**مجله کنترل**
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
**مقاله پژوهشی**
جلد۱۶، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، صفحه ۳۸-۲۷

# کنترل مدلغزشی تطبیقی داده‌محور بر پایه نظریه لیاپانوف برای سیستم‌های غیرخطی چندورودی-چندخروجی با اغتشاش خارجی

سینا نادریان[۱]، محمد فرخی[۲]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران،تهران، ایران Sina_Naderian@elec.iust.ac.ir
[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران farrokhi@iust.ac.ir
قطب علمی مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های پیچیده

دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۱ ویرایش: ۱۴۰۱/۰۸/۱۳ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۱۶

**چکیده:** کنترل‌کننده‌های مدل‌محور نیازمند مدل ریاضی از سیستم هستند، درحالی‌که کنترل‌کننده‌های داده‌محور بر پایه‌ی اندازه‌گیری داده‌های ورودی-خروجی عمل‌می‌کنند. امروزه با توجه به پیچیده‌شدن سیستم‌های صنعتی و در نتیجه در دسترس نبودن مدل ریاضی دقیق سیستم‌ها، محققان سعی می‌کنند تا وابستگی کنترل‌کننده‌ها به مدل ریاضی کاهش یابد. در این مقاله، کنترل‌کننده مدلغزشی تطبیقی داده‌محور برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی چندورودی-چندخروجی نامعین ارائه می‌گردد. با توجه به آن‌که یکی از چالش‌های اصلی کنترل-کننده‌های مد لغزشی پدیده چترینگ است، برای رفع این مشکل از کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی تطبیقی استفاده‌شده است. همچنین، برای رفع مشکل وابستگی به مدل، این کنترل‌کننده با کنترل‌کننده داده‌محور ترکیب می‌شود. سپس، قوانین تطبیق جدید برای ضریب کلیدزنی و ماتریس شبه ژاکوبی محاسبه‌می‌شود. علاوه بر آن، اثبات پایداری حلقه‌بسته بر پایه نظریه لیاپانوف ارائه‌خواهدشد. به‌منظور نشان‌دادن عملکرد کنترل‌کننده، روش پیشنهادی به سیستم سه تانک اعمال می‌شود. کنترل‌کننده ارائه‌شده در مقایسه با روش‌های مشابه در مراجع دارای مزایایی مانند کاهش محافظه‌کاری و پیچیدگی در طراحی کنترل‌کننده و کاهش مراحل اثبات پایداری حلقه‌بسته است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که ردیابی سیگنال‌های مرجع توسط روش پیشنهادی بسیار بهتر شده و همچنین توانایی دفع اغتشاش به طور موثری بهبودیافته است. به‌علاوه پدیده چترینگ نیز به طور قابل توجهی کاهش‌یافته است.

**کلمات کلیدی:** کنترل مد لغزشی، کنترل تطبیقی، کنترل داده‌محور، سیستم غیرخطی، سیستم چندورودی-چندخروجی، اغتشاش خارجی.

# Mode Control based on Lyapunov –Data-Driven Adaptive Sliding theory for nonlinear MIMO systems with external disturbances

**Sina Naderian, Mohammad Farrokhi**

**Abstract:** Model-based controllers need a mathematical model of the system, whereas the data-driven controllers operate based on measuring the input-output data. Nowadays, considering complexity of the industrial systems and unavailability of an accurate mathematical model of the system, scientists try to reduce dependency of the controllers on the mathematical model. In this paper, an adaptive sliding-mode data-driven controller for a class of unknown multi-input multi-output nonlinear discrete-time systems is proposed. Because the chattering phenomenon is the main challenge of the sliding-mode controllers, an adaptive sliding-mode controller is proposed to solve this problem. In addition, to solve the dependencies of the controller on the mathematical model, the proposed adaptive sliding-mode controller is combined with a data-driven controller. Next, the new adaptive laws for the switching gain and the Pseudo Jacobian Matrix (PJM) are calculated. In addition, the closed-loop stability based on the Lyapunov theory is investigated. To show performance of the controller, the proposed method is applied to the three-tank system. The proposed controller has advantages in terms of reduction in conservatism and complexity in the controller design and



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

simplifying the closed-loop stability analysis as compared with the recently proposed methods in literature. The simulated results show that the proposed method better tracks the reference signals and improves rejection of the external disturbances. In addition, the chattering phenomenon is considerably reduced.

**Keywords:** Sliding-mode control, Adaptive control, Data-driven control, Nonlinear systems, MIMO systems, External disturbance.

## ۱- مقدمه

برخلاف در سال‌های اخیر، استفاده از کنترل‌کننده‌های مد لغزشی افزایش یافته‌است. علت اصلی این علاقه‌مندی، مقاومت این نوع کنترل‌کننده‌ها در برابر نامعینی و اغتشاش‌های خارجی، همگرایی سریع و سادگی طراحی آن‌ها است. با گسترش کنترل‌کننده‌های دیجیتالی، استفاده از کنترل‌کننده‌های مد لغزشی گسسته‌زمان نیز گسترش یافته است. طراحی کنترل‌کننده‌های گسسته‌زمان در حالت کلی دو مرحله دارند: ۱) تعیین سطح لغزش و ۲) طراحی سیگنال کنترلی که بتواند مسیرهای سیستم را به سمت سطح لغزش سوق دهد. برای طراحی بخش دوم، معمولاً مدل دقیق ورودی-خروجی یا فضای حالت سیستم نیاز است. درحالی‌که در بسیاری از سیستم‌ها این مدل دقیق دردسترس نیست یا تعیین آن دشوار است. یکی از شاخه‌های جدید مهندسی کنترل که می‌تواند مشکل وابستگی به مدل را در حوزه مد لغزشی رفع کند، کنترل‌کننده‌های مد لغزشی گسسته‌زمانِ داده‌محور می‌باشند. در این کنترل‌کننده‌ها مشکلاتی از قبیل دینامیک‌های مدل‌نشده وجود ندارند. به‌کمک این کنترل‌کننده‌ها می‌توان مقاومت سیستم را افزایش داد و تأثیر نامعینی‌های سیستم را نیز جبران کرد. در این دسته از کنترل‌کننده‌ها، از روش‌های خطی‌سازی دینامیکی برای جایگزینی مدلِ مبتنی بر داده به جای مدل ریاضی سیستم استفاده می‌شود. این روش‌ها مبتنی بر اندازه‌گیری داده‌های ورودی و خروجی هستند. در معادلات این روش‌ها، پارامتری با نام مشتق شبه‌جزئی (PPD[1]) برای سیستم‌های تک‌ورودی-تک‌خروجی یا ماتریسی با نام ماتریس شبه ژاکوبی (PJM[2]) برای سیستم‌های چندورودی-چندخروجی تعریف می‌گردند. در واقع می‌توان گفت که درایه‌های PJM همان PPD ها هستند. پارامترPPD و ماتریسPJM ارتباط بین داده‌های ورودی و خروجی را برقرار می‌کنند و منجر به حذف یا کاهش وابستگی به مدل ریاضی می‌شوند.

در مرجع [۱]، کنترل‌کننده مد لغزشیِ تطبیقیِ داده‌محور برای کنترل سیستم‌های چندورودی-چندخروجی غیرخطی نامعلوم ارائه‌شده است. در این کنترل‌کننده، از مدل خطی‌سازی دینامیکیِ فرم فشرده (CFDL[3]) در بخش داده‌محور استفاده‌شده است. در این مرجع، با توجه به آن‌که معادله‌ی سیستم نامعلوم است، کنترل این سیستم به‌صورت مستقیم و با کنترل‌کننده‌های مرسوم مد لغزشی امکان‌پذیر نیست، زیرا هم درجه‌های سیستم نامعلوم است و هم کلاس سیستم مورد نظر آفین نیست. لذا در این مرجع، سطح لغزش جدیدی مبتنی بر داده ارائه‌می‌شود. در این مرجع، بحث تزویج در سیستم‌های چندورودی-چندخروجی بررسی می‌گردد. همچنین، بیان می‌شود که بایستی تا حد امکان، اثر تزویج به‌کمک روش‌های ریاضی از توابع داده‌محور خارج گردند. سپس، این مقادیر در بخش اغتشاش عمومی درنظر گرفته‌شوند. در این مرجع، احتمال به‌سمت صفر میل‌کردن درایه‌های PJM که منجر به تکینگی سیگنال کنترل می‌گردند، به‌عنوان یکی از نقاط ضعف کنترل‌کننده‌های داده‌محور بیان می‌شود. افزودن یک ماتریس مثبت معین به معکوس PJM، راه حلی است که در این مرجع ارائه‌شده است؛ اما بایستی گفت که تعیین مقدار این پارامتر خالی از اشکال نیست، زیرا می‌تواند در تغییر دامنه‌ی سیگنال کنترل و همچنین مباحث مربوط به پایداری نقش داشته باشد. علاوه بر آن، یکی دیگر از نقاط ضعف مهم کنترل‌کننده‌های داده‌محور که در این مرجع به آن اشاره شده است، وابستگی پارامترهای تخمین‌زده شده به شرایط اولیه است. همچنین، ایجاد پارامترهای جدید که بایستی برای هریک از آن‌ها مقداری بهینه تعیین شود، نیز از دیگر معایب کنترل‌کننده‌های داده‌محور است که در این مرجع به آن‌ها اشاره شده است.

در مرجع [۲] نیز کنترل‌کننده مد لغزشی داده‌محور با سطح لغزش PID برای سیستم چندورودی-چندخروجی ارائه‌شده که تقریباً مشابه روش مرجع [۱] است. در این مرجع نیز از روشCFDL برای مدل‌سازی استفاده‌شده است. نوآوری این مرجع در تخمین پارامترهای سطح لغزش می‌باشد. اما باید گفت اساس روش‌های داده‌محور، کاهش پیچیدگی و درجه‌ی نسبی سطح لغزش است، در حالی‌که در این مرجع سطح لغزشی با پیچیدگی بسیار زیاد درنظر گرفته شده است. با توجه به مشکلات اثبات پایداری در کنترل‌کننده‌های داده‌محور، پیچیدگی سطح لغزش مقرون به صرفه نیست. در مرجع [۳]، کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقیِ داده محور همراه با شبکه عصبی پیش‌بینی‌کننده برای فضاپیما ارائه‌شده است. علاوه بر آن، از روش خطی‌سازی دینامیکیِ فرم کامل(FFDL[4]) استفاده شده که پیچیدگی ریاضیاتی و اثبات پایداری بسیار دشواری دارد؛ اما در عوض دقت تخمین و شناسایی مدل آن خیلی خوب است. در این مرجع اشاره شده است که یکی از نکات مهم در این حوزه، روش خطی‌سازی دینامیکی است، که وابستگی به مدل ریاضی سیستم به‌خصوص در حوزه سیستم‌های چندورودی- چندخروجی را کاهش می‌دهد.

[1] Pseudo Partial Derivative
[2] Pseudo Jacobian Matrix
[3] Compact Form Dynamic Linearization
[4] Full Form Dynamic Linearization



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

در مرجع[۴]، کنترل تطبیقی بدون مدل برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه بالا با روش پس‌گام مد لغزشی ارائه گردیده است. در این مرجع، کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی برای سیستم‌های غیرخطی که دارای نامعینی در دینامیک‌هایشان می‌باشند، ارائه گردیده است. همچنین، روش خطی‌سازی دینامیکی فرم فشرده موردتوجه قرارگرفته است. یکی از دشواری‌های کنترل‌کننده داده‌محور تخمین درایه‌های PJM است. برای این منظور، در این مرجع از مشاهده‌گر تطبیقی استفاده‌شده است، که از داده‌های ورودی– خروجی به‌دست‌آمده از هر یک از زیرسیستم‌های غیرخطی برای تخمین درایه‌های PJM استفاده می‌کند. در نهایت، محدود بودن پارامترها، پایداری سیستم حلقه‌بسته و همچنین نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی، برای موتور خطی القایی ارائه می‌گردد. اما بایستی گفت که روش‌های اثبات پایداری در مراجع [۴—۱] بسیار دشوار هستند.

کنترل مد لغزشی تطبیقی داده‌محور برای سیستم چندورودی-چندخروجی غیرخطی ربات اسکلت خارجی در مرجع [۵] اجرا شده است. در این مرجع، نکته قابل‌توجه در بخش شبیه‌سازی است که کاری ترکیبی بین کنترل و مکانیک انجام شده است. فرآیند کنترل ارایه‌شده در این مرجع، بدین‌صورت است که صرفاً کنترل بر پایه‌ی اندازه‌گیری ورودی و خروجی انجام می‌گیرد. در این اندازه‌گیری‌ها، ورودی، گشتاور مربوط به مفاصل و خروجی، سرعت زاویه‌ای هر یک از مفاصل است. به‌کمک کنترل‌کننده ارائه‌شده، اگر پارامترهای دینامیکی ربات تغییرکنند یا نامعین باشند، ربات به‌خوبی مسیر مرجع را ردیابی می‌کند. سیگنال کنترل به‌دست‌آمده از دو بخش اساسی تشکیل‌شده که عبارتند از: ۱) سیگنال کنترل به‌دست‌آمده از کنترل‌کننده بدون مدل تطبیقی و ۲) سیگنال کنترل به‌دست‌آمده از کنترل‌کننده مد لغزشی داده‌محور. برای تشکیل هر دو سیگنال کنترلی، روش موردنظر نیازمند تخمین درایه‌های PJM است. یکی از مشکلات اصلی در طراحی کنترل‌کننده در این مرجع این است که با یک ضریب تضعیف، سیگنال کنترل مربوط به بخش مد لغزشی داده‌محور به‌شدت تضعیف‌شده و در نتیجه طراحی این بخش را بیهوده می‌کند. مرجع [۶] نیز کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی بدون مدل را برای کنترل سیستم ربات اسکلت خارجی استفاده‌کرده است. تفاوت این مرجع با مرجع [۵] تخمین درایه‌های ماتریس شبه ژاکوبی به کمک شبکه عصبی است، که منجر به تخمین دقیق‌تر اما طراحی پیچیده‌تری شده است. علاوه بر آن، مشکل ضریب تضعیفِ ایجادشده در مرجع قبل را هم ندارد.

در مرجع[۷]، کلاس سیستم غیرخطی ناآفین درنظر گرفته‌شده. سپس، سطح لغزش تکرارشونده‌ی جدیدی مبتنی بر مدل خطی‌سازی دینامیکی تکرارشونده به‌منظور کاهش وابستگی به مدل ارائه می‌شود. پس از آن روش بهینه‌ی کنترلِ آموزش تکرارشونده برای سیستم مورد نظر به کمک سطح لغزش تکرارشونده‌ی جدید ارائه می‌شود. در این مرجع بیان می‌شود که مدل خطی، داده مجازی است و معنای فیزیکی ندارد؛ لذا با کنترل‌کننده‌های مدل‌محور تفاوت دارد. در این مرجع، اثبات‌های پایداری نیز ارائه‌شده اند که از اهمیت بالایی برخوردار هستند. همچنین، در این مرجع اشاره می‌گردد که اثبات پایداری در کنترل‌کننده‌های مد لغزشی داده‌محور نسبت به کنترل‌کننده‌های غیر داده‌محور یک مرحله اثبات،اضافه‌تر دارد. زیرا در اثبات‌های پایداری این دسته از کنترل‌کننده‌ها، ابتدا بایستی محدود بودن پارامترهای تخمین زده‌شده به‌خصوص مشتق شبه‌جزئی اثبات گردند. سپس، در بخش دومِ اثبات پایداری، با توجه به محدود بودن پارامتر یا پارامترهای مشتق شبه جزئی، می‌توان مشابه کنترل‌کننده مد لغزشی معمول و به‌کمک تابع لیاپانوف، پایداری حلقه‌بسته کنترل‌کننده را اثبات کرد. در مرجع [۸] نیز نوع دیگری از کنترل‌کننده‌های مد لغزشی بدون مدل برای سیستم‌های پیوسته‌زمان ارائه می‌گردد. اما نکته‌ی قابل‌توجه این است که ماهیت اصلی کنترل‌کننده‌های داده‌محور گسسته‌زمان است و در حالت پیوسته، محدودیت‌ها و سایر محافظه‌کاری‌ها بیشتر است. به‌عنوان مثال در این مرجع با شرط آن‌که کلیه معادلات دیفرانسیلی مرتبه اول باشند، یک «مدل فوق‌محلی[1]» مرتبه اول ارائه می‌گردد که می‌تواند جایگزین معادلات مرتبه اول سیستم شود. در کنترل‌کننده بدون‌مدل ارائه‌شده، روند بدین‌صورت است که از داده‌های ورودی و خروجی برای کنترل سیستم استفاده می‌کند. در این مرجع، موتور سنکرون مغناطیس دائم توسط کنترل‌کننده‌ی بدون مدل مد لغزشی پایان‌دار کنترل می‌گردد، اما همچنان وابستگی به درجه‌ی نسبی سیستم وجود دارد.

در مراجع [۱۴—۹]، کنترل‌کننده‌های مد لغزشی تطبیقی داده‌محور بر پایه‌ی «تابع عملکرد از پیش تعیین‌شده[2]» ارائه‌شده اند. کلاس سیستمی که در این مراجع بررسی می‌گردد، از نوع گسسته‌ی غیرخطی همراه با خطای ردیابی مقید است. هدف از طراحی این کنترل‌کننده‌ها همگرایی خطای ردیابی در ناحیه‌ای از پیش تعیین‌شده است. همچنین، کنترل‌کننده‌ی موردنظر نرخ همگرایی و رفتار حالت دائم خطای ردیابی را تنها بر اساس اندازه‌گیری ورودی و خروجی تضمین می‌کند. یکی از اصلی‌ترین خصوصیات کنترل با استفاده از تابع از پیش تعیین‌شده، این است که می‌تواند با تعریف مناسب تبدیل خطای ردیابی، آن را در دامنه‌ی کوچک به‌طور تضمینی نگه دارد. اما بایستی گفت این روش دارای پیچیدگی‌های ریاضی و اثبات‌های دشوار است. می‌توان گفت مهم‌ترین مزیت این مراجع بر سایر مراجع در این حوزه، بررسی پایداری است. اما ایراد اصلی این مراجع، عدم بررسی مناسب اثر اغتشاش است، در حالی‌که کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی، کنترل‌کننده‌ای مقاوم است. همچنین، از مرجع[۱۴] برداشت می‌گردد که در « مدل‌های بی‌درنگ[3]»، کنترل‌کننده‌های داده‌محور دارای کارایی بهتری می‌باشند.

در مرجع [۱۵]، کنترل مد لغزشی پایان‌دار داده‌محور پیش‌بین ارائه‌شده است. این مرجع نیز از CFDL استفاده می‌کند. در این مرجع، همچون

[1] ultra-local model
[2] predefined performance control
[3] real-time models



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

برخی از مراجع گذشته، از قانون تخمین ارائه‌شده در مرجع [۱۶] برای تخمین PPD استفاده می‌شود که مبتنی بر نظریه تخمین است. این قانون تضمینی برای صفر شدن یا مثبت باقی ماندن تخمین PPD یا درایه‌های PJM را ندارد. در نتیجه، معمولا با مشکل تکینگی سیگنال کنترلی یا مشکلات در اثبات پایداری روبرو می‌شود، که نیازمند فرض‌های محافظه-کارانه در شبیه‌سازی است. در این مرجع، برای رفع این مشکل، از یک ضریب مثبت جمع‌شونده با PPD استفاده شده است. در این مقاله نیز از اثبات پایداری دو مرحله‌ای استفاده شده است. به‌طوری‌که اثبات پایداری حلقه‌بسته وابسته به اثبات کرانداری PPD است. این روش اثبات، دارای دشواری‌های مختص به خود می‌باشد. از جمله مهم‌ترین آن‌ها پیچیدگی این روش اثبات پایداری است.

نکته‌ی قابل توجه در مورد اکثر مراجع داده‌محوری که با اسم مد لغزشی داده‌محورِ تطبیقی شناخته می‌شوند، این است که روش مد لغزشی استفاده‌شده به خودی خود تطبیقی نیست. لفظ تطبیقی در این مراجع صرفا به‌دلیل استفاده از تخمین‌گر برای تخمین پارامترهای PPD یا درایه‌های PJM است. تخمین این پارامترها و درایه‌ها صرفا با مدل سیستم و رفتار آن در ارتباط است اما تاثیری بر روی رفتار کنترل‌کننده ندارند. به همین خاطر است که بیان می‌گردد که کنترل‌کننده‌های داده‌محور به خودی خود نمی-توانند پدیده‌ی چترینگ را کاهش دهند. همچنین، بایستی گفت یکی از مشکلات اساسی کنترل‌کننده‌های داده‌محور، ایجاد ضرایب جدیدی است که بایستی مقادیر بهینه برای آن‌ها تعیین گردد، که این مورد خود دشواری‌هایی را برای طراحی ایجاد می‌کند. همچنین، در کنترل‌کننده‌های مد لغزشی داده‌محورِ بررسی شده، وابستگی به شرایط اولیه‌ی پارامترهای تخمین زده شده به کرات مشاهده می‌شود، که طراحی کنترل‌کننده‌های این گروه را دشوار می‌کند.

در این مقاله، ضریب کلیدزنی سیگنال کنترل کلیدزنی به منظور ایجاد مصالحه بین دفع اغتشاش و کاهش چترینگ، به‌صورت تطبیقی طراحی می‌شود. طراحی تطبیقی این ضریب منجر به ۱) کاهش محافظه‌کاری در تعیین قانون رسیدن می‌شودو ۲) منجر به کاهش وابستگی به مدل ریاضی سیستم خواهد شد زیرا در مراجع، قانون رسیدن به‌طور غیرمستقیم بر اساس مدل ریاضی سیستم تعیین می‌گردد. همچنین در این مقاله، با هدف رفع مشکلات اثبات پایداری و ساده‌سازی آن، درایه‌های ماتریس PJM براساس قانون تطبیق جدیدی محاسبه خواهند شد که برطبق نظریه لیاپانوف به‌دست‌آمده و بنابراین، پایداری سیستم حلقه‌بسته را تضمین می‌کند. علاوه بر آن، منجر به حذف مرحله اثبات کرانداری درایه‌های ماتریس PJM خواهد شد. در مجموع دو نوآوری ذکرشده، منجر به کاهش محافظه-کاری‌ها در اثبات پایداری و کاهش چترینگ خواهد شد.

در ادامه این مقاله، در بخش ۲، طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی داده-محور مبتنی بر سطح لغزش مرتبه دوم ارائه‌می‌شود. سپس، با هدف کاهش چترینگ و کاهش محافظه‌کاری‌ها در تخمین درایه‌های PJM و اثبات پایداری‌ها، ضریب کلیدزنی و درایه‌های PJM بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف در بخش ۳ تخمین زده خواهد شد. در نهایت در بخش ۴، نتایج شبیه‌سازی‌ها برروی سیستم سه تانک ارائه و با روش مرجع [۵] مقایسه خواهند شد.

## ۲- طراحی کنترل‌کننده

در این مقاله، کلاس سیستم از نوع ناآفین و چندورودی- چندخروجی به شکل زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}(k+1)=\mathbf{F}\big(&\mathbf{y}(k),\mathbf{y}(k-1),\ldots,\mathbf{y}(k-n_y),\\&\mathbf{u}(k),\mathbf{u}(k-1),\ldots,\mathbf{u}(k-n_u),\\&\mathbf{d}(k),\mathbf{d}(k-1),\ldots,\mathbf{d}(k-n_d)\big)\end{aligned} \quad (۱)$$

که در آن $\mathbf{u}(k)=[u_1(k),\ldots,u_m(k)]^T\in\mathbf{R}^m$ و $\mathbf{y}(k)=[y_1(k),\ldots,y_m(k)]^T\in\mathbf{R}^m$ به‌ترتیب بردارهای ورودی و خروجی سیستم است، $\mathbf{d}(k)=[d_1(k),\ldots,d_m(k)]^T\in\mathbf{R}^m$ اغتشاش عمومی ناشی از نامعینی‌های سیستم و اغتشاش خارجی غیرقابل اندازه‌گیری است، $\mathbf{F}(\cdot)=[F_1(\cdot),\ldots,F_m(\cdot)]\in\mathbf{R}^m$ تابع غیرخطی و نامعین، $n_u$ مرتبه‌ی نامعین ورودی، $n_y$ مرتبه‌ی نامعین خروجی و $n_d$ مرتبه‌ی نامعین اغتشاش است. همان‌طورکه مشخص است، سیستم به صورت مربعی در نظرگرفته شده و نمی‌تواند زیرتحریک باشد، زیرا که در مراحل طراحی کنترل‌کننده به وارون PJM احتیاج است.

**توجه ۱:** مدل سیستم برای طراحی کنترل‌کننده به‌صورت گسسته درنظر گرفته می‌شود، اما بایستی گفت روش‌های داده‌محور وابستگی مستقیم به مدل ندارند و از مدل گسسته ارائه شده صرفا برای تولید داده استفاده خواهد شد.

سیستم (۱) بایستی چهار فرض اساسی زیر را برآورده کند.

**فرض۱:** مشتقات پاره‌ای تابع $F_i(\cdot)$ $(i=1,\ldots,m)$ نسبت به هر ورودی متغیر $\mathbf{u}(k)$ پیوسته باشد. علت این فرض استفاده از قضیه مقدار میانگین در محاسبه مدل مبتنی بر داده است که در آن عبارت $(\partial F_i/\partial u(k))\Delta u(k)$ ظاهر می‌شود.

**فرض۲:** سیستم (۱) باید بتواند شرط عمومی لیپشیتز به شکل $\|\mathbf{y}(k_1+1)-\mathbf{y}(k_2+1)\|\le b\|\mathbf{u}(k_1)-\mathbf{u}(k_2)\|$ را برای CFDL برآورده کند، که در آن $b$ پارامتری مثبت است و به ازای هر $k_1\ne k_2$ و $k_1,k_2\ge 0$ بایستی نامساوی $\mathbf{u}(k_1)\ne\mathbf{u}(k_2)$ برقرار باشد. برای مشاهده علت این فرض به مرجع [۱۶] مراجعه شود.

**فرض۳:** سیستم (۱) باید کنترل‌پذیر باشد به‌طوری‌که سیگنال کنترلِ کرانداری وجود داشته باشد که در حضور اغتشاش عمومی بتواند خروجی را به خروجی مطلوب برساند.

چنانچه فرض‌های ۱ و ۲ برقرار باشند، می‌توان طراحی کنترل‌کننده را آغاز کرد. ابتدا مدل خطی‌سازی دینامیکی به‌صورت CFDL درنظرگرفته می‌شود، که به صورت معادله‌ی زیر است:



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

$$\Delta \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{\Phi}_c(k)\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{d}_1(k) \quad (۲)$$

که در آن $\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1) \in \mathbf{R}^m$ و $\Delta \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$ به‌ترتیب بردارهای تغییرات ورودی و خروجی سیستم، $\mathbf{\Phi}_c(k) \in \mathbf{R}^{m\times m}$ ماتریس شبه ژاکوبی (PJM) و $\mathbf{d}_1(k) \in \mathbf{R}^m$ اغتشاش خارجی از نوع جمع شونده در خروجی است. با توجه به تکنیک ارائه‌شده در مراجع [۱] و [۲]، فرض می‌شود که درایه های خارج از قطر اصلی PJM در اغتشاش عمومی قرارگرفته و این ماتریس به شکل زیر تبدیل شود:

$$\Delta \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{\Phi}_c(k)\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{d}_1(k) \quad (۳)$$

آنگاه $\mathbf{d}(k)$ یا اغتشاش عمومی برابر خواهد بود با:

$$\mathbf{d}(k) = \begin{bmatrix} d_{11}(k) \\ d_{12}(k) \\ \vdots \\ d_{1m}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \Phi_{12}(k) & \cdots & \Phi_{1m}(k) \\ \Phi_{21}(k) & 0 & \cdots & \Phi_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{m1}(k) & \Phi_{m2}(k) & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \vdots \\ \Delta u_m(k) \end{bmatrix} \quad (۴)$$

آنگاه معادله(۲) به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\Delta \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{\Phi}(k)\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{d}(k) \quad (۵)$$

با توجه به قطری بودن PJM، می‌توان ماتریس زیر را نیز تعریف کرد:

$$\mathbf{\Theta}(k) = \begin{bmatrix} \Phi_{11} \\ \vdots \\ \Phi_{mm} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{\Phi}(k) = \mathrm{diag}(\mathbf{\Theta}(k)) \quad (۶)$$

**فرض ٤:** درایه‌های ماتریس $\mathbf{\Theta}(k)$ دارای علامت مثبت باشند و درنتیجه درایه‌های قطر اصلی $\mathbf{\Phi}(k)$ مثبت باشند.

**توجه ۲:** از این فرض فقط برای اثبات پایداری استفاده می‌شود و در پیاده‌سازی روش پیشنهادی، محدودیتی ایجاد نمی‌کند. زیرا چنانچه مقدار اولیه درایه‌های ماتریس PJM مثبت انتخاب‌شوند، با توجه به نوآوری روش پیشنهادی در قوانین تطبیق، همواره این درایه‌ها در طول عملکرد سیستم حلقه‌بسته مثبت باقی می‌مانند.

## ۲-۱- طراحی کنترل‌کننده مدلغزشی داده‌محور معمولی

برای طراحی کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی داده‌محور، ابتدا سطح لغزش مرتبه اول به صورت ساده‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{e}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_d(k) \quad (۷)$$

که در آن $\mathbf{s}(k) \in \mathbf{R}^m$ سطح لغزش، $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$ خروجی و $\mathbf{y}_d(k) \in \mathbf{R}^m$ بردار مسیرهای مطلوب هستند. به‌کمک رابطه‌ی (۳) می‌توان $\mathbf{s}(k+1)$ را از رابطه‌ی زیر به‌دست آورد:

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{e}(k+1) = \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}_d(k+1) \quad (۸)$$

با توجه به آن‌که کنترل‌کننده مد لغزشی کنترل‌کننده‌ای مقاوم است، لذا در فرآیند محاسبه سیگنال کنترل معادل، بایستی اغتشاش نادیده گرفته‌شود. در نتیجه با جایگذاری رابطه‌ی (۵) در رابطه (۸) و بدون درنظر گرفتن اغتشاش معادله‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{e}(k+1) = \big(\mathbf{y}(k) + \mathbf{\Phi}(k)\Delta \mathbf{u}(k)\big) - \mathbf{y}_d(k+1) \quad (۹)$$

حال سطح لغزش مرتبه دوم به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$\mathbf{\sigma}(k) = \mathbf{s}(k) + \mathbf{\mu}\mathbf{s}(k-1) \quad (۱۰)$$

که در آن $\mathbf{\mu} \in \mathbf{R}^{m\times m}$ ماتریس مثبت معین و قطری است.

در طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی، سیگنال کنترل بایستی به گونه‌ای باشد که بتواند سطح لغزش را به سمت صفر هدایت کند. لذا سیگنال کنترل معادل، از قانون $\mathbf{\sigma}(k+1) = \mathbf{\sigma}(k) = 0$ قابل محاسبه است. به‌کمک رابطه‌ی بیان‌شده نتیجه می‌شود

$$\mathbf{\sigma}(k+1) = \mathbf{s}(k+1) + \mathbf{\mu}\mathbf{s}(k) = 0 \rightarrow \mathbf{s}(k+1) = -\mathbf{\mu}\mathbf{s}(k) \quad (۱۱)$$

با جایگذاری (۹) در رابطه (۱۱) معادله‌ی زیر نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{y}(k) + \mathbf{\Phi}(k)\Delta \mathbf{u}(k) - \mathbf{y}_d(k+1) = -\mathbf{\mu}\mathbf{s}(k) \quad (۱۲)$$

از رابطه‌ی (۱۲) سیگنال کنترل معادل به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta \mathbf{u}_{eq}(k) = \mathbf{\Phi}^{-1}(k)\begin{pmatrix} -\mathbf{\mu}\mathbf{s}(k) + \mathbf{y}_d(k+1) \\ -\mathbf{y}(k) \end{pmatrix} \quad (۱۳)$$

اگر قانون کنترل بخش کلیدزنی نیز به‌صورت رابطه‌ی زیر تعریف گردد:

$$\Delta \mathbf{u}_{dis}(k) = -\mathbf{\Phi}^{-1}(k)\begin{pmatrix} \dfrac{\mathbf{s}(k)\hat{\mathbf{\Theta}}^T(k)\mathbf{\lambda}}{\|\mathbf{s}(k)\|^2}\mathbf{s}(k) \\ +\tanh(\mathbf{\alpha}\mathbf{\sigma}^T(k))\,\hat{\mathbf{\varepsilon}}(k) \end{pmatrix} \quad (۱۴)$$

که در آن $\mathbf{\alpha} \in \mathbf{R}^m$ بردار و $\mathbf{\lambda} \in \mathbf{R}^{m\times m}$ ماتریس با درایه‌های مثبت و در اختیار طراح هستند و $\mathbf{\varepsilon}(k) \in \mathbf{R}^m$ ضریب کلیدزنی است، آنگاه قانون کنترل کل از حاصل جمع دو قانون کنترل معادل و قانون کنترل بخش کلیدزنی به صورت رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{\Phi}^{-1}(k)\begin{pmatrix} -\mathbf{\mu}\mathbf{s}(k) + \mathbf{y}_d(k+1) - \mathbf{y}(k) \\ -\dfrac{\mathbf{s}(k)\hat{\mathbf{\Theta}}^T(k)\mathbf{\lambda}}{\|\mathbf{s}(k)\|^2}\mathbf{s}(k) \\ -\tanh(\mathbf{\alpha}\mathbf{\sigma}^T(k))\,\hat{\mathbf{\varepsilon}}(k) \end{pmatrix} \quad (۱۵)$$



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

## ۳- بررسی پایداری سیستم حلقه‌بسته و محاسبه قوانین تطبیق جدید بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف

در کلیه مراجعی که در مورد کنترل‌کننده‌های داده‌محور منتشر شده‌اند، همواره سعی شده‌است متناسب با مورد مطالعه و درجه نسبی سیستمی که کنترل‌کننده برای آن طراحی شده‌است، قوانین رسیدن گوناگونی تعریف شود. این درحالی است که کنترل‌کننده‌های داده‌محور بایستی تا حد امکان وابستگی به مدل نداشته باشند. برای این منظور، در این مقاله با سطح لغزش ساده‌تر و تطبیقی‌کردن ضریب کلیدزنی و در نتیجه قانون رسیدن ساده‌تر و مستقل از مدل سیستم، قصد بر آنست که تا حد امکان توانایی دفع اغتشاش و کاهش چترینگ افزایش یابد. همچنین در بسیاری از مراجع همچون [۱ ]و [۲] از روش مرجع [۱۶] در به‌دست آوردن قانون تطبیق برای تخمین درایه‌های PJM استفاده‌شده است. یکی از ایرادات اصلی این روش در نحوه محاسبه آن است، که منجر به وابستگی بیش از حد درایه‌های ماتریس PJM به مقدار اولیه می‌شود و همچنین منجر به ایجاد فرض محدود-کننده‌ای بر روی علامت درایه‌های قطر اصلی PJM می‌شود. همچنین این شیوه محاسبه پارامترهای PJM منجر به افزایش مراحل اثبات پایداری می-شود. با توجه به آن‌که PJM براساس عملکرد سیستم تغییر می‌کند، لذا در این مقاله درایه‌های این ماتریس به‌عنوان نامعینی داخلی سیستم تخمین‌زده خواهند شد. این قانون جدید تطبیق برای ضریب کلیدزنی و ماتریس PJM بادرنظرگرفتن پایداری سیستم حلقه‌بسته سیستم به‌دست خواهند آمد.

**قضیه ۱:** چنانچه سیستم (۱) فرض‌های ۱ تا ۴ را برآورده کند و قوانین تطبیق برای پارامترهای ضریب کلیدزنی و درایه‌های قطر اصلی PJM به‌شکل زیر تعریف گردند:

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)=\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)+2\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}\mathbf{s}(k)\\&\Rightarrow\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)=\operatorname{diag}(\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k))\end{aligned}\qquad(۱۶)$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)=\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)+2\boldsymbol{\Pi}^{-1}\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^{T}(k))\mathbf{s}(k)\qquad(۱۷)$$

آنگاه سیستم حلقه‌بسته پایدار سراسری خواهد بود.

**اثبات:** تابع لیاپانوف زیر را درنظر بگیرید:

$$\begin{aligned}V(k)=&\frac{1}{2}\mathbf{s}^{T}(k)\mathbf{s}(k)\\&+\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\tilde{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k-1)\\&+\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\boldsymbol{\Pi}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\end{aligned}\qquad(۱۸)$$

که در آن $\boldsymbol{\Pi}\in\mathbf{R}^{m\times m}$ و $\boldsymbol{\Gamma}\in\mathbf{R}^{m\times m}$ ماتریس‌های قطری، مثبت معین و در اختیار طراح هستند. برای آن‌که سیستم حلقه‌بسته پایدار باشد، کافی است که تفاضل مرتبه اول آن منفی نیمه معین باشد. تفاضل مرتبه اول (۱۸) برابر است با

$$\begin{aligned}\Delta V(k)=&\mathbf{s}^{T}(k)\Delta\mathbf{s}(k)+\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\tilde{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\&+\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)+\frac{1}{2}\Delta\mathbf{s}(k)\Delta\mathbf{s}^{T}(k)\\&+\frac{1}{2}\Delta\tilde{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\tilde{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\&+\frac{1}{2}\Delta\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\end{aligned}\qquad(۱۹)$$

که در آن $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)=\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)-\boldsymbol{\varepsilon}^{*}$، $\tilde{\boldsymbol{\Theta}}(k)=\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)-\boldsymbol{\Theta}^{*}$، $\Delta\tilde{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)=\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)$، $\Delta\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)=\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)$ هستند.

توجه‌شود که در بحث اثبات پایداری، باید در سیگنال کنترل (۱۵) اثر اغتشاش را نیز لحاظ کرد. لذا رابطه (۱۵) با درنظر گرفتن اغتشاش در رابطه (۱۹) جایگذاری شده است.

با درنظرگرفتن $\Delta\mathbf{s}(k)=\mathbf{s}(k+1)-\mathbf{s}(k)$ و جایگذاری (۱۵) در (۱۹) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned}\Delta V(k)=&\mathbf{s}^{T}(k)\begin{pmatrix}-(\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu})\mathbf{s}(k)-\mathbf{d}(k)\\-\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^{T}(k))\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\\-\dfrac{\mathbf{s}(k)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k)\boldsymbol{\lambda}}{\|\mathbf{s}(k)\|^{2}}\mathbf{s}(k)\end{pmatrix}\\&+\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\&+\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)+\frac{1}{2}\Delta\mathbf{s}(k)\Delta\mathbf{s}^{T}(k)\\&+\frac{1}{2}\Delta\tilde{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\tilde{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\&+\frac{1}{2}\Delta\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\end{aligned}\qquad(۲۰)$$

معادله (۲۰) به‌فرم زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned}\Delta V(k)=&-\mathbf{s}^{T}(k)\big(\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu}\big)\mathbf{s}(k)+\frac{1}{2}\Delta\mathbf{s}^{T}(k)\Delta\mathbf{s}(k)\\&+\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)+\frac{1}{2}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\\&-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T}(k)\Big(\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^{T}(k))\Big)^{T}\mathbf{s}(k)\\&-\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k)\boldsymbol{\lambda}\mathbf{s}(k)+\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\&+\frac{1}{2}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{T}(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\&+\mathbf{s}^{T}(k)\big(-\mathbf{d}(k)\big)\end{aligned}\qquad(۲۱)$$

اگر در رابطه اخیر از تساوی $\mathbf{s}(k+1)=-\boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k)$ استفاده شود، آنگاه $\Delta\mathbf{s}(k)=-\big(\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu}\big)\mathbf{s}(k)$. همچنین، با توجه به آن‌که $\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)=\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)-\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)$ و $\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)=\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)$ رابطه (۲۱) به شکل زیر قابل بازنویسی است:



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k)\left(\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu}\right)\mathbf{s}(k)\\ &+\frac{1}{2}\mathbf{s}^T(k)(\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu})^T(\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu})\mathbf{s}(k)\\ &+\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\\ &+\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k))^T\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\\ &-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k)\left(\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k))\right)^T\mathbf{s}(k)\\ &-\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\lambda}\mathbf{s}(k)\\ &+\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\ &+\frac{1}{2}\left(\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)-\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1)\right)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\ &-\mathbf{s}^T(k)\mathbf{d}(k)\end{aligned} \quad (۲۲)$$

با ساده‌سازی رابطه (۲۲) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k)(\mathbf{I}-\boldsymbol{\mu}^T\boldsymbol{\mu})\mathbf{s}(k)\\ &+\frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k)\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)+\frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k+1)\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\\ &-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k)\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k))\mathbf{s}(k)\\ &-\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\lambda}\mathbf{s}(k)\\ &+\frac{1}{2}\ \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\ &+\frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)-\mathbf{s}^T(k)\,\mathbf{d}(k)\end{aligned} \quad (۲۳)$$

رابطه (۲۳) به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k)(\mathbf{I}-\boldsymbol{\mu}^T\boldsymbol{\mu})\mathbf{s}(k)\\ &+\frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k)\boldsymbol{\Pi}\begin{pmatrix}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\\ -\boldsymbol{\Pi}^{-1}\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k))\,\mathbf{s}(k)\end{pmatrix}\\ &+\frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k+1)\boldsymbol{\Pi}\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)\\ &+\frac{1}{2}\ \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\ &+\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\Gamma}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\\ -\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}\mathbf{s}(k)\end{pmatrix}-\mathbf{s}^T(k)\,\mathbf{d}(k)\end{aligned} \quad (۲۴)$$

با جایگذاری قوانین تطبیق (۱۶) و (۱۷) در رابطه (۲۴) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= -\mathbf{s}^T(k)(\mathbf{I}-\boldsymbol{\mu}^T\boldsymbol{\mu})\mathbf{s}(k)\\ &+\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k+1)\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k))\,\mathbf{s}(k)\\ &+\ \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k-1)\boldsymbol{\lambda}\mathbf{s}(k)\\ &-\mathbf{s}^T(k)\mathbf{d}(k)\end{aligned} \quad (۲۵)$$

حال اگر فرض شود $\|\boldsymbol{\mu}\|^2 \le 1$، آنگاه جمله اول معادله (۲۵) منفی نیمه معین خواهدبود. در نتیجه، شرط منفی نیمه معین بودن تابع لیاپانوف به‌شکل زیر است:

$$\begin{pmatrix}\mathbf{s}^T(k)(\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)\\ +\mathbf{s}^T(k)\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)-\mathbf{s}^T(k)\mathbf{d}(k)\end{pmatrix}\le 0 \quad (۲۶)$$

با توجه به رابطه (۲۶) می‌توان گفت سطح لغزش می‌تواند به صفر همگرا شود. همچنین، اگر دو طرف رابطه (۲۶) از سمت چپ در عبارت مثبت و اسکالر $\frac{\mathbf{L}^{\mathrm{T}}}{\|\mathbf{L}\|}\frac{\mathbf{s}(k)}{\|\mathbf{s}(k)\|^2}$ که در آن $\mathbf{L}=[l_1,...,l_m]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^m, l_i=1(i=1,...,m)$ ضرب شوند و جمله مربوط به اغتشاش به سمت دیگر نامساوی منتقل شود، آنگاه شرط پایداری به شکل زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned}&\frac{\mathbf{L}^{\mathrm{T}}}{\|\mathbf{L}\|}\frac{\mathbf{s}(k)\mathbf{s}^T(k)}{\|\mathbf{s}(k)\|^2}\begin{pmatrix}(\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)\\ +\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\end{pmatrix}\\ &\le\frac{\mathbf{L}^{\mathrm{T}}}{\|\mathbf{L}\|}\frac{\mathbf{s}(k)\mathbf{s}^T(k)}{\|\mathbf{s}(k)\|^2}\mathbf{d}(k)\end{aligned} \quad (۲۷)$$

اگر اندازه دو طرف نامساوی (۲۷) محاسبه شود آنگاه نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned}&\frac{\|\mathbf{L}^T\|}{\|\mathbf{L}\|}\frac{\|\mathbf{s}(k)\|^2}{\|\mathbf{s}(k)\|^2}\left\|\begin{matrix}(\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)\\ +\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\end{matrix}\right\|\\ &\le\frac{\|\mathbf{L}^T\|}{\|\mathbf{L}\|}\frac{\|\mathbf{s}(k)\|^2}{\|\mathbf{s}(k)\|^2}\|\mathbf{d}(k)\|\end{aligned} \quad (۲۸)$$

با استفاده از قواعد ریاضی موجود برای نرم‌ها، شرط پایداری به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\left\|\begin{matrix}(\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)\\ +\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\end{matrix}\right\|\le\|\mathbf{d}(k)\| \quad (۲۹)$$

با برآورده شدن شرط (۲۹) تفاضل مرتبه اول تابع لیاپانوف منفی نیمه معین و در نتیجه سیستم حلقه‌بسته پایدار خواهدبود. □

**قضیه فرعی ۱:** اگر سیستم حلقه‌بسته پایدار باشد، آنگاه سطح لغزش به‌سمت صفر همگرا شده و درنتیجه درایه‌های ماتریس PJM و ضریب کلیدزنی نیز کراندار خواهندبود.

**اثبات:** با توجه به پایداری سیستم حلقه‌بسته در قضیه ۱، خطای حالت دائم سیستم حلقه‌بسته به‌سمت صفر همگرا می‌شود $(\lim_{k\to\infty}\mathbf{e}(k)\to\mathbf{0})$. لذا سطح لغزش مرتبه اول نیز به‌سمت صفر همگرا خواهد شد (یعنی $\lim_{k\to\infty}\mathbf{s}(k)\to\mathbf{0}$). با فرض $\lim_{k\to\infty}\mathbf{s}(k-1)\to\mathbf{0}$، نتیجه زیر به‌دست خواهد آمد:

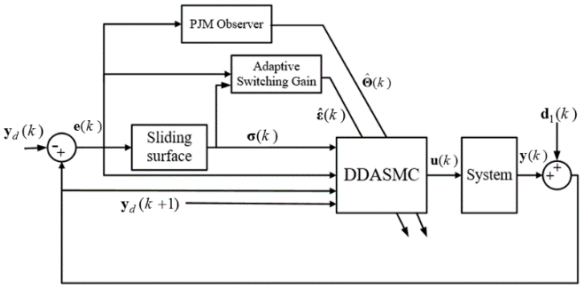
$$\begin{aligned}\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{\sigma}(k)&=\lim_{k\to\infty}(\mathbf{s}(k)+\boldsymbol{\mu}\mathbf{s}(k-1))\\ &=\lim_{k\to\infty}\mathbf{s}(k)+\boldsymbol{\mu}\lim_{k\to\infty}\mathbf{s}(k-1)\\ &\xrightarrow[\lim_{k\to\infty}\mathbf{s}(k-1)\to\mathbf{0}]{\lim_{k\to\infty}\mathbf{s}(k)\to\mathbf{0}}\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{\sigma}(k)=\mathbf{0}\end{aligned} \quad (۳۰)$$

در نتیجه سطح لغزش به سمت صفر همگرا می‌شود. با توجه به همگرایی سطح لغزش مرتبه اول به سمت صفر و باتوجه به قوانین تطبیق (۱۶) و (۱۷) دو نتیجه کلیدی زیر نیز به‌دست خواهند آمد:

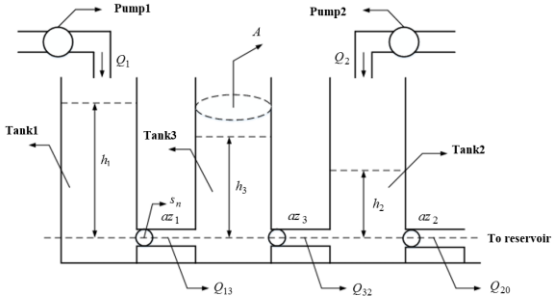
$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)=\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)+2\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}\mathbf{s}(k)\\ &\xrightarrow{\mathbf{s}(k)\to 0}\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)\to\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)\end{aligned} \quad (۳۱)$$



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]




شکل۱. بلوک دیاگرام کنترل‌کننده پیشنهادی




شکل۲. شماتیک سیستم سه تانک [۱]

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)=\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k)+2\boldsymbol{\Pi}^{-1}\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^{T}(k))\mathbf{s}(k)$$
$$\xrightarrow{\mathbf{s}(k)\to 0}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)\to\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k) \qquad (۳۲)$$

در نتیجه درایه‌های ماتریس PJM و همچنین ضریب کلیدزنی کراندار هستند.

**توجه ۳:** با توجه به سیگنال کنترل (۱۵) بایستی گفت مقادیر بزرگ برای $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$ و $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ در شرط (۲۹) مورد پذیرش نخواهند بود. زیرا مقدار بزرگ $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$ منجر به کوچک شدن سیگنال کنترلی خواهد شد که این موضوع باعث کاهش توانایی ردیابی مطلوب می‌گردد. همچنین، چنانچه مقدار $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ نیز مقداری بزرگ باشد، آنگاه چترینگ افزایش می‌یابد. چنانچه، $\boldsymbol{\lambda}$ کوچک و $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$ بزرگ باشد، آنگاه سرعت همگرایی کاهش می‌یابد. زیرا جمله اول در قانون کلیدزنی (۱۴) بر روی سرعت همگرایی موثر است. لذا با توجه به قضیه فرعی ۱ و فرض ۴، بایستی مقادیر اولیه درایه‌های بردارهای $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$ و $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ که در اختیار طراح هستند، با علامت مثبت و متناسب با سیستم مورد مطالعه (نه بزرگ و نه کوچک) انتخاب شوند، تا هم پایداری تضمین شود و هم توانایی کنترل‌کننده در دفع اغتشاش و کاهش چترینگ افزایش یابد. سپس، مقدار $\boldsymbol{\lambda}$ به گونه‌ای تعیین شود که شرط (۲۹) برقرار باشد.

بلوک دیاگرام کنترل‌کننده طراحی‌شده در شکل ۱ نشان‌داده شده است. الگوریتم کنترل‌کننده پیشنهادی به‌صورت زیر است:

۱. تعیین مقادیر اولیه برای $\mathbf{u}_{\mathrm{eq}}(k)$، $\mathbf{u}_{\mathrm{dis}}(k)$، $\mathbf{s}(k)$ و $\mathbf{y}(k)$

۲. تعیین مقادیر اولیه مثبت برای بردارهای $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$، $\boldsymbol{\Theta}(k)$ و $\boldsymbol{\lambda}$ به طوریکه شرط (۲۹) برقرار باشد.

۳. تعیین ماتریس‌های مثبت معین $\boldsymbol{\Gamma}$، $\boldsymbol{\Pi}$ و $\boldsymbol{\alpha}$ که در اختیار طراح هستند

۴. تعیین ماتریس مثبت معین $\boldsymbol{\mu}$ به‌طوری‌که شرط $\|\boldsymbol{\mu}\|^2\le 1$ برآورده‌شود

۵. محاسبه سطح لغزش مرتبه اول مطابق رابطه (۷)

۶. تخمین درایه‌های PJM به‌کمک رابطه (۱۶)

۷. تخمین ضریب کلیدزنی به‌کمک قانون تطبیق (۱۷)

۸. محاسبه سیگنال کنترل به‌کمک رابطه (۱۵)

تکرار گام‌های ۵ تا ۸ به‌کمک داده‌های اندازه‌گیری شده از سیستم

## ٤- نتایج شبیه‌سازی

به‌منظور نشان‌دادن عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی از سیستم سه تانک استفاده می‌شود. باتوجه به این موضوع که بهتر است کنترل‌کننده‌های داده‌محور بر روی مدل‌های واقعی پیاده‌سازی شوند، لذا در این بخش برای مقاصد شبیه‌سازی و تولید داده‌های مورد نظر مدل اولیه‌ای از سیستم سه تانک ارائه می‌شود. معادلات دینامیکی سیستم سه تانک عبارت است از [۱]:

معادلات دینامیکی سیستم سه تانک عبارت است از [۱]:

$$\begin{cases} A\dfrac{dh_1}{dt}=Q_1-Q_{13}\\ A\dfrac{dh_3}{dt}=Q_{13}-Q_{32}\\ A\dfrac{dh_2}{dt}=Q_2+Q_{32}-Q_{20}\\ Q_{13}=az_1S_n\,\mathrm{sgn}(h_1-h_3)\left(2g|h_1-h_3|\right)^{1/2}\\ Q_{32}=az_3S_n\,\mathrm{sgn}(h_3-h_2)\left(2g|h_3-h_2|\right)^{1/2}\\ Q_{20}=az_2S_n\left(2gh_2\right)^{1/2}\end{cases} \qquad (۳۱)$$

که دراین معادلات $Q_{13}$ نرخ جریان از تانک ۱ به ۳، $Q_{20}$ نرخ جریان از تانک ۲ به سمت مخزن، $Q_{32}$ نرخ جریان از تانک ۳ به ۲، $h_1$، $h_2$ و $h_3$ به‌ترتیب ارتفاع مایع در تانک‌های ۱، ۲ و ۳، $Q_1$ و $Q_2$ به‌ترتیب نرخ‌های جریان در پمپ‌های ۱ و۲، $az_i$ $(i=1,\dots,3)$ ضرایب جریان خروجی تانک‌ها، $S_n=0.5\,\mathrm{cm}^2$ سطح مقطع بین اتصالات، $A=154\,\mathrm{cm}^2$ سطح مقطع تانک‌ها و $g=981\,\mathrm{cm/s}^2$ شتاب گرانش است. در این معادلات، ورودی‌های این سیستم $Q_1$ و $Q_2$ (برحسب سانتی‌متر مکعب بر ثانیه) و خروجی‌ها $h_1$ و $h_2$ (برحسب متر) درنظرگرفته شده‌اند. زمان نمونه‌برداری ۱ ثانیه است و شبیه‌سازی برای مدت ۱۵۰۰ ثانیه اجرا می‌گردد. هدف از طراحی کنترل‌کننده برای این سیستم، ردیابی مسیرهای مرجع برای دو خروجی $h_1$ و $h_2$ است. بنابراین، $h_3$ به‌عنوان دینامیک داخلی درنظر گرفته می‌شود. خروجی‌های دلخواه به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

$$h_{d1}(k)=\begin{cases}0.35 & k<500\\ 0.5 & 500\le k<1000\\ 0.3 & 1000\le k\le 1500\end{cases}$$
$$h_{d2}(k)=\begin{cases}0.2 & k<300\\ 0.3 & 300\le k<700\\ 0.25 & 700\le k<1200\\ 0.2 & 1200\le k\le 1500\end{cases} \quad (۳۲)$$

همچنین نامعینی پارامتری برای ضریب جریان خروجی تانک‌ها با درنظرگرفتن $az_3=1$ به‌صورت زیر لحاظ‌شده‌اند [۱]:

$$az_1=\begin{cases}0.9 & k\le 300\\ 0.7 & k>300\end{cases}$$
$$az_2=\begin{cases}0.7 & k\le 800\\ 0.9 & k>800\end{cases} \quad (۳۳)$$

به‌منظور نشان دادن عملکرد بهتر روش پیشنهادی با روش‌های موجود، مقایسه با روش مرجع [۵] انجام خواهد گرفت که از دسته کنترل‌کننده‌های مد لغزشی داده‌محور است. در ادامه، روش ارائه‌شده در [۵] با اختصار MFASMC[1] و روش پیشنهادی در این مقاله با اختصار DDASMC[2] نشان‌داده می‌شود. در مرجع [۵]، ضریب کلیدزنی به‌صورت تطبیقی درنظرگرفته نشده است. علاوه بر آن، از قانون تطبیقی که در مرجع [۱۶] ارائه‌شده ، برای تخمین درایه‌های PJM استفاده‌شده است. مضافا این‌که، روش مرجع [۵] بسیار پیچیده‌تر از روش پیشنهادی در این مقاله است. به منظور بررسی مقاومت کنترل‌کننده پیشنهادی، اغتشاش خارجی از نوع پله با دامنه ۰/۰۶ متر در لحظه ۹۰۰ ثانیه به تانک‌ها اعمال می‌گردد. مقادیر مورد استفاده در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی برابراند با

$$\mathbf{\Pi}=\begin{bmatrix}20 & 0\\ 0 & 20\end{bmatrix},\ \mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix}\ \boldsymbol{\lambda}=\begin{bmatrix}0.01 & 0\\ 0 & 0.01\end{bmatrix}$$
$$\mathbf{\Theta}(1)=\mathbf{\Theta}(2)=\begin{bmatrix}0.15\\ 0.15\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\varepsilon}(1)=\boldsymbol{\varepsilon}(2)=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{\mu}=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}$$
$$\begin{cases}Q_1(1)=Q_1(2)=0\\ Q_2(1)=Q_2(2)=0\end{cases}\ \begin{cases}h_1(1)=h_1(2)=0\\ h_2(1)=h_2(2)=0,\\ h_3(1)=h_3(2)=0\end{cases}$$

و برای کنترل‌کننده مرجع [۵] عبارتند از

$$\mu=0.84,\ \eta=0.9,\ q=0.94,\ \lambda=0.0001,\ \rho=1$$
$$\hat{\mathbf{\Phi}}_{11}(1)=\hat{\mathbf{\Phi}}_{11}(2)=\hat{\mathbf{\Phi}}_{11}(3)=\begin{bmatrix}0.15\\ 0.15\end{bmatrix}$$
$$\hat{\mathbf{\Phi}}_{22}(1)=\hat{\mathbf{\Phi}}_{22}(2)=\hat{\mathbf{\Phi}}_{22}(3)=\begin{bmatrix}0.15\\ 0.15\end{bmatrix}$$
$$\mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix}0.02\\ 0.03\end{bmatrix},\ \varepsilon=0.9,\ T=1$$
$$Q_1(1)=Q_1(2)=0$$
$$Q_2(1)=Q_2(2)=0$$
$$h_1(1)=h_1(2)=h_1(3)=0$$
$$h_2(1)=h_2(2)=h_2(3)=0$$
$$h_3(1)=h_3(2)=h_3(3)=0$$

نتایج به‌دست‌آمده در شکل‌های ۳ تا ۸ نشان داده شده‌اند. همان‌طورکه در شکل ۳ مشخص است، در زمان‌هایی که اغتشاش و نامعینی پارامتری رخ داده‌است، کنترل‌کننده DDASMC در مدت زمان کمتری به مقدار مطلوب بازگشته است و این مورد ناشی از تطبیقی‌بودن ضریب کلیدزنی است که منجر به عملکرد بهتر و سریعتر شده است. همچنین، همان‌طورکه این شکل نشان می‌دهد، عملکرد دفع اغتشاش در کنترل‌کننده پیشنهادی مطلوب‌تر است و در مدت زمان به نسبت کمتری در مقایسه با کنترل‌کننده دیگر به مسیر مطلوب بازگشته است. همچنین، کنترل‌کننده پیشنهادی در مقایسه با کنترل‌کننده MFASMC دارای پاسخ‌های گذرای بهتر و عملکرد ردیابی مناسب‌تری (در نواحی که تغییر سطح مطلوب به صورت پله رخ داده) می‌باشد. با توجه به شکل ۴ می‌توان گفت عملکرد کنترل‌کننده DDASMC در کاهش پدیده چترینگ در سیگنال کنترل بسیار مطلوب عمل کرده‌است. این درحالی است که کنترل‌کننده MFASMC برای آن‌که بتواند چترینگ را کاهش دهد، نیازمند ضریب تضعیف $\mathbf{\Gamma}$ است و چنانچه درایه‌های این ضریب تضعیف به‌مقدار یک نزدیک شود، عملکرد ردیابی به‌شدت ضعیف خواهد شد.

شکل ۵ نمودار ضرایب کلیدزنی تطبیقی در روش پیشنهادی این مقاله را نشان می‌دهد. همان‌طورکه در این شکل مشاهده می‌شود، در زمان رخ دادن نامعینی‌ها و اغتشاش پله، عملکرد تطبیقی مناسبی صورت گرفته‌است. این عملکرد مناسب منجر به ردیابی بهتر و کاهش زمان همگرایی خروجی سیستم به خروجی مطلوب در زمان رخ دادن اغتشاش پله و نامعینی‌های پارامتری شده‌است. همچنین، یکی دیگر از مشکلاتی که در رابطه با کنترل‌کننده‌های داده‌محور پیشین وجود دارد، تکینه شدن سیگنال کنترل در اثر همگرایی به صفر درایه‌های روی قطر اصلی PJM است. این مشکل به دلیل استفاده از قانون تطبیق نامناسب رخ می‌دهد، که در این مقاله اصلاح شده است.

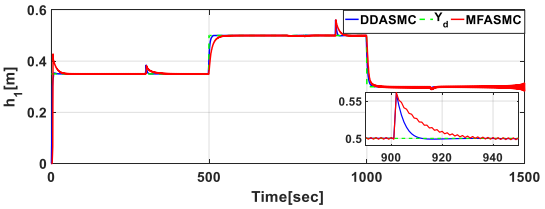
همان‌طورکه در شکل ۶ (آ) مشاهده می‌شود، با توجه به پایداری سیستم حلقه‌بسته پارامترهای این ماتریس هیچگاه منفی نمی‌شود. اما همانطورکه در شکل ۶ (ب) مشخص است، در کنترل‌کننده [۵]، مقادیر تخمین زده‌شده در ابتدای عملکرد سیستم و در حالت گذرا منفی می‌شوند. شایان ذکر است که در کنترل‌کننده MFASMC (همچون سایر مراجع) از روش مرجع [۱۵] برای به‌دست آوردن قانون تطبیق PJM استفاده‌شده است. همچنین،

[1] Model-Free Adaptive Sliding-Mode Controller
[2] Data-Driven Adaptive Sliding-Mode Controller

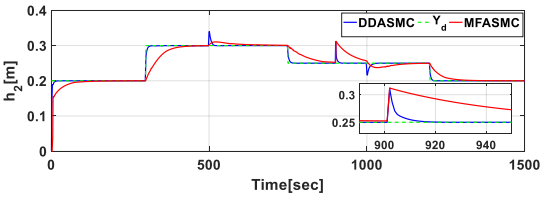


[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

باتوجه به شکل۶ (ب) می‌توان ادعا کرد در روش مرجع [۵]، چنانچه تنظیمات کنترل‌کننده به خوبی انجام نشود و یا مقادیر اولیه مناسب برای PJM انتخاب نشوند، آنگاه قانون تطبیق می‌تواند منجر به ناپایداری سیستم حلقه‌بسته گردد. درحالی‌که در قانون تطبیق پیشنهادی در این مقاله، اگر مقدار اولیه PJM مثبت انتخاب شود، دیگر نگرانی در مورد صفر یا منفی شدن درایه‌های PJM وجود ندارد. همچنین، در اکثر مراجع، در محاسبه سیگنال کنترل (۱۵)، از ضریب $(\boldsymbol{\Phi}(k)+\boldsymbol{\omega})^{-1}$ به جای $\boldsymbol{\Phi}(k)^{-1}$ استفاده می‌شود، که در آن ماتریس مثبت معین $\boldsymbol{\omega}$ از تکینه‌شدن سیگنال کنترل جلوگیری می‌کند. دلیل این مورد که در شکل ۶ (ب) درایه‌های PJM صفر می‌شوند، اما سیگنال کنترل تکینه نمی‌شود، استفاده از ماتریس $\boldsymbol{\omega}$ است، در حالی‌که، در این مقاله، ماتریس $\boldsymbol{\omega}$ حذف شده است.

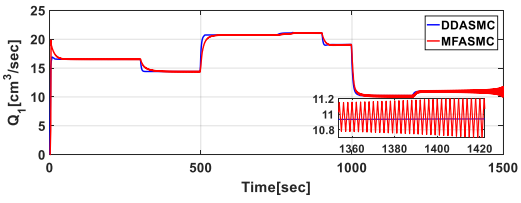



(آ)

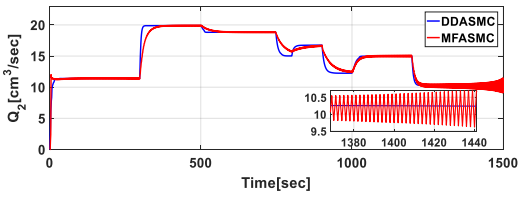



(ب)

شکل۳. خروجی‌های سیستم سه تانک (آ) خروجی تانک شماره ۱ (ب) خروجی تانک شماره ۲

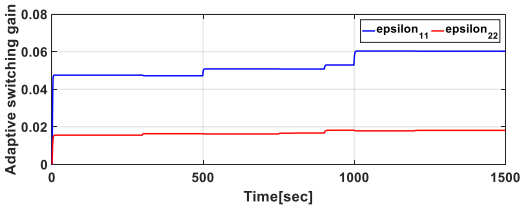



(آ)

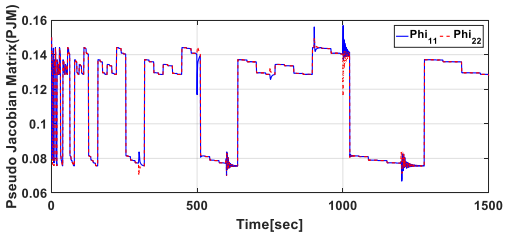



(ب)

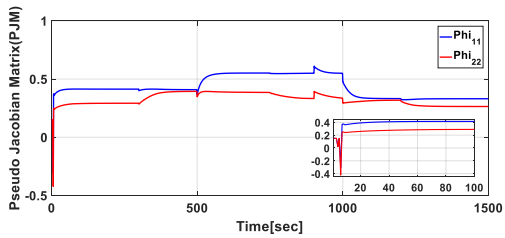
شکل۴. سیگنال‌های کنترلی (آ) نرخ جریان ورودی به تانک شماره ۱، (ب) نرخ جریان ورودی به تانک شماره ۲




شکل۵. ضرایب کلیدزنی تطبیقی

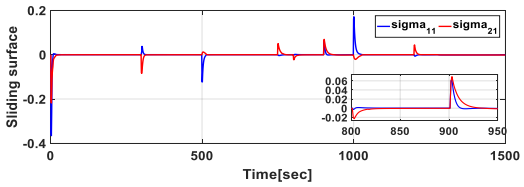



(آ)

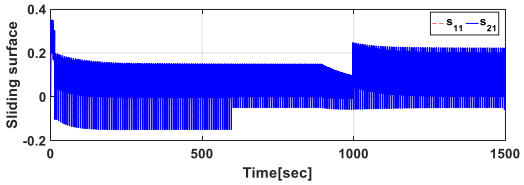



(ب)

شکل۶. درایه‌های ماتریس شبه ژاکوبی (آ) کنترل‌کننده DDASMC (ب) کنترل‌کننده MFASMC در مرجع [۵]

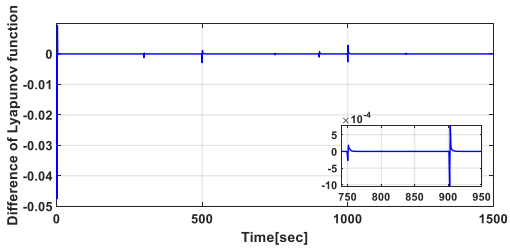



(آ)




(ب)

شکل۷. سطح لغزش (آ) کنترل‌کننده DDASMC پیشنهادی، (ب) کنترل‌کننده MFASMC در مرجع [۵]

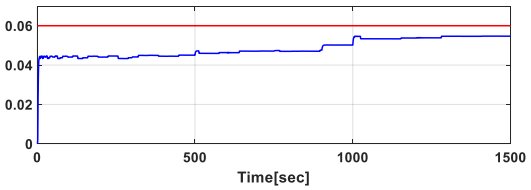



شکل۸. تفاضل مرتبه اول تابع لیاپانوف

[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

جدول۳: مقدار انتگرال قدر مطلق خطا برای دو کنترل‌کننده

| کنترل‌کننده | مقدار IAE برای $h_1$ | مقدار IAE برای $h_2$ |
|---|---|---|
| DDASMC | 1.8961 | 2.0022 |
| MFASMC | 138.4482 | 140.6280 |




شکل۹. بررسی شرط پایداری (۲۹)

باتوجه به شکل ۷ ، می‌توان گفت که عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در کاهش چترینگ، در مقایسه با کنترل‌کننده مرجع[۵]، بسیار مطلوب است. همچنین زمان‌هایی که قانون لغزش نقض می‌گردد، در مدت زمان کوتاهی جبران می‌شود، که این مورد نتیجه طراحی تطبیقی ضریب کلیدزنی است. در شکل ۸ نیز به وضوح دیده‌می‌شود چنانچه از قوانین تطبیق بیان شده استفاده شود، آنگاه تفاضل مرتبه اول تابع لیاپانوف منفی نیمه معین باقی می‌ماند. البته، در زمان‌های اعمال نامعینی و اغتشاش خارجی برای مدت کوتاهی شرط پایداری نقض می‌شود؛ اما با توجه به طراحی تطبیقی ضریب کلیدزنی، پایداری سیستم حلقه‌بسته سریعا برقرار می‌شود. همچنین، شکل ۹ نشان می‌دهد که در طول عملکرد سیستم، شرط (۲۸) همواره برقرار بوده است. به عبارت دیگر، باتوجه به کران بالای اغتشاش اعمال شده که برابر ۰/۰۶ متر است (خط قرمز رنگ)، مقدار $(\tanh(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^T(k)))^T\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k+1)+\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1)$ (خط آبی رنگ)همواره کوچکتر از این کران باقی می‌ماند.

برای مقایسه مناسب بین کنترل‌کننده‌های اجرا شده، از معیار انتگرال قدرمطلق خطا (IAE[1]) استفاده می‌شود که برابر است با

$$\mathrm{IAE}=\sum_{K=1}^{1500}\left|\mathbf{e}(k)\right| \qquad (۳۴)$$

جدول ۳ مقادیر محاسبه شده IAE برای دو کنترل‌کننده به تفکیک خروجی‌ها نشان می‌دهد. این جدول، تفاوت چشمگیر دو روش و تاثیر ضریب کلیدزنی تطبیقی در کاهش چترینگ سطح لغزش مرتبه اول (خطا) را به‌خوبی نشان می‌دهد.

## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، الگوریتم تطبیق جدیدی مبتنی بر نظریه لیاپانوف برای پارامترهای ماتریس شبه ژاکوبی در کنترل‌کننده مدلغزشی داده‌محور ارائه گردید. این نوآوری منجر به کاهش محافظه‌کاری‌ها در انتخاب مقادیر اولیه برای PJM شد. همچنین، کاهش تعداد فرضیات منطقی در رابطه با غالب قطری بودن ماتریس شبه ژاکوبی و مثبت بودن علامت آن از دیگر نتایج مفید این نوآوری است. زیرا با قانون تطبیق جدید و ارائه اثبات پایداری برای آن چنانچه مقدار اولیه مثبت و غیر صفر (حتی نزدیک به صفر) برای درایه‌های ماتریس شبه ژاکوبی انتخاب شود، آنگاه با همگرایی سطح لغزش به‌سمت صفر، دیگر این درایه‌ها منفی و صفر نخواهند شد. نتیجه اصلی این نوآوری جلوگیری از تکینه شدن سیگنال کنترلی است. همچنین، به‌کمک قانون تخمین جدید برای پارامترهای ماتریس شبه ژاکوبی، یک مرحله (یعنی بخش مربوط به اثبات کرانداری درایه‌های ماتریس شبه ژاکوبی) از اثبات‌های پایداری متداول برای کنترل‌کننده‌های داده‌محور کاهش یافت . در ادامه، به عنوان نوآوری دیگر، ضریب کلیدزنی به‌صورت تطبیقی ارائه شد که توانایی دفع اغتشاش و کاهش چترینگ که در تناقض با یکدیگر می‌باشند، را به‌طور همزمان فراهم‌کرد. همچنین، وابستگی طراحی قانون رسیدن به مدل ریاضی سیستم حذف‌شد.

## مراجع

[1] Weng. Y and Gao .X , 2017, "Adaptive sliding mode decoupling control with data-driven sliding surface for unknown MIMO nonlinear discrete systems," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 36, no. 3, pp. 969-997.

[2] Weng. Y and Gao .X , 2017, "Data-driven sliding mode control of unknown MIMO nonlinear discrete-time systems with moving PID sliding surface," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 354, no. 15, pp. 6463-6502.

[3] Gao. H, Ma .G, Lv. Y, and Guo. Y, 2019,"Forecasting-based data-driven model-free adaptive sliding mode attitude control of combined spacecraft," *Aerospace Science and Technology*, vol. 86, pp. 364-374.

[4] Xu. D, Song. X, Jiang. B, Yang. W, and Yan. W , 2019, "Data-driven sliding mode control for MIMO systems and its application on linear induction motors," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 17, no. 7, pp. 1717-1725.

[5] Wang, Li. X, Wang. J, Fang. X, and Zhu. X, 2016, "Data-driven model-free adaptive sliding mode control for the multi degree-of-freedom robotic exoskeleton," *Information Sciences*, vol. 327, pp. 246-257.

[6] Chen. X, Li. D, Wang. P, Yang. X, and Li. H, 2020, "Model-free adaptive sliding mode robust control with neural network estimator for the multi-degree-of-freedom robotic exoskeleton," *Complexity*, vol. 2020.

[7] Wang. R, Wei. Y, and Chi. R, 2020,"Enhanced data-driven optimal iterative learning control for nonlinear non-affine discrete-time systems with iterative sliding-mode surface," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 42, no. 11, pp. 1923-1934.

[1] Integral of Absolut Error



[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]

[8] Zhao. K, Yin. T, Zhang. C, He. J, Li. X, Chen. Y, R. Zhou, Leng. A, 2019, "Robust model-free nonsingular terminal sliding mode control for PMSM demagnetization fault," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 15737-15748.

[9] Liu. M, Zhao. Z, and Hao. L, 2021, "Data-driven sliding mode control of shape memory alloy actuators with prescribed performance," *Smart Materials and Structures*, vol. 30, no. 6, p. 065012.

[10] Liu. D and Yang .G.-H, 2017, "Data-driven adaptive sliding mode control of nonlinear discrete-time systems with prescribed performance," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 49, no. 12, pp. 2598-2604.

[11] Liu. D and Yang .G.-H, 2018, "Performance-based data-driven model-free adaptive sliding mode control for a class of discrete-time nonlinear processes," *Journal of Process Control*, vol. 68, pp. 186-194.

[12] Liu. D and Yang .G.-H, 2018, "Prescribed performance model-free adaptive integral sliding mode control for discrete-time nonlinear systems," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 30, no. 7, pp. 2222-2230.

[13] Hou. M and Wang. Y, 2021, "Data-driven adaptive terminal sliding mode control with prescribed performance," *Asian Journal of Control*, vol. 23, no. 2, pp. 774-785.

[14] Zhang. W, Xu. D, Jiang. B, and Pan. T, 2021, "Prescribed performance based model-free adaptive sliding mode constrained control for a class of nonlinear systems," *Information Sciences*, vol. 544, pp. 97-116.

[15] Wang. Y, Hou. M, 2019, "Model-free adaptive integral terminal sliding mode predictive control for a class of discrete-time nonlinear systems," *ISA transactions*, vol. 93, pp.209-217.

[16] Hou. Z and Jin. S, *Model Free Adaptive Control: Theory and Applications*. CRC press, Boca Raton, 2019.

[ Downloaded from joc-isice.ir on 2026-10-31 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.3.1 ]
[ DOI: 10.61186/joc.16.4.27 ]