناسایی نقاط کار مکان عمودی پلاسما

الف-شناسایی نقطه کار صفر و ارزیابی مدل‌های آن

آزمایش‌های لازم برای نقطه کار صفر با تنظیم $Z_{ref} = \pm 0.2$ و با سایر شرایط یکسان در شاتها انجام شد. ۲۰ شات برای این نقطه کار انجام گرفت و از میان آنها، ترکیب ۱۱ شات که از لحاظ فرکانسی غنی بودند، استفاده گردید. ۱۰ شات به عنوان سیگنال آموزش و یک شات (شات ۱۲۳) بعنوان شات تست انتخاب شد. در شکل۷ مجموعه کامل شات‌های شناسایی و تست آورده شده است.

با بکارگیری الگوریتم بخش۴، و استفاده از طیف فرکانسی داده‌های عملی دستگاه مکان عمودی پلاسما در ۳ ساختار پیشنهاد شده در رابطه (۶) و در نمونه برداریهای مختلف شناسایی گردید که نتایج آن در جدول۲، خلاصه شده است. تعیین مرتبه کسری در هر ساختار مدلی و هر فرکانس نمونه برداری، بر اساس روش مطرح شده در بخش ۵-۲-۱ است. برای مثال، نمودار تغییر خطا بر حسب مرتبه کسری برای ساختار $M1$ با نمونه برداری ۵۰ میکروثانیه در شکل۸a آورده شده است که با مرتبه کسری ($\alpha = 1.1$) کمترین خطا حاصل شده همچنین مقدار خطا، مرتبه کسری، مدل حلقه بسته و سایر مشخصات آن در جدول ۲ بیان شده است. قابل ذکر اینکه، کمترین خطا برای ساختار $M3$ با نمونه برداری ۵۰ میکروثانیه در مرتبه کسری $\alpha = 1.2$ حاصل شده که در شکل ۸b نمودار تغییرات خطا برحسب مرتبه کسری آمده است. این مسئله برای همه ساختار مدلی و نمونه برداری مختلف تکرار گردیده و نتایج آنها در جدول۲ خلاصه شده است. لازم است که مدل‌ها به لحاظ پایداری با ویژگی‌های مدل فرایند مطابقت داشته باشد. با توجه به اینکه سیستم حلقه بسته پایدار (G_{cl}) و حلقه باز (G_{ol}) ناپایدار است، بنابراین لازم است که مدل شناسایی شده حلقه باز ناپایدار و حلقه بسته پایدار باشد. گرچه مدل‌های حلقه باز، پایدار شناسایی شدند، ولی ثابت زمانی آنها عدد بزرگی است که برای مدت زمان محدود در هر شات، با توجه به ورودی محدود، خروجی همه مدل‌های فوق افزایشی است و رفتار ناپایدار از خود نشان می‌دهد که مطابق با ویژگی حلقه باز فرایند است. ردیف‌های نارنجی رنگ مربوط به مدل‌هایی است که مدل حلقه بسته ناپایدار شناسایی شده و با ساختار فرایند مطابقت ندارند. لذا حذف می‌شوند و به جای آنها مدلی که حلقه بسته آن پایدار شناسایی شده و همچنین کمترین خطا را داشته باشد، جایگزین شده است. مدل‌های بهینه در هر ساختار و هر نمونه برداری در جدول۳ ارائه شده است. با توجه به جدول۲، مدل‌های $M5_{20}, M3_{50}, M1_{50}$، دارای کمترین خطا در هر مدل ساختاری هستند. انتخاب α بهینه و همچنین مقایسه پاسخ عملی با پاسخ مدلها در شکل۸ آورده شده است.

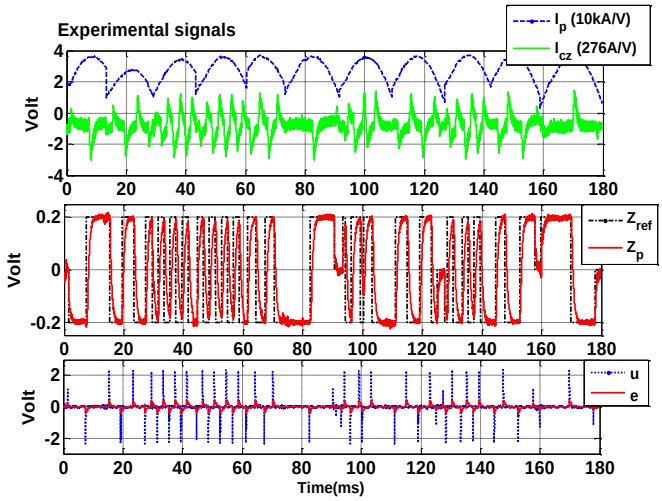
نکته قابل ذکر اینکه، مدل‌های انتخاب شده، در عمل می‌توانند با نمونه‌برداری‌های مختلف اجرا شوند. به عبارت دیگر می‌توان عملکرد تمام مدل‌های حاصله را در فرکانس‌های مختلف بررسی کرد. برای این منظور، در جدول۳، سطرها بهترین مدل‌های حاصله از بین نمونه‌برداری‌های ۱۰۰، ۵۰، ۲۰ و ۱۰ میکروثانیه برای هر ساختار هستند و ستون‌ها، خطای RMSE آنها در شات تست با هر کدام از نمونه‌برداری‌های ۱۰۰، ۵۰، ۲۰ و ۱۰ میکروثانیه می‌باشند. با توجه به جدول۳ بهترین عملکرد آنها برای این نقطه کار با نرخ نمونه‌برداری ۱۰ میکروثانیه حاصل می‌شود همچنین مشخص است که با افزایش پیچیدگی مدل، خطای مدل کمتر شده است.

ب- شناسایی نقطه کار ۱- و ارزیابی مدل‌های آن

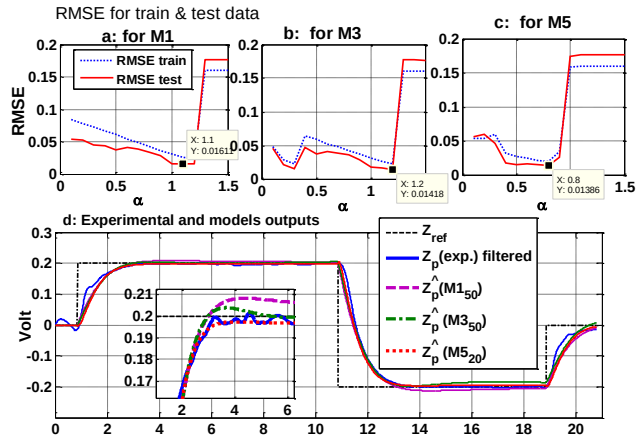
آزمایش‌های لازم برای نقطه کار ۱- با تنظیم $Z_{ref} = -1, \Delta z_{ref} = \pm 0.1$ و با شرایط یکسان در شاتها انجام شد. ۲۳ شات برای این نقطه کار انجام گرفت از میان آنها، ترکیب ۱۱ شات که از لحاظ فرکانسی غنی بودند، استفاده گردید. ۱۰ شات به عنوان سیگنال آموزش و یک شات (شات ۲۳۸) بعنوان شات تست انتخاب شد. به لحاظ فیزیکی در لحظات شروع پلاسما، ابتدا باید مکان را در صفر پایدار نگه داشت و سپس به نقطه کار مورد نظر انتقال داد. بنابراین در لحظات اولیه تشکیل پلاسما، داده‌های نقطه کار صفر نیز در مجموعه داده‌های نقطه کار ۱- و یا ۱+ وجود دارد. لذا برای تشکیل داده‌های شناسایی برای این نقاط کار، لازم است داده‌های ناحیه صفر ابتدای هر شات و بایاس آنها حذف شود. البته در ارزیابی مدل، از داده‌های نقطه کار اصلی استفاده می‌شود. با این توضیح، در شکل۹ مجموعه کامل داده‌های شناسایی برای نقطه کار ۱- نشان داده شده است.

مشابه روند اجرایی برای نقطه کار صفر، نتایج اجرای الگوریتم شناسایی مرتبه کسری برای نقطه کار ۱- در جدول۴، آورده شده است. در ادامه، انتخاب α بهینه و خروجی مدل‌های $M5_{50}, M3_{20}, M1_{20}$ که دارای کمترین خطا در هر مدل ساختاری هستند، در شکل۱۰ آورده شده است. همچنین در این شکل پاسخ عملی با پاسخ مدلهای $M5_{50}, M3_{20}, M1_{20}$ با هم مقایسه شده است.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]



شکل۷: مجموعه کامل از شاتها برای شناسایی نقطه کار صفر



شکل۸: a- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M1$ ، b- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M3$ ، c- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M5$ ، d- مقایسه خروجی عملی و خروجی مدلهای انتخاب شده در شات تست (#۱۲۳)

جدول۲: نتایج مدلهای بهینه در نمونه برداریها, ساختارهای مختلف، با معیار خطا برای نقطه کار صفر

Model	St(μs)	α	RMSE	$G_{cl} - G_{ol}$	FOTF
$M1$	100	1.2	0.01731	stable – stable	$G_{cl} = \frac{480.93}{0.092441s^{1.2} + 505.01}$
$M1$	50	1.1	0.01611	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{923.54}{0.35872s^{1.1} + 911.77}$
$M1$	20	0.9	0.02495	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{1.2342}{1.881 \times 10^{-3}s^{1.1} + 1.0653}$
$M1$	10	1	0.0169	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{3.6352}{2.7871 * 10^{-3}s + 3.4834}$
$M3$	100	1	0.01905	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{2.3232s - 87.647}{1.7598 \times 10^{-3}s^2 + 2.1301s - 82.946}$
$M3$	50	1.2	0.01417	stable – stable	$G_{cl} = \frac{0.001446s^{1.2} + 0.16844}{2.7709 \times 10^{-7}s^{2.4} + 0.0015705s^{1.2} + 0.1361}$
$M3$	20	1.2	0.01505	stable – stable	$G_{cl} = \frac{0.18597s^{1.2} + 20.547}{3.5214 \times 10^{-5}s^{2.4} + 0.20285s^{1.2} + 16.123}$
$M3$	10	1.2	0.01463	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{0.04582s^{1.2} + 5.3497}{8.6798 \times 10^{-6}s^{2.4} + 0.050022s^{1.2} + 4.2794}$
$M5$	100	1.1	0.01766	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{1.274s^{2.2} + 1.173s^{1.1} + 1}{0.00049157s^{3.3} + 1.2486s^{2.2} + 0.90395s^{1.1} + 1}$
$M5$	50	0.6	0.01371	unstable – unstable	$G_{cl} = \frac{-0.11189s^{1.2} + 37.838s^{0.6} - 145.73}{0.0038364s^{1.8} + 0.066836s^{1.2} + 35.454s^{0.6} - 150.81}$
		1	0.02055	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{1.6512s^2 + 1.4024s + 1}{0.0012948s^3 + 1.5179s^2 + 0.42262s + 1}$
$M5$	20	0.8	0.01386	stable – stable	$G_{cl} = \frac{-0.00010708s^{1.6} + 0.2288s^{0.8} + 57.621}{8.114 \times 10^{-7}s^{2.4} + 0.00082086s^{1.6} + 0.33928s^{0.8} + 57.615}$
$M5$	10	0.6	0.01348	unstable – unstable	$G_{cl} = \frac{-0.012719s^{1.2} + 4.6252s^{0.6} - 51.028}{0.00053591s^{1.8} + 0.0019627s^{1.2} + 4.2455s^{0.6} - 49.401}$
		0.8	0.03049	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{1.4232s^{1.6} - 0.63715s^{0.8} + 1.0214}{0.0047418s^{2.4} + 1.0983s^{1.6} + 2.9276s^{0.8} + 1}$

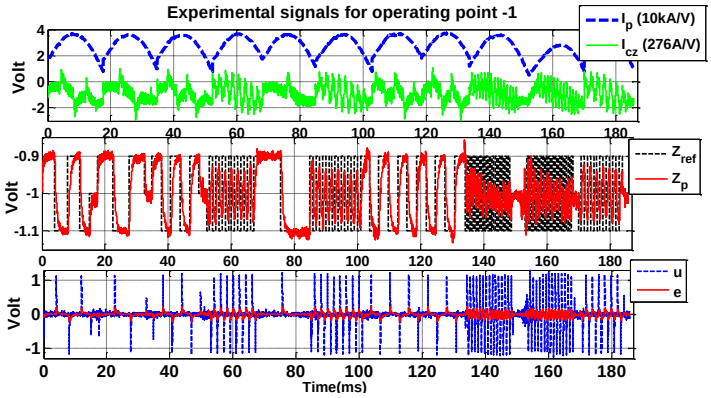
جدول۳: نتایج عملکرد مدلهای انتخاب شده برای نقطه کار صفر در ساختارها و نمونه برداری‌های مختلف

Model	St(μs)	α	RMSE 100 μs	RMSE 50 μs	RMSE 20 μs	RMSE 10 μs	FOTF
$M1_{50}$	50	1.1	0.01722	0.01611	0.01661	0.01622	$G_{cl} = \frac{923.54}{0.35872s^{1.1} + 911.77}$
$M3_{50}$	50	1.2	0.01529	0.01417	0.01461	0.01428	$G_{cl} = \frac{0.001446s^{1.2} + 0.16844}{2.7709 \times 10^{-7}s^{2.4} + 0.0015705s^{1.2} + 0.1361}$
$M5_{20}$	20	0.8	0.01416	0.01367	0.01386	0.01367	$G_{cl} = \frac{-0.00010708s^{1.6} + 0.2288s^{0.8} + 57.621}{8.114 \times 10^{-7}s^{2.4} + 0.00082086s^{1.6} + 0.33928s^{0.8} + 57.615}$

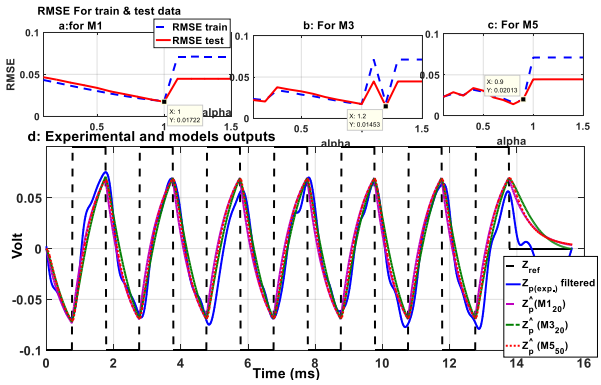
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

ج- شناسایی نقطه کار ۱+ و ارزیابی مدل‌های آن

آزمایش‌های لازم برای نقطه کار ۱+ با تنظیم $Z_{ref} = +1 \pm 0.1$ به تعداد ۲۵ شات مختلف انجام شد که از این مجموعه، ۱۲ شات که از لحاظ فرکانس غنی بودند برای شناسایی استفاده گردید. شات (شماره ۳۵۴) بعنوان شات تست و بقیه به عنوان سیگنال آموزش انتخاب شد. در شکل۱۱ مجموعه کامل داده‌های شناسایی برای نقطه کار ۱+ نشان داده شده است. مشابه روند اجرایی برای نقطه کار قبلی، نتایج شناسایی برای این نقطه کار در جداول۶ و ۷ و همچنین انتخاب α بهینه و مقایسه خروجی واقعی و خروجی مدل‌های انتخاب شده در شکل۱۲ آورده شده است.



شکل۹: مجموعه کامل از شاتها برا`ی نقطه کار ۱-



شکل۱۰: a- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M1$ ، b- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M3$ ، c- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M5$ ، d- مقایسه خروجی عملی و خروجی مدلهای انتخاب شده برای نقطه کار ۱- در شات تست (#۲۳۸)

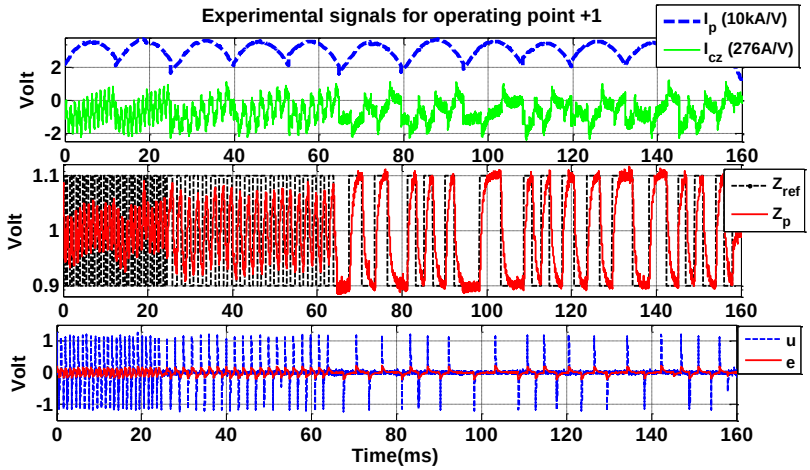
جدول۴: نتایج مدلهای بهینه در نمونه برداریها, ساختارهای مختلف، با معیار خطا برای نقطه کار ۱-

Model	St(μs)	α	RMSE	$G_{cl} - G_{ol}$	FOTF
$M1$	100	1	0.020725	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{8.9161}{0.0054862s + 7.6741}$
$M1$	50	0.9	0.021033	stable – stable	$G_{cl} = \frac{1.0332}{1.3609 \times 10^{-3}s^{0.9} + 1.0697}$
$M1$	20	1	0.01722	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{8.8724}{5.1876 \times 10^{-3}s + 8.5464}$
$M1$	10	0.9	0.020169	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{3.2704}{4.1179 \times 10^{-3}s^{0.9} + 3.0471}$
$M3$	100	0.2	0.015792	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{-9.16s^{0.2} + 55.82}{3.2926s^{0.4} - 22.888s^{0.2} + 71.074}$
$M3$	50	1	0.017559	unstable – unstable	
$M3$	20	1.2	0.014531	stable – stable	$G_{cl} = \frac{6.0607s^{1.2} - 6.5031}{0.00081576s^{2.4} + 6.6509s^{1.2} + 1}$
$M3$	10	1	0.017201	unstable – unstable	
$M5$	100	0.2	0.018352	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{-8.0404s^{0.4} + 25.985s^{0.2} + 135.29}{2.2932s^{0.6} - 14.472s^{0.4} + 50.196s^{0.2} + 64.935}$
$M5$	50	0.9	0.020128	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{0.75652s^{1.8} - 2.5724s^{0.9} - 0.20904}{0.00096431s^{2.7} + 0.66138s^{1.8} + 0.75917s^{0.9} + 1}$
		0.8	0.014103	unstable – unstable	
$M5$	20	0.7	0.014796	unstable – unstable	
$M5$	10	0.7	0.014184	unstable – unstable	

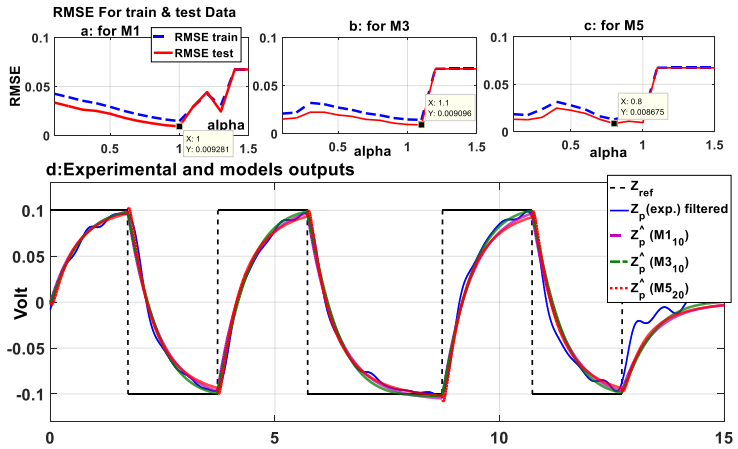
جدول۵: نتایج عملکرد مدلهای انتخاب شده برای نقطه کار ۱- در ساختارها و نمونه برداری‌های مختلف

Model	St(μs)	α	RMSE 100 μs	RMSE 50 μs	RMSE 20 μs	RMSE 10 μs	FOTF
$M1_{20}$	20	1	0.021826	0.017545	0.01722	0.016999	$G_{cl} = \frac{8.8724}{5.1876 \times 10^{-3}s + 8.5464}$
$M3_{20}$	20	1.2	0.016589	0.014398	0.014531	0.014164	$G_{cl} = \frac{6.0607s^{1.2} - 6.5031}{0.00081576s^{2.4} + 6.6509s^{1.2} + 1}$
$M5_{50}$	50	0.9	0.024545	0.020128	0.019846	0.019720	$G_{cl} = \frac{0.75652s^{1.8} - 2.5724s^{0.9} - 0.20904}{0.00096431s^{2.7} + 0.66138s^{1.8} + 0.75917s^{0.9} + 1}$

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]



شکل۱۱: مجموعه کامل از شاتها برا`ی نقطه کار ۱+



شکل۱۲: a- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M1$ ، b- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M3$ ، c- خطای RMSE بر حسب α برای ساختار مدل $M5$ ، d- مقایسه خروجی عملی و خروجی مدلهای انتخاب شده برای نقطه کار ۱+ در شات تست (#۳۵۴)

جدول۶: نتایج مدلهای بهینه در نمونه برداریها, ساختارهای مختلف، با معیار خطا برای نقطه کار ۱+

Model	St(μs)	α	RMSE	$G_{cl} - G_{ol}$	FOTF
$M1$	100	1.1	0.010820	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{73.231}{0.02204s^{1.1} + 72.5}$
$M1$	50	1.1	0.009406	stable – stable	$G_{cl} = \frac{273.9}{0.080832s^{1.1} + 275.27}$
$M1$	20	1	0.009791	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{57.103}{0.035321s + 53.093}$
$M1$	10	1	0.009280	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{74.781}{0.046018s + 69.873}$
$M3$	100	0.3	0.010182	stable – stable	
$M3$	50	1.1	0.01017	unstable – unstable	
		0.3	0.012823	stable – unstable	
$M3$	20	1.1	0.009297	stable – unstable	
$M3$	10	1.1	0.009096	stable – stable	$G_{cl} = \frac{3.3196s^{1.1} + 1.4922}{0.00096453s^{2.2} + 3.3769s^{1.1} + 3.3027}$
$M5$	100	1.1	0.010845	stable – unstable	
$M5$	50	0.8	0.009403	stable – unstable	
$M5$	20	0.8	0.008675	stable – unstable	$G_{cl} = \frac{-0.019367s^{1.6} + 51.62s^{0.8} + 1388.7}{4.745 \times 10^{-5}s^{2.4} + 0.11525s^{1.6} + 47.212s^{0.8} + 1495.4}$
$M5$	10	0.8	0.008739	stable – unstable	

جدول۷: نتایج عملکرد مدلهای انتخاب شده برای نقطه کار ۱+ در ساختارها و نمونه برداری‌های مختلف

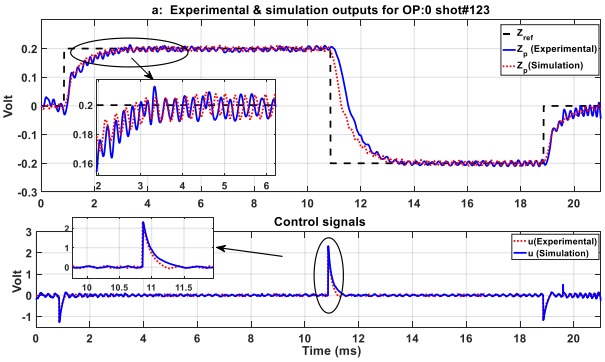
Model	St(μs)	α	RMSE 100 μs	RMSE 50 μs	RMSE 20 μs	RMSE 10 μs	FOTF
$M1_{10}$	10	1	0.01033	0.009604	0.009654	0.009280	$G_{cl} = \frac{74.781}{0.046018s + 69.873}$
$M3_{10}$	10	1.1	0.00966	0.00899	0.009426	0.009096	$G_{cl} = \frac{3.3196s^{1.1} + 1.4922}{0.00096453s^{2.2} + 3.3769s^{1.1} + 3.3027}$
$M5_{20}$	20	0.8	0.009405	0.00832	0.008675	0.008395	$G_{cl} = \frac{-0.019367s^{1.6} + 51.62s^{0.8} + 1388.7}{4.745e-005s^{2.4} + 0.11525s^{1.6} + 47.212s^{0.8} + 1495.4}$

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

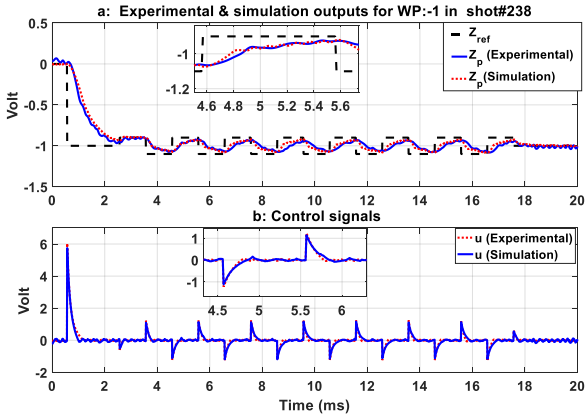
۴-۵- بانک مدل کسری برای مکان عمودی پلاسما و ارزیابی آنها

مشخص است که هر کدام از مدلهای شناسایی شده با ساختارهای مختلف میتواند بعنوان مدل فرایند برای نقاط کار متناظرشان باشند. همچنین ترکیب آنها بعنوان بانک مدل مکان عمودی پلاسما در نظر گرفته شود. با توجه به اینکه در هر سه نقطه کار مدل با ساختار ساده $M1$ پاسخ مناسبی ارائه داده است، برای هرکدام از نقاط کار میتواند به عنوان مدل مکان عمودی پلاسمای توکامک دماوند در نظر گرفته شود. به این ترتیب بانک مدل ارائه شده در جدول۸ بدست می‌آید. برای ارزیابی آن، این مدل را در حالت حلقه بسته با حضور بلوک غیرخطی هیسترزیس شبیه‌سازی کرده و خروجی آن با خروجی واقعی دستگاه مقایسه می‌شود. همانطور که در بخش ۵-۲ اشاره شد، برای هر یک از نقاط کار، تابع تبدیل حلقه باز (G_{ol})، با در نظر گرفتن کنترل‌کننده G_c و تابع تبدیل حلقه بسته (G_{cl}) بدست می‌آید. اما در این روش به علت وجود تقریب در تخمین پارامترهای مدل حلقه بسته، تعدادی قطب و صفرهای اضافی نزدیک به هم در مدل حلقه باز وجود خواهد داشت که لازم است با تشخیص آنها نسبت به حذف آنها اقدام کرد. با حذف قطب و صفرهای اضافی، مدلهای حلقه باز بدست می‌آید که در جدول۸ آورده شده است. برای ارزیابی بانک مدل کسری، مدل حلقه باز هر یک از نقاط کار، با کنترل‌کننده G_c و بلوک غیرخطی هیسترزیس در نظر گرفته می‌شود (شکل۱۳). سپس با تنظیم شرایط واقعی، شبیه‌سازی گردید. در ادامه به منظور بررسی این موضوع برای نقاط کار صفر، ۱- و ۱+ بترتیب مدلهای سه گانه $M1_{50}$ ، $M1_{20}$ و $M1_{10}$ دقیقا با شرایط واقعی دستگاه (با حضور هیسترزیس) تست و ارزیابی شد.

در شکلهای۱۴، ۱۵ و ۱۶ به ترتیب برای نقاط کار صفر، ۱- و ۱+ خروجی و سیگنال کنترلی شبیه‌سازی شده با داده‌های واقعی شاتهای ۱۲۳، ۲۳۸، ۳۵۴ مقایسه شده است. با توجه به آن مشخص است که خروجی شبیه‌سازی تطابق بسیار خوبی با داده‌های عملی دارد. همچنین، خطای RMSE بین مدل و داده‌های تجربی شاتها برای نقاط کار صفر، ۱- و ۱+ به ترتیب برابر ۰/۰۱۵۸۸، ۰/۰۳۲۶۵ و ۰/۰۲۷۹۳ می‌باشد. لذا هم مدل حلقه باز و هم مدل حلقه بسته می‌تواند برای طراحی کنترل‌کننده استفاده گردد.



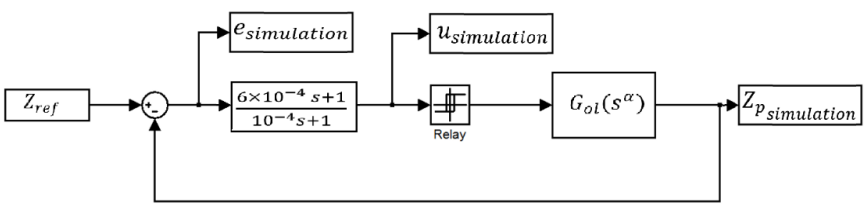
شکل۱۴: مقایسه پاسخ مدل $M1_{50}$ در نقطه کار صفر و شرایط واقعی با شات ۱۲۳. a- خروجی واقعی دستگاه و خروجی مدل. b- سیگنالهای کنترلی شبیه‌سازی و عملی



شکل۱۵: مقایسه پاسخ مدل $M1_{20}$ برای نقطه کار ۱- در شرایط واقعی با شات ۲۳۸. a- خروجی واقعی دستگاه و خروجی مدل b- سیگنالهای کنترلی شبیه‌سازی و عملی

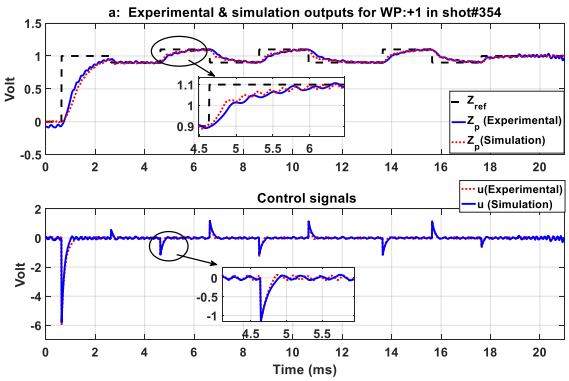
جدول۸: نتایج شناسایی مدلهای حلقه بسته و حلقه باز برای ۳ نقطه کار مکان عمودی پلاسما با ساختار ساده $M1$

مدل	O. P.		α	RMSE	مدل حلقه بسته	مدل حلقه باز
$M1_{50}$	0	P_0	1.1	0.01611	$G_{cl}=\frac{923.54}{0.35872s^{1.1}+911.77}$	$G_{ol}=\frac{2574s+2.5746\times10^{7}}{6s^{2.1}+10000s^{1.1}-197s-3.2833\times10^{5}}$
$M1_{20}$	−1	P_{-1}	1	0.01722	$G_{cl}=\frac{8.8724}{5.1876\times10^{-3}s+8.5464}$	$G_{cl}=\frac{1710.3s+1.7103\times10^{7}}{6s^{2}+9622.9s-6.2843\times10^{5}}$
$M1_{10}$	+1	P_{+1}	1	0.009280	$G_{cl}=\frac{74.781}{0.046018s+69.873}$	$G_{cl}=\frac{1625s+1.625\times10^{7}}{6s^{2}+9360.2s-1.0664\times10^{6}}$



شکل ۱۳: بلوک دیاگرام شبیه‌سازی کنترل مکان عمودی پلاسما با مدل مرتبه کسری مطابق با شرایط واقعی دستگاه

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]



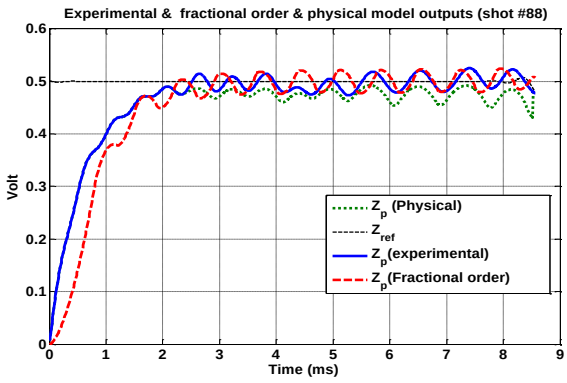
شکل۱۶: مقایسه پاسخ مدل $M1_{10}$ برای نقطه کار ۱+ در شرایط واقعی با شات ۳۵۴. a- خروجی واقعی دستگاه و خروجی مدل b- سیگنالهای کنترلی شبیه‌سازی و عملی.

۵-۵- مقایسه مدل کسری با مدلهای موجود دیگر

در این بخش نتایج مدل‌سازی گفته شده با مدل فیزیکی ارائه شده در مرجع [۸] و مدل شبکه عصبی [۱۱] مقایسه می‌شود. در مدل فیزیکی به دلیل عدم اعتبار آن در لحظات گذرا، خروجی آن با خروجی واقعی برابر فرض شده است.

مقایسه ۱: شات شماره ۲۰۱۴- ۲۲ از [۸]، که با کنترل‌کننده G_c اجرا شده است. در شرایط یکسان عملی، خروجی واقعی مکان پلاسما (Z_p)، خروجی مدل فیزیکی و خروجی مدل کسری در شکل۱۷ با هم مقایسه شده است.همچنین نتایج مقایسه در جدول ۹ جمع بندی شده است. مشخص است که مدل‌سازی کسری جواب مناسب‌تری نسبت به مدل فیزیکی دارد.

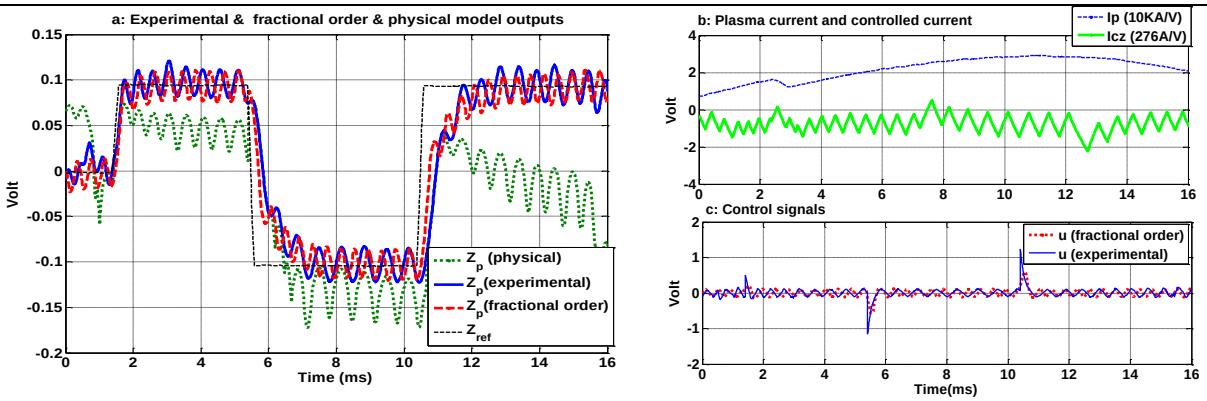
مقایسه ۲: در شکل ۱۸ برای شات ۲۰۱۴-۸۸ از [۸]، خروجی واقعی مکان پلاسما با کنترل‌کننده G_c ، خروجی مدل فیزیکی، خروجی سیستم حلقه بسته با مدل مرتبه کسری نشان داده شده است. مشخص است که مدل‌سازی کسری جواب مناسب‌تری نسبت به مدل فیزیکی دارد.



شکل۱۸: مکان عمودی پلاسمای دستگاه برای شات ۸۸، خروجی مدل کسری محلی نقطه کار صفر، خروجی مدل فیزیکی

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله ایده مدل‌سازی چندگانه کسری بر روی دستگاه توکامک پیاده‌سازی گردید. دستگاه توکامک یک سیستم پیچیده و غیرخطی است که طراحی کنترل‌کننده را برای آن با مشکل مواجه می‌کند. استخراج مدل ریاضی آن به دلایل غیرخطی بودن، وابستگی پارامترها به نقطه کار و از طرف دیگر محدود بودن مدلهای فیزیکی آن به شرایط تعادل و عدم پوشش کامل نقاط کاری، دشوار است. در دستگاه توکامک دماوند، مدل‌های فیزیکی فعلی برای مکان عمودی پلاسما، درحوزه زمان نبوده و یا اینکه همه رنج جابجایی را پوشش نمی‌دهد. بنابراین ایده مدل‌سازی



شکل ۱۷: a- مکان عمودی پلاسمای دستگاه، خروجی سیستم حلقه بسته با مدل کسری و خروجی مدل فیزیکی در شات ۲۲. b- جریان پلاسما (I_P)، جریان کنترلی (I_{cz})، c- سیگنال کنترلی عملی و حالت شبیه‌سازی با مدل کسری

جدول۹: مقایسه نتایج مدل کسری با مدلهای موجود دیگر

محدودیت مدل	حداکثر خطا		RMSE		مدل
	شات ۲۲	شات ۸۸	شات ۲۲	شات ۸۸	
سه مدل مجزا	۰/۰۷۰۹۳	۰/۰۴۱۸	۰/۰۲۰۰۱	۰/۰۱۹۶۵	مرتبه کسری محلی
پیچیدگی مدل و عدم اعتبار در نواحی گذرا	۰/۲	۰/۰۰۸۱۹	۰/۰۷۴۹۴	۰/۰۲۴۱۱	فیزیکی
پیچیدگی مدل و محدود به جابجایی کوچک	--	۰/۰۷۵	--	۰/۰۴۵۳۲	مدل غیر خطی شبکه عصبی

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

چندگانه کسری برای شناسایی نقاط کار دستگاه بر اساس داده‌های تجربی عملیاتی گردید. در ادامه شناسایی مرتبه کسری مدلهای محلی، با الگوریتم خطای خروجی انجام شد. توابع تبدیل حلقه باز و حلقه بسته سیستم در هر یک از نقاط کار تهیه و توابع تبدیل حاصله در حلقه بسته با شرایط واقعی دستگاه و همچنین با داده‌های تجربی آن مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج آن نشان از عملکرد مناسب مدلهای مرتبه کسری و توصیف بهتر مکان عمودی پلاسما هستند. نشان داده شد که مدل‌سازی بر پایه بانک مدل چندگانه کسری برای مکان عمودی پلاسما نتایج بهتری نسبت به مدلهای غیرخطی فیزیکی ارائه شده برای همین دستگاه دارد و محدوده وسیعی از جابجایی مکان پلاسما را پوشش می‌دهد. از فواید این مدل‌سازی، با توجه به سادگی بانک مدل و خطی بودن آن، طراحی و پیاده‌سازی کنترل کننده خطی محلی به مراتب ساده‌تر از کنترل کننده غیرخطی خواهد بود.

مراجع

[1] M. Ariola, A. Pironti, "Magnetic control of tokamak plasmas", Springer, 2008.

[2] www.iter.org.

[3] S. Miyamoto, A. Isayama, I. Bandyopadhyay, S. C. Jardin, R. R. Khayrutdinov, V. E. Lukash,Y. Kusama M. Sugihara, "Inter-code comparison benchmark between DINA and TCS for ITER disruption modelling", Nuclear Fusion, vol. 54, no. 8, 2014.

[4] J. M. Moret, B. P. Duval, H.B. Le, S. Coda, F. Felici, H. Reimerdes, "Tokamak equilibrium reconstruction code LIUQE and its real timeimplementation", Fusion Engineering and Design, vol. 91, P. 1-15, 2015.

[5] A. S. Sharma,"Tokamak Modeling and Control", Ph.D Thesis, university of London, January 2002.

[6] B. Hu,"Modeling and control design for the EAST tokamak device", Ph.D Thesis, technische universiteit Eindhoven department of mechanical engineering control systems technology, April 2008.

[7] L. Scibile, "Non-linear control of the plasma vertical position in a tokamak", Ph.D. Thesis, University of Oxford, 1997.

[8] N. D. Farahani, F. Abbasi, "Experimental determination of equilibrium parameter of Damavand tokamak by magnetic probe measurements for representing a physical model for plasma vertical movement", AIP Review of Scientific Instruments, vol. 86, 2015.

[9] C. Rasouli and F. Abbasi, "Identification of plasma boundary shape and position in Damavand tokamak," Plasma Phys. Rep. vol. 43, no.1, pp. 1–11, 2017.

[10] M. Bishop Christopher, P. S. Haynes, M. E. U. Smith, T. N. Todd, D. L. Trotman, C. G. Windsor, "Real-time control of a tokamak plasma using neural networks", Advances in Neural Information Processing Systems, 1994.

[11] H. Rasouli, C. Rasouli, and A. Koohi, "Identification and control of plasma vertical position using neural network in Damavand tokamak", Review of Scientific Instruments vol. 84, 023504, 2013.

[12] E. Morelli, A. Hirose, and H. C. Wood, "Fuzzy-logic-based plasma position controller for STOR-M", IEEE Transactions On Control Systems Technology, vol. 13, no. 2, March 2005.

[۱۳] ح. رسولی، "شناسائی مدل غیر خطی عصبی مکان عمودی پلاسما در توکامک دماوند و طراحی کنترل‌کننده غیر خطی عصبی" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، ۱۳۸۷.

[۱۴] ح. رسولی،" توسعه و پیاده‌سازی روشهای مدل‌سازی و کنترل چندگانه کسری برای دستگاه توکامک دماوند" رساله دکتری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، ۱۳۹۴.

[15] H. Rasouli and A. Fatehi, "Design of set-point weighting $PI^{\lambda} + D^{\mu}$ controller for vertical magnetic flux ontroller in Damavand tokamak", Review of Scientific Instruments vol. 85, 123508, 2014.

[16] D. T. Magill, "Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 10, 1965, pp. 434-439

[17] D. Jingjing, T. A. Johansen," Integrated multi-linear model predictive control of nonlinear systems based on gap metric", Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 54, no. 22, pp. 6002–6011, 2015.

[18] O. Galan, J. A. Romagnoli, "Real-time implementation of multi-linear model-based control strategies-an application to a bench-scale pH neutralization reactor," Journal of Process Control, 2004.

[19] T.A. Johansen, B.A. Foss, "Identification of non-linear system structure and parameters using regime decomposition", Automatica vol. 31, pp.321–326, 1995.

[20] X. Wang, V. L. Syrmos, "Nonlinear system identification and fault detection using hierarchical clustering analysis and local linear models," Proceedings of the 15th Mediterranean on Control & Automation, Greece, 2007.

[21] A. Fatehi, K. Abe, "Flexible structure multiple modeling using irregular self-organizing maps neural network", International Journal of Neural Systems vol. 18, pp. 233–256, 2008.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]

ensuring the quadratic stability for switching systems", Journal of Vibration and Control, 2013.

[35] S. Ladaci, K. Khettab, "Fractional order multiple model adaptive control", J. Automation & Systems Engineering vol. 6, no. 3, pp 110-122, 2011.

[36] H. Rasouli, H. Zamanian, M. Gheidi, M. Kheiri-Fard and A. Kouhi, “Design and implementation of new control room system in Damavand tokamak”, Journal of Instrumentation, vol.12, 2017.

[37] K. S. Miller, “Derivatives of noninteger order,” Math. Mag., vol. 68, no. 3, pp. 183- 192, 1995.

[38] T. Poinot, J. C. Trigeassou, “Identification of fractional systems using an output-error technique”, Nonlinear Dynamics, vol. 38, pp. 133-154, 2004.

[39] M. Amiri, S. Najar, M. Aoun, M. N. Abdolkarim, ”Guaranteed output-error identification of fractional order Model”, IEEE, Advanced Computer Control (ICACC), 2nd International Conference, vol. 2, pp. 246-250, 2010.

[40] T. Poinot, J. C. Trigeassou,”A method for modelling and simulation of fractional systems”, Signal Processing, vol. 83, pp. 2319 -2333, 2003.

[22] S. M. Hosseini, A. Fatehi, T. A. Johansen, A. Khaki Sedigh, “Multiple model bank selection based on nonlinearity measure and H-gap metric”, Journal of Process Control vol. 22, pp. 1732–1742, 2012,

[23] S. Fekri, M. Athans, A. Pascoal, “Issues, progress and new results in robust adaptive control”, International journal of adaptive control and signal processing, vol. 20, no. 10, pp 519-579, 2006.

[24] Michael, Green,”Linear robust control”, Prentice Hall, 1995.

[25] S. Mukhopadhyay, Y. Q. Chen, A. Singh, F. Edwards, “Tokamak plasma position, and fractional order system modeling” 48th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 422-427, 2009.

[26] Sami I. Muslih, Om P. Agrawal,”Solutions of wave equation in fractional dimensional space”, Springer, pp. 217-228, 2012.

[27] D. del-Castillo-Negrete, B. A. Carreras, V. E. Lynch, “Non-diffusive transport in plasma turbulence: a fractional diffusion approach”, Physical Review Letters, vol. 94, no. 6, 2005.

[28] S. Mukhopadhyay, “Fractional order modeling and control: development of analog strategies for plasma position control of the STOR-1M tokamak” MS Thesis, Utah State University, 2009.

[29] H. Rasouli, A. Fatehi, H. Zamaniyan. “Design and implementation of fractional order pole placement controller to control the magnetic flux in Damavand tokamak”, Review of Scientific Instruments vol. 86, 033503, 2015.

[30] H. HosseinNia, I. Tejado, B. M. Vinagre, “Stability of fractional order switching systems”, Computers and Mathematics with Applications, vol. 66, pp. 585–596, 2013.

[31] S. Balochian, A. Khaki Sedigh “Sufficient condition for stabilization of linear time invariant fractional order switched systems and variable structure control stabilizers”, ISA Transactions, vol. 51, pp. 65–73, 2012.

[32] S. Balochian, “Stabilization of autonomous linear time invariant fractional order derivative switched systems with different derivative in subsystems”, bulletin of the polish academy of sciences technical sciences, vol. 62, no. 3, pp. 495-503, 2014.

[33] G. Chen, Y. Yang, “Stability of a class of nonlinear fractional order impulsive switched systems”, Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 39, no. 5, pp.781-790, 2016.

[34] S.H. HosseinNia, I. Tejado, B.M. Vinagre, "A method for the design of robust controllers

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.1.8.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.1.79]