

طراحی یک ساختار جدید در کنترل کننده مدل پیش بین صریح با کاربرد در سیستم مبدل باک

محمدرضا زمانی بهبهانی^۱، زهرا رحمانی^۲، بهروز رضایی^۳

^۱ فارغ التحصیل دکتری مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی توشیروانی بابل، ایران، zamanib.mohammadreza@gmail.com

^۲ دانشیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی توشیروانی بابل، ایران zrahmani@nit.ac.ir

^۳ دانشیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی توشیروانی بابل، ایران brezaie@nit.ac.ir

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۳۰

ویرایش: ۱۳۹۹/۱۲/۰۷

دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۱۰

چکیده: در این مقاله، ساختار جدیدی از کنترل پیش بین برای سیستم های تکه ای افاین به عنوان کلاس خاصی از سیستم های هیبریدی مطرح شده است. به دلیل زمانبر بودن محاسبات آنلاین در مسأله بهینه سازی پیش بین و پیچیدگی محاسبات آن، ساختار صریح الگوریتم پیش بین به منظور کنترل مبدل باک در این مقاله استفاده شده است. چون کنترل پیش بین صریح به جای حل مکرر آنلاین مسأله بهینه سازی، فقط یکبار و بصورت آفلاین محاسبات بهینه سازی را انجام می دهد، برای سیستم های هیبریدی با دینامیک های سریع مناسب است. در واقع در این الگوریتم به جای استفاده از درایه اول بردار ورودی کنترلی، از تمامی درایه های آن به صورت وزندار برای به روزرسانی قانون کنترل استفاده می شود. برخلاف الگوریتم پیش بین صریح متداول که فقط از یک درایه از بردار ورودی کنترلی بهینه استفاده می کند، کنترل پیش بین صریح پیشنهادی از تمام درایه های بردار ورودی کنترلی بهینه به همراه ضرایب وزنی بهینه استفاده می کند. الگوریتم پیش بین صریح پیشنهادی در هر مرحله، دو مسأله بهینه سازی به صورت مجزا حل می کند. مسأله اول، مربوط به حل مسأله بهینه سازی پیش بین صریح است و مسأله بهینه سازی دوم مربوط به یافتن ضرایب وزنی بهینه در جهت کاهش مقدار سیگنال خطا در هر مرحله از الگوریتم می باشد. همگرایی روش پیش بین صریح پیشنهادی به سمت مقادیر مورد نظر در این مقاله اثبات شده و نتایج شبیه سازی، برتری روش پیش بین صریح پیشنهادی را نسبت به پیش بین صریح متداول به شرط تنظیم مناسب ضرایب وزنی الگوریتم و انتخاب مناسب افق های کنترلی را نشان داده است.

کلمات کلیدی: الگوریتم پیش بین، بهینه سازی آفلاین، مبدل باک، همگرایی

Designing a novel structure of explicit model predictive control with application in a buck converter system

M. R. Zamani, Z. Rahmani, B. Rezaie

Abstract: This paper proposes a novel structure of model predictive control algorithm for piecewise affine systems as a particular class of hybrid systems. Due to the time consuming and computational complexity of online optimization problem in MPC algorithm, the explicit form of MPC which is called Explicit MPC (EMPC) is applied in order to control of buck converter. Since the EMPC solves the optimization problem only once and in offline manner, this strategy is suitable for hybrid systems with fast dynamics. As opposed to typical EMPC that is uses only the first element of optimal input vector, the proposed strategy uses all entries of the control

sequence with optimal weighting factors. In proposed EMPC, two separate optimization problems are solved at each algorithm step. The first one is related to EMPC optimization problem and the second optimization problem is concerned to finding optimal weighting factors so as to minimize the error signal at each step. The convergence property of the proposed EMPC towards to the desired value has been proved and the simulation results shows the better performance of the proposed EMPC strategy than the typical one, if the weighting factors and control horizons are adjusted properly.

Keywords: Model predictive control, Offline optimization, Buck converter, Convergence.

۱- مقدمه

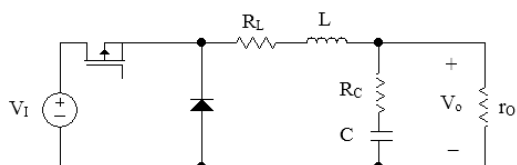
سیستم های هیبریدی در زمینه های مختلف صنعتی از جمله کنترل ترافیک، کنترل فرآیند، طراحی ربات و ... نمایان هستند [۱-۳]. تعاریف مختلفی برای سیستم های هیبریدی مطرح شده اند. اما مهمترین تعریف آن، تعامل بین سیستم های پیوسته در زمان و گسسته در زمان است. دینامیک های سیستم های هیبریدی اغلب پیوسته در زمان، گسسته در زمان یا تلفیقی از هر دو می باشند اما معمولاً به صورت معادلات دیفرانسیلی بیان می شوند. یک سیستم هیبریدی دارای N مد کاری است. در هر مد، رفتار سیستم هیبریدی توسط معادلات دیفرانسیل (یا تفاضلی) بیان می شود. سیستم با توجه به شرایط سوئیچینگ، از یک مد به مد دیگر تغییر وضعیت می دهد. اتوماتا، یک ساختار کلی برای مدلسازی سیستم های هیبریدی در جهت آنالیز این گونه سیستم ها است [۴]. اتوماتای هیبریدی از عوامل پیوسته و گسسته سیستم در جهت مدلسازی دینامیکی سیستم استفاده می کند. روش های مدلسازی زیادی برای سیستم های هیبریدی وجود دارد، همانند مدل تکه ای خطی (PWA)، مدل متعم خطی (LC) و مدل دینامیکی منطقی ترکیبی (MLD). این کلاس های هیبریدی تحت شرایطی که مربوط به خوش رفتاری و محدود بودن متغیرهای ورودی، حالت، خروجی و متغیرهای اضافی هست، معادلند [۵]. در این مقاله از روش مدلسازی PWA برای مدلسازی سیستم هیبریدی استفاده شده است. در مدل PWA، قوانین سوئیچینگ و معادلات دینامیکی سیستم هیبریدی تابعی از متغیرهای حالت هستند و این مدل می تواند فرایندهای فیزیکی بسیاری را مدلسازی کند. از مدل PWA برای تقریب سیستم های غیرخطی با دقت دلخواه نیز می توان استفاده کرد.

یکی از روش های موفق برای کنترل سیستم های هیبریدی، الگوریتم پیش بین است. چون الگوریتم پیش بین قابلیت کنترل سیستم های دارای محدودیت فیزیکی را دارد، در صنعت بسیار مورد استفاده قرار می گیرد [۸-۶]. کنترل پیش بین یک روش کنترلی مبتنی بر بهینه سازی است که رفتار سیستم را بر اساس اطلاعات مدل فرآیند بهینه کرده و عملکرد مطلوب سیستم را با در نظر گرفتن قیود فرآیند فراهم می کند. در واقع الگوریتم پیش بین یک الگوریتم مبتنی بر پیش بینی است که براساس اصل افق پیش رو (RHP) عمل می کند. نحوه عملکرد الگوریتم پیش بین به این صورت است که در هر گام از الگوریتم، یک مسأله بهینه سازی آنلاین با افق محدود در جهت یافتن ورودی کنترلی بهینه انجام می شود و سپس از بردار

ورودی حاصل شده فقط درایه اول آن به فرآیند اعمال می شود و بقیه درایه ها نادیده گرفته می شوند. در گام بعد بر اساس مشاهدات جدید این روال مجدداً تکرار می شود تا در نهایت پاسخ مطلوب حاصل می شود و سیگنال خطا به سمت صفر میل می کند [۹]. علی رغم مزایای زیاد کنترل پیش بین آنلاین، این الگوریتم دارای محاسبات (EMPC) طولانی و پیچیده ای است که باعث محدودیت در کاربرد عملی این الگوریتم شده است. برای این منظور از الگوریتم پیش بین صریح که مبتنی بر بهینه سازی آفلاین می باشد، استفاده می شود. در این روش به جای حل مکرر مسأله بهینه سازی به صورت آنلاین، فقط یکبار و به صورت آفلاین مسأله بهینه سازی حل می شود و پاسخ به صورت یک نقشه کامل ایجاد می شود [۱۰-۱۱]. الگوریتم EMPC در صنعت و برای فرآیندهای با دینامیک سریع مناسب می باشد [۷ و ۱۲ و ۱۳]. در [۱۴] از منطقی فازی برای تقریب رفتار الگوریتم پیش بین برای فرآیندهای صنعتی استفاده شده است. در [۱۵] از ساختار الگوریتم پیش بین صریح با محاسبات آفلاین و آنلاین برای یافتن ساختار کنترلی بهینه و اطمینان از ایجاد پاسخی بهینه برای سیستم های غیرخطی به همراه قیود استفاده شده است. در [۱۶] از الگوریتم پیش بین برای کنترل یک سیستم سوئیچ شونده غیرخطی با استفاده از دو اصل افق پیش رو و کاهشی در جهت کاهش محاسبات آنلاین استفاده شده است.

مبدل باک یک سیستم هیبریدی با دینامیک های سریع است که برای تبدیل ولتاژ DC-DC مورد استفاده قرار می گیرد. الگوریتم پیش بین صریح برای کنترل مبدل باک در [۷] ارایه شده است. در [۱۷] از طرح کنترلی سوئیچی بر مبنای ذخیره انرژی در مبدل باک استفاده شده است. در [۱۸] الگوریتم پیش بین صریح برای کنترل سیستم های هیبریدی با بررسی بحث پایداری بیان شده و در نهایت بر روی سیستم دستگاه تهویه هوای خورشیدی اعمال شده است. طراحی کنترل پیش بین برای سیستم های تکه ای افاین در [۱۹] ارایه شده است. در این مقاله از روش برنامه ریزی خطی برای طراحی مسأله کنترل بهینه برای سیستم های با ابعاد وسیع استفاده شده است. در [۲۰] آنالیز پایداری ورودی-خروجی برای سیستم های تکه ای افاین با نامعینی های ساختار نیافته ارائه و توسط روش پیش بین خطی چند-مدل با حضور قیود بر روی متغیر ورودی کنترل شده است.

از یک سطح ولتاژ به سطح ولتاژ دیگر تبدیل می‌کند. ساختار مبدل باک در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. مبدل باک [۲۲]

بر اساس نحوه عملکرد سوئیچ و دیود، مدهای کاری مبدل توصیف می‌شوند. در مد اول، سوئیچ فعال و دیود غیر فعال است که در این هنگام سلف از سمت منبع تغذیه ورودی، انرژی دریافت می‌کند. در مد دوم، سوئیچ غیر فعال و دیود فعال است و انرژی ذخیره شده سلف در خازن و بار تخلیه می‌شود. در مد سوم که سوئیچ و دیود هر دو غیر فعال هستند، بار از طریق انرژی ذخیره شده در خازن تغذیه می‌شود. معادلات فضای حالت مبدل باک به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شوند:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

که ماتریس‌های A_i ، B_i برای هر مد کاری به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} A_1 = \begin{bmatrix} \frac{-R_L}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} \frac{r_o}{r_o + R_c} (1 - C R_c \frac{R_L}{L}) & -\frac{1}{C} \frac{1}{r_o + R_c} (1 - C R_c \frac{r_o}{L}) \end{bmatrix} \\ B_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ \frac{r_o}{r_o + R_c} \frac{R_c}{L} \end{bmatrix}, \quad A_2 = A_1, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(r_o + R_c)C} \end{bmatrix}, \quad B_3 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

تغییر دینامیک‌های مختلف در سیستم مبدل باک بر اساس تغییر متغیرهای حالت صورت می‌پذیرد. بر این اساس مطابق با دینامیک فعال مبدل باک، کنترل کننده پیش‌بین خروجی، مبدل را به سمت مقدار موردنظر با خطای حالت ماندگار نزدیک به صفر سوق می‌دهد. با تغییر شرایط و در نتیجه تغییر متغیرهای حالت، دینامیک مبدل باک تغییر می‌کند. کنترل کننده پیش‌بین بر اساس دینامیک فعال مبدل باک، خروجی مبدل باک را به سمت مقدار موردنظر با حداقل خطای حالت ماندگار هدایت می‌کند. در واقع در هر لحظه نمونه برداری، کنترل کننده پیش‌بین یک مسئله بهینه‌سازی را با توجه به قیود فیزیکی حاکم بر سیستم و با توجه به دینامیک فعال حل می‌کند و پس از محاسبه بردار ورودی کنترلی و ضرایب وزنی بهینه، مقدار بهینه را به مبدل اعمال می‌کند. ممکن است به دلیل شرایط آزمایشگاهی یا برخی مقادیر عددی متغیرهای شبیه‌سازی، بعضی از دینامیک‌های مبدل فعال نشوند.

بلوک دیاگرام روش کنترلی در شکل ۲ نشان داده شده است.

در این مقاله بر خلاف مقالات ذکر شده، ساختار متفاوتی از کنترل پیش‌بین صریح برای کنترل مبدل باک به عنوان یک سیستم هیبریدی با دینامیک‌های سریع استفاده شده است. در این الگوریتم در هر مرحله بهینه‌سازی از مسئله کنترل پیش‌بین، دو مسئله بهینه‌سازی مجزا حل می‌شوند که یکی برای یافتن ورودی کنترلی بهینه و دیگری برای یافتن ضرایب وزنی بهینه است. در این ساختار به جای استفاده از اولین درایه از بردار ورودی کنترلی، از تمامی عناصر ورودی کنترلی به صورت وزندار استفاده می‌شود. در [۲۱] ساختار ریاضی این الگوریتم برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی در حضور اغتشاش ارائه شده است. بنابراین نوآوری‌های مقاله به شرح زیر هستند:

- طراحی ساختار متفاوتی از کنترل پیش‌بین برای سیستم هیبریدی با دینامیک‌های سریع که از دو مسئله بهینه‌سازی مجزا استفاده می‌کند.
 - مسئله بهینه‌سازی اول مربوط به یافتن ورودی کنترلی بهینه پیش‌بین به صورت آفلاین است.
 - مسئله بهینه‌سازی دوم برای یافتن ضرایب بهینه‌سازی بهینه در جهت کاهش سیگنال خطا در هر گام از الگوریتم است.
 - اثبات همگرایی دنبال‌یابی روش پیش‌بین صریح پیشنهادی.
- ساختار کلی مقاله به این صورت است: در بخش ۲ ساختار پیش‌بین پیشنهادی برای سیستم هیبریدی مطرح شده است. در بخش ۳ اثبات همگرایی الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی برای مبدل باک نمایش داده شده و نتیجه‌گیری‌های این مقاله در بخش آخر بیان شده‌اند.

۲- ساختار پیش‌بین پیشنهادی

در این مقاله از ساختار تکه‌ای افاین برای مدل‌سازی سیستم هیبریدی استفاده شده است. مدل ریاضی یک سیستم هیبریدی تکه‌ای افاین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} x(n+1) = A_i x(n) + B_i u(n) + f_i \\ y(n) = C_i x(n) + D_i u(n) + g_i \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{for } \begin{bmatrix} x(n) \\ u(n) \end{bmatrix} \in R_i, \quad i = 1, \dots, m$$

که $x(n)$ و $u(n)$ و $y(n)$ به ترتیب متغیرهای حالت و ورودی و خروجی هستند. A_i, B_i, C_i, D_i ماتریس‌های سیستمی با ابعاد مناسب و f_i, g_i بردارهای ثابت هستند. R_i نواحی چندوجهی حاصل شده از فضای متغیر ورودی/حالت است و i تعداد دینامیک‌های سیستم هیبریدی را نشان می‌دهد. در ادامه، مدل‌سازی مبدل باک به صورت تکه‌ای افاین نشان داده شده است.

مبدل باک یک سیستم هیبریدی دارای سه مد کاری و دو متغیر حالت جریان سلف و ولتاژ خازن $X = [x_1 \ x_2]^T = [i_L \ v_c]^T$ است [۲۲]. باک یک مبدل DC-DC کاهنده است که جریان DC یک منبع را

ویژگی‌های مخصوص به خود می‌باشد. مثلاً بحث پایداری برای سیستم‌های PWA [۲۳]، تکنیک‌های کنترلی برای مدل MLD [۲۴] و شرایط وجود و یکتایی جواب (خوش رفتاری) برای سیستم‌های LC [۲۵] مطرح شده‌اند. بسته به شرایط کنترلی، یکی از مدل‌های هیبریدی انتخاب می‌شود. مدل MLD تعامل بین دینامیک‌های گسسته و پیوسته و متغیرهای باینری (جهت سوئیچ زنی بین دینامیک‌های یک سیستم هیبریدی) را به صورت معادلاتی خطی متشکل از متغیرهای گسسته و پیوسته نمایش می‌دهد و با در نظر گرفتن قیود به عنوان محدودیت‌های فیزیکی، آنرا به ساختار مناسب برای حل مسأله بهینه‌سازی برای یافتن ورودی کنترلی بهینه تبدیل می‌کند.

برای محاسبه ورودی کنترلی مدل هیبریدی MLD از مسأله بهینه‌سازی پیش بین به فرم معادله (۵) استفاده می‌شود. در این بهینه‌سازی، قیدهایی بر روی متغیرهای ورودی و حالت در نظر گرفته می‌شوند. با حداقل کردن تابع هدف با توجه به ورودی کنترلی، بردار ورودی بهینه با استفاده از اصل افق پیشرو بدست می‌آید. این مسأله بهینه‌سازی با عنوان مسأله کنترل بهینه زمان محدود مقید نیز شناخته می‌شود.

$$J(u_{n_y}, x(0)) = \min_{u_{n_y}} \sum_{w=0}^{n_y-1} \left\{ \|Q(y_{n+w|n} - y_d)\|_{\rho} + \|Ru_w\|_{\rho} \right\} \quad (5)$$

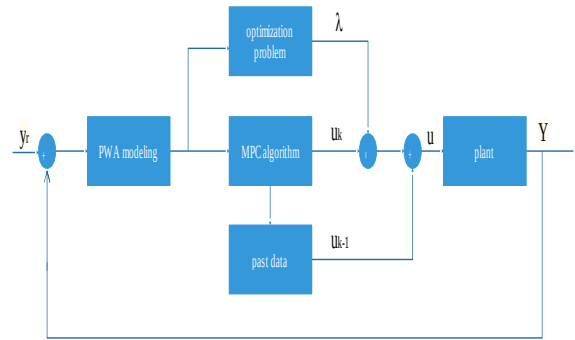
$$\text{Subj. to } \begin{cases} x(n|n) = x(n) \\ x(n+n_y|n) = x_d \\ \text{MLD form (2)} \end{cases}$$

(در معادله (۵)، x_d متغیر حالت مطلوب و n_y افق پیش بین و R, Q ضرایب وزنی هستند. بهینه‌سازی بر اساس مقادیر نرم ورودی کنترلی و مقدار خطا تعریف شده است. $\rho = 1, 2, \infty$ به ترتیب نرم یک، دو و بینهایت تعریف می‌شوند. اگر $\rho = 2$ انتخاب شود، مسأله بهینه‌سازی (۵) تبدیل به مسأله بهینه‌سازی خطی محدب خواهد شد و اگر $\rho = 1, \infty$ انتخاب شود، به مسأله بهینه‌سازی خطی عدد صحیح تبدیل می‌شود. در الگوریتم EMPC، مسأله (۵) فقط یکبار حل می‌شود و پاسخی کامل از مجموعه جواب‌های بهینه ایجاد می‌شود. به همین دلیل سرعت اجرای این الگوریتم به مراتب سریعتر از الگوریتم پیش بین آنلاین است. در [۲۶] نشان داده شده است که پاسخ کلی مسأله (۵) به صورت تابع تکه‌ای افاین به فرم (۶) است.

$$u_n^*(x(n)) = L_n^i(x(n)) + M_n^i \quad (6)$$

که M_n^i و L_n^i ماتریس‌های تشکیل دهنده پاسخ بهینه در لحظه n و برای زیر سیستم i ام است.

برخلاف روش پیش بین متداول، در این الگوریتم تمام درایه‌های ورودی کنترلی به صورت وزندار برای به روز رسانی قانون کنترل استفاده می‌شوند. ورودی کنترلی در این روش در لحظه n به صورت رابطه (۷) به روز رسانی می‌شود.



شکل ۲. بلوک دیاگرام روش کنترلی پیشنهادی.

در شکل ۲، λ بردار ضرایب وزنی است که از حل مسأله بهینه‌سازی حاصل می‌شود. y_r مسیر مرجع و u ورودی کنترلی اعمالی به سیستم است.

یکی از روش‌های کنترلی مناسب در جهت کنترل سیستم‌های هیبریدی، کنترل پیش بین است. الگوریتم پیش بین از حل مکرر مسأله بهینه‌سازی به صورت آنلاین برای یافتن ورودی کنترلی بهینه استفاده می‌کند. به همین دلیل این الگوریتم زمانبر است و محاسبات بهینه‌سازی طولانی دارد. علی‌رغم مزایای الگوریتم پیش بین آنلاین، این الگوریتم برای سیستم‌های با دینامیک کند مناسب است. برای کنترل سیستم‌های با دینامیک سریع، کنترل پیش بین صریح ارائه شده است. در این الگوریتم به جای حل مکرر مسأله بهینه‌سازی، فقط یکبار بهینه‌سازی صورت می‌گیرد و به همین دلیل زمان زیادی صرف محاسبات نمی‌شود. در این الگوریتم از برنامه‌ریزی چند پارامتری در حل مسأله بهینه‌سازی استفاده می‌شود. در این تکنیک، با حل مسأله بهینه‌سازی یک نقشه کامل از مجموعه پاسخ‌های بهینه بدست می‌آید. این مجموعه پاسخ، توسط چندوجهی‌های متشکل از متغیر ورودی و حالت قابل نمایش هستند.

۳- روش پیش بین پیشنهادی

برای طراحی کنترل کننده پیش بین، ابتدا مدل تکه‌ای افاین (۱) به ساختار MLD تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} x(n+1) = \bar{A}x(n) + \bar{B}_1u(n) + \bar{B}_2\delta(n) + \bar{B}_3z(n) \\ y(n) = \bar{C}x(n) + \bar{D}_1u(n) + \bar{D}_2\delta(n) + \bar{D}_3z(n) \\ E_1x(n) + E_2u(n) + E_3\delta(n) + E_4z(n) \leq E_5 \end{cases} \quad (4)$$

که در معادله (۴) $x(n) = [x_R^T(n) \ x_B^T(n)]^T$ شامل $x_R(n) \in R$ و $x_B(n) \in \{0,1\}$ است. $\delta(n)$ و $z(n)$ به ترتیب متغیرهای اضافی و باینری می‌باشند. $\bar{A}, \bar{B}_i, \bar{C}, \bar{D}_i, E_j$ که $(i=1, \dots, 3), (j=2, \dots, 4)$ ماتریس‌های ثابت از اعداد حقیقی و E_5 یک بردار حقیقی است.

برای سیستم‌های هیبریدی به دلیل تعامل بین دینامیک‌های گسسته و پیوسته، مدل‌های ریاضی زیادی در نظر گرفته می‌شوند که البته تحت شرایطی این مدل‌ها معادل یکدیگر هستند. هر مدل هیبریدی دارای

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \left\{ \left\| y_d - \left(\sum_{n=1}^m (C_n (A_n x_n + B_n (u_{n-1} + \lambda_n^* \Delta \hat{u}_n) + f_n) + g_n) \delta_n \right) \right\|_\rho^2 + \alpha \|\lambda_n^* - \bar{\gamma}\|^2 \right\} \quad (14)$$

ورودی کنترلی بهینه از حل مسأله بهینه سازی فوق با استفاده از تعریف نرم و مشتق گیری به صورت رابطه (۱۵) حاصل می شود.

$$\lambda_n^* = \left[\sum_{n=1}^q (T_n + 2\lambda_n^* W_n) \delta_n \right] + 2\lambda_n^* - 2\bar{\gamma} \quad (15)$$

که T_n ، W_n به شکل رابطه های (۱۶) و (۱۷) تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} T_n = & -C_n B_n \Delta \hat{u}_n y_d^T - \Delta \hat{u}_n B_n^T C_n^T y_d \\ & + x_n^T A_n^T C_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \\ & + u_{n-1}^T B_n^T C_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \\ & + f_n^T C_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \\ & + g_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \end{aligned} \quad (16)$$

$$W_n = B_n B_n^T C_n C_n^T \Delta \hat{u}_n \Delta \hat{u}_n^T \quad (17)$$

با توجه به اینکه در سیستم های هیبریدی در هر لحظه فقط یک زیر سیستم فعال است لذا رابطه (۱۵) به رابطه (۱۸) برای یک زیر سیستم فعال تبدیل می شود.

$$(T_n + 2\lambda_n^* W_n) + 2\lambda_n^* - 2\bar{\gamma} = 0 \quad (18)$$

پس ضرایب بهینه برای هر زیر سیستم فعال به صورت رابطه (۱۹) محاسبه می شوند:

$$\lambda_n^* = (2W_n + 2I)^{-1} (2\bar{\gamma} - T_n) \delta_n \quad (19)$$

I در رابطه (۱۹) ماتریس همانی با ابعاد مناسب است.
قضیه ۱ همگرایی خروجی و متغیرهای ورودی و حالت الگوریتم پیش بین پیشنهادی را بیان می کند.

قضیه ۱: سیستم هیبریدی تکه ای افاین (۲۰) در نظر گرفته می شود:

$$\begin{cases} x(n+1) = A_i x(n) + B_i u(n) + f_i \\ y(n) = C_i x(n) + D_i u(n) + g_i \end{cases} \quad (20)$$

for $\begin{bmatrix} x(n) \\ u(n) \end{bmatrix} \in R_i, i = 1, \dots, m$

با فرض وجود پاسخی بهینه برای مسأله بهینه سازی (۲۱)، خروجی و متغیرهای حالت سیستم با استفاده از روش برنامه ریزی چند پارامتری به سمت مقادیر مطلوب همگرا می شوند.

$$u_n = u_{n-1} + \lambda_n^* \Delta \hat{u}_n \quad (7)$$

که $\Delta \hat{u}_n$ برداری است که درایه های آن از اختلاف داده های پیش بینی شده از ورودی کنترلی فعلی بدست می آید و λ_n^* بردار ضرایب وزنی بهینه است که طبق مسأله بهینه سازی (۸) در هر مرحله از الگوریتم محاسبه می شود.

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \left\{ \|e_{n+1}\|_\rho^2 + \alpha \|\lambda_n^* - \bar{\gamma}\|^2 \right\} \quad (8)$$

که α و $\bar{\gamma} = [0 \ 1 \ \dots \ 0 \ 1 \ 1]_{1 \times n_u}$ افق کنترلی و n_u یک ضریب مثبت قابل تنظیم است. بردار ضرایب بهینه λ_n^* در بردار ورودی کنترلی حاصل شده از مسأله بهینه سازی (۵) در هر گام از الگوریتم ضرب و با ورودی کنترلی مرحله قبل جمع می شود تا ورودی کنترلی جدید برای کاهش سیگنال خطا در هر گام الگوریتم محاسبه شود. سیگنال خطا e_n در رابطه (۸) به صورت معادله (۹) محاسبه می شود:

$$e_n = y_d - y_n \quad (9)$$

رابطه y_n برای سیستم هیبریدی با m زیرسیستم به صورت رابطه (۱۰) محاسبه می شود:

$$y_n = \sum_{i=1}^m (C_i x_n + g_i) \delta_n \quad (10)$$

که $\delta(n) \in \{0, 1\}$ بیانگر این واقعیت است که در هر لحظه فقط یک دینامیک سیستم هیبریدی فعال و بقیه دینامیک ها غیر فعال هستند. معادله (۱۱) که رابطه بدست آوردن ضرایب وزنی بهینه است، از بازسازی معادله (۸) بر اساس معادلات (۹) و (۱۰) ایجاد شده است.

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \left\{ \left\| y_d - \left(\sum_{n=1}^m (C_n x_{n+1} + g_n) \delta_n \right) \right\|_\rho^2 + \alpha \|\lambda_n^* - \bar{\gamma}\|^2 \right\} \quad (11)$$

ورودی کنترلی در هر مرحله از الگوریتم پیش بین به صورت رابطه (۱۲) و (۱۳) محاسبه می شود.

$$\Delta u_j = u_{n+j|n} - u_{n|n}, \quad j = 1, \dots, n_u \quad (12)$$

$$\Delta \hat{u}_n = [u_{n+1|n} - u_n \quad \dots \quad u_{n+n_u|n} - u_n]^T \quad (13)$$

با جایگذاری معادله (۷) در معادله (۱۱)، رابطه (۱۴) ایجاد می شود.

$$u^*(x(n-1)) = u^*(x(n-2)) + \lambda_{n-1}^* L_{n-1}^i x(n-1) + \lambda_{n-1}^* M_{n-1}^i \quad (27)$$

از تفاضل رابطه (26) و (27):

$$u^*(x(n)) - u^*(x(n-1)) = u^*(x(n-1)) - u^*(x(n-2)) + \lambda_n^* L_n^i x(n) - \lambda_{n-1}^* L_{n-1}^i x(n-1) + \lambda_n^* M_n^i - \lambda_{n-1}^* M_{n-1}^i \quad (28)$$

به منظور برقراری ویژگی همگرایی برای الگوریتم پیش بین پیشنهادی، باید معادله (29) برقرار باشد.

$$\Delta u^*(n) = \Delta u^*(n-1) \quad (29)$$

با بررسی رفتار λ_n^* در بینهایت:

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \{ \|e_{n+1}\|_\rho^2 + \alpha (\lambda_{n,1}^*)^2 + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} \lambda_{n,i}^{*2} + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 + (\lambda_{n,n_u-1}^* - 1)^2 \} \quad (30)$$

$$\lambda_n^* \leq \|e_{n+1}\|_\rho^2 + \alpha \left(\lambda_{n,1}^{*2} + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} \lambda_{n,i}^{*2} + (\lambda_{n,n_u-1}^* - 1)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) \quad (31)$$

$$\lambda_\infty^* \leq \|e_\infty\|_\rho^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \left(\lambda_{n,1}^{*2} + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} \lambda_{n,i}^{*2} + (\lambda_{n,n_u-1}^* - 1)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) \quad (32)$$

به دلیل محدود بودن λ_n^* و مثبت بودن مقدار α ، در معادله (32) شرایط زیر برقرار می باشند:

$$J_0^*(x(0)) = \min_{u_{n_y}} J(u_{n_y}, x(0))$$

$$\text{Subj. to } \begin{cases} x(n+1) = A_l x(n) + B_l u(n) + f_i \\ \text{if } \begin{bmatrix} x(n) \\ u(n) \end{bmatrix} \in X_i, i = 1, \dots, q \\ x_{n_y} \in X_f \end{cases} \quad (21)$$

که X_f مجموعه متغیرهای شدنی $x(n)$ است.

$$\text{If } n \rightarrow \infty \quad \text{then} \quad u(n) \rightarrow u^*(n) \\ x(n) \rightarrow x_d, \quad y(n) \rightarrow y_d \quad \text{and} \quad e_n \rightarrow 0.$$

اثبات:

با حل مسأله بهینه سازی (22)، سیگنال ورودی کنترلی بدست می آید.

$$\min_{u_{n_y}} \sum_{i=0}^{n_y-1} \{ \|Q(y_{n+i|n} - y_d)\|_2 + \|Ru_i\|_2 \} \quad (22)$$

که در رابطه (22) $u_{n_y} = \{u'_{0}, \dots, u'_{n_y-1}\}$ می باشد. پاسخ مسأله بهینه سازی (22) ساختار تکه ای افاین دارد [27-28].

$$u_n^*(x(n)) = L_n^i(x(n)) + M_n^i \quad (23)$$

سیگنال ورودی کنترلی بهینه (23)، باعث همگرایی متغیرهای خروجی و حالت سیستم به سمت مقادیر مورد نظر می شود [27]. در نتیجه رابطه (24) حاصل می شود.

$$\begin{cases} x(n) = x(n-1) \\ u^*(n) = u^*(n-1) \Rightarrow \\ L_n^i x(n) + M_n^i = L_{n-1}^i x(n-1) + M_{n-1}^i \end{cases} \quad (24)$$

اگر بردار λ_n^* دارای مقادیری محدود و بهینه از حل مسأله بهینه سازی (8) باشد، می توان نشان داد که همگرایی الگوریتم فوق با استفاده از روش پیش بین پیشنهادی تغییری نمی کند. با جایگذاری رابطه (23) در رابطه (24)، معادله (25) ایجاد می شود.

$$\begin{aligned} u_n^*(x(n)) &= \lambda_n^* (L_n^i x(n) + M_n^i) \\ &+ u_{n-1}^*(x(n-1)) \\ &= \lambda_n^* L_n^i x(n) \\ &+ \lambda_n^* M_n^i + u_{n-1}^*(x(n-1)) \end{aligned} \quad (25)$$

$$u_n^*(x(n)) = u_{n-1}^*(x(n-1)) + \lambda_n^* L_n^i x(n) + \lambda_n^* M_n^i \quad (26)$$

رابطه (25) برای $x(n-1)$ به شکل زیر تبدیل می شود:

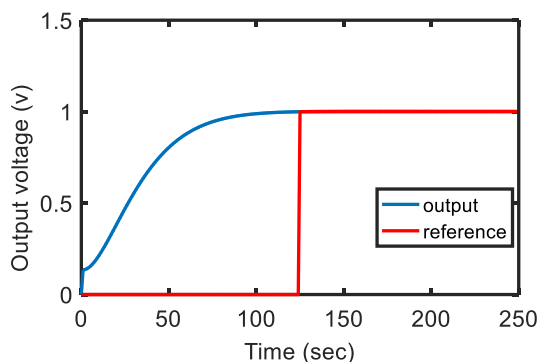
دارد و به همین دلیل است که تنظیم مناسب ضرایب وزنی و انتخاب افق پیش بین دارای اهمیت می باشد.

توجه ۲: ضرایب وزنی در حل مسأله بهینه سازی کنترل پیش بین معمولی در جهت کاهش مقدار خطا در هر لحظه نمونه برداری استفاده می شود. در روش پیش بین آنلاین برای به دست آوردن ورودی کنترلی بهینه در هر لحظه یکبار مسأله بهینه سازی حل می شود و در لحظه نمونه برداری بعدی این روند دوباره تکرار می شود، لذا برای سیستم های با دینامیک کند مناسب است و برای سیستم های با دینامیک سریع مناسب نیست. به همین دلیل از روش کنترل پیش بین صریح استفاده شده است. در این الگوریتم به جای حل مکرر مسأله بهینه سازی، فقط یکبار مسأله بهینه سازی حل شده و سپس نقشه کامل از مجموعه جواب های بهینه ایجاد شده و در هر لحظه پاسخ بهینه انتخاب می شود. این مجموعه جواب به صورت نواحی چند وجهی قابل نمایش هستند. ترکیب وزندار درایه های کنترلی برای کاهش مقدار خطا در لحظات نمونه برداری بعدی است. کنترل پیش بین آنلاین برای فرآیندهای آرام و کنترل پیش بین صریح برای فرآیندهای با دینامیک های سریع مناسب است و باعث کاهش سرعت الگوریتم نخواهد شد.

روش پیش بین صریح پیشنهادی قابلیت حذف اثر اغتشاشات تکرار شونده را نیز داراست که جزئیات بیشتر درباره قابلیت حذف اثر اغتشاش تکرار شونده در [۲۹] ارایه شده است.

۴- نتایج شبیه سازی

نتایج شبیه سازی برای مبدل باک در افق های پیش بین $n_y = 4, 6$ در این بخش ارائه شده اند. در تمام نتایج شبیه سازی، $R = 0.00002$ و $Q = 1$ و $\alpha = 0.6$ و $T_s = 0.1 pu$. در نظر گرفته شده اند. شکل های ۳ و ۴ پاسخ های خروجی مبدل باک برای افق پیش بین $n_y = 4, 6$ را با در نظر گرفتن پاسخ پله به عنوان سیگنال مرجع را نشان می دهند. شکل های ۵ و ۶ نواحی کنترل کننده را برای افق های $n_y = 4, 6$ نمایش می دهند.



شکل ۳. پاسخ خروجی مبدل باک در افق $n_y = 4$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha \left(\lambda_{n,1}^{*2} + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} \lambda_{n,i}^{*2} + (\lambda_{n,n_u-1}^* - 1)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) < \infty \quad (33)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=1}^z \left(\lambda_{n,1}^{*2} + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} \lambda_{n,i}^{*2} + (\lambda_{n,n_u-1}^* - 1)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) \right] = 0 \quad (34)$$

با توجه به روابط (۳۳) و (۳۴)، نتایج زیر حاصل می شوند:

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,1}^* \rightarrow 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,2}^* \rightarrow 1, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,n_u-1}^* \rightarrow 1, \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,n_u}^* \rightarrow 1 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,i}^* \rightarrow 0 \quad \text{for } i = 3, \dots, n_u-2 \end{cases} \quad (35)$$

و در نتیجه:

$$\lambda_n^* \rightarrow \vec{\gamma} \Rightarrow \lambda_n^* = \lambda_{n-1}^* \quad (36)$$

با توجه به روابط (۲۴) و (۳۶):

$$\lambda_n^* L_n^i x(n) + \lambda_n^* M_n^i = \lambda_{n-1}^* L_{n-1}^i x(n-1) + \lambda_{n-1}^* M_{n-1}^i \quad (37)$$

در نتیجه رابطه (۳۸) با توجه به رابطه (۳۷) بدست می آید:

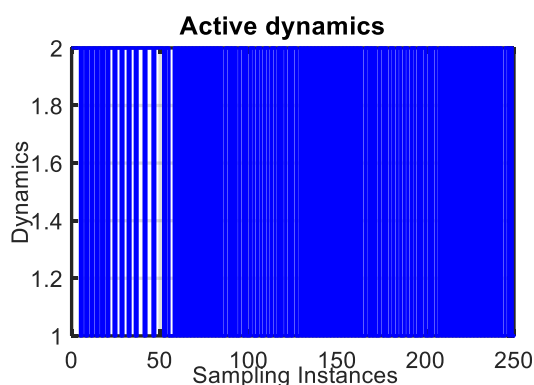
$$\Delta u^*(x(n)) = \Delta u^*(x(n-1)) \Rightarrow u_n \rightarrow u_n^* \quad (38)$$

با توجه به روابط (۹) و (۲۰) و (۲۳):

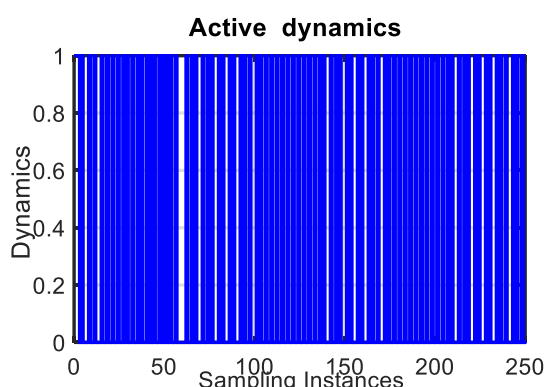
$$\begin{aligned} x(n) &= x(n-1) = x_d, \\ y(n) &= y(n-1) = y_d \Rightarrow e_n \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (39)$$

توجه ۱: با تنظیم مناسب ضرایب وزنی و انتخاب مناسب افق های کنترلی الگوریتم پیش بین صریح پیشنهادی می توان متغیرهای خروجی و حالت را با سرعت همگرایی بیشتری نسبت به الگوریتم پیش بین متداول به سمت مقادیر مورد نظر سوق داد. ذکر این نکته الزامی است که بین سرعت همگرایی پاسخ خروجی و عملکرد مطلوب پاسخ خروجی تعامل وجود

و ۸ دینامیک های فعال مبدل باک را در افق های پیش بین $n_y = 4, 6$ نشان می دهند.

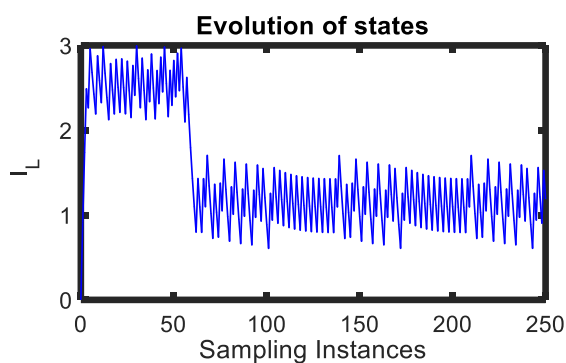


شکل ۷. دینامیک های فعال مبدل باک در افق $n_y = 4$.



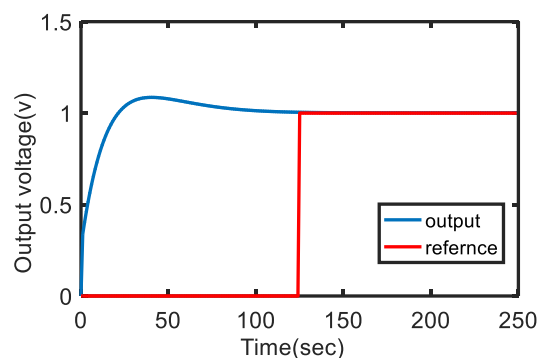
شکل ۸. دینامیک های فعال مبدل باک در افق $n_y = 6$.

شکل ۹، ارزیابی سیگنال جریان سلف در افق پیش بین $n_y = 4$ را به صورت مقید $0 \leq i_L \leq 3$ نمایش می دهد.

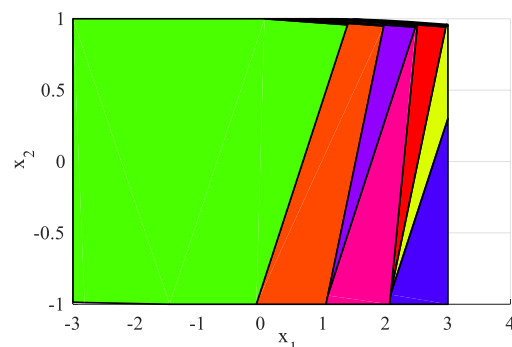


شکل ۹. سیگنال جریان سلف در افق پیش بین $n_y = 4$.

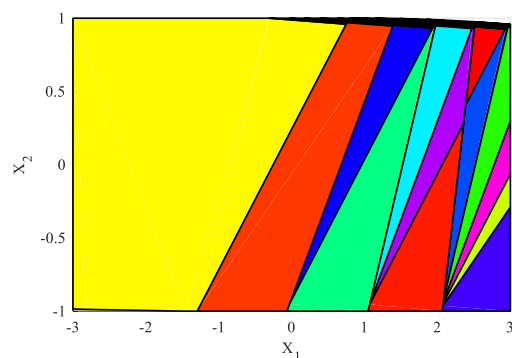
شکل ۱۰، مقایسه بین خروجی مبدل باک را در دو افق پیش بین $n_y = 4, 6$ نشان می دهد.



شکل ۴. پاسخ خروجی مبدل باک در افق $n_y = 6$.



شکل ۵. نواحی کنترل کننده در افق $n_y = 4$.



شکل ۶. نواحی کنترل کننده در افق $n_y = 6$.

مبدل باک دارای ۳ دینامیک با معادلات فضای حالت (۳) برای هر مد کاری می باشد که این دینامیک ها با تغییر مقادیر متغیرهای فضای حالت و با توجه به شرایط مبدل منجر به تغییر وضعیت سوئیچ و دیود در طول کارکرد سیستم و در نتیجه فعال شدن دینامیک های مختلف مبدل باک می شوند. در مد اول، سوئیچ فعال و دیود غیر فعال است که در این هنگام سلف از سمت منبع تغذیه ورودی انرژی دریافت می کند. در مد دوم، سوئیچ غیر فعال و دیود فعال است و انرژی ذخیره شده در سلف در خازن و بار تخلیه می شود. در مد سوم که سوئیچ و دیود هر دو غیر فعال هستند، بار از طریق انرژی ذخیره شده در خازن تغذیه می شود. نحوه تغییر دینامیک های مبدل باک به صورت عملکرد منطقی صفر و یک است که در نتیجه تغییر وضعیت سریع دیود و سوئیچ ایجاد می شوند. شکل های ۷

جدول ۲، نتایج مقایسه‌ای بین سیگنال‌های خروجی در هر دو الگوریتم پیش بین صریح متداول و پیش بین صریح پیشنهادی را نشان می‌دهد.

جدول ۲. مقایسه نتایج کنترل کننده پیش بین صریح پیشنهادی و پیش بین صریح متداول.

درصد فراجهش (%)	زمان نشست (ثانیه)	زمان صعود (ثانیه)	
۲/۳	۵۵	۲۰	پیش بین صریح پیشنهادی
۰	۵۶	۵۳	پیش بین صریح متداول

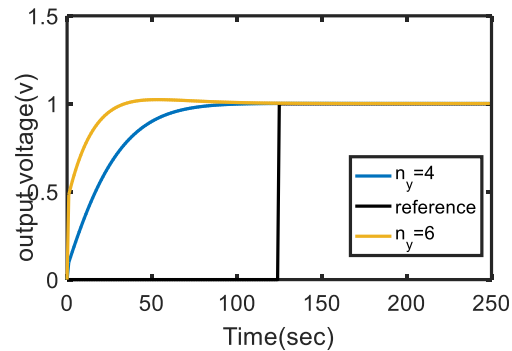
همانطور که در جدول نیز نمایان است در یک افق پیش بین یکسان، روش پیش بین صریح پیشنهادی با تنظیم مناسب ضرایب وزنی پاسخی مناسبتر نسبت به پیش بین متداول ارائه داده است. لازم به ذکر است که روش پیش بین پیشنهادی یک ضریب وزنی بیشتر نسبت به روش پیش بین متداول داراست و بقیه ضرایب وزنی مربوط به تابع هزینه به طور یکسان برای هر دو نوع کنترل کننده تنظیم شده‌اند. روش پیش بین پیشنهادی به دلیل دارا بودن یک ضریب وزنی بیشتر به شرط تنظیم درست ضرایب وزنی و انتخاب مناسب افق پیش بین، پاسخ خروجی مناسبتری (افزایش سرعت همگرایی و عملکرد مطلوب پاسخ خروجی) را برای سیستم مهیا کرده است.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتم جدیدی از کنترل پیش بین صریح معرفی شده است. در این استراتژی به جای استفاده از اولین عنصر بردار ورودی کنترل، از تمام درایه‌های ورودی کنترلی بهینه به صورت وزندار استفاده شده است. با تنظیم مناسب ضرایب وزنی و انتخاب درست افق‌های پیش بین، می‌توان به پاسخ خروجی با عملکردی مطلوب و سرعت همگرایی مناسب دست یافت. به عبارت دیگر، با توجه به نتایج شبیه‌سازی، پاسخ خروجی مناسب از تعامل بین ضرایب وزنی و انتخاب مناسب افق‌های کنترلی ایجاد می‌شود.

مراجع

- [1] T.A. Johansen, J. Kalkkuhl, J. L'udemann, and I. Petersen, "Hybrid control strategies in ABS," In American Control Conference, Arlington, Virginia, pp. 1704-1705, 2001.
- [2] A. Bemporad, P. Borodani, and M. Mannelli. "Hybrid control of an automotive robotized gearbox for reduction of consumptions and emissions," in Lecture Notes in Computer Science, pp. 81-96. Springer-Verlag, 2003.
- [3] M. Sarailoo, Z. Rahmani and B. Rezaie, "Modeling of three-tank system with nonlinear valves based on hybrid system approach", Journal of control



شکل ۱۰. مقایسه خروجی مبدل باک در دو افق پیش بین $n_y = 4, 6$.

نتایج حاصل از مقایسه دو افق پیش بین $n_y = 4, 6$ در جدول ۱ قابل مشاهده هستند. همانطور که در جدول ۱ نیز نمایان است با افزایش افق پیش بین به شرط تنظیم مناسب ضرایب وزنی، سرعت همگرایی افزایش ولی فراجهش نیز به مقدار خیلی کمی افزایش داشته است. در نتیجه، افزایش نامناسب افق پیش بین به منظور افزایش سرعت همگرایی منجر به افزایش فراجهش و عملکرد نامناسب پاسخ خروجی می‌شود.

جدول ۱. مقایسه نتایج کنترل کننده پیش بین پیشنهادی در دو افق پیش بین ۴ و ۶.

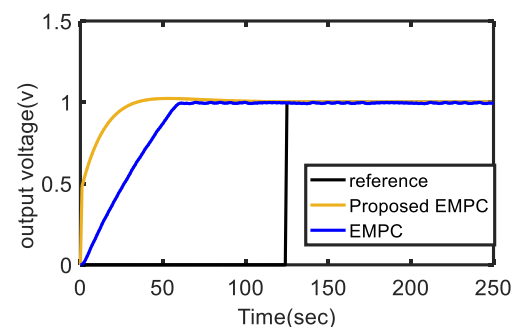
درصد فراجهش (%)	زمان نشست (ثانیه)	زمان صعود (ثانیه)	
۰	۶۳	۵۰	افق پیش بین ۴
۲/۳	۵۵	۲۰	افق پیش بین ۶

توجه ۲: همانطور که قبلاً هم ذکر شد برای دستیابی به پاسخ خروجی

مناسب سیستم، نیاز به تنظیم مناسب ضرایب وزنی و افق‌های پیش بین است. همانطور که در شکل ۱۰ نمایان است با افزایش افق پیش بین، سرعت همگرایی افزایش یافته ولی پاسخ دارای کمی فراجهش شده است. بنابراین بین افزایش سرعت و عملکرد مطلوب سیستم تعامل وجود دارد. برای دستیابی به دو این هدف، باید تنظیم ضرایب وزنی و انتخاب افق پیش بین به درستی انجام گیرند.

شکل ۱۱. مقایسه بین کنترل پیش بین صریح پیشنهادی و کنترل

پیش بین صریح متداول در افق پیش بین $n_y = 6$ را نمایش می‌دهد.



شکل ۱۱. مقایسه بین کنترل پیش بین صریح متداول و پیشنهادی در افق

$n_y = 6$

- Engineering Chemistry Research, vol. 53, no. 6, pp. 2362-2381, 2014.
- [16] Y. Chen and M. Lazar, "An Efficient MPC Algorithm for Switched Nonlinear Systems with Minimum Dwell Time Constraints," arXiv preprint arXiv:2002.09658, 2020. URL <https://arxiv.org/abs/2002.09658>.
- [17] L. Wang, Q. H. Wu, YK. Tao, et al., "Switching Control of Buck Converter Based on Energy Conservation Principle," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 24, pp. 1779-1787, 2016.
- [18] EF. Camacho, DR. Ramirez, D. Limon, et al., "Model predictive control techniques for hybrid systems," Annual Reviews in Control, vol. 34, pp. 21-31, 2010.
- [19] T. Marcucci and R. Tedrake, "Mixed-integer formulations for optimal control of piecewise-affine systems," Proceedings of the 22nd ACM International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control. Montreal, Quebec, Canada: Association for Computing Machinery, pp. 230-239, 2019.
- [20] P. Petsagkourakis, WP. Heath and C. Theodoropoulos, "Stability analysis of piecewise affine systems with multi-model predictive control," Automatica 111: 108539, 2020. URL <http://arxiv.org/abs/1808.00307>.
- [21] M. R. Zamani, Z. Rahmani and B. Rezaie, "A novel model predictive control strategy for constrained and unconstrained systems in presence of disturbance," IMA Journal of Mathematical Control and Information, vol. 37, pp. 208-225, 2020.
- [22] M. Hejri and A. Giua. "Hybrid modeling and control of switching DC-DC converters via MLD systems," Automation Science and Engineering (CASE), Trieste, Italy, pp. 714-19, 2011.
- [23] R. Alur, C. Courcoubetis, N. Halbwachs, T. Henzinger, P.-H. Ho, X. Nicollin, A. Oliveira, J. Sifakis, and S. Yovine. "The algorithmic analysis of hybrid systems". Theoretical and Computer Science, vol. 138, 3-34, 1995.
- [24] A. Bemporad and M. Morari. "Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints". Automatica, vol. 35, 407-427, 1999.
- [25] W. P. M. H. Heemels, J. M. Schumacher, and S. Weiland. "Linear complementarity systems". SIAM J. Appl. Math., vol. 60, 1234-1269, 2000.
- [26] J. Hätönen. "Issues of algebra and optimality in iterative learning control," Ph.D. dissertation, Dept. Process Environ. Eng., Univ. Oulu, Oulu, Finland 2004.
- [27] P. Tøndel, T. A. Johansen, A. Bemporad, "An algorithm for multi-parametric quadratic engineering and technology, vol. 3, no. 1, pp. 20-23, 2013.
- [4] R. Alur, et al., "The algorithmic analysis of hybrid systems". Theoretical and Computer Science, vol. 138, pp. 3-34, 1995.
- [5] P. M. H. Heemels, B. De Schutter, and A. Bemporad, "Equivalence of hybrid dynamical models," Automatica, vol. 37, pp. 1085-1091, 2001.
- [6] M. Sarailoo, B. Rezaie and Z. Rahmani, Fuzzy predictive control of three-tank system based on a modeling framework of hybrid systems, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 228, no. 6, pp. 369-384, 2014.
- [7] M. Zamani Behbahani, R. Mahboobi Esfanjani and M. Hejri, "Design of switching rule for Buck converters using explicit predictive control," The 6th Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC2015), Tehran, pp. 486-491, 2015.
- [8] M. R. Zamani, Z. Rahmani and B. Rezaie, "A Controller Design based on Iterative Learning method and Model Predictive Control for a nonlinear process system," 2019 6th International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA), Sanandaj, Iran, pp. 1-7, 2019.
- [9] J. A. Rossiter. "Model-Based Predictive Control: A Practical Approach," CRC Press, 2003.
- [10] EN. Pistikopoulos, V. Dua, "On-line optimization via off-line parametric optimization tools," Computers and Chemical Engineering, vol. 26, pp. 175-185, 2002.
- [11] M. Herceg, "Real-Time Explicit Model Predictive Control of Processes," Dissertation Thesis, Slovak University of Technology in Bratislava, 2001.
- [12] O. Stanojev, U. Markovic, P. Aristidou, et al., "MPC-Based Fast Frequency Control of Voltage Source Converters in Low-Inertia Power Systems," arXiv preprint arXiv:2004.02442, 2020. URL <https://arxiv.org/abs/2004.02442>.
- [13] J. Chen, Y. Chen, L. Tong, et al., "A Back-Propagation Neural Network based Explicit Model Predictive Control for DC-DC converters with High Switching Frequency," IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2020.
- [14] K. Kiš and M. Klaučo, "Neural Network Based Explicit MPC for Chemical Reactor Control," arXiv preprint arXiv:1912.04684, 2019. URL <https://arxiv.org/abs/1912.04684>
- [15] M. Sarailoo, Z. Rahmani and B. Rezaie, "Fuzzy predictive control of a boiler-turbine system based on a hybrid model system", Industrial &

programming and explicit MPC solutions,”
Automatica, vol. 39, pp. 489-497, 2003.

[28] A. Bemporad and M. Morari. “Control of systems
integrating logic, dynamics, and constraints,”
Automatica, vol. 35, pp. 407-427, 1999.

[29] M. R. Zamani, Z. Rahmani and B. Rezaie, “A
novel model predictive control for a piecewise
affine class of hybrid system with repetitive
disturbance,” ISA Transactions, vol. 108, pp. 18-
34, 2021.