مجله کنترل
جلد ۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۰، صفحه ۴۴-۳۶

طراحی قانون هدایت با استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم زمان محدود

وحید بهنام گل[۱]، ایمان محمدزمان[۲]، احمدرضا ولی[۳]، نعمت ا... قهرمانی[۴]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، vahidbehnamgol@yahoo.com
[۲] استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، mohammadzaman@modares.ac.ir
[۳] استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، vali@mut.ac.ir
[۴] استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ، ghahramani@aut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۰۷/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۹/۲۷)

چکیده: در این مقاله یک قانون هدایت دونقطه‌ای برای رهگیرهای آشیانه‌یاب، با استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم زمان‌محدود و بر اساس ایده ناوبری موازی طراحی شده است. در الگوریتم ارائه شده، قانون هدایت با درنظر گرفتن مانورهای هدف به‌عنوان نامعینی طراحی شده و نیازی به اندازه‌گیری یا تخمین دقیق این مانورها نمی‌باشد. برای تعیین دستور شتاب در این روش، سطح لغزشی بر اساس نرخ چرخش خط دید تعریف شده و برای اجتناب از رخ دادن پدیده‌ی وزوز، از مد لغزشی مرتبه دوم استفاده شده است. در قانون هدایت پیشنهادی، قابلیت رسیدن نرخ چرخش خط دید به سطح لغزش صفر در مدت زمان محدود وجود داشته که منجر به بهبود عملکرد و افزایش پایداری حلقه هدایت در برابر اهداف مانوردار می‌شود.

کلمات کلیدی: قانون هدایت، ناوبری موازی، مد لغزشی مرتبه دوم، کنترل زمان‌محدود.

Guidance Law Design using Finite Time Second Order Sliding Mode Control

Vahid Behnam Gol, Iman Mohammadzaman, Ahmad Reza Vali, Nemat Allah Ghahramani

Abstract: In this paper, a two point guidance law for homing interceptors using finite time second order sliding mode control and based on parallel navigation is proposed. In the proposed guidance law, sliding surface is selected as the line of sight rate and the target maneuvers are considered as an uncertainty which only needs the upper bound of these maneuvers. Furthermore, the proposed algorithm can guarantee the finite time convergence of the LOS rate to zero or a small neighborhood of zero. Therefore, the performance and stability of guidance loop against maneuvering targets are increased.

Keywords: guidance law, parallel navigation, second order sliding mode, finite time control.

۱- مقدمه

قانون هدایت ناوبری تناسبی یکی از پرکاربردترین قوانین هدایت مورد استفاده در رهگیرهای آشیانه‌یاب می‌باشد. اساس کار این قانون، صفر کردن نرخ چرخش خط دید با چرخش بردار سرعت رهگیر متناسب با نرخ چرخش خط دید است. مقالات تحلیلی مختلفی نشان می‌دهند که این قانون برای دستیابی به رهگیری کامل در حالت ایده‌آل، یعنی اهداف بدون مانور و خودخلبان بدون تاخیر، مناسب می‌باشد. با این وجود، در حالاتی که اهداف دارای مانور می‌باشند، هدایت ناوبری تناسبی در رهگیری هدف دچار مشکل شده و از این رو چندین قانون از قبیل ناوبری تناسبی افزوده شده، پیشنهاد شده است که این قوانین

نویسنده عهده دار مکاتبات: ایمان محمدزمان

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]

برای رهگیری کامل نیازمند شرایط معین از قبیل اندازه شتاب هدف می‌باشند [۱]، [۲].

با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی و بر اساس ایده‌ی ناوبری موازی، می‌توان مستقیما با استفاده از معادلات غیرخطی درگیری، قوانین هدایت دو نقطه‌ای را برای فاز نهایی رهگیرهای آشیانه‌یاب طراحی نمود. در صورت استفاده از این روش کنترلی می‌توان مانورهای هدف را به عنوان نامعینی در نظر گرفت و قانون هدایت را طراحی نمود که در این‌صورت نیازی به اندازه‌گیری و یا تخمین دقیق مانورهای هدف نمی‌باشد [۳]. بزرگترین نقص کاربردی این روش کنترلی، پدیده‌ی وزوز[1] می‌باشد که به دلیل وجود تابع علامت در کنترل‌کننده رخ می‌دهد. اثرات این پدیده بسیار نامطلوب بوده، چون باعث فعالیت نوسانی در سیگنال کنترل شده و از آنجا که دارای یک رفتار فرکانس بالا می‌باشد، ممکن است دینامیک‌های مدل نشده‌ی فرکانس بالا را نیز تحریک کند [۴]، [۵].

یکی از روش‌های پر کاربرد جهت کاهش نوسانات ناخواسته، هموار کردن ناپیوستگی کنترل در یک لایه‌ی مرزی باریک در همسایگی سطح لغزش، بوسیله‌ی تقریب پیوسته از کنترل مد لغزشی ناپیوسته می‌باشد [۴]. استفاده از روش تقریب پیوسته در هر صورت منجر به کاهش دقت کنترلی می‌شود، اما می‌توان با تعریف سطح لغزش و یا شرط لغزش خاص، این دقت را به مقدار معینی بهبود بخشید [۶]. روش دیگر، هموار کردن نوسانات ناخواسته با استفاده از الگوریتم فازی در لایه مرزی باریکی از سطح لغزش است که باعث کند شدن روش کنترلی می‌شود [۷].

از دیگر روش‌های پرکاربرد برای حذف نوسانات ناخواسته، استفاده از مد لغزشی مرتبه بالا می‌باشد [۸]. در مرجع [۹] الگوریتم خاصی از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم برای کنترل سیستم‌هایی با درجه‌ی نسبی یک ارائه شده و پایداری مجانبی این روش نیز به اثبات رسیده است. در مرجع [۱۰] از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم برای کنترل سیستم‌های خطی غیرقطعی و در مرجع [۱۱] نیز از الگوریتم‌های معروف کنترل مد لغزشی مرتبه دوم برای کنترل توربین بادی استفاده شده است.

الگوریتم‌های مد لغزشی مرتبه دوم موجود در مراجع ذکر شده، پایدار زمان محدود نبوده و پایداری مجانبی و رسیدن متغیرهای حالت به نقطه تعادل صفر با گذشت زمان به سمت بی‌نهایت به اثبات رسیده است. با توجه به اینکه مسئله‌ی درگیری رهگیر و هدف در یک مدت زمان محدود تعریف می‌شود، از این رو بهتر است در طراحی قانون هدایت از روش‌هایی با همگرایی زمان محدود استفاده شود که به بهبود عملکرد قانون هدایت منجر می‌شود [۱۲]. با استفاده از روش‌های زمان محدود در حل مسئله‌ی هدایت، می‌توان متغیرهای کنترلی همچون نرخ چرخش خط دید را قبل از اتمام مدت زمان رهگیری به صفر رساند و در نتیجه از کاهش سرعت نزدیک شوندگی و افزایش مدت زمان رهگیری و انرژی کنترلی مورد نیاز جلوگیری نمود [۱۳]. یک راه حل برای کاهش اثر مانور هدف بدون استفاده از تخمین‌گر آن است که قانون هدایت بتواند نرخ چرخش خط دید را بسرعت صفر نموده تا سرعت نزدیک‌شوندگی رهگیر و هدف، حداکثر فاصله را تا صفرشدن داشته باشد و لذا با وارد شدن مانور هدف، قانون هدایت فاصله بیشتری تا ناپایداری داشته و فرصت بیشتری برای برخورد بین رهگیر و هدف وجود خواهد داشت. بنابراین قانون هدایت با همگرایی زمان‌محدود نرخ چرخش خط دید، می‌تواند قوام بیشتری نسبت به مانور هدف داشته باشد [۱۴].

در مرجع [۱۵] از الگوریتم ارائه شده در **[۹]** برای طراحی قانون هدایت استفاده شده و پایداری زمان محدود آن نیز اثبات شده است، اما قابلیت تنظیم مدت زمان رسیدن به نقطه‌ی تعادل صفر وجود ندارد. در این مرجع همچنین، برای تولید دستور شتاب نیاز به اندازه‌گیری و یا تخمین متغیرهای زیادی بوده و بدلیل استفاده از برد نسبی در تعریف سطح لغزش، این سطح تا لحظه‌ی برخورد، صفر نخواهد شد. از این‌رو مسئله‌ی پایداری زمان محدود در این الگوریتم کارایی مناسب نداشته و از مزایای نسبی آن نیز نمی‌توان بهره برد. در مرجع [۱۶] برای هدایت رهگیرهای با زاویه برخورد محدود، الگوریتم خاصی از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم ارائه شده است. در این الگوریتم از زاویه‌ی خط دید در تعریف سطح لغزش استفاده شده و قانون هدایت طراحی شده توسط آن با توجه به محدودیت زاویه‌ی برخورد با هدف، فقط برای هدایت رهگیرهای ضد کشتی و ضد تانک مناسب می‌باشد.

در این مقاله ابتدا الگوریتم خاصی از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم به‌منظور طراحی قانون هدایت دونقطه‌ای ارائه می‌شود. سپس مسئله‌ی زمان محدود بودن الگوریتم پیشنهادی و قابلیت تنظیم مدت زمان رسیدن به سطح لغزش صفر مورد بررسی قرار گرفته و قانون هدایت توسط این الگوریتم طراحی می‌شود. در نهایت کارایی قانون هدایت طراحی شده در شبیه‌سازی غیرخطی حلقه هدایت مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲- فرمول‌بندی مسئله

۲-۱- سینماتیک نسبی بین رهگیر و هدف

با توجه به شکل (۱)، سینماتیک نسبی رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی بصورت زیر می‌باشد [۱۷]:

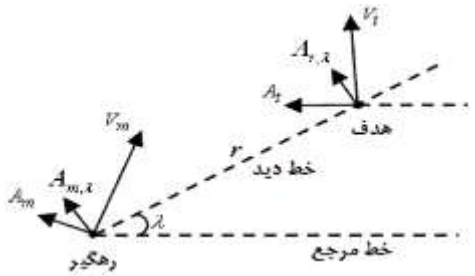
$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\dot{\lambda}) &= -\frac{2\dot{r}\dot{\lambda}}{r} + \frac{A_{t,\lambda}}{r} - \frac{A_{m,\lambda}}{r} \\ \frac{d}{dt}(\dot{r}) &= r\dot{\lambda}^2 + A_{t,r} - A_{m,r}\end{aligned} \qquad (۱)$$

که در آن $\dot{\lambda}$ نرخ چرخش خط دید، r برد نسبی، $\dot{r}$ سرعت نزدیک شوندگی، $A_{m,\lambda}$ و $A_{t,\lambda}$ به ترتیب مولفه‌های شتاب رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید و $A_{m,r}$ و $A_{t,r}$ به ترتیب مولفه‌های شتاب رهگیر و هدف در راستای خط دید می‌باشند.

[1] Chattering

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]

با توجه به ایده‌ی مورد استفاده در ناوبری تناسبی حقیقی، اگر دستور شتاب در راستای عمود بر خط دید به رهگیر اعمال شود تاثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید دارد [۱]. لذا در این مقاله از این ایده استفاده شده و ورودی کنترلی شتاب رهگیر در راستای عمود بر خط دید ($A_{m,\lambda}$) در نظر گرفته شده است. این ورودی با توجه به معادله‌ی اول رابطه‌ی (۱) طوری تعیین می‌شود که متغیر $\dot{\lambda}$ را در مدت زمان محدودی صفر کند. در صورت صفر شدن این متغیر، خط دید بین رهگیر و هدف نچرخیده و با برقراری شرط $\dot{r} < 0$ یعنی نزدیک شدن رهگیر به هدف، طبق ایده‌ی ناوبری موازی برخورد حتمی خواهد بود[۲]، [۱۷].



شکل ۱: سینماتیک نسبی رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی

۲-۲- مد لغزشی مرتبه دوم

سیستم دینامیکی تک ورودی - تک خروجی زیر را در نظر بگیرید:

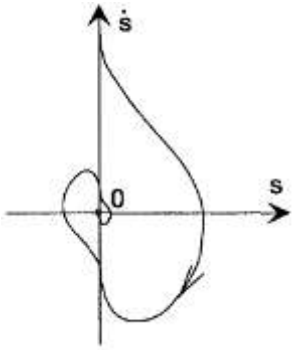
$$\dot{x} = f(x) + u \qquad (۲)$$

x خروجی مورد نظر و u ورودی کنترل می‌باشند. تابع غیرخطی $f(x)$ نیز از دو قسمت قطعی و غیر قطعی تشکیل شده است. هدف کنترلی حفظ x در صفر بوده و برای این منظور طبق تئوری کنترل مد لغزشی، سطح لغزش S بر اساس خطای ردیابی سیستم بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = x \qquad (۳)$$

در این‌صورت مسئله‌ی ردیابی، معادل باقی ماندن بر روی سطح S و هم ارز با رابطه‌ی $S = 0$ می‌باشد. بصورت کلی کنترل مد لغزشی از دو بخش اصلی تشکیل شده است. بخش اول که کنترل معادل نامیده می‌شود، در فاز لغزش یعنی زمانی که در سیستم نامعینی وجود نداشته و مسیرهای سیستم بر روی سطح لغزش قرار دارند، به‌دست می‌آید. در این‌صورت تغییرات S صفر خواهد بود و کنترل معادل با برقراری $\dot{S} = 0$ تعیین خواهد شد. به این بخش از کنترل مد لغزشی، بخش نگه‌دارنده نیز گفته می‌شود که در صورت عدم وجود نامعینی، باعث لغزش مسیرهای سیستم بر روی سطح لغزش خواهد شد. بخش دوم در فاز رسیدن برای در نظر گرفتن نامعینی‌ها به کنترل معادل اضافه شده و زمانیکه مسیرهای سیستم از سطح لغزش فاصله دارند، جاذب بودن سطح لغزش را تضمین می‌نماید [۴]. این بخش را می‌توان با استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه اول و یا مد لغزشی مرتبه بالا طراحی نمود.

استفاده از مد لغزشی مرتبه بالا یکی از روش‌های حذف پدیده‌ی وزوز در کنترل مد لغزشی می‌باشد. این روش با حفظ مزیت اصلی روش استاندارد (مقاوم بودن)، اثر وزوز را نیز حذف می‌کند. مشکل اصلی در اجرای مد لغزشی مرتبه بالا، افزایش تقاضای اطلاعات می‌باشد. تنها استثنای موجود، الگوریتم فراپیچش[1] در مد لغزشی مرتبه دوم است که فقط نیازمند به اندازه‌گیری سطح لغزش S می‌باشد. ایده‌ی اصلی در کنترل مد لغزشی مرتبه دوم رساندن S و $\dot{S}$ به صفر می‌باشد. یعنی علاوه بر صفر شدن سطح لغزش، تغییرات سطح لغزش نیز صفر شود. به عبارت دیگر مسیرهای سیستم در صفحه‌ی $S - \dot{S}$ به نقطه‌ی تعادل $S = \dot{S} = 0$ همگرا شوند(شکل ۲)[۸].



شکل ۲: سینماتیک نسبی رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی

در این مقاله با توجه به اینکه معادلات حاکم بر هندسه‌ی درگیری مطابق رابطه‌ی (۱) دارای درجه‌ی نسبی یک می‌باشد، طراحی کنترل مد لغزشی مرتبه دوم برای سیستم‌های دینامیکی مرتبه یک مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با توجه به اینکه در طراحی قانون هدایت توسط کنترل مد لغزشی معمولا از متغیر نرخ چرخش خط دید در تعریف سطح لغزش استفاده می‌شود و اندازه‌گیری این متغیر در حین پرواز همراه با نویز خواهد بود، بهتر است از مشتقات این متغیر در طراحی قانون هدایت استفاده نشود. لذا بهترین الگوریتم مد لغزشی مرتبه دوم برای طراحی قانون هدایت، الگوریتم فراپیچش بوده که از مشتقات سطح لغزش استفاده نمی‌کند. این الگوریتم برای کنترل سیستم‌های با درجه‌ی نسبی یک و به‌منظور جلوگیری از رخ دادن پدیده‌ی وزوز در ورودی کنترل توسعه داده شده است. در این الگوریتم، در فاز رسیدن برای در نظر گرفتن نامعینی‌های سیستم دینامیکی رابطه‌ی (۲)، جملاتی بصورت زیر به کنترل معادل اضافه می‌شود[۱۱،۸]:

$$U = U_{eq} - k_1 |S|^{\rho} sign(S) - k_2 \int sign(S) d\tau \qquad (۴)$$
$$,0 < \rho < 1$$

[1] Super Twisting

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]

که در آن U_{eq} کنترل معادل بوده و دو جمله‌ی دیگر برای در نظر گرفتن نامعینی‌های سیستم در فاز رسیدن با استفاده از ایده مد لغزشی مرتبه دوم به آن اضافه شده است. با توجه به روابط (۲)، (۳) و (۴)، بخش رساننده در الگوریتم فراپیچش از رابطه‌ی زیر بدست آمده است:

$$\dot{S} = -k_1|S|^{\rho} sign(S) - k_2 \int sign(S) d\tau \qquad (۵)$$

با درنظر گرفتن $x_1 = S$ رابطه (۵) را می‌توان بصورت معادلات حالت زیر بیان نمود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - k_1|x_1|^{\rho} sign(x_1) \\ \dot{x}_2 = -k_2 sign(x_1) \end{cases} \qquad (۶)$$

در اینصورت مسئله‌ی کنترل مدلغزشی مرتبه دوم، معادل با اثبات پایداری نقطه‌ی تعادل معادله (۶) خواهد بود. مزیت اصلی این الگوریتم این است که هیچ اطلاعاتی از مشتق سطح لغزش نیاز ندارد ولیکن نقطه‌ی تعادل آن فقط پایدار مجانبی بوده و ورودی کنترل طراحی شده توسط آن، کاملا هموار نمی‌باشد [۱۱]، [۱۵]. لذا برای طراحی قانون هدایت توسط کنترل مد لغزشی مرتبه دوم نیاز است تا این الگوریتم برای تولید دستور شتابی هموار و پایداری زمان محدود نقطه‌ی تعادل، اصلاح شود.

۳- طراحی قانون هدایت

برای طراحی قانون هدایت با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی، ابتدا سطح لغزش با توجه به روابط (۱) و (۳) بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = \dot{\lambda} \qquad (۷)$$

در صورت طراحی کنترلی که $S = 0$ را برقرار سازد، نرخ چرخش خط دید صفر شده و در اینصورت طبق ایده‌ی ناوبری موازی برخورد حتمی خواهد بود [۲]. حال طبق تئوری کنترل مد لغزشی، کنترل معادل برای زمانیکه در سیستم نامعینی وجود ندارد و مسیرهای سیستم بر روی سطح لغزش می‌باشند، با برقراری $\dot{S} = 0$ و با استفاده از روابط (۱) و (۷) بصورت زیر بدست می‌آید:

$$A_{m,\lambda_{eq}} = -2\dot{r}\dot{\lambda} \qquad (۸)$$

$A_{m,\lambda_{eq}}$ کنترل معادل بوده و زمانیکه در سیستم نامعینی وجود ندارد (هدف بدون مانور باشد)، مسیرهای سیستم را بر روی سطح لغزش صفر حفظ خواهد کرد. توجه شود که در این رابطه، مانور هدف در راستای عمود بر خط دید ($A_{t,\lambda}$)، به عنوان نامعینی در نظر گرفته شده است.
حال برای در نظر گرفتن نامعینی سیستم در فاز رسیدن، با توجه به ایده‌ی مد لغزشی مرتبه دوم از قضیه‌ی زیر استفاده می‌شود:

قضیه ۱- معادلات دینامیکی حاکم بر هندسه‌ی درگیری (۱) با در نظر گرفتن سطح لغزش (۷)، پایدار زمان محدود است اگر قانون هدایت بصورت زیر درنظر گرفته شود:

$$A_{m,\lambda} = A_{m,\lambda_{eq}} - k_1|S|^{\alpha} sign(S) - k_2 \int |S|^{\beta} sign(S) d\tau \qquad (۹)$$
$$,0 < \beta < 0 \quad , \quad 2\alpha - \beta = 1$$

که در آن $A_{m,\lambda_{eq}}$ کنترل معادل بوده و از رابطه‌ی (۸) بدست می‌آید.

اثبات- با توجه به روابط (۱)، (۷) و (۹)، بخش رساننده در الگوریتم پیشنهادی از رابطه‌ی زیر بدست آمده است:

$$\dot{S} = -k_1|S|^{\alpha} sign(S) - k_2 \int |S|^{\beta} sign(S) d\tau \qquad (۱۰)$$

با درنظر گرفتن $x_1 = S$ رابطه (۱۰) بصورت معادلات حالت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - k_1|x_1|^{\alpha} sign(x_1) \\ \dot{x}_2 = -k_2|x_1|^{\beta} sign(x_1) \end{cases} \qquad (۱۱)$$

در اینصورت مسئله‌ی رسیدن زمان محدود سطح لغزش به صفر، معادل با اثبات پایداری زمان محدود نقطه‌ی تعادل رابطه (۱۱) خواهد بود [۸]. بدین منظور از لم زیر استفاده می‌شود:

لم ۱: نقطه‌ی تعادل معادلات (۱۱) به ازای $k_i > 0, i = 1,2$، $0 < \beta < 0$ و $2\alpha - \beta = 1$ بصورت فراگیر پایدار زمان محدود بوده و زمان رسیدن مسیرهای سیستم به نقطه تعادل صفر بصورت زیر قابل تنظیم می‌باشد [۱۸]:

$$t_r \le \frac{V_0^{(1-\gamma)}}{c(1-\gamma)} \quad , c > 0 \quad , \gamma = \frac{\beta}{\alpha} \qquad (۱۲)$$

که در آن c ثابتی مثبت، t_r زمان رسیدن مسیرهای سیستم به نقطه‌ی تعادل و V_0 مقدار تابع V در لحظه‌ی اولیه t_0 می‌باشد.

لذا با برقراری شرایط ذکر شده در لم ۱ مسیرهای سیستم (۱۱) در مدت زمان محدودی که از رابطه‌ی (۱۲) بدست می‌آید، به نقطه‌ی تعادل صفر رسیده، و قضیه ۱ اثبات می‌شود.

توجه داشته باشید که رابطه (۹) در حالت خاص به ازای $\beta = 0$، به روابط مورد استفاده در الگوریتم فراپیچش تبدیل خواهد شد که نقطه‌ی تعادل آن پایدار مجانبی می باشد[۱۵].

در نهایت قانون هدایت در راستای عمود بر خط دید با استفاده از روابط (۷)، (۸) و (۹) بصورت زیر بدست می‌آید:

$$A_{m,\lambda} = -2\dot{r}\dot{\lambda} + k_1|\dot{\lambda}|^{\alpha} sign(\dot{\lambda}) + k_2 \int |\dot{\lambda}|^{\beta} sign(\dot{\lambda}) d\tau \qquad (۱۳)$$

جمله‌ی اول قانون هدایت رابطه‌ی (۱۳) متناظر با ناوبری تناسبی حقیقی با ثابت ناوبری ۲ بوده و دو جمله‌ی بعدی با استفاده از کنترل مد

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]

لغزشی مرتبه دوم برای در نظر گرفتن مانورهای هدف به آن اضافه شده‌اند. این قانون هدایت قادر به صفر کردن نرخ چرخش خط دید در مدت زمان محدودی بوده و بدون اندازه‌گیری و یا تخمین مانور هدف، مقاومت خوبی در برابر اهداف مانوردار خواهد داشت.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت به شبیه‌سازی عملکرد قانون هدایت طراحی‌شده پرداخته شده است. در تمامی شبیه‌سازی‌ها، فاصله‌ی نسبی اولیه حدود ۳۰ کیلومتر، سرعت نزدیک شوندگی اولیه ۶۳۶.۴- متر بر ثانیه، سرعت نسبی جانبی اولیه ۴۲۳ متر بر ثانیه در نظر گرفته می‌شوند. همچنین مکان اولیه‌ی رهگیر در فضای کارتزین $r_{m_0} = [0 \quad 0]^T m$ و مکان اولیه‌ی هدف $r_{t_0} = [28000 \quad 10800]^T m$ فرض می‌شوند.

ابتدا زمان محدود بودن قانون هدایت پیشنهادی به ازای تغییر مقدار γ بررسی شده و سپس عملکرد قانون هدایت پیشنهادی به ازای $\gamma = 0.4$ در دو سناریوی درگیری متفاوت با قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۱۵] (SSOSM Law) مورد مقایسه قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه قانون ناوبری تناسبی در برابر مانور هدف مقاوم نمی‌باشد، برتری قانون طراحی شده نسبت به آن واضح بوده و لذا در شبیه‌سازی‌ها این مساله نشان داده نشده است. یکی از بهترین تحقیقاتی که در چند سال اخیر در طراحی قانون هدایت دونقطه‌ای با استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم صورت پذیرفته است، مرجع [۱۵] بوده که دستور شتاب صادر شده در آن با تعریف سطح لغزشی بصورت $S = r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}$، از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$A_m = \frac{1}{\cos(\gamma_m - \lambda)}(-N\dot{r}\dot{\lambda} - \frac{c\dot{r}}{2\sqrt{r}} + k_1\left|r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}\right|^{\frac{2}{3}} sign(r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}) + k_2\int\left|r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}\right|^{\frac{1}{3}} sign(r\dot{\lambda} - c\sqrt{r})d\tau + \hat{A}_{t,\sigma}) \quad (۱۴)$$

که در آن γ_m زاویه‌ی بردار سرعت رهگیر با خط مرجع و λ زاویه‌ی خط دید با خط مرجع بوده و $N = 4$ در نظر گرفته شده است. این قانون هدایت طبق ایده‌ی ناوبری تناسبی محض در راستای عمود بر بردار سرعت رهگیر طراحی شده و به منظور مقایسه با قانون هدایت طراحی شده در این مقاله، برای اعمال در راستای عمود بر خط دید اصلاح شده است.

۴-۱- بررسی زمان محدود بودن قانون هدایت پیشنهادی

در این بخش عملکرد قانون هدایت پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف γ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این حالت شتاب هدف برابر با مقدار ثابت $4g$ در نظر گرفته شده است.

در شکل (۳) نمودار شتاب صادر شده و در شکل (۴) نمودار نرخ چرخش خط دید (سطح لغزش) به ازای تغییرات γ رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار γ بیشینه دستور شتاب افزایش یافته، در عوض نرخ چرخش خط دید در مدت زمان کمتری که از رابطه‌ی (۱۲) بدست می‌آید به صفر می‌رسد.

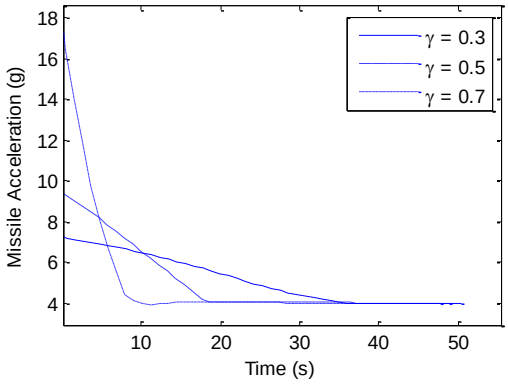
با توجه به نمودار سرعت نزدیک شوندگی در شکل (۵)، با افزایش مقدار γ از کاهش سرعت نزدیک شوندگی جلوگیری شده و رهگیر مدت زمان بیشتری قادر به پرواز خواهد بود. لذا پایداری قانون هدایت در مقابل مانورهای هدف افزایش خواهد یافت.

در شکل (۶) نیز مسیر برخورد رهگیر با هدف مشاهده می‌شود که در آن کاهش مدت زمان رهگیری با افزایش مقدار γ مشهود است.

در این مقاله، انتگرال مجذور شتاب جانبی اعمال شده به رهگیر به عنوان معیاری برای مقایسه‌ی انرژی در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۱) مشاهده می‌شود که در قانون پیشنهادی، با تغییر مقدار γ می‌توان انرژی مورد نیاز را تنظیم نمود.

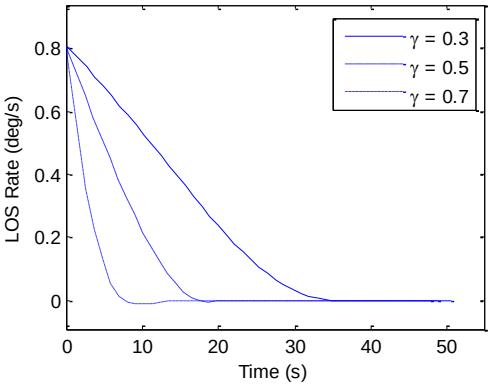
جدول ۱: مشخصات بدست آمده توسط قانون هدایت پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف γ

مقدار γ	زمان برخورد (ثانیه)	انرژی کنترلی
۰.۳	۵۰.۵۵	۱۳۶۵۳۰
۰.۵	۴۸.۸۷	۱۳۴۰۵۰
۰.۷	۴۸.۵۵	۱۴۸۳۹۰

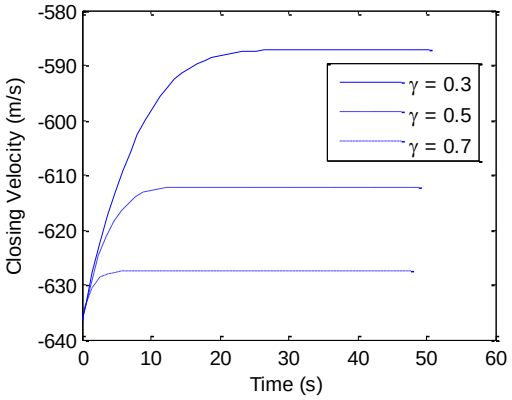


شکل۳: دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف γ

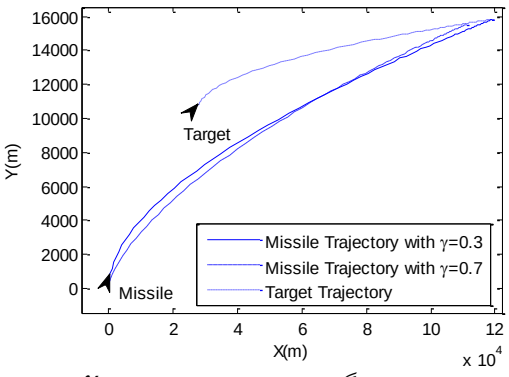
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]



شکل۴ : نرخ چرخش خط دید به ازای مقادیر مختلف γ در قانون هدایت پیشنهادی



شکل۵ : سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف به ازای مقادیر مختلف γ در قانون هدایت پیشنهادی

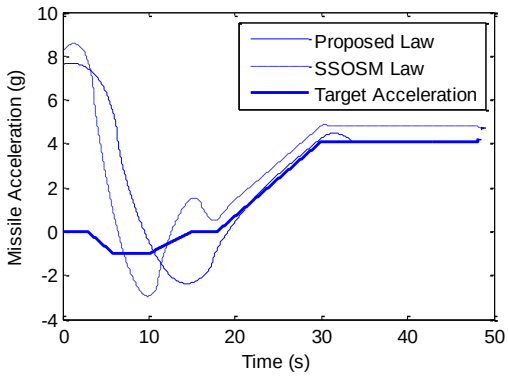


شکل۶ : مسیر برخورد رهگیر به هدف به ازای مقادیر مختلف γ در قانون هدایت پیشنهادی

۴-۱- سناریوی درگیری اول

در این سناریو کارایی قانون هدایت پیشنهادی با قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۱۵] مورد مقایسه قرار می‌گیرد. هدف با شتابی مانند شکل (۷) دارای مانورهای گریزان می‌باشد. همچنین در شبیه‌سازی رابطه‌ی (۱۴)، همانند مقادیر استفاده شده در مرجع [۱۵]، $N=4$، $c=0.1$ و $\hat{A}_{t,\sigma}=0$ در نظر گرفته شده‌اند. دیگر پارامترهای شبیه‌سازی مانند بخش قبل می‌باشد.

با توجه به نمودار شتاب صادر شده در شکل (۷)، در این سناریوی درگیری نیز قانون هدایت پیشنهادی دستور شتاب هموراری داشته و بیشینه اندازه‌ی شتاب صادر شده توسط آن نیز کوچکتر از قانون هدایت SSOSM می‌باشد. همچنین در انتهای درگیری دستور شتاب صادر شده توسط قانون پیشنهادی، با دقت بیشتری نسبت به قانون SSOSM شتاب هدف را دنبال می‌کند.



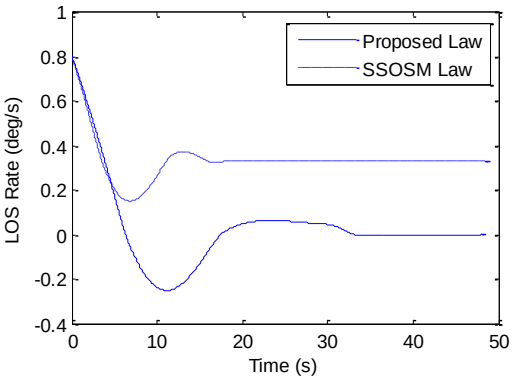
شکل۷ : دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت و شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید در سناریوی درگیری اول

با توجه به نمودارهای نرخ چرخش خط دید و سرعت نسبی جانبی در شکل‌های (۸) و (۹)، قانون پیشنهادی این متغیرها را به صفر رسانده اما قانون هدایت SSOSM توانایی کنترل نرخ چرخش خط دید را نداشته و سرعت نسبی جانبی را نیز فقط در انتهای درگیری به صفر می‌رساند. توجه شود که در این مرجع علاوه بر نرخ چرخش خط دید از برد نسبی نیز در تعریف سطح لغزش استفاده شده، لذا قادر به صفر کردن نرخ چرخش خط دید تا انتهای رهگیری نمی‌باشد. با توجه به نمودار سرعت نزدیک شوندگی در شکل (۱۰)، در قانون هدایت پیشنهادی از کاهش این متغیر جلوگیری شده و برخورد با سرعت بیشتری نسبت به قانون هدایت SSOSM انجام می‌شود. همانطور که در شکل (۱۱) مشخص است، طبق ایده‌ی کنترل مد لغزشی مرتبه دوم زمان محدود، سطح لغزش ($S=\dot{\lambda}$) و مشتق آن ($\dot{S}$) در مدت زمان محدودی به صفر همگرا می‌شوند. در شکل (۱۲) نیز برای قانون هدایت پیشنهادی، مسیر برخورد رهگیر و هدف مشاهده می‌شود. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۲)، قانون هدایت پیشنهادی در مدت زمان کوتاه‌تر و با صرف انرژی کمتری نسبت به قانون هدایت SSOSM برخورد را انجام می‌دهد.

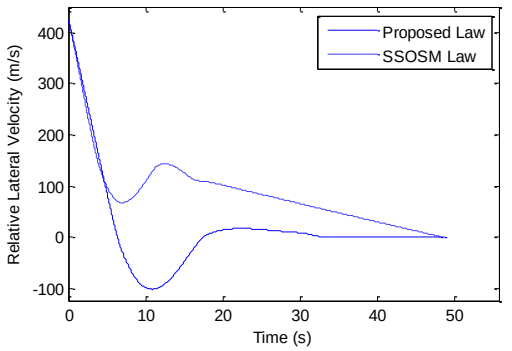
جدول ۲: مقایسه مشخصات بدست آمده از قوانین هدایت در سناریوی درگیری اول

قانون هدایت	زمان برخورد	انرژی کنترلی
Proposed Law	۴۸.۲	۷۱۴۱۸
SSOSM Law	۴۸.۸	۸۰۹۵۲

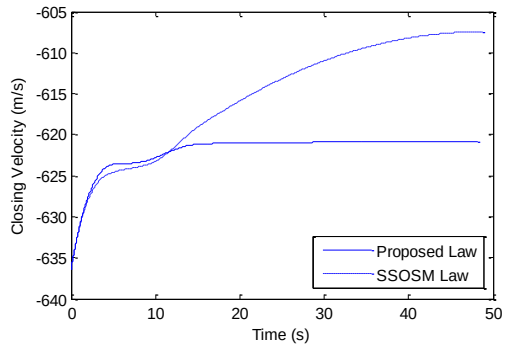
[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]



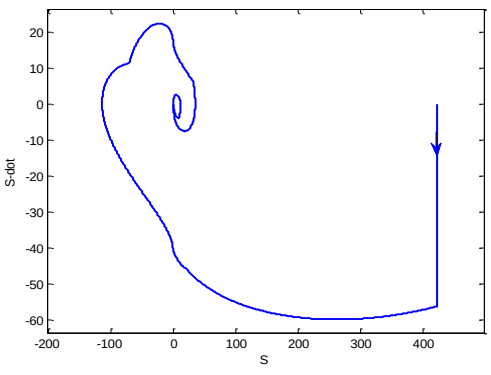
شکل۸: نرخ چرخش خط دید در سناریوی درگیری اول



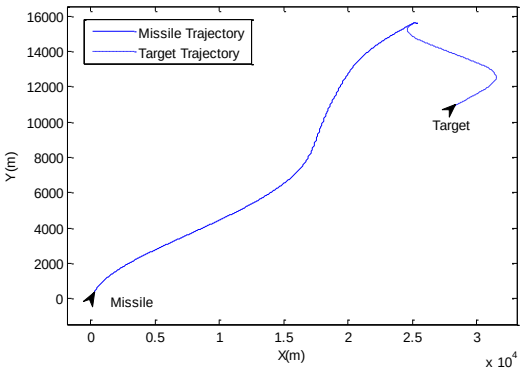
شکل۹ : سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف در سناریوی درگیری اول



شکل ۱۰ : سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف در سناریوی درگیری اول



شکل ۱۱ : منحنی سطح لغزش بر حسب مشتق اول سطح لغزش برای قانون هدایت پیشنهادی در سناریوی درگیری اول



شکل۱۲ : مسیر برخورد رهگیر به هدف برای قانون هدایت پیشنهادی در سناریوی درگیری اول

۴-۲- سناریوی درگیری دوم

در این سناریو هدف با شتاب ثابت ۴ g در راستای عمود بر خط دید و شتاب ثابت ۰.۶ g در راستای خط دید پرواز می‌کند. دیگر پارامترهای شبیه سازی همانند سناریوی اول می‌باشند.

در شکل (۱۳) نمودار شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، شتاب صادر شده توسط قانون پیشنهادی کاملا هموار بوده و در انتهای درگیری، شتاب هدف را دنبال می‌کند. بیشینه اندازه‌ی شتاب صادر شده در قانون هدایت پیشنهادی نیز کوچکتر از قانون هدایت SSOSM می‌باشد.

در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نمودارهای نرخ چرخش خط دید (سطح لغزش) و سرعت نسبی جانبی رسم شده است. قانون پیشنهادی، این متغیرها را در مدت زمان دلخواه به صفر می‌رساند اما در قانون هدایت SSOSM قابلیت کنترل نرخ چرخش خط دید وجود نداشته و سرعت نسبی جانبی نیز بدلیل کوچک شدن مقدار برد نسبی، فقط در انتهای درگیری به نزدیکی صفر می‌رسد.

با توجه در شکل (۱۶)، در قانون هدایت پیشنهادی برخورد با سرعتی حدود ۷۰ متر بر مجذور ثانیه انجام شده اما در قانون هدایت SSOSM در مدت زمان ۹۷.۳ ثانیه سرعت نزدیک شوندگی مثبت می‌شود و با توجه به اینکه یکی از شروط اتمام شبیه‌سازی مثبت شدن این متغیر است، در این لحظه شبیه‌سازی متوقف و حلقه هدایت ناپایدار شده است. توجه شود که در صورت مثبت شدن سرعت نزدیک شوندگی، رهگیر و هدف از یکدیگر دور شده و به اصطلاح هدف از دست رهگیر فرار می‌کند. در نتیجه در این طرح درگیری، قانون هدایت SSOSM قادر به رهگیری هدف نمی‌باشد.

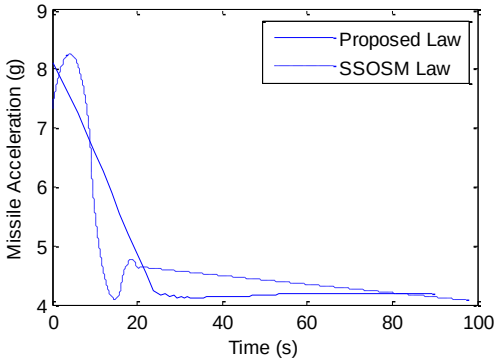
در شکل (۱۷) منحنی مسیر فاز سطح لغزش $S = \dot{\lambda}$ بر حسب مشتق آن $\dot{S}$ نشان داده شده است. همانطور که مشخص است طبق ایده‌ی کنترل مد لغزشی مرتبه دوم زمان محدود، سطح لغزش و مشتق آن در مدت زمان محدودی به صفر همگرا می‌شوند.

در شکل (۱۸) نیز برای قانون هدایت پیشنهادی، مسیر برخورد رهگیر و هدف در سناریوی درگیری دوم مشاهده می‌شود.

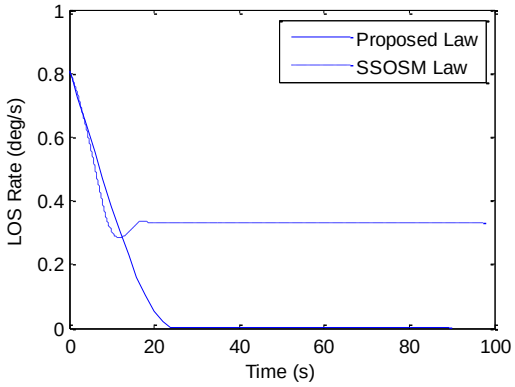
با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۳)، قانون هدایت پیشنهادی در مدت زمان ۸۹.۵ ثانیه برخورد را انجام داده اما در قانون

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]

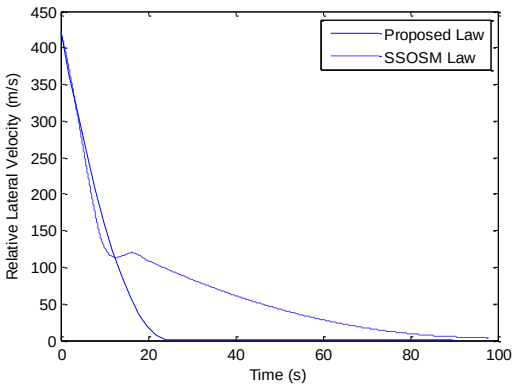
هدایت SSOSM ، در لحظه‌ی ۹۷.۳ ثانیه سرعت نزدیک شوندگی مثبت شده و فاصله‌ی از دست دهی برابر با ۷۱۲ متر می‌باشد. انرژی کنترلی مورد نیاز نیز در قانون هدایت پیشنهادی کمتر از قانون هدایت دیگر می‌باشد. توجه شود که در قانون هدایت پیشنهادی در مقایسه با قانون هدایت SSOSM از متغیرهای کمتری برای تولید دستور شتاب استفاده شده و مدت زمان برخورد در آن نیز با افزایش مقدار γ کاهش می‌یابد.



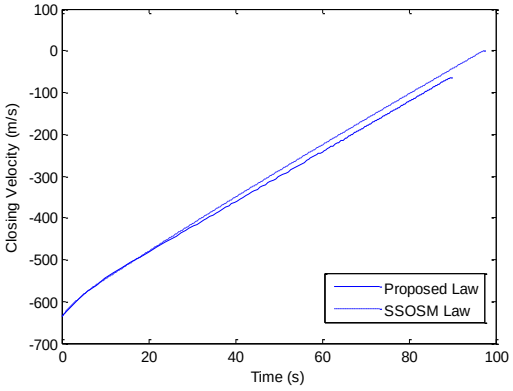
شکل۱۳ : دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در سناریوی درگیری دوم



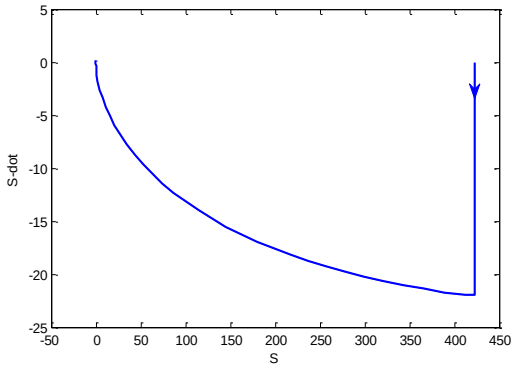
شکل۱۴ : نرخ چرخش خط دید در سناریوی درگیری دوم



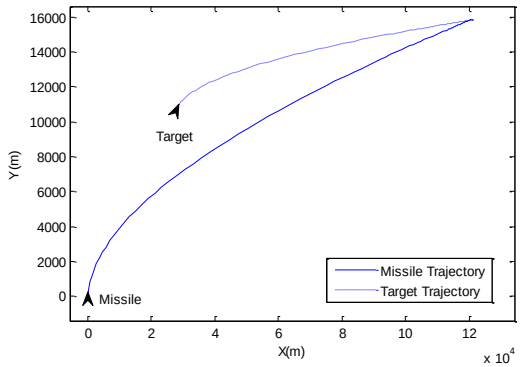
شکل۱۵ : سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف در سناریوی درگیری دوم



شکل۱۶ : سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف در سناریوی درگیری دوم



شکل۱۷ : منحنی سطح لغزش بر حسب مشتق اول سطح لغزش برای قانون هدایت پیشنهادی در سناریوی درگیری دوم



شکل۱۸ : مسیر برخورد رهگیر به هدف برای قانون هدایت پیشنهادی در سناریوی درگیری دوم

جدول ۳: مقایسه مشخصات بدست آمده از قوانین هدایت در سناریوی درگیری دوم

قانون هدایت	زمان اتمام شبیه سازی (ثانیه)	فاصله‌ی از دست دهی (متر)	انرژی مورد نیاز
Proposed Law	۸۹.۵	۰	۱۹۷۱۶۰
SSOSM Law	۹۷.۳	۷۱۲	۲۱۸۵۰۰

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم زمان محدود، قانون هدایت دو نقطه‌ای برای مقابله با اهداف مانوردار طراحی شده است. در الگوریتم ارائه شده، مانورهای هدف به عنوان نامعینی درنظر گرفته شده و نیازی به اندازه‌گیری و یا تخمین این مانورها در حین رهگیری نمی‌باشد. در این قانون هدایت، قابلیت تنظیم مدت زمان صفر شدن نرخ چرخش خط دید (سطح لغزش) وجود دارد که در اینصورت می‌توان مدت زمان و سرعت برخورد و همچنین انرژی صرف شده توسط رهگیر را تنظیم نمود. به دلیل استفاده از مد لغزشی مرتبه دوم، از رخ دادن پدیده‌ی وزوز جلوگیری شده و دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت کاملا هموار می‌باشد.

مراجع

[1] Zarchan, P. "Tactical and Strategic Missile Guidance", AIAA Series, Vol. 199, 2002.

[2] Moon, J., Kim, K., and Kim, Y., "Design of Missile Guidance Law via Variable Structure Control," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 24, No. 4, 2001, pp. 659 – 664.

[3] Lum, K. Y., Xu, J. X., Abidi, K., and Xu, J., "Sliding Mode Guidance Law for Delayed LOS Rate Measurement," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, 18 - 21 August, 2008.

[4] Slotine, J. J. E., and Li, W., Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, 1991, pp. 276-309.

[5] H. K. Khalil., Nonlinear Systems, Prentice Hall, 1996, pp.601-617.

[۶] بهنام گل. و، محمد زمان. ا، ولی. ا. ر، قهرمانی. ن، "طراحی قانون هدایت دو نقطه‌ای با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی" اولین کنفرانس ملی اویونیک، تیرماه ۱۳۹۰، تهران، مرکز ملی توسعه‌ی هوانوردی ایران.

[7] M. R. Becan., "Sliding Mode Control with Fuzzy Boundary Layer to Air-Air Interception Problem," World Academy of Science, Engineering and Technology, 2005.

[8] W. Perruquetti, J. P. Barbot., Sliding Mode Control in Engineering, Marcel Dekker, 2002.

[9] Shtessel, Y. B., Shkolnikov, I. A., and Brown, M. D. J., "AN ASYMPTOTIC SECOND-ORDER SMOOTH SLIDING MODE CONTROL," Asian Journal of Control, Vol. 5, No. 4, pp. 498-504, December 2003.

[10] Evangelista, C., Puleston, P., and Valenciaga, F., "Wind turbine efficiency optimization. Comparative study of controllers based on second order sliding modes," international journal of hydrogen energy 35, 2010, 5934–5939.

[11] Mondal, S., and Mahanta, Ch., "Nonlinear sliding surface based second order sliding mode controller for uncertain linear systems," Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, No.16, 2011, 3760–3769.

[12] Zhou, D., Sun, Sh., and Teo, K. L., " Guidance Laws with Finite Time Convergence," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 6, November–December 2009.

[۱۳] محمدزمان، ا.، مومنی، ح. ر.، "طراحی قانون هدایت با استفاده از روش پایداری زمان کوتاه،" فصلنامه علمی پژوهشی علوم و فناوری فضایی، جلد ۳، شماره ۱ و ۲، ۱۳۸۹.

[۱۴] محمدزمان. ا، مومنی. ح. ر، "طراحی قانون هدایت تناسبی - انتگرالی با همگرایی زمان محدود"، مجله مکانیک و هوا فضا، دانشگاه امام حسین، جلد۷، شماره ۱، صفحه ۷۱-۸۱، ۱۳۹۰.

[15] Shtessel, Y. B., Shkolnikov, I. A., and Levant, A., "Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application," Automatica, NO 43, 2007, pp. 1470 – 1476.

[16] Harl, N., and Balakrishnan, S. N., "Impact Time and Angle Guidance with Sliding Mode Control," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 10 - 13 August 2009, Chicago, Illinois.

[۱۷] محمدزمان، ا.، مومنی، ح. ر.، "طراحی قانون هدایت تناسبی- انتگرالی با استفاده از ملاک دایره،" مجله کنترل، جلد ۴، شماره ۲، صفحه ۱۱-۱۹، ۱۳۸۹.

[18] Hong, Y., Huang, J., and Xu, Y., "On an Output Feedback Finite-Time Stabilization Problem," IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. 46, NO. 2, FEBRUARY 2001.

[Downloaded from joc-isice.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3]