

# کنترل کننده خودتنظیم فازی-PID دو درجه آزادی برای سیستم زیر تحرک آونگ وارون با عدم قطعیت های مدل

سما ناظران<sup>۱</sup>، محمد فرخی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران samanazeran@yahoo.com

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران farrokhi@iust.ac.ir

قطب علمی مدل سازی و کنترل سیستم های پیچیده

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۳۱

ویرایش دوم: ۱۴۰۱/۰۴/۲۰

ویرایش اول: ۱۴۰۰/۱۲/۰۹

دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۰۷

**چکیده:** در این مقاله، برای کنترل سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی از کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی استفاده شده است. قوام کنترل کننده طراحی شده، درمقابل عدم قطعیت در پارامترهای سیستم آزمایشگاهی و اغتشاش خارجی مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر آن، کنترل کننده پیشنهادی درمقابل نویز اندازه گیری آزمایش شده است. تحلیل پایداری روش پیشنهادی با استفاده از نمودارهای بودی در حوزه فرکانس بررسی شده است. عملکرد کنترل کننده فازی-PID دودرجه آزادی با کنترل کننده PID دودرجه آزادی مقایسه شده. نتایج آزمایشگاهی نشان از کارآیی بهتر کنترل کننده پیشنهادی دارد.

**کلمات کلیدی:** کنترل کننده PID با دو درجه آزادی، آونگ وارون آزمایشگاهی، عدم قطعیت پارامتری، اغتشاش خارجی، سیستم فازی.

## 2-DoF Self-tuning Fuzzy PID Controller for Under-actuated Inverted Pendulum System with Uncertainties in Model

Sama Nazeran, Mohammad Farrokhi

**Abstract:** In this manuscript, the laboratory inverted pendulum mounted on a cart has been controlled using 2-DOF self-tuning fuzzy PID controller. The robustness of the proposed method is investigated against the uncertainties in the system's parameters and external disturbances. Moreover, the proposed method is tested against measurement noises. Stability of the proposed method is investigated using Bode diagrams in frequency domain. Performance of the 2Dof-fuzzy-PID controller is compared with the 2-DoF PID controller. The practical results indicates better performance of the proposed method.

**Keywords:** 2-DOF PID controller, laboratory inverted pendulum, parametric uncertainty, external disturbance, fuzzy system

## ۱- مقدمه

کنترل و تجزیه و تحلیل کردن سیستم ها با دینامیک پیچیده و غیر خطی به-کمک کنترل کننده های کلاسیک بسیار پیچیده می باشد. در سال ۱۹۶۵ میلادی با معرفی روش های فازی کنترل این دسته از سیستم ها ساده تر شد. کنترل فازی بر اساس منطق فازی مقادیر ورودی را تحلیل می کند. متغیرها در این روش، مقادیری بین صفر و یک دارند. منطق فازی می تواند درست، نادرست و به صورت جزئی درست یا نادرست باشد. از مزایای این روش، استفاده از تجربیات شخص خبره برای کنترل سیستم است. امروزه در اکثر فرآیندهای صنعتی جهان از کنترل کننده PID استفاده می شود. ولی عملکرد آن نه تنها به تنظیم پارامترها بلکه به پدیده هایی مانند اشباع کنترل کننده و فیلتر نقطه تنظیم بستگی دارد. از مزایای طراحی کنترل کننده PID به کمک روش منطق فازی عبارت است از:

- ۱- در شرایط ایده آل، تقریب خوبی بین کنترل کننده PID و خودتنظیم فازی به وجود می آید.
- ۲- کنترل کننده PID به صورت بهره متغیر، کنترل سیستم های پیوسته را مشکل می سازد.
- کنترل فازی راه حلی مناسب در این زمینه می باشد. در طراحی کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی، از تمام قواعد و توابع عضویت تعریف شده برای طراحی کنترل کننده خودتنظیم فازی PID استفاده خواهد شد.
- آونگ وارون یکی از ساختارهای مطرح در مهندسی کنترل است به-طوری که در آزمایشگاه های کنترل معمولاً یافت می شود. مساله اصلی در سیستم آونگ وارون، پایدار کردن زاویه آونگ نسبت به محور عمودی است. روابط حاکم بر این سیستم با معادلات حالت بیان می شود. از آن جایی که این سیستم، غیرخطی و نامینیم فاز است، پیدا کردن ارتباط بین نیروی اعمالی به ارباب و زاویه آونگ به سادگی امکان پذیر نیست و نیاز به قوانین پیچیده ای دارد. از نتایج کنترل این سیستم می توان در کاربردهای مختلف مانند ربات های پادار استفاده کرد.
- از روش های کنترلی متفاوتی برای سیستم آونگ وارون استفاده شده است. هر کدام از این روش ها دارای مزایا و معایبی هستند و به طور کلی به دو دسته تقسیم می شوند:

- دسته اول: روش های کلاسیک مانند کنترل مقاوم، حسابان کسری و تنظیم کننده خطی مرتبه دو
- دسته دوم: روش های هوشمند مانند الگوریتم ژنتیک، منطق فازی و شبکه های عصبی
- تنظیم ضرایب به کمک روش های هوشمند مزایای خاص خودش را دارد [۱]. در این مقاله، هدف استفاده از منطق فازی برای تنظیم ضرایب کنترل کننده PID مرتبه دو است.
- برای طراحی کنترل کننده به روش حسابان کسری ( $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ) که در آن پارامترهای  $\lambda$  و  $\mu$  مقادیری بین صفر و یک دارند، نیازمند به کارگیری

روش های محاسباتی مبتنی بر حسابان کسری است. از مزایای این روش می توان افزایش مقدار پایداری، دفع اغتشاش سریع تر، افزایش زمان استقرار و کاهش میزان بالازدگی نام برد و از معایب آن پیچیده بودن محاسبات است. طراحی کنترل کننده به این روش باعث افزایش مقاومت در برابر تغییرات شرایط محیطی می شود. با محاسبه تابع حساسیت می توان این موضوع را ثابت کرد. از معایب آن می توان به پیچیده بودن محاسبات اشاره کرد [۲ و ۳].

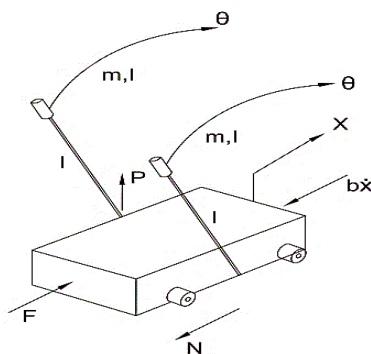
در کنترل سیستم آونگ وارون هدف، طراحی کنترل کننده ای است که توانایی دفع اغتشاشات خارجی را داشته و بتواند در برابر تغییر پارامترهای سیستم و شرایط محیطی نیز مقاومت کند. پایدار کردن سیستم ها در این شرایط کار دشواری است. جهت دستیابی به این اهداف، از روش تنظیم کننده خطی مرتبه دو و کنترل مد لغزشی استفاده شده است. از مزایای این روش تحمل اغتشاش و عدم قطعیت به صورت همزمان در سیستم است [۴]. نتایج نشان می دهد که پاسخ حالت ماندگار در این طراحی بهبود یافته و زمان استقرار افزایش پیدا کرده؛ همچنین زمان صعود کاهش و زاویه آونگ و موقعیت ارباب به سرعت به مقادیر مطلوب خود رسیده اند.

از روش کنترل مد لغزشی نیز می توان برای کنترل آونگ وارون دوار نیز استفاده کرد. ابتدا مختصات مرکز ثقل المان ها تعیین می شود. سپس قانون پایستگی انرژی (مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل) محاسبه و رابطه لاگرانژ به کمک این قانون محاسبه شده است. متغیرهای فضای حالت (معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم) به کمک روش مد لغزشی کنترل شده است. مقادیر بهینه وزن های شبکه عصبی به کمک الگوریتم ژنتیک محاسبه شده است. نتایج نشان داد که مقدار خطا به مقدار صفر نزدیک شده است [۵].

در روش الگوریتم ژنتیک، ضرایب PID در بازه های از پیش تعیین شده تغییر می کنند. از مزایای این روش، بهبود زمان صعود، کاهش مقدار بالازدگی و بهترین راه برای کنترل سیستم های غیرخطی است [۶]. در این روش ابتدا می بایست معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را با در نظر گرفتن سروو موتور DC نوشت. جهت اطمینان حاصل کردن از مدل به-دست آمده، پارامترهای سیستم را تغییر داده و در هر مرحله کنترل کننده PID را طراحی کرده اند. پس از به دست آوردن مدل قطعی سیستم، کنترل کننده نهایی را طراحی کرده و ضرایب آن را به کمک الگوریتم ژنتیک تنظیم کرده اند. در نهایت سیستم را در برابر شرایط محیطی متفاوت قرار داده و مقدار مقاومت آن مورد سنجش قرار گرفته است [۷].

برای تنظیم ضرایب کنترل کننده PID می توان از روش شبکه های عصبی نیز استفاده کرد. پس از خطی سازی معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم آونگ وارون، به کمک روش بسط تیلور، PID را طراحی کرده و ضرایب آن را تنظیم می کنند. پس از پایدار شدن سیستم، اثر نویز اندازه گیری (نویز بروی سنسور) و اثر نویز بروی پارامترهای سیستم مورد بررسی قرار گرفته است [۸].

یکی از راه های پایدار سازی سیستم آونگ وارون، استفاده از روش



شکل ۱: سیستم آونگ وارون ساخت شرکت Feedback [۱۴]

جدول ۱: پارامترهای سیستم آونگ وارون [۱۴]

|          |                      |                                     |
|----------|----------------------|-------------------------------------|
| $M$      | جرم ارابه            | $۴,۲ \text{ Kg}$                    |
| $m$      | جرم آونگ             | $۰,۲۳ \text{ Kg}$                   |
| $B$      | ضریب اصطکاک ارابه    | $۰,۰۵ \frac{\text{Nm}}{\text{sec}}$ |
| $F$      | نیروی وارد بر ارابه  | $\text{N}$                          |
| $L$      | طول آونگ از مرکز ثقل | $۰,۳۶ - ۰,۴ \text{ m}$              |
| $I$      | معان اینرسی آونگ     | $۰,۰۹۹ \text{ kgm}^2$               |
| $x$      | موقعیت ارابه         | $\text{m}$                          |
| $\theta$ | زاویه آونگ           | $\text{Deg}$                        |
| $g$      | گرانش زمین           | $۹,۸۱ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  |

در جدول ۱ پارامترهای سیستم آونگ وارون ساخت شرکت فیدبک آورده شده است [۱۴].

برای طراحی کنترل کننده ها به توابع تبدیل سیستم نیاز است. برای محاسبه این توابع تبدیل ابتدا معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را خطی سازی کرده و سپس نسبت خروجی ها (موقعیت موقعیت ارابه و زاویه آونگ) به ورودی (نیرو حاکم بر سیستم) به دست آورده می شود. تابع تبدیل سیستم خطی شده (یعنی زاویه آونگ به ورودی کنترلی و موقعیت ارابه به ورودی کنترلی) به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{(ml/q)s}{s^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (۲)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{(I+ml^2)}{q}s^2 - \frac{mgl}{q}}{s^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (۳)$$

که در آن ها

$$q = [(M+m)(I+ml^2) - (ml)^2]$$

فازی است. پایگاه قواعد، موتور استنتاج، فازی گر و فازی زدا از اجزا مهم سیستم فازی هستند. از مزایای کنترل کننده های فازی، استفاده از تجربه شخص خبره، عدم نیاز به تعریف قوانین کنترلی پیچیده به صورت کلاسیک و قابلیت استفاده در سیستم های غیرخطی است [۹-۱۱]. با کنترل سیستم آونگ وارون به کمک منطق فازی خطای حالت ماندگار کاهش ولی زمان استقرار مقدار چشمگیری افزایش می یابد.

برای سنجش خطای ردیابی، یافتن بهترین کنترل کننده از لحاظ معیارهای کنترلی و پایداری سیستم می توان از روش مد لغزشی و شبکه های عصبی با توابع پایه ای شعاعی (RBF) استفاده کرد. نتایج به دست آمده نشان داد که مقدار چترینگ کاهش، پایداری سیستم افزایش و مقدار خطا در کنترل موقعیت ارابه به مقدار قابل ملاحظه ای کاهش یافته است [۱۲]. همچنین با شبیه سازی نشان داده شده که سرعت همگرایی پاسخ نیز افزایش یافته است [۱۳].

در این مقاله، از کنترل کننده PID با دو درجه آزادی استفاده شده است. از سیستم فازی به عنوان ناظر برای تنظیم ضرایب PID با دو درجه آزادی در طول زمان بهره گرفته شده است. عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم بررسی شده است. عدم قطعیت هایی مانند تغییر در جرم آونگ و ارابه نیز در نظر گرفته شده است. همچنین، عملکرد کنترل کننده ها در حضور نویز اندازه گیری با یکدیگر مقایسه شده است. علاوه بر آن، با استفاده از روش های حساسیت و نمودارهای بودی، دفع اغتشاش ورودی و حذف نویز در کنترل کننده های خود تنظیم فازی PID و فازی PID با دو درجه آزادی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

ساختار این مقاله متشکل از موارد زیر است. در بخش دوم به خطی سازی معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم آونگ وارون و طراحی کنترل کننده های PID و فازی PID با دو درجه آزادی پرداخته شده است. نتایج آزمایشگاهی به دست آمده از کنترل این سیستم در حضور کنترل کننده های طراحی شده در بخش سوم نشان داده شده است. تجزیه و تحلیل نتایج و نتیجه گیری نیز در بخش چهارم مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- معادلات حاکم بر سیستم آونگ وارون

سیستم آونگ وارون دارای یک ورودی (نیروی وارد بر ارابه) و دو خروجی (موقعیت ارابه و زاویه آونگ) است (شکل ۱). روابط دینامیکی حاکم بر سیستم عبارت است از [۱۴]

$$(M+m)\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + ml\ddot{\theta}(t)\cos\theta(t) - ml\dot{\theta}^2(t)\sin\theta(t) = F \quad (۱)$$

$$(I+ml^2)\ddot{\theta}(t) - mgl\sin\theta(t) + ml\ddot{x}(t)\cos\theta(t) = 0$$

در کنترل کننده PID، معمولاً ابتدا ضرایب تناسبی و مشتق گیر به صورت مستقیم تعیین و ضریب انتگرال گیر به صورت نسبتی از این دو ضریب به صورت زیر تعیین می شوند:

$$T_i = \alpha T_d$$

$$k_i = \frac{k_p}{\alpha T_d} = \frac{k_p^2}{\alpha k_d} \quad (9)$$

که در آن ها  $T_i$  ثابت انتگرالی،  $T_d$  ثابت مشتقی و  $\alpha$  ضریبی است که توسط طراح و با توجه به سیستم مورد نظر تعیین می شود. برای راحتی محاسبات، از مقادیر نرمال شده ضرایب  $k_p$  و  $k_d$  بین صفر و یک به صورت زیر استفاده می شود:

$$k'_p = \frac{k_p - k_{p\min}}{k_{p\max} - k_{p\min}} \quad (10)$$

$$k'_d = \frac{k_d - k_{d\min}}{k_{d\max} - k_{d\min}} \quad (11)$$

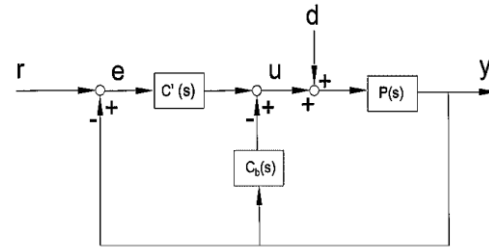
که در آن ها  $k_p \in [k_{p\min}, k_{p\max}]$  و  $k_d \in [k_{d\min}, k_{d\max}]$ . مقادیر کمینه و بیشینه ضرایب معمولاً توسط شرکت سازنده سیستم ارائه می شود. برای سیستم آونگ وارون به کاررفته در این مقاله  $k_p \in [0, 0.1]$  و  $k_d \in [0, 5]$  می باشد. در این مقاله، از روش توضیح داده شده در بالا در طراحی کنترل کننده فازی PID استفاده می شود.

برای تنظیم هر کدام از ضرایب  $k'_p$ ،  $k'_d$  و  $\alpha$  از یک سیستم فازی استفاده شده است. بنابراین، در مجموع به ۵ سیستم فازی (۳ سیستم فازی برای کنترل کننده PID در مسیر پیشخورد و ۲ سیستم فازی برای کنترل کننده PD در مسیر پسخورد) مطابق با شکل ۲ نیاز می باشد. ورودی سیستم های فازی، خطای ردیابی مربوط به موقعیت ارا به و مشتق آن است. از ۷ تابع عضویت مثلثی برای ورودی های سیستم فازی استفاده شده است (شکل ۳). شکل های ۴ و ۵ توابع عضویت خروجی سیستم فازی برای تنظیم ضرایب  $k'_p$ ،  $k'_d$  و  $\alpha$  را نشان می دهد. قواعد فازی اگر-آنگاه نیز در جداول ۲ تا ۴ نشان داده شده است [۱۶].

با استفاده از موتور استنتاج ضرب ممدانی، فازی گر تکین و فازی زدا میانگین مرکز، خروجی نرمال شده این سه سیستم فازی عبارت است از

$$k'_p(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_p^l \mu_{A'}(e(t)) \mu_{B'}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A'}(e(t)) \mu_{B'}(\dot{e}(t))} \quad (12)$$

$$k'_d(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_d^l \mu_{A'}(e(t)) \mu_{B'}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A'}(e(t)) \mu_{B'}(\dot{e}(t))} \quad (13)$$



شکل ۲: بلوک دیاگرام کنترل کننده PID با دو درجه آزادی با ساختار پسخورد

## ۲-۱ طراحی کنترل کننده PID با دو درجه آزادی

کنترل کننده PID با دو درجه آزادی ۵ ساختار معادل دارد [۱۵] که در این مقاله از ساختار پسخورد استفاده شده است (شکل ۲). دلیل استفاده از این ساختار این است که در این طراحی، مقدار مطلوب برای موقعیت ارا به و زاویه آونگ برابر با صفر است. روابط حاکم در کنترل کننده PID با ساختار پسخورد عبارت است از [۱۵]

$$C'(s) = k_p \left\{ (1-\gamma) + \frac{1}{T_i s} + (1-\beta)T_d s \right\} \quad (4)$$

$$C_b(s) = k_p \{ \gamma + \beta T_d s \} \quad (5)$$

که در آن ها  $\gamma$  وزن بخش تناسبی و  $\beta$  وزن بخش مشتق گیر است.

پاسخ به ورودی مرجع و پاسخ به اغتشاش در کنترل کننده PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۲ برابر است با

$$G_{yr} = \frac{P(s)C'(s)}{1 + P(s)C'(s)} + \frac{P(s)C_b(s)}{1 + P(s)C_b(s)} \quad (6)$$

$$G_{yd} = \frac{P(s)}{1 + P(s)C'(s)} \quad (7)$$

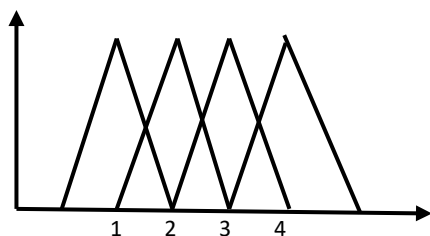
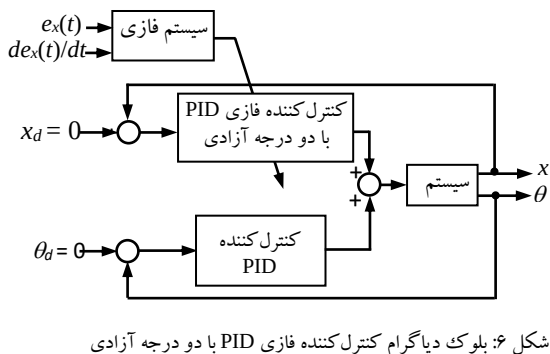
که در آن ها  $G_{yr}$  پاسخ خروجی به ورودی مرجع،  $G_{yd}$  پاسخ خروجی به اغتشاش،  $G_b(s)$  کنترل کننده مسیر پسخورد (PD)،  $C'(s)$  کنترل کننده PID و  $P(s)$  تابع تبدیل سیستم موردنظر می باشد. با تنظیم کردن پارامترهای  $G_b(s)$ ، پاسخ سیستم به ورودی در کنترل کننده PID با دو درجه آزادی تنظیم خواهد شد. نشان داده می شود که می توان مقدار بالازدگی در این PID را به مقادیر خیلی کوچک تقلیل داد [۱۵].

## ۲-۲ طراحی کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی

برای طراحی کنترل کننده PID، ضرایب تناسبی، انتگرال گیر و مشتق گیر باید به طور مناسب تعیین شوند. معادله این کنترل کننده در حوزه زمان برابر است با

$$U_{PID} = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \dot{e}(t) \quad (8)$$

که در آن  $e(t)$  و  $\dot{e}(t)$  به ترتیب خطای ردیابی و مشتق آن،  $k_p$ ،  $k_i$  و  $k_d$  به ترتیب ضرایب تناسبی، انتگرالی و مشتق گیر و  $U_{PID}$  سیگنال کنترلی است.

شکل ۵: توابع عضویت تنظیم ضرایب  $\alpha$ 

شکل ۶: بلوک دیاگرام کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی

جدول ۲: قواعد تنظیم ضرایب  $k'_d$ 

|        |    | $\dot{e}(t)$ |    |    |    |    |    |    |  |
|--------|----|--------------|----|----|----|----|----|----|--|
| $e(t)$ |    | NB           | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |  |
|        | NB | S            | S  | S  | S  | S  | S  | S  |  |
|        | NM | B            | B  | S  | S  | S  | B  | B  |  |
|        | NS | B            | B  | B  | S  | B  | B  | B  |  |
|        | ZO | B            | B  | B  | B  | B  | B  | B  |  |
|        | PS | B            | B  | B  | S  | B  | B  | B  |  |
|        | PM | B            | B  | S  | S  | S  | B  | B  |  |
|        | PB | S            | S  | S  | S  | S  | S  | S  |  |

جدول ۳: قواعد تنظیم ضرایب  $k'_p$ 

|        |    | $\dot{e}(t)$ |    |    |    |    |    |    |  |
|--------|----|--------------|----|----|----|----|----|----|--|
| $e(t)$ |    | NB           | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |  |
|        | NB | B            | B  | B  | B  | B  | B  | B  |  |
|        | NM | S            | B  | B  | B  | B  | B  | S  |  |
|        | NS | S            | S  | B  | B  | B  | S  | S  |  |
|        | ZO | S            | S  | S  | B  | S  | S  | S  |  |
|        | PS | S            | S  | B  | B  | B  | S  | S  |  |
|        | PM | S            | B  | B  | B  | B  | B  | S  |  |
|        | PB | B            | B  | B  | B  | B  | B  | B  |  |

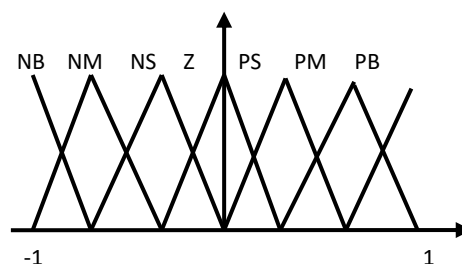
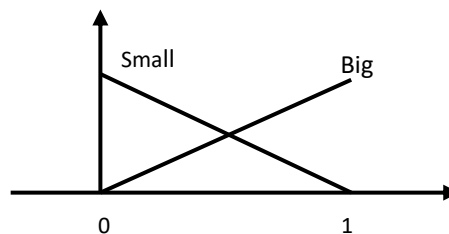
$$\alpha(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_\alpha^l \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))} \quad (14)$$

که در آن ها  $A^l$  و  $B^l$  توابع عضویت تعریف شده در شکل ۳، و  $\bar{y}_\alpha^l$ ،  $\bar{y}_\alpha^l$  و  $\bar{y}_d^l$  به ترتیب مرکز توابع عضویت در شکل های ۴ و ۵ است [۱۶]. پس از تعیین خروجی سیستم های فازی، مقدار ضرایب  $k_p$ ،  $k_i$  و  $k_d$  با استفاده از معادلات (۹) تا (۱۱) به دست می آیند.

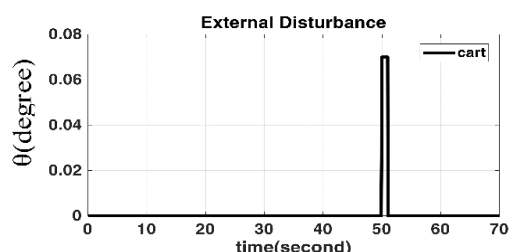
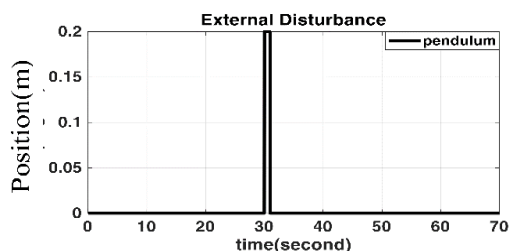
بلوک دیاگرام روش پیشنهادی در شکل ۶ نشان داده شده است. برطبق این بلوک دیاگرام، کنترل کننده پیشنهادی از دو بخش تشکیل می شود:

(۱) برای بخش تحریک شده سیستم (یعنی  $x$ ) از «کنترل کننده PID با دو درجه آزادی» استفاده شده است. ضرایب بخش PID این کنترل کننده که در مسیر پیشخورد قرار دارد (یعنی  $C'(s)$  در شکل ۲) توسط سیستم فازی پیشنهادی تنظیم می شود و ضرایب بخش پسخورد آن (یعنی  $C_b(s)$  در شکل ۲) کنترل کننده معمولی است. به منظور ساده شدن ساختار این کنترل کننده و کاهش تعداد قواعد، ورودی سیستم فازی برای تنظیم ضرایب بخش PID این کنترل کننده، خطای موقعیت ارا به ( $e_x$ ) و مشتق آن ( $de_x/dt$ ) در نظر گرفته شده است.

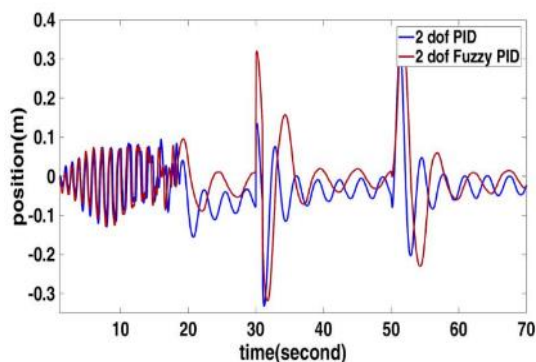
(۲) برای بخش تحریک نشده سیستم (یعنی  $\theta$ ) از کنترل کننده PID معمولی استفاده شده است

شکل ۳: توابع عضویت  $e_x(t)$  و  $\dot{e}_x(t)$ شکل ۴: توابع عضویت تنظیم ضرایب  $k'_d$  و  $k'_p$

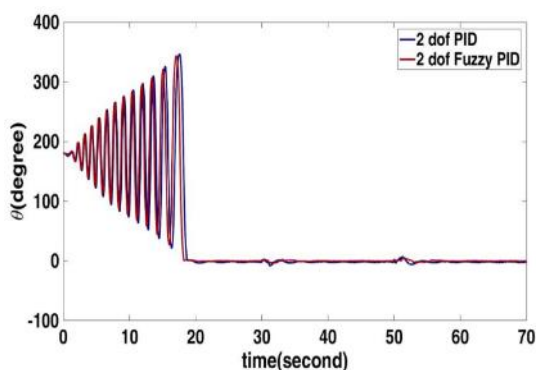
اغتشاش را تحمل کرد و در کنترل آونگ، کنترل کننده PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار اغتشاش را تحمل کرده است.



شکل ۷: اغتشاش خارجی وارد شده به ارایه و آونگ



شکل ۸: عملکرد کنترل کننده ها در پایداری سازی موقعیت ارایه (swing up به همراه اغتشاشات خارجی)



شکل ۹: عملکرد کنترل کننده ها در پایداری سازی زاویه آونگ (swing up به همراه اغتشاشات خارجی)

جدول ۴: قواعد تنظیم ضرایب  $\alpha$

| $\dot{e}(t)$ |    | $e(t)$ |   |   |   |   |   |   |
|--------------|----|--------|---|---|---|---|---|---|
|              |    | N      | N | N | Z | P | P | P |
| $e(t)$       | NB | 2      | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|              | N  | 3      | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
|              | NS | 4      | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 4 |
|              | ZO | 5      | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 |
|              | PS | 4      | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 4 |
|              | PM | 3      | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
|              | PB | 2      | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

ضرایب وزنی در معادلات (۴) و (۵) برای تابع تبدیل خطی آونگ (معادله (۲)) برابر  $\beta = 0.1$  و  $\gamma = 0.3$  و برای تابع تبدیل خطی ارایه (معادله (۳)) برابر  $\beta = 0.3$  و  $\gamma = 0.1$  در نظر گرفته شده است. آزمایش های انجام شده بر روی سیستم آزمایشگاهی آونگ وارون که ساخت شرکت فیدبک انگلستان است، برای دو حالت ارایه شد

- ۱- اعمال عدم قطعیت در پارامترهای سیستم و اغتشاش خارجی در حرکت swing up.
- ۲- اعمال نویز اندازه گیری به حسگرهای زاویه آونگ و موقعیت ارایه.

### ۳-۱- بررسی عدم قطعیت در پارامترهای سیستم و اغتشاش خارجی در حرکت swing up

عدم قطعیت بررسی شده در این آزمایش از نوع پارامتری می باشد. بدین منظور وزنه ای به جرم ۱۰۰ گرم به آونگ متصل شده است. علاوه بر آن، در زمان ۳۰-۳۱ ثانیه اغتشاش به ارایه و در زمان ۵۰-۵۱ ثانیه اغتشاش به آونگ وارد شده است (شکل ۷). نتایج عملکرد کنترل کننده های PID با دو درجه آزادی و خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در شکل های ۸ تا ۱۰ آورده شده است. شکل ۱۱ تغییرات ضرایب کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی را نشان می دهد.

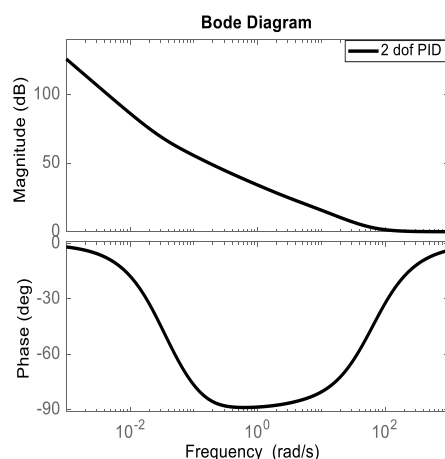
از مقایسه عملکرد کنترل کننده ها با یکدیگر می توان نتیجه گرفت که کنترل کننده PID با دو درجه آزادی و خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار اغتشاش را دفع کرده است. درواقع این امری که انتظار نیز می رفت زیرا کنترل کننده خود تنظیم فازی PID با دودرجه آزادی قابلیت دفع اغتشاش بیشتری را دارد.

برای اعمال اغتشاش خارجی، پالس به مدت یک ثانیه و با بیشینه دامنه ای که قابل تحمل برای کنترل کننده باشد، به صورت جداگانه به ارایه و آونگ وارد شد. در کنترل ارایه، کنترل کننده PID دو درجه آزادی مقدار ۰٫۲ متر و فازی PID دو درجه آزادی ۰٫۳ متر اغتشاش خارجی را تحمل کرده اند. در کنترل آونگ، کنترل کننده PID دو درجه آزادی مقدار ۵٫۴ درجه و فازی PID دو درجه آزادی ۳٫۶ درجه اغتشاش خارجی را تحمل کرده اند. پس می توان نتیجه گرفت که در کنترل ارایه، کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار

حساسیت آن هم بزرگتر شده است. با وارد شدن اغتشاش خارجی به ارباب، کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی با افزایش حاشیه پایداری توانستند سیستم را پایدار نگه دارند.

جدول ۵: ضرایب انتخاب شده از نمودار تغییرات ضرایب کنترل کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی

| حالت       | PID            | PD          |
|------------|----------------|-------------|
| حالت اول   | $k_{p1} = 2$   | $k_p = 0.1$ |
|            | $k_{i1} = 0.2$ | $k_d = 0.3$ |
|            | $k_{d1} = 4$   |             |
| حالت دوم   | $k_{p2} = 2$   | $k_p = 0.1$ |
|            | $k_{i2} = 0.2$ | $k_d = 0.3$ |
|            | $k_{d2} = 4$   |             |
| حالت سوم   | $k_{p3} = 2$   | $k_p = 0.1$ |
|            | $k_{i3} = 1.5$ | $k_d = 0.3$ |
|            | $k_{d3} = 4$   |             |
| حالت چهارم | $k_{p4} = 2$   | $k_p = 0.1$ |
|            | $k_{i4} = 1.5$ | $k_d = 0.3$ |
|            | $k_{d4} = 4$   |             |



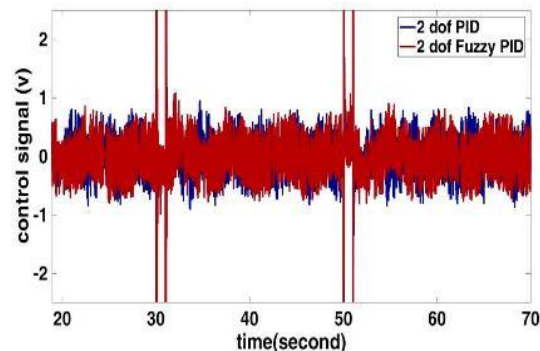
شکل ۱۲: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارباب حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاش خارجی

## ۲-۳- بررسی نویز اندازه گیری در سیستم آونگ وارون

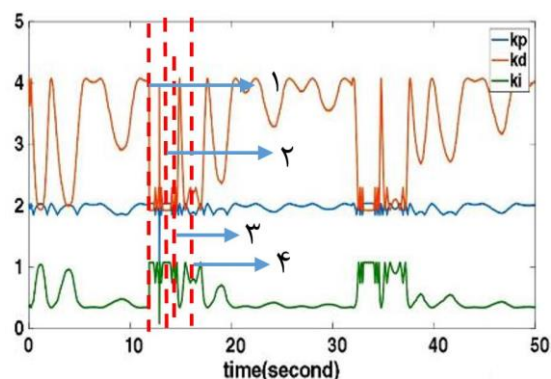
برای ایجاد نویز از بلوک نویز سفید با پهنای باند محدود در نرم افزار متلب استفاده شده است (شکل ۱۴). نتایج عملکرد کنترل کننده ها در شکل های ۱۵ تا ۱۷ نشان داده شده است. نمودار تغییر ضرایب کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی نیز در شکل ۱۸ نشان داده شده است.

از مقایسه کنترل کننده ها با یکدیگر می توان نتایج زیر را گرفت:

۱- برای کنترل ارباب، کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی عملکرد بهتری را داشته است.



شکل ۱۰: سیگنال های کنترلی (swing up) به همراه اغتشاشات خارجی



شکل ۱۱: ضرایب کنترل کننده های خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاشات خارجی

برای تحلیل قابلیت دفع اغتشاش در حضور کنترل کننده های مختلف از تابع حساسیت و رسم نمودارهای بودی استفاده می شود. زیرا بر طبق تحلیل حساسیت، در فرکانس هایی که اغتشاش بیشترین مقدار دامنه را دارد، تابع حساسیت کمترین مقدار را خواهد داشت. رابطه محاسبه حساسیت (مبانی کنترل مقاوم) عبارت است از

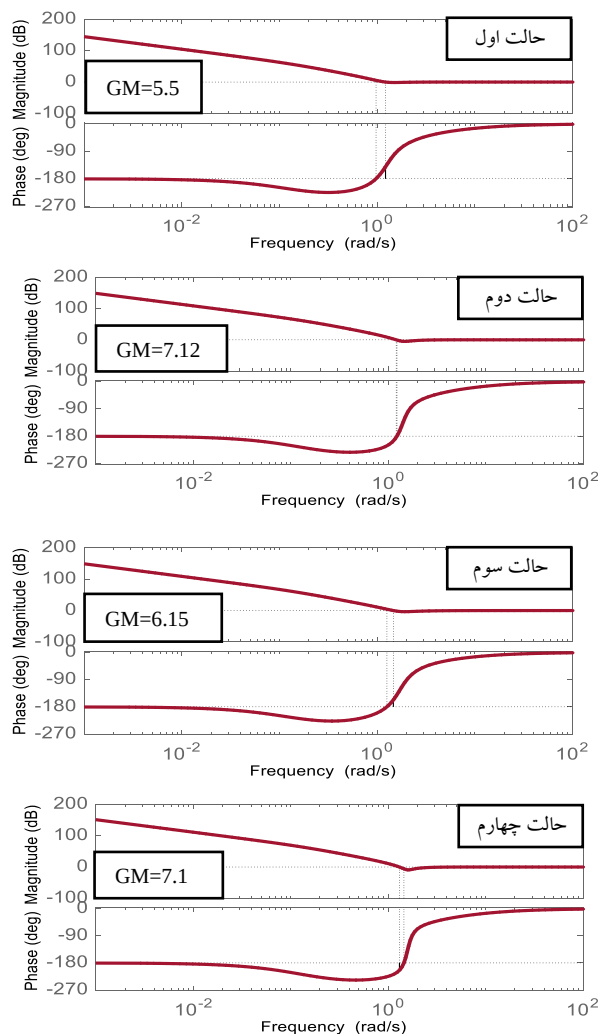
$$T(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} \quad (15)$$

که در آن  $G(s)$  تابع تبدیل سیستم خطی شده مورد بررسی و  $C(s)$  تابع تبدیل کنترل کننده طراحی شده است.

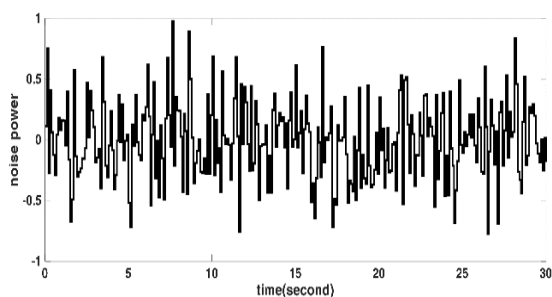
مقدار ضرایب انتخاب شده برای ترسیم نمودارهای بودی در حضور کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۱۱ برای چهار لحظه مختلف استخراج شده است (جدول ۵). در شکل های ۱۲ و ۱۳ پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارباب در حضور کنترل کننده های PID با دو درجه آزادی و فازی PID با دو درجه آزادی نشان داده شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده دامنه حساسیت در حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی حدوداً ۱۲۰ dB است. در آزمایشگاه، ارباب در حضور این کنترل کننده مقدار ۰/۲ متر اغتشاش را تحمل کرده است در حالی که کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی مقدار ۰/۳ متر اغتشاش را در آزمایشگاه تحمل کرده و دامنه حساسیت آن حدوداً ۲۰۰ dB است. بنابراین، می توان نتیجه گرفت که کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی اغتشاش خارجی بیشتری را تحمل کرده است. پس دامنه تابع

دست آمده از نمودارهای بودی و آزمایشگاه در حضور کنترل کننده های طراحی شده، آورده شده است.



شکل ۱۳: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارباب در حضور کنترل کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاش خارجی



شکل ۱۴: نویز سفید وارد شده به سیستم

۲- کنترل کننده PID با دو درجه آزادی نسبت به فازی PID با دو درجه آزادی در مقابل حذف نویز اندازه گیری مقاوم تر است. یعنی نویز با توان بیشتری را تحمل می کند.

مقدار ضرایب انتخاب شده برای ترسیم نمودار بودی در حضور فازی PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۱۳ برای چهار لحظه مختلف استخراج شده است (جدول ۶).

برای نشان دادن قابلیت مقابله با نویز در حضور کنترل کننده های مختلف می توان از تابع مکمل حساسیت استفاده کرد. زیرا در فرکانس هایی که نویز بیشترین مقدار دامنه را دارد، تابع مکمل حساسیت کمترین مقدار را خواهد داشت. رابطه محاسبه تابع مکمل حساسیت (مبانی کنترل مقاوم) چنین است

$$C'(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (16)$$

که در آن  $G(s)$  سیستم مورد بررسی و  $C(s)$  کنترل کننده طراحی شده است.

برای محاسبه تابع مکمل حساسیت نیاز به تابع تبدیل نویز می باشد که برای محاسبه آن، ابتدا از داده های نویزی تبدیل فوریه سریع (FFT) گرفته می شود. در اثر این عملیات، داده ها به صورت اعداد مختلط به دست می آیند. اندازه این اعداد را به دست آورده و به کمک دستور  $t_{xy} = \text{tfestimate}(x, y)$  در متلب (X ورودی سیستم، Y خروجی سیستم،  $t_{xy}$  تابع تبدیل حاصل) تابع تبدیل نویز به دست خواهد آمد که برابر است با

$$T_{\text{noise}} = \frac{0.02s^2 + 0.02617s + 0.003807}{s^3 + 0.07145s^2 + 0.001642s + 4.705 \times 10^{-14}} \quad (17)$$

در نهایت این تابع تبدیل را با روابط (۲) و (۳) جمع کرده و توابع تبدیل آغشته به نویز برای ارباب و آونگ به دست خواهد آمد. نمودار بودی تابع تبدیل ارباب در حضور کنترل کننده های PID با دو درجه آزادی و فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه گیری برای چهار مقدار مختلف ضرایب در شکل های ۱۹ و ۲۰ نشان داده شده است.

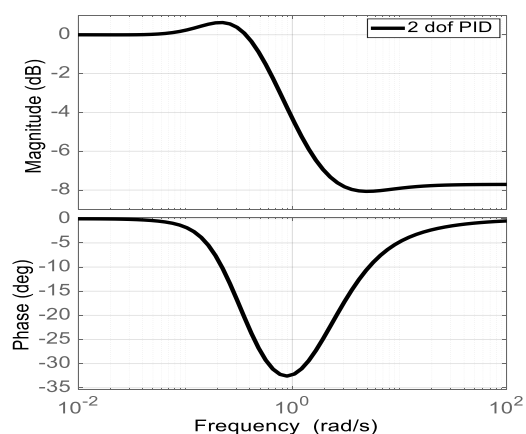
با توجه به نتایج به دست آمده از نمودارهای بودی، دامنه مکمل حساسیت در حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی برابر با صفر dB است. نتایج به دست آمده در آزمایشگاه نشان می دهد که این کنترل کننده مقدار ۰.۰۱ نویز اندازه گیری را تحمل کرده است. نتایج به دست آمده در آزمایشگاه با نمودارهای بودی معادل یکدیگرند.

با توجه به نتایج به دست آمده در آزمایشگاه، کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی مقدار ۰.۰۰۱ نویز اندازه گیری را تحمل کرده است. نتایج به دست آمده از نمودارهای بودی نشان می دهد که دامنه تابع مکمل حساسیت در حضور کنترل کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی برابر با صفر dB است. از آنجایی که کنترل کننده PID با دو درجه آزادی مقدار بیشتری نویز اندازه گیری را تحمل کرده است پس دامنه تابع مکمل حساسیت آن هم بزرگتر خواهد بود. در جدول ۷ مقایسه ای بین نتایج به



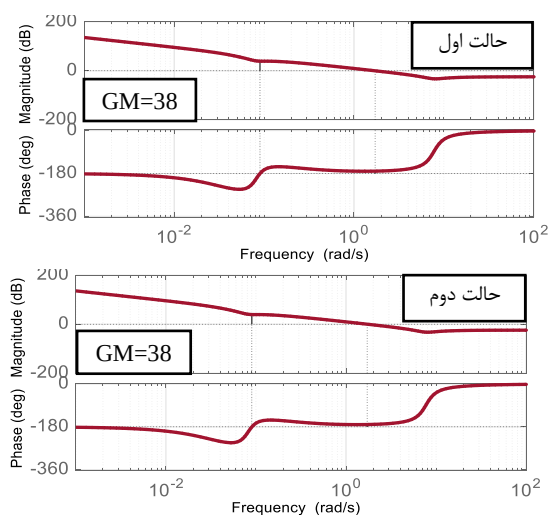
جدول ۶: ضرایب انتخاب شده از نمودار تغییرات ضرایب کنترل کننده خود تنظیم

| فازی PID با دو درجه آزادی |                |            |
|---------------------------|----------------|------------|
| PD                        | PID            | حالت       |
| $k_p = 0.1$               | $k_{p1} = 3.9$ | حالت اول   |
| $k_d = 0.3$               | $k_{i1} = 3.9$ |            |
|                           | $k_{d1} = 4$   |            |
| $k_p = 0.1$               | $k_{p2} = 2.5$ | حالت دوم   |
| $k_d = 0.3$               | $k_{i2} = 2.5$ |            |
|                           | $k_{d2} = 4$   |            |
| $k_p = 0.1$               | $k_{p3} = 2.5$ | حالت سوم   |
| $k_d = 0.3$               | $k_{i3} = 2$   |            |
|                           | $k_{d3} = 4$   |            |
| $k_p = 0.1$               | $k_{p4} = 4$   | حالت چهارم |
| $k_d = 0.3$               | $k_{i4} = 2.5$ |            |
|                           | $k_{d4} = 4$   |            |



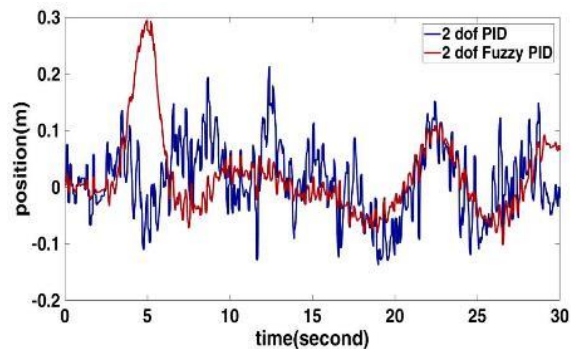
شکل ۱۹: پاسخ فرکانسی ارباب در حضور کنترل کننده PID با دو درجه آزادی در

حضور نویز اندازه گیری

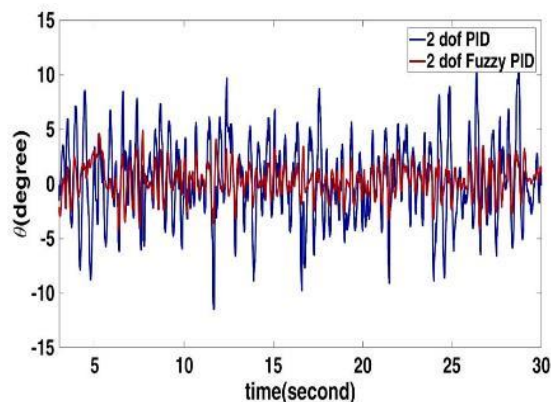


شکل ۲۰: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارباب در حضور کنترل کننده خود تنظیم

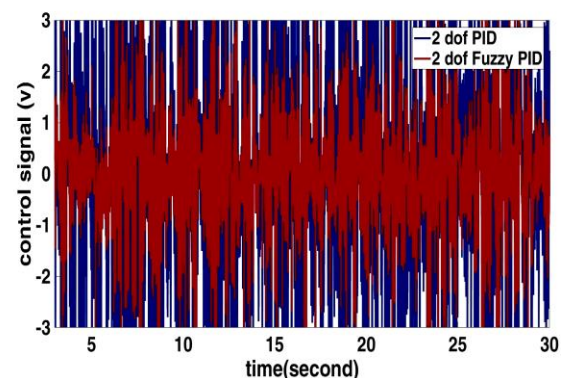
فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه گیری



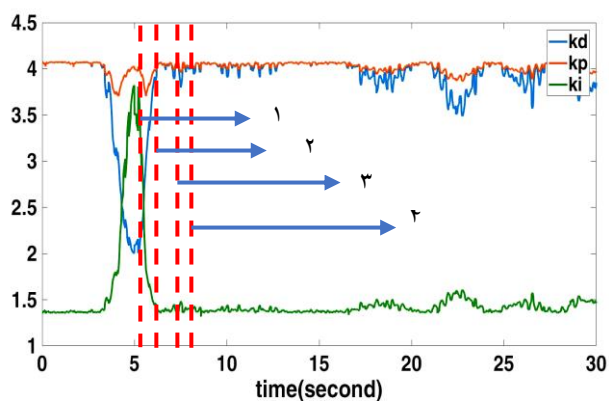
شکل ۱۵: عملکرد کنترل کننده ها در پایدارسازی موقعیت ارباب در حضور نویز اندازه گیری



شکل ۱۶: عملکرد کنترل کننده ها در پایدارسازی زاویه آونگ در حضور نویز اندازه گیری



شکل ۱۷: سیگنال های کنترلی در حضور نویز اندازه گیری

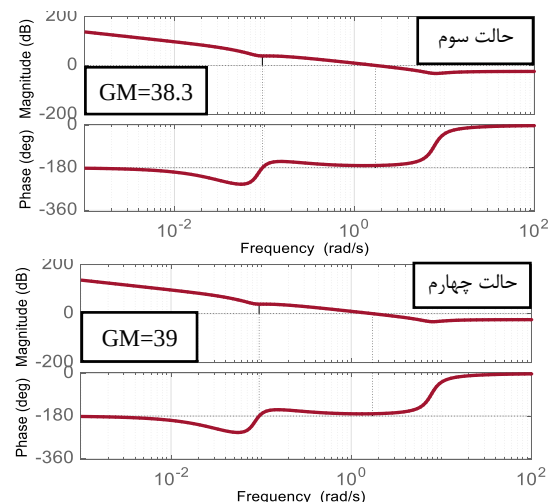


شکل ۱۸: ضرایب کنترل کننده فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه گیری

می باشد. پس از پیاده سازی این سیستم در آزمایشگاه می توان مشاهده کرد که PID با دو درجه آزادی نسبت به سایر کنترل کننده ها دفع اغتشاش بیشتری داشت. برای بررسی صحت نتایج به دست آمده در آزمایشگاه از تابع حساسیت و نمودارهای بودی کمک گرفته شد. عملکرد این کنترل کننده ها نیز در حضور نویز اندازه گیری نیز بررسی شد. برای بررسی صحت نتایج آزمایشگاهی از تابع مکمل حساسیت و نمودارهای بودی کمک گرفته شد. در جدول ۸ مجموعه آزمایش های انجام شده بر روی سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی شرکت فیدبک آورده شده است.

## مراجع

- [1] H. Omur Ozer, "Genetic algorithm optimized PID control of a pendulum," *International Conference on Engineering Technology and Innovation*, Istanbul, Turkey, 2017.
- [2] A. A. Hakim and I. M. Sanhoury, "Stabilizing x-y inverted pendulum via fractional order PID controller," *International Conference on Computer, Control, Electrical, and Electronics Engineering*, Khartoum, Sudan, 2018.
- [3] P. Dwivedi, S. Pandey, and A. Junghare, "Performance analysis and experimental validation of 2 dof fractional order controller for underactuated rotary inverted pendulum," *Arabic Journal of Science and Engineering*, vol. 42, no. 12, pp. 5121-5145, 2017.
- [4] S. Irfan, A. Mehmood, M. T. Razzaq, and J. Iqbal, "Advanced sliding mode control techniques for inverted pendulum modelling and simulation," *International Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 21, no. 4, pp. 753-759, 2018.
- [5] M. Aydin, O. Yakut, and H. Tutumlu, "Implementation of the network based moving sliding mode control algorithm to the rotary inverted pendulum system," *Journal of Engineering and Technology*, vol. 3, no. 1, pp. 32-41, 2019.
- [6] P. Kumar, O.N. Mehrotra, and J. Mahto, "Tuning PID controller of inverted pendulum using genetic algorithm," *International journal of Research in Engineering and Technology*, vol. 1, no. 3, pp. 359-363, 2018.
- [7] M. Magdy, A. Al Marhomy, and M. A. Attia, "Modeling of inverted pendulum system with gravitational search algorithm optimized controller," *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 1, no. 10, pp. 129-149, 2019.
- [8] C. Mahapatra, S. Chauhan, and B. Hemakumar, "Servo control and stabilizing of linear inverted pendulum on a cart using LQG," *International Conference on Power Energy, Environment and Intelligent Control*, Greater Noida, India 2018.
- [9] N. Bintiismail, *Fuzzy Logic Controller Design for Inverted Pendulum System*, Master Thesis, Tun



شکل ۲۰: ادامه

جدول ۷: مقایسه عملکرد کنترل کننده ها در مقابل نویز اندازه گیری

| نتایج                          | کنترل کننده          |                           |
|--------------------------------|----------------------|---------------------------|
|                                | PID با دو درجه آزادی | فازی PID با دو درجه آزادی |
| نتایج به دست آمده در آزمایشگاه | ۰٫۰۱                 | ۰٫۰۰۱                     |
| مقادیر دامنه در نمودارهای بودی | ۰ dB                 | ۰ dB                      |

جدول ۸: نتیجه گیری

| معیار                                             | کنترل کننده          |                           |
|---------------------------------------------------|----------------------|---------------------------|
|                                                   | PID با دو درجه آزادی | فازی PID با دو درجه آزادی |
| بیشترین مقدار توان نویز قابل تحمل (ارابه)         | ۰٫۰۱                 | ۰٫۰۰۱                     |
| بیشترین مقدار اغتشاش خارجی قابل تحمل (ارابه)      | ۰٫۲ متر              | ۰٫۳ متر                   |
| بیشترین مقدار اغتشاش خارجی قابل تحمل (آونگ)       | ۵٫۴ درجه             | ۳٫۶ درجه                  |
| بیشترین مقدار عدم قطعیت پارامتری قابل تحمل (آونگ) | ۲۰۰ گرم              | ۲۰۰ گرم                   |

## ۴- نتیجه گیری

در این مقاله هدف، کنترل سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی با استفاده از کنترل کننده فازی PID دو درجه آزادی بوده است. از سیستم فازی به عنوان ناظر برای تنظیم ضرایب PID با دو درجه آزادی در طول زمان بهره گرفته شده است. از مزایای منطقی فازی، استفاده از تجربیات شخص خبره بدون نیاز به دانستن مدل دقیقی از سیستم و قابلیت کاربرد برای سیستم های غیرخطی با مرتبه بالا است. از مزایای کنترل کننده PID با دو درجه آزادی قابلیت دفع اغتشاش خارجی بالا و کاهش میزان بالازدگی در پاسخ سیستم

Hussein Onn, University Electrical Engineering, Malaysia, 2013.

- [10] M. Shahrriel Mohd Aras, M. Sulaiman, A. Khamis, M. Hendra Hairi, M. Md Ghazaly, M. Khairi Mohd Zambri and H. Nizam Mohd Shah, "Evaluation of transient response for rotary inverted pendulum positioning using fuzzy logic controller," *International Journal of Electrical Engineering and Applied Sciences*, vol. 1, no. 1 pp. 9-16, 2018.
- [11] S. Khan and S. Paliwal, "Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using fuzzy controller," *Journal of Engineering Research and Application*, vol. 8, no. 5, pp. 62-66, 2018.
- [12] A. Yadav, *Sliding-Mode Control with RBF Neural Network for Two Link Robot Manipulator and an Inverted Pendulum System*, Master Thesis, Delhi Technological University, Department of Electrical Engineering, Bawana Road, Delhi, 2019.
- [13] A. Kumar Sharma and B. Bhushan, "Sliding mode control of inverted pendulum with decoupling algorithm," *International Journal of Computer Applications*, vol. 181, no. 27, pp. 1-5, 2018.
- [14] *Feedback Manual For Digital Pendulum*, www.feedback-instruments.co, 2015.
- [15] M. Araki and H. Taguchi, "Two degree of freedom PID controllers," *International Journal Control Automatic System*, vol. 1, no. 4, pp. 401-411, 2003.
- [16] L. X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, second ed., John Wiley & Sons, New Jersey, 1996.