مجله کنترل

ISSN 2008-8345

قطب علمی کنترل صنعتی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵

فهرست مقالات

طراحی فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده به‌منظور تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه و آشکارسازی لغزش ۱

ملیحه ملکی میقانی، بیژن معاونی، صیاد نصیری

مدل‌سازی، شبیه‌سازی و تشخیص عیب گام پره توربین‌های بادی مجهز به ژنراتور سنکرون درایو مستقیم با روش ماشین بردار پشتیبان ۲۷

صدیقه ابراهیمی، کریم عباس‌زاده

کنترل ازدحام شبکه TCP با استفاده از روش تخصیص طیف محدود: مطالعه مقایسه‌ای ۴۱

طاهره حیدری‌نیاز، علیرضا الفی

کنترل فازی تطبیقی غیر مستقیم مقاوم سیستم ترمز ضد قفل مبتنی بر رویتگر با استفاده از تخمین مشخصات جاده ۵۵

محمد حسین‌پور، علی اکبرزاده کلات

کنترل بهینه دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری با استفاده از سری مودال توسعه یافته و استراتژی برنامه‌ریزی خطی ۶۷

احسان محمّد زاده، ناصر پریز، سیدکمال حسینی ثانی، امین جاجرمی

کنترل ترکیبی خطی سازی فیدبک و هوشمند جهت کنترل سطح گلوکز خون مبتنی بر مدل تأخیری پالمبو ۷۷

وحیده حیدری، علی کارساز

www.joc-isice.ir

مجله کنترل

(ISSN 2008-8345)

قطب علمی کنترل صنعتی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق- تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷- پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی.

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی -تلفن ۸۶۰۶۲۴۰۳ - پست الکترونیکی aliyari@kntu.ac.ir

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد)- پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد)- پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)- پروفسور علی غفاری (استاد)- دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار)- پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد)- پروفسور مسعود شفیعی (استاد)- پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفرکاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا، دکتر فائزه فریور، دکتر موسی آیتی، دکتر محمد منثوری، دکتر رمضان هاونگی، دکتر امین رمضانی، دکتر عبدالرسول قاسمی، پروفسور محمد فرخی، دکتر یزدان باتمانی.

مدیر سایت: مهندس نسیبه فراهانی

صفحه آرا: کیان خالوزاده

به نام خدا

فهرست مقالات

طراحی فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده به‌منظور تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه و آشکارسازی لغزش ۱

ملیحه ملکی میقانی، بیژن معاونی، صیاد نصیری

مدل‌سازی، شبیه‌سازی و تشخیص عیب گام پره توربین‌های بادی مجهز به ژنراتور سنکرون درایو مستقیم با روش ماشین بردار پشتیبان ۱۱

صدیقه ابراهیمی، کریم عباس‌زاده

کنترل ازدحام شبکه TCP با استفاده از روش تخصیص طیف محدود: مطالعه مقایسه‌ای ۲۳

طاهره حیدری‌نیاز، علیرضا الفی

کنترل فازی تطبیقی غیر مستقیم مقاوم سیستم ترمز ضد قفل مبتنی بر رویتگر با استفاده از تخمین مشخصات جاده ۳۷

محمد حسین‌پور، علی اکبرزاده‌کلات

کنترل بهینه دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری با استفاده از سری مودال توسعه یافته و استراتژی برنامه‌ریزی خطی ۵۱

احسان محمّد زاده، ناصر پریز، سیدکمال حسینی ثانی، امین جاجرمی

کنترل ترکیبی خطی سازی فیدبک و هوشمند جهت کنترل سطح گلوکز خون مبتنی بر مدل تأخیری پالمبو ۶۵

وحیده حیدری، علی کارساز

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
۳) مکاترونیک و رباتیک.
۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص عیب، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی، تشخیص و جبران عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت، کنترل مدل چندگانه.

کاربردهای مورد علاقه مجله "کنترل"، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
۳) تولید و توزیع نیروی برق.
۴) انرژی های تجدیدپذیر.
۵) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
۶) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
۷) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
۸) مهندسی پزشکی، مهندسی زیستی و سامانه‌های زیستی.
۹) نانو کنترل.
۱۰) پردازش داده.
۱۱) مهندسی خودرو.
۱۲) سیستم های حمل و نقل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله www.joc-isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت B Zar ۱۲ و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، *نام کامل نشریه یا کنفرانس*، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، *عنوان کتاب*، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها

کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰،۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- درصورتی‌که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکرشده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. درهرصورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزاردقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نماید. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۱۰-۱

طراحی فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده به‌منظور تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه و آشکارسازی لغزش

ملیحه ملکی میقانی[۱]، بیژن معاونی[۲]، صیاد نصیری[۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی کنترل و علائم، گروه راه‌آهن برقی، دانشگاه علم و صنعت ایران، maleki.malihe@gmail.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی راه‌آهن، گروه راه‌آهن برقی، دانشگاه علم و صنعت ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

[۳] عضو هیئت علمی، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک خودرو، دانشگاه صنعتی شریف، nasiri@sharif.edu

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱۰/۰۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۰۱/۰۷)

چکیده: این مقاله به طراحی فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده‌ای به‌منظور تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه می‌پردازد. فیلتر طراحی‌شده دارای ساختاری ساده و درعین‌حال دقت قابل قبولی است. ازآنجایی‌که به دست آوردن مدل دینامیکی وسیله نقلیه که نامعینی‌ها و اثرات اغتشاش را لحاظ نماید کار دشوار و در مواردی تقریباً غیرممکن می‌باشد و از طرفی اندازه‌گیری گشتاور ترمزی آن نیازمند نصب سنسورهای جدیدی است که موجب افزایش هزینه‌ها و همچنین مسائل مرتبط با تعمیر و نگهداری می‌گردد، ازاین‌رو استفاده از تخمینگرهای حالت در تخمین سرعت طولی ساده نبوده و با چالش‌های متعددی مواجه می‌باشد. در این مقاله، فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده که برخلاف فیلترهای کلاسیک نیازمند مدل دینامیکی خودرو و اطلاع از مقدار ورودی گشتاور ترمزی نیست و همچنین نسبت به نسخه‌های پیشین از دقت و قابلیت اعتماد بیشتری نیز برخوردار است، بکار گرفته شده است. در فیلتر پیشنهادی این تحقیق که تحت عنوان "فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده" ارائه شده، از اطلاعات در دسترسی از سیستم ترمز ضد قفل همانند وضعیت شیرهای برقی و دینامیک ترمز وسیله نقلیه به منظور افزایش دقت تخمین سرعت طولی استفاده شده است. در این مقاله پس از ارائه مبانی تئوری لازم، با استفاده از یک آزمون تجربی صحت عملکرد این فیلتر بررسی و تائید می‌گردد.

کلمات کلیدی: تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه، آشکارسازی لغزش چرخ، فیلتر غیرخطی تطبیقی.

Designing a Modified Adaptive Nonlinear Filter for Vehicle Longitudinal Velocity Estimation and Slip Detection

Malihe Maleki Meighani, Bijan Moaveni, Sayyad Nasiri

Abstract: In this paper, a modified adaptive nonlinear filter (MANF) to estimate the vehicle longitudinal velocity of the vehicle has been presented which has acceptable accuracy and simple structure. Obtaining accurate model with minimum uncertainty is difficult and almost impossible, consequently, conventional model based filters can not be used simply in estimating the longituadinal velocity of the vehicle during the braking. On the other hand, the model based filters require the braking toque in velocity estimation where, measuring the braking torque requires specific sensors which will cause increasing the costs of repairing and maintenance. Consequently, in this paper a MANF has been introduced which didn't require the dynamic model of vehicle and the value of braking torque in estimation process. MANF has been evaluated by experimental data and its effectiveness has been approved.

Keywords: Longitudinal Velocity Velocity, Velocity Estimation, Wheel Slip Detection, Adaptive Nonlinear Filter.

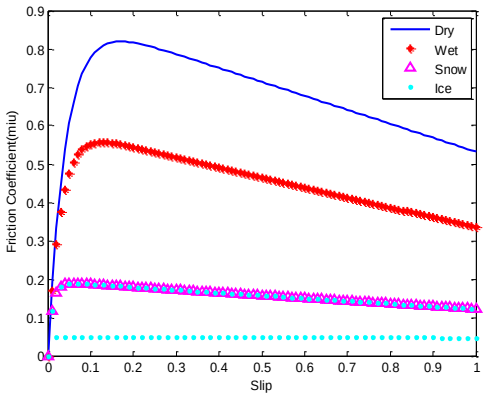
۱- مقدمه

اهمیت فرایند ترمزی به‌ویژه در شرایط لغزندگی جاده یا ریل بر کسی پوشیده نیست. در فرایند ترمزی، محاسبه دقیق مقدار لغزش وسیله نقلیه به‌منظور بهبود عملکرد سیستم‌های ترمز ضد لغزش از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است[۱]. در شرایط خشک بودن سطح و حرکت نرمال وسیله نقلیه، سرعت طولی وسیله نقلیه با سرعت خطی چرخ‌ها تقریباً برابر است. این در حالی است که در فرایند شتاب‌گیری یا ترمز گیری سرعت طولی وسیله نقلیه و سرعت خطی چرخ‌ها دیگر باهم برابر نیستند و تعیین دقیق سرعت طولی وسیله نقلیه یکی از مسائلی است که مدنظر مهندسین و محققین است[۲]. محاسبه و تعیین سرعت طولی وسیله نقلیه ازآن‌جهت ارزشمند است که در آشکارسازی لغزش کاربرد داشته و مورد نیاز بسیاری از سیستم‌های کنترل و ایمنی فعال وسیله نقلیه است. در فرایند ترمزی، لغزش به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \frac{V_x - R_\omega \omega}{V_x} \qquad (۱)$$

که V_x سرعت طولی وسیله نقلیه برحسب متر بر ثانیه، ω سرعت زاویه‌ای چرخ برحسب رادیان بر ثانیه و R_ω شعاع چرخ برحسب متر می‌باشد. نکته قابل توجهی که در سیستم‌های کنترل لغزش بسیار مورد توجه است این است که نیروی اصطکاک چه در وسایل نقلیه جاده‌ای و چه در وسایل نقلیه ریلی تابعی غیرخطی، به‌صورت شکل ۱، از مقدار لغزش چرخ می‌باشد. با توجه به این شکل مشخص است که حداکثر اصطکاک زمانی اتفاق می‌افتد که لغزش چرخ در محدوده ۰/۱ تا ۰/۲۵ باشد که البته این عدد برای وسایل نقلیه ریلی محدوده کوچک‌تری است. لذا هدف سیستم‌های کنترل لغزش، حفظ مقدار لغزش در این محدوده به‌منظور دست یافتن به حداکثر اصطکاک است[۳]. بر این اساس، سیستم‌های کنترل لغزش نیازمند اطلاعاتی درباره‌ی سرعت طولی وسیله نقلیه و سرعت زاویه‌ای چرخ می‌باشند که سرعت زاویه‌ای چرخ توسط سنسورهای کم‌هزینه‌ای همانند انکودرها قابل‌دستیابی است ولیکن سرعت طولی به دلیل هزینه بالا و مسائل ایمنی قابل‌اندازه‌گیری مستقیم نیست و در بیشتر تحقیقات به مسئله تخمین سرعت طولی پرداخته‌شده است[۴].

تخمین سرعت طولی تاکنون به‌روش‌های مختلفی صورت گرفته است که در[۴]-[۱۰] از فیلتر کالمن و ترکیبات آن استفاده‌شده است. در [۴] تخمین سرعت طولی و عرضی خودرو با استفاده از فیلتر کالمن موردتوجه قرارگرفته است و دلیل استفاده مکرر از این فیلتر را وجود نویزهای سنسورها و دینامیک غیرخطی وسیله نقلیه می‌داند.



شکل ۱: رابطه ضریب اصطکاک طولی با لغزش طولی در وسایل نقلیه جاده‌ای [۳]

در این تحقیق از فیلتر کالمن و فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده‌شده است و مدل وسیله نقلیه را به‌صورت دوچرخ با هفت درجه آزادی در نظر گرفته است. عدم استفاده از گشتاور ترمزی به‌عنوان ورودی از نکات مثبت این پژوهش بود، هرچند که پیاده‌سازی عملی آن به‌سادگی ممکن نیست. در [۵] از فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای تخمین سرعت طولی و نیروی اصطکاک استفاده‌شده است که از الگوی سیر تصادفی[1] برای مدل‌سازی نیروی اصطکاک استفاده‌شده است. در این روش، دقت تخمین در مواقعی که نیروی اصطکاک در طول رانندگی و ترمز گیری متغیر است، کاهش می‌یابد. در [۶] تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه را به کمک فیلتر کالمن تطبیقی موردتوجه قرار داده‌اند. در [۷] نیز از فیلتر کالمن و قوانین فازی به‌منظور تخمین سرعت استفاده‌شده است. هم‌چنین مقاله [۸] به حل مسئله تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه در حین فرایند ترمزی از طریق فیلتر کالمن و با فرض ورودی نامشخص پرداخته است.

هم‌زمان با استفاده از فیلترکالمن برای تخمین سرعت، تعدادی از پژوهشگران، سرعت طولی را از طریق رؤیتگرهای دیگری مانند رؤیتگرهای تناسبی-انتگرالی تخمین زدند. در [۱۱] نشان داده‌شده است که یک رؤیتگر تناسبی-انتگرالی می‌تواند حالت‌های سیستم را باوجود ورودی‌های نامعین تخمین بزند که به دلیل وجود ترم انتگرالی در حالت ماندگار دارای دقت بالایی می‌باشد. هم‌چنین [۱۲] به طراحی فیلتر کالمن تناسبی-انتگرالی برای سیستم‌های گسسته در زمان و با حضور ورودی نامشخص پرداخته است. این فیلتر متغیرهای حالت سیستم را در حضور اغتشاش تصادفی و غیر تصادفی و در حضور ورودی نامشخص تخمین می‌زند. در [۱۳] الگوریتم جدیدی بکار گرفته‌اند به این صورت که با اندازه‌گیری سرعت چرخشی هر چهارچرخ و شتاب طولی خودرو به تخمین سرعت طولی خودرو می‌پردازند. از مزایای این روش بار محاسباتی کم است که بکارگیری و پیاده‌سازی آن را در واحدهای کنترل الکترونیکی[2] مؤثر کرده و دارای خطای کمی می‌باشد ولی در

[1] Random Walk
[2] Electronic Control Unit (ECU)

نامعینی‌ها و نویز مقاومتی ندارد. در کنار روش‌های پیشین از رؤیتگرهای غیرخطی نیز به‌منظور تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه استفاده‌شده است[۱۴]-[۱۷]. [۱۴] به بررسی یک رؤیتگر غیرخطی با تضمین پایداری در ازای داشتن مقادیر شتاب و نرخ انحراف و سرعت زاویه‌ای چرخ و زاویه فرمان می‌پردازد. در [۱۵] به طراحی رؤیتگری غیرخطی بر اساس مدل تایر دوگوف و دینامیک خودرو پرداخته‌شده است. این رؤیتگر با اندازه‌گیری سرعت چرخ‌ها و شتاب خودرو در محورهای طولی و عرضی به تخمین سرعت طولی خودرو می‌پردازد. پایداری این رؤیتگر و مقاومت آن نسبت به اغتشاش و نامعینی پارامترها نیز مورد بررسی قرارگرفته است. همچنین در [۱۶]، یک رؤیتگر کاهش مرتبه یافته غیرخطی به‌منظور تخمین سرعت خودرو پیشنهاد شده است. در [۱۷] نیز به طراحی کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی برای کنترل مستقل لغزش چهارچرخ خودرو پرداخته است. نوع جاده با کیفیت‌های خاص خود در شبیه‌سازی‌های این مقاله لحاظ گردیده است. در ادامه و به‌منظور تخمین سرعت طولی در [۱۸] یک فیلتر غیرخطی تطبیقی پیشنهادشده است که تنها با اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای چرخ و بدون نیاز به مدل سیستم و گشتاور ترمزی، به تخمین سرعت توسط یک رابطه بازگشتی غیرخطی می‌پردازد. این الگوریتم بر اساس اختلاف بین سرعت چرخ و سرعت خودرو تنظیم می‌شود و اختلاف بین این دو مقدار توسط بهره فیلتر جبران می‌شود ولیکن راهکاری برای تنظیم بهره ارائه نشده است. ازاین‌رو دقت کافی را برای تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه دارا نیست. در [۱۹] بخش غیرخطی الگوریتم فوق تا حدودی تصحیح شده و بهره فیلتر بر اساس میزان اختلاف بین سرعت چرخ و خودرو تنظیم گردیده است و این امر سبب بالا رفتن دقت تخمین سرعت طولی شده است.

در مقاله پیش‌رو، با ارائه فرمولاسیون جدید برای فیلتر غیرخطی تطبیقی و همچنین بیان راهکارهایی، تلاش گشته است که سرعت طولی وسیله نقلیه با دقت قابل قبولی تخمین زده شود. ویژگی عمده فیلتر پیشنهادی که "فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده" نام گذاری شده است، عدم نیاز به مدل دینامیکی وسیله نقلیه و ورودی گشتاور ترمزی است که همان‌گونه که در بالا نیز به آن اشاره شد، ویژگی ارزشمندی است که مهندسین و محققین حوزه آشکارسازی و کنترل لغزش را تحت تأثیر قرار داده است. ضمناً فیلتر پیشنهادی در این مقاله، نسبت به روش-های پیشین خود دارای بخش غیرخطی ساده‌تر و خطای کمتری بین سرعت طولی واقعی و تخمینی می‌باشد. هم‌چنین تنظیم بهره فیلتر نیز به کمک روش گرادیان نزولی صورت می‌گیرد که با انتخاب تابع هدف مناسب، سعی در افزایش دقت تخمین شده است و علاوه بر آن از اطلاعات شیرهای برقی و دینامیک ترمزی وسیله نقلیه به منظور کاهش خطای تخمین استفاده شده است. صحت عملکرد این روش با انجام آزمونی تجربی بررسی و تائید شده است.

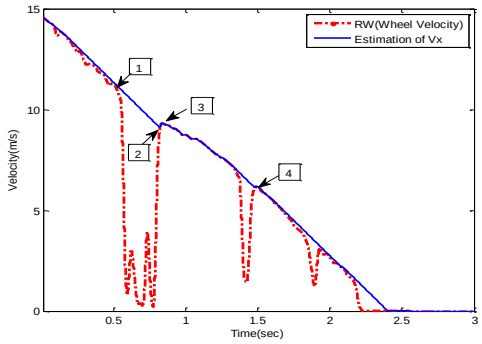
بخش دوم این مقاله، به بیان فیلتر غیرخطی تطبیقی معرفی شده در تحقیقات پیشین می‌پردازد. سپس در بخش سوم، الگوریتم فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده و نحوه تولید داده‌های آزمون تجربی بیان می‌شود. بخش چهارم به بررسی نتایج حاصل از بکارگیری فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده می‌پردازد و در بخش آخر نتیجه‌ای از مباحث ارائه شده بیان خواهد شد.

۲- مروری بر ادبیات تحقیق، فیلتر غیرخطی تطبیقی در تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه

همان‌طور که در مقدمه این مقاله ذکر گردید، تخمینگرهای مختلفی برای تخمین سرعت طولی به کار گرفته‌شده‌اند که یکی از آن‌ها فیلتر غیرخطی تطبیقی بوده که در [۱۸] و [۱۹] مطرح گردیده است. از ویژگی‌های مهم این فیلتر، سادگی پیاده‌سازی و عدم استفاده از گشتاور ترمزی به‌عنوان ورودی بوده است و در مقابل از نقاط ضعف آن می‌توان به‌دقت پایین و پیچیدگی بخش غیرخطی اشاره نمود. معادلات اولیه این فیلتر به‌صورت زیر بوده است:

$$V_x(k+1) = V_x(k) + \mathrm{R}_g\,(\mathrm{sgn}(V_x(k) - \mathrm{R}_\omega\,\omega(k+1)) \qquad (۲)$$

در معادله (۲)، V_x سرعت طولی تخمینی، $\mathrm{R}_\omega\,\omega$ سرعت خطی چرخ و R_g بهره فیلتر می‌باشد[۱۸]. در اینجا به‌منظور بیان فلسفه عملکردی این فیلتر از شکل ۲ بهره خواهیم گرفت. با شروع فرایند ترمز گیری و هم‌زمان با کاهش سرعت طولی وسیله نقلیه در نقطه ۱ از شکل ۲، سرعت طولی توسط رابطه (۲) تخمین زده می‌شود تا زمانی که به نقطه ۲ برسد. در این نقطه به دلیل اینکه با ادامه فرایند تخمین، سرعت طولی وسیله نقلیه از سرعت خطی چرخ‌ها کمتر می‌شود و این امر در فرایند ترمز گیری غیرممکن است، لذا در فاصله نقاط ۲ تا ۳ سرعت طولی وسیله نقلیه را برابر سرعت خطی چرخ تخمین می‌زنند. نقطه ۳ ماکزیمم مقدار سرعت خطی چرخ است. بعدازاین نقطه همانند نقطه ۱، روند تخمین سرعت طولی به همین منوال تا توقف وسیله پیش می‌رود. نکته قابل توجه‌ای که در این فرایند تأثیرگذار است تنظیم بهره R_g به کمک شیب خطوط وصل‌کننده نقاط ماکزیمم سرعت چرخ مانند نقاط ۱ و ۳ است، ولیکن همان‌گونه که در مقدمه نیز اشاره شد، در [۱۸] راهکاری که نحوه تنظیم بهره R_g را مشخص نماید ارائه نشده است.



شکل ۲: مقایسه سرعت طولی خودرو و سرعت خطی یک چرخ و ایده کلی طراحی فیلتر غیرخطی تطبیقی

در [۱۹]، بر اساس تجربه نویسندگان، الگوریتم‌های ساده‌ای جهت اصلاح فیلتر غیرخطی تطبیقی ارائه شد. ازجمله پیشنهاداتی که در جهت تصحیح این فیلتر در [۱۹] بیان‌شده است، شامل نرم کردن بخش غیرخطی (تغییر تابع sgn) و تنظیم بهره به کمک خطای تخمین(اختلاف بین سرعت طولی تخمین زده‌شده و سرعت خطی چرخ‌ها) می‌باشد که این اصلاحات در معادلات (۳) و(۴) آورده شده‌اند.

$$V_x(k+1) = V_x(k) + \mathrm{R}_g(k).\tanh(V_x(k) - \mathrm{R}_\omega\,\omega(k+1)) \qquad (۳)$$

$$\mathrm{R}_g(k+1) = \alpha.\mathrm{R}_g(k) \qquad (۴)$$

همان‌گونه که در روابط مشاهده می‌شود بخش غیرخطی معادله (۳) به کمک تابع tanh بیان‌شده است که نسبت به تابع sgn غیرخطی‌گری کمتری دارد. هم‌چنین در معادله (۴) بهره R_g در هرلحظه بر اساس ضریبی از بهره قبلی خود ساخته می‌شود که این ضریب توسط خطای تخمین محاسبه می‌شود. در هر دوی این فیلترها به این نکته توجه شده است که تا زمانی که سرعت طولی تخمین زده شده خودرو از سرعت خطی چرخ‌ها بیشتر باشد به تخمین سرعت بپردازند و در غیر این صورت سرعت طولی تخمینی را برابر سرعت خطی چرخ‌ها در نظر بگیرند. ضمناً به‌منظور عملکرد بهتر این فیلتر در نسخه تصحیح شده [۱۹]، تلاش گشته است که از قیود فیزیکی حاکم بر فرایند ترمز گیری همانند محدودیت شتاب طولی به‌منظور افزایش دقت عملکرد فیلتر استفاده گردد.

۳- فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده

در بخش پیشین، نقاط قوت و ضعف فیلتر غیرخطی تطبیقی و همچنین روند انجام تحقیقات در آن بیان گردید. در این بخش با هدف اصلاح عملکرد و افزایش دقت تخمین سرعت طولی، به تغییر معادلات و ارائه پیشنهادات لازم به‌منظور ارائه نسخه جدیدی از فیلتر غیرخطی تطبیقی خواهیم پرداخت. مسئله مهمی که قبل از شروع فرایند تخمین سرعت باید به آن توجه کرد تشخیص شرایط سطح جاده ازنظر خشک یا خیس بودن آن است. ازاین‌رو ابتدا به‌منظور شناسایی نوع جاده برای استفاده در بخش‌های بعدی تخمین سرعت، از الگوریتم بیان شده در [۲۰] استفاده می‌شود و سپس با مشخص شدن جنس جاده می‌توان مقادیر مناسب شتاب ترمزی حداکثر ($a_{x_\max}$) هر نوع جاده را مطابق شکل ۱ و رابطه (۵) به دست آورد و در فرایند تخمین سرعت طولی از آن استفاده کرد.

$$\dot{V}_x = \frac{-F_x}{M} \qquad (۵)$$

رابطه فوق مطابق [۲۱] بیانگر تغییرات سرعت طولی وسیله نقلیه در حین فرایند ترمزی است. در اینجا F_x نیروی اصطکاک برحسب نیوتن و M جرم وسیله نقلیه می‌باشد. نیروی اصطکاک F_x نیز مطابق رابطه (۶) برابر حاصل‌ضرب ضریب اصطکاک در نیروی وزن است.

$$F_x = \mu * N = \mu * Mg \qquad (۶)$$

در نتیجه تغییرات سرعت طولی وسیله نقلیه که معادل شتاب طولی آن می‌باشد، به کمک معادله (۷) قابل محاسبه است.

$$\dot{V}_x = \frac{-F_x}{M} = \frac{-\mu * Mg}{M} = -\mu g \qquad (۷)$$

مطابق شکل ۱ ضریب اصطکاک μ وابسته به شرایط سطح است. ازاین‌رو در فرایند تخمین سرعت باید ابتدا شرایط جنس سطح مشخص گردد و سپس مقادیر شتاب ترمزی حداکثر و سایر پارامترها را وارد نمود. به‌عنوان‌مثال برای شرایط جاده‌ای آسفالت خشک، با توجه به شکل۱، حداکثر ضریب اصطکاک درحدود $\mu = .8$ است و همچنین در شرایط ریل خشک حداکثر ضریب اصطکاک $\mu = .33$ است. درنتیجه شتاب حداکثری خط($a_{x_\max}$) در شرایط آسفالت خشک مطابق معادله (۷) برابر ۸ متر بر مجذور ثانیه و در شرایط ریل خشک برابر ۳٫۳ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد. حال با مشخص شدن شرایط سطح توسط الگوریتم ارائه شده در [۲۰] و به دست آوردن پارامترهای مختص هر شرایط جاده‌ای یا ریلی، فرایند تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه آغاز می‌گردد. معادله پیشنهادی تحقیق حاضر برای تخمینگر تطبیقی به‌صورت معادله خطی (۸) است. در لحظه شروع ترمزگیری $k = 0$ است و با گذشت زمان، مقادیر سرعت طولی در لحظات مختلف محاسبه می‌شود.

$$V_x(k+1) = -\mathrm{R}_g(k)V_x(k) + \mathrm{R}_\omega\,\omega(k+1) \qquad (۸)$$

که در این رابطه V_x سرعت طولی وسیله نقلیه برحسب متر بر ثانیه و $\mathrm{R}_\omega\,\omega$ سرعت خطی چرخ برحسب متر بر ثانیه و R_g بهره تطبیقی فیلتر است. واضح است که نکته کلیدی در تخمین مقدار سرعت طولی وسیله، تنظیم مناسب مقدار بهره R_g است. در اینجا پیشنهاد ما تنظیم بهره R_g به کمک روش گرادیان نزولی است. پرواضح است که به‌منظور استفاده از روش گرادیان نزولی نیاز به انتخاب یک تابع هدف مناسب است که بهره تطبیقی می‌بایست در جهت حداقل نمودن این تابع تغییر نماید. با توجه به هدف مسئله، تابع هدف پیشنهادی معادله (۹) است که در آن V_{xr} سرعت طولی واقعی خودرو و V_x سرعت طولی تخمین زده‌شده است. در این رابطه $E = V_{xr} - V_x$ خطای بین سرعت طولی واقعی و سرعت طولی تخمینی را نشان می‌دهد.

$$J = .5E^2 = .5(V_{xr} - V_x)^2 \qquad (۹)$$

در روش گرادیان نزولی حرکت در خلاف جهت بردار گرادیان، موجب حرکت به سمت نقطه کمینه خواهد گشت. ازآنجایی‌که هدف این روش تنظیم بهره R_g است، مطابق رابطه (۱۰) مشتق تابع هدف نسبت به بهره R_g محاسبه شده و با جایگذاری آن در رابطه (۱۱)، تغییرات بهره R_g به‌گونه‌ای به دست می‌آید که حرکت در جهت رسیدن به حداقل مقدار تابع هدف را تضمین می‌کند. η ثابت کوچکی است که مشخص کننده دامنه گام حرکتی در تصحیح بهره R_g است.

$$\frac{\partial J}{\partial R_g} = E\,\frac{\partial}{\partial R_g}(V_{xr} + R_g(k)V_x(k) - R_\omega\,\omega(k+1)) = EV_x(k) \tag{۱۰}$$

$$\Delta R_g = -\eta\,\frac{\partial J}{\partial R_g} \tag{۱۱}$$

درنتیجه تغییرات بهره فیلتر مدنظر به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta R_g = -\eta\,\frac{\partial J}{\partial R_g} = -\eta * E * V_x(k) \tag{۱۲}$$

ولیکن ازآنجایی‌که مقدار واقعی سرعت طولی وسیله نقلیه (V_x) در اختیار نیست، لذا محاسبه هرلحظه E ممکن نیست. همچنین به دلیل اینکه η مقدار مثبت کوچکی است و همچنین هدف حداقل نمودن خطا و یا به‌عبارت‌دیگر کوچک نمودن مقدار E است، لذا ضریب $\eta \times E$ با ضریب کوچک α در (۱۳) جایگزین گشته است.

$$R_g(k+1) = R_g(k) - \alpha V_x(k) \tag{۱۳}$$

با توجه به رابطه (۱۳)، این‌گونه به نظر می‌رسد که دقت کافی در به‌روزرسانی بهره وجود ندارد و فیلتر ارائه‌شده در معادلات (۸) و (۱۳) به علت وابستگی به مقدار خطای بین سرعت طولی واقعی و تخمینی و عدم اطلاع از آن، از دقت لازم برخوردار نیست. لذا، در ادامه با بکارگیری اطلاعاتی معلوم از ویژگی‌های سیستم ترمز شامل وضعیت شیرهای برقی و دینامیک ترمزی، تلاش خواهد شد که دقت فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده پیشنهادی در این تحقیق افزایش یابد. پیش از اینکه به روند تکمیل فیلتر پرداخته شود، مروری بر عملکرد سیستم‌های ترمز ضد قفل و نحوه تولید داده‌های تجربی مورد نیاز برای بررسی صحت عملکرد فیلتر خواهیم داشت.

۳-۱- بررسی ویژگی‌های عملکردی سیستم ترمز ضد قفل و به‌کارگیری آن در افزایش دقت فیلتر

در این بخش نحوه عملکرد سیستم ترمز ضد قفل و اجزای آن را معرفی کرده و سپس تلاش خواهد شد از اطلاعات آن سیستم به‌منظور بهبود تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه استفاده شود. سیستم ترمز ضد لغزش در وسایل نقلیه مختلف (قطار، خودرو و ...) در بیان ساده یک مجموعه الکترومکانیکی است که در هنگام ترمز گیری با کنترل فشار (قطع و وصل کردن فشار) هیدرولیک یا نیوماتیک در کسری از ثانیه، ارتباط لنت را با دیسک یا کاسه چرخ برقرار و قطع می‌کند و تکرار سریع و مداوم این عمل باعث از میان رفتن حالت قفل‌کردن چرخ‌ها می‌شود. اهمیت این‌گونه ترمزها نیز بیشتر در سطوح لغزنده یا ترمز گیری‌های اضطراری در سرعت‌های بالا نمایان می‌شود. شیرهای برقی تغذیه و تخلیه در سیستم ترمز ضد لغزش، شیرهایی هستند که در مسیر ورودی و خروجی انتقال فشار ترمزی قرار دارند و فشار ترمزی را تنظیم می‌کنند.

به عبارتی باز بودن شیر برقی تغذیه[1] به معنای افزایش گشتاور ترمزی است درحالی‌که باز بودن شیر برقی تخلیه[2] به معنای کاهش گشتاور ترمزی می‌باشد. لازم به ذکر است که شیر برقی تغذیه در حالت عادی باز[3] است و شیر برقی تخلیه در حالت عادی بسته[4] است. وضعیت این شیرهای برقی در حالت کارکرد سیستم‌های ترمز ضد لغزش سه حالت است:

۱) حالت افزایش فشار: زمانی که شیر تغذیه باز (وضعیت نرمال) است و شیر تخلیه بسته (وضعیت نرمال) است گشتاور ترمزی و فشار پشت کالیپر افزایش می‌یابد که براثر آن سرعت چرخ‌ها در حین فرایند ترمز گیری کاهش می‌یابد. در این حالت، هر دو شیر در وضعیت نرمال خود هستند که در ادامه با صفر نشان داده می‌شود.

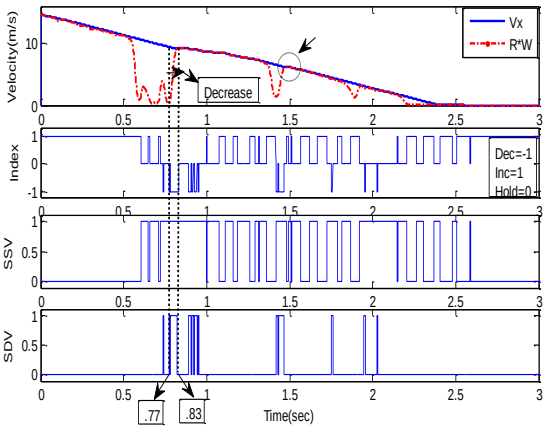
۲) حالت کاهش فشار: زمانی که شیر تغذیه بسته و شیر تخلیه باز است، گشتاور ترمزی و فشار پشت کالیپر کاهش می‌یابد که موجب افزایش سرعت چرخ و جلوگیری از وقوع لغزش می‌شود. در این حالت، وضعیت هر دو شیر در خلاف وضعیت نرمال خود است که در ادامه با یک نشان داده می‌شود.

۳) حالت ثابت نگه‌داشتن فشار: زمانی که شیر تغذیه و تخلیه هر دو بسته است، فشار پشت کالیپر ثابت می‌ماند که موجب ثابت ماندن نرخ کاهش سرعت می‌شود. در این حالت شیر تغذیه در خلاف وضعیت عادی خود است و شیر تخلیه در وضعیت عادی خود قرار دارد. در این حالت، وضعیت شیر تغذیه با یک و وضعیت شیر تخلیه با صفر نشان داده می‌شود.

همان‌گونه که اشاره شد، عملکرد یک سیستم ترمز ضد لغزش به سه حالت افزایش فشار، تثبیت فشار و کاهش فشار قابل‌تقسیم است. نکته‌ای

[1] SSV
[2] SDV
[3] Normally open
[4] Normally closed

که می‌تواند در تخمین دقیق‌تر سرعت طولی وسیله نقلیه موردتوجه قرار گیرد این است که در حالت‌هایی که سیستم ترمز در حالت کاهش فشار و به دنبال آن سرعت چرخ در حالت افزایشی قرار می‌گیرد، اگر زمان کافی از حالت کاهش فشار گذشته باشد، سرعت خطی چرخ به‌طور تقریبی با سرعت طولی وسیله نقلیه برابر خواهد بود(مطابق شکل ۳). تشخیص اینکه چه زمانی سرعت چرخ به مقدار قله خود رسیده است بر اساس وضعیت شیرهای برقی و مدت‌زمانی که شیرها در وضعیت کاهش فشار هستند ممکن می‌باشد. افزایش سرعت چرخ در حین فرایند ترمز گیری به کمک سیستم ضد لغزش رخ می‌دهد. در شکل ۳ برای بهتر نشان دادن وضعیت شیرهای برقی از متغیری به نام شاخص[1] استفاده شده است که چنانچه سیستم در وضعیت افزایش فشار باشد، شاخص عدد ۱+ را نشان می‌دهد. عدد صفر وضعیت تثبیت فشار و عدد ۱- وضعیت کاهش فشار را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده‌شده است با قرار گرفتن شیرها در وضعیت کاهشی (شاخص برابر ۱- باشد) و پس از گذشتن مدت زمانی (t_D) ناشی از دینامیک سیستم هیدرولیک شیر و چرخ، می‌توان رسیدن سرعت چرخ به نقطه قله خود را شاهد بود. با توجه به شکل ۳، زمان لازم برای رسیدن به نقطه قله سرعت چرخ برای خودروی آزمون در سطح خشک در حدود $t_D = 0.06 = 0.83 - 0.77$ ثانیه می‌باشد.



شکل ۳: نقاط قله سرعت خطی چرخ و برابری سرعت طولی خودرو با سرعت خطی چرخ‌ها در نقاط مشخص‌شده و ناحیه کاهش فشار پشت کالیپر(معادل شاخص۱-)و وضعیت شیرهای برقی ورودی و خروجی و زمان موردنیاز سیستم برای رسیدن به نقطه قله سرعت خطی چرخ

توجه شود که بر اساس آزمایشات انجام گرفته بر روی خودروی آزمون، زمان نشست مدل دینامیکی سیستم هیدرولیک و چرخ در حالت کاهش فشار پشت کالیپر در خودروی آزمون، در حدود ۰/۲۵ثانیه می‌باشد، که یک‌چهارم این زمان نشست (در حدود ۰/۰۶۲۵ ثانیه) به‌عنوان حداقل زمان مورد نیازسیستم برای نزدیک شدن سرعت خطی چرخ به سرعت طولی در نظر گرفته‌شده است که با زمان محاسبه شده از آزمون واقعی نشان داده شده در شکل ۳ (۰/۰۶ ثانیه = t_D) به‌طور تقریبی برابری می‌کند. بعدازاین فاصله زمانی و در شرایطی که شیرها در وضعیت کاهشی باشند($SSV = 1 \& SDV = 1$) پیشنهاد می‌شود به‌منظور تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه از روش میانگین‌گیری وزن‌دار شده به‌صورت رابطه (۱۴) استفاده شود و ازآنجایی‌که در این زمان، عملاً سرعت طولی واقعی با سرعت خطی چرخ برابر است، خطای E مطابق رابطه (۱۵) به‌طور دقیق محاسبه می‌شود و در اصلاح مقدار بهره R_g می‌تواند تأثیرگذار باشد. مطابق رابطه (۱۶) مشاهده می‌شود که بهره جدید R_g در فرایند تخمین جایگذاری می‌شود و می‌تواند سبب بهبود پاسخ گردد. در رابطه (۱۴)، مقدار β عددی بین صفر و یک انتخاب می‌شود که با توجه به اعتبار کم سرعت خطی چرخ این عدد نزدیک به یک(در این سیستم ۰/۸) گرفته می‌شود. هم‌چنین درصورتی‌که شیرها در حالت کاهشی نباشند تخمین سرعت طولی توسط معادله (۸) محاسبه می‌شود.

$$V_x(k+1) = \beta V_x(k) + (1-\beta) R_\omega \omega(k+1) \tag{۱۴}$$

$$\begin{aligned} E(k+1) &= V_{xr}(k+1) - V_x(k+1) \\ &= R_\omega \omega(k+1) - V_x(k+1) \end{aligned} \tag{۱۵}$$

$$R_g(k+1) = R_g(k) + E(k) V_x(k) \tag{۱۶}$$

علاوه بر معادلات بالا که شیرهای برقی در حالت کاهشی هستند، معادله‌ی دیگری نیز در این وضعیت به‌منظور جلوگیری از افت شدید سرعت طولی تخمینی در نقاط نزدیک به قله سرعت خطی چرخ در نظر می‌گیریم. این معادله درواقع خطی به‌صورت حد پایین سرعت طولی مطابق معادله (۱۷) است بطوریکه اگر سرعت خطی چرخ، در زمانی که شیرهای برقی در حالت کاهشی هستند، بالاتر از خط رابطه (۱۷) باشد($(R_\omega \omega)(k) > y(k)$)، تخمین سرعت بر اساس روابط (۱۴) تا (۱۶) انجام گیرد و اگر از این خط پایین‌تر باشد($(R_\omega \omega)(k) < y(k)$) روابط فوق اجرا نشود و تخمین سرعت همچنان بر اساس روابط اصلی فیلتر(معادلات(۸) و(۱۳)) انجام گیرد. رابطه حد پایین سرعت، معادله خط گذرنده از لحظه شروع ترمز گیری با حداکثر شتاب منفی ($-a_{x_\max}$) است. همان‌طور که قبلاً مطرح گردید فرکانس نمونه‌برداری داده‌ها ۱۰ کیلوهرتز است. ازاین‌رو زمان نمونه‌برداری داده‌ها $T_s = 10^{-4}$ ثانیه می‌باشد. $(R_\omega \omega)(0)$ برابر سرعت خطی چرخ در لحظه شروع ترمز گیری است.

$$y(k) = -a_{x_\max} T_s . k + (R_\omega \omega)(0) + a_{x_\max} T_s \tag{۱۷}$$

[1] Index

همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد، استفاده از کلیه نکات مطرح‌شده، به‌منظور بهبود تخمین سرعت طولی خودرو و بالا رفتن دقت آن است. در ادامه ضمن بیان قیود فیزیکی حاکم بر فرایند تخمین سرعت طولی خودرو، الگوریتم کارکرد فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده به‌طور خلاصه مطرح می‌گردد و سپس در بخش بعد نتایج حاصل از شبیه‌سازی و پیاده‌سازی فیلتر ارائه می‌شود.

از شروط حاکم بر مسئله تخمین سرعت طولی، مقدار افزایش بهره R_g می‌باشد، چراکه بهره R_g که شیب معادله (۸) در تخمین سرعت طولی می‌باشد همانند آنچه که در[۱۹] اشاره شده است تابع حد بالای شتاب طولی وسیله نقلیه مطابق رابطه (۱۸) می‌باشد.

$$0 < \mathrm{R}_g < a_{x_\max} \qquad (۱۸)$$

از طرفی تغییرات سرعت طولی وسیله نقلیه که معادل شتاب وسیله نقلیه است، نباید از حدود شتاب قابل تحمل وسیله نقلیه فراتر رود و می‌بایست شتاب وسیله نقلیه مطابق رابطه (۱۹) در محدوده قابل پیاده‌سازی باشد.

$$a_{x_\min} < \frac{(V_x(k+1) - V_x(k))}{T_s} < a_{x_\max} \qquad (۱۹)$$

علاوه به قیود ذکرشده، توجه به این نکته ضروری است که در فرایند ترمزگیری سرعت طولی وسیله نقلیه نباید از سرعت خطی چرخ‌ها کمتر شود. ازاین‌رو درصورتی‌که سرعت طولی وسیله نقلیه از سرعت خطی چرخ کمتر شود، سرعت طولی وسیله نقلیه را برابر سرعت خطی چرخ می‌گیریم.

$$\begin{aligned} &V_x(k+1) < \mathrm{R}_\omega\,\omega(k+1) \rightarrow \\ &V_x(k+1) = \mathrm{R}_\omega\,\omega(k) \end{aligned} \qquad (۲۰)$$

در شروع فرایند ترمزگیری نیز $V_x(0) = (\mathrm{R}_\omega\,\omega)(0)$ می‌باشد. ازآنجایی‌که در آزمون تجربی، سرعت طولی توسط شمارنده پالس محاسبه می‌شود که دقت اندازه‌گیری سرعت‌های کم‌تر از ۵ کیلومتر بر ساعت را دارا نیست. به همین دلیل در پایان فرایند تخمین سرعت طولی به‌منظور پایان یافتن الگوریتم، شرط کمتر بودن سرعت طولی تخمینی از ۵ کیلومتر بر ساعت گذاشته‌شده است.

$$V_x(k+1) < 5\,{}^{km}\!/_{h} \rightarrow end \qquad (۲۱)$$

الگوریتم فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده	
مرحله۰	شروع $k = 0, \mathrm{I} = 0$
مرحله۱	دریافت سرعت خطی چرخ($(\mathrm{R}_\omega\,\omega)(0)$) و بهره فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده ($(\mathrm{R}_g)(0)$)
مرحله ۲	آیا تاکنون تخمینی صورت گرفته است؟ ۲-۱) بلی: دریافت سرعت طولی تخمین زده‌شده‌ی خودرو و بهره فیلتر در مرحله پیشین ۲-۲) خیر: محاسبه سرعت طولی اولیه خودرو $V_x(0) = (\mathrm{R}_\omega\,\omega)(0)$
مرحله ۳	تخمین سرعت طولی توسط روابط (۸) و محاسبه بهره جدید فیلتر با استفاده از (۱۳)
مرحله ۴	آیا شیرهای برقی در حالت کاهشی هستند؟ ۴-۱)خیر: به مرحله ۵ برود. ۴-۲) بلی: اگر مدت زمان قرار گرفتن در حالت کاهش فشار بزرگ‌تر از زمان t_D بوده و $(\mathrm{R}_\omega\,\omega)(k) > y(k)$ می‌باشد؟ ۴-۲-۱) بلی: تصحیح تخمین با معادلات جایگزینی (۱۴) و(۱۵) و (۱۶) ۴-۲-۲) به مرحله ۵ برود
مرحله ۵	آیا بهره فیلتر غیرخطی تطبیقی $\mathrm{R}_g(k)$ در محدوده خود مطابق معادله (۱۸) می‌باشد؟ ۵-۱) بلی: به مرحله ۶ برود. ۵-۲) خیر: تنظیم بهره R_g برابر با نزدیک‌ترین کران معادله (۱۸)
مرحله ۶	آیا تغییرات $V_x(k)$ در محدوده خود مطابق معادله (۱۹) می‌باشد؟ ۶-۱) بلی: به مرحله ۷ برود. ۶-۲) خیر: تنظیم تغییرات $V_x(k)$ برابر با نزدیک‌ترین کران معادله (۱۹)
مرحله ۷	آیا سرعت طولی تخمینی بزرگ‌تر از سرعت خطی چرخ می‌باشد؟ ۷-۱) بلی: به مرحله ۸ برود. ۷-۲) خیر: $V_x(k+1) = \mathrm{R}_\omega\,\omega(k+1)$
مرحله ۸	آیا سرعت طولی تخمینی کمتر از ۵ کیلومتر بر ساعت می‌باشد؟ ۸-۱) بلی: پایان الگوریتم ۸-۲) خیر: $k = k+1$ و به مرحله ۲ برود.

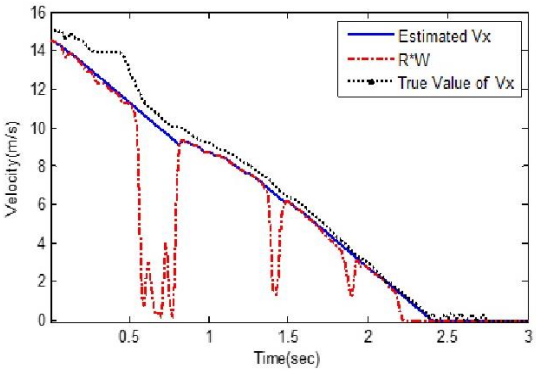
۴- ارزیابی فیلتر بر اساس نتایج حاصل‌شده از آزمون تجربی و شبیه سازی

اگر چه روش ارائه‌شده در این مقاله محدودیتی به‌منظور محاسبه و تخمین سرعت طولی در انواع وسایل نقلیه (ریلی و جاده‌ای) ندارد و به کمک الگوریتم تشخیص شرایط سطح در [۲۰]، می‌توان روابط بیان‌شده در این مقاله را برای هر شرایط سطحی تعمیم داد ولیکن در این بخش نتایج آزمون‌های تجربی توسط خودروی آزمون در شرایط جاده‌ای آسفالت خشک، ارائه می‌گردد. آزمایش تجربی با شروع حرکت خودروی آزمون بر روی جاده آسفالت خشک (شکل ۴) آغاز می‌شود و پس از رسیدن خودرو به سرعت مناسب، ترمز گیری انجام می‌پذیرد. سرعت خطی چرخ‌ها توسط سنسورهای نصب شده بر روی چرخ خودرو محاسبه می‌گردد به این صورت که تعداد پالس‌های ارسالی از سنسور سرعت چرخ به سرعت خطی چرخ تبدیل می‌شود. فیلتر غیرخطی تطبیقی با دریافت این اطلاعات به تخمین سرعت طولی می‌پردازد. هم‌چنین سرعت طولی خودرو توسط چرخ پنجمی که در پشت خودرو (مشابه شکل ۴) جای می‌گیرد و فاقد سیستم ترمز است، محاسبه می‌شود و به‌منظور بررسی صحت نتایج حاصل‌شده از تخمین سرعت طولی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مورد سرعت واقعی خودرو باید گفت که به دلیل استفاده از شمارنده پالس در محاسبه سرعت طولی توسط چرخ پنجم وجود خطا در نمایش آن دور از انتظار نیست. داده‌های مورد استفاده با فرکانس ۱۰ کیلوهرتز نمونه‌برداری شده‌اند. قابل‌ذکر است که مقدار اولیه سرعت طولی تخمین زده شده در ابتدای فرایند ترمزگیری برابر با سرعت خطی چرخ‌ها درنظرگرفته می‌شود (به دلیل کوچک بودن میزان لغزش). حداکثر شتاب مثبت و منفی خودرو مطابق مطالب مطرح‌شده در بخش قبل برای جاده آسفالت خشک، مثبت و منفی ۸ متر بر مجذور ثانیه در نظر گرفته شده است. دستگاه‌های اندازه‌گیری وضعیت شیرهای برقی ورودی و خروجی در شکل ۵ نشان داده‌شده‌اند.

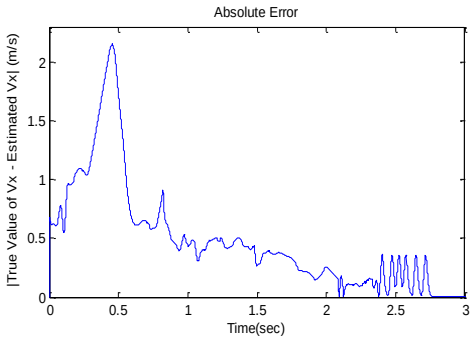
شکل ۴: خودروی آزمون به همراه چرخ پنجم

شکل ۵: دستگاه اندازه‌گیری وضعیت شیرهای برقی ورودی و خروجی و نمایشگر ثبت داده‌های سرعت طولی و خطی و سنسور سرعت چرخ

در این قسمت نتایج مربوط به تخمین سرعت طولی توسط فیلتر غیرخطی تطبیقی ارائه‌شده در تحقیقات پیشین و فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده در این مقاله و قدر مطلق خطای مطلق بین سرعت طولی واقعی و تخمین زده‌شده آن‌ها در شبیه‌سازی‌ها نشان داده می‌شود و در انتها تحلیلی بر نتایج حاصل‌شده ارائه خواهد شد. در ابتدا نتایج تخمین سرعت طولی توسط فیلتر غیرخطی تطبیقی و قدرمطلق خطای تخمین به ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ ارائه می‌شود. از آنجایی‌که فیلتر ارائه شده در بخش مرور منابع فاقد اطلاعات شیرهای برقی و دیگر اطلاعات دینامیک ترمزی می‌باشد در شکل ۶ نتایج سرعت طولی واقعی و تخمینی و خطی به تنهایی آورده شده است.

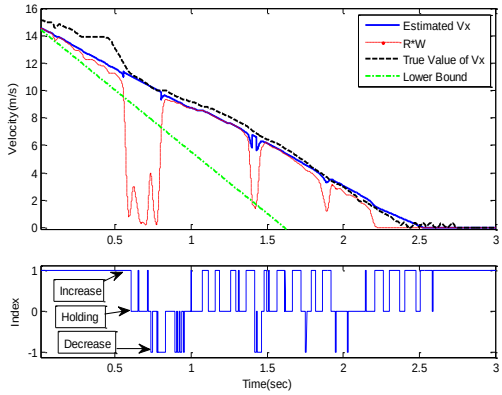


شکل ۶: تخمین سرعت طولی به کمک فیلتر غیرخطی تطبیقی

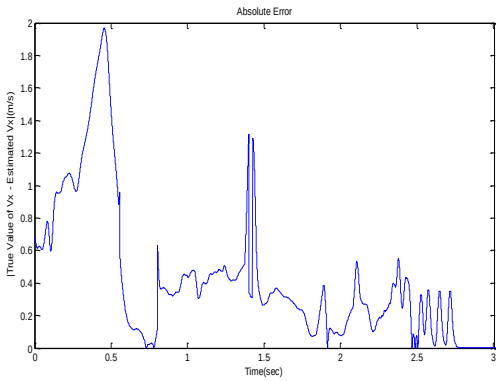


شکل ۷: قدر مطلق خطای بین سرعت طولی واقعی و تخمین زده شده توسط فیلتر غیرخطی تطبیقی

در فیلتر ارائه‌شده با وجود عدم نیاز به مدل دینامیکی وسیله نقلیه، تخمین قابل قبولی از سرعت طولی وسیله نقلیه حاصل‌شده است. در ادامه نتایج حاصل از شبیه‌سازی فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده به نمایش گذاشته می‌شود. شکل ۸ نتایج تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه و شکل ۹ قدرمطلق خطای بین سرعت طولی تخمینی و واقعی را نشان می‌دهد. خط محدودکننده سرعت نیز در شکل ۸ برای جلوگیری از افت شدید سرعت طولی با رنگ سبز نشان داده شده است. این خط قیدی است که سرعت طولی تخمین زده شده می بایست همواره بالای آن قرار گیرد. این خط از واگرایی ناگهانی فرایند تخمین سرعت طولی جلوگیری می نماید. وضعیت شیرهای برقی در فرایند تخمین و بر اساس الگوریتم ارائه شده در بالا بکار گرفته شده اند و همانگونه که مشخص است، در مقایسه با شکل ۶، مقدار سرعت طولی تخمین زده شده به مقدار سرعت طولی واقعی نزدیکتر شده است. این امر در شکل ۹ که مقدار قدرمطلق خطا را نشان می دهد در مقایسه با شکل ۷ به وضوح دیده می شود.



شکل ۸: تخمین سرعت طولی توسط فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده به همراه وضعیت شیرهای برقی ورودی و خروجی



شکل ۹: قدر مطلق خطا بین سرعت طولی واقعی و تخمین زده شده توسط فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده

باوجود درنظر نگرفتن مدل دینامیکی وسیله نقلیه و ورودی گشتاور ترمزی، فیلترهای به نمایش گذاشته‌شده در بالا دارای دقت خوب و سرعت محاسبات بالایی می‌باشند. از سوی دیگر با بهره‌گیری از اطلاعات موجود از وضعیت شیرهای برقی و دینامیک ترمز، همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود میانگین مربعات خطای فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده نسبت به فیلتر غیرخطی تطبیقی کمتر است که نشان‌دهنده‌ی دقت بهتر تخمین سرعت طولی توسط فیلتر ارائه‌شده در این پژوهش است. این فیلتر به دلیل دارا بودن اطلاعات شیرهای برقی و محدودیت-هایی همچون حد پایین سرعت طولی مطابق شکل ۸ بهبود قابل قیاسی نسبت به فیلترهای پیشین خود داشته است که در تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه بسیار موثر است.

جدول ۱: میانگین مربعات خطای فیلترهای بررسی‌شده

نوع فیلتر	میانگین مربعات خطا
فیلتر غیرخطی تطبیقی (مرور منابع)	۰/۴۳۴۲
فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده	۰/۳۵۳۶

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح‌شده به‌منظور تخمین سرعت طولی وسیله نقلیه مطرح گردید. بابیان روابط این فیلتر و سپس انجام آزمونی تجربی بر روی خودروی آزمون، الگوریتم پیشنهادی بکار گرفته شد و نتایج حاصل از تخمین سرعت طولی توسط فیلتر با سرعت طولی واقعی وسیله نقلیه، مقایسه و مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج پیاده سازی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند تخمین مناسبی برای سرعت طولی داشته باشد. ویژگی عمده این فیلتر عدم استفاده از مدل وسیله نقلیه، حذف شدن خطاهای ناشی از نامعینی‌های دینامیک خودرو و عدم نیاز به اطلاعات ورودی گشتاور ترمزی وسیله نقلیه و نامعینی‌های حاصل از آن است. هم‌چنین سرعت محاسبات بالا و سادگی الگوریتم و روابط از نقاط مثبت آن است. البته فیلتر ارائه‌شده به اطلاعاتی از سیستم ترمز ضد لغزش در کنار الگوریتمی به‌منظور تشخیص شرایط سطح نیازمند است که از نقاط ضعف این دسته از فیلترها محسوب می گردد.

مراجع

[] T. Mei and H.Li, "Measurement of absolute vehicle speed with a simplified inverse model", Vehicular Technology, IEEE Transactions on, Vol. 59, pp. 1164-1171, 2010.

[2] H. Mirzaeinejad and M. Mirzaei," A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems", Control Engineering Practice, Vol. 18, pp. 918-926, 2010.

[3] M. Khosravi," Estimating of linear speed and detecting slip by designing robust estimator", Msc.Thesis, Iran University of Science and Technology. Tehran, Iran, (in persian), 2013.

[4] J .C Alvarez, "Estimation of the longitudinal and lateral velocities of a vehicle using extended Kalman filters,"Msc thesis, Georgia Institute of Technology,2006.

[5] L. R. Ray," Nonlinear state and tire force estimation for advanced vehicle control", Control Systems Technology, IEEE Transactions on, Vol.3, pp. 117-124, 1995.

[6] L. Chu , Y. Shi, Y. Zhang, Y. Ou and M. Xu, " Vehicle velocity estimation based on Adaptive Kalman Filter", In Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering (CMCE),2010 International Conference on,IEEE, Vol. 3, pp. 492-495, 2010.

[7] K. Kobayashi, K. C. Cheok and K. Watanabe, "Estimation of absolute vehicle speed using fuzzy logic rule-based Kalman filter", American Control Conference, Proceedings of the 1995 ,IEEE,Vol. 5, pp. 3086-3090,1995.

[8] B. Moaveni, M. Khosravi Rogaye abad and S. Nasiri," Vehicle longitudinal velocity estimation during the braking process using unknown input kalman filter ",Vehicle System Dynamics, Vol.53, No.10, pp. 1373-1392, 1995.

[9] K.Watanabe, K. Kinase and K. Kobayashi," Absolute speed measurement of vehicles from noisy acceleration and erroneous wheel speed", Intelligent Vehicles Symposium Proceedings of the Intelligent Vehicles' 93 Symposium, pp. 271-276,1993.

[10] H. Guo, H. Chen, F. Xu, F. Wang and G. Lu ," Implementation of EKF for vehicle velocities estimation on FPGA", Industrial Electronics, IEEE Transactions on, Vol.60, No.9 ,pp. 3823-3835, 2013.

[11] D. Söffker, T. J. Yu and P. C. Müller," State estimation of dynamical systems with nonlinearities by using proportional-integral observer", International Journal of Systems Science, Vol.26, pp.1571-1582, 1995.

[۱۲] ب. معاونی وم. بویرزمان، "طراحی فیلتر کالمن تناسبی-انتگرالی با ورودی نامشخص"، مجله کنترل خواجه نصیر، دوره ۸، شماره ۲، صفحه ۱-۱۰،۱۳۹۳.

[13] M. Tanelli, S.M. Savaresi and C. Cantoni," Longitudinal vehicle speed estimation for traction and braking control systems", Computer Aided Control System Design, IEEE International Conference on Control Applications, IEEE International Symposium on Intelligent Control, pp. 2790-2795,2006.

[14] L. Imsland, T.A. Johansen, T. I. Fossen, H.F. Grip, J. C. Kalkkuhl and A. Suissa, "Vehicle velocity estimation using nonlinear observers", Automatica, Vol. 42, No.12, pp. 2091-2103, 2006.

[15] L.H. Zhao, Z. Y. Liu and H. Chen," Design of a nonlinear observer for vehicle velocity estimation and experiments", Control Systems Technology, IEEE Transactions on, Vol.19,No.3, pp. 664-672,2011.

[16] H. Guo, H. Chen, D. Cao, W. Jin, " Design of a reduced-order non-linear observer for vehicle velocities estimation," IET Control Theory & Applications, Vol. 7, No.17, pp. 2056-2068, 2013.

[۱۷] س. خان کلانتری رکن آبادی، و. پاشازاده وم. تشنه لب ،" کنترل لغزش چرخ‌ها با استفاده از کنترل مد لغزشی در شبیه‌ساز دقیق "، مجله کنترل خواجه نصیر، دوره ۸، شماره ۲، صفحه ۲۱-۳۳،۱۳۹۳.

[18] F. Jiang and Z. Gao," An adaptive nonlinear filter approach to the vehicle velocity estimation for ABS", In Control Applications, Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on IEEE, pp. 490-495,2000.

[۱۹] ب. معاونی ، م. خسروی ، ص. نصیری وم. امیری ،" تخمین سرعت طولی خودرو با استفاده از دو تخمینگر جدید و بدون نیاز به اندازه گیری گشتاور ترمزی ،" ماهنامه علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس، دوره ۱۴، شماره ۵، صفحه ۱۸۳-۱۹۳،۱۳۹۳.

[20] J.A. Cabrera, A. Ortiz, J. J. Castillo and A. Simón, " A fuzzy logic control for antilock braking system integrated in the IMMa tire test bench", Vehicular Technology, IEEE Transactions on,Vol. 54,No.6,pp. 1937-1949, 2005.

[۲۱] ص. نصیری ، ب. معاونی ، غ. پایگانه وم. عارفیان، "مدل‌سازی و تحلیل سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل خودرو"، مجله کنترل خواجه نصیر، دوره ۶، شماره ۳، صفحه ۱۱-۲۶،۱۳۹۱.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۲۲-۱۱

مدل‌سازی، شبیه‌سازی و تشخیص عیب گام پره توربین‌های بادی مجهز به ژنراتور سنکرون درایو مستقیم با روش ماشین بردار پشتیبان

کریم عباس‌زاده[۱]، صدیقه ابراهیمی[۲]

[۱]استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Abbaszadeh@kntu.ac.ir

[۲]دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، se.ebrahimi@ee.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱۰/۱۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۱/۱۶)

چکیده: در این مقاله، تأثیر عیب گام پره بر توربین باد مدل‌سازی و شبیه‌سازی شده و روش تشخیص این عیب مبتنی بر الگوریتم ماشین بردار پشتیبان بر اساس سیگنال‌های الکتریکی و مکانیکی بررسی شده است. مدل دینامیکی ژنراتور سنکرون آهنربا دائم و توربین باد در محیطی متشکل از سیمولینک، فست و توربسیم تحت دو شرایط کاری سالم و نامیزانی آیرودینامیکی با تنظیم گام یک پره متفاوت از سایر پره‌ها، شبیه‌سازی شده است. نتایج در حوزه‌ی زمان ثبت و سپس با استفاده از تبدیل فوریه به حوزه‌ی فرکانس انتقال یافته و نشان داده شده است که در صورت وقوع خطای پره دامنه‌ی تحریک در فرکانس 1p در سیگنال‌های الکتریکی و با شدت بالا در سیگنال‌های مکانیکی ظاهر خواهد شد. جهت تشخیص عیب، ابتدا پارامترهای حوزه‌ی زمان و فرکانس سیگنال‌ها استخراج و سپس حساسیت این پارامترها در دو شرایط کاری سالم و معیوب با استفاده از معیار ارزیابی فاصله محاسبه شده و به عنوان متغیر ورودی ماشین بردار پشتیبان استفاده شده است. این عمل به تعداد ۶۰ مورد اغتشاش باد برای توربین سالم و همین تعداد برای توربین معیوب اجرا شده که تحلیل نتایج بدست آمده، اثربخشی روش پیشنهادشده را جهت شناسایی شرایط سالم از عیب نامیزانی آیرودینامیکی در توربین باد تأیید می‌کند.

کلمات کلیدی: نامیزانی آیرودینامیکی، تشخیص خطا، توربین باد درایو مستقیم، ماشین بردار پشتیبان.

Modelling, Simulation & Blade Pitch Fault Detection of Wind Turbines Equipped with Permanent Magnet Synchronous Generator based on Support Vector Machine

Sedighe Ebrahimi, Karim Abbaszadeh

Abstract: In this paper, the effect of the wind turbine blade pitch fault and fault detection method based on support vector machine algorithm based on electrical and mechanical signals have been modeled and studied. Dynamic model of permanent magnet synchronous generator and wind turbine under both aerodynamic asymmetry and normal conditions modes have been modelled in Simulink, FAST and TurbSim environment. The aerodynamic asymmetry has been simulated by adjusting the pitch of one blade different from the other pitch blades. . The simulation results recorded in the time-domain and then transformed into the frequency-domain by using the Fast Fourier Transform (FFT). This results shows when the blade failure occurred, the amplitude of excitation frequency 1p is appeared in electric signals and with more intensity in mechanic signals. For fault detection, first the time-domain and frequency-domain parameters of signals extracted, and then, the sensitivity of this parameters in healthy and faulty conditions obtained by using Distance Evaluation Criteria (DEC). The result of DEC considered as a variable input in SVM. This process implemented for the number of 60 winds Turbulence for healthy and faulty turbines. Simulation results confirmed that the proposed approach to be able to identifying the healthy condition from aerodynamic asymmetry fault in wind turbine and this proposed approach is effective and efficient for blade fault detection.

Keywords: Aerodynamic Asymmetry, Fault Detection, Direct-Drive Wind Turbine, Support Vector Machine.

۱- مقدمه

انرژی باد نظیر سایر منابع انرژی تجدیدپذیر از نظر جغرافیایی گسترده و در عین حال به صورت پراکنده و غیرمتمرکز و تقریباً همیشه در دسترس است. از سال ۱۹۷۵ پیشرفت‌های شگرفی در زمینه‌ی تولید توربین‌های بادی در جهت تولید برق به عمل آمده است. به طوری که در سال ۱۹۸۰ اولین توربین برق‌بادی متصل به شبکه‌ی سراسری نصب گردید. از دلایل این رشد سریع می‌توان به راندمان بالا، توان بالای تولید برق، سهولت نصب و قیمت مناسب توربین‌های بادی اشاره نمود [۱]. رشد مداوم صنعت توربین باد، چالش‌های بیشتری برای مهندسان قدرت جهت انجام نظارت بر وضعیت و ارزیابی سلامت آن ایجاد کرده است. به طور کلی هر توربین باد برای بازه‌ی زمان ٪۰/۶ تا ٪۲/۷ هر سال تحت شرایط خاموشی بوده که این خاموشی ناشی از آسیب‌های نصب و راه-اندازی، نقص‌های هنگام ساخت یا اثرات کهنگی، آلودگی زیست-محیطی و بارگذاری شدید توسط دستگاه توربین باد می‌باشد [۲].

انواع مختلف شکست‌ها که در سیستم توربین باد اتفاق می‌افتد، مثل، شکست اجزاء، سیستم کنترل، شکست در شبکه به علت اتصالات ضعیف، شکست به علت باد شدید، رعد و برق، سستی ناشی از یخ-زدگی، ژنراتور، پره‌های توربین، سیستم ترمز، محور یاتاقان، سیستم هیدرولیک، مکانیزم گام، جعبه‌دنده، سیستم یاو و غیره [۳ و ۴]. با توجه به گزارش ISET[1] از سال ۱۹۹۲-۲۰۰۸، حدود ٪۳۶/۶۸ شکست‌های توربین مربوط به معیوب بودن قطعات، ٪۲۲/۷۹ مربوط به تأسیسات کنترلی و مابقی مربوط به شکست شبکه، شکست ناشی از یخ‌زدگی و رعدوبرق و غیره بوده است. طبق گزارش فوق، ٪۶۳/۱ شکست‌ها منجر به خاموش-شدن و ازکارافتادگی توربین شده است [۵]. بخش اصلی آسیب‌های سیستم توربین باد آسیب‌های نامیزانی در پره، شفت و نامیزانی آیرودینامیکی است. علل اصلی نامیزانی پره آسیب هنگام ساخت، شرایط یخ‌زدگی، کهنگی، خوردگی و خستگی می‌باشد. نامیزانی آیرودینامیکی به علت عیوب در سیستم کنترل و برش باد بالا اتفاق می‌افتد. عیب سیستم کنترل، با تغییر زاویه گام یک پره متفاوت از سایر پره‌ها ایجاد می‌شود [۲ و۶]. شیانگ گان[2] [۷]، آسیب نامیزانی پره را با قراردادن چگالی جرمی روی یک پره که نامتقارنی جرمی روتور را فراهم می‌کند و آسیب نامیزانی آیرودینامیکی را با تنظیم گام یک پره که گشتاور ناهمواری در روتور به همراه دارد، شبیه‌سازی کرده است.

جفریز[3] و همکارانش [۸]، با بررسی تشخیص نامیزانی و نقص در پره‌ی توربین بادی کوچک با اندازه‌گیری چگالی طیف توان در پایانه-های ژنراتور به این نتیجه رسیدند که آسیب‌های پره ناشی از رعد و برق در پایانه‌های ژنراتور واضح نیست. کری‌مر[4] و همکاران [۹]، با استفاده از شبکه‌ی حسگر فیبر نوری متصل به سیستم کنترل نظارت توربین تشخیص عیب نامیزانی ناشی از آسیب رعد و برق را بهبود بخشیدند. آندرو کاسیاک[5] [۱۰]، به این نتیجه می‌رسد که وقتی یک پره نسبت به سایر پره‌ها تأخیر داشته باشد، توربین خاموش می‌شود و در نتیجه تلفات تولید افزایش می‌یابد. او بیان می‌کند که اجزای توربین چون موتور، یاتاقان‌ها، چرخ‌دنده‌ی محرک، کنترل الکتریکی و جعبه‌دنده که به طور مستقیم با پره‌ها در تماس هستند، تحت تأثیر عیوب پره قرار می‌گیرند. جوکن گیب‌هارد[6] [۱۱]، روی آسیب‌های روتور از جمله عدم تعادل جرم و نامیزانی آیرودینامیکی آن تمرکز کرده و این آسیب‌ها را با اندازه‌گیری و بررسی نوسانات ناسل که توسط یک روتور معیوب تولید می‌شود، شناسایی می‌کند. چن[7] و همکاران [۱۲]، یک سیستم استنتاجی عصبی فازی تطبیقی[8] (ANFIS) را برای آنالیز داده‌ی سیستم کنترل نظارتی و اکتساب داده‌ها[9] (SCADA) ۲۶ توربین در مزرعه‌ی بادی با هدف تشخیص عیب گام مورد بررسی قرار داده و به این نتیجه رسیدند که آنالیز سیگنال‌های SCADA با استفاده از ANFIS، پتانسیل قوی جهت تشخیص و پیش‌بینی خطای مزرعه‌ی بادی فراهم می‌کند. یکی دیگر از روش‌های آنالیز داده جهت تشخیص خطای توربین که توسط طالبی و همکاران [۱۳] مورد بررسی قرار گرفته است، شبکه‌های عصبی بازگشت‌کننده[10] می‌باشد. نتیجه‌ی تحقیقات آن‌ها، تأیید عملکرد سریع، دقت خوب و احتمال بسیار کم تشخیص اشتباه روش پیشنهاد شده، می‌باشد.

ماشین بردار پشتیبان[11] (SVM) نیز از جمله روش‌های داده‌کاوی در زمینه-ی تشخیص عیب است که با گذشت زمان در جامعه‌ی یادگیری ماشین به علت قابلیت تعمیم بیشتر آن نسبت به روش‌های سنتی مثل شبکه‌های عصبی مورد توجه قرار گرفته و به طور موفقیت‌آمیز در مواردی نظیر تشخیص چهره، تشخیص و شناسایی اشیاء، شناسایی خط و اثر انگشت، تشخیص متن، بازبینی گفتار، بازیابی تصویر و اطلاعات، پیش‌بینی و غیره استفاده شده است. با مقایسه‌ای که برای یک پایگاه داده‌ی مشخص بین SVM و الگوریتم‌های تشخیص سنتی مثل شبکه‌های عصبی، الگوریتم ژنتیک و غیره توسط گال‌ریز آمیو[12] و همکارانش [۱۴] انجام شده است، SVM با زمان پردازش کمتر از یک دقیقه به دقت بالاتری نسبت به سایر روش‌ها رسیده است. مطالعات نشان داده است که SVM یک روش آسان و در عین حال قوی[13] جهت تشخیص و نظارت بر وضعیت ماشین است. از جمله‌ی این مطالعات می‌توان به موارد زیر اشاره نمود: آنوپ ورما[14] و اندرو کاسیاک[15] [۱۵]، SVM را جهت ایجاد مدل‌های پیش-بینی عیب روی ۲۰ توربین باد برای یک دوره‌ی ۳ ماهه بررسی نمودند.

[1] International School of Economics at Tbilisi State University
[2] Xiang Gong
[3] Jeffries
[4] kramer
[5] Andrew kusiak
[6] Jochen Giebhardt
[7] Chen
[8] Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System
[9] Supervisory Control and Data Acquisition
[10] Recurrent Neural Network
[11] Support Vector Machine
[12] Golriz Amooee
[13] Robust
[14] Anoop Verma
[15] Andrew Kusiak

تکس[1] و همکارانش [۱۶]، روش SVM را مبتنی بر ویژگی‌های طیف توان، مدل‌سازی اتورگرسیو، طیف صوتی و طیف کلاسیک برای تشخیص تپ فرورفتگی-برآمدگی کوچک در پمپ بررسی و بهترین نمونه‌ی ویژگی را انتخاب و همچنین توصیف داده بردار پشتیبان را جهت یافتن کوچکترین حوزه شامل همه‌ی داده‌های هدف پیشنهاد نمودند. لینگ‌لی جان[2] و همکارانش [۱۷] شاخص‌های آماری حوزه‌ی زمان را جهت تشخیص عیب جعبه‌دنده، یاتاقان مدور حول محور طولی، و ترک روتور بررسی نمودند. آن‌ها، همه‌ی ویژگی‌ها را با کمک داده‌ی ارتعاش در حوزه‌ی زمان جهت تشکیل بردار پشتیبان محاسبه و SVM را برای طبقه‌بندی استفاده نمودند و حساسیت هر یک از شاخص‌ها را برای تشخیص عیب جعبه‌دنده، خطای ترک روتور و یاتاقان مدور حول محور طولی محاسبه و مقایسه نمودند. اکمد ویددو[3] و همکارانش [۱۸] ترکیبی از استخراج تحلیل مؤلفه‌ی مستقل[4] (ICA) و SVM جهت تشخیص و شناسایی آسیب‌های موتور القایی را مورد بررسی قرار داده‌اند و به این نتیجه رسیدند که این ترکیب می‌تواند یک جایگزین امیدوارکننده جهت تشخیص هوشمند آسیب‌ها در آینده باشد. ویددو و همکاران همچنین [۱۹] کاربرد استخراج ویژگی با استفاده از هسته‌های غیرخطی را جهت تشخیص خطاهای موتور القایی بررسی نمودند. یانگ[5] و همکارانش [۲۰] ویژگی‌های آماری حوزه‌ی زمان و حوزه‌ی فرکانس را جهت تشخیص آسیب ماشین‌های دوار و حفره‌ی دریچه‌ی روغن موتور القایی استفاده کرده و این ویژگی‌ها را از سیگنال ارتعاش جریان استاتور استخراج نمودند. یان جون[6]، زو یوکسی‌یو[7] [۲۱] معیار همبستگی را به عنوان پارامتر ویژگی بسته به شرایط کار پره فرض و این معیار را برای سیگنال-های ارتعاش پره‌ها جهت طبقه‌بندی مؤثر شرایط مختلف عیب استفاده نمودند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که این معیار استخراج ویژگی به طور خاص در تشخیص عیب مؤثر است و در این کاربردها به دقت بالاتری می‌رسد. با توجه به این‌که در مقالات و تحقیقات انجام‌شده در زمینه‌ی تشخیص آسیب توربین باد، داده‌های واقعی کمتر مورد استفاده قرار گرفته است لذا در این مقاله سعی شده است یک توربین ۱/۵ مگاواتی به همراه ژنراتور سنکرون آهنربا دائم تحت شرایط سالم و معیوب با دقت بالا مدل‌سازی و شبیه‌سازی شده و سپس با استفاده از ماشین بردار پشتیبان خطای گام پره تشخیص داده شده که در تحقیقات گذشته به آن پرداخته نشده است.

جهت آنالیز خطای نامیزانی آیرودینامیکی، توربین باد با استفاده از روش SVM برای سیگنال گشتاور و توان الکتریکی به نمایندگی از سیگنال-های الکتریکی و شتاب زاویه‌ای روتور، شتاب زاویه‌ای یاتاقان یاو در دو جهت افقی و عرضی به نمایندگی از سیگنال‌های مکانیکی اجرا و مورد بررسی قرار گرفته است. مدل ژنراتور توربین باد در محیطی متشکل از سیمولینک، فست[8] و توربسیم[9] طراحی شده است. دینامیک‌های توربین باد توسط فست (خستگی، آیرودینامیک‌ها، سازه‌ها و اغتشاش) شبیه-سازی شده و نرم‌افزار سیمولینک جهت شبیه‌سازی ژنراتور الکتریکی و سایر اجزاء وابسته استفاده شده است. مشاهدات شبیه‌سازی در دو شرایط مختلف عیب نامیزانی آیرودینامیکی و شرایط عملکرد عادی در حوزه‌ی زمان ثبت و سپس جهت آنالیز با استفاده از تبدیل فوریه سریع[10] (FFT) به حوزه‌ی فرکانس انتقال داده شده است. نتایج نشان داده است که فرکانس تحریک برای هر یک از سیگنال‌ها، 1p می‌باشد. نتایج حاصل از این مطالعه، نتایج اولیه‌ی مفید برای نظارت بر وضعیت و تشخیص عیب برخط[11] توربین باد را ارائه داده است.

این مقاله به صورت زیر مرتب شده است. در ادامه و در بخش دوم مدل-سازی دینامیکی توربین به همراه PMSG در شرایط کاری سالم و معیوب بیان شده است. قسمت سوم، به معرفی SVM پرداخته شده و در قسمت چهارم، عملکرد الگوریتم فوق روی داده‌های توربین مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه‌گیری در قسمت پنجم ارائه شده است.

۲- مدل دینامیکی توربین باد

مدل دینامیکی سیستم توربین بادی در محیطی متشکل از سه نرم‌افزار (توربسیم و فست از NREL و سیمولینک متلب)، ایجاد شده است. فست، یک شبیه‌ساز آیروالاستیک جامع که قادر به پیش‌بینی ماکزیمم نیروها و نیروهای خستگی در توربین‌های بادی محور افقی می‌باشد. این کد شبیه-ساز از همکاری مؤسسه‌ی انرژی‌های نو آمریکا با دانشگاه ایالتی اورگان ایجاد شده است و توسط مؤسسه‌ی انرژی‌های باد Germanischer Lioyd تأیید شده [۲۲] و برای محاسبه‌ی بارهای توربین‌های بادی به هدف طراحی و صحه‌گذاری این توربین‌ها مناسب تشخیص داده شده است [۲۳] و همچنین تحقیقات جداگانه‌ای برای صحه‌گذاری این کد شبیه‌ساز توسط افراد، مؤسسه‌های گوناگون و مؤسسه‌ی انرژی‌های نو آمریکا انجام شده است [۲۴ و ۲۵]. از جمله‌ی این تحقیقات، بررسی وضعیت آیرودینامیکی، مکانیکی و الکتریکی سیستم توربین بادی به همراه ژنراتور القایی دوتغذیه‌ای که توسط روح‌الله فدائی‌نژاد [۲۶]، در سال ۲۰۰۸ به کمک این شبیه‌ساز انجام شده است. زانگ‌زو[12] و همکارش [۲۷]، مطالعاتی را در زمینه‌ی بهبود کنترل گام جهت کاهش بار توربین در ناحیه‌ی ۳ عملکردی آن به کمک این شبیه‌ساز در سال ۲۰۱۱ انجام داده است. امیرحسین حسین‌پور [۲۸]، یک توربین ۱/۵ مگاواتی سه پره‌ی مجهز به ژنراتور القایی دو تغذیه را در نواحی مختلف

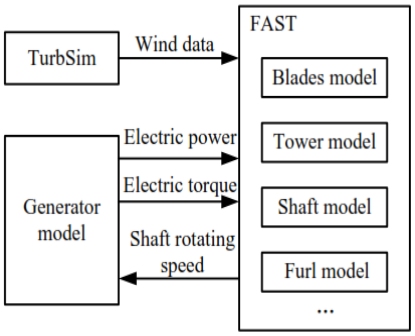
[1] Tax
[2] Ling-Li Jiang
[3] Achmad Widodo
[4] Independent Component Analysis
[5] Yang
[6] Yan Jun
[7] Xu Yuxiu

[8] FAST
[9] TurbSim
[10] FAST Fourier Transform
[11] online
[12] Zhongzhou

سرعت باد با کمک شبیه‌ساز فوق اجرا و آن را با تخمین مؤلفه‌های باد منطقه کنترل نموده است. محمد آمره [۲۵]، تشخیص عیب‌های مکانیکی در توربین باد مجهز به ژنراتور القایی دو تغذیه را با استفاده از روش‌های مبتنی بر سیگنال با کمک شبیه‌ساز فوق در سال ۲۰۱۴ انجام داده است. آمره چهار پارامتر را از سیگنال گشتاور و توان الکتریکی استخراج و عملکرد سه دسته‌بندی کننده‌ی خطی فیشر، ماشین بردار پشتیبان و شبکه‌های عصبی را جهت تشخیص هر یک از دو عیب نامیزانی جرمی و نامیزانی آیرودینامیکی با هر یک از ویژگی‌ها به طور جداگانه مقایسه نموده است.

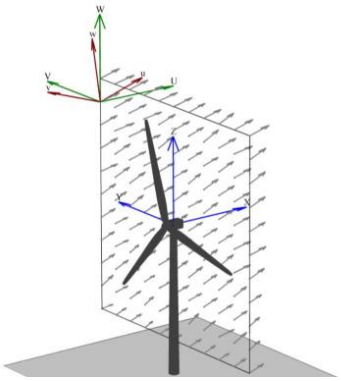
۲-۱ مدل‌سازی و شبیه‌سازی توربین سالم

فست، یک توربین باد محور افقی ۱/۵Mw را بصورت ترکیبی از اجزای صلب و انعطاف‌پذیر و بصورت ۳ بعدی مدل کرده که به عنوان یک زیرروال در سیمولینک عمل می‌کند [۲۹] و جهت شبیه‌سازی دینامیک‌های غیرخطی توربین باد مورد استفاده قرار گرفته است [۳۰]. در حالی که، ژنراتور الکتریکی و سایر اجزای سیستم تولید برق توربین بادی در محیط سیمولینک متلب شبیه‌سازی شده است. سیگنال‌های توان الکتریکی، گشتاور الکتریکی و سرعت دوران جهت اتصال مدل‌های فست و سیمولینک استفاده شده است. ساختار کلی مدل سیستم تولید انرژی باد با اطلاعات سرعت باد در شکل ۱ نشان داده شده است [۲۵].



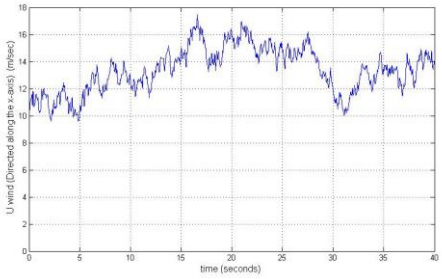
شکل ۱: ساختار کلی مبدل انرژی باد [۷]

توربسیم، یکی از کدهای قدرتمند در زمینه‌ی تولید بردارهای سرعت باد در یک سری زمانی از عرض کل ناحیه‌ی جاروب روتور به منظور استفاده در شبیه‌سازی توربین باد و یکی از شبیه‌سازهای ارزشمند مؤسسه‌ی انرژی‌های نو آمریکا است. مدل‌سازی در توربسیم، نیز شامل ایجاد یک مدل کامل از رفتار باد در سه بعد با در نظر گرفتن تمام محدودیت‌ها و شرایط محیطی و فیزیکی می‌باشد [۳۱]. در این مقاله برای تولید جریان باد از مدل کایمال استفاده شده است. میانگین سرعت باد ۱۲ m/s، در هر ۲۰۰ ثانیه طول شبیه‌سازی استفاده شده است. ناحیه‌ی جاروب روتور به یک شبکه‌ی ۱۳×۱۳ که سرعت و جهت باد توسط توربسیم برای هر سلول شبکه محاسبه شده، تقسیم می‌گردد. با استفاده از مدل اغتشاش کایمال، شدت اغتشاش نرمالایزشده در جهت طولی ناحیه جاروب روتور، ۱۵/۶٪ و شدت اغتشاش در جهت عرضی و عمودی، به ترتیب، ۱۴/۷٪ و ۹/۴٪ می‌باشد (همانند شکل ۲).

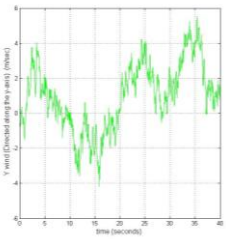


شکل ۲: سیستم مختصاتی میدان باد [۳۱]

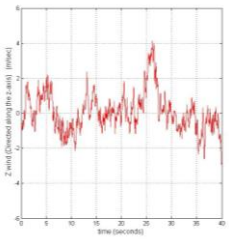
ارتفاع هاب توربین باد ۸۴ متر است. توربین باد شامل سه پره با قطر روتور ۳۵ متر که مخالف جهت باد از برج قرار دارد. یک ماشین سنکرون آهنربا دائم ۴۰ جفت قطب در سیمولینک جهت تبدیل انرژی مکانیکی حاصل از توربین به انرژی الکتریکی به کار برده شده است. شکل ۳، مؤلفه‌های اغتشاش باد را در سه جهت افقی، عرضی و عمودی نشان داده است.



آ) مؤلفه‌ی افقی



ب) مؤلفه‌ی عرضی

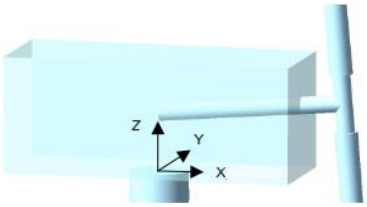


پ) مؤلفه‌ی عمودی

شکل ۳: مؤلفه‌های اغتشاش باد

تمام خروجی‌های مدل سیستم‌های تبدیل انرژی باد شبیه‌سازی شده در سیمولینک، در حوزه‌ی زمان ثبت شده است. از آنجا که تأثیر عیب در مشخصات فرکانسی سیگنال‌ها نسبت به سیگنال‌های حوزه‌ی زمان واضح‌تر است لذا جهت پردازش آن، مشخصه‌ی فرکانسی سیگنال‌های زمانی با استفاده از تبدیل فوریه به دست آمده است. تحلیل فرکانسی، یک فرایند پردازش سیگنال است که به کمک آن، محتوای فرکانسی سیگنال نوسانی بدست می‌آید. در بسیاری از عیوب، فرکانس نوسان

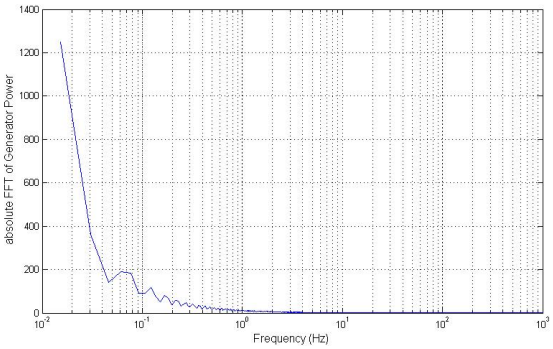
ایجاد شده با دور ماشین ارتباط دارد و در واقع هارمونیک‌ها و یا به عبارت دیگر مضارب صحیحی از دور ماشین در منحنی FFT دیده می‌شود. پس از اجرای شبیه‌سازی به منظور به دست آوردن مشخصه‌ی فرکانسی، سیگنال توان ژنراتور به نمایندگی از سیگنال‌های الکتریکی، شتاب یاتاقان یاو در راستای محور افقی (x) و عرضی (y)، همانند شکل ۴، به نمایندگی از سیگنال‌های مکانیکی پردازش می‌شوند.



شکل ۴: سیستم مختصات یاو [۲۳]

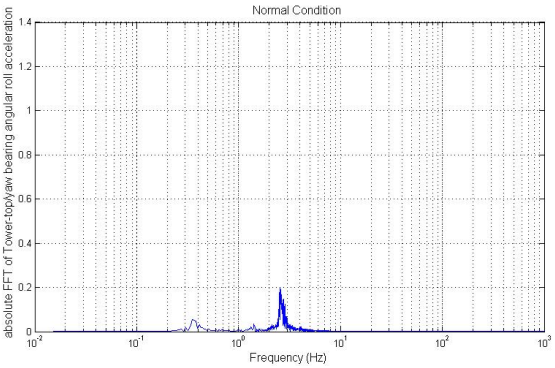
شکل ۵، سیگنال حوزه‌ی فرکانس توان ژنراتور، شکل ۶، سیگنال حوزه‌ی فرکانس شتاب یاتاقان یاو در جهت افقی و شکل ۷، شتاب یاتاقان یاو در جهت عرضی را نشان داده است. تحریک‌ها در فرکانس ۱p(۰/۵۳ Hz)، به خوبی در شکل‌های ۶ و ۷ قابل رؤیت می‌باشد. p، پریود یا زمان مورد نیاز جهت ایجاد یک دوران است. به دلیل وجود سه پره در توربین باد، در هر سیکل چرخش، پره سه بار از مقابل برج عبور می‌کند. پس تحریک‌ها در فرکانس 3p و مضارب آن موجود خواهد بود.

این شکل‌ها به عنوان سند مرجع، بعداً جهت مقایسه‌ی حالت سالم با حالت آسیب نامیزانی آیرودینامیکی درحوزه‌ی فرکانس استفاده شده است.



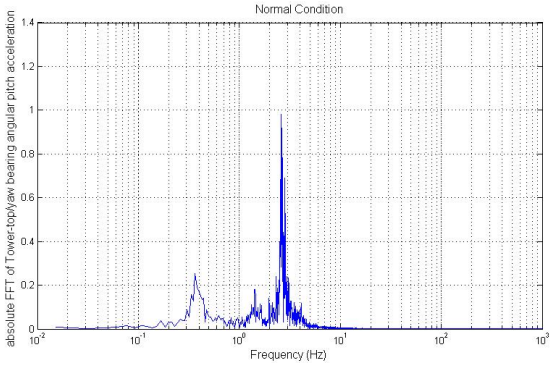
شکل ۵: سیگنال حوزه فرکانسی توان ژنراتور

تحریک‌ها در فرکانس 1p و 3p در شکل ۶ قابل مشاهده است.



شکل ۶: سیگنال حوزه فرکانسی شتاب یاتاقان یاو در جهت افقی

دامنه‌ی تحریک فرکانس 3p در شکل ۷، در مقایسه با دامنه‌ی تحریک فرکانس 1p در شرایط کاری سالم نیز قابل رؤیت است.



شکل ۷: سیگنال حوزه فرکانسی شتاب یاتاقان یاو در جهت عرضی

مقایسه‌ی FFT سیگنال توان ژنراتور با سیگنال شتاب یاتاقان یاو نشان داده است که در شرایط کاری سالم تحریک‌ها در مشخصه‌ی فرکانسی شتاب به خوبی قابل مشاهده است. لذا این نتیجه می‌شود که برای پردازش سیگنال الکتریکی توان، تحلیل فرکانسی FFT گزینه‌ی مناسبی نمی‌باشد و برای پردازش این سیگنال‌ها بهتر است از روش‌های پردازش سیگنال دیگری استفاده شود.

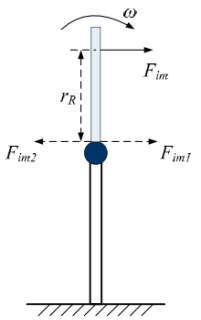
۲-۲ مدل‌سازی و شبیه‌سازی توربین معیوب

در این بخش، شبیه‌سازی جهت مطالعه‌ی عیب نامیزانی آیرودینامیکی توربین‌های باد انجام شده است. نامیزانی آیرودینامیکی که توسط تنظیم گام یک پره متفاوت با سایر پره‌ها، شبیه‌سازی شده، یک گشتاور ناهموار در سراسر روتور ایجاد می‌کند. نیروی معادل شفت توسط معادله‌ی (۱) تعریف می‌شود.

$$F_{im} = \frac{T_{aero}}{r_a} \qquad (۱)$$

که T_{aero} گشتاور ایجاد شده توسط عیب نامیزانی آیرودینامیکی و r_a طول معادل بازوی نیرو است. اثر عدم تقارن در شکل ۸ نشان داده شده است. به این صورت که، نیروی عدم تقارن F_{im} به عنوان نیروی معادل سه نیروی F_{im} ، F_{im1} و F_{im2} اعمال شده به روتور با

قدرمطلق یکسان است؛ در حالی که، F_{im1} در جهت مخالف F_{im2} است. از میان این سه نیرو، دو نیروی F_{im} و F_{im2} گشتاوری جهت چرخش روتور ایجاد می‌کند و نیروی F_{im1} باعث نوسان شفت می‌شود.



شکل ۸: اثر نامیزانی آیرودینامیکی توربین باد [۷]

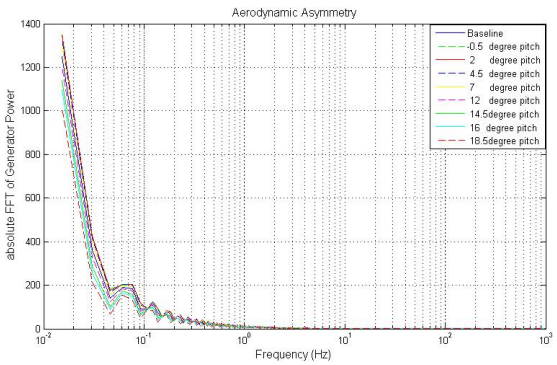
طی دوران یک شفت نامیزان توربین باد، نوسان سیستم ناشی از عیب نامیزانی به علت سختی[1] (شقی) بزرگتر در جهت افقی است. مؤلفه‌ی افقی نیروی F_c با معادله‌ی (۲) نشان داده شده است.

$$F_c = F_{im}\sin(\omega t + \varphi) \qquad (۲)$$

که φ زاویه فاز اولیه‌ی F_c است [۷]. به منظور شبیه‌سازی آسیب نامیزانی آیرودینامیکی توربین باد، زاویه گام یک پره به ۰/۵-، ۲، ۴/۵، ۷، ۱۲، ۱۴/۵، ۱۶ و ۱۸/۵ درجه تنظیم شده است و زاویه گام دو پره‌ی دیگر در °۹/۷ ثابت نگه داشته شده است. همه‌ی نتایج شبیه‌سازی با روش تبدیل فوریه، پردازش و تحلیل شده‌اند.

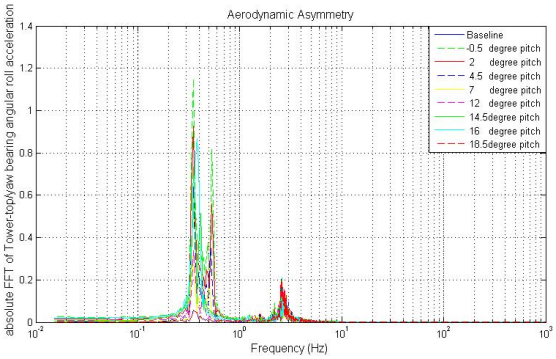
شکل ۹، مشخصه‌ی فرکانسی سیگنال توان ژنراتور را به ازای زوایای گام معیوب مختلف نشان داده است.

همان‌طور که در شکل ۹ دیده شده است افزایش زاویه گام، باعث کاهش سرعت، گشتاور و توان می‌شود و کاهش دامنه‌ی FFT با افزایش زاویه گام قابل مشاهده است. فرکانس نوسان گشتاور و توان، همان فرکانس سرعت زاویه‌ای روتور، 1p، است.



شکل ۹: سیگنال حوزه فرکانس توان ژنراتور برای عیب زاویه گام

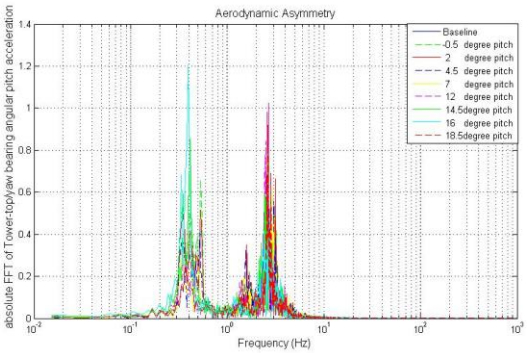
مقایسه‌ی شرایط کاری سالم و شرایط کاری معیوب در شکل ۱۰، نشان داده است که دامنه‌ی تحریک در فرکانس 1p مشخصه‌ی فرکانسی شتاب یاتاقان یاو در شرایط کاری معیوب در مقایسه با شرایط کاری سالم به شدت افزایش یافته است.



شکل ۱۰: سیگنال حوزه فرکانس شتاب یاتاقان یاو در جهت x برای زاویه گام‌های معیوب مختلف

همین‌طور، مقایسه‌ی شرایط کاری سالم و شرایط کاری معیوب در شکل ۱۱ هم افزایش دامنه‌ی تحریک فرکانس 1p را برای زوایای معیوب تأیید می‌کند.

با توجه به تئوری مومنتوم المان پره[2] (BEM) [۳۲]، افزایش زاویه گام منجر به افزایش زاویه برخورد ایرفویل شده است؛ افزایش این زاویه منجر به افزایش سینوس و کاهش کسینوس آن شده که در نتیجه‌ی آن، ضریب لیفت کاهش و ضریب درگ افزایش یافته است. کاهش ضریب لیفت، منجر به کاهش نیرو در جهت N شده و از طرفی ارتباط مستقیم گشتاور با نیروی فوق، کاهش آن و در نتیجه کاهش توان را به همراه دارد.



شکل ۱۱: سیگنال حوزه فرکانس شتاب یاتاقان یاو در جهت y برای زاویه گام‌های معیوب مختلف

۳- ماشین بردار پشتیبان

این روش از جمله روش‌های نسبتاً جدیدی است که در سال‌های اخیر کارایی خوبی نسبت به روش‌های قدیمی‌تر برای طبقه‌بندی از جمله شبکه‌های عصبی نشان داده است. مبنای کاری دسته‌بندی کننده‌ی SVM

[1] stiffness

[2] Blade Element Momentum Theory

دسته‌بندی خطی داده‌ها است و در تقسیم خطی داده‌ها سعی می‌شود خطی انتخاب شود که حاشیه اطمینان بیشتری داشته باشد. حل معادله‌ی پیدا کردن خط بهینه برای داده‌ها به وسیله روش‌های QP[1] که روش‌های شناخته شده‌ای در حل مسائل محدودیت‌دار هستند صورت می‌گیرد. SVM الگوریتم ورودی را به فضایی با ابعاد بالاتر می‌برد و فوق صفحه‌ای متمایزکننده با ماکزیمم حاشیه اطمینان می‌سازد. اصل حاکم بر SVM، یافتن فوق‌صفحه‌ی جداکننده است به نحوی که فاصله‌ی آن از هر یک از کلاس‌ها بیشینه باشد. ساختار آن بر اساس هسته‌ی ضرب داخلی بین بردارهای پشتیبان و بردار به دست آمده از فضای ورودی می‌باشد. بسته به این‌که این هسته ضرب داخلی چگونه تولید می‌شود، ممکن است ماشین‌های مختلفی با صفحات تصمیم‌گیری خطی و غیرخطی به دست آیند. SVM از یک تکنیک هسته[2] برای تبدیل داده ها استفاده می کند و سپس بر اساس این تبدیل، مرز بهینه بین خروجی های ممکن را پیدا می کند. به عبارت ساده تبدیلات بسیار پیچیده را انجام می دهد، سپس مشخص می کند چگونه داده ها بر اساس برچسب ها یا خروجی هایی که تعریف شده است، جدا شود.

اگر مجموعه نمونه‌های آموزشی $(x_i, y_i), i = 1,2,..., N$ باشد، که شامل بردارهای ورودی D بعدی $x \in R^D$ و N تعداد نمونه‌ها می‌باشد. فرض بر این است نمونه‌ها با دو کلاس مثبت و منفی نامی و هر یک از کلاس‌ها به ترتیب با برچسب‌های $y_i = 1$ برای کلاس مثبت و $y_i = -1$ برای کلاس منفی، مشخص می‌شوند. وقتی داده‌ها به صورت خطی جداپذیر نیستند یا هم‌پوشانی دارند، پاسخ امکان‌پذیری برای این مسأله وجود ندارد و یکی از راه‌های برخورد با این حالت این است که همچنان C بیشینه شود و در عین حال، اجازه‌ی قرارگیری بعضی نقاط در داخل باند یا سمت اشتباه مرز تصمیم‌گیری داده شود. بنابراین باید معادله‌ی (۳) را با در نظر گرفتن معادله‌ی (۴) کمینه نمود.

$$\min_{w,b} y\frac{1}{2}\|w\|^2 + c\sum_{i=1}^{N}\in_i \qquad (۳)$$

منوط به:

$$y_i(w^T x_i + b) \geq 1 - \in_i, \in_i \rangle 0, i = 1,..., N \qquad (۴)$$

دوگان مسئله‌ی بهینه‌سازی درجه دوم با تبدیل مسأله با شرایط کن-تاکر به مسأله‌ی دوگان معادل لاگرانژ، به فرم معادله‌ی (۵) بدست می‌آید.

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\lambda_i\lambda_j y_i y_j K(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^{N}\lambda_i$$
$$s.t. \sum_{i=1}^{N} y_i\lambda_i = 0, 0 \leq \lambda_i \leq C \qquad (۵)$$

که K تابع هسته است و برای دو بردار ویژگی x_i و x_j به صورت $\phi_{x_j} \leq K(x_i, x_j) \leq \phi_{x_i}$، و بهینه‌سازی جدید موردنظر در ترم‌های ضرایب لاگرانژ، λ نوشته می‌شود. بنابراین تابع هسته اجازه می‌دهد که حاصلضرب داخلی بین بردارهای نگاشت‌شده بدون محاسبه حدود نگاشت، برآورد شود. با شروط $0 \leq \lambda_i \leq C$ و $\sum_{i=1}^{N}\lambda_i y_i = 0$ بردار وزن زیر را نتیجه می‌دهد.

$$W = \sum_{i=1}^{N}\lambda_i y_i \phi_{x_i} \qquad (۶)$$

با جایگزین نمودن W معادله‌ی فوق‌صفحه به (۷) تغییر می‌کند.

$$g(x) = \sum_{i=1}^{N}\lambda_i y_i K(x_i, x) + b \qquad (۷)$$

مهم است که یک حد آستانه برای g(x) جهت ایجاد یک تصمیم سازنده در نظر گرفته شود.

جداسازهای بردار پشتیبانی که تا به حال در مورد آن‌ها بحث شد در فضای ورودی، مرزهای خطی را ایجاد می‌کنند. می‌توان با بسط دادن فضای ورودی به فضایی بزرگتر از توابع پایه همانند خطی، چندجمله‌ای و RBF گاوسی، درجه آزادی این روند را افزایش داد. به طور کلی مرزهای خطی در فضای ورودی جدید، جداسازی بهتری را در طبقه‌های آموزشی به وجود می‌آورند و در برگرداندن آن‌ها به فضای ورودی اولیه به مرزهای غیرخطی تبدیل می‌شوند. بنابراین می‌توان گفت ایده‌ی یک ماشین بردار پشتیبان شامل دو فرایند ذیل است:

- نگاشت غیرخطی بردار ورودی به یک فضای ویژگی با ابعاد بالاتر که از دیدگاه ورودی و خروجی پنهان است.
- ایجاد یک ابرصفحه‌ی بهینه برای تفکیک ویژگی‌هایی که در مرحله‌ی یک به دست آمده‌اند.

لذا تابع هسته طبق تعریف قانون تئوری مرکر[3] باید پیوسته و مثبت متناهی باشد. تابع‌های هسته در SVM به دو دسته تقسیم می‌شوند: خطی و غیرخطی

مزیت تابع‌های خطی این است که آموزش آن‌ها خیلی سریع‌تر از تابع‌های هسته‌ی غیرخطی صورت می‌گیرد. بنابراین اگر پایگاه داده‌ی بزرگی وجود داشته باشد، مشاهده می‌شود که زمان آموزش خیلی زیاد خواهد شد. استفاده از توابع هسته امکان ایجاد Overfitting را زیاد می‌کند و وقتی از حالت پیش‌فرض SVM استفاده می‌شود کمتر احتمال Overfitting وجود دارد. سه تابع هسته‌ای که به طور متداول در SVM استفاده می‌شود، تابع چندجمله‌ای، تابع پایه شعاعی و تابع سیگموئید (پرسپترون) می‌باشد. در حال حاضر رقابت اصلی میان دو هسته‌ی

[1] Quadratic Programming
[2] kernel
[3] Mercer

چندجمله‌ای و RBF می‌باشد. RBF گاوسی محبوب‌ترین و پرکاربردترین هسته در SVM است. یکی از دلایل محبوبیت آن، بی‌نهایت مشتق‌پذیر است، به این معنی است که داده را می‌توان به یک فضای ویژگی با ابعاد بی‌نهایت نگاشت داد. البته سایر تابع‌ها را هم می‌توان به فضای بی‌نهایت نگاشت داد برای مثال هسته‌ی چندجمله‌ای را می‌توان با اضافه‌نمودن پارامترها برای نگاشت داده به یک فضای ویژگی با ابعاد خیلی بالا استفاده کرد اما خیلی راحت و مناسب نیست.

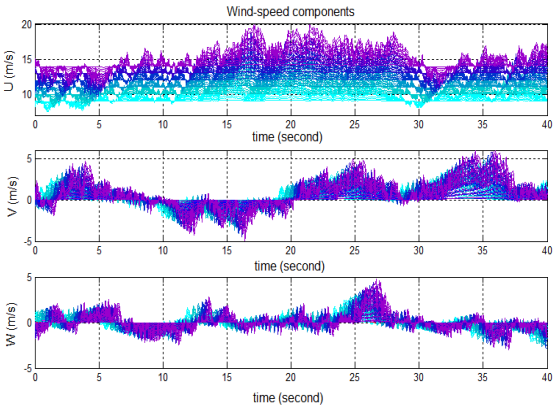
در این مطالعه، هسته‌ی RBF گاوسی در نظر گرفته می‌شود، که توسط توزیع گاوسی با پارامتر انحراف استاندارد σ مطابق معادله‌ی (۸) ارائه می‌شود. هر چند فضای ویژگی متناظر هسته‌ی RBF گاوسی، یک فضای هیلبرت نامتناهی است. اما ابعاد نامتناهی، نتیجه را خراب نمی‌کند.

$$K(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (۸)$$

در این نوع هسته لازم است دو پارامتر C و σ بهینه شوند. رفتار طبقه‌بندی‌کننده‌ی SVM توسط این دو پارامتر کنترل می‌گردد [۳۳ و ۳۴ و ۳۵].

۴- تشخیص خطای توربین باد درایو مستقیم بر اساس ماشین بردار پشتیبان

در این قسمت جهت بررسی هر یک از حالت‌های خطا و نرمال، ۶۰ سری زمانی باد با استفاده از نرم‌افزار توربسیم در ۶ سرعت مختلف و ۱۰ شدت توربولانس مختلف تولید شده است. شکل ۱۲ مؤلفه‌های سرعت باد را نشان می‌دهد. هر سری زمانی سیگنال باد شامل ۲۰۰ نمونه زمانی با فرکانس نمونه‌برداری ۲کیلوهرتز و کل زمان نمونه‌برداری ۴۰ ثانیه می‌باشد.



شکل ۱۲: مؤلفه‌های سرعت باد

۴-۱ تولید پایگاه داده

به منظور بررسی راندمان و قابلیت اطمینان انتخاب ویژگی و طبقه‌بند SVM، دو آزمایش روی توربین باد درایو مستقیم انجام شده است. دو آزمایش شامل شرایط نرمال و خطای نامیزانی آیرودینامیکی پره می‌باشد. برای این آزمایش توربین باد درایو مستقیم همانند آن‌چه در شکل ۱ نشان داده شده است، راه‌اندازی می‌شود. هر شبیه‌سازی برای ۴۰ ثانیه با فرکانس نمونه‌برداری ۲ کیلوهرتز [۷] و برای مقادیر مختلف β اجرا شده است و در نهایت برای $\beta = 9/7^\circ$ مقدار نامی توان توربین حاصل می‌شود. تمام خروجی‌های گشتاور و توان الکتریکی، شتاب زاویه‌ای روتور و شتاب زاویه‌ای یاتاقان یاو در دو جهت x و y در حوزه‌ی زمان ثبت شده است. برای شبیه‌سازی حالت خطا، زاویه گام یک پره متفاوت از سایر پره‌ها تنظیم شده که نتیجه‌ی آن، ایجاد یک گشتاور ناهموار در سراسر روتور می‌باشد. در این مقاله، زاویه‌ی خطا روی پره‌ی ۲ تنظیم و 5° در نظر گرفته شده است.

سپس، عملکرد SVM برای هر کدام از سیگنال‌های فوق ارزیابی و مقایسه شده است. پارامترهای ویژگی حوزه‌ی زمان و فرکانس برای پیداکردن مدل تشخیص خطای SVM اعمال شده‌اند. جهت استخراج ویژگی‌ها از کل نمونه‌های هر سری زمانی استفاده شده است [۷]. در این مدل، میانگین قدرمطلق (C1)، واریانس (C2)، نرم دو (C3)، ریشه‌ی میانگین مربعات (C4)، قدرمطلق ریشه‌ی میانگین مربعات (C5)، انحراف استاندارد (C6) در حوزه‌ی زمان و ریشه‌ی میانگین مربعات (C7)، نرم دو (C8)، میانگین پوش (C9) در حوزه‌ی فرکانس، بر روی مجموعه داده‌ای متشکل از ۶۰ ثبت آسیب نامیزانی پره به طول ۴۰ ثانیه و ۶۰ ثبت سالم به طول ۴۰ ثانیه، همانند جدول ۱و ۲ مقدماتی هستند که به عنوان اطلاعات شناسایی آسیب تعیین شده‌اند در واقع برای این ویژگی‌ها، یک عدد از کل ۲۰۰ نمونه استخراج می‌شود.

جدول ۱: شاخص‌های آماری حوزه‌ی فرکانس

ویژگی حوزه‌ی فرکانس	معادله
ریشه‌ی میانگین مربعات	$RMS = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left\|\frac{{}^{*}X_i}{N}\right\|^2}$
نرم ۲	$\|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^{N}\left\|\frac{X_i}{\sqrt{N}}\right\|^2\right)^{\frac{1}{2}}$
میانگین پوش	$\bar{Z} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} x_a(t)e^{j\Omega_0 t}$

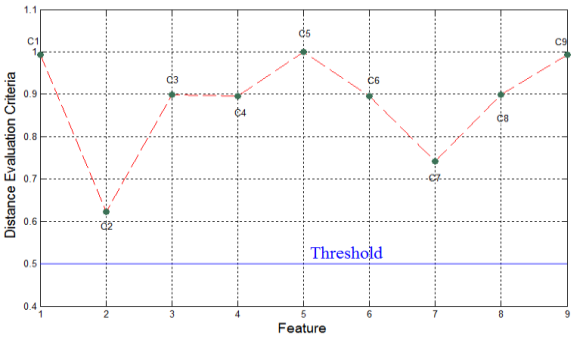
$^{*}X_i = fft(x_i)$

حساسیت پارامترهای ویژگی بر اساس روش ارزیابی فاصله‌ی بهبودیافته [۳۶] بررسی شده است. شکل ۱۳، خروجی الگوریتم روش فوق را نشان داده است. همانطور که در شکل ۱۳ نشان داده معیار ارزیابی فاصله برای هر ۹ ویژگی مطرح شده در این مطالعه بیشتر از معیار حد آستانه است این بدین معنی است که هر ۹ ویژگی حاوی اطلاعات مفید

جهت طبقه‌بندی می‌باشد. ماتریس اطلاعات فوق، ورودی SVM جهت طبقه‌بندی عیب خواهد بود. معیار ارزیابی فاصله برای سه ویژگی میانگین قدرمطلق، قدرمطلق ریشه‌ی میانگین مربعات و میانگین پوش نسبت به سایر ویژگی‌ها بیش‌ترین مقدار را داشته است.

جدول ۲: شاخص‌های آماری حوزه‌ی زمان

ویژگی حوزه‌ی زمان	معادله
میانگین قدرمطلق	$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lvert x_i \rvert$
ریشه‌ی میانگین مربعات	$RMS = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i} x_i^{2}}$
قدرمطلق ریشه‌ی میانگین مربعات	$RMS_{am} = (\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lvert x_i \rvert^{2})^{1/2}$
واریانس	$\mathrm{var}(x) = E(x^2) - E^2(x)$
انحراف استاندارد	$\sigma_x = \sigma = \sqrt{\mathrm{var}(x)}$
نرم ۲	$\lVert x \rVert_2 = (\sum_{i=1}^{N}\lvert x_i \rvert^{2})^{\frac{1}{2}}$



شکل ۱۳: فاکتور ارزیابی پارامترهای ویژگی سیگنال

از مجموع ۱۲۰ ثبت نهایی، ۸۰ ثبت به عنوان داده‌های آموزش و مابقی به عنوان داده‌های آزمون انتخاب شده‌اند. در این الگوریتم، ویژگی‌ها با استفاده از طبقه‌بندی‌کننده‌ی SVM با هسته گاوسی و $\lambda = 0/125$ و $C = 128$ طبقه‌بندی شده‌اند. مقادیر C و λ بر اساس معیار سعی و خطا انتخاب شده‌اند.

برای طبقه‌بندی ابتدا تابع کرنل گاوسی را با استفاده از نمونه‌های آموزشی و کلاس‌های از پیش تعیین شده آموزش داده و سپس طبقه‌بندی در ۱۰۰ تکرار برای تمام ۹ ویژگی انجام شده است. جهت ارزیابی و نمایش نتایج طبقه‌بندی‌کننده از معیارهای حساسیت، خصوصیت و صحت استفاده شده است.

مهم‌ترین معیار برای تعیین کارایی یک الگوریتم طبقه‌بندی دقت یا نرخ طبقه‌بندی است که نشان می‌دهد، طبقه‌بند طراحی شده چند درصد از کل مجموعه ثبت‌های آزمایشی را به درستی طبقه‌بندی کرده است. قابل ذکر است که در مسائل واقعی، معیار دقت طبقه‌بندی به علت این‌که ارزش ثبت‌های مختلف در معادله‌ی آن یکسان در نظر گرفته شده، به تنهایی معیار مناسبی برای ارزیابی کارایی الگوریتم‌های طبقه‌بندی نمی‌باشد. بنابراین در مسائلی که ارزش دسته‌ای در مقایسه با دسته‌ی دیگر متفاوت است، باید از معیارهای دیگری نیز استفاده می‌شود [۳۳].

جدول ۳: فاکتورهای ارزیابی عملکرد SVM

فاکتور	معادله
صحت	$accuracy = \frac{TP + TN}{TP + FP + TN + FN}$
خصوصیت	$specifity = \frac{TN}{TN + FP}$
حساسیت	$sensivity = \frac{TP}{TP + FN}$

که در آن:

TN، بیانگر تعداد ثبت‌هایی است که دسته‌ی واقعی آن‌ها منفی بوده و الگوریتم طبقه‌بندی نیز دسته‌ی آن‌ها را بدرستی منفی تشخیص داده است.

TP، بیانگر تعداد ثبت‌هایی است که دسته‌ی واقعی آن‌ها مثبت بوده و الگوریتم طبقه‌بندی نیز دسته‌ی آن‌ها را بدرستی مثبت تشخیص داده است.

FN، بیانگر تعداد ثبت‌هایی است که دسته‌ی واقعی آن‌ها مثبت بوده و الگوریتم طبقه‌بندی نیز دسته‌ی آن‌ها را به اشتباه منفی تشخیص داده است.

FP، بیانگر تعداد ثبت‌هایی است که دسته‌ی واقعی آن‌ها منفی بوده و الگوریتم طبقه‌بندی نیز دسته‌ی آن‌ها را به اشتباه مثبت تشخیص داده است [۳۳].

حساسیت نرخ تشخیص دسته‌های سالم، و خصوصیت، نرخ تشخیص دسته‌های معیوب می‌باشد.

دلیل انتخاب سیگنال گشتاور و توان الکتریکی به ترتیب، نمایش بهتر ارتعاشات و قابلیت اطمینان می‌باشد [۲۵]. تجزیه و تحلیل سیگنال‌های توان خارج شده از توربین‌های باد جهت تشخیص عیوب مکانیکی در زنجیره‌ی انتقال مکانیکی کافی نیست. یک تشخیص موفقیت‌آمیز نیاز به گنجاندن شتاب‌ها، جهت ارزیابی ارتعاشات دارد [۳۷]. لذا سعی شده عملکرد SVM برای هر کدام از سیگنال‌ها به نمایندگی از تمام خروجی‌های توربین باد ارزیابی و مقایسه شود. نتیجه‌ی بدست آمده از مقایسه‌ی

صحت عملکرد SVM برای سیگنال‌ها در جدول ۴، نشان داده شده است که با استفاده از نمونه‌های آزمون پایگاه داده‌ی موجود، طبقه‌بند برای سیگنال دامنه‌ی شتاب زاویه‌ای بالای برج در راستای محور x عملکرد بهتری نسبت به طبقه‌بند سایر سیگنال‌ها دارد به طوری که به دقت طبقه-بندی ٪۹۱/۱۳ رسیده است.

جدول ۴: مقایسه‌ی فاکتورهای ارزیابی برای عملکرد SVM روی سیگنال-های فرضی

	صحت	خصوصیت	حساسیت
شتاب یاتاقان یاو در راستای محور x	٪ ۹۱/۱۳	٪ ۹۹/۴	٪ ۸۲/۸۵
شتاب یاتاقان یاو در راستای محور y	٪ ۸۵/۵	٪ ۸۵/۶	٪ ۸۵/۴
شتاب زاویه‌ای سمت روتور	٪ ۸۶/۸۵	٪ ۹۰/۶۵	٪ ۸۱/۲۵
توان الکتریکی	٪ ۸۷/۸۲	٪ ۸۶/۶	٪ ۸۹/۰۵
گشتاور الکتریکی	٪ ۸۴/۳۳	٪ ۸۳/۳۵	٪ ۸۵/۳

هم‌چنین دقت تشخیص دسته‌های معیوب و دسته‌های سالم آن نسبت به طبقه‌بند سایر سیگنال‌ها بالا می‌باشد که این موفقیت طبقه‌بند را برای سیگنال فوق نشان داده است.

سپس عملکرد الگوریتم فوق روی سیگنال شتاب یاتاقان یاو در راستای محور افقی برای تعداد ویژگی‌های متفاوت در نظر گرفته شده است.

جدول۵: عملکرد الگوریتم با SVM با تعداد ویژگی متفاوت

تعداد ویژگی	صحت	خصوصیت	حساسیت
۹	٪ ۹۱/۱۳	٪ ۹۹/۴	٪ ۸۲/۸۵
۵	٪ ۹۰/۸۵	٪ ۹۹/۲۵	٪ ۸۲/۴۵
۱	٪ ۸۵/۳۳	٪ ۹۹/۳	٪ ۷۱/۳۵

همانطور که جدول ۵ نشان داده است با افزایش تعداد ویژگی‌ها، عملکرد الگوریتم فوق افزایش می‌یابد. در نتیجه مزیت بهبود صحت طبقه‌بندی با افزایش تعداد ویژگی‌ها تأیید می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

تشخیص شرایط خطای نامیزانی توربین باد و شرایط سالم آن، به درستی، اهمیت زیادی در روند بهبود عملکرد توربین و افزایش قابلیت اطمینان دارد. در این مقاله روش ارزیابی فاصله بهبودیافته و بردار پشتیبان بر اساس سیگنال‌های گشتاور و توان الکتریکی، شتاب زاویه‌ای روتور، شتاب یاتاقان یاو در راستای محور افقی و عمودی استفاده شده است. سه نرم‌افزار فست، توربسیم و سیمولینک پس از اجرا برای ۴۰ ثانیه با فرکانس نمونه‌برداری ۲ کیلوهرتز، به منظور بررسی عملکرد روش فوق مورد استفاده قرار گرفته است. شاخص‌های آماری حوزه‌ی زمان و فرکانس استخراج و برای دریافت اطلاعات معیوب مناسب از سیگنال‌ها، به منظور حذف اطلاعات زائد و کاهش بار سیستم طبقه‌بندی، یک روش ارزیابی فاصله‌ی بهبودیافته ارائه که جهت انتخاب ویژگی‌های برتر استفاده شده است.

در پایان جهت تشخیص و نظارت بر وضعیت ماشین، الگوریتم SVM با توجه به قابلیت برتری آن اعمال شده است. با مقایسه‌ی عملکرد SVM روی سیگنال‌ها نتیجه شده است که سیگنال ارتعاش شتاب بهترین عملکرد را داشته است و بین سه سیگنال شتاب انتخاب شده سیگنال شتاب یاتاقان یاو در راستای محور x در مقایسه با سایر سیگنال‌ها یک تشخیص موفقیت‌آمیز را به همراه داشته است.

مراجع

[1] wind energy [online], aug18, 2013 (http://www.suna.org.ir/fa/wind).

[2] B. Lu, Y. Li, X. Wu and Z. Yang, "A review of recent advances in wind turbine condition monitoring and fault diagnosis." Power Electronics and Machines in Wind Applications (PEMWA), IEEE, 2009.

[3] R. Kithil, "Case study of Lightning Damage to wind turbine blade," National Lighting Safety Institute (NLSI), June 2008.

[4] Aziz, Muthanna A., Hassan Noura, and Abbas Fardoun. "General review of fault diagnostic in wind turbines." Control & Automation (MED), 18th Mediterranean Conference on. IEEE, 2010.

[5] Popko, Wojciech, et al. "Offshore Code Comparison Collaboration Continuation (OC4), Phase I–Results of Coupled Simulations of an Offshore Wind Turbine with Jacket Support Structure." 22nd International Society of Offshore and Polar Engineers Conference. Rhodes, Greece. 2012.

[6] Lesic, V., et al. "Fault-tolerant control of a blade-pitch wind turbine with inverter-fed generator," Industrial Electronics (ISIE), IEEE International Symposium on. IEEE, 20۱۱.

[18] Achmad Widodo, Bo-Suk Yang, Tian Han, “Combination of Independent Component Analysis and Support Vector Machines for Intelligent Fault Diagnosis of Induction Motors,” Expert Systems with Application, ELSEVIER, 2007, PP. 299-312.

[19] Achmad Widodo, Bo-Suk Yang, “Application of Nonlinear Feature Extraction and Support Vector Machines for Fault Diagnosis of Induction Motors,” Expert Systems with Application, ELSEVIER, 2007, PP. 241-250.

[20] B.S. Yang, W.W. Hwang, M.H. Ko, S.J. Lee, Cavitation detection of butterfly valve using support vector machines, Journal of Sound Vibration 287 (1–2) (2005), PP. 25-43.

[21] Yan Jun, Xu Yuxiu, “Operational Fault Feature Extraction of Blade Based on Vibration of Wind Turbine,” IEEE, 2011.

[22] A. Manjock, "Design Codes FAST and ADAMS for Load Calculations of Onshore Wind Turbines," National Renewable Energy Laboratory (NREL), Golden, CO, Report No. 72042, 2005.

[23] J. M. Jonkman, M. L. Buhl Jr, "FAST User’s Guide," National Renewable Energy Laboratory (NREL), Golden, CO, Technical Report No. NREL/EL-500-38230, 2005.

[24] L. Buhl Jr, "A Comparison of Wind Turbine Aeroelastic Codes Used for Certification," National Renewable Energy Laboratory (NREL), Golden, CO, Report No. NREL/CP-500-39113, 2006.

[۲۵]محمد آمره، "تشخیص خطاهای مکانیکی در توربین‌های بادی با استفاده از روش‌های مبتنی بر سیگنال،" پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ایران، تهران، ۱۳۹۳.

[26] R. Fadaeinedjad, M. Moallem, and G. Moschopoulos, "Simulation of a wind turbine with doubly fed induction generator by FAST and Simulink," IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 23, no. 2,2008, pp. 690-700.

[27] Z. Yang, Y. Li, and J. E. Seem, "Improved individual pitch control for wind farm turbine load reduction via wake modeling," Proceedings of American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), vol. 49, no. 820, 2011.

[۲۸]امیرحسین حسین‌پور، "کنترل بهینه‌ی توربین بادی در نواحی مختلف سرعت‌های باد توسط تخمین مؤلفه‌های باد منطقه،" پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ایران، تهران، ۱۳۹۲.

[29] Yan Jun, Xu Yuxiu, “Operational Fault Feature Extraction of Blade Based on Vibration of Wind Turbine,” IEEE, 2011.

[7] Xiang Gong, “Simulation Investigation of Wind Turbine Imbalance Faults,” Power System Technology (POWERCON), IEEE, 2010.

[8] W.Q. Jeffries et al., “Experience with bicoherence of electrical power for condition monitoring of wind turbine blades,” IEE Proc. Vision, Image and Signal processing, vol. 145, n. °3, June 1998, pp. 141-148.

[9] S. G. Krämer, F. P. Leon & B. Appert, “optic sensor network for lightning impact localization and classification in wind turbines,” In Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems on IEEE International Conference, 2006, pp. 173-178.

[10] A. Kusiak, “A Data-Driven Approach for Monitoring Blade Pitch Fault in Wind Turbines,” IEEE Transactions, Vol. 2, No. 1, Januare 2011, PP. 87-96.

[11] J. Giebhardt, “Evolutionary algorithm for optimisation of condition monitoring and fault prediction pattern classification in offshore wind turbines." Proceedings of European Wind Energy Conference, Athens, Greece. Vol. 27, 2006.

[12] B. Chen, P. C. Matthews, P. J. Tavner, “Automated Wind Turbine Pitch Fault Prognosis Using ANFIS,” EWEA 2013 Vienna, Austia, 2013.

[13] N. Talebi, M. A. Sadrnia, A. Darabi, “Robust Fault Detection of Wind Energy Conversion Systems Based on Dynamic Neural Networks,” computational Intelligence and Neuroscience, volume 2014(2014), Article ID 580972, 13page.

[14] G. Amooee, B. Minaei-Bidgoli, M. Bagheri-Dehnavi, “A comparison between data mining prediction algorithms for fault detection (Case study: Ahanpishegan co.),” International Journal of Computer Science Issues (IJCSI), vol. 8, No. 3, Jan 29, 2012.

[15] A. Verma, A. Kusiak, “Predictive Analysis of Wind Turbine Faults: A Data Mining Approach,” Proceedings of the 2011 Industrial Engineering Research ConferenceT. Doolen and E. Van Aken, eds.

[16] D.M.J. Tax, A. Ypma, R.P.W. Duin, “Pump failure determination using support vector data description,” Lecture Notes in Computer Science (1999), PP. 415-425.

[17] Ling-Li Jiang, Hua-Kui Yin, Xue-jun Li and Si-Wen Tang, “Fault Diagnosis of Rotating Machinery Based on Multisensor Information Fusion Using SVM and Time-Domain Features,” Hindawi Publishing Corporation, volume 2014, Article ID 418178, 8 pages.

[30] M. Singh, E. Muljadi, J. Jonkman,and V. Gevorgian, “Simulation for Wind Turbine Generators With FAST and MATLAB-Simulink Modules,” National Renewable Energy Laboratory (NREL), April 2014.

[31] B.J. Jonkman, L. Kilcher, “TurbSim User's Guide:Version 1.06.00,” National Renewable Energy Laboratory (NREL), Colorado, 2012.

[32] A. Ahlstrom, "Aeroelastic Simulation of Wind Turbine Dynamics," Doctoral Thesis, Royal Institute of Technology Department of Mechanics, Stockholm, Sweden, 2005.

[۳۳]سید محسن محمدی تاکامی، "روش‌های پیش‌پردازش داده‌ها و تشخیص الگو،" گزارش از آزمایشگاه اتوماسیون پیشرفته، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ایران تهران، ۱۳۸۴.

[34] Achmad Widodo, Bo-Suk Yang, “support vector machine in machine condition monitoring and fault diagnosis,” Mechanical System and Signal Processing, ELSEVIER, 2007, PP. 2560-2574.

[35] X L An, D X Jiang, S H Li and J Chen, “Fault Diagnosis of Direct-Drive Wind Turbine Based on Support Vector Machine,” Journal of Physics: Conference Series 305 (2011) 012030.

[36] Y. Lei, Z. He, Y. Zi, “A New Approach to Intelligent Fault Diagnosis of Rotating Machinery,” Expert Systems with Applications, ELSEVIER, 2008, PP. 1593-1600.

[37] P. Santos, LF. Villa, A. Reñones, A. Bustillo, J. Maudes, “An SVM-based solution for fault detection in wind turbines,” Sensors. 15, No. 3, 2015, PP.5627-5648.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۳۵-۲۳

کنترل ازدحام شبکه TCP با استفاده از روش تخصیص طیف محدود: مطالعه مقایسه‌ای

طاهره حیدری‌نیاز[۱]، علیرضا الفی[۲]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی‌ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، thaidaryniaz@yahoo.com

[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، a_alfi@shahroodut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۸/۱۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۲/۲۳)

چکیده: ازدحام یکی از مطرح‌ترین مسائل در شبکه‌های داده است. زمانی که مقدار داده‌های ورودی به شبکه از ظرفیت شبکه تجاوز کند، ازدحام رخ می‌دهد. هدف از کنترل ازدحام حفظ اندازه صف در یک سطح مطلوب مشخص است که عملکرد شبکه به‌طور چشمگیری افت می‌کند. چنین شرایطی منجر به زمان تاخیر طولانی و حتی ممکن است منجر به ناپایداری شبکه گردد. هدف از این مقاله کنترل ازدحام شبکه TCP با استفاده از روش تخصیص طیف محدود و مقایسه آن با سایر روش‌های مرسوم دیگر شامل REM, PI و H∞ می‌باشد. عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی با آزمایش‌های مختلفی با درنظر گرفتن تغییرات دینامیک‌های شبکه در شبیه‌ساز شبکه NS-2 بررسی می‌گردد.

کلمات کلیدی: شبکه داده، کنترل ازدحام، مدیریت فعال صف، روش تخصیص طیف محدود.

TCP Congestion Control using Finite Spectrum Assignment: A Comparative Study

Tahereh HeidariNiaz, Alireza Alfi

Abstract: Congestion is one of the most well-known problems in data networks. The congestion occurres when the number of packets being transmitted through the network exceeds the packet handling capacity of the network. The aim of AQM is to keep the queue size at a certain desired level at which network performance falls off dramatically. This situation leads to long time delays, and may even result in instability in the network. The purpose of this paper is to design controller for congestion control of the TCP network using Finite Spectrum Assignment (FSA) technique and comparison with other conventional methods including Proportional-Integrator (PI), Random Early Detection (REM) and H∞. To evaluate the performance of the proposed controller, different experiments are conducted through NS-2 simulations by considering variations in network dynamics.

Keywords: Data networks, Congestion control, Active queue management, Finite spectrum assignment.

۱- مقدمه

با پیشرفت شبکه‌های داده به صورت امروزی و افزایش تعداد کاربران، مسأله کنترل ازدحام[1] یکی از مهمترین مسائلی است که نظر کارشناسان و محققان را به خود جلب کرده است [۱]. به هنگام وقوع ازدحام، کارایی شبکه به خاطر اشباع منابع شبکه مانند لینک‌های مخابراتی، سیکل‌های پردازنده و بافرهای حافظه کاهش می‌یابد. هنگامی که مجموع نرخ ورودی به لینک از ظرفیت آن بیشتر شود، بسته‌ها در یک بافر ذخیره می‌شوند. در صورتی که طول بافر محدود باشد، ادامه یافتن چنین روندی باعث خواهد شد که فضای کافی برای نگهداری بسته‌ها وجود نداشته و لذا بسته‌های ورودی دور ریخته شوند. در چنین حالتی

[1] Congestion

است که به خاطر اشباع شدن بافر، ازدحام به وجود می‌آید. کنترل ازدحام در اینترنت شامل الگوریتم‌های پنجره ازدحام TCP[1] و الگوریتم‌های مدیریت فعال صف (AQM)[2] است. الگوریتم‌های پنجره ازدحام TCP در میزبان های انتهایی و الگوریتم‌های AQM در مسیریاب‌ها[3] برای بالا بردن کارایی شبکه و کوچک کردن مقدار تأخیر صف اجرا می‌شوند.

در سال ۱۹۸۹ میلادی برای اولین‌بار ون‌جاکوبسن[4] [۲] دو راهکار کلی برای کنترل ازدحام ارائه داد. در راهکار اول، راه‌حل در نقاط ابتدایی و انتهایی ارسال بسته‌ها یعنی فرستنده و گیرنده است در حالی‌که در راهکار دوم، راه‌حل با اصلاح شبکه و با اتخاذ سیاستی در نقاط میانی شبکه یعنی مسیریاب‌ها مرتبط می‌باشد. در این راهکار، الگوریتم‌های لینک به عنوان عامل بالقوه‌ای برای بهتر شدن الگوریتم‌های مبدأ استفاده می‌شوند. AQM یک الگوریتم لینک است که به مدیریت فعال صف تعبیر می‌شود به‌گونه‌ای که یک صف در AQM با تنظیم قانون در گلوگاه مسیریاب اداره می‌شود. معروف‌ترین الگوریتم AQM، تشخیص زودرس تصادفی (RED[5]) است که به موجب آن، نقاط میانی شبکه قبل از پرشدن صف، اقدام به حذف برخی بسته‌ها به صورت تصادفی می‌نمایند [۳]. روش REM[6] [۴] نیز به عنوان یک راه‌حل دیگر در سال ۲۰۰۰ ارائه شد که در مقایسه با روش RED، از تعریف متفاوتی از ازدحام و تابع احتمال نشان‌دار استفاده می‌کند. با ارائه مدل ریاضی شبکه، محققین کوشیدند تا از نظریه کنترل جهت ارائه روش‌های جدید برای کنترل فعال صف استفاده کنند. ایده اصلی آن بود که قبل از پر شدن صف، حذف تصادفی بسته‌ها از یک قاعده کنترلی پیروی نماید. اولین کنترل‌کننده ارائه شده یک کنترل‌کننده ساده PI بود [۵]. شبیه‌سازی‌ها نشان داد که کنترل‌کننده ارائه شده نسبت به روش RED نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. سادگی روش PI و کارایی آن نسبت به RED موجب پیاده‌سازی تجاری آن گردید. روش‌های مختلف دیگری نیز برای دستیابی به این هدف تا کنون ارایه شده‌اند [۱۸-۶] که از شناخته‌ترین آنها می توان به روش‌های مبتنی بر پیش‌بین اسمیث[7] اشاره کرد [۱۹]. نقش عمده پیش‌بین اسمیث حذف اثر زمان تاخیر بر روی پایداری سیستم حلقه-بسته است [۲۰-۲۲]. آنچه اهیمت دارد این است که روش‌های مرسوم نمی‌توانند با ذات انفجاری دینامیک‌های شبکه تطبیق یابند. از دیدگاه کنترلی، الگوریتم‌های AQM موجود در تنظیم پارامترها و پایداری مقاوم دچار نقص هستند. این بدان معنی است که عملکرد آنها به تغییرات پارامترهای سیستم حساس است. از اینرو، این الگوریتم‌ها در تطبیق شبکه‌های پیچیده با افزایش ترافیک و تعداد کاربران ناتوان هستند. مهم‌ترین ویژگی این است که کنترل‌کننده در برابر تغییرات دینامیک‌های شبکه مقاوم باشد. لذا استفاده از روش‌های مقاوم مانند $H\infty$ برای کنترل ازدحام در [۲۳ و ۲۴] پیشنهاد شده است.

امروزه یک استراتژی کنترل مؤثر دیگر به نام تخصیص طیف محدود (FSA) برای سیستم‌های تأخیردار به ویژه سیستم‌های تأخیردار ناپایدار توسعه داده شده است. از آنجا که سیستم تحت بررسی یک سیستم تاخیردار است، این روش برای طراحی کنترل‌کننده AQM مورد استفاده قرا رگرفته است [۲۵]. هرچند، طراحی با درنظر گرفتن کنترل ازدحام انجام نشده و شبیه‌سازی‌ها در محیط NS2 گزارش نشده است. از اینرو، هدف این مقاله مقایسه عملکردی کنترل‌کننده FSA با سایر روش‌های کنترلی مرسوم ازدحام است. در این مقاله، برای مدل‌سازی شبکه داده از مدل ریاضی پیشنهادی توسط میسرا[8] [۲۶] استفاده می‌شود که یک مدل غیرخطی با تأخیر زمانی است و همواره دینامیک‌های آن در حال تغییر هستند. از اینرو به منظور طراحی کنترل کننده، ابتدا مدل خطی سیستم بدست می‌آید. برای آنالیز عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی، آزمایشات مختلفی در محیط شبیه‌ساز شبکه NS-2 ارائه می‌شود و نتایج با روش‌های دیگر مرسوم شامل PI [۲۴]، REM [۱۲] و $H\infty$ مقایسه می‌گردد. این مقاله به صورت زیر مرتب شده است. در بخش ۲ مدل شبکه ارائه می‌شود. در بخش ۳ روش تخصیص طیف محدود بیان می‌شود. بخش ۴ به شبیه‌سازی و مقایسه عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی اختصاص دارد. در پایان نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادات آورده می‌شود.

۲- مدلسازی شبکه داده

شبکه TCP به عنوان سیستمی که دینامیک‌های آن همواره در حال تغییر می‌باشند همواره مورد توجه محققان بوده است. مدل میسرا یکی از بهترین مدل‌ها برای توصیف شبکه TCP می‌باشد که شبیه‌سازی‌ها نزدیک بودن این مدل ریاضی به سیستم واقعی را تأیید کرده‌اند. این مدل بر اساس مدل جریان سیال بدست آمده و یک مدل غیرخطی از شبکه ارائه می‌دهد. این مدل ریاضی سبب گردید شاخه‌ای جدید از تحقیقات برای مدیریت فعال به وجود آید. این بخش به مدل ریاضی استفاده شده در این مقاله اختصاص دارد.

۲-۱ مدل ریاضی شبکه

مدل ساده شده TCP با N منبع TCP مشابه و یک مسیریاب، برای تعیین مقدار متوسط تغییرات و دینامیک صف مسیریاب ارائه شد. این مدل وابسته به تغییرات شبکه است که با معادلات (۱) تا (۳) بیان می‌شود [۲۶].

$$\dot{w}(t)=\frac{1}{R(t)}-\frac{w(t)w\left(t-R(t)\right)}{2R\left(t-R(t)\right)}p\left(t-R(t)\right), \qquad (۱)$$

[1] Transmission Control Protocol
[2] Active Queue Management
[3] Ruter
[4] Jacobson
[5] Random Early Detection
[6] Random Exponential Marking
[7] Smith Predictor
[8] Misra

$$\dot{q}(t)=\begin{cases}\dfrac{w(t)}{R(t)}N(t)-C(t) & q>0\\ \max\left\{0,\dfrac{w(t)}{R(t)}N(t)-C(t)\right\} & q=0\end{cases} \quad (۲)$$

$$R(t)=\frac{q(t)}{C(t)}+T_d \quad (۳)$$

در روابط فوق، $q(t)$ طول صف مورد نظر در لینک گلوگاه مسیریاب، $w(t)$ اندازه مورد نظر برای پنجره TCP، $C(t)$ ظرفیت لینک (بسته / ثانیه)، $R(t)$ زمان رفت وبرگشت (RTT) ، $p(t)$ احتمال مارک‌دار شدن بسته در مسیریاب، $N(t)$ فاکتور بار TCP و T_d زمان تاخیر انتشار (ثانیه).

توجه شود که طول صف $q(t)$ واندازه پنجره $w(t)$ کمیت‌های محدود و مثبت هستند یعنی $q_0\in[0,q_{\max}]$ و $w_0\in[0,w_{\max}]$ که $q_{\max}$ و $w_{\max}$ به ترتیب ظرفیت بافر و حداکثر اندازه پنجره را نشان می‌دهند. هرچند احتمال مارک‌دار شدن/حذف بسته‌ها تنها مقادیر ۰ و ۱ می‌گیرد. رابطه (۱) از دو بخش افزاینده و کاهنده تشکیل شده است. بخش افزاینده نشان می‌دهد که به ازای تغییرات در بازه یک رفت و برگشت زمانی، مقدار پنجره تراکم به اندازه یک واحد افزایش می‌یابد. این امر در مرحله جلوگیری از ازدحام پروتکل TCP اتفاق می افتد. در بدست آوردن این مدل فرض شده است که جریان TCP به مرحله جلوگیری از ازدحام رسیده و فقط تغییرات پنجره ازدحام در این مرحله در معادله ظاهر شده است. این فرض در مورد جریان های بلندمدت مانند FTP که به جریان های فیلی[1] معروف هستند، صحیح می‌باشد. بخش کاهنده نشان می‌دهد که در صورت بروز تلفات مقدار پنجره ازدحام بایستی نصف گردد. رابطه (۲) مربوط به نقاط میانی می‌باشد که بر اساس دینامیک تغییرات طول صف بیان می‌شود. این رابطه نیز از دو بخش کاهنده و افزاینده تشکیل شده است. بخش کاهنده که همان ظرفیت نقاط میانی است، نماینده میزان پردازش بسته‌ها در واحد زمان می‌باشد و بخش افزاینده میزان بسته‌هایی که در واحد زمان به صف می‌رسند را نشان می‌دهد [۲۶].

۲-۲ خطی‌سازی

برای خطی‌سازی تعداد بسته‌های TCP و ظرفیت لینک ثابت فرض می‌شود یعنی $N(t)=N$ و $C(t)=C$ [۱۱ و۲۴]. نقطه کار (q_0,w_0,p_0) با فرض $\dot{w}=0,\dot{q}=0$ در روابط (۱) و(۳) تعیین می‌شود.

$$\begin{aligned}&\dot{w}=0\Rightarrow w_0^2p_0=2\\&\dot{q}=0\Rightarrow w_0=\frac{R_0C}{N};\quad R_0=\frac{q_0}{C}+T_d\end{aligned} \quad (۴)$$

بردار پارامترهای شبکه $\eta=(N,C,T_d)$ می‌باشد و نقاط کار واقعی $\Omega\eta$ با رابطه زیر بیان می‌شوند.

$$\Omega\eta=\{(w_0,q_0,p_0):\ w_0\in(0,\bar{w}),q_0\in(0,\bar{q}),p_0\in(0,1)\}$$

در صورت درنظر گرفتن مقادیری برای $\Omega\eta$، می‌توان پارامترهای شبکه η را بدست آورد.

$$\dot{w}(t)=\frac{1}{R_0}-\frac{w(t)w(t-R_0)}{2\left(\dfrac{q(t-R_0)}{C}+T_d\right)}p(t-R_0)$$

$$\dot{q}(t)=\begin{cases}\dfrac{N}{\dfrac{q(t-R_0)}{C}}w(t)-C & q>0\\ max\left\{0,\dfrac{N}{\dfrac{q(t-R_0)}{C}}w(t)-C\right\} & q=0\end{cases} \quad (۵)$$

بنابراین خطی‌سازی در نقطه تعادل منجر به روابط زیر خواهد شد [۲۵]:

$$\delta\dot{w}(t)=-\frac{2N}{R_0^2C}\delta w(t)-\frac{R_0C^2}{2N^2}\delta p(t-R_0), \quad (۶)$$

$$\delta\dot{w}(t)=-\frac{2N}{R_0^2C}\delta w(t)-\frac{R_0C^2}{2N^2}\delta p(t-R_0), \quad (۷)$$

که در آن $\delta w=w-w_0$، $\delta p=p-p_0$ و $\delta q=q-q_0$.

لازم به ذکر است که برای خطی‌سازی، تأخیر زمانی با فرض $w>>1$ با "$(t-R_0)$" جایگزین می‌شود. با گرفتن تبدیل لاپلاس از روابط (۶) و (۷)، تابع تبدیل سیستم به صورت زیر بدست می‌آید.

$$G(s)=\frac{K_me^{-sR}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \quad (۸)$$

که در آن $T_1=R^2C/2N$، $T_2=R$ و $K_m=(RC)^3/4N^2$

۳- FSA

در این بخش به تشریح روش FSA برای کنترل ازدحام در شبکه داده می‌پردازیم. این تکنیک یک روش مؤثر برای کنترل سیستم‌های تأخیر زمانی است. تابع تبدیل کلی زیر را در نظر بگیرید.

$$G(s)=P(s)e^{-sh}=C(sI-A)^{-1}Be^{-sh} \quad (۹)$$

که در آن A، B و C ماتریس‌هایی با ابعاد مناسب برای تحقق فضای حالت متناظر هستند. FSA قانون کنترل پسخوردی زیر را با استفاده از حالت های پیش‌بینی شده $x_p(t)$ تعیین می کند:

$$\begin{aligned}&u(t)=Fx_p(t)\\&x_p(t)=e^{Ah}x(t)+\int_0^h e^{A\xi}Bu(t-\xi)d\xi\end{aligned} \quad (۱۰)$$

سیستم حلقه-بسته منتج شده پایدار است اگر $A+BF$ پایدار باشد. با این طرح کنترلی، ترم تأخیر از فرایند طراحی حذف می‌شود. الگوریتم‌های

[1] Elephant flow

کنترلی متفاوتی بر اساس FSA بسته به درجات مختلفی از پیچیدگی سیستم ارائه شده است [۲۷]. در این بخش ابتدا الگوریتم عمومی و سپس الگوریتم ردیابی مجانبی و تنظیم سیستم‌های پایدار FSA تحت خطاهای مدل‌سازی مورد استفاده در این مقاله بیان می‌شود.

۳-۱ الگوریتم عمومی FSA

الگوریتم FSA برای سیستم‌های تأخیر زمانی [۲۸] در واقع یک تعمیم از تخصیص قطب حوزه فرکانس ولوویچ[1] برای سیستم‌های بدون تأخیر می‌باشد [۲۹]. فرایند بدون تأخیر زیر را در نظر بگیرید:

$$Y(s)=G(s)U(s)=\frac{a(s)}{b(s)}U(s) \qquad (۱۱)$$

که در آن $a(s)$ و $b(s)$ به ترتیب چندجمله‌ای‌های نسبت به هم متباین با درجه m و n $(0\le m\le n-1)$ هستند.

چندجمله‌ای مشخصه مطلوب سیستم حلقه-بسته را با $p(s)$ نمایش می‌دهیم که یک چندجمله‌ای مونیک[2] با درجه n است. علاوه‌براین، $b(s)$-$p(s)$ را با $f(s)$ نشام می‌دهیم که اغلب از درجه n-1 می‌باشد. یک چندجمله‌ای پایدار مجانبی مونیک درجه n-1 را نیز به عنوان $q(s)$ درنظر می‌گیریم که در واقع بیانگرچندجمله‌ای مشخصه رویتگر مرتبه کاهش‌یافته لیونبرگر است که یک تخمین حالت $\hat{x}(t)$ از روی ورودی و خروجی در دسترس را نتیجه می‌دهد. با درنظر گرفتن معادله چندجمله‌ای

$$k(s)b(s)+h(s)a(s)=q(s)f(s) \qquad (۱۲)$$

که در آن $k(s)$ و $h(s)$ چندجمله‌ای‌های مجهول هستند.

معادله (۱۲) حل یکتایی برای $k(s)$ و $h(s)$ بدست می‌دهد که اغلب به ترتیب از درجه n-2 و n-1 می‌باشند. با استفاده از $k(s)$ و $h(s)$ بدست آمده قانون کنترل به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$U(s)=\frac{k(s)}{q(s)}U(s)+\frac{h(s)}{q(s)}Y(s)+R(s) \qquad (۱۳)$$

که در آن $R(s)$ تبدیل لاپلاس ورودی مرجع است. قانون کنترل (۱۳) در حوزه زمان عبارتست از

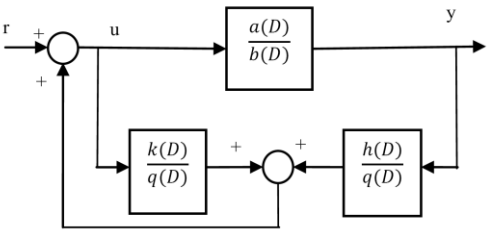
$$u(t)=\frac{k(D)}{q(D)}u(t)+\frac{h(D)}{q(D)}y(t)+r(t) \qquad (۱۴)$$

که در آن D عملگر دیفرانسیل است. همچنین، kq^{-1} و hq^{-1} به ترتیب پایدار اکیدا سره و پایدار سره می‌باشند.

شکل ۱ سیستم کنترل منتج شده را نشان می‌دهد.

حال فرایند تأخیردار زیر را درنظر بگیرید:

$$Y(s)=G(s)U(s)=\frac{a(s)}{b(s)}e^{-Ls}U(s) \qquad (۱۵)$$



شکل ۱: سیستم کنترل جایابی قطب برای فرایند بدون تأخیر

که $L>0$ زمان تأخیر و $a(s)/b(s)$ تابع گویای متباین و اکیدا سره از مرتبه n با $b(s)$ مونیک می‌باشد.

فرض می‌شود که $b(s)$ صفرهای مکرر ندارد. فرایند با تأخیر، ابعادی نامحدود دارد و تمام حالت‌های فرایند وتابع زمانی $u(\tau)$, $t-L\le\tau\le t$ به عنوان مجموعه $x(t)$ درنظر گرفته می‌شود. بدیهی است که جایابی قطب به پسخورد تمامی حالت‌ها با ضرایب مناسب نیاز دارد. هرچند روش فضای حالت توسعه‌یافته در [۳۰] از ایده دیگری برای پسخورد حالت های پیش‌بینی شده $x(t+L)$ استفاده کرده است. راهکاری که ارائه می شود تقریباً به ایده قبلی وابسته است. حالت‌های فرایند $x(t)$ می‌توانند از $u(t-L)$ و $y(t)$ تخمین زده می‌شوند، به طوری‌که ترم اول قانون کنترل (۱۴) به $k(D)u(t-L)$ تغییر می‌کند. برای این‌که نتایجی مشابه نتایج بدست آمده در حوزه زمان بدست آوریم، مقداری سعی و خطا در تعیین مناسب ضرایب پسخورد برای $u(\tau)$ مورد نیاز است. چون $u(\tau)$ ابعادی نامحدود دارد، ضرایب فرم تابع زمانی به خود می‌گیرند. چندجمله‌ای مونیک حلقه-بسته مورد نیاز از درجه n را با $p(s)$ و چندجمله‌ای رویتگر از درجه n-1 را با $q(s)$ نشان می‌دهیم. تعریف می‌کنیم:

$$f(s)=b(s)-p(s) \qquad (۱۶)$$

تابع $f(s)b^{-1}(s)$ را درنظر بگیرید. از آنجایی که $f(s)$ اغلب از درجه n-1 و $b(s)$ از درجه n بوده و فرض می‌شود $b(s)$ صفرهای مکرر نداشته باشد، بسط جزئی کسری از $f(s)b^{-1}(s)$ به صورت

$$\frac{f(s)}{b(s)}=\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i}{s-d_i} \qquad (۱۷)$$

ممکن بوده که d_i $(i=1,2,\ldots,n)$ ، n قطب مجزای سیستم هستند. از طرفی $k(s)$ و $h(s)$ از حل معادله چندجمله‌ای

$$k(s)b(s)+h(s)a(s)=q(s)f_L(s) \qquad (۱۸)$$

بدست می‌آید که

$$f_L(s)=b(s)\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i e^{d_i L}}{s-d_i} \qquad (۱۹)$$

چندجمله‌ای از درجه n-1 و $k(s)/q(s)$ و $h(s)/q(s)$ سره می‌باشند. در نهایت قانون کنترل $u(t)$ با استفاده از رابطه (۲۰) بدست می‌آید [۲۷]:

[1] Wolovich
[2] Monic

$$u(t)=\frac{k(D)}{q(D)}u(t-L)+\frac{h(D)}{q(D)}y(t)+\int_{-L}^{0}\sum_{i=1}^{n}c_i e^{-d_i\theta}u(t+\theta)d\theta+r(t) \quad (۲۰)$$

طرح کلی FSA در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۷]. از آنجایی که سیستم TCP یک سیستم تک ورودی-تک خروجی تأخیردار با قطب‌های مجزاست، الگوریتم اصلاح شده FSA با موضوع ردیابی سیستم تحت کنترل را در ادامه بیان می‌کنیم.

۳-۲ الگوریتم اصلاح شده FSA

ردیابی همواره یکی از مشخصه‌های مطلوب برای هر سیستم کنترل است. برای دستیابی به این هدف ، طرح FSA اصلاح شده پیشنهاد گردید که ساختار کلی آن در شکل ۳ نشان داده شده است [۲۷].

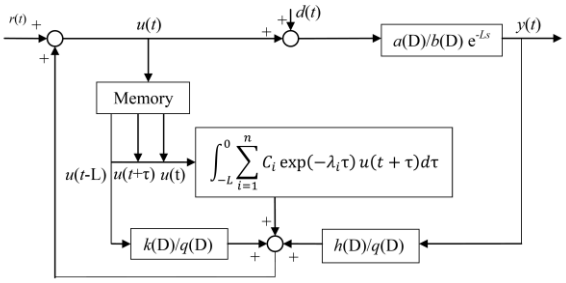
فرض کنید فرایند تحت مطالعه با رابطه زیر بیان شود:

$$Y(s)=G_p(s)U(s)=\frac{a_p(s)}{b_p(s)}e^{-Ls}U(s) \quad (۲۱)$$

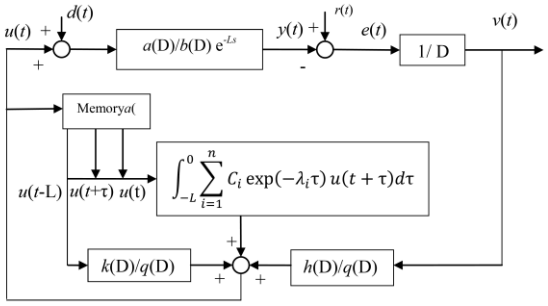
که در آن $a_p(s)/b_p(s)$ تابع گویای متباین و سره با $b_p(s)$ مونیک است. فرایند تعمیم یافته شامل فرایند و یک انتگرال‌گیر با تابع تبدیل زیر نمایش داده می‌شود:

$$G(s)=\frac{a(s)}{b(s)}e^{-Ls} \quad (۲۲)$$

که $a(s)= -a_p(s)$ و $b(s)= s\, b_p(s)$.



شکل ۲: سیستم FSA



شکل ۳: سیستم FSA اصلاح‌شده

توجه کنید که در روش FSA اصلاح شده فرایند واقعی با $G_p(s)$ و فرایند تعمیم یافته با $G(s)$ نمایش داده می‌شود. فرض شده است که فرایند صفری در $s=0$ ندارد. بنابراین $a(s)$ و $b(s)$ متباین هستند. در شکل ۳، سیگنال‌های v و u به عنوان خروجی و ورودی سیستم با تابع تبدیل $G(s)$ می‌باشند، در حالی که $f(s)$، $f_L(s)$، $k(s)$ و $h(s)$ همانند روابط (۱۶) تا (۱۹) تعریف می‌شوند. قانون کنترل اصلاح شده برابر است با [۲۷]:

$$u(t)=\frac{k(D)}{q(D)}u(t-L)+\frac{h(D)}{q(D)}v(t)+\int_{-L}^{0}\sum_{i=1}^{n}c_i e^{-d_i\theta}u(t+\theta)d\theta \quad (۲۳)$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس از (۲۳) داریم:

$$U(s)=\frac{k(s)}{q(s)}U(s)e^{-Ls}+\frac{h(s)}{q(s)}v(s)+\frac{f(s)}{b(s)}U(s)-\frac{f_L(s)}{b(s)}U(s)e^{-Ls} \quad (۲۴)$$

حال تابع تبدیل حلقه-بسته به صورت زیر بدست می‌آید.

$$Y(s)=\frac{-h(s)a(s)}{p(s)q(s)}e^{-Ls}R(s) \quad (۲۵)$$

واضح است سیستم نامی پایدار است به شرطی که $p(s)$ و $q(s)$ چندجمله‌ای‌های هرویتز باشند.

۴- اعتبارسنجی و مقایسه کنترل‌کننده با استفاده از شبیه‌ساز NS-2

۴-۱ طراحی کنترل‌کننده

در این بخش یک کنترل‌کننده FSA را با استفاده از الگوریتم FSA اصلاح شده طراحی می‌کنیم. با توجه به رابطه (۸) و با درنظر گرفتن $N=60$,$C=3750(15Mbit/s)$,$R=0.246$ [۵و۸]، تابع تبدیل سیستم عبارتست از:

$$G_p=\frac{5.45\times10^4}{(1.9s+1)(0.246s+1)}e^{-0.246s} \quad (۲۶)$$

از تعریف قطب غالب [۳۱] و از رابطه اخیر، کنترل‌کننده FSA اصلاح شده را برای سیستم درجه ۱ زیر طراحی می‌کنیم.

$$G_p(s)=\frac{k_m/T_1T_2}{(s+1/T_1)(s+1/T_2)}e^{-Rs}\approx\frac{k_m/T_1}{(s+1/T_1)}e^{-Rs}=\frac{2.868\times10^4}{s+0.526}e^{-0.246s} \quad (۲۷)$$

حال سیستم تعمیم یافته را به صورت زیر درنظر می‌گیریم:

$$G(s)=\frac{-2.868\times10^{4}}{s(s+0.526)}e^{-0.246s} \quad (۲۸)$$

چندجمله‌ای مشخصه حلقه-بسته مطلوب را با فرض $\xi=1\ ,\ w_0=1.05$ تعیین می‌کنیم.

$$p(s)=s^2+2\xi w_0 s+w_0^2=s^2+2.1s+1.1 \quad (۲۹)$$

چندجمله‌ای رویتگر برابر است با

$$q(s)=s+\frac{1}{T_1}=s+0.526 \quad (۳۰)$$

$k(s)$ و $h(s)$ نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} k(s)&=\left(\frac{1}{\tau}-2\xi w_0+w_0^2\tau\right)e^{-\frac{L}{\tau}}-w_0^2\tau \\ &=(0.526-2.1+2.094)e^{-\frac{0.246}{1.9}}-2.094 \\ &=-1.53 \end{aligned} \quad (۳۰)$$

$$\begin{aligned} h(s)&=\frac{w_0^2\tau}{k_p}s+\frac{w_0^2}{k_p} \\ &=\frac{2.094}{5.45\times10^4}s+\frac{1.1}{5.45\times10^4} \\ &=0.384\times10^{-4}s+0.202\times10^{-4} \end{aligned} \quad (۳۱)$$

از روابط (۱۶) و (۱۹) داریم:

$$\begin{aligned} f(s)&=b(s)-p(s)=-1.547s-1.1 \\ f_L(s)&=b(s)\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i e^{d_i L}}{s-d_i}=-1.63s-1.1 \end{aligned} \quad (۳۲)$$

بنابراین قانون کنترل از رابطه (۲۴) عبارتست از:

$$\begin{aligned} U(s)&=\frac{-1.528}{s+0.526}e^{-0.246s}U(s) \\ &+\frac{0.384\times10^{-4}s+0.202\times10^{-4}}{s+0.526}v(s) \\ &+\frac{-1.574s-1.1}{s^2+0.526s}U(s) \end{aligned} \quad (۳۳)$$

۴-۲ اعتبارسنجی و مقایسه عملکردی

به منظور اعتبارسنجی کنترل‌کننده پیشنهادی آزمایشات مختلفی درنظر گرفته می‌شود که در نرم‌افزار شبیه‌ساز شبکه به نام NS-2 پیاده‌سازی می‌گردد. شبیه‌ساز شبکه (نسخه ۲) که با نام NS-2 شناخته می‌شود [۳۲و۳۳] به طور ساده یک ابزار شبیه‌سازی رخداد-گسسته است که در مطالعه طبیعت شبکه‌های ارتباطی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. به کمک NS-2 شبیه‌سازی پروتکل‌ها و عملکردها (مثل TCP و UDP و الگوریتم‌های مسیریابی و مدیریت صف و ...) در شبکه سیمی و شبکه‌های بی‌سیم به خوبی قابل انجام هستند. عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی برای TCP New Reno با **اندازه بافر روتر ۸۰۰** پیاده‌سازی شده و سپس نتایج بدست آمده با سایر کنترل‌کننده‌ها شامل PI [۲۴] REM, [۱۲] و H∞ مقایسه می‌گردد. لذا باتوجه به [۳۴و۵] یک مجموعه آزمایش شامل ۷ مورد که در این آزمایشات طیف گسترده‌ای از شرایط شبکه به منظور انجام یک مقایسه مناسب بین الگوریتم‌های موجود و الگوریتم طراحی شده را در برمی‌گیرند.

در آزمایش‌های ۱، ۲ و۳ عملکرد سیستم با تغییرات در تعداد جریان ها به عنوان پارامتر اصلی مطرح می شوند. در این آزمایشات جریان‌ها تنها از بسته‌های FTP ساخته شده‌اند که معمولاً جریان‌های فیلی نامیده می‌شوند، زیرا این جریان‌ها طول عمر بالایی دارند. برای پایداری بافر مسیریاب این جریان‌ها مفید هستند، زیرا آنها برای مدت طولانی نگه داشته می‌شوند و تغییرات بزرگی اتفاق نمی‌افتد. همچنین همراه با جریان‌های فیلی، بسته‌هایی که موشی نامیده می‌شود نیز وجود دارند که بسته‌های TCP با طول عمر کوتاه هستند که برای ترافیک وب استفاده می‌شوند. ترافیک HTTP از درخواست‌های کوچک صفحه ساخته می‌شود، دانلودهایی کوچک از سرورهایی که میزبان صفحات وب هستند. از دید مسیریاب، این نوع از ترافیک رفتار متنوع‌تری از صف را شامل می‌شود که برخی الگوریتم‌های AQM سعی بر جلوگیری از آن را دارند. در آزمایشات ۴، ۵ و۶ رفتار الگوریتم‌ها را تحت انواع مختلفی از جریان ها مطالعه خواهیم کرد. در این آزمایش‌ها از پارامتر N (تعداد جریان‌ها) در تشریح دینامیک سیستم استفاده شده است. این پارامتر تعداد کل جریان‌هایی که از مسیریاب عبور می‌کنند را نمایش می‌دهد، در حالی‌که همه جریان‌ها دارای ویژگی مشابه نیستند. یادآوری می‌شود هدف از کنترل ازدحام نگه داشتن اندازه صف Q در مقدار مطلوب Q_R است. در طراحی کنترل‌کننده H∞ از روش ارایه شده در [۳۵] استفاده شده که تابع تبدیل کنترل‌کننده حاصل عبارتست از

$$\frac{1.33\times10^{7}s^{3}+1.221\times10^{8}s^{2}+3.097\times10^{8}s+1.36\times10^{8}}{s^{4}+7.716\times10^{4}s^{3}+9.339\times10^{8}s^{2}+1.857\times10^{12}s+5.56\times10^{12}}$$

در شبیه‌سازی کنترل‌کننده PI با تابع تبدیل $(1.882+\frac{1.816}{s})\times10^{-5}$ [۲۴] درنظر گرفته شده است. پارامترهای مورد استفاده در REM نیز عبارتند از نرخ پاسخ $c=0.001$ و ثابت $\phi=1.001$ [۱۲].

آزمایش اول: آزمایش اول حول نقطه کار انجام می‌شود. تنظیمات عبارتند از:

- تعداد جریان (N): ۶۰ جریان FTP
- زمان رفت و برگشت بسته (RTT): 246ms (با طول صف در نقطه مرجع)
- ظرفیت مسیریاب: 3750 pkt/sec (مطابق با 15Mb/s برای متوسط اندازه بسته 500)

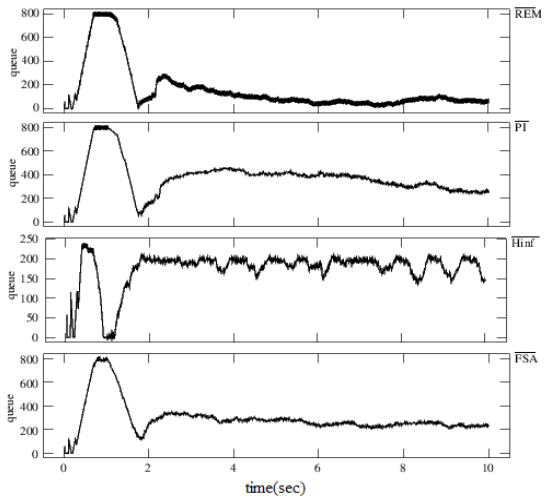
نتایج این شبیه‌سازی در شکل‌های ۴ و ۵ و جدول ۱ آورده شده است. همانطور که شکل ۴ نشان می‌دهد کنترل‌کننده H∞ دارای عملکرد بهتری نسبت به کنترل‌کننده‌های REM, PI, FSA می باشد و در مدت زمان کوتاه‌تری اندازه صف را به مقدار مورد نظر می‌رساند در

حالی که سایر کنترل‌کننده‌ها در ابتدای شبیه‌سازی با سرریز شدن صف مواجه هستند. از شکل ۵ نیز نتیجه می‌شود که کنترل‌کننده H∞ برای تنظیم طول صف در مقدار مرجع تعداد بسته‌های بیشتری را حذف می‌کند تا از سرریز شدن بافر جلوگیری کند. جدول ۱ مقایسه برخی پارامترهای شبکه با استفاده از الگوریتم‌های مختلف را نشان می‌دهد. چنانچه ملاحظه می‌شود در تمام مدت شبیه‌سازی، میانگین طول صف با استفاده از کنترل‌کننده H∞ در مقایسه با سایر کنترل‌کننده‌ها در مقدار مطلوب‌تری قرار دارد.

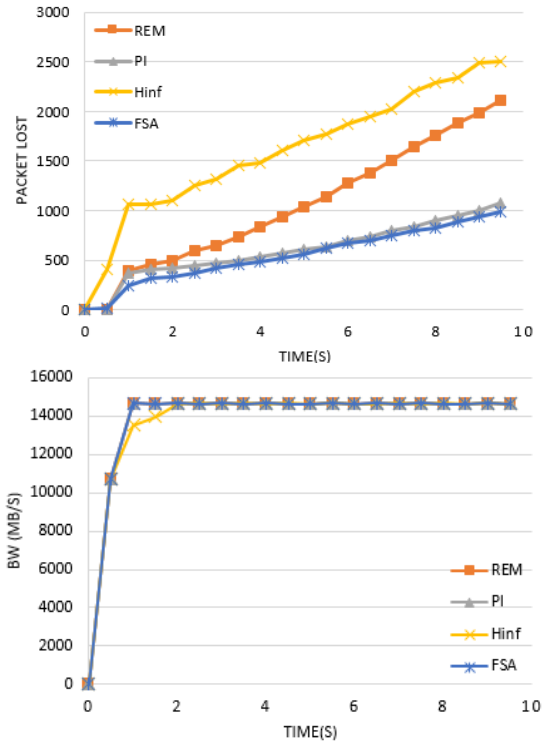
آزمایش دوم: این آزمایش از همان توپولوژی آزمایش ۱ استفاده می‌کند، با این تفاوت که تعداد جریان‌ها کاهش یافته است. تنظیمات این آزمایش به قرار زیر است:

- تعداد جریان (N): ۳۰ جریان FTP
- زمان رفت وبرگشت (RTT): 246ms

نتایج در شکل‌های ۶ و ۷ آورده شده است. هنگامی که جریان‌ها را به تعداد قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهیم، عملکرد برخی کنترل‌کننده‌ها مانند REM مختل می‌شود. همانطور که از شکل ۶ مشاهده می‌شود کنترل‌کننده REM بهره‌وری کافی از صف ندارد این در حالی است که سایر کنترل‌کننده‌ها به خوبی طول صف را مدیریت کرده و تقریبا در تمام مدت شبیه‌سازی طول صف در مقدار مرجع نگه داشته می‌شود. با مقایسه شکل ۵ و ۶ ملاحظه می‌کنیم در یک بازه زمانی کوتاه (ثانیه ۱ تا ۲ شبیه‌سازی) کنترل‌کننده H∞ برای تنظیم طول صف در مقدار مرجع میزان حذف بسته‌ها را به طور چشمگیری بالا برده است. با توجه به مقایسه انجام شده در جدول ۲، کنترل‌کننده H∞ دارای قابلیت گذردهی (بازدهی) کمتری نسبت به سایر کنترل‌کننده‌ها می‌باشد و در نتیجه نرخ حذف بسته بالاتری دارد.



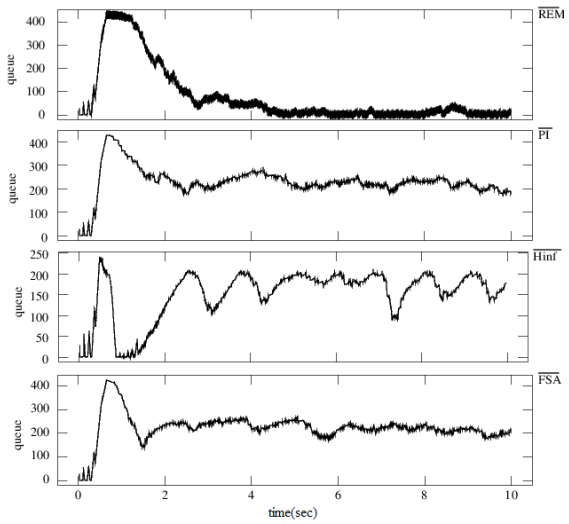
شکل ۴ : پاسخ سیستم با کنترل‌کننده‌های مختلف در آزمایش اول



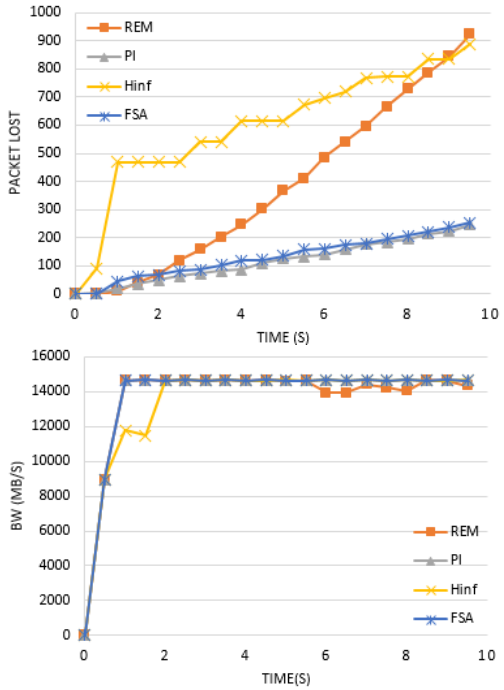
شکل ۵ : نمودار حذف بسته در بافر مسیریاب و پهنای باند لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش اول

جدول ۱: عملکرد روش‌های مختلف بر روی لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش اول

Method	Pkts sent (Mbps)	Pkts dropped (Mbps)	Loss ratio %	Average queue	Link throughput %
REM	19.022	1.189	6.25	160.067	98.840
PI	18.585	0.752	4.04	360.915	98.840
H∞	19.189	1.47	7.66	168.632	98.207
FSA	18.594	0.761	4.092	303.683	98.843



شکل ۶ : پاسخ سیستم با کنترل‌کننده‌های مختلف در آزمایش دوم



شکل ۷: نمودار حذف بسته در بافر مسیریاب و پهنای باند لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش دوم

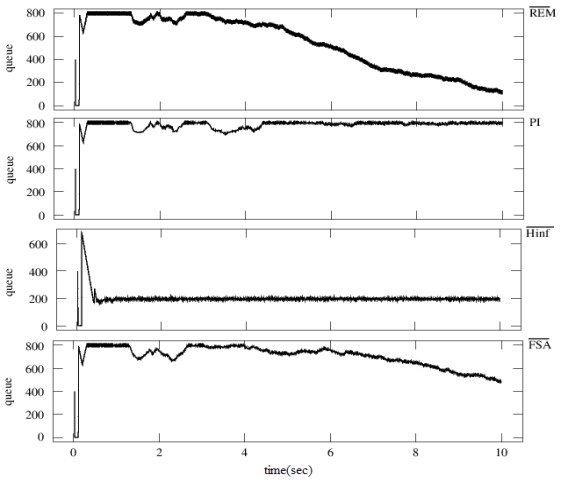
جدول ۲: عملکرد روش های مختلف بر روی لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش دوم

Method	Pkts sent (Mbps)	Pkts dropped (Mbps)	Loss ratio %	Average queue	Link throughput %
REM	17.968	0.506	2.816	80.487	96.94
PI	18.018	0.322	1.787	212.929	98.244
H∞	17.955	0.632	3.52	136.513	96.17
FSA	18.053	0.357	1.977	209.365	98.244

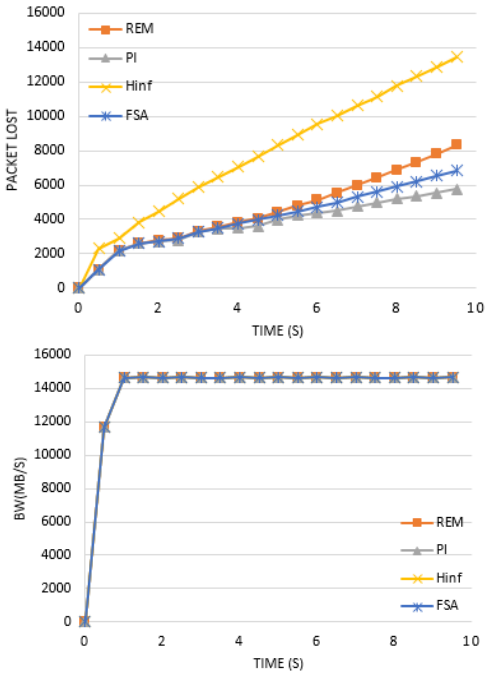
آزمایش سوم: در این آزمایش عملکرد کنترل کننده در حالی که تعداد جریان ها به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد، بررسی می‌شود. تنظیمات این آزمایش به قرار زیر است:

- تعداد جریان‌ها (N): ۴۰۰ جریان FTP، سایر پارامترها همانند آزمایش ۱ و۲ ثابت هستند.

نتایج این شبیه‌سازی در شکل‌های ۸ و ۹ و جدول ۳ آورده شده است. چنانچه ملاحظه می‌شود کنترل‌کننده H∞ پاسخ مناسبتری نسبت به سایر کنترل‌کننده‌ها به افزایش بار نشان می‌دهد. سایر کنترل‌کننده‌ها زمان زیادی برای رسیدن به طول صف پایدار نیاز دارند. همانطور که از شکل ۸ ملاحظه می‌شود سایر کنترل‌کننده‌ها از جمله REM, PI و FSA با سرریز شدن بافر مواجه هستند. با مشاهده جدول ۳ ملاحظه می‌کنیم تمامی کنترل‌کننده‌ها دارای قابلیت گذردهی یکسانی می‌باشند. همچنین کنترل‌کننده H∞ در مقایسه با سایر کنترل‌کننده‌ها، میانگین طول صف مطلوب‌تری دارد.



شکل ۸: پاسخ سیستم با کنترل‌کننده‌های مختلف در آزمایش سوم



شکل ۹: نمودار حذف بسته در بافر مسیریاب و پهنای باند لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش سوم

جدول ۳: عملکرد روش های مختلف روی لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش سوم

Method	Pkts sent (Mbps)	Pkts dropped (Mbps)	Loss ratio %	Average queue	Link throughput %
REM	22.766	4.547	19.972	532.561	99.173
PI	22.035	3.816	17.318	712.157	99.174
H∞	25.435	7.216	28.37	212.753	99.174
FSA	22.321	4.102	18.377	654.246	99.174

آزمایش چهارم: در این آزمایش تعداد زیادی از جریان ها با ویژگی‌های مختلف درنظر گرفته می‌شود. بدین منظور ترکیبی از جریان های بسته FTP و HTTP، از طریق مسیریاب فرستاده می‌شوند. تنظیمات برای این آزمایش عبارتند از:

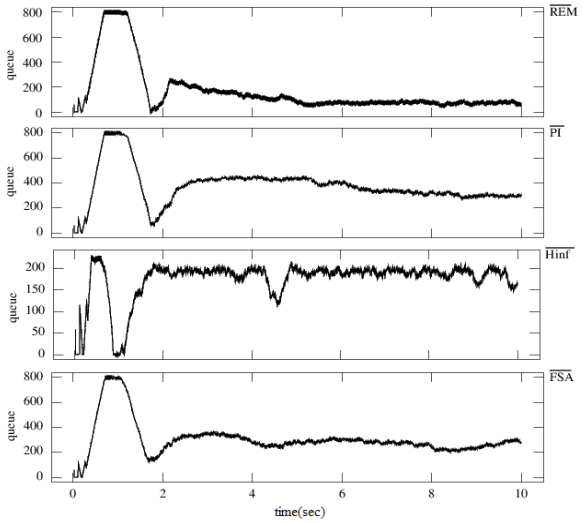
- تعداد جریان (N): ۶۰جریان FTP و ۱۸۰جریان HTTP (۱۸۰ مشتری و یک سرور)
- RTT: ثابت

نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ و جدول ۴ آورده شده است. شکل ۱۰ نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پیشنهادی و H∞ قادر به تنظیم صف در مقدار مرجع هستند. این در حالی است که کنترل‌کننده‌های REM و PI با سرریز شدن بافر در ابتدای شبیه‌سازی نیز مواجه هستند. همچنین از شکل ۱۱ و مقایسه انجام شده در جدول ۴ بیان می‌کنند برای دست یابی به طول صف مطلوب، تعداد بسته‌های بیشتری توسط کنترل‌کننده H∞ حذف شده است.

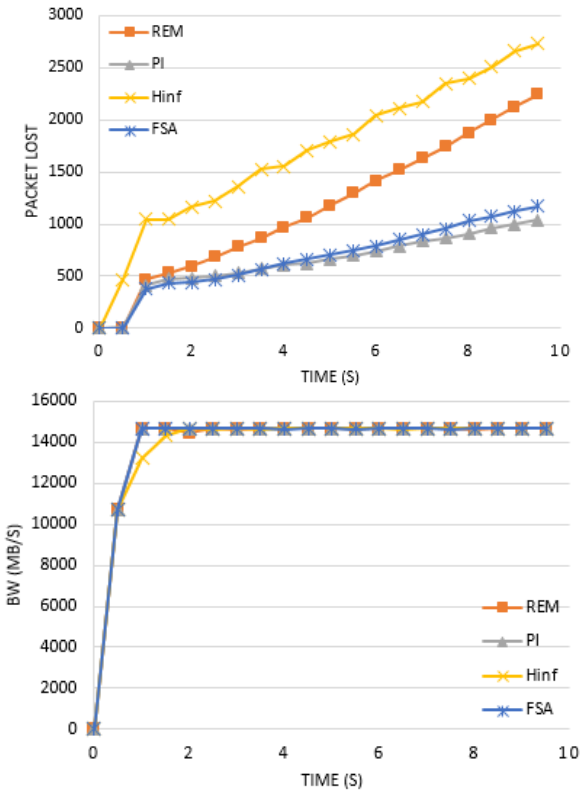
آزمایش پنجم: در این آزمایش، ساختار آزمایش ۴ ثابت نگه داشته می‌شود، در حالی که تعداد اتصالات FTP و HTTP افزایش می‌یابد. تنظیمات این آزمایش عبارتند از :

- تعداد جریان(N) : ۱۸۰جریان FTP و ۳۶۰ جریان HTTP (۳۶۰ مشتری و یک سرور).

نتایج افزایش تعداد جریان‌ها، که در واقع اصلی‌ترین آزمایش در بررسی عملکرد کنترل‌کننده می‌باشد، در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ و جدول ۵ آورده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود کنترل‌کننده‌های PI، REM و FSA با سرریز شدن بافر در ابتدای شبیه‌سازی مواجه هستند و تقریباً مدت زمان زیادی طول می‌کشد تا به حالت پایدار برسد.



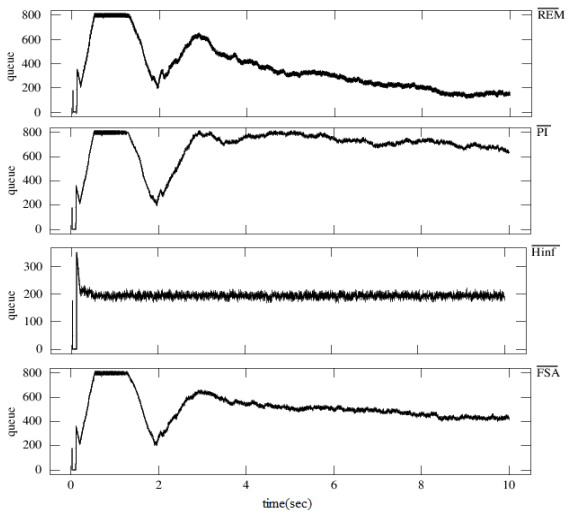
شکل ۱۰ : پاسخ سیستم با کنترل‌کننده‌های مختلف در آزمایش چهارم



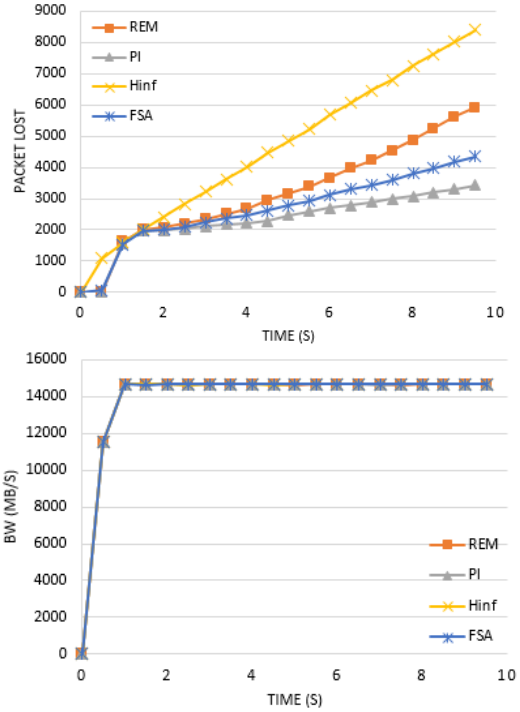
شکل ۱۱ : نمودار حذف بسته در بافر و پهنای باند لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش چهارم

جدول ۴ : عملکرد روش های مختلف در آزمایش چهارم

Method	Pkts sent (Mbps)	Pkts dropped (Mbps)	Loss ratio %	Average queue	Link throughput %
REM	20.288	1.261	6.215	163.933	98.772
PI	19.787	0.842	4.255	365.579	98.85
H∞	20.459	1.597	7.8	172.358	98.25
FSA	19.909	0.902	4.53	309.451	98.85



شکل ۱۲: پاسخ سیستم با کنترل‌کننده‌های مختلف در آزمایش پنجم



شکل ۱۳ : نمودار حذف بسته در بافر مسیریاب و پهنای باند لینک گلوگاه در آزمایش پنجم

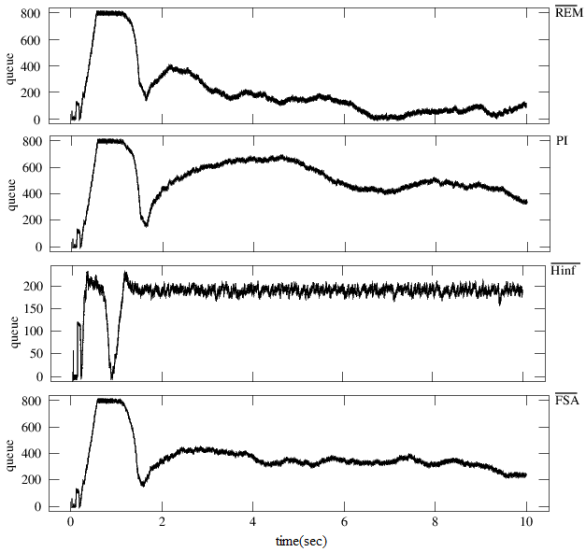
جدول ۵ : عملکرد روش های مختلف در آزمایش پنجم

Method	Pkts sent (Mbps)	Pkts dropped (Mbps)	Loss ratio %	Average queue	Link throughput %
REM	23.169	3.303	14.256	354.522	99.128
PI	22.243	2.416	10.86	651.173	99.13
H∞	24.486	4.603	18.798	193.145	99.13
FSA	22.686	2.732	12.04	506.754	99.13

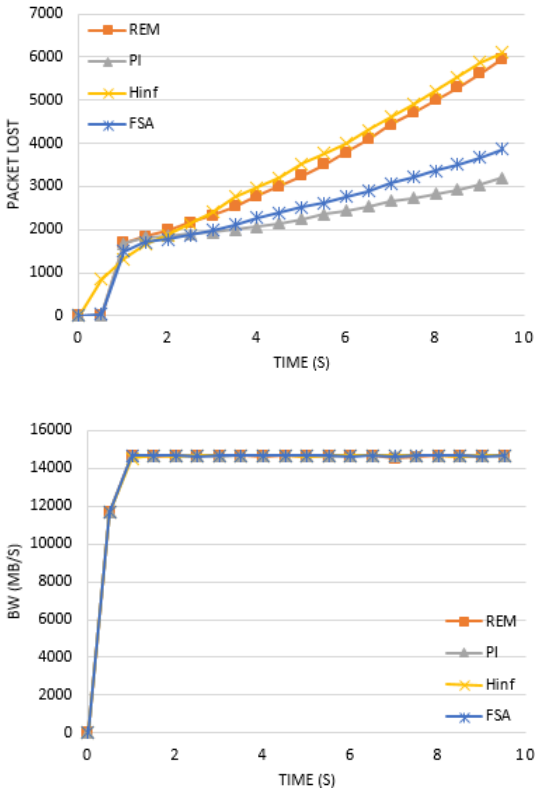
آزمایش ششم: TCP تنها پروتکل مورد استفاده در لایه انتقال نیست. پروتکل دیگری به نام UDP همراه با کاربردهای چندرسانه‌ای و ارتباط محاوره روی وب نیز معرفی شده است. UDP یک ارتباط best-effort را ارائه می‌کند، بدین معنی که اگر برخی بسته‌ها بین دو نقطه انتهایی از دست بروند (گم شوند) پروتکل UDP ارسال داده را بدون حمل خطا ادامه می‌دهد. UDP سیستم تطبیقی و پنجره انتقال متغیر ندارد. در این آزمایش جریان‌های TCP همانند آزمایش ۵ تنظیم شده وترافیک UDP، ۱۰٪ جریان‌های FTP انتخاب شده است. سایر تنظیمات در این آزمایش به قرار زیر است:

- تعداد جریان(N) : ۱۸۰جریان FTP و ۳۶۰ جریان HTTP (۳۶۰ مشتری و یک سرور) و ۶ جریان CBR UDP.

نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ و جدول ۶ آورده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که برخلاف سایر کنترل‌کننده‌ها که با سرریز شدن بافر در ابتدای شبیه‌سازی مواجه‌اند، کنترل‌کننده H∞ از ابتدای شبیه‌سازی به خوبی اندازه صف را در مقدار مرجع نگه می‌دارد. این در حالی است که برخی کنترل‌کننده‌ها مانند PI و REM در طول مدت شبیه‌سازی نتوانسته طول صف را در مقدار مورد نظر تنظیم کند.



شکل ۱۴: پاسخ سیستم با کنترل‌کننده‌های مختلف در آزمایش ششم

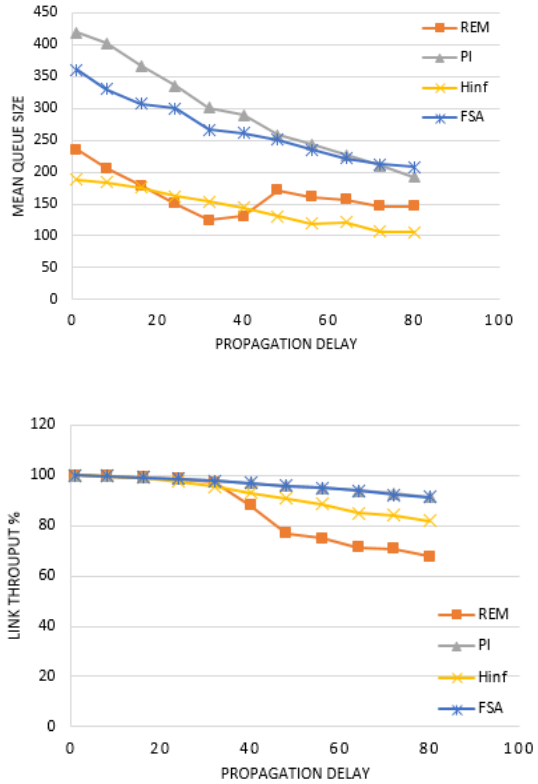


شکل ۱۵: نمودار حذف بسته و پهنای باند لینک گلوگاه مسیریاب در آزمایش ششم

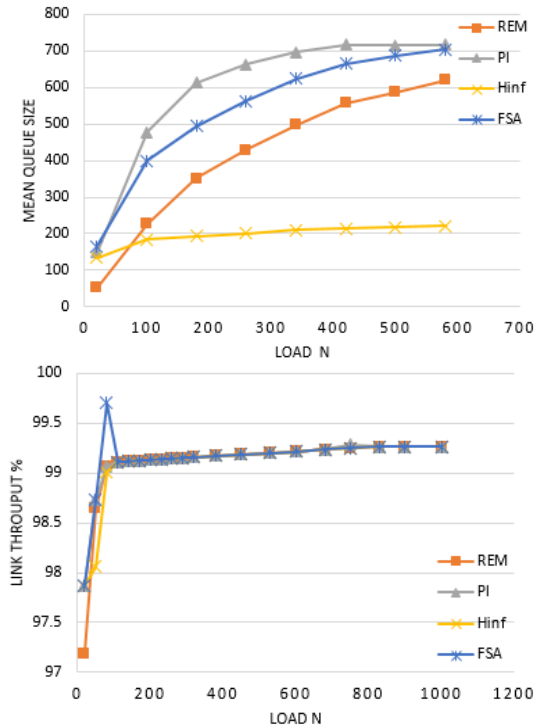
آزمایش هفتم: در این آزمایش عملکرد کنترل‌کننده در برابر تغییر پارامترهای اساسی شبکه شامل RTT ، تعداد بار و ظرفیت لینک مسیریاب بررسی می‌شود. باتوجه به اینکه RTT از رابطه 2*(propagation time + latency time + queuing time) =RTT محاسبه می‌شود که در آن زمان صف‌بندی باتوجه به طول صف مرجع بدست می‌آید یعنی q/C، بنابراین برای تغییر RTT کافیست زمان انتشار propagation time را تغییر دهیم. شکل ۱۶ میانگین طول صف را در برابر تغییرات تأخیر انتشار (TP) بین ۱ تا ۸۰ میلی ثانیه را نشان می‌دهد. کنترل‌کننده H∞ بهترین عملکرد، پایداری صف و پایداری مقاوم را در برابر تغییرات TP را دارد. با افزایش TP میانگین طول صف با استفاده کنترل‌کننده H∞ نوسان کمتری دارد و در تمام مدت شبیه‌سازی پایدارتر است. در ادامه اثرات تغییر تعداد جریان ها روی برخی پارامترهای شبکه را ملاحظه خواهیم کرد. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۱۷ آورده شده است. همانطور که نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند کنترل‌کننده H∞ عملکرد مقاوم تری را در برابر تغییرات بار از خود نشان می‌دهد در حالی که REM، PI و FSA در برابر تغییرات بار مقاوم نیستند و منجر به انحراف طول صف از مقدار مرجع (۲۰۰ بسته) می‌شوند. با افزایش هرچه بیشتر بار، طول صف در کنترل‌کننده‌های REM، PI و FSA نیز بیشتر می‌شود به طوری که در انتهای شبیه‌سازی طول صف به ۷۰۰ بسته همگرا می‌شود این در حالی است که کنترل‌کننده H∞ در تمام مدت شبیه‌سازی طول صف را تقریباً در مرجع نگه می‌دارد. در نهایت تغیرات ظرفیت لینک مسیریاب را مورد بررسی قرار می دهیم. علت چنین انتخابی این است که ظرفیت لینک در هر لحظه با زمان تغییر می کند و اندازه‌گیری آن کار ساده ای نیست. لذا ضروری است عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی نسبت به تغییرات ظرفیت لینک مورد بررسی قرار گیرد. در این حالت تمامی پارامترها در مقدار نامی باقی خواهند ماند تنها ظرفیت لینک مسیریاب را تغییر می‌دهیم. نتایج در شکل ۱۸ آورده شده است. از شکل ۱۸ ملاحظه می‌شود کنترل کننده H∞ ثبات بیشتری در مقابل تغییرات ظرفیت لینک از خود نشان می دهد و در تمام مدت زمان شبیه‌سازی طول صف دارای نوسان کمتری می‌باشد.

جدول ۶ : عملکرد روش‌های مختلف در آزمایش ششم

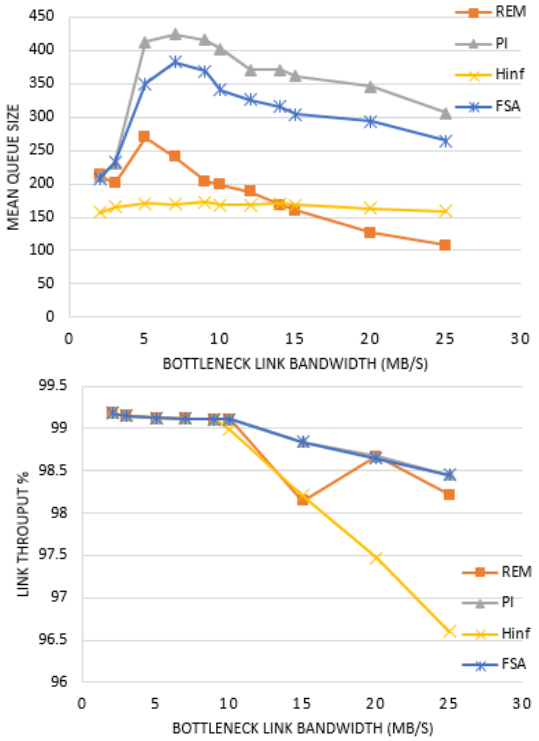
Method	Pkts sent (Mbps)	Pkts dropped (Mbps)	Loss ratio %	Average queue	Link throughput %
REM	17.768	1.607	9.044	190.646	99.103
PI	16.944	0.942	5.56	507.532	99.177
H∞	18.120	1.972	10.88	182.396	99.131
FSA	17.138	1.094	6.38	362.672	99.177



شکل ۱۶ : عملکرد کنترل‌کننده‌های مختلف با تغییرات RTT در آزمایش هفتم



شکل ۱۷: عملکرد کنترل‌کننده‌های مختلف با تغییرات تعداد بار در آزمایش هفتم



شکل ۱۸: عملکرد کنترل‌کننده‌های مختلف با تغییرات ظرفیت لینک مسیریاب در آزمایش هفتم

۸- نتیجه‌گیری

شبکه TCP به عنوان یک سیستم با تأخیر زمانی که دینامیک‌های آن همواره در حال تغییر است شناخته می‌شود. هدف از ارائه این مقاله مطالعه مقایسه ای روش FSA برای کنترل ازدحام شبکه TCP با سایر روش‌های مرسوم است. طبق نتایج حاصل از اعتبار سنجی کنترل‌کننده در شبیه‌ساز شبکه NS-2، ملاحظه شد اندازه صف با استفاده از کنترل‌کننده H∞ دارای ثبات بیشتری می‌باشد. همچنین این روش در برابر تغییرات پارامترهای اساسی شبکه از جمله ظرفیت لینک گلوگاه مسیریاب، RTT و بار عملکرد مقاوم‌تری از خود نشان داده و از افزایش ناگهانی طول صف جلوگیری می‌کند این کنترل‌کننده رفتار مطلوب‌تری نیز در برابر انواع مختلفی از جریان‌ها از خود نشان داده و اندازه صف را به خوبی در مقدار مرجع نگه می‌دارد. همچنین، در مقایسه با کنترل‌کننده‌های PI و REM ، عملکرد کنترل‌کننده FSA مناسب‌تر است.

مراجع

[1] D.D. Clark, “The design philosophy of the DARPA internetprotocols”, Proc. of SIGCOMM, pp.106-114, 1988.

[2] V. Jacobson, “Congestion avoidance and control”, in Proc. of SIGCOMM, pp. 158-173, 1988.

[3] S. Floyd, V. Jacobson, “Random early detection gateways for congestion avoidance”, IEEE/ACM Trans on Networking, vol. 3, pp. 115-156, 1993.

[4] S. Athuraliya, V.H. Li, S.H. Low, Q. Yin, “REM: Active queue management”, IEEE Network, pp. 48-53, 2001.

[5] C.V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, W. Gong, “On designing improved controllers for AQM routers supporting TCP flows“, in Proc. IEEE INFOCOM, vol. 3, pp. 1726- 1734, 2001.

[6] S. Ryu, C. Rump, C. Qiao, Advances in internet congestion control, IEEE Communications Surveys and Tutorials, vol. 5, no. 1, pp. 28-38, 2003.

[7] S. Pourmohammad, A. Fekih, D. Perkins, “Stable queue management in communication networks”, Control Engineering Practice, vol. 37, pp. 67–79, 2015.

[8] C.V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, W. Gong, “Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows”, IEEE Trans on Automatic Control, vol. 47, pp. 945–959, 2002.

[9] E. Lochin, T. Bruno, “Managing Internet routers congested links with a Kohonen-RED queue”, Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 24, pp. 77–86, 2011.

[10] M.S. Mahmoud, M.M. Hassan Hamid, “Feedback control methods for router management”, IET Control Theory and Applications, vol. 5, pp. 1509–1522, 2011.

[11] Q. Chen, O.W.W. Yang, “Robust controller design for AQM router”, IEEE Trans on Automatic Control, vol. 52, pp. 938–943, 2007.

[12] C. Zhou, J. He, Q. Chen, “A robust active queue management scheme for network congestion control”, Computers and Electrical Engineering, vol. 39, pp. 285–294, 2013.

[13] D. Cavendish, M. Gerla, S. Mascolo, “A control theoretical approach to congestion control in packet networks”, IEEE/ACM Trans on Networking, vol. 12, pp. 893–906, 2004.

[14] C. Sall, E.C.E. Alaoui, S. Doubabi, E.M.E. Warraki, “Design of a robust digital controller for congestion control in Internet”, Simulation Modelling Practice and Theory, vol. 19, pp. 301–313, 2011.

[15] C. Zhou, J. He, Q. Chen, “A robust active queue management scheme for network congestion control”, Computers and Electrical Engineering, vol. 39, pp. 285–294, 2013.

[16] P. Anelli, R. Diana, E. Lochin, “Favor Queue: A parameterless active queue management to improve TCP traffic performance”, Computer Networks 60, pp. 171–186, 2014.

[17] H. Bedi, S. Roy, S. Shiva," Mitigating congestion based DoS attacks with an enhanced AQM technique", Computer Communications, vol. 56, pp. 60–73, 2015.

[18] Q. Xu, J. Sun, "A simple active queue management based on the prediction of the packet arrival rate", Journal of Network and Computer Applications, vol. 42, pp. 12-20, 2014.

[19] L.D. Cicco, S. Mascolo, S.I. Niculescu, "Robust stability analysis of Smith predictor-based congestion control algorithms for computer networks", Automatica, vol. 47, pp. 1685–1692, 2011.

[20] M.R. Matausek, A.I. Ribic. "Control of stable, integrating and unstable processes by the modified Smith predictor", Journal of Process Control, vol. 22, pp. 338– 343, 2012.

[21] J. Zhang, L.I. Ping, "Robust H∞ control method of time-delay systems based on Smith predictor", Conference on Computers, Communications, Control and Power Engineering, pp. 1310-1313, 2002.

[22] O.J.M. Smith, "Closer control of loops with dead time", Chem. Eng. Progress, vol. 53, pp. 217–219, 1957.

[23] K. Chavan, R.G. Kumar, M.N. Belur, A. Karandikar, "Robust active queue management for wireless networks", IEEE Trans Control Syst Tech, vol. 19, pp. 1630-1638, 2011.

[24] L.Yu, M. Ma, W. Hu, Z. Shi, Y. Shu, "Design of parameter tunable robust controller for active queue management based on H∞ control theory", Journal of Network and Computer Applications, vol. 34, pp. 750–764, 2011.

[25] D. Melchor-Aguilar, On the stability of AQM controllers supporting TCP flows, Topics in Time Delay Systems, LNCIS 388, pp. 269–279, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009.

[26] C.V. Misra, W.B. Gong, D. Towsley, "Fluid-based analysis of a network of AQM router supporting TCP flows with an application to RED", ACM SIGCOMM Computer Communication Review, vol. 30, pp. 151-160, 2000.

[27] Q.G. Wang, T.H. Lee, K.K. Tan, "Finite spectrum assignment for time-delay system", London, U.K.: Sp Springer-verlag, 1999.

[28] K. Ichikawa, "Frequency-domain pole assignment and exact model matching for delay system", Int Journal of Control, vol. 41, pp. 1015-1024, 1985.

[29] W.A. Wolovich, "Linear Multivariable system", New York: Springer Verlag, 1974.

[30] Furukawa.F, Shimemura.E, "Predictive control for systems with delay", Int Journal of Control, vol. 37, pp. 399-412, 1983.

[31] H. U. Unal, D. M. Aguilar, D. Ustebay, S. I. Niculescu, H. Ozbay, "Comparison of PI controllers designed for the delay model of TCP/AQM Networks", Computer Communications, vol. 36, pp. 1225–1234, 2013

[32] NS-2 Network Simulator. http://www.isi.edu/nsnam/ns/ [accessed at April 2008]. Postel J. Transmission control protocol, RFC 793; 1981.

[33] The VINT Project, "The NS manual (formerly ns Notes and Documentation)", http://www.isi.edu/nsnam/ns/doc.

[34] C.V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, W. Gong, "A control theoretic analysis of RED", Proceedings of IEEE Infocom 2001, Anchorage, Alaska, pp. 1510–1519, 2001.

[35] J. Zhang, L.I. Ping, "Robust H∞ control method of time-delay systems based on Smith predictor", Proceedings of IEEE Conference on Computers, Communications, Control and Power Engineering , pp. 1310-1313, 2002.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۴۹-۳۷

کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم مقاوم سیستم ترمز ضد قفل مبتنی بر رویتگر با استفاده از تخمین مشخصات جاده

محمد حسین‌پور [۱]، علی اکبرزاده کلات [۲]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، mhossainpour@shahroodut.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق ، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، akbarzadeh@shahroodut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱۰/۲۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۲/۲۹)

چکیده: در این تحقیق، یک کنترل‌کننده به روش فازی تطبیقی بر پایه رویتگر برای سیستم ترمز ضد قفل ارائه می‌گردد. ابتدا با استفاده از مدل اصطکاک داخلی لاگر در مدل ۱/۴ خودرو، مشخصات جاده تخمین زده می‌شود. سپس با استفاده از نتایج تخمین مشخصات جاده، مقدار لغزش بهینه بدست می‌آید. لازم به ذکر است که در لغزش بهینه، حداکثر اصطکاک طولی بین تایر و جاده ایجاد شده و خودرو در کمترین مسافت ممکن متوقف می‌گردد. با توجه به این‌که برخی از حالت‌های سیستم غیرقابل اندازگیری هستند و یا مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی آن‌ها آغشته به نویز است، روش کنترلی ارائه شده در این تحقیق بر اساس رویتگر طراحی می‌گردد. هدف کنترل‌کننده‌ی مذکور تحقق مقدار لغزش مرجع به دست آمده توسط تخمینگر شرایط جاده می‌باشد. با استفاده از تحلیل پایداری لیاپانوف نشان داده می‌شود که مقادیر بدست‌آمده از تخمین شرایط جاده و سرعت خودرو به سمت مقادیر واقعی همگرا خواهند شد. علاوه بر این، نشان داده خواهدشد که کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی غیر مستقیم منجر به ردگیری مجانبی لغزش بهینه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، عملکرد مناسب سیستم ترمز ضد قفل با کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی در رسیدن به مقدار لغزش بهینه و همچنین توقف سریع خودرو بدون قفل شدن چرخ در شرایط جاده‌ای مختلف را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم ترمز ضد قفل، کنترل فازی تطبیقی، تخمین‌گر حالت، تئوری لیاپانوف

Observer-Based Robust Indirect Adaptive Fuzzy Control of Antilock Braking System Using Road Conditions Estimation

Mohammad Hosseinpur, Ali Akbarzadeh Kalat

Abstract: In this study, an observer based indirect adaptive fuzzy controller for the anti-lock braking system (ABS) is proposed. First, using the Lugre internal friction model in the single corner model of automobile, road profile is estimated. Then, using the estimator results, the optimum slip is estimated. It should be noted that in the optimum slip, the maximum longitudinal friction created between the tire and road is achieved, so that the automobile stops in the least possible distance. Since some of state variables of the system are difficult to measure or contaminated by noise, and observer based controller is designed in this paper. The controller objective is to realize the reference slip obtained from the road condition estimator. Using Lyapunov stability theory, it is verified that the values obtained for road condition and vehicle speed will converge to their actual values. In addition, it is shown that the indirect adaptive fuzzy controller results in asymptotic tracking of the optimum slip. Simulations results show the proper performance of the proposed anti-lock breaking control system in achieving the optimum slip and quick stop of the car without locking the wheel in various road conditions.

Keywords: Antilock Braking System, Adaptive Fuzzy Control, State Estimator, Lyapunov theory

۱- مقدمه

با پیشرفت روز افزون دانش بشری در صنعت، تمامی سیستم‌ها در جهت افزایش ایمنی و آسایش بیشتر پیش رفته‌اند و سیستم‌های ترمز از این قاعده مستثنی نبوده‌اند. در ترمزهای معمولی راننده نمی‌تواند مقدار گشتاور ترمزی اعمال شده به چرخ را دقیقا کنترل نماید وچنانچه اطلاع دقیقی از شرایط جاده و تایر نداشته باشد با فشردن بیش ازحد پدال ترمز، سبب ایجاد ضریب اصطکاک کم میان تایر وجاده شده و یا باعث قفل-شدن چرخ‌ها می‌گردد.

قفل شدن چرخ‌ها به هنگام ترمزگیری سبب سرخوردن خودرو و همچنین به خطر افتادن ایمنی سرنشینان می‌گردد. از این جهت همواره محققین به دنبال راهکاری به منظور جلوگیری از این امر بوده‌اند.

لغزش به عنوان یک پارامتر مهم در سیستم ترمز ضد قفل به صورت سرعت نسبی نرمالیزه شده‌ی چرخ و خودرو محاسبه می‌گردد. عموما مدل اصطکاک تایر-جاده با یک منحنی (یا منحنی هایی) از ضریب چسبندگی تایر-جاده برحسب لغزش نمایش داده می‌شود. این منحنی‌ها همواره یک نقطه بیشینه دارند. لغزش مربوط به نقطه بیشینه باعث ایجاد بیشترین اصطکاک بین تایر و جاده می‌گردد که همین امر سبب توقف سریع‌تر خودرو می‌شود. ضریب چسبندگی یا همان ضریب اصطکاک تایر-جاده به سرعت وسیله نقلیه، نیروی نرمال و عوامل دیگر وابسته می باشد که نمونه‌ای از این وابستگی در [۱و۲] نشان داده شده است. بعضی از محققین مقدار لغزش را به صورت مصالحه، برای تمامی شرایط جاده-ای که خودرو در آن واقع می‌شود، یکسان در نظر می‌گیرند و باتوجه به این مقدار لغزش، سیستم کنترل ترمز خودرو را تنظیم می‌نمایند [۳].

ترمز ضد قفل از این جهت اهمیت دارد که با در نظر گرفتن لغزش بهینه، علاوه بر طی شدن کم‌ترین مسافت برای توقف به جهت قفل نشدن چرخ‌ها، سبب پایداری و قدرت کنترل وسیله نقلیه به هنگام ترمزگیری نیز می‌گردد.

همان‌طور که ذکر شد، برای محاسبه‌ی لغزش به سرعت چرخ و خودرو نیاز می‌باشد. سرعت چرخ به راحتی قابل اندازه‌گیری می‌باشد اما سرعت خودرو به سادگی قابل محاسبه نمی‌باشد. از این جهت محققین از سنسورها و یا جهت‌یاب‌های جغرافیایی برای کاربردهای عملی استفاده کرده‌اند که این امر بسیار هزینه‌بردار بوده است [۴]. از این جهت بسیاری از تحقیقات به سمت طراحی تخمینگرهای سرعت پیش رفته‌اند که می-توان به استفاده از فیلترهای کالمن و کالمن توسعه‌یافته اشاره کرد [۵]. به علت نیاز این تخمینگرها برای دسترسی به گشتاور ترمزی، تخمینگری در [۶] طراحی گردیده است که نیاز به اندازه‌گیری گشتاور ترمزی ندارد. اما بکاربردن مدل‌های اصطکاک استاتیکی بر خلاف مدل‌های دینامیکی در [۷-۶]، باعث نادیده‌گرفتن بسیاری از پدیده‌های فیزیکی در مدل اصطکاک تایر-جاده از قبیل حلقه‌های هیسترزیس و جابه‌جایی پیش-لغزش، می‌گردد.

در زمینه‌ی کنترل مقاوم سیستم‌های غیرخطی همراه با عدم قطعیت تحقیقات فراوانی صورت گرفته است. به عنوان مثال می‌توان به کنترل مد لغزشی اشاره کرد [۸]. اما نیاز به کران بالای عدم قطعیت و لرزش سیگنال کنترل از معایب این روش کنترلی می‌باشند. بسیاری از روش‌های کنترلی غیرخطی مقاوم نیازمند مدل نامی سیستم می‌باشند [۹]. استفاده از مدل نامی در کنترل‌کننده ممکن است نیازمند فیدبک گرفتن از سیگنال‌هایی باشد که اندازه‌گیری آن‌ها دشوار باشد. به همین دلیل در دهه‌ی اخیر بسیاری از محققین به استفاده از روش‌های کنترلی مستقل از مدل روی آورده‌اند.

به عنوان جایگزینی برای روش‌های کنترل مقاوم کلاسیک، می‌توان به کنترل فازی اشاره کرد که یک راهبرد کنترلی مقاوم مستقل از مدل می‌باشد [۱۰]. ویژگی تقریب عمومی سیستم‌های فازی و شبکه‌های عصبی موجب استفاده گسترده آن‌ها در کنترل مقاوم سیستم‌های غیر-خطی نامعین شده است [۱۳-۱۱]. وجه اشتراک اکثر این کاربردها تخمین عدم قطعیت و جبران آن در قانون کنترل می‌باشد. عدم قطعیت می‌تواند شامل عدم قطعیت پارامتری، دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاش خارجی باشد. از دیگر مزایای سیستم‌های فازی می‌توان به تحمل پذیری نسبت به خطا، پردازش موازی و توانایی یادگیری اشاره کرد[۱۴]. سیستم‌های کنترل فازی تطبیقی عموما به سه دسته‌ی روش مستقیم، روش غیرمستقیم و ترکیبی از روش مستقیم و غیرمستقیم دسته بندی می‌شوند [۱۵]. در روش مستقیم بر اساس دانش کنترلی فرد خبره می‌توان قانون کنترل را تخمین زد اما در روش غیرمستقیم ابتدا با استفاده از دانش سیستمی به تخمین سیستم‌های موجود پرداخته می‌شود و سپس قانون کنترل با توجه به این تخمین‌ها نوشته می‌شوند.

عموما کنترل‌کننده‌های پیشنهادی برای ترمز ضد قفل با فرض این‌که مقدار لغزش بهینه در دسترس می‌باشد، طراحی می‌گردند. برای نمونه می‌توان به کنترل‌کننده‌ی تطبیقی و عصبی [۱۷-۱۶] اشاره کرد.

با توجه به دشوار بودن اندازه‌گیری برخی از حالت‌های سیستم مانند سرعت خودرو و اصطکاک تایر-جاده، از یک ساختار کنترل‌کننده-مشاهده‌گر در این مقاله استفاده شده است. بدین صورت که ابتدا توسط یک تخمین‌گر حالت، حالت‌های سیستم و شرایط جاده تخمین زده می-شوند. سپس با استفاده از سرعت چرخ، سرعت تخمین‌زده شده، پارامتر تخمینی شرایط جاده و نگاشت بین این پارامتر و لغزش، مقدار لغزش بهینه‌ی مطلوب برای سیستم کنترل به دست می‌آید. با توجه به اینکه مقدار واقعی لغزش غیر قابل اندازه‌گیری فرض شده است، از یک مشاهده‌گر برای تخمین خطای لغزش واقعی و لغزش بهینه‌ی مطلوب و همچنین مشتق این خطا استفاده شده است.

در این تحقیق یک کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی غیرمستقیم بر پایه رویتگر برای سیستم ترمز ضدقفل ارائه شده است. در [۲۰-۱۸] یک کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی مستقیم برای این سیستم استفاده شده است. با توجه به اینکه در روش تطبیقی مستقیم، محاسبه‌ی کل گشتاور ترمزی

به عهده‌ی سیستم فازی تطبیقی می‌باشد، انتخاب مناسب پارامترهای سیستم فازی از قبیل مراکز گروه‌های عضویت ورودی، انحراف معیار توابع تعلق گوسی، مقدار اولیه‌ی وزنهای قوانین (که به صورت برخط تخمین زده می‌شوند) و همچنین گام‌های تطبیق (همگرایی) آنها، تاثیر بسیار مهمی در عملکرد مطلوب کنترل‌کننده دارد. اما در کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی غیرمستقیم پیشنهادی به دلیل استفاده از شناسایی توابع غیرخطی مدل و اعمال قانون کنترل بر اساس شناسایی، حساسیت عملکرد کنترل‌کننده نسبت به پارامترهای سیستم فازی کاهش یافته است. در نتیجه، تنظیم پارامترهای سیستم فازی در کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی ساده‌تر می‌باشد. مزیت دیگر کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی در مقایسه با [۱۸]، کاهش تعداد قوانین فازی می‌باشد.

این تحقیق در ادامه بدین صورت است: در بخش دوم این مقاله، مدل دینامیکی ۱/۴ خودرو و در بخش سوم تخمینگر مشخصات جاده معرفی می‌شود. همچنین در بخش چهارم کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی غیرمستقیم بر مبنای رویتگر طراحی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی و همچنین مقایسه‌ها در بخش پنجم ارائه شده است. بخش ششم شامل نتیجه‌گیری و جمع‌بندی خواهد بود.

۲- مدل‌سازی

۲-۱ ترمز وسیله نقلیه

وسیله نقلیه به هنگام ترمزگیری از باد، لرزش سیستم تعلیق و مواردی دیگر تاثیر می‌پذیرد. بدین منظور توصیف دقیق و کامل دینامیک‌های ترمز ضد قفل سخت می‌باشد. اما دو فرض اساسی و مهم، حرکت وسیله نقلیه در یک جاده سطح صاف و همچنین صرف نظر کردن از دینامیک-های ناشی از چرخش حول محور عمودی در نظر گرفته می‌شود. مولفه‌ی مهم لغزش در هنگام ترمزگیری به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\lambda = \frac{v - R\omega}{v} \qquad (۱)$$

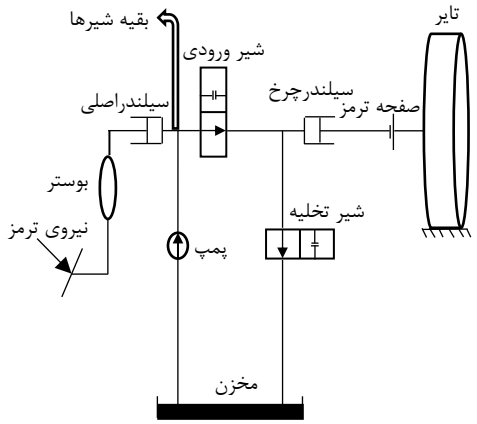
۲-۲ سیستم ترمز هیدرولیک

ترمز اغلب خودروها از نوع هیدرولیک است که می‌توان شکل ۱ را نمونه‌ای از نمایش ساده آن دانست. اگر شیر تخلیه باز و شیر ورود بسته باشد آنگاه سیال در جهت کاهش فشار خود به مخزن بر می‌گردد و فشار از پشت لاستیک، به صورت کاهشی در می‌آید و اگر دریچه ورود باز ودریچه تخلیه بسته باشد فشار پدال به پشت لاستیک در حال انتقال می-باشد.

با صرف نظر کردن از مقاومت سیال در لوله و مشخصات سیال می-توان گشتاور ترمزی را به صورت تابعی ازفشار ترمز معرفی نمود [۲۱].

$$T_b = K_b P_i \qquad (۲)$$

۲-۳- مدل حرکتی یک چهارم خودرو



شکل ۱: نمایش ساختار کلی ترمز هیدرولیک خودرو[۲۰]

در شکل ۲ یک تایر همراه با نمایش گشتاور حرکتی $\boldsymbol{T_t}$ و گشتاور ترمزی $\boldsymbol{T_b}$ نشان داده شده است. معادلات دیفرانسیلی دینامیک‌های طولی و دورانی وسیله نقلیه به ترتیب به صورت زیر می‌باشد [۱۸].

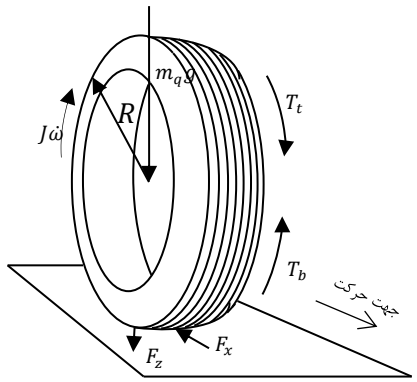
$$\dot{\omega} = \frac{T_t - T_b}{J} = \frac{RF_x - K_b P_i}{J} \qquad (۳)$$

$$\dot{v} = \frac{-F_x}{m_q} \qquad (۴)$$

v سرعت وسیله نقلیه، F_x نیروی عکس‌العمل طولی، m_q جرم یک چهارم خودرو، ω سرعت زاویه‌ای وسیله نقلیه، J ممان اینرسی، K_b بهره‌ی بین P_i فشار ترمز (ورودی) و T_b گشتاور ترمزی است و R شعاع چرخ می‌باشد.

می‌توان نیروهای وارد بر چرخ خودرو را به دو صورت بیان کرد.

الف) نیروی طولی F_x، که سبب می‌شود راننده شتاب‌گیری مثبت و منفی را با چرخش در خط مستقیم ایجاد نماید.



شکل ۲ نمایش چرخ در هنگام ترمزگیری[۱۸]

ب)نیروی عمودی F_z، که مولفه‌های وزنی را به صورت نیروی عمود بر سطح جاده اعمال می‌کند. با تقسیم این دو نیرو ضریب اصطکاک تایر-جاده به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\mu = \frac{F_x}{F_z} \tag{۵}$$

برطبق تحقیقات گذشته [۷]، مدل اصطکاک تایر-جاده لاگر به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\dot{z} = v_r - \theta \frac{\delta_0 |v_r|}{g(v_r)} z \tag{۶}$$

$$F_x = (\delta_0 z + \delta_1 \dot{z} + \delta_2 v_r) F_z \tag{۷}$$

$$g(v_r) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left|\frac{v_r}{v_s}\right|^{1/2}} \tag{۸}$$

F_c اصطکاک کولنی نرمالیزه شده، F_s اصطکاک استاتیکی نرمالیزه شده، v_s سرعت نسبی استریبک، δ_0 سختی فشرده شده طولی لاستیک، δ_1 میرایی فشرده شده طولی لاستیک، δ_2 میرایی نسبی چسبندگی، θ معرف شرایط جاده می‌باشد.

سرعت نسبی v_r به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$v_r = v - R\omega \tag{۹}$$

۲-۴- سیستم دینامیکی لغزش مرتبه دوم [۱۸]

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۱) خواهیم داشت.

$$\dot{\omega} = \frac{1}{R}\left[-v\dot{\lambda} + (1-\lambda)\dot{v}\right] \tag{۱۰}$$

که $\dot{v} = dv/dt$ است. با مقایسه (۳) و (۱۰) نتیجه می‌شود.

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{v}\left(\frac{R}{J}(RF_x - K_b P_i) + (1-\lambda)\dot{v}\right) \tag{۱۱}$$

با مشتق‌گیری از (۱۱) می‌توان دید.

$$\ddot{\lambda} = \left(\frac{(1-\lambda)a_v - \lambda\dot{v}}{v} - \frac{R^2 \dot{F}_x}{Jv}\right) + \frac{RK_b \dot{P}_i}{Jv} + \frac{Rv(RF_x - K_b P_i)}{v^2} \tag{۱۲}$$

$$\ddot{\lambda} = f(\lambda, \dot{\lambda}) + b(\lambda) u_I + d \tag{۱۳}$$

توابع $b(\lambda), f(\lambda, \dot{\lambda})$ ناشناخته می‌باشند و $u_I = \dot{P}_i$ به عنوان ورودی کنترل در نظر گرفته شده و d عوامل غیرخطی دیگر را شامل می‌شود.

۳- تخمین‌گر مشخصات جاده

مدل‌های اصطکاک دینامیکی بسیار مناسب‌تر از مدل‌های اصطکاک استاتیکی می‌توننداصطکاک تایر-جاده را توصیف می‌کنند. یکی از این قبیل مدل‌ها، مدل لاگر می‌باشد. مزیت های اساسی این مدل در توصیف بسیار نزدیک پدیده های فیزیکی که در اصطکاک تایر و جاده از قبیل حلقه‌های هیسترزیس اتفاق می‌افتد، می‌باشد. همچنین وجود پارامتری که شرایط جاده را مستقیما توصیف می‌کند این مدل را از دیگر مدل‌ها متمایز کرده است [۲۲].

فرض ۱: فرض می‌کنیم که شرایط جاده ثابت می‌باشد.

می‌توان معادلات مدل ترمز ضد قفل بر اساس مدل لاگر را با جاگذاری (۷) در روابط (۳) و (۴) و با صرف نظر کردن از δ_2 در رابطه (۳) و با اضافه نمودن δ_ω، *به عنوان* اصطکاک دورانی چسبندگی، چنین تعریف نمود.

$$m_q \dot{v} = F_z(\delta_0 z + \delta_1 \dot{z}) + F_z \delta_2 v_r \tag{۱۴}$$

$$J\dot{\omega} = -RF_z(\delta_0 z + \delta_1 \dot{z}) - \delta_\omega \omega + u \tag{۱۵}$$

$$\dot{z} = v_r - \theta \frac{\delta_0 |v_r|}{g(v_r)} z \tag{۱۶}$$

$$\dot{\theta} = 0 \tag{۱۷}$$

فرض می‌شود که ω قابل اندازگیری است و u به عنوان ورودی تخمینگر می‌باشد. می‌توان متغیر های زیر را که ترکیبی از متغیرهای اصلی معادلات حرکتی و اصطکاک می‌باشند این‌گونه تعریف کرد [۷].

$$\eta = Rm_q v + J\omega \tag{۱۸}$$

$$\chi = J\omega + RF_z \delta_1 z \tag{۱۹}$$

با تعریف X, y_r به صورت زیر.

$$X = [\eta \quad \chi \quad z]^T \tag{۲۰}$$

$$y_r = \omega \tag{۲۱}$$

و با بازنویسی معادلات (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) می‌توان داشت.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -\frac{F_z \delta_2}{m_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\delta_1}{\delta_2} & 0 \\ -\frac{1}{Rm_q} & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \theta \phi(y_r, u, X) \tag{۲۲}$$

$$+\begin{bmatrix} R^2F_z\delta_2 + J\dfrac{F_z\delta_2}{m_q} - \delta_\omega \\ J\dfrac{\delta_0}{\delta_1} - \delta_\omega \\ R + \dfrac{J}{Rm_q} \end{bmatrix} y_r + \begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} u$$

$$y_r = [0 \quad 1/J \quad -RF_z\delta_1/J]X \tag{۲۳}$$

تابع غیرخطی $\phi(y,u,X)$ و متغیر v، به صورت زیر تعریف می گردد.

$$\phi(y_r,u,X) = \delta_0 \frac{|Ry_r - v|}{g(v_r)} z \tag{۲۴}$$

$$v = \frac{\eta - Jy_r}{Rm_q} \tag{۲۵}$$

می‌توان برای ترمز ضد قفل براساس مدل لاگر یک تخمینگر بدین صورت ارائه نمود.

$$\dot{\hat{X}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{F_z\delta_2}{m_q} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{-\delta_1}{\delta_2} & 0 \\ -\dfrac{1}{Rm_q} & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{X} + \begin{bmatrix}0\\0\\-1\end{bmatrix} \hat{\theta}\phi(y_r,u,\hat{X})$$

$$+\begin{bmatrix}0\\0\\-1\end{bmatrix} 2\theta_{max}\left(f_{max} + f(\|\hat{X}\|)\right)\operatorname{sgn}(\tilde{y}_r) + \begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} u \tag{۲۶}$$

$$+\begin{bmatrix}k_1\\k_2\\k_3\end{bmatrix}(y_r - \hat{y}_r) + \begin{bmatrix} R^2F_z\delta_2 + J\dfrac{F_z\delta_2}{m_q} - \delta_\omega \\ J\dfrac{\delta_0}{\delta_1} - \delta_\omega \\ R + \dfrac{J}{Rm_q} \end{bmatrix} y_r$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \gamma\phi(y_r,u,\hat{X})\tilde{y} \\ &= \gamma\delta_0 \frac{|\hat{v}_r|}{g(\hat{v}_r)} \hat{z}(\omega - \hat{y}_r) \end{aligned} \tag{۲۷}$$

$$\hat{y}_r = [0 \quad 1/J \quad -RF_z\delta_1/J]\hat{X} \tag{۲۸}$$

با تعریف A_r، B_r و C_r بدین صورت.

$$A_r = \begin{bmatrix} -\dfrac{F_z\delta_2}{m_q} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{-\delta_1}{\delta_2} & 0 \\ -\dfrac{1}{Rm_q} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{۲۹}$$

$$B_r = \begin{bmatrix}0\\0\\-1\end{bmatrix} \tag{۳۰}$$

$$C_r = [0 \quad 1/J \quad -RF_z\delta_1/J] \tag{۳۱}$$

متغیرهای خطا را می‌توان چنین تعریف نمود.

$$\tilde{X} = X - \hat{X} \tag{۳۲}$$

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \tag{۳۳}$$

$$\tilde{y}_r = y_r - \hat{y}_r = {C_r}^T\tilde{X} \tag{۳۴}$$

معادله دینامیک خطای رویتگر را می توان بصورت زیر نوشت.

$$\dot{\tilde{X}} = \left(A_r - K_f{C_r}^T\right)\tilde{X} + B_r\vartheta \tag{۳۵}$$

$$\tilde{y}_r = {C_r}^T\tilde{X} \tag{۳۶}$$

و با شرایط زیر از عملکرد مناسب تخمین‌گر اطمینان حاصل کرد.

شرط ۱: $\left(A_r, {C_r}^T\right)$ رویت پذیر باشند. اگر $\frac{F_z\delta_2}{m_q} \neq \frac{\delta_0}{\delta_1}$ باشد آنگاه رتبه ماتریس رویت پذیری کامل است.

شرط ۲: یک تابع معلوم به صورت $0 \le \rho(y_r,u) \le \rho_0 \le \infty$ و باند بالایی f_{max} وجود داشته باشد به نحوی که:

$$|\phi(y_r,u,X_1) - \phi(y_r,u,X_2)| \le \rho\|X_1 - X_2\| \quad \forall X_1, X_2 \tag{۳۷}$$

$$|\phi(y_r,u,X)| \le f(\|X\|) \le f_{max} \quad \forall\|X\| < \infty, \forall|y_r| < \infty, \forall|u| < \infty \tag{۳۸}$$

با فرض $\phi(y_r,u,X) = \delta_0\frac{|Ry_r - v|}{g(v_r)}z$ می‌توان نوشت.

$$\begin{aligned} |\phi(y_r,u,X)| &\le \delta_0 \frac{|Ry_r - v|}{g(v_r)}|z| \\ &\le \frac{\delta_0}{F_c}|Ry_r - v||z| \\ &\le \frac{\delta_0}{F_c}(|Ry_r| + |v|)|z| \\ &\le \frac{\delta_0}{F_c}\left[\left(R + \frac{J}{Rm}\right)y_{max} + \frac{|\eta|}{Rm_q}\right]|z| = f(\|X\|) \end{aligned} \tag{۳۹}$$

بیشترین مقدار خروجی و θ، به ترتیب y_{max} و θ_{max} نامیده شده است.

شرط ۳: K_f به نحوی تعیین می گردد که نگاشت $R(s): \vartheta \to \tilde{y}_r$ هرویتز باشد و $\forall Q_r > 0$ وجود داشته باشد $P = P^T > 0$ به طوری که:

$$P\left(A_r - K_f{C_r}^T\right) + \left(A_r - K_f{C_r}^T\right)^T P = -Q_r \tag{۴۰}$$

$$PB_r = C_r \tag{۴۱}$$

با توجه به شرایط فوق‌الذکر و تابع لیاپانوف پیشنهاد شده در [۷] نشان داده می‌شود که تخمینگر پایدار است و زمانی که $t \to \infty$ آنگاه $\tilde{X} \to 0$ و همچنین $\tilde{\theta} \to 0$ و سیگنال‌های X و θ محدود می‌باشند.

۴-کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم بر اساس رویتگر

۴-۱ بیان مساله‌ی کنترلی

با توجه به هدف مساله یعنی تعقیب لغزش مرجع λ_d توسط خروجی $y = \lambda$ می توان رفتار دینامیکی خطای خروجی را بصورت زیر بدست آورد.

ابتدا معادله‌ی (۱۳) را بصورت زیر می نویسیم.

$$\dot{\Lambda} = A\Lambda + B(f(\Lambda) + b(\lambda)u + d) \tag{۴۲}$$

$$y = C^T\Lambda \tag{۴۳}$$

که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۴۴}$$

و بردار حالت به صورت $\Lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2]^T = [\lambda \quad \dot{\lambda}]^T$ است. اگر خطای تنظیم خروجی $e = \lambda_d - \lambda$ و بردار خروجی مرجع $\Lambda_d = [\lambda_d \quad \dot{\lambda}_d]^T$ باشد، آنگاه می‌توان بردار خطای تعقیب را بصورت زیر تعریف کرد.

$$E = [e_1 \quad e_2]^T = [e \quad \dot{e}]^T \tag{۴۵}$$

حال در صورتیکه $d = 0$، قانون کنترل ایده‌آل بصورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$u^* = \frac{1}{b(\lambda)}\left(-f(\Lambda) + \ddot{\lambda}_d + K^T\hat{E}\right) \tag{۴۶}$$

که بردار $\hat{E}$ تخمین بردار E و $K^T = (k_1 \quad k_2)$ بردار بهره‌ی فیدبک است. با توجه به اینکه (A, B) کنترل پذیراست K به نحوی انتخاب می‌شود که $A - BK^T$ هرویتز گردد.

از آنجا که توابع $f(\Lambda)$, $b(\lambda)$ نامعلوم هستند، قانون کنترل ایده-آل قابل پیاده‌سازی نیست. بنابراین قانون کنترل کننده‌ی فازی چنین پیشنهاد می گردد.

$$u_I = \frac{1}{\hat{b}(\lambda)}\left(-\hat{f}(\hat{\Lambda}) + \ddot{\lambda}_d + K^T\hat{E} + u_r\right) \tag{۴۷}$$

که $\hat{\Lambda}$ تخمین Λ و u_r برای جبران اغتشاش خارجی و خطای مدل‌سازی پیشنهاد شده است.

با استفاده از رابطه (۴۷) و (۴۲) می توان رابطه زیر را استنتاج کرد.

$$\begin{aligned}\dot{\Lambda} = A\Lambda + B(K^T\hat{E} + \ddot{\lambda}_d + [f(\Lambda) - \hat{f}(\hat{\Lambda})] \\ +[b(\lambda) - \hat{b}(\lambda)]u_I + u_r + d)\end{aligned} \tag{۵۰}$$

با تعریف بردار خطا به صورت.

$$E = (e_1 \quad e_2)^T = (\Lambda_d - \Lambda) \tag{۵۱}$$

معادلات خطا را می توان بصورت زیر نوشت.

$$\dot{E} = \dot{\Lambda}_d - \dot{\Lambda} \tag{۵۲}$$

$$\begin{aligned}\dot{E} = \dot{\Lambda}_d - A\Lambda - B(K^T\hat{E} + \ddot{\lambda}_d + (f(\Lambda) \\ -\hat{f}(\hat{\Lambda})) + [b(\lambda) - \hat{b}(\lambda)]u_I + u_r + d)\end{aligned} \tag{۵۳}$$

$$\begin{aligned}\dot{E} = \dot{\Lambda}_d + AE - A\Lambda_d - B(K^T\hat{E} + \ddot{\lambda}_d \\ +[f(\Lambda) - \hat{f}(\hat{\Lambda})] + [b(\lambda) - \hat{b}(\lambda)]u_I \\ +u_r + d)\end{aligned} \tag{۵۴}$$

که درنهایت بصورت زیر ساده می شود.

$$\begin{aligned}\dot{E} = AE - BK^T\hat{E} - B([f(\Lambda) - \hat{f}(\hat{\Lambda})] \\ +[b(\lambda) - \hat{b}(\lambda)]u_I + u_r + d)\end{aligned} \tag{۵۵}$$

$$e_1 = C^TE \tag{۵۶}$$

۴-۲- توصیف شبکه‌های عصبی فازی تطبیقی (ANFIS)

یک سیستم استنتاج فازی به طور معمول از ۴ بخش فازی‌ساز، موتور استنتاج فازی، قواعد اگر-آنگاه فازی و غیر فازی‌ساز ساخته شده است.

همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می گردد، سیستم استنتاج عصبی فازی تطبیقی را می‌توان در ۴ لایه بیان کرد. در لایه اول متغیرهای زبانی به عنوان ورودی قرار می گیرند. در لایه دوم مقادیر تابع تعلق مشخص می گردد. هر گره در لایه سوم یک قانون فازی را اجرا می کند و در نهایت مقادیر بردار پایه فازی را شکل می‌دهند. در این میان معمولا غیر فازی‌ساز استفاده می‌شود و تمام اتصالات لایه سوم و چهارم به وسیله فاکتورهای وزنی $[\bar{q}^1 \quad \dots \quad \bar{q}^k]$ که قابل تنظیم می‌باشند، تکمیل می گردد. و در نهایت در لایه چهارم خروجی $f(\Lambda)$ محاسبه و همچنین موتور استنتاج فازی مربوط به قواعد اگر - آنگاه فازی، یک نگاشت از دو متغیر زبانی λ , $\dot{\lambda}$ به خروجی $f(\Lambda)$ را انجام می‌دهد.

در سیستم استنتاج فازی مورد نظر، قانون j ام بدین صورت نوشته می-شود.

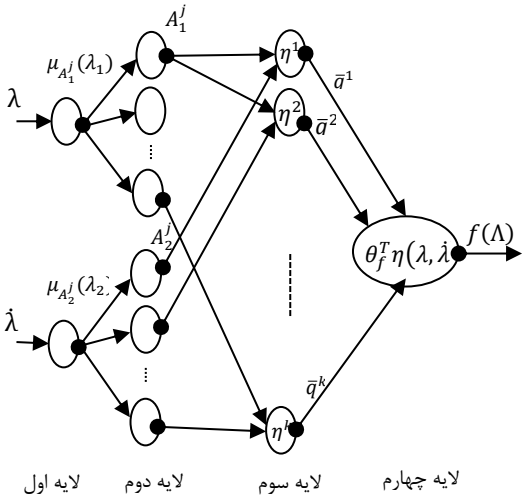
$$R^j: If \;\; \lambda_1 \; is \; A_1^j \; and \;\; \lambda_2 \; is \; A_2^j \;\; Then \; f(\Lambda) = \bar{c}^j \tag{۵۷}$$

که A_1^j , A_2^j مجموعه‌های فازی و $\bar{c}^j$ یک مقدار ثابت هستند.

می‌توان خروجی شبکه فازی TSK مرتبه صفر فوق را با استفاده از فازی‌ساز منفرد، استنتاج ضرب در ورودی و میانگین وزندار بدین صورت نوشت.

$$f(\Lambda)=\frac{\sum_{j=1}^{k}\bar{c}^{j}\left[\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^j}(\lambda_i)\right]}{\sum_{j=1}^{k}\left[\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^j}(\lambda_i)\right]}=\theta_f^T\eta(\Lambda) \qquad (۵۸)$$

که بردار پارامترهای قابل تنظیم $\theta_f=[\bar{c}^1 \quad \dots \quad \bar{c}^k]^T$ و k تعداد قواعد فازی می‌باشد .



شکل ۳: نمایش ساختار شبکه فازی تطبیقی

مقادیر تابع تعلق متغیرهای $\lambda,\dot{\lambda}$ با $\mu_{A_i^j}(\lambda_i)$ و بردار پایه فازی را با $\eta(\Lambda)=[\eta^1 \quad \dots \quad \eta^k]^T$ نشان داده که η^j اینگونه تعریف می‌شود.

$$\eta^j(\Lambda)=\frac{\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^j}(\lambda_i)}{\sum_{j=1}^{k}\left[\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^j}(\lambda_i)\right]} \qquad (۵۹)$$

۴-۳- طراحی کنترل‌کننده

در این بخش از شبکه‌های عصبی فازی تطبیقی برای تخمین $f(\lambda,\dot{\lambda})$ استفاده کرده و کنترل فازی تطبیقی بر پایه رویتگر ارائه می‌شود.

فرض۲: اگر بردارهای $\Lambda,\hat{\Lambda}$ با مجموعه‌های محدب زیر تعریف گردند.

$$U_\Lambda=\{\Lambda\in R^2|\ \|\Lambda\|\le M_\Lambda<\infty\} \qquad (۶۰)$$

$$U_{\hat{\Lambda}}=\{\hat{\Lambda}\in R^2|\ \|\hat{\Lambda}\|\le M_{\hat{\Lambda}}<\infty\} \qquad (۶۱)$$

که $M_{\hat{\Lambda}},M_\Lambda$ پارامترهای طراحی هستند. همچنین بردار پارامترهای بهینه

$$\theta_f^*=\arg\min_{\theta_f\in M_{\theta_f}}(\sup_{\Lambda\in U_\Lambda,\hat{\Lambda}\in U_{\hat{\Lambda}}}|f(\Lambda)-\hat{f}(\hat{\Lambda}|\theta_f)|) \qquad (۶۲)$$

با محدوده‌ی محدب

$$M_{\theta_f}=\left\{\theta_f\in R^k\middle|\ \|\theta_f\|\le m_{\theta_f}\right\} \qquad (۶۳)$$

که m_{θ_f}، پارامتر طراحی می‌باشد، تعریف می گردد. برای M_{θ_b} نیز می‌توان تعریفی مشابه رابطه (۶۳) در نظر گرفت. با بازنویسی معادله ۵۵ خواهیم داشت.

$$\begin{aligned}\dot{E}=&AE-BK^T\hat{E}-B\,(f(\Lambda)+u_r+d\\&-\hat{f}(\hat{\Lambda}|\theta_f^*)-\hat{f}(\hat{\Lambda}|\theta_f)+\hat{f}(\hat{\Lambda}|\theta_f^*)\\&+[b(\lambda|\theta_b)-\hat{b}(\lambda|\hat{\theta}_b)]u_I)\end{aligned} \qquad (۶۴)$$

با تعریف خطای تقریب حداقل بدین صورت.

$$w=\left[f(\Lambda)-\hat{f}(\hat{\Lambda}|\theta_f^*)\right] \qquad (۶۵)$$

از معادله (۶۴) و (۶۵) نتیجه می‌شود.

$$\begin{aligned}\dot{E}=&AE-BK^T\hat{E}-B(+u_r+w+d\\&+[b(\lambda|\theta_b)-\hat{b}(\lambda|\hat{\theta}_b)]u_I\\&+(\hat{f}(\hat{\Lambda}|\theta_f^*)-\hat{f}(\hat{\Lambda}|\theta_f)))\end{aligned} \qquad (۶۶)$$

بر اساس رابطه (۵۸) می‌توان $\hat{f}(\hat{\Lambda})$ را بصورت زیر ارائه کرد.

$$\hat{f}(\hat{\Lambda})=\theta_f^T\eta(\hat{\Lambda}) \qquad (۶۷)$$

$$\hat{b}(\lambda)=\hat{\theta}_b\xi(\lambda) \qquad (۶۸)$$

که در آن $\xi(\lambda)=\frac{1}{v}=\frac{1-\lambda}{R\omega}$ می باشد. خطای پارامترهای قابل تنظیم بصورت $\tilde{\theta}_b=\theta_b-\hat{\theta}_b$ و $\tilde{\theta}_f=\theta_f^*-\hat{\theta}_f$ معرفی می‌شوند و همچنین تعریف می کنیم $w_d=w+d$. در نتیجه می‌توان رابطه (۶۶) را چنین نوشت.

$$\begin{aligned}\dot{E}=&AE-BK^T\hat{E}-B(\tilde{\theta}_f^T\eta(\hat{\Lambda})+\tilde{\theta}_b\xi(\lambda)u_I\\&+u_r+w_d)\end{aligned} \qquad (۶۹)$$

حال رویتگر زیر برای تخمین بردار E پیشنهاد می گردد.

$$\dot{\hat{E}}=A\hat{E}-BK^T\hat{E}+K_e(e_1-\hat{e}_1) \qquad (۷۰)$$

$$\hat{e}_1=C^T\hat{E} \qquad (۷۱)$$

به طوری که $K_e = [k_{e1} \quad k_{e2}]^T$، بردار بهره‌ی رویتگر می‌باشد.

با تعریف بردار خطای رویتگر $\tilde{E} = \hat{E} - E$ و خطای خروجی رویتگر $\tilde{e}_1 = \hat{e}_1 - e_1$ می‌توان معادله‌ی خطای رویتگر را با استفاده از معادلات (۶۹) و (۷۰) بدین صورت نوشت.

$$\dot{\tilde{E}} = \dot{\hat{E}} - \dot{E} \tag{۷۲}$$

$$\dot{\tilde{E}} = (A - K_e C^T)\tilde{E} + B(\tilde{\theta}_f^T \eta(\hat{\Lambda}) + \tilde{\theta}_b \xi(\lambda) u_I + u_r + w_d) \tag{۷۳}$$

$$\tilde{e}_1 = C^T \tilde{E} \tag{۷۴}$$

با توجه به اینکه (A, C^T) رویت‌پذیر است K_e باید به نحوی انتخاب گردد که $A - K_e C^T$ هرویتز باشد.

اگر s متغیر لاپلاس باشد آنگاه $G(s)$ اینگونه تعریف می‌شود.

$$G(s) = C(sI - A + K_e C^T)^{-1} B \tag{۷۵}$$

و خطای خروجی را با توجه به (۷۳) می‌توان چنین نوشت.

$$\tilde{e}_1 = G(s)(\tilde{\theta}_f^T \eta(\hat{\Lambda}) + \tilde{\theta}_b \xi(\lambda) u_I + u_r + w_d) \tag{۷۶}$$

که $\tilde{e}_1$ خروجی قابل اندازه‌گیری می باشد. برای استفاده از لم اکیداً حقیقی مثبت (لم کالمن - یاکوبویچ) [۸]، معادله (۷۶) بصورت زیر بازنویسی می شود.

$$\tilde{e}_1 = G(s)P(s)(\tilde{\theta}_f^T \eta(\hat{\Lambda}) + \tilde{\theta}_b \xi(\lambda) u_I + u_r + w_p) \tag{۷۷}$$

که در آن

$$w_p = (P(s)^{-1} - 1)(\tilde{\theta}_f^T \eta(\hat{\Lambda}) + u_r + \tilde{\theta}_b \xi(\lambda) u_I) + P^{-1}(s) w_d \tag{۷۸}$$

با فرض $|w_p| \le q$ که q یک مقدار مثبت نامعلوم است و $P(s) = s + \alpha_1$ که $\alpha_1 > 0$ به گونه‌ای انتخاب می شود که $P^{-1}(s)$ یک تابع انتقال پایدار باشد و همچنین $G(s)P(s)$ یک تابع انتقال اکیداً حقیقی مثبت شود. در اینصورت معادله (۷۳) را می‌توان چنین بیان کرد.

$$\dot{\tilde{E}} = A_s \tilde{E} + B_s(\tilde{\theta}_f^T \eta(\hat{\Lambda}) + \tilde{\theta}_b \xi(\lambda) u_I + u_r + w_p) \tag{۷۹}$$

$$\tilde{e}_1 = C_s^T \tilde{E} \tag{۸۰}$$

که در آن $A_s = (A - K_e C^T)$ ، $B_s = [1 \quad \alpha_1]^T$ و $C_s = [1 \quad 0]^T$ می‌باشند.

بعلاوه می‌توان تابع انتقالی بصورت زیر را معرفی کرد که اکیداً حقیقی مثبت است.

$$\begin{aligned} G'(s) &= G(s)P(s) \\ &= C_s(sI - A + K_e C^T)^{-1} B_s \end{aligned} \tag{۸۱}$$

۴-۴- تحلیل پایداری سیستم و قوانین تطبیق:

برای سیستم (۷۹) ، تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌گردد.

$$V = \frac{1}{2}\tilde{E}^T P_c \tilde{E} + \frac{1}{2\gamma_b}\tilde{\theta}_b^{\,2} + \frac{1}{2\gamma_f}\tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\gamma_q}\tilde{q}^2 \tag{۸۲}$$

به طوری که ماتریس P_c معین مثبت متقارن باشد. با مشتق‌گیری از V خواهیم داشت.

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\dot{\tilde{E}}^T P_c \tilde{E} + \frac{1}{2}\tilde{E}^T P_c \dot{\tilde{E}} + \frac{1}{\gamma_b}\tilde{\theta}_b^T \dot{\tilde{\theta}}_b + \frac{1}{\gamma_f}\tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f + \frac{1}{\gamma_q}\tilde{q}\dot{\tilde{q}} \tag{۸۳}$$

با توجه به معادله (۷۹) می‌توان نوشت.

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & \frac{1}{2}\tilde{E}^T (A_s^T P_c + P_c A_s)\tilde{E} + \tilde{E}^T P_c B_s(\tilde{\theta}_f^T \eta(\hat{\Lambda}) \\ & + \tilde{\theta}_b \xi(\lambda) u_I + u_r + w_p) - \frac{1}{\gamma_b}\tilde{\theta}_b^T \dot{\hat{\theta}}_b - \frac{1}{\gamma_f}\tilde{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f \\ & - \frac{1}{\gamma_q}\tilde{q}\dot{\hat{q}} \end{aligned} \tag{۸۴}$$

با توجه به اینکه $P_c = P_c^T > 0$ و A_s پایدار است و $G(s)P(s)$ نیز اکیداً حقیقی مثبت می‌باشد. نظر به لم کالمن ـ یاکوویچ می‌توان بیان کرد $Q = Q^T > 0$ وجود دارد به طوری که:

$$A_s^T P_c + P_c A_s = -Q \tag{۸۵}$$

$$P B_s = C_s \tag{۸۶}$$

با توجه به معادلات (۸۵) و (۸۶) می‌توان (۸۴) را چنین نوشت.

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & -\frac{1}{2}\tilde{E}^T Q \tilde{E} + \tilde{e}_1(\tilde{\theta}_f^T \eta(\hat{\Lambda}) + \tilde{\theta}_b \xi(\lambda) u_I \\ & + u_r + w_p) - \frac{1}{\gamma_b}\tilde{\theta}_b^T \dot{\hat{\theta}}_b - \frac{1}{\gamma_f}\tilde{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f - \frac{1}{\gamma_q}\tilde{q}\dot{\hat{q}} \end{aligned} \tag{۸۷}$$

با انتخاب قوانین تطبیق بصورت زیر.

$$\dot{\hat{\theta}}_b = \gamma_b \tilde{e}_1 \xi(\lambda) u_I \tag{۸۸}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_f = \gamma_f \tilde{e}_1 \eta(\hat{\Lambda}) \tag{۸۹}$$

$$\dot{\hat{q}} = \gamma_q |\tilde{e}_1| \tag{۹۰}$$

$$u_r = -\hat{q}\,\mathrm{sgn}(\tilde{e}_1) \tag{۹۱}$$

بسادگی می‌توان نشان داد.

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\tilde{E}^T Q \tilde{E} \le -\frac{1}{2}\lambda_{min}(Q)\left\|\tilde{E}\right\|^2 \tag{۹۲}$$

با انتگرال‌گیری از نامعادله (۹۲) می‌توان داشت.

$$\int_0^\infty \left\|\tilde{E}\right\|^2 dt \le \frac{V(0) - V(\infty)}{\frac{1}{2}\lambda_{min}(Q)} \tag{۹۳}$$

با توجه به (۹۲) داریم: $V(t) \le V(0)$ یعنی تابع V کاهشی و محدود است. بعلاوه با توجه به ۹۳ ، $\left\|\tilde{E}\right\|$ موجود و محدود می‌باشد $\left(\tilde{E}(t) \in L_2\right)$. از طرفی با توجه به ۸۲ می‌توان نتیجه گرفت که $\tilde{E}(t) \in L_\infty$ و θ_b , θ_f , q نیز محدود هستند. از معادله‌ی ۷۹ درمی‌یابیم که $\dot{\tilde{E}}(t) \in L_\infty$ و این یعنی $\tilde{E}(t)$ بطور یکنواخت پیوسته می‌باشد. حال با استفاده از لم باربالات می‌توان نتیجه گرفت که.

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{E}(t) = 0 \tag{۹۴}$$

با توجه به رویتگر (۷۰)، که در آن $A - BK^T$ هرویتز می‌باشد می‌توان بیان کرد که $\hat{E}$ محدود است. از تعریف $\tilde{E} = \hat{E} - E$ می‌توان دریافت که $E \in L_\infty$ است در نتیجه $\Lambda \in L_\infty$ خواهد بود.

روند طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر رویتگر مورد نظر را می‌توان در ۳ مرحله و توسط الگوریتمی که در شکل ۴ نشان داده شده است، پیاده سازی نمود.

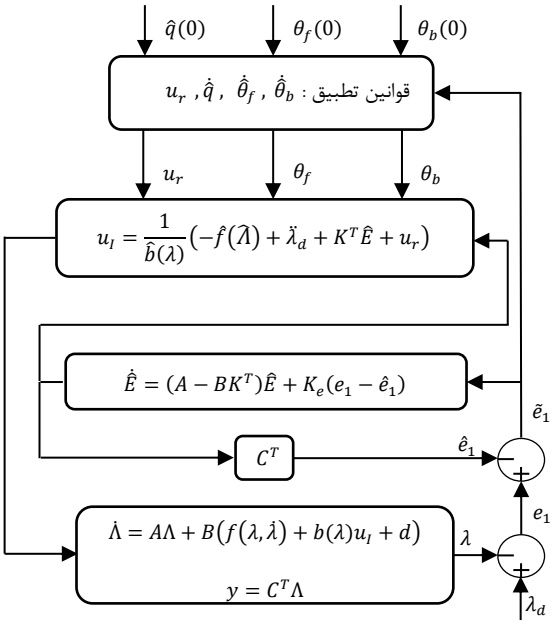
مرحله‌ی اول: پیدا کردن بهره‌های K و K_e به نحوی که $A - BK^T$ و $A - K_e C^T$ هرویتز باشند.

مرحله‌ی دوم: انتخاب گام‌های تطبیق γ_b و γ_f و γ_q به صورت مناسب و پیاده‌سازی رویت‌گر با توجه به $\tilde{e}_1$.

مرحله‌ی سوم: تشکیل قانون کنترل با محاسبه‌ی بردارهای پایه فازی $\eta(\lambda, \dot{\lambda})$ و تابع معلوم $\xi(\lambda)$ و به روزرسانی قوانین تطبیق پارامترها.

۵- شبیه‌سازی

شبیه‌سازی در مدل ۱/۴ خودرو با توجه به داده‌های جدول ۱ و با استفاده از کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی مقاوم بر مبنای رویتگر برای سیستم ترمز ضد قفل ارائه شده است. این شبیه‌سازی (برخلاف سیستم‌های سنتی) می‌تواند نرخ لغزش بهینه را با توجه به شرایط جاده تغییر دهد. نرخ لغزش بهینه متناظر با هر شرایط مختلف جاده‌ای نیز در جدول ۲ بیان شده است. از یک تخمینگر برای تخمین شرایط جاده استفاده شده است تا بتوان غیر مستقیم، از طریق نگاشت $\lambda = f(\theta)$ ، نرخ لغزش مطلوب را با توجه به شرایط جاده برای کنترل‌کننده به دست آورد.



شکل ۴: ساختار پیاده‌سازی کنترل‌کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم مقاوم بر اساس رویتگر برای سیستم ترمز ضد قفل

جدول ۱: مقادیر استفاده شده در شبیه‌سازی مدل ۱/۴ خودرو [۱۸]

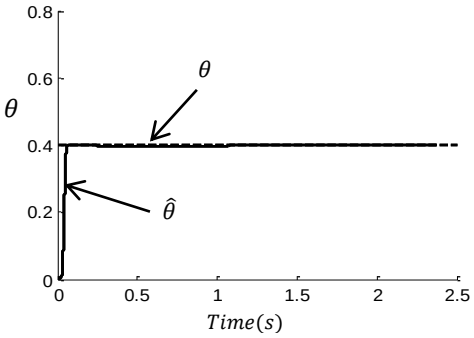
مشخصات جاده/ خودرو	نشانه	اندازه
میرایی نسبی چسبندگی	δ_2	۰/۰۰۱۸(s/m)
میرایی فشرده شده طولی لاستیک	δ_1	۴/۹۴۸۷(s/m)
سختی فشرده شده طولی لاستیک	δ_0	۴۰$(1/m)$
اصطکاک کولنی نرمالیزه شده	F_c	۰/۵
اصطکاک استاتیکی نرمالیزه شده	F_s	۰/۹
سرعت استریبک	v_s	۱۲/۵(m/s)
جرم ۱/۴ خودرو	m	۲۷۵(kg)
شعاع چرخ	R	۰/۲۵(m)
ممان اینرسی	J	۱۲/۸۹۱$(kg.m^2)$
شتاب گرانشی زمین	g	۹/۸(m/s^2)
بهره‌ی بین P_i و T_b	K_b	۲۵
نیروی نرمال	F_z	۲۶۰۰(N)
سرعت اولیه خودرو	v_0	۳۳/۳۳(m/s)
سرعت اولیه چرخ	ω_0	۱۳۳/۳۳(Rad/s)

دو شرایط کاری برای بررسی کنترل‌کننده ارائه گردیده است.

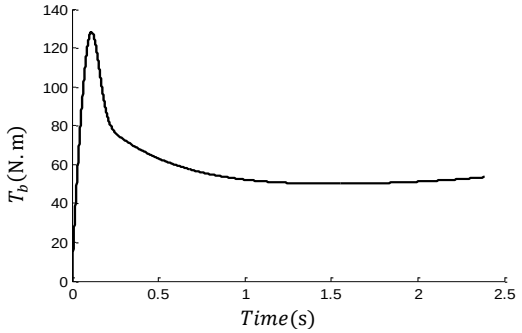
ابتدا شرایط جاده‌ای خشک به سیستم اعمال گردیده که در شکل ۵ حالت تخمین پارامتر شرایط جاده‌ای در مقابل مقدار مطلوبش نمایش داده شده است. شکل ۶ بیانگر مقدار گشتاور ترمزی اعمالی مورد نیاز به چرخ برای رسیدن به لغزش مطلوب می‌باشد. شکل ۷، نشان‌دهنده‌ی میزان قانون‌کنترل در گذر زمان می‌باشد. در شکل ۸ مقدار لغزش بهینه λ_d توسط تخمینگر، در مقابل مقدار لغزش λ حاصل شده از سیستم کنترل، نشان داده شده است. نهایتا شکل ۹ نمایانگر کاهش سرعت خطی و طولی خودرو از سرعت اولیه(m/s)۳۳,۳۳ در زمانی در حدود ۲,۴ ثانیه می‌باشد.

جدول ۲: ارتباط بین پارامتر مشخصات جاده و اندازه لغزش مطلوب متناظر آن [۱۸]

مشخصات جاده	پارامتر θ	اندازه لغزش λ_d
جاده خیلی خشک	<۰	۰/۳
جاده خشک	۰/۴	۰/۲۸
جاده نمناک	۰/۸	۰/۲
جاده برفی	۱/۰	۰/۱۵
جاده یخی	۱/۵	۰/۱
جاده خیلی یخی	۵	۰/۰۵
جاده به شدت یخی	<۵	۰/۰۵

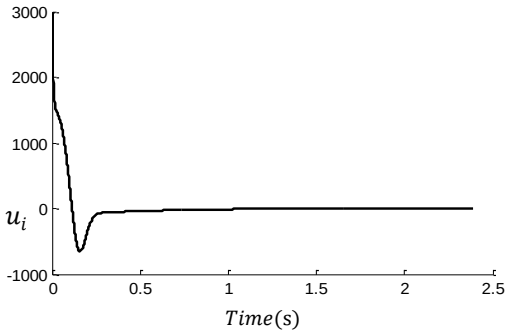


شکل ۵: تخمین شرایط جاده در آسفالت خشک

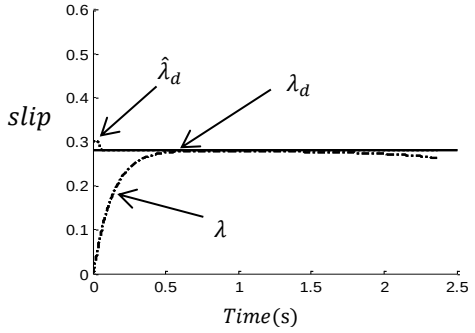


شکل ۶: گشتاور ترمزی اعمالی در جاده خشک

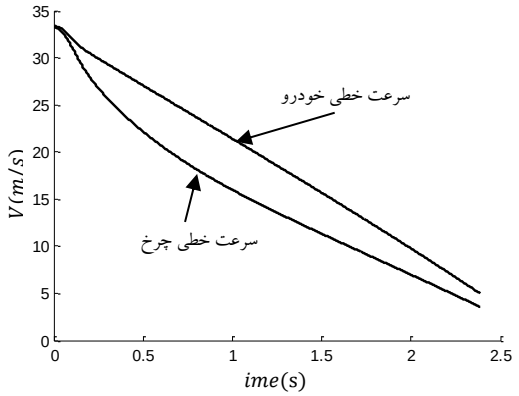
کنترل کننده‌ی پیشنهادی در وضعیتی مشابه برای شرایط جاده‌ای نمناک ارائه گردیده است که شکل‌های ۱۰-۱۴ را به خود اختصاص داده است. ملاحظه می‌شود که در شکل ۱۴ با تغییر جاده از خشک به نمناک زمان توقف از حدود ۲/۴ ثانیه به ۴/۷ ثانیه افزایش می‌یابد.



شکل ۷: خروجی کنترل‌کننده در جاده خشک

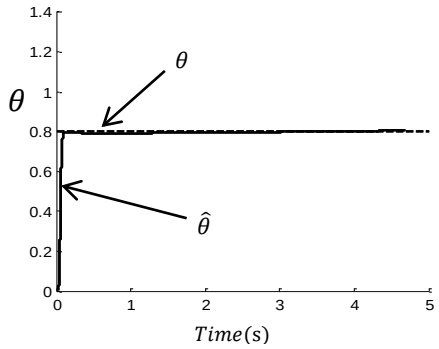


شکل ۸: لغزش بهینه‌ی تخمین‌زده شده و لغزش واقعی در جاده خشک

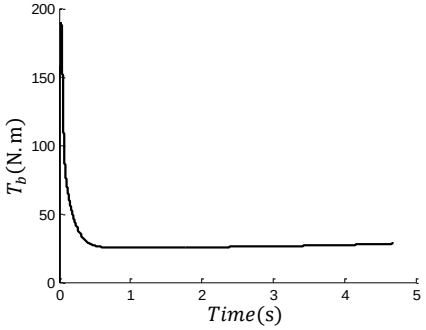


شکل ۹: تغییرات سرعت خطی و طولی خودرو در جاده خشک

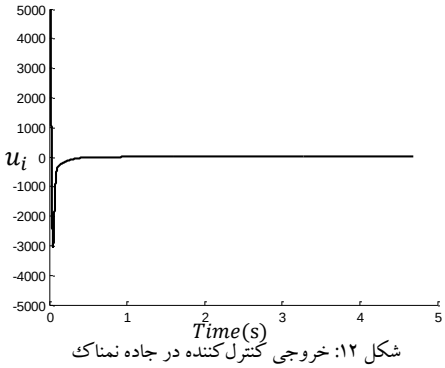
تغییر دومی که به صورت محسوس مشاهده می‌گردد، کاهش گشتاور ترمزی اعمالی به چرخ در شکل ۱۱ می‌باشد که سبب جلوگیری از سر خوردن خودرو در سطح جاده نمناک و همچنین مانع از برهم-خوردن پایداری وسیله نقلیه می‌گردد. ثابت ماندن پایداری جانبی وسیله-نقلیه به همراه کاهش زمان توقف خودرو از مهم‌ترین علت‌های طراحی ترمزضد قفل می‌باشند. شکل ۱۰ تخمینگر جاده را نشان می‌دهد که به درستی شرایط جاده‌ای نمناک را تخمین‌زده است. و همچنین شکل ۱۲ نشان می‌دهد که سطح قانون کنترل اعمالی در مقایسه با شرایط جاده‌ی خشک، کاهش یافته است. شکل ۱۳ بیانگر لغزش بهینه‌ی تخمین‌زده شده و لغزش واقعی در شرایط جاده نمناک است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، لغزشی که از نگاشت حاصل از تخمینگر به عنوان مرجع مطلوب برای حلقه‌ی کنترلی بدست می‌آید مناسب عمل می‌کند. همچنین کنترل‌کننده در پی تعقیب لغزش به دست‌آمده توسط تخمینگر می‌باشد.



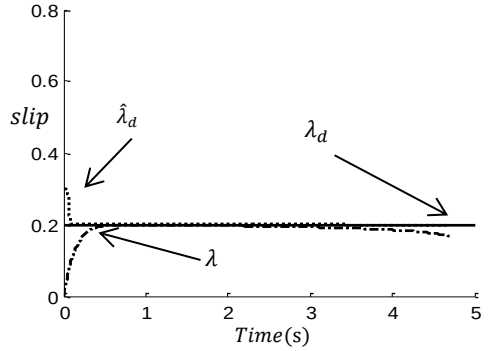
شکل ۱۰: تخمین شرایط جاده در آسفالت نمناک



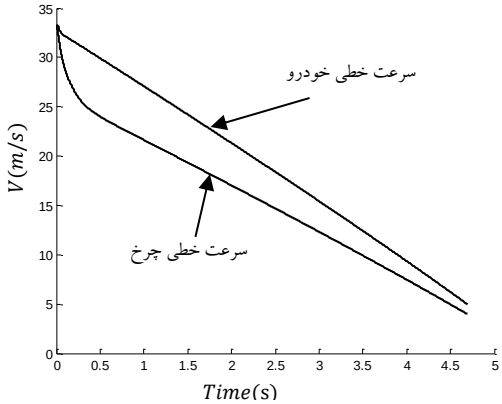
شکل ۱۱: گشتاور ترمزی اعمالی در جاده نمناک



شکل ۱۲: خروجی کنترل‌کننده در جاده نمناک

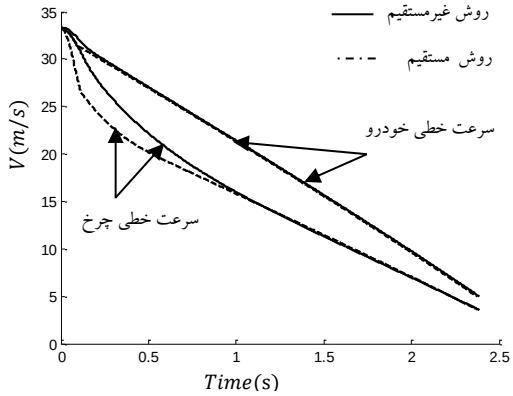


شکل ۱۳: لغزش بهینه‌ی تخمین‌زده شده و لغزش واقعی در جاده نمناک

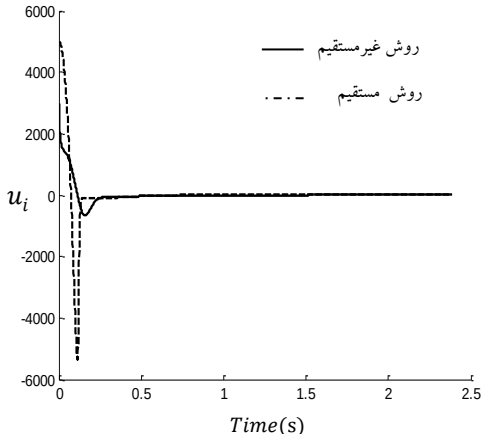


شکل ۱۴: تغییرات سرعت خطی و طولی خودرو در جاده نمناک

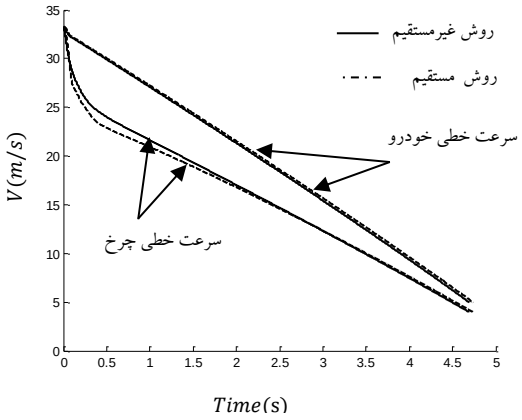
در شکل های ۱۵ تا ۱۸ مقایسه دو روش تطبیقی مستقیم و غیرمستقیم یعنی روش مرجع [۱۸] و روش پیشنهادی این مقاله آورده شده‌اند. همانگونه که دیده می‌شود رفتار روش پیشنهادی و سیگنال کنترلی در هر دو شرایط جاده‌ای ازروش مرجع [۱۸] مناسبتر می‌باشد.



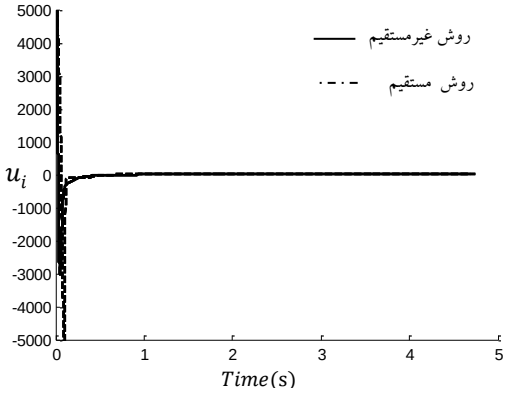
شکل ۱۵: تغییرات سرعت خطی و طولی خودرو با کنترل‌کننده‌ی مستقیم و غیرمستقیم در جاده خشک



شکل ۱۶: خروجی کنترل‌کننده‌ی مستقیم و غیرمستقیم در جاده خشک



شکل ۱۷: تغییرات سرعت خطی و طولی خودرو با کنترل‌کننده‌ی مستقیم و غیرمستقیم در جاده نمناک



شکل ۱۸: خروجی کنترل‌کننده‌ی مستقیم و غیرمستقیم در جاده نمناک

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک روش کنترلی فازی تطبیقی غیرمستقیم مقاوم بر پایه رویتگر برای سیستم ترمز ضدقفل ارائه گردید. به علت عدم دسترسی به همه حالت‌ها و همچنین آغشته شدن به خطاهای اندازگیری و نویز پذیر-بودن آنها، استفاده از کنترل‌کننده‌ی مبتنی بر رویتگر برای این سیستم اجتناب ناپذیر است. به این ترتیب علاوه بر عملکرد مناسب سیستم، پایداری رویتگر بهمراه کنترل کننده بیش از پیش اهمیت پیدا خواهد کرد. نتایج شبیه سازی نشان می دهند علاوه بر تخمین مطلوب شرایط جاده توسط تخمین‌گر،کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی مذکور نیز عملکرد مطلوب خود را در تعقیب لغزش بهینه، انجام می‌دهد. این امر سبب می-شود که خودرو در کمترین زمان ممکن در شرایط مختلف جاده‌ای با حفظ پایداری متوقف گردد. لازم به یادآوری است که کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی در مقابل تغییر پارامتر شرایط جاده نیز مقاوم است.

۷- مراجع

[1] Y. Liu, & J. Sun, Target slip tracking using gain-scheduling for anti-lock braking systems. In Proceedings of the American Control Conference, Vol. 2, pp. 1178-1182, 1995.

[2] H. John, L. L. E. Johnston, and G. Scharpf, Measurement of tire brake force characteristics as related to wheel slip (anti-lock) control system design. No. 690214. SAE Technical Paper, 1969.

[3] W. Y. Wang, G. M. Chen, and C. W. Tao, Stable anti-lock braking system using output-feedback direct adaptive fuzzy neural control, *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 4, pp. 3675-3680, 2003.

[4] K. T. Leung, J. F. Whidborne, D. Purdy, and P. Barber, Road vehicle state estimation using low-cost GPS/INS. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 6, pp. 1988-2004, 2011.

[5] H. Guo, H. Chen, F. Xu, F. Wang, and G. Lu, Implementation of EKF for vehicle velocities estimation on FPGA. *IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 60, No.* 9, pp. 3823-3835, 2013.

[6] B. moaveni, M. Khosravi Roqaye Abad, S. Nasiri, M. Amiri, vehicle longitudinal velocity estimation using two new estimators and without measuring the braking torque, *Modares Mechanical Engineering, Vol*. 14, No. 5, pp. 183-193, 2014 (In Persion).

[7] C. Canudas-De-Wit, and R. Horowitz, Observers for tire/road contact friction using only wheel angular velocity information, In *Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control*, Vol. 38, pp. 3932-3937, 1999.

[8] J. J. E. Slotine, and W. Li, *Applied nonlinear control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-hall, 1991.

[9] Z. Qu, and D. M. Dawson, *Robust tracking control of robot manipulators*, IEEE press, 1995.

[10]M. M. Fateh, and S. Khorashadizadeh, Robust control of electrically driven robots by adaptive fuzzy estimation of uncertainty. *Nonlinear Dynamics*, Vol. *69, No.* 3, pp, 1465-1477, 2012.

[11]R. Garcia-Hernandez, E. Sanchez, E. Bayro-Corrochano, V. Santibanez and J. Ruz-Hernandez, Real-time decentralized neural block control: Application to a two DOF robot manipulator, *Int. J. Innovative Comput. Inf. Control*, Vol. 7, No. 3, pp. 1075–1085, 2011.

[12]J. Peng, J. Wang and Y. Wang, Neural network based robust hybrid control for robotic system: An H∞ approach, *Nonlinear Dyn*, Vol. 65, pp. 421–431, 2011.

[13]S. Puga-Guzman, J. Moreno-Valenzuela, and V. Santibanez, Adaptive neural network motion control of manipulators with experimental evaluations, *Sci. World J*, pp. 1–13, 2014.

[14]R. J. Wai, and P. C. Chen, Intelligent tracking control for robot manipulator including actuator dynamics via TSK-type fuzzy neural network, *IEEE Trans. Fuzzy Systs*, Vol. 12, No. 4, pp. 552–559, 2004.

[15]L. X. Wang, *A course in fuzzy systems*. Prentice-Hall press, USA, 1999.

[16]S. F. Su, J. C. Chang, and S. S. Chen, The study on direct adaptive fuzzy controllers, *International Journal of Fuzzy Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 150-159, 2006.

[17]Y. Lee, Genetic neural fuzzy control of anti-lock brake systems, *In Proceedings of the 2001 American Control Conference*, Vol. 2, pp. 671-676, 2001.

[18]W. Y. Wang, I. H. Li, M. C. Chen, S. F. Su, and S. B. Hsu, Dynamic Slip_Ratio Estimation and Control of Antilock Braking Systems Using an Observer_Based Direct Adaptive Fuzzy_Neural Controller, *IEEE Transactions on Idustrial Electronics*, Vol. 56, No. 5, pp. 1746-1756, 2009.

[19] Y. G. Leu, W. Y. Wang, , & T. T. Lee, Observer-based direct adaptive fuzzy-neural control for nonaffine nonlinear systems. *Neural Networks, IEEE Transactions on*, Vol. 16, No. 4, pp. 853-861. 2005.

[20] G. M. Chen, W. Y. Wang, T. T. Lee, & C. W. Tao, Observer-based direct adaptive fuzzy-neural control for anti-lock braking systems, *International Journal of Fuzzy Systems*, Vol. *8, No.* 4, pp. 208-218, 2006.

[21]S. Drakunov, U. Özgüner, P. Dix, and B. Ashrafi,. ABS control using optimum search via sliding modes, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 3, No. 1, pp. 79-85, 1995.

[22]E. J. H. De Vries, *Model-Based Brake Control including Tyre Behavior*, TU Delft, Delft University of Technology, 2012.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۶۴-۵۱

کنترل بهینه دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری با استفاده از سری مودال توسعه یافته و استراتژی برنامه‌ریزی خطی

احسان محمّد زاده[۱]، ناصر پریز[۲]، سیدکمال حسینی ثانی[۳]، امین جاجرمی[۴]

[۱] دانشجوی دکتری کنترل، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق، دانشگاه فردوسی مشهد، em.zadeh@stu.um.ac.ir

[۲] استاد گروه کنترل، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق، دانشگاه فردوسی مشهد، n-pariz@um.ac.ir

[۳] دانشیار گروه کنترل، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق، دانشگاه فردوسی مشهد، k.hosseini@um.ac.ir

[۴] استادیار گروه کنترل، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق، دانشگاه بجنورد، a.jajarmi@ub.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱۰/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۰۳/۰۹)

چکیده: این مقاله، روش محاسباتی کارآمدی را جهت حل مساله کنترل بهینه دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری بر پایه ترکیب روش سری مودال و استراتژی برنامه‌ریزی خطی ارایه می‌نماید. مشتق کسری بر اساس مفهوم ریمان- لیوویل و با مرتبه کسری بین صفر و یک در نظر گرفته شده است. معیار عملکردی که شامل هزینه نهایی می‌باشد انتگرال مربعی از حالت و کنترل با افق زمانی محدود در نظرگرفته شده است. در این مقاله هر دو مساله شامل وضعیت نهایی ثابت و آزاد بررسی شده است. در این روش، ابتدا روش سری مودال جهت تبدیل مساله مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی اوّلیه، که از اصل ماکزیمم پونتریاگین به‌دست آمده است، به دنباله‌ای از مسایل مقدار مرزی مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان بسط داده می‌شود. سپس این دنباله از مسایل مقدار مرزی مرتبه کسری خطی با تعریف یک مساله تغییراتی در حساب تغییرات و با استفاده از تکنیک گسسته سازی بر اساس تقریب مرتبه اول مشتقات کسری گرونوالد- لتنیکف و معرفی یک انتقال جدید به دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌شود. آنالیز همگرایی روش پیشنهادی ارایه و جهت حصول کنترل زیر- بهینه، الگوریتم تکراری و سریعی با تلاش محاسباتی اندک معرفی می‌گردد. در نهایت، دو مثال عددی که مبین کارایی روش پیشنهادی است ارایه می‌شود.

کلمات کلیدی: کنترل بهینه مرتبه‌کسری ، سری مودال توسعه‌یافته، مساله مقدار مرزی مرتبه‌کسری غیرخطی، تقریب گرونوالد- لتنیکف، برنامه‌ریزی خطی.

Optimal Control for a Class of Nonlinear Fractional-Order Systems Using an Extended Modal Series Method and Linear Programming Strategy

Ehsan Mohammadzadeh, Naser Pariz, Seyed Kamal Hosseini Sani, Amin Jajarmi

Abstract: This paper presents a novel hybrid technique based on the modal series method and linear programming strategy for solving the optimal control problem of nonlinear fractional-order systems. The fractional derivative is defined in the sense of Riemann-Liouville with order less than one. The performance index includes the terminal cost in addition to the integral quadratic cost functional. Both the fixed and free final states cases have been taken into account. In this approach, first we extend the modal series method in order to convert the original nonlinear fractional-order two point boundary value problem (FTPBVP) derived from the Pontryagin's maximum principle into a sequence of linear time-invariant FTPBVPs. This sequence is then transformed into a sequence of linear programming problems by defining a new variational problem in the calculus of

variations, using a discretization technique based on the first-order Grünwald-Letnikov approximation and introducing a new transformation. The convergence analysis of the proposed approach is also provided. To achieve an accurate suboptimal control, we apply a fast iterative algorithm with low computational effort. Finally, two numerical examples are included to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: Fractional-order optimal control, Extended modal series, Nonlinear fractional-order two point boundary value problem, Grünwald-Letnikov approximation, Linear programming.

۱- مقدمه

اگرچه کارهای صورت گرفته در زمینهٔ کنترل سیستم‌های مرتبه کسری در دههٔ اخیر رشد فزاینده‌ای داشته امّا در حوزه کنترل بهینه سیستم‌های مرتبه کسری کارهای محدودی انجام شده است. با این وجود با استفاده از حساب تغییرات کسری، لاگرانژین و معادله اولر-لاگرانژ برای یک سیستم مرتبه کسری توسط ریوو توسعه داده شد[۱]. کلایمک [۲] قوانین محافظه کارانه‌ای برای معادلات دیفرانسیل کسری خطی با ضرایب متغیر استخراج نمود. در مرجع [۳] جهت به‌دست آوردن تعمیم کسری از معادله جینزبرگ-لانداو[1] برای محیط‌های فرکتال از معادله اولر-لاگرانژ استفاده شده است. در مرجع [۴] یک هامیلتونین جهت سیستم دینامیکی کسری ساخته شد که با تبدیل هامیلتونین به معادله شرودینگر حل شده است. استفاده از معادله اولر-لاگرانژ کسری جهت مدل کردن لاگرانژین کسری با سرعت‌های خطی توسط بالیآنو و همکارانش [۵]، فرمول‌بندی هامیلتونین کسری سیستم‌های با سرعت خطی [۶]، معادلات هامیلتونین جهت مسایل تغییراتی کسری [۷و۸] و فرمول‌بندی هامیلتونین کسری برای مسایل تغییراتی کسری در [۹] صورت پذیرفته است. در مرجع [۱۰] با بسط حساب تغییرات جهت مشتق کسری، معادلات اولر-لاگرانژ برای مسایل تغییراتی کسری توسعه داده شده است. برای نخستین بار، اگراوال با استفاده از حساب تغییرات کسری و تکنیک ضرب کننده لاگرانژ، فرمولبندی مسایل کنترل بهینه کسری را بر حسب مفهوم ریمان-لیوویل[2] ارایه نمود که پیاده سازی شرایط لازم بهینگی در نهایت منجر به مسالهٔ مقدار مرزی مرتبه کسری[3] گشت[۱۱]. اما از آنجایی که مساله مقدار مرزی به‌دست آمده هم به مشتق راست متغیرحالت سیستم و هم به مشتق چپ متغیر کمک- حالت[4] سیستم وابسته می‌باشد به‌دست آوردن پاسخ تحلیلی مساله حتی برای سیستم‌های مرتبه کسری خطی نیز بسیار مشکل می‌باشد. بنابراین روش‌های عددی جهت حصول نتیجه، توسعه یافته‌اند. در مرجع [۱۲]، جهت محاسبه پاسخ مساله کنترل بهینه کسری که بر اساس مشتق کسری برحسب مفهوم کاپوتو[5] فرموله شده بود، معادلات انتگرال والترا[6] جایگزین معادلات دیفرانسیل منتجه شد و برای محاسبهٔ پاسخ معادلات جبری حاصله، از حل کنندهٔ خطی استفاده شد. اگراوال و همکارانش [۱۳ و ۱۴] مساله کنترل بهینه کسری بر حسب مشتق کسری ریمان- لیوویل را تعریف نمودند و معادلات منتجه با استفاده از تقریب گرونوالد-لتنیکف[7] و روش عددی به‌صورت مستقیم حل شده است. استفاده از تعریف گرونوالد-لتنیکف اصلاح شده توسط بالیآنو و همکارانش [۱۵] منجر به روش عددی تفاضل مرکزی جهت محاسبه پاسخ مساله کنترل بهینه کسری با دقت بیشتر شده است. در [۱۶]، نویسندگان جهت محاسبه پاسخ تقریبی مسایل کنترل بهینه کسری با استفاده از RIOTS_95 از تقریب اوستالوپ[8] که تقریب کسری از اپراتورهای دیفرانسیل‌گیری کسری است بهره جستند. در مرجع [۱۷] جهت توسعه شرایط بهینگی و روش حل مساله کنترل بهینه کسری، فرمول انبساطی[9] برای مشتق کسری استفاده شده است. فرمولبندی مساله کنترل بهینه کسری به همراه روش حل آن بر پایه شبه فضای حالتی در مرجع [۱۸] نمایش داده شده است. نویسندگان مرجع [۱۹] مساله کنترل بهینه کسری را برای دسته‌ای از سیستم های زنجیره ای[10] برحسب مشتق کسری کاپوتو فرمولبندی نموده و سپس جهت حل مساله، روش تکراری عددی را توسعه دادند. فریدریکو و تورس [۲۰] قضیه نئودر[11] را به‌صورت عام در کنترل بهینه کسری بر حسب مفهوم کاپوتو فرموله کرده و قوانینی را در مسایل کنترل بهینه کسری مطالعه نمودند. لطفی و همکارانش [۲۱] برای حل دسته‌ای از مسایل کنترل بهینه کسری از طریق پایه‌های متعامد لژاندر، روش مستقیم عددی را نمایش دادند. در [۲۲] فرمولبندی و روش حلی برای مساله کنترل بهینه کسری با فرض آزاد بودن زمان نهایی نشان داده شده است. نویسندگان مقاله، شرایط لازم جهت بهینگی و شرط سنجش را با استفاده از تکنیک ضرب کننده لاگرانژ به‌دست آورده و از روشی مشابه روش پرتاب[12] جهت حل شرایط بهینگی استفاده نموده‌اند. اخیراً نویسندگان [۲۳] جهت حل دسته-ای از مسایل کنترل بهینه کسری به‌صورت غیرمستقیم، با استفاده از روش

[1] Ginzburg-Landau
[2] Riemann-Liouville
[3] Fractional two point boundary value problem
[4] Co-state
[5] Caputo
[6] Volterra-type
[7] Grünwald-Letnikov
[8] Oustaloup's approximation
[9] Expansion formula
[10] Continuum
[11] Neother-type
[12] Shooting method

کولوکیشن[1] سری بسل کوتاه شده را به‌کار برده‌اند. از جمله کارهای اخیر، آلمیدا و تورس[۲۴] روش پاسخی را نمایش دادند که مساله کنترل بهینه کسری اصلی با مساله کنترل بهینه‌ای که فقط شامل مشتقات مرتبه صحیح می‌باشد تقریب زده شده است. سپس با به‌کارگیری روش تفاضل محدود[2]، مساله گسسته شده و در نهایت به‌صورت عددی حل می‌شود.

همانطور که بیان شد به‌کارگیری شرایط لازم بهینگی جهت حل مسالهٔ کنترل بهینه کسری، منجر به یک مسالهٔ مقدار مرزی مرتبه کسری می‌گردد. این مساله در حالت کلی غیرخطی بوده و وابسته به مشتقات کسری راست و چپ می‌باشد. بنابراین حل این مساله در بسیاری از حالات بسیار مشکل و حتی گاهی غیرممکن است. لازم به ذکر است بیشتر کارهای انجام شده در مقالات موجود، فقط مسایل کنترل بهینه سیستم های مرتبه کسری عمدتاً خطی و با وضعیت نهایی آزاد را در نظرگرفته‌اند. امّا در مقاله جاری روش نوینی جهت محاسبهٔ پاسخ مسایل کنترل بهینه برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری شامل چندین متغیر حالت و کنترل ارائه می‌شود. همچنین معیار عملکردی علاوه بر انتگرال تابعی هزینه، شامل هزینه نهایی نیز می‌باشد. با فرض ثابت بودن زمان نهایی، هر دو حالت وضعیت نهایی ثابت و آزاد در نظر گرفته شده است.

هدف این مقاله، ارایه تکنیکی کارآمد و با قابلیت محاسباتی بالا بر اساس روش سری مودال جهت حل دسته‌ای از مسایل کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری می‌باشد. جزءکلیدی در روش سری مودال، بسط پاسخ یک سیستم غیرخطی به‌صورت سری بوده که در حوزه آنالیز سیستم‌های غیرخطی توسعه داده شده است [۲۵-۲۸]. سری مودال در واقع بسط مک‌لورن پاسخ معادله دیفرانسیل غیرخطی حول شرایط اولیه است و لذا نسبت به پاسخ مدل خطی که تنها از دو جمله اول بسط مک لورن استفاده می‌شود دقیق‌تر است. همچنین در این روش، پاسخ سیستم غیرخطی نامتغیر با زمان بر اساس مودهای سیستم خطی شده ومودهای تداخلی سیستم به‌دست می‌آید. از آنجایی‌که مودهای تداخلی سیستم بر اساس ترکیبی از مودهای اصلی و خطی شده سیستم بوده و این مودها مفهوم مقادیر ویژه را برای سیستم دارند لذا پاسخ سیستم به فرم سری مودال منجر به درک فیزیکی بهتری از رفتار سیستم غیرخطی می‌شود. روش سری مودال وابسته به وجود پارامترهای فیزیکی کوچک یا بزرگ در مدل سیستم نبوده و پاسخ به‌صورت یکنواخت به پاسخ دقیق مساله همگرا می‌شود. اخیراً نویسندگان روش سری مودال را برای کنترل بهینه و همچنین کنترل مدل پیش بین جهت سیستم‌های غیرخطی با مشتقات مرتبه صحیح توسعه داده‌اند [۲۹-۳۰]. در این مقاله روش سری مودال جهت حل مسایل کنترل بهینه سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری توسعه داده شده است که منجر به محاسبه پاسخ به فرم سری با همگرایی یکنواخت می‌شود. در توسعه صورت گرفته، مساله مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی، که از اصل ماکزیمم پونتریاگین به‌دست آمده، به دنباله‌ای از مسایل مقدار مرزی مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان تبدیل می‌شود. سپس با تعریف یک مساله تغییراتی در حساب تغییرات و استفاده از روش گسسته‌سازی بر پایه تقریب مرتبه اوّل گرونوالد-لتنیکف و معرفی یک انتقال جدید، دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی را برای مساله کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری به‌دست می‌آوریم. این ویژگی مهمترین مزیت روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های ارایه شده در مراجع[۱۳-۱۵] می‌باشد. زیرا روش‌های ذکر شده برای حل مساله کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری نیاز به حل یک دستگاه معادلات جبری غیرخطی دارند. در حالی که روش پیشنهادی برای حل مساله غیرخطی فوق، تنها نیاز به حل دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی دارد. در این مقاله، آنالیز همگرایی روش پیشنهادی نیز ارایه شده و در نهایت جهت نشان دادن کارایی روش، مثال‌هایی به‌صورت عددی حل و نتایج شبیه‌سازی با نتایج موجود در مقالات مشابه مقایسه شده است.

ادامهٔ مقاله حاضر به‌صورت زیر سازمان دهی شده است. بخش ۲، به‌صورت مختصر تعاریف پایه‌ای از مشتقات کسری را بیان می‌کند. بخش ۳، صورت مساله کنترل بهینه کسری را توصیف می‌کند. پیشنهاد استراتژی طراحی کنترل بهینه برای کلاسی از مسایل کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری از طریق ترکیب روش سری مودال توسعه یافته و استراتژی برنامه‌ریزی خطی، در بخش ۴ بیان شده است. همچنین در این بخش آنالیز همگرایی و الگوریتم تکراری سریع حل مساله ارایه شده است. کارایی روش پیشنهادی با حل دو مثال عددی در بخش ۵ نشان داده شده و در نهایت، نتایج پژوهش در بخش انتهایی ارایه می‌گردد.

۲- تعاریف

تعاریف گوناگونی از مشتقات کسری پیشنهاد شده است. این تعاریف شامل مشتقات کسری ریمان-لیوویل، کاپوتو، گرونوالد-لتنیکف، ویل[3]، مارچاود[4] و ریس[5] می‌باشد. در این بخش با توجه به کاربرد در این مقاله، تعاریف مشتقات کسری چپ و راست بر حسب ریمان-لیوویل، کاپوتو و گرونوالد-لتنیکف ارایه می‌گردد.

فرض کنید $x(t):[a,b]\longrightarrow\mathbb{R}$ تابع وابسته به زمان باشد. مشتقات کسری چپ و راست $x(t)$ بر حسب مفاهیم ریمان-لیوویل، کاپوتو و گرونوالد-لتنیکف به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۳۱-۳۲]:

مشتق کسری ریمان-لیوویل چپ[6]

$$ {}_aD_t^{\alpha}x(t)=\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\left(\frac{d}{dt}\right)^n\int_a^t\frac{x(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}, \qquad (۱) $$

مشتق کسری ریمان-لیوویل راست[7]

[1] Collocation method
[2] Finite difference

[3] Weyl
[4] Marchaud
[5] Riesz
[6] The left Riemann-Liouville fractional derivative (LRLFD)
[7] The right Riemann-Liouville fractional derivative (RRLFD)

$$ {}_tD_b^\alpha x(t) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha)}\left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_t^b \frac{x(\tau)d\tau}{(\tau-t)^{\alpha-n+1}}, \quad (۲)$$

مشتق کسری کاپوتو چپ[1]

$$ {}_a^CD_t^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\int_a^t \frac{d^n x(\tau)/d\tau^n}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}d\tau, \quad (۳)$$

مشتق کسری کاپوتو راست[2]

$$ {}_t^CD_b^\alpha x(t) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha)}\int_t^b \frac{d^n x(\tau)/d\tau^n}{(\tau-t)^{\alpha-n+1}}d\tau, \quad (۴)$$

مشتق کسری گرونوالد-لتنیکف چپ[3]

$$ {}_a^{GL}D_t^\alpha x(t) = \lim_{h\to 0}\frac{1}{h^\alpha}\sum_{k=0}^{\left[\frac{t-a}{h}\right]} w_k^\alpha x(t-kh), \quad (۵)$$

مشتق کسری گرونوالد-لتنیکف راست[4]

$$ {}_t^{GL}D_b^\alpha x(t) = \lim_{h\to 0}\frac{1}{h^\alpha}\sum_{k=0}^{\left[\frac{b-t}{h}\right]} w_k^\alpha x(t+kh), \quad (۶)$$

که $n-1<\alpha<n$ مرتبه مشتق‌گیری و n نیز عددی صحیح است. همچنین $\left[\frac{t-a}{h}\right]$ و $\left[\frac{b-t}{h}\right]$ اعداد صحیح مثبت، ضریب $w_k^\alpha = \frac{\Gamma(k-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(k+1)}$ و Γ مبین تابع گاما می‌باشد. ضریب w_k^α را نیز می‌توان به‌صورت بازگشتی بر اساس رابطه زیر محاسبه نمود:

$$ w_0^\alpha = 1, \quad w_k^\alpha = \left(1-\frac{\alpha+1}{k}\right)w_{k-1}^\alpha, \quad k = 1,2,\cdots. \quad (۷)$$

از جمله روابط مفید که بین مشتقات ریمان- لیوویل و کاپوتو وجود دارد می‌توان به روابط زیر اشاره نمود [۳۳]:

$$ {}_a^CD_t^\alpha x(t) = {}_aD_t^\alpha x(t) - \sum_{k=0}^{n-1}\frac{(t-a)^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)}x^{(k)}(a), \quad (۸)$$

$$ {}_t^CD_b^\alpha x(t) = {}_tD_b^\alpha x(t) - \sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-1)^k(b-t)^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)}x^{(k)}(b). \quad (۹)$$

۳- مساله کنترل بهینه مرتبه کسری

در این بخش، کلاسی از مسایل کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری به‌صورت زیر فرموله‌بندی شده است. سیستم غیرخطی مرتبه کسری توصیف شده زیر را در نظر بگیرید:

$$ \begin{cases} {}_{t_0}D_t^\alpha x(t) = F(x(t)) + G(x(t))u(t), \\ x(t_0) = x_0, \qquad t\in[t_0,t_f]. \end{cases} \quad (۱۰)$$

که $x(t)\in\mathbb{R}^n$ و $u(t)\in\mathbb{R}^m$ به‌ترتیب بردارهای حالت و کنترل هستند، پارامتر x_0 مبین شرط اولیه، t_0 زمان اولیه و t_f زمان نهایی معلوم می‌باشند، $F:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ تابع برداری غیرخطی و تحلیلی به قسمی که $F(0)=0$ و $G:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^{n\times m}$ نیز نگاشت غیرخطی تحلیلی فرض می‌شوند. هدف نهایی، یافتن قانون کنترل بهینهٔ $u^*(t)$ است بطوریکه تابعی هزینه مربعی و افق محدود زیر را برای سیستم غیرخطی مرتبه کسری (۱۰) حداقل نماید:

$$ J = \frac{1}{2}x^T(t_f)Sx(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}[x^T(t)Qx(t)+u^T(t)Ru(t)]\,dt, \quad (۱۱)$$

که در آن $S\in\mathbb{R}^{n\times n}$ و $Q\in\mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس‌های نیمه معین مثبت و $R\in\mathbb{R}^{m\times m}$ ماتریس معین مثبت می‌باشند. قابل ذکر اینکه زمانیکه $\alpha=1$ باشد، مساله (۱۰) و (۱۱) به مساله کنترل بهینه کلاسیک تقلیل می‌یابد. بعلاوه برای سادگی $0<\alpha<1$ در نظر گرفته می‌شود. این فرض به‌عنوان محدودیت روش نبوده و مشتق کسری می‌تواند از هر مرتبه‌ای باشد.

بر اساس اصل حداقل‌یابی پونتریاگین، شرایط لازم بهینگی جهت مسالهٔ کنترل بهینه مرتبه کسری (۱۰) و (۱۱) توسط رابطه (۱۲) بیان می‌شود [۳۴]:

$$ \begin{cases} {}_{t_0}D_t^\alpha x(t) = F(x(t)) - G(x(t))R^{-1}G^T(x(t))\lambda(t), t\in[t_0,t_f], \\ {}_t^CD_{t_f}^\alpha \lambda(t) = \left(\frac{\partial F(x(t))}{\partial x(t)}\right)^T\lambda(t) + Qx(t) - H(x(t),\lambda(t)), t\in[t_0,t_f], \end{cases} \quad (۱۲)$$

که تابع $H(x(t),\lambda(t))$ به‌صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$ H(x(t),\lambda(t)) \triangleq \begin{bmatrix} \lambda^T(t)\frac{\partial G(x(t))}{\partial x_1(t)}R^{-1}G^T(x(t))\lambda(t) \\ \vdots \\ \lambda^T(t)\frac{\partial G(x(t))}{\partial x_n(t)}R^{-1}G^T(x(t))\lambda(t) \end{bmatrix}, \quad (۱۳)$$

$\lambda(t)\in\mathbb{R}^n$ بردار کمک- حالت بوده و $x_i(t)$ نیز i-امین عنصر بردار حالت $x(t)$ می‌باشد. همچنین قانون کنترل بهینه توسط رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$ u^*(t) = -R^{-1}G^T(x(t))\lambda(t), \qquad t\in[t_0,t_f]. \quad (۱۴)$$

مساله (۱۲) معادلات اولر-لاگرانژ جهت مساله کنترل بهینه مرتبه کسری را نشان می‌دهد که بسیار مشابه معادلات اولر-لاگرانژ در مساله کنترل بهینه کلاسیک بوده، با این تفاوت که معادلات به‌دست آمده در حالت مرتبه کسری در برگیرنده مشتقات کسری راست و چپ می‌باشند. بنابراین پاسخ مساله کنترل بهینه مرتبه کسری به اطلاعات مشتقات پیش‌رو و پس‌رو نیازمند است. مساله کنترل بهینه مرتبه کسری را در دو حالت وضعیت نهایی ثابت و آزاد در نظر بگیرید. در حالت وضعیت نهایی آزاد شرایط مرزی مساله به‌صورت زیر می‌باشند:

$$ x(t_0) = x_0, \qquad \lambda(t_f) = Sx(t_f). \quad (۱۵)$$

برای مساله کنترل بهینه مرتبه کسری با وضعیت نهایی ثابت، ترم هزینه نهایی $\frac{1}{2}x^T(t_f)Sx(t_f)$ در معیار عملکردی (۱۱) در نظر

[1] The left Caputo fractional derivative (LCFD)
[2] The right Caputo fractional derivative (RCFD)
[3] The left Grünwald-Letnikov fractional derivative (LGLFD)
[4] The right Grünwald-Letnikov fractional derivative (RGLFD)

گرفته نمی‌شود. چون این ترم ثابت بوده و در حداقل سازی مساله تاثیری ندارد. بنابراین شرایط مرزی مساله (۱۲) به‌صورت (۱۶) می‌باشند:

$$x(t_0) = x_0, \qquad x(t_f) = x_f. \tag{۱۶}$$

در این رابطه $x_f \epsilon \mathbb{R}^n$ بردار وضعیت نهایی معلومی است. برای جزئیات استخراج معادلات (۱۲) الی (۱۶) می توان به مرجع [۳۴] مراجعه نمود. قابل توجه اینکه مساله (۱۲) با شرایط مرزی (۱۵) یا (۱۶) یک مساله مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی می‌باشد. این مساله برای $\alpha = 1$ بطور وسیعی مطالعه شده است و روش‌های حل این مساله نیز در مقالات معتبر ارائه شده‌اند [۳۵]. امّا زمانیکه $0 < \alpha < 1$ باشد مشتقات کسری چپ و راست در شرایط بهینگی ظاهر می‌شوند و به همین علت این مساله نمی‌تواند به‌صورت تحلیلی و یا حتی به‌صورت عددی، مگر در حالات خاصی، حل گردد. برای غلبه بر این مشکل، روش سری مودال توسعه یافته در بخش بعد ارایه می گردد.

۴- روش سری مودال توسعه یافته

در این بخش، روش سری مودال را به منظور حل مساله مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی (۱۲) با شرایط مرزی (۱۵)یا (۱۶) توسعه می‌دهیم. سپس همگرایی روش پیشنهادی را اثبات می‌کنیم. بدون از دست دادن عمومیت مساله، مساله کنترل بهینه کسری را با وضعیت نهایی ثابت در نظر می‌گیریم. نتایج حاصل از این بخش با جایگزینی شرط مرزی $x(t_f) = x_f$ با شرط $\lambda(t_f) = Sx(t_f)$ برای حالت وضعیت نهایی آزاد قابل استفاده می‌باشند. جهت سادگی در بحث، توابع $\Psi(x(t),\lambda(t))$ و $\bar{\Psi}(x(t),\lambda(t))$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Psi(.,.): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \\ \Psi(x(t),\lambda(t)) \triangleq F(x(t)) \\ \qquad -G(x(t))R^{-1}G^T(x(t))\lambda(t), \end{cases} \tag{۱۷}$$

$$\begin{cases} \bar{\Psi}(.,.): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \\ \bar{\Psi}(x(t),\lambda(t)) \triangleq \left(\dfrac{\partial F(x(t))}{\partial x(t)}\right)^T \lambda(t) \\ \qquad +Qx(t) - H(x(t),\lambda(t)). \end{cases} \tag{۱۸}$$

بنابراین مساله (۱۲) با شرایط مرزی (۱۶) به‌صورت فشرده توسط رابطهٔ (۱۹) قابل بازنویسی است:

$$\begin{cases} {}_{t_0}D_t^{\alpha} x(t) = \Psi(x(t),\lambda(t)), t\epsilon[t_0,t_f], \\ {}_t^C D_{t_f}^{\alpha} \lambda(t) = \bar{\Psi}(x(t),\lambda(t)), t\epsilon[t_0,t_f], \\ x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f. \end{cases} \tag{۱۹}$$

مساله (۱۹) یک مساله مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی است که در حالت کلی به راحتی قابل حل نمی‌باشد. برای حل این مشکل توابع $\Psi(x(t),\lambda(t))$ و $\bar{\Psi}(x(t),\lambda(t))$ را حول نقطه کاری $(x,\lambda) = (0,0)$ بسط سری تیلور می‌دهیم که منجر به روابط زیر می‌شود:

$$\begin{cases} {}_{t_0}D_t^{\alpha} x(t) = A_{10}x(t) + A_{01}\lambda(t) \\ + \dfrac{1}{2!}x^T(t)H_{20}x(t) + x^T(t)H_{11}\lambda(t) \\ \qquad + \dfrac{1}{2!}\lambda^T(t)H_{02}\lambda(t) + \cdots, \\ {}_t^C D_{t_f}^{\alpha} \lambda(t) = \bar{A}_{10}x(t) + \bar{A}_{01}\lambda(t) \\ + \dfrac{1}{2!}x^T(t)\bar{H}_{20}x(t) + x^T(t)\bar{H}_{11}\lambda(t) \\ \qquad + \dfrac{1}{2!}\lambda^T(t)\bar{H}_{02}\lambda(t) + \cdots. \end{cases} \tag{۲۰}$$

ضرایب در رابطه (۲۰) به‌صورت زیر هستند:

A_{10} و A_{01} به‌ترتیب گرادیان $\Psi(x(t),\lambda(t))$ نسبت به x و λ در $(x,\lambda) = (0,0)$، $\bar{A}_{10}$ و $\bar{A}_{01}$ به‌ترتیب گرادیان $\bar{\Psi}(x(t),\lambda(t))$ نسبت به x و λ در $(0,0)$، H_{20}، H_{11} و H_{02} به‌ترتیب هسیان[1] $\Psi(x(t),\lambda(t))$ نسبت به (x,x)، (x,λ) و (λ,λ) در $(0,0)$ و $\bar{H}_{20}$، $\bar{H}_{11}$ و $\bar{H}_{02}$ به‌ترتیب هسیان $\bar{\Psi}(x(t),\lambda(t))$ نسبت به (x,x)، (x,λ) و (λ,λ) در $(0,0)$ می باشند. پاسخ مساله مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی (۱۹) با شرایط مرزی $x_b = (x_0, x_f)$ و برای تمام زمان‌های $t\epsilon[t_0,t_f]$ را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{cases} x(t) = \Lambda(x_b,t), \\ \lambda(t) = \bar{\Lambda}(x_b,t), \end{cases} \tag{۲۱}$$

که در آن $\Lambda(.,.): \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ و $\bar{\Lambda}(.,.): \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ توابع برداری غیرخطی و تحلیلی نسبت به شرایط مرزی x_b می‌باشند. زیرا توابع $\Psi(.,.)$ و $\bar{\Psi}(.,.)$ در معادلات (۱۷) و (۱۸) توابعی تحلیلی فرض شده اند [۳۶]. همچنین به‌سادگی می توان نشان داد که برای تمام زمان‌های $\Lambda(0,t) = \bar{\Lambda}(0,t) = 0, t\epsilon[t_0,t_f]$. بنابراین بسط مک لورن Λ و $\bar{\Lambda}$ حول x_b به فرم زیر است:

$$\begin{aligned} x(t) &= \underbrace{\Lambda(x_b,t)\,\big|_{x_b=0}}_{0} + \underbrace{\frac{\partial \Lambda(x_b,t)}{\partial x_b}\,\Big|_{x_b=0}\, x_b}_{g_1(t)} \\ &+ \underbrace{x_b^T\left(\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 \Lambda(x_b,t)}{\partial x_b^2}\,\Big|_{x_b=0}\right)x_b}_{g_2(t)} + \cdots, \end{aligned} \tag{۲۲}$$

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \underbrace{\bar{\Lambda}(x_b,t)\,\big|_{x_b=0}}_{0} + \underbrace{\frac{\partial \bar{\Lambda}(x_b,t)}{\partial x_b}\,\Big|_{x_b=0}\, x_b}_{\bar{g}_1(t)} \\ &+ \underbrace{x_b^T\left(\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 \bar{\Lambda}(x_b,t)}{\partial x_b^2}\,\Big|_{x_b=0}\right)x_b}_{\bar{g}_2(t)} + \cdots, \end{aligned} \tag{۲۳}$$

از آنجایی که بردارهای Λ و $\bar{\Lambda}$ نسبت به x_b تحلیلی می‌باشند بنابراین وجود و همگرایی یکنواخت سری‌های (۲۲) و (۲۳) تضمین شده است. حال شرایط مرزی را به‌صورت εx_b انتخاب می‌کنیم، یعنی $x(t_0) = \varepsilon x_0$ و $x(t_f) = \varepsilon x_f$، که ε پارامتر اسکالر دلخواهی بوده

[1] Hessian

و این پارامتر فقط محاسبات را ساده‌تر می‌کند. بنابراین، معادلات (۲۲) و (۲۳) را مجدداً می‌توان به‌صورت روابط (۲۴) و (۲۵) نوشت:

$$x(t) = \Lambda(\varepsilon x_b, t) = \varepsilon g_1(t) + \varepsilon^2 g_2(t) + \cdots, \tag{۲۴}$$

$$\lambda(t) = \bar{\Lambda}(\varepsilon x_b, t) = \varepsilon \bar{g}_1(t) + \varepsilon^2 \bar{g}_2(t) + \cdots. \tag{۲۵}$$

با جایگذاری $x(t)$ و $\lambda(t)$ از معادلات (۲۴) و (۲۵) در رابطه (۲۰) و سپس مرتب کردن جملات بر مبنای توان‌های ε داریم:

$$\begin{cases} \varepsilon\, {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_1(t) + \varepsilon^2\, {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_2(t) + \cdots = \\ \varepsilon(A_{10} g_1(t) + A_{01}\bar{g}_1(t)) \\ \quad + \varepsilon^2 \begin{pmatrix} A_{10} g_2(t) + A_{01}\bar{g}_2(t) \\ + \frac{1}{2!} g_1^T(t) H_{20} g_1(t) \\ + g_1^T(t) H_{11} \bar{g}_1(t) \\ + \frac{1}{2!} \bar{g}_1^T(t) H_{02} \bar{g}_1(t) \end{pmatrix} + \cdots, \\ \varepsilon\, {}_t^C D_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_1(t) + \varepsilon^2\, {}_t^C D_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_2(t) + \cdots = \\ \varepsilon(\bar{A}_{10} g_1(t) + \bar{A}_{01}\bar{g}_1(t)) \\ \quad + \varepsilon^2 \begin{pmatrix} \bar{A}_{10} g_2(t) + \bar{A}_{01}\bar{g}_2(t) \\ + \frac{1}{2!} g_1^T(t) \bar{H}_{20} g_1(t) \\ + g_1^T(t) \bar{H}_{11} \bar{g}_1(t) \\ + \frac{1}{2!} \bar{g}_1^T(t) \bar{H}_{02} \bar{g}_1(t) \end{pmatrix} + \cdots. \end{cases} \tag{۲۶}$$

با برابر قرار دادن جملات مشابه با توان‌های یکسان از ε در طرفین رابطه فوق می‌توان نوشت:

$$\varepsilon: \begin{cases} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_1(t) = A_{10} g_1(t) + A_{01}\bar{g}_1(t), \\ {}_t^C D_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_1(t) = \bar{A}_{10} g_1(t) + \bar{A}_{01}\bar{g}_1(t), \end{cases} \tag{۲۷}$$

$$\varepsilon^2: \begin{cases} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_2(t) = A_{10} g_2(t) \\ + A_{01}\bar{g}_2(t) + \frac{1}{2!} g_1^T(t) \mathrm{H}_{20} g_1(t) \\ \quad + g_1^T(t) \mathrm{H}_{11} \bar{g}_1(t) \\ \quad + \frac{1}{2!} \bar{g}_1^T(t) \mathrm{H}_{02} \bar{g}_1(t), \\ {}_t^C D_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_2(t) = \bar{A}_{10} g_2(t) \\ + \bar{A}_{01}\bar{g}_2(t) + \frac{1}{2!} g_1^T(t) \bar{\mathrm{H}}_{20} g_1(t) \\ \quad + g_1^T(t) \bar{\mathrm{H}}_{11} \bar{g}_1(t) \\ \quad + \frac{1}{2!} \bar{g}_1^T(t) \bar{\mathrm{H}}_{02} \bar{g}_1(t), \end{cases} \tag{۲۸}$$

و برای $i = 3,4, \ldots$ داریم:

$$\varepsilon^i: \begin{cases} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t) = A_{10} g_i(t) + A_{01}\bar{g}_i(t) \\ \quad + Z_i \begin{pmatrix} g_1(t), \ldots, g_{i-1}(t), \\ \bar{g}_1(t), \ldots, \bar{g}_{i-1}(t) \end{pmatrix}, \\ {}_t^C D_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t) = \bar{A}_{10} g_i(t) + \bar{A}_{01}\bar{g}_i(t) \\ \quad + \bar{Z}_i \begin{pmatrix} g_1(t), \ldots, g_{i-1}(t), \\ \bar{g}_1(t), \ldots, \bar{g}_{i-1}(t) \end{pmatrix}, \end{cases} \tag{۲۹}$$

که عبارات غیرهمگن Z_i و $\bar{Z}_i$ در i-امین گام، با برابر قرار دادن ضرایب ε^i در معادله (۲۶) به‌دست می‌آید. نکته قابل توجه اینکه معادله (۲۷) یک دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان همگن می‌باشد. با حل معادله (۲۷)، $g_1(t)$ و $\bar{g}_1(t)$ قابل دستیابی هستند. فرض کنید در گام اول، $g_1(t)$ و $\bar{g}_1(t)$ با حل معادله (۲۷) به‌دست آمده‌اند. آنگاه $g_2(t)$ و $\bar{g}_2(t)$ در گام دوم با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان غیر همگن (۲۸) قابل دستیابی هستند که عبارات غیرهمگن آن با استفاده از پاسخ دستگاه (۲۷) محاسبه می‌شوند. با ادامهٔ این روند، در گام i-ام، $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$ به ازای $i \geq 3$ تنها با حل یک دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان غیر همگن به‌دست می‌آیند. علاوه بر این، در هر گام جملات غیرهمگن با استفاده از اطلاعات به‌دست آمده درگامهای قبلی محاسبه می‌شوند. بنابراین، دنبالهٔ مذکور طی یک فرآیند بازگشتی قابل حل می‌باشد. لذا تکنیک پیشنهادی بر پیچیدگی محاسبات که به‌واسطه غیرخطی بودن مساله، ایجاد شده غلبه می‌کند. برای تعیین شرایط مرزی دنبالهٔ فوق الذکر، در معادلهٔ (۲۴)، $t = t_0$ و $t = t_f$ را قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} \varepsilon x_0 = x(t_0) = \Lambda(\varepsilon x_b, t_0) \\ \qquad = \varepsilon g_1(t_0) + \varepsilon^2 g_2(t_0) + \cdots, \\ \varepsilon x_f = x(t_f) = \Lambda(\varepsilon x_b, t_f) \\ \qquad = \varepsilon g_1(t_f) + \varepsilon^2 g_2(t_f) + \cdots. \end{cases} \tag{۳۰}$$

با برابر قرار دادن جملات مشابه با توان‌های یکسان از ε در طرفین رابطهٔ (۳۰) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} g_1(t_0) = x_0, \\ g_1(t_f) = x_f, \end{cases} \text{و} \begin{cases} g_i(t_0) = 0, \\ g_i(t_f) = 0, \end{cases} \quad i \geq 2. \tag{۳۱}$$

بر اساس مطالب بیان شده فوق، قضیهٔ زیر را بیان می‌کنیم:

قضیهٔ ۱: پاسخ عددی مسالهٔ مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی (۱۹) به‌صورت $x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i(t)$ و $\lambda(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{g}_i(t)$ بیان می‌شود که $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$ به ازای تمام محدودهٔ زمانی $t \epsilon [t_0, t_f]$ توسط حل بازگشتی تنها دنباله‌ای از مسایل مقدار مرزی مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان (۲۷) الی (۲۹) با شرایط مرزی (۳۱) به‌دست می‌آیند.

با دنبال کردن فرآیند بازگشتی بیان شده توسط قضیهٔ ۱، کنترل بهینهٔ $u^*(t)$ و مسیر حالت مربوطه به‌صورت زیر فرموله می‌شوند:

$$u^*(t) = -R^{-1} G^T \left(\sum_{i=1}^{\infty} g_i(t) \right) \left(\sum_{i=1}^{\infty} \bar{g}_i(t) \right), \quad t \epsilon [t_0, t_f], \tag{۳۲}$$

$$x^*(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i(t), \qquad t \epsilon [t_0, t_f], \tag{۳۳}$$

که $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$ به ازای $i \geq 1$ به‌صورت بازگشتی مطابق قضیهٔ ۱ به‌دست می‌آیند.

قضیه زیر همگرایی یکنواخت سری‌های به‌دست آمده در (۳۲) و (۳۳) به پاسخ بهینه مسالهٔ کنترل بهینهٔ غیرخطی مرتبه کسری (۱۰) و (۱۱) را نشان می‌دهد.

قضیهٔ ۲: (آنالیز همگرایی) فرض کنید دنباله های $\{x_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$، $\{\lambda_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ و $\{u_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ به‌صورت زیر تعریف شده باشند:

$$\begin{cases} x_k(t) \triangleq \sum_{i=1}^{k} g_i(t), \\ \lambda_k(t) \triangleq \sum_{i=1}^{k} \bar{g}_i(t), \\ u_k(t) \triangleq -R^{-1}G^T(x_k(t))\lambda_k(t). \end{cases} \quad (۳۴)$$

آنگاه دنباله‌های $\{x_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ و $\{u_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ بطور یکنواخت به‌ترتیب به $x^*(t)$ و $u^*(t)$ همگرا می‌شوند که $x^*(t)$ و $u^*(t)$ پاسخ بهینهٔ مسالهٔ کنترل بهینهٔ غیرخطی مرتبه کسری (۱۰) و (۱۱) می‌باشند.

اثبات: این قضیه در مرجع [۲۹] اثبات شده است.

توجه ۱: برای مساله کنترل بهینه کسری با وضعیت نهایی آزاد، روش سری مودال مشابه وضعیت نهایی ثابت قابل استفاده می‌باشد، با این تفاوت که شرایط مرزی (۳۱) به شرایط (۳۵) تغییر می‌کند:

$$\begin{cases} g_1(t_0) = x_0, \\ \bar{g}_1(t_f) = Sg_1(t_f), \end{cases} \quad \begin{cases} g_i(t_0) = 0, \\ \bar{g}_i(t_f) = Sg_i(t_f), \end{cases} \quad i \geq 2. \quad (۳۵)$$

۴-۱ فرموله‌بندی برنامه‌ریزی خطی جهت حل معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ کسری خطی نامتغیر با زمان

همانطور که در مباحث بخش قبل مطرح شد پاسخ عددی مسالهٔ مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی (۱۹) بر اساس محاسبه پاسخ بازگشتی تنها دنباله‌ای از مسایل مقدار مرزی مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان به‌دست می‌آید. در این بخش، فرموله‌بندی برنامه‌ریزی خطی را جهت محاسبه پاسخ مساله مقدار مرزی مرتبه کسری خطی نامتغیر با زمان ارایه می‌دهیم. جهت انجام این امر، دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t) = A_{10}g_i(t) + A_{01}\bar{g}_i(t) \\ \qquad +Z_i(t), \\ {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t) = \bar{A}_{10}g_i(t) + \bar{A}_{01}\bar{g}_i(t) \\ \qquad +\bar{Z}_i(t), \end{cases} \quad (۳۶)$$

که A_{10}، A_{01}، $\bar{A}_{10}$ و $\bar{A}_{01}$ ضرایب معلوم از معادله (۲۰) بوده و جملات غیرهمگن $Z_i(t)$ و $\bar{Z}_i(t)$ نیز در معادلهٔ (۲۹) داده شده است. همچنین شرایط مرزی جهت مساله با وضعیت نهایی ثابت، مشابه رابطه (۳۱) در نظر گرفته شده است. توجه اینکه نتایج حاصله در این بخش می‌تواند جهت حل مساله با وضعیت نهایی آزاد همانگونه که در ادامه بیان خواهد شد استفاده شود. توابع G_i و $\bar{G}_i$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} G_i: \mathbb{R}^{3n+1} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \\ G_i\left({}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t), g_i(t), \bar{g}_i(t), t\right) \triangleq \\ \left\| \begin{matrix} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t) - A_{10}g_i(t) \\ -A_{01}\bar{g}_i(t) - Z_i(t) \end{matrix} \right\|_1, \end{cases} \quad (۳۷)$$

$$\begin{cases} \bar{G}_i: \mathbb{R}^{3n+1} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \\ \bar{G}_i\left({}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t), g_i(t), \bar{g}_i(t), t\right) \triangleq \\ \left\| \begin{matrix} {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t) - \bar{A}_{10}g_i(t) \\ -\bar{A}_{01}\bar{g}_i(t) - \bar{Z}_i(t) \end{matrix} \right\|_1, \end{cases} \quad (۳۸)$$

که $\|.\|_1$ نرم L_1 در فضای $\mathbb{R}^n$ می‌باشد. حال مساله تغییراتی زیر را در حساب تغییرات در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} min\,\tilde{J}_i = \int_{t_0}^{t_f} \left(G_i\begin{pmatrix} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t) \\ , g_i(t) \\ , \bar{g}_i(t), t \end{pmatrix} + \bar{G}_i\begin{pmatrix} {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t) \\ , g_i(t) \\ , \bar{g}_i(t), t \end{pmatrix} \right) dt, \\ s.t. \\ g_1(t_0) = x_0, g_1(t_f) = x_f, \\ g_i(t_0) = 0, g_i(t_f) = 0, i \geq 2, \\ g_i(t) \in \mathbb{R}^n, \bar{g}_i(t) \in \mathbb{R}^n, \quad t \in [t_0, t_f]. \end{cases} \quad (۳۹)$$

با توجه به لم ۴-۱، که در ادامه بیان و اثبات می‌کنیم، این مساله معادل با مساله اصلی (۳۶) می‌باشد.

لم ۴-۱: مساله (۳۶) با شرایط مرزی (۳۱) دارای جواب است اگر و تنها اگر مساله تغییراتی (۳۹) دارای پاسخ بهینه با مقدار تابع هدف صفر باشد.

اثبات: بخش "تنها اگر" کاملاً واضح است. جهت بخش "اگر"، فرض کنید $(g_i^*(.), \bar{g}_i^*(.))$ پاسخ بهینه مساله (۳۹) با مقدار تابع هدف متناظر صفر باشد،یعنی

$$\int_{t_0}^{t_f} \left(G_i\left({}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t), g_i(t), \bar{g}_i(t), t\right) + \bar{G}_i\left({}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t), g_i(t), \bar{g}_i(t), t\right) \right) dt = 0.$$

با توجه به اینکه G_i و $\bar{G}_i$ توابع پیوسته حقیقی مقدار نامنفی می‌باشند تقریبا در تمامی بازه زمانی $[t_0, t_f]$ می‌توان نوشت:

$$G_i\left({}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t), g_i(t), \bar{g}_i(t), t\right) = 0 \quad \text{و} \quad \bar{G}_i\left({}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t), g_i(t), \bar{g}_i(t), t\right) = 0.$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i^*(t) = A_{10}g_i^*(t) + A_{01}\bar{g}_i^*(t) \\ \qquad +Z_i^*(t), \\ {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i^*(t) = \bar{A}_{10}g_i^*(t) + \bar{A}_{01}\bar{g}_i^*(t) \\ \qquad +\bar{Z}_i^*(t), \end{cases} \quad (۴۰)$$

و

$$\begin{cases} g_1^*(t_0) = x_0, \\ g_1^*(t_f) = x_f, \end{cases} \text{و} \begin{cases} g_i^*(t_0) = 0, \\ g_i^*(t_f) = 0, \end{cases} \quad i \geq 2, \quad (۴۱)$$

یعنی $(g_i^*(.), \bar{g}_i^*(.))$ پاسخ مساله (۳۶) در بازه زمانی $[t_0, t_f]$ بوده و اثبات کامل است.

برای محاسبه پاسخ مساله تغییراتی (۳۹)، روشی بر پایه گسسته‌سازی را در بخش بعد ارائه می‌دهیم:

۴-۱-۱- گسسته سازی

جهت به‌دست آوردن پاسخ مسالهٔ بهینه‌سازی (۳۹)، بازهٔ زمانی مورد نظر را به N زیر بازهٔ مساوی تقسیم نموده و گره‌ها را به‌صورت $0,1,\dots,N$ نامگذاری می‌کنیم که N عدد مثبت دلخواهی می‌باشد. اندازهٔ هر زیر بازه به‌صورت $h_N = \frac{t_f - t_0}{N}$ محاسبه شده و زمان نیز در گرهٔ j-ام به‌صورت $t_j = t_0 + jh_N$ است. تعریف کنید:

$$\begin{cases} g_{i,j} \triangleq g_i(t_j), & j=0,1,\dots,N,\\ \bar{g}_{i,j} \triangleq \bar{g}_i(t_j), & j=0,1,\dots,N,\\ Z_{i,j} \triangleq Z_i(t_j), & j=0,1,\dots,N,\\ \bar{Z}_{i,j} \triangleq \bar{Z}_i(t_j), & j=0,1,\dots,N,\\ {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_{i,j} \triangleq {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t)\big|_{t=t_j}, & ,j=0,1,\dots,N,\\ {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_{i,j} \triangleq {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t)\big|_{t=t_j}, & ,j=0,1,\dots,N. \end{cases} \tag{۴۲}$$

بر اساس تقریب مرتبهٔ اوّل گرونوالد- لتنیکف مشتقات کسری راست و چپ ریمان-لیوویل [۳۱-۳۲] و همچنین رابطه (۹)، عبارات ${}_{t_0}D_t^{\alpha} g_{i,j}$ و ${}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_{i,j}$ به‌ترتیب با روابط (۴۳) و (۴۴) تقریب زده می‌شوند:

$${}_{t_0}D_t^{\alpha} g_{i,j} \cong h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{j} w_k^{\alpha} g_{i,j-k}, \quad j=1,\dots,N, \tag{۴۳}$$

$${}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_{i,j} \cong h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{N-j} w_k^{\alpha} \bar{g}_{i,j+k} - \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\bar{g}_{i,N}}{(t_f - t_0 - jh_N)^{\alpha}}, \quad j=0,1,\dots,N-1, \tag{۴۴}$$

که $w_k^{\alpha} = \frac{\Gamma(k-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(k+1)}$. هدف، یافتن مقادیر $g_{i,1},\dots,g_{i,N-1}$ و $\bar{g}_{i,0},\bar{g}_{i,1}\dots,\bar{g}_{i,N}$ از توابع نامعلوم $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$ در نقاط $t_j: j=0,1,\dots,N$ می‌باشد. قابل توجه اینکه در مساله با وضعیت نهایی ثابت، مقادیر $g_{i,0}$ و $g_{i,N}$ معلوم می‌باشند. در این بخش تابعی $\tilde{J}_i$ در معادله (۳۹) را با استفاده از قاعده مستطیلی در نقاط گره $t_j: j=0,1,\dots,N$ گسسته می‌نمایم. بنابراین با به‌کارگیری قاعده مستطیلی داریم:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_i &= \sum_{j=1}^{N} \int_{t_{j-1}}^{t_j} G_i\begin{pmatrix} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_i(t), g_i(t) \\ , \bar{g}_i(t), t \end{pmatrix} dt + \sum_{j=0}^{N-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \bar{G}_i\begin{pmatrix} {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_i(t), g_i(t), \\ \bar{g}_i(t), t \end{pmatrix} dt \\ &\cong \sum_{j=1}^{N} h_N G_i\left({}_{t_0}D_t^{\alpha} g_{i,j}, g_{i,j}, \bar{g}_{i,j}, t_j\right) + \sum_{j=0}^{N-1} h_N \bar{G}_i\left({}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_{i,j}, g_{i,j}, \bar{g}_{i,j}, t_j\right). \end{aligned} \tag{۴۵}$$

در نهایت، با توجه به مباحث فوق، مساله تغییراتی (۳۹) به‌صورت زیر گسسته‌سازی می‌شود:

$$\begin{cases} \min \tilde{J}_i \cong h_N \left(\sum_{j=1}^{N} G_i \begin{pmatrix} {}_{t_0}D_t^{\alpha} g_{i,j} \\ , g_{i,j} \\ , \bar{g}_{i,j}, t_j \end{pmatrix} + \sum_{j=0}^{N-1} \bar{G}_i \begin{pmatrix} {}_t^cD_{t_f}^{\alpha} \bar{g}_{i,j} \\ , g_{i,j} \\ , \bar{g}_{i,j}, t_j \end{pmatrix} \right), \\ s.t. \\ g_{1,0} = x_0, g_{1,N} = x_f, \\ g_{i,0} = 0, g_{i,N} = 0, \quad i \geq 2, \\ g_{i,j} \in \mathbb{R}^n, \bar{g}_{i,j} \in \mathbb{R}^n, \quad j = 0,1,\dots,N. \end{cases} \tag{۴۶}$$

با جایگذاری G_i و $\bar{G}_i$ از معادلات (۳۷) و (۳۸) در معادله (۴۶) داریم:

$$\begin{cases} \min \tilde{J}_i \cong h_N \cdot \left(\sum_{j=1}^{N} \left\| \begin{matrix} h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{j} w_k^{\alpha} g_{i,j-k} \\ -A_{10} g_{i,j} - A_{01} \bar{g}_{i,j} \\ -Z_{i,j} \end{matrix} \right\|_1 + \sum_{j=0}^{N-1} \left\| \begin{matrix} h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{N-j} w_k^{\alpha} \bar{g}_{i,j+k} \\ -\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \\ . \frac{\bar{g}_{i,N}}{(t_f - t_0 - jh_N)^{\alpha}} \\ -\bar{A}_{10} g_{i,j} - \bar{A}_{01} \bar{g}_{i,j} \\ -\bar{Z}_{i,j} \end{matrix} \right\|_1 \right), \\ s.t. \\ g_{1,0} = x_0, g_{1,N} = x_f, \\ g_{i,0} = 0, g_{i,N} = 0, \quad i \geq 2, \\ g_{i,j} \in \mathbb{R}^n, \bar{g}_{i,j} \in \mathbb{R}^n, \quad j = 0,1,\dots,N. \end{cases} \tag{۴۷}$$

همانگونه که مشاهده می‌شود مساله (۴۷) یک مساله برنامه‌ریزی غیرخطی[1] بوده که در اکثر حالات محاسبه پاسخ آن بسیار مشکل است. برای غلبه بر این مشکل، انتقال جدیدی در بخش بعد ارایه می‌گردد که مساله برنامه‌ریزی غیرخطی را به مساله برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌کند.

۴-۱-۲- فرموله بندی برنامه ریزی خطی مساله تغییراتی

در این بخش انتقال جدیدی را معرفی می‌کنیم که مساله برنامه‌ریزی غیرخطی (۴۷) را به مساله برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌کند. به‌این منظور، لم۴-۲ را بیان و اثبات می‌کنیم:

لم ۴-۲: فرض کنید $f \in \mathbb{R}$ عددی حقیقی باشد. آنگاه دو عدد حقیقی نامنفی $v \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ و $w \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ وجود دارند به‌طوریکه $f = v - w$، $|f| = v + w$ و $v.w = 0$ است.

اثبات: v و w را به‌صورت $v \triangleq max\{f,0\} \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ و $w \triangleq -min\{f,0\} \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ تعریف می‌کنیم. دو حالت متفاوت $f \geq 0$ و $f < 0$ را در نظر می‌گیریم. در حالت اول $f \geq 0$ داریم:

$$\begin{cases} v = max\{f,0\} = f, \\ w = -min\{f,0\} = 0. \end{cases} \tag{۴۸}$$

[1] Nonlinear programming

از آنجایی که $f \geq 0$، با استفاده از معادله (۴۸) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v.w = f \times 0 = 0, \\ v - w = f - 0 = f, \\ v + w = f + 0 = f = |f|. \end{cases} \quad (۴۹)$$

برای حالت دوم، هنگامیکه $f < 0$ داریم:

$$\begin{cases} v = max\{f, 0\} = 0, \\ w = -min\{f, 0\} = -f. \end{cases} \quad (۵۰)$$

چون $f < 0$، با استفاده از معادله(۵۰) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v.w = 0 \times (-f) = 0, \\ v - w = 0 - (-f) = f, \\ v + w = 0 - f = -f = |f|. \end{cases} \quad (۵۱)$$

بنابراین اثبات کامل است.

به منظور تبدیل مساله برنامه‌ریزی غیرخطی (۴۷) به یک مساله برنامه‌ریزی خطی با استفاده از لم ۴-۲، تعریف می‌کنیم:

$$v_{i,j,r} \triangleq max\{l_{i,j,r}, 0\}, \qquad j = 1,2, \dots, N, \quad (۵۲)$$

$$w_{i,j,r} \triangleq -min\{l_{i,j,r}, 0\}, \qquad j = 1,2, \dots, N, \quad (۵۳)$$

$$\bar{v}_{i,j,r} \triangleq max\{\bar{l}_{i,j,r}, 0\}, \qquad j = 1,2, \dots, N, \quad (۵۴)$$

$$\bar{w}_{i,j,r} \triangleq -min\{\bar{l}_{i,j,r}, 0\}, \qquad j = 1,2, \dots, N, \quad (۵۵)$$

که $l_{i,j,r}$ و $\bar{l}_{i,j,r}$ به‌ترتیب r-امین عنصر از بردارهای $l_{i,j}$ و $\bar{l}_{i,j}$ بوده و $l_{i,j}$ و $\bar{l}_{i,j}$ نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$l_{i,j} \triangleq h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{j} w_k^{\alpha} g_{i,j-k} - A_{10} g_{i,j} - A_{01} \bar{g}_{i,j} - Z_{i,j}, \quad (۵۶)$$

$$\bar{l}_{i,j} \triangleq h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{N-j} w_k^{\alpha} \bar{g}_{i,j-k} - \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\bar{g}_{i,N}}{\left(t_f - t_0 - jh_N\right)^{\alpha}} - \bar{A}_{10} g_{i,j} - \bar{A}_{01} \bar{g}_{i,j} - \bar{Z}_{i,j}. \quad (۵۷)$$

بنابراین مطابق با لم ۴-۲، مساله (۴۷) به‌صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\begin{cases} min\, \tilde{J}_i \cong \sum_{r=1}^{n} \left(\begin{array}{c} h_N \sum_{j=1}^{N} \begin{pmatrix} v_{i,j,r} \\ + \\ w_{i,j,r} \end{pmatrix} \\ + h_N \sum_{j=0}^{N-1} \begin{pmatrix} \bar{v}_{i,j,r} \\ + \\ \bar{w}_{i,j,r} \end{pmatrix} \end{array} \right), \\ s.t. \\ v_{i,j,r} - w_{i,j,r} = l_{i,j,r}, j = 1,2, \dots, N, \\ \bar{v}_{i,j,r} - \bar{w}_{i,j,r} = \bar{l}_{i,j,r}, \quad j = 0,1, \dots, N-1, \\ l_{i,j} = h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{j} w_k^{\alpha} g_{i,j-k} - A_{10} g_{i,j} - A_{01} \bar{g}_{i,j} - Z_{i,j}, j = 1,2, \dots, N, \\ \bar{l}_{i,j} = h_N^{-\alpha} \sum_{k=0}^{N-j} w_k^{\alpha} \bar{g}_{i,j+k} - \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\bar{g}_{i,N}}{\left(t_f - t_0 - jh_N\right)^{\alpha}} - \bar{A}_{10} g_{i,j} - \bar{A}_{01} \bar{g}_{i,j} - \bar{Z}_{i,j}, \quad j = 0,1, \dots, N-1, \\ g_{1,0} = x_0, g_{1,N} = x_f, \\ g_{i,0} = 0, g_{i,N} = 0, \ i \geq 2, \\ v_{i,j,r}, w_{i,j,r} \epsilon \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, j = 1,2, \dots, N, \\ \bar{v}_{i,j,r}, \bar{w}_{i,j,r} \epsilon \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, \quad j = 0,1, \dots, N-1, \\ g_{i,j} \epsilon \mathbb{R}^n, \bar{g}_{i,j} \epsilon \mathbb{R}^n, j = 0,1, \dots, N, \\ l_{i,j} \epsilon \mathbb{R}^n, \ j = 1,2, \dots, N, \\ \bar{l}_{i,j} \epsilon \mathbb{R}^n, \ j = 0,1, \dots, N-1. \end{cases} \quad (۵۸)$$

همانگونه که مشاهده می‌شود مساله (۵۸) یک مساله برنامه‌ریزی خطی بوده که به آسانی و با روش‌های گوناگون حل مسایل برنامه‌ریزی خطی قابل حل خواهد بود. با محاسبه پاسخ مساله برنامه‌ریزی خطی (۵۸)، توابع $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$ در نقاط $t_j: j = 0,1, \dots, N$ مشخص می‌شوند. بنابراین می‌توان پاسخ‌های تقریبی $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$ را به‌صورت توابع افاین تکه‌ای[1] مطابق با روابط (۵۹) و (۶۰) ساخت:

$$g_i(t) = \frac{g_{i,j+1} - g_{i,j}}{t_{j+1} - t_j}\left(t - t_j\right) + g_{i,j}, \quad t_j \leq t \leq t_{j+1}, \quad j = 0,1,2, \dots, N-1, \quad (۵۹)$$

$$\bar{g}_i(t) = \frac{\bar{g}_{i,j+1} - \bar{g}_{i,j}}{t_{j+1} - t_j}\left(t - t_j\right) + \bar{g}_{i,j}, \quad t_j \leq t \leq t_{j+1}, \quad j = 0,1,2, \dots, N-1. \quad (۶۰)$$

در نهایت، مطابق با مباحث مطرح شده فوق، تئوری زیر بیان می‌شود که نتیجه اصلی این مقاله می‌باشد:

تئوری ۴-۳: پاسخ مساله کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری (۱۰) و (۱۱) توسط معادلات (۳۲) و (۳۳) بیان می‌شود که $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$

[1] Piecewise affine

برای تمام زمان‌های متعلق به بازه زمانی $[t_0, t_f]$ تنها توسط حل بازگشتی دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی (۵۸) و با استفاده از معادلات (۵۹) و (۶۰) قابل دستیابی است.

توجه ۴-۲: مساله (۵۸) فرموله‌بندی برنامه‌ریزی خطی جهت مساله (۳۶) با شرایط مرزی (۳۱) می‌باشد. جهت حل مساله در حالت وضعیت نهایی آزاد، که شرایط مرزی آن در رابطه (۳۵) داده شده است، فرموله-بندی برنامه‌ریزی خطی (۵۸) قابل به‌کارگیری است با این تفاوت که محدودیت های "$g_{1,N} = x_f$ " و " $g_{i,N} = 0, i \geq 2$" با " $\bar{g}_{i,N} = Sg_{i,N}, i \geq 1$" جایگزین می‌شوند.

۴-۲ استراتژی طراحی کنترل زیر- بهینه [۲۹]

قانون کنترل و مسیر بهینهٔ داده شده توسط معادلات (۳۲) و (۳۳) به فرم سری بوده و لذا به‌کارگیری آنها به فرم (۳۲) و (۳۳) غیر ممکن است. بنابراین، در کاربردهای عملی، قانون کنترل و مسیر حالت زیر- بهینه را با جایگزینی ∞ در (۳۲) و (۳۳) با یک عدد صحیح مثبت محدود M در نظر می‌گیریم. بنابراین برای زوج کنترل- مسیر زیر- بهینهٔ مرتبه M-ام که به‌صورت $\left(x^{(M)}(t), u^{(M)}(t)\right)$ نمایش داده می‌شود داریم:

$$u^{(M)}(t) = -R^{-1}G^T\left(\sum_{i=1}^{M} g_i(t)\right)\left(\sum_{i=1}^{M} \bar{g}_i(t)\right), \quad (۶۱)$$

$$x^{(M)}(t) = \sum_{i=1}^{M} g_i(t). \quad (۶۲)$$

عدد صحیح M در عبارات (۶۱) و (۶۲) عموماً بر اساس دقت مورد نیاز در حل مساله کنترل بهینه به‌دست می‌آید. برای مثال، اگر به ازای ثابت-های مثبت از پیش تعیین شدهٔ به اندازه کافی کوچک $\delta_1 > 0$ و $\delta_2 > 0$ شرایط زیر تواماً برآورده شوند، کنترل و مسیر زیر- بهینهٔ مرتبه M-ام در عبارات (۶۱) و (۶۲) دقت مورد نظر را خواهند داشت:

$$\left|\frac{J^{(M)} - J^{(M-1)}}{J^{(M)}}\right| < \delta_1, \quad (۶۳)$$

$$\left\|x^{(M)}(t_f) - x_f\right\| < \delta_2, \quad (۶۴)$$

که $\|.\|$ مبین نرم مناسب در فضای $\mathbb{R}^n$ بوده و

$$J^{(M)} = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\left(\left(x^{(M)}(t)\right)^T Qx^{(M)}(t) + \left(u^{(M)}(t)\right)^T Ru^{(M)}(t)\right)dt, \quad (۶۵)$$

است.

در ادامه جهت پیاده‌سازی روش پیشنهادی و به‌دست آوردن یک قانون کنترل زیر- بهینهٔ به اندازه کافی دقیق، الگوریتم تکراری زیر را ارایه می دهیم:

الگوریتم: طراحی کنترل و مسیر زیر- بهینه:

گام اول: جملات $g_1(t)$ و $\bar{g}_1(t)$ را از مساله برنامه‌ریزی خطی (۵۸) و با استفاده از معادلات (۵۹) و (۶۰) به‌دست آورید. سپس $J^{(1)}$ را مطابق با عبارت (۶۵) محاسبه کنید.

گام دوم: اندیس تکرار i را برابر دو قرار دهید.

گام سوم: جملات مرتبهٔ i-ام $g_i(t)$ و $\bar{g}_i(t)$ را از مساله برنامه‌ریزی خطی (۵۸) و با استفاده از معادلات (۵۹) و (۶۰) تعیین کنید.

گام چهارم: مقدار M را برابر i قرار داده و $u^{(M)}(t)$ و $x^{(M)}(t)$ را با استفاده از عبارات (۶۱) و (۶۲) تعیین کنید. سپس $J^{(M)}$ را بر اساس رابطهٔ (۶۵) محاسبه کنید.

گام پنجم: اگر شرایط پایان پذیری (۶۳) و (۶۴) برای ثابت‌های مثبت از پیش تعیین شده δ_1 و δ_2 تواماً برقرار هستند، به گام ششم بروید. در غیر اینصورت، به اندیس تکرار i یک واحد افزوده و به گام سوم بروید.

گام ششم: الگوریتم را متوقف سازید. قانون کنترل زیر- بهینهٔ $u^{(M)}(t)$ و مسیر حالت $x^{(M)}(t)$ به اندازهٔ کافی دقیق هستند.

توجه۴-۳: در مساله کنترل بهینه کسری با وضعیت نهایی آزاد، تنها شرط پایان پذیری (۶۳) برای توقف الگوریتم استفاده خواهد شد.

۵- مثال‌های عددی

در این بخش، با استفاده از مثال‌های عددی، به بررسی قابلیت‌های روش پیشنهادی از جمله سادگی و دقت بالای آن در حل مساله کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری با افق زمانی متناهی می‌پردازیم. برای مثال-های ارایه شده، نتایج عددی به‌دست آمده از تکنیک پیشنهادی با نتایج موجود در مقالات مقایسه شده است.

مثال ۱: سیستم غیرخطی مرتبه کسری زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} {}_0D_t^{\alpha}x(t) = 0.5x^2(t)\sin\big(x(t)\big) \\ \qquad +u(t), \qquad t\epsilon[0,1], \\ x(0) = 0, \qquad x(1) = 0.5. \end{cases} \quad (۶۶)$$

هدف، یافتن کنترل بهینهٔ $u^*(t)$ است که معیار عملکردی زیر را با توجه به سیستم غیرخطی مرتبه کسری (۶۶) حداقل نماید:

$$J = \int_0^1 u^2(t)dt, \quad (۶۷)$$

بر اساس اصل حداقل‌یابی پونتریاگین، مسالهٔ مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی که از شرایط بهینگی ارایه شده در رابطهٔ (۱۲) حاصل می‌شود از رابطهٔ زیر تبعیت می‌کند:

$$\begin{cases} {}_0D_t^{\alpha}x(t) = 0.5x^2(t)\sin\big(x(t)\big) \\ \qquad -0.5\lambda(t), \\ {}_t^CD_{t_f}^{\alpha}\lambda(t) = \lambda(t)x(t)\sin\big(x(t)\big) \\ \qquad +0.5\lambda(t)x^2(t)cos(x(t)), \\ x(0) = 0, \qquad x(1) = 0.5, \end{cases} \quad (۶۸)$$

و قانون کنترل بهینه نیز به‌صورت رابطه (۶۹) می‌باشد:

$$u^*(t) = -0.5\lambda(t). \quad (۶۹)$$

بر اساس روش پیشنهاد شده در بخش ۴، مسالهٔ کنترل بهینهٔ غیرخطی مرتبه کسری به دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌شود. مطابق با الگوریتم پیشنهادی در بخش ۴-۲ جهت یافتن قانون کنترل و مسیر حالت زیر- بهینه ، ثابت‌های پایان‌پذیری $\delta_1 = 2 \times 10^{-3}$ و $\delta_2 = 1 \times 10^{-5}$ را در حالت $\alpha = 0.9$ به‌کار می‌گیریم. در این

حالت، همگرایی بعد از پنج تکرار از الگوریتم مربوطه حاصل می‌شود. یعنی داریم:

$$\left|\frac{J^{(5)}-J^{(4)}}{J^{(4)}}\right| = 1.9881\times 10^{-3} < \delta_1, \qquad (۷۰)$$
$$\left|x^{(5)}(1)-0.5\right| = 2.283\times 10^{-6} < \delta_2.$$

نتایج شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی در تکرارهای مختلف در جدول ۱ قابل مشاهده هستند. همانگونه که جدول ۱ نشان می دهد، الگوریتم پیشنهادی سرعت همگرایی نسبتاً سریعی داشته و خطا نیز با افزایش تکرارهای الگوریتم کاهش می یابد.

جدول ۱: نتایج شبیه‌سازی روش سری مودال توسعه یافته در تکرارهای مختلف به ازای $\alpha = 0.9$ (مثال ۱).

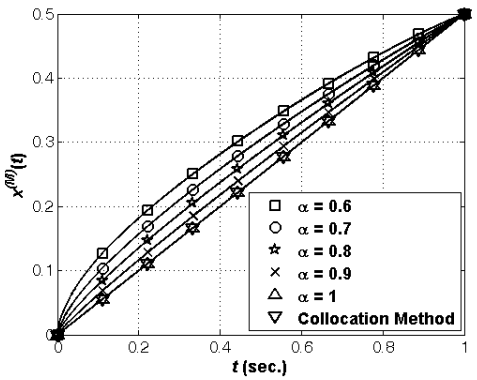
اندیس تکرار (i)	مقدار تابعی عملکرد $(J^{(i)})$	$\left\lvert\frac{J^{(i)}-J^{(i-1)}}{J^{(i)}}\right\rvert$	$\left\lvert x^{(M)}(t_f)-x_f\right\rvert$
1	0.2312513	-	4.8985×10^{-2}
2	0.2312513	0	4.8985×10^{-2}
3	0.2155428	7.2878×10^{-2}	2.7380×10^{-4}
4	0.2155428	0	2.7380×10^{-4}
5	0.2159744	1.9881×10^{-3}	2.2831×10^{-6}

در مراجع [۲۹] و[۳۸-۳۹]، مسالهٔ کنترل بهینه کلاسیک (۶۷-۶۶) به ازای $\alpha = 1$ حل شده است. جدول ۲ به مقایسهٔ نتایج شبیه سازی به‌دست آمده با روش سری مودال، روش تئوری اندازه و روش تکرار تغییرات[1] در حالت $\alpha = 1$ می پردازد. قابل توجه اینکه، این مثال به ازای $\alpha = 1$ در جعبه ابزار کنترل بهینه نرم افزار متلب [۳۷] نیز حل شده و مقدار تابعی عملکرد 0.23532708158021 گزارش شده است. بررسی این نتایج مبین کارایی و صحت روش سری مودال توسعه یافته جهت حل مسالهٔ کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری است.

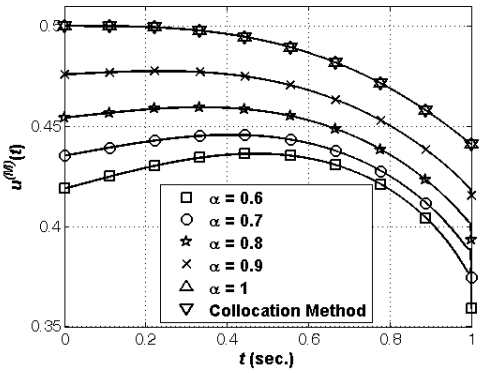
جدول ۲: مقایسه نتایج سری مودال توسعه یافته با روش سری مودال، روش تئوری اندازه و روش تکرار تغییرات (مثال ۱)

روش	مقدارتابعی عملکرد	خطای حالت نهایی
روش تئوری اندازه[۳۸]	0.24250	4.3×10^{-3}
روش تکرار تغییرات[۳۹]	0.235330	4.18×10^{-6}
روش سری مودال [۲۹] با $M = 5$	0.235327120	1.59×10^{-7}
روش پیشنهادی با $M = 5$	0.235327187	4.90×10^{-7}

شکل ۱، نمودارهای شبیه‌سازی $u^{(M)}(t)$ و شکل ۲، مسیر حالت متناظر $x^{(M)}(t)$ را به ازای $M = 5$ و مقادیر مختلف α نشان می‌دهد. همچنین در حالت $\alpha = 1$، منحنی‌های شبیه‌سازی شده با حل مستقیم مساله مقدار مرزی (۶۸) توسط روش کولوکیشن [۳۵] نیز محاسبه شده‌اند. همانطور که در شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود، با نزدیک شدن α به مقدار یک، پاسخ‌های عددی روش پیشنهاد شده، به پاسخ به‌دست آمده توسط روش کولوکیشن میل می‌کند و به ازای $\alpha = 1$ نتایج شبیه‌سازی هر دو روش، انطباق بسیار خوبی با یکدیگر دارند.



شکل ۱: نمودارهای شبیه سازی $x^{(M)}(t)$ به ازای $M = 5$ و مقادیر مختلف α به همراه روش کولوکیشن.



شکل ۲: نمودارهای شبیه سازی $u^{(M)}(t)$ به ازای $M = 5$ و مقادیر مختلف α به همراه روش کولوکیشن.

مثال ۲- سیستم غیرخطی مرتبه کسری یک اسیلاتور واندرپول[2] [۳۷] با وضعیت نهایی آزاد را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} {}_0D_t^{\alpha}x_1(t) = x_2(t), \\ {}_0D_t^{\alpha}x_2(t) = -x_1(t) \\ +x_2(t)\left(1-x_1^2(t)\right)+u(t), \\ x_1(0)=1, \qquad x_2(0)=0. \end{cases} \qquad (۷۱)$$

تابعی هزینه مربعی که می‌بایست حداقل گردد به‌صورت رابطه (۷۲) تعریف می‌شود:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^2 (x_1^2(t)+x_2^2(t)+u^2(t))dt. \qquad (۷۲)$$

هدف، یافتن کنترل بهینه $u^*(t)$ جهت حداقل‌سازی رابطه (۷۲) در حضور سیستم غیرخطی مرتبه کسری (۷۱) می‌باشد. پیاده‌سازی شرایط لازم بهینگی منجر به مساله مقدار مرزی مرتبه کسری غیرخطی زیر می‌گردد:

[1] Variational iteration method

[2] Van Der Pol oscillator

$$\begin{cases} {}_0D_t^{\alpha}x_1(t) = x_2(t), \qquad t \in [0,2], \\ {}_0D_t^{\alpha}x_2(t) = -x_1(t) \\ +x_2(t)\big(1-x_1^2(t)\big) - \lambda_2(t), t \in [0,2], \\ {}_t^cD_2^{\alpha}\lambda_1(t) = x_1(t) - \lambda_2(t) \\ \qquad -2\lambda_2(t)x_1(t)x_2(t), t \in [0,2], \\ {}_t^cD_2^{\alpha}\lambda_2(t) = x_2(t)+\lambda_1(t) \\ \qquad +\lambda_2(t)\big(1-x_1^2(t)\big), t \in [0,2], \\ x_1(0) = 1, x_2(0) = 0, \\ \lambda_1(2) = 0, \lambda_2(2) = 0, \end{cases} \tag{۷۳}$$

و قانون کنترل بهینه نیز از رابطه (۷۴) تبعیت می‌کند:

$$u^*(t) = -\lambda_2(t). \tag{۷۴}$$

همانند مثال ۱، جهت یافتن یک قانون کنترل زیر-بهینه با دقت کافی، الگوریتم پیشنهادی در بخش ۴-۲ را با ثابت پایان پذیری $\delta_1 = 1 \times 10^{-3}$ به ازای αهای متفاوت به‌کار می‌گیریم. نتایج شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی به ازای $\alpha = 0.75,0.85.0.95,1$ و $N = 250$ در جداول ۳ الی۶ قابل مشاهده هستند. این نتایج شامل مقدار عددی تابعی عملکرد، خطای نسبی و زمان صرف شده توسط پردازنده کامپیوتر در تکرارهای مختلف الگوریتم می‌باشد. همانگونه که در جداول ۳ الی۶ نشان داده شده است همگرایی برای $\alpha = 0.75,0.85.0.95$ بعد از سه تکرار یعنی $\left|\frac{J^{(3)}-J^{(2)}}{J^{(3)}}\right| < \delta_1$ و در زمان تقریبی یک ثانیه حاصل شده است. برای $\alpha = 1$ نیز همگرایی بعد از پنج تکرار حاصل می‌شود. این نتایج مبین این مهم است که روش تکراری پیشنهادی، نرخ همگرایی نسبتاً سریعی داشته و همچنین با افزایش گام‌های تکرار، خطای نسبی نیز کاهش می‌یابد.

جدول ۳: نتایج شبیه سازی روش سری مودال توسعه یافته در تکرارهای مختلف به ازای $\alpha = 0.75$ و $N = 250$ (مثال ۲).

اندیس تکرار (i)	مقدار تابعی عملکرد ($J^{(i)}$)	$\left\|\frac{J^{(i)}-J^{(i-1)}}{J^{(i)}}\right\|$	زمان محاسبات (ثانیه)
1	0.09337590	-	0.6721
2	0.09192561	1.577×10^{-2}	0.8334
3	0.09192848	3.116×10^{-5}	0.9659
4	0.09192866	1.976×10^{-6}	1.2317
5	0.09192865	6.488×10^{-8}	1.4332

جدول ۴: نتایج شبیه سازی روش سری مودال توسعه یافته در تکرارهای مختلف به ازای $\alpha = 0.85$ و $N = 250$ (مثال ۲).

اندیس تکرار (i)	مقدار تابعی عملکرد ($J^{(i)}$)	$\left\|\frac{J^{(i)}-J^{(i-1)}}{J^{(i)}}\right\|$	زمان محاسبات (ثانیه)
1	0.26360372	-	0.6551
2	0.25290889	4.228×10^{-2}	0.8146
3	0.25292883	7.883×10^{-5}	0.9342
4	0.25293182	1.185×10^{-5}	1.2137
5	0.25293168	5.652×10^{-7}	1.4199

جدول ۵: نتایج شبیه سازی روش سری مودال توسعه یافته در تکرارهای مختلف به ازای $\alpha = 0.95$ و $N = 250$ (مثال ۲).

اندیس تکرار (i)	مقدار تابعی عملکرد ($J^{(i)}$)	$\left\|\frac{J^{(i)}-J^{(i-1)}}{J^{(i)}}\right\|$	زمان محاسبات (ثانیه)
1	0.75024728	-	0.7186
2	0.66919412	1.211×10^{-1}	0.8697
3	0.66929660	1.531×10^{-4}	0.9988
4	0.66949136	2.908×10^{-4}	1.2695
5	0.66944314	7.203×10^{-5}	1.4755

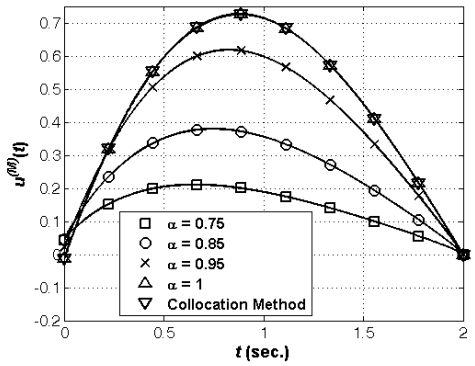
جدول ۶: نتایج شبیه سازی روش سری مودال توسعه یافته در تکرارهای مختلف به ازای $\alpha = 1$ و $N = 250$ (مثال ۲).

اندیس تکرار (i)	مقدار تابعی عملکرد ($J^{(i)}$)	$\left\|\frac{J^{(i)}-J^{(i-1)}}{J^{(i)}}\right\|$	زمان محاسبات (ثانیه)
1	1.26224179	-	0.6547
2	1.04473207	2.082×10^{-1}	0.8029
3	1.04350446	1.176×10^{-3}	0.9298
4	1.04591523	2.304×10^{-3}	1.2053
5	1.04505814	8.201×10^{-4}	1.4343

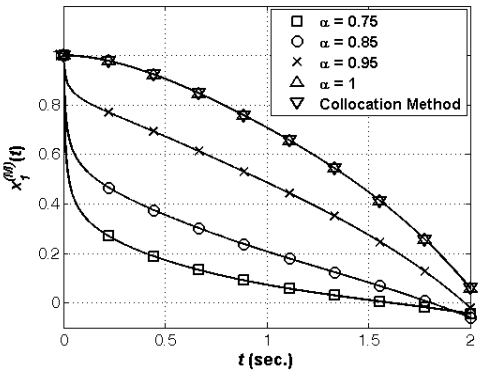
در جدول ۷، نتایج حاصل از روش پیشنهادی بعد از پنج تکرار با پاسخ به‌دست آمده از روش ارائه شده در مراجع [۱۳-۱۴] مقایسه شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود مقدار عددی تابعی عملکرد نزدیکی بسیار خوبی با پاسخ مراجع [۱۳-۱۴] دارد. اما محاسبه پاسخ با الگوریتم عددی در [۱۳-۱۴] نیازمند حل دستگاه معادلات جبری و غیرخطی می‌باشد، در حالیکه جهت استخراج پاسخ با تکنیک پیشنهادی، تنها می‌بایست دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی را حل نمود. این حقیقت باعث کاهش زمان محاسبات می‌گردد. همانگونه که در جدول ۷ نشان داده شده است زمان محاسبات روش پیشنهادی بسیار کمتر از روش مراجع [۱۳-۱۴] بوده، بدون اینکه دقت قابل ملاحظه‌ای از دست رفته باشد. برای $\alpha = 1$ ، مقدار عددی تابعی عملکرد بعد از پنج تکرار از روش سری مودال 1.04780 محاسبه می‌گردد که در مقایسه با پاسخ به‌دست آمده از روش کولوکیشن [۳۵]، یعنی $J = 1.04782$، دقت لازم را داراست. بنابراین، روش سری مودال، در مقایسه با نگرش مراجع [۱۳-۱۴]، از دقت کافی برخوردار بوده و در عین حال از لحاظ محاسباتی بسیار ساده-تر است.

جدول ۷: مقادیر تابعی عملکرد و زمان صرف شده جهت انجام محاسبات به ازای مقادیر مختلف α و $N = 250$ در روش پیشنهادی و روش اگراوال وهمکاران [۱۳-۱۴] (مثال ۲).

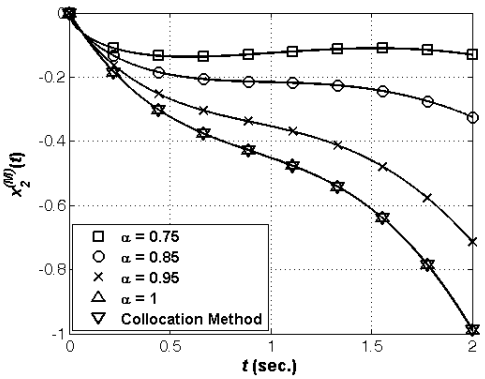
مرتبه کسری مشتق (α)	روش اگراوال و همکاران [۱۳-۱۴]		روش پیشنهادی	
	مقدار تابعی عملکرد (J)	زمان محاسبات (ثانیه)	مقدار تابعی عملکرد (J)	زمان محاسبات (ثانیه)
0.75	0.09192866	24.8486	0.09192865	1.4332
0.85	0.25293170	25.0937	0.25293168	1.4199
0.95	0.66944897	57.0427	0.66944314	1.4755
1	1.04507200	78.4039	1.04506814	1.4343



شکل ۳۰: نمودارهای کنترل زیر- بهینه مرتبه پنج $u^{(5)}(t)$ محاسبه شده توسط روش سری مودال به ازای مقادیر مختلف α به همراه روش کولوکیشن (مثال ۲).



شکل ۴: نمودارهای حالت زیر- بهینه مرتبه پنج $x_1^{(5)}(t)$ محاسبه شده توسط روش سری مودال به ازای مقادیر مختلف α به همراه روش کولوکیشن (مثال ۲).



شکل ۵: نمودارهای حالت زیر- بهینه مرتبه پنج $x_2^{(5)}(t)$ محاسبه شده توسط روش سری مودال به ازای مقادیر مختلف α به همراه روش کولوکیشن (مثال ۲).

۶- نتایج

در این پژوهش، فرموله‌بندی و روش جدیدی برای حل مسالهٔ کنترل بهینهٔ کلاسی از سیستم های غیرخطی مرتبه کسری با فرض مشخص بودن زمان نهایی ارایه شد. این نگرش حل بر اساس روش سری مودال و استراتژی برنامه‌ریزی خطی است. مهم‌ترین نوآوری مقاله حاضر، کاهش مساله کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری به دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی می‌باشد. بدین منظور، ابتدا روش سری مودال جهت تبدیل مساله کنترل بهینه غیرخطی مرتبه کسری به دنباله‌ای از مسایل مقدار مرزی خطی نامتغیر بازمان توسعه داده شد. سپس دنباله به‌دست آمده با تعریف یک مساله تغییراتی در حساب تغییرات، استفاده از تکنیک گسسته‌سازی بر پایه تقریب گرونوالد- لتنیکف و معرفی یک انتقال جدید، به دنباله‌ای از مسایل برنامه‌ریزی خطی تبدیل شد. با حل این دنباله از مسایل به‌دست آمده در یک ساختار بازگشتی، متغیرهای حالت و کنترل به‌صورت توابع افاین تکه‌ای به‌دست آمد. نتایج حاصل از به‌کارگیری الگوریتم پیشنهادی، کارایی، سادگی و دقت بالای تکنیک پیاده شده را تشریح می‌کند.

مراجع

[1] F. Riewe, “Mechanics with fractional derivatives”, Physical Review E, vol. 55,no. 3, pp. 3581-3592, 1997.
[2] M. Klimek, “Stationary conservation laws for fractional differential equations with variable coefficients”, Journal of Physics A: Mathematical and General, vol. 35, no. 31, pp. 6675-6693, 2001.
[3] V. E. Tarasov and G. M. Zaslavsky, “Fractional Ginzburg-Landau equation for fractal media”, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 354, pp. 249-261, 2005.
[4] E. M. Rabei, A-W. Ajlouni, and H. B. Ghassib, “Quantization of brownian motion”, International Journal of Theoretical Physics, vol. 45, no. 9, pp. 1613-1623, 2006.
[5] D. Baleanu and T. Avkar, “Lagrangians with linear velocities within Riemann-Liouville fractional derivatives”, Nuovo Cimento B, vol. 119, no. 1, pp. 73-79, 2004.
[6] S. I. Muslih and D. Baleanu, “Hamiltonian formulation of systems with linear velocities within Riemann- Liouville fractional derivatives”, Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 304, no. 2, pp. 599-606, 2005.
[7] S. I. Muslih and D. Baleanu, “Formulation of Hamiltonian equations for fractional variational problems”, Czechoslovak Journal of Physics, vol. 55, no. 6, pp. 633-642, 2005.
[8] D. Baleanu, “Fractional variational principles in action”, Physica Scripta, vol. 136, pp. 014006-5, 2009.
[9] M. A. E. Herzallah and D. Baleanu, “Fractional-order Euler-Lagrange equations and formulation of Hamiltonian equations”, Nonlinear Dynamics, vol. 58, no. 1-2, pp. 385-391, 2009.
[10] O. P. Agrawal, “Formulation of Euler-Lagrange equations for fractional variational problems”, Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 272, no.1, pp. 368-379, 2002.
[11] O. P. Agrawal, “A general formulation and solution scheme for fractional optimal control problems”, Nonlinear Dynamics, vol. 38, no. 1, pp. 323-337, 2004.

[25] N. Pariz, H. M. Shanechi, and E. Vaahedi, "Explaining and validating stressed power systems behavior using modal series", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no. 2, pp. 778–785, 2003.
[26] H. M. Shanechi, N. Pariz, and E. Vaahedi, "General nonlinear modal representation of large scale power systems", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no. 3, pp. 1103-1109, 2003.
[27] F. X. Wu, H. Wu, Z. X. Han, and D. Q. Gan, "Validation of power system non-linear modal analysis methods", Electric Power Systems Research, vol. 77, no. 10, pp. 1418–1424, 2007.
[28] W. Wang and X. Ma, "Transient analysis of low-voltage ride-through in three-phase grid-connected converter with LCL filter using the nonlinear modal series method", Electric Power Systems Research, vol. 105, pp. 39-50, 2013.
[29] A. Jajarmi, N. Pariz, A. V. Kamyad, and S. Effati, "A novel modal series representation approach to solve a class of nonlinear optimal control problems", International Journal of Innovative Computing Information and Control, vol. 7, no. 3, pp. 1413–1425, 2011.
[30] S. S. Sajjadi, N. Pariz, A. Karimpour, and A. Jajarmi, "An off-line NMPC strategy for continuous- time nonlinear systems using an extended modal series method", Nonlinear Dynamics, vol. 78, no. 4, pp. 2651-2674, 2014.
[31] I. Podlubny, Fractional Differential Equations, Academic Press, New York, 1999.
[32] C. A. Monje, Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, D. Xue, and V. Feliu, Fractional-Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications, Springer, London, 2010
[33] A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, and J. J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier, Amsterdam, 2006.
[34] R. K. Biswas, and S. Sen, "Fractional optimal control problems with specified final time", Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, vol. 6, 021009(1-6), 2011.
[35] U. M. Ascher, R. M. M. Mattheij, and R. D. Russel, Numerical Solution of Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations, SIAM, Philadelphia, 1995.
[36] K. Diethelm, The Analysis of Fractional Differential Equations, An Application-Oriented Exposition Using Differential Operators of Caputo Type, Springer, 2010.
[37] P. E. Rutquist and M. E. Marcus, "PROPT-Matlab Optimal Control Software", Tomlab Optimization, pp. 168-170, 2010.
[38] J. E. Rubio, Control and Optimization, the Linear Treatment of Nonlinear Problems, Manchester University Press, Manchester, 1986.
[39] M. Shirazian, and S. Effati "Solving a class of nonlinear optimal control problems via He's variational iteration method", International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 10, no. 2, pp. 249-256, 2012.
[12] O. P. Agrawal, "A quadratic numerical scheme for fractional optimal control problems", Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 130, no. 1, 011010(pp. 1-6), 2008.
[13] O. P. Agrawal and D. Baleanu, "A Hamiltonian formulation and a direct numerical scheme for fractional optimal control problems", Journal of Vibration and Control, vol. 13, no. 9-10, pp. 1269-1281, 2007.
[14] O. P. Agrawal, O. Defterli, and D. Baleanu, "Fractional optimal control problems with several state and control variables", Journal of Vibration and Control, vol. 16, no. 13, pp. 1967-1976, 2010.
[15] D. Baleanu, O. Defteli, and O. P. Agrawal, "A central difference numerical scheme for fractional optimal control problems", Journal of Vibration and Control, vol. 15, no. 4, pp. 583-597, 2009.
[16] C. Tricaud and Y. Chen, "An approximate method for numerically solving fractional order optimal control problems of general form", Computers and Mathematics with Applications, vol. 59, no. 5, pp. 1644-1655, 2010.
[17] J. D. Jelicic and N. Petrovacki, "Optimality conditions and a solution scheme for fractional optimal control problems", Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 38, no. 6, pp. 571-581, 2009.
[18] R. K. Biswas and S. Sen, "Fractional optimal control problems: a pseudo-state-space approach", Journal of Vibration and Control, vol. 17, no. 7, pp. 1034-1041, 2011.
[19] X. W. Tangpong and O. P. Agrawal, "Fractional optimal control of continuum systems", Journal of Vibration and Acoustics, vol. 131, no. 2, 021012(1-6), 2009.
[20] G. S. F. Frederico and D. F. M. Torres, "Fractional conservation laws in optimal control theory. Nonlinear Dynamics, vol. 53, no. 3, pp.215-222, 2008.
[21] A. Lotfi, S. A. Yousefi, and M. Dehghan, "Numerical solution of a class of fractional optimal control problems via the Legendre orthonormal basis combined with the operational matrix and the Gauss quadrature rule", Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 250, pp. 143-160, 2013.
[22] R. K. Biswas and S. Sen, "Free final time fractional optimal control problems", Journal of the Franklin Institute, vol. 351, no. 2, pp. 941-951, 2014.
[23] E. Tohidi and H. Saberi Nik, "A Bessel collocation method for solving fractional optimal control problems", Applied Mathematical Modelling, vol. 39, no. 2, pp. 455-465, 2015.
[24] R. Almeida and D. F. M. Torres, "A discrete method to solve fractional optimal control problems", Nonlinear Dynamics, vol. 80, no. 4, pp. 1811-1816, 2015.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۷۵-۶۵

کنترل ترکیبی خطی سازی فیدبک و هوشمند جهت کنترل سطح گلوکز خون مبتنی بر مدل تأخیری پالمبو

وحیده حیدری[۱]، علی کارساز[۲]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، موسسه آموزش عالی خراسان، v.heidary@khorasan.ac.ir

[۲] استادیار، مهندسی برق، گروه کنترل، موسسه آموزش عالی خراسان، karsaz@ khorasan.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱۲/۱۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۳/۲۲)

چکیده: بیماری دیابت یکی از مسائل حائز اهمیت در حوزه پزشکی می‌باشد و تعیین نرخ مناسب تزریق انسولین جهت تنظیم سطح گلوکز خون بیماران مبتلا به دیابت، امری حیاتی به شمار می‌رود. در این مقاله مسئله‌ی ردیابی گلوکز خون پلاسمای مطلوب با استفاده از تجویز انسولین زیر جلدی بیان گردیده است. مدل ریاضی به کار رفته برای سیستم تنظیم گلوکز- انسولین در این مقاله، مبتنی بر مدل غیر خطی تأخیری پالمبو بوده که از جمله کامل‌ترین مدل‌ها در چند سال اخیر محسوب می‌گردد. روش کنترلی به کار رفته توسط پالمبو براساس خطی‌سازی فیدبک نیز یکی از کامل‌ترین روش‌های کنترلی ارائه شده در این زمینه به شمار می‌آید. مشکل اصلی این روش مسئله‌ی جایابی مکان قطب‌های حلقه بسته مطلوب براساس روش سعی و خطا بوده، قرارگیری قطب‌های حلقه بسته در مکانی دور از محور موهومی باعث کاهش نوسانات و افزایش خطای ماندگار شده که در موضوع تزریق انسولین یک معضل اساسی محسوب می‌گردد. جهت رفع این مشکل در این مقاله برای اولین بار از تلفیق روش کنترل منطق فازی بهینه شده توسط الگوریتم ژنتیک و روش خطی‌سازی فیدبک به‌عنوان روش ترکیبی، برای تنظیم سطح گلوکز خون بیماران مبتلا به دیابت استفاده شده و پایدارسازی سطح گلوکز خون سه بیمار مبتلا به دیابت با شرایط اولیه متفاوت شبیه‌سازی شده است. از جمله مزایای روش پیشنهادی می‌توان به مقاومت بسیار بالای روش ارائه شده در مقابل حضور عدم قطعیت و اغتشاش اشاره نمود. در نهایت نتایج شبیه‌سازی روش‌های کنترلی پیشنهادی با روش کنترلی مبتنی بر جایابی قطب پالمبو مقایسه گردیده که بیانگر عملکرد فوق‌العاده‌ی کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی برای ردیابی سطح گلوکز خون مطلوب با کمترین خطای ممکن در حضور عدم قطعیت و یا بدون لحاظ عدم قطعیت می‌باشد.

کلمات کلیدی: منطق فازی، الگوریتم ژنتیک، سیستم تنظیم گلوکز- انسولین، نرخ تزریق انسولین، کنترل خطی‌سازی فیدبک پالمبو.

Feedback Linearization and Intelligent Combination Control Method to Blood Glucose Level Control Based on Palumbo Delayed Model

Vahideh Heydari, Ali Karsaz

Abstract: Diabetes is one of the important issues in the medical field and determination of appropriate rate of insulin injection in order to regulation of blood glucose level is vital for diabetics. In this thesis the problem of tracking of desired plasma blood glucose by using subcutaneous insulin administration is expressed. Mathematical model is used in this thesis for glucose-insulin regulation system was based on Palumbo delayed nonlinear model and is one of the most comprehensive models in recent years. The control method is used by Palumbo based on feedback linearization is one of the most complete control methods in this field. The main problem of this method was locus location of the desired closed-loop poles issue based on trial and error. Locations of closed-loop poles away from imaginary axis can cause reduce of oscillations and increase of steady state error that in insulin injection issue is considered a fundamental problem. To fix this problem, in this paper for the first time employing combination of the fuzzy logic controller optimized by genetic algorithm with feedback linearization method as hybrid method is used to regulate the blood glucose level in diabetic patients and stabilization of blood glucose level three diabetic patients with different initial glucose level is simulated. One of the advantages of the proposed method is very high robustness controller

against the uncertainty and disturbance. Finally, the simulation results of proposed control methods are compared with the control method based on Palumbo poles location, which indicates the phenomenal functioning of the proposed controller for tracking of desired blood glucose level at the lowest possible error in the presence of uncertainty or without the uncertainty.

Keywords: Fuzzy logic, Genetic algorithm, Insulin injection rate, Glucose-Insulin regulation system, feedback linearization.

۱- مقدمه

دیابت یک اختلال متابولیکی (سوخت و ساز) در بدن و از شایع‌ترین بیماری‌های مزمن در جامعه مدرن امروزی محسوب می‌شود. در افراد مبتلا به دیابت، توانایی تولید انسولین توسط لوزالمعده از بین می‌رود یا بدن در برابر عمل انسولین مقاوم گردیده و بنابراین انسولین تولیدی نمی‌تواند عملکرد طبیعی خود را ایفا کند. نقش اصلی انسولین پایین آوردن سطح قند خون توسط مکانیزم‌های مختلف می‌باشد. محدوده‌ی نرمال سطح قند خون ۱۱۰-۷۰ میلی‌گرم بر دسی‌لیتر و یا ۶-۴ میلی‌مول بر لیتر می‌باشد. دیابت شامل دو نوع اصلی دیابت نوع ۱ و دیابت نوع ۲ است. در بیماری دیابت، سرعت و توانایی بدن در سوخت و ساز کامل گلوکز خون کاهش می‌یابد. افزایش طولانی مدت میزان قند خون در بدن منجر به بروز عوارض جانبی همچون نابینایی، بیماری‌های کلیوی، بیماری‌های قلبی- عروقی و اعصاب می‌گردد. لذا افراد مبتلا به دیابت نیاز به کنترل مداوم میزان قند خون خود دارند [۱].

تاکنون مدل‌های ریاضی بسیاری برای سیستم گلوکز- انسولین ارائه شده است که شامل مدل برگمن[1] یکی از ابتدایی‌ترین مدل‌های ریاضی، مدل سورنسن[2] یکی از مدل‌های غیر خطی پیچیده، مدل کانگ[3] از جمله مدل‌های غیر خطی تأخیردار پیچیده و مدل دالامن[4] که در بردارنده‌ی معادلات دیفرانسیل غیر خطی مجزا برای مدل‌سازی دو بخش گلوکز و انسولین می‌باشد. تاکنون روش‌های کنترلی متعددی جهت کنترل سطح گلوکز خون مبتنی بر مدل‌های ریاضی مختلف ارائه شده است. در ادامه به بررسی برخی از مقالات مرتبط با این موضوع خواهیم پرداخت.

از طریق ترکیب کنترل‌کننده‌ی PID و روش فازی بهینه یک سیستم خودکار یک‌پارچه به گونه‌ای طراحی شده است که با استفاده از یک سنسور برای اندازه‌گیری سطح گلوکز خون و یک پمپ کوچک جهت تزریق انسولین می‌تواند نقش سلول‌های بتا در لوزالمعده را ایفا نماید [۲]. با در نظر گرفتن ماهیت تأخیری مدل دالامن، ساختار کنترلی جدیدی برای سیستم‌های تأخیردار پیشنهاد گردیده که شامل تلفیقی از کنترل مدل مرجع تطبیقی[5] و پیش‌بین اسمیت اصلاح یافته[6] می‌باشد [۳]. اخیراً با استفاده از روش شبه‌خطی‌سازی و مقایسه‌ی عملکرد آن با روش کنترل مبتنی بر خطی‌سازی فیدبک پالمبو[7]، نرخ تزریق بهینه انسولین که به عنوان سیگنال کنترلی در نظر گرفته شده، برای ردیابی گلوکز مرجع به دست آمده است [۴]. از جمله ایرادات این روش می‌توان به پیچیدگی روش کنترلی خطی‌سازی پیوسته و حجم محاسبات بالا اشاره نمود که نیاز به یک پردازنده‌ی قوی دارد. در سال‌های اخیر الگوریتم کنترلی متشکل از یک تنظیم‌کننده‌ی ساختار متغیر به همراه پارامترهای کنترل از طریق خطی‌سازی معادلات دیفرانسیل غیر خطی تأخیردار ارائه شده است. این الگوریتم مبتنی بر روش نابرابری ماتریس خطی[8] (LMIs) بوده و با استفاده از قانون کنترلی کلید زنی، بسته به ارزش فعلی گلوکز و در حضور اختلالات وعده غذایی به کار رفته است [۵]. در سال گذشته یک مدل ریاضی جدید برای سیستم گلوکز-انسولین متناسب با داده‌های بالینی دو روزه از افراد سالم ارائه شده است. داده‌های بالینی استاندارد مربوط به مانیتورینگ غلظت گلوکز، تزریق انسولین و مصرف کربوهیدرات از دو دانشگاه معتبر Nantes و Rennes گرفته شده‌اند. در این مقاله از روش حداقل مربعات و روش بازگشتی نیوتن-گوسی برای تخمین پارامترهای مدل و شناسایی سیستم استفاده شده است [۶]. یک کنترل‌کننده‌ی فازی-ژنتیک جهت کنترل سطح گلوکز خون بیماران مبتلا به دیابت ارائه شده است. با استفاده از روش فازی بهینه شده توسط الگوریتم ژنتیک و در نظر گرفتن مدل ریاضی غیر خطی تأخیری پالمبو بر روی سه بیمار نوعی، پایدارسازی سطح گلوکز خون افراد مبتلا به دیابت به سطح مطلوب بررسی می‌گردد [۷]. تخمین و ارزیابی کمی استخراج انسولین کبدی[9] (HE) پس از آزمایش تحمل گلوکز به عنوان مثال صرف وعده غذایی، برای تنظیم متابولیسم کربوهیدرات حائز اهمیت است. برای دستیابی به مدل‌های ریاضی، داده‌های ۲۰۴ شخص سالم تحت آزمون تحمل گلوکز خوراکی و اندازه گیری مکرر غلظت قند خون، غلظت انسولین و روند پپتید-C[10] مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این مدل‌ها شامل یک مدل دو محفظه‌ای روند پپتید-C، یک مدل ترشح انسولین و یک مدل یک محفظه‌ای روند انسولین و توصیف‌های مختلف HE، بسته به میزان گلوکز و انسولین پلاسما می‌باشند. به کارگیری مدل‌های جدید سیستم

1- Bergman
2- Sorensen
3- Kuang
4- Dallaman
5- Adaptive Reference Model
6- Modified Smith Predictor
7- Palumbo
8- Linear Matrix Inequalities
9- Hepatic Insulin Extraction
10- C-Peptide

تنظیم گلوکز- انسولین توصیفات دقیق روند انسولین را فراهم می کنند و بنابراین منجر به درک بهتر متابولیک بدن افراد می گردند [۸].

اخیراً یک کنترل‌کننده‌ی پارامتر متغیر خطی[1] (LPV) کلید زنی برای تنظیم گلوکز خون طراحی شده است. هدف از این کنترل‌کننده به حداقل رساندن خطرات ناشی از هیپوگلیسمی[2] و هایپرگلیسمی[3] می‌باشد. این ساختار کنترلی با در نظر گرفتن دینامیک غیر خطی متغیر با زمان و اعمال عدم قطعیت پارامتری به تنظیم سطح گلوکز خون بیمار می‌پردازد [۹]. یک مدل ترکیبی برای نمایش ماهیت تصادفی سیستم نوسان انسولین در پانکراس ارائه شده است. برای اندازه‌گیری رفتار سیستم نوسانی انسولین، اندازه‌گیری مبتنی بر احتمال پیشنهاد گردیده و برای آزمایش اثر بخشی روش‌های درمانی جدید اعمال شده است [۱۰]. یک ساختار کنترلی برای کاهش خطرات ناشی از افزایش و یا کاهش قند خون در دیابت نوع ۱ به کار رفته است. این ساختار از سه بخش اصلی تشکیل شده است: یک کنترل‌کننده‌ی مقاوم H_∞، یک حلقه فیدبک انسولین[4] (IFL) و یک مکانیزم ایمنی[5] (SM) [۱۱].

این مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده است: در بخش ۲ برخی از مدل‌های ریاضی ارائه شده برای سیستم تنظیم گلوکز- انسولین و معادلات دیفرانسیل مدل ریاضی غیر خطی تأخیردار پالمبو بیان شده است. در بخش ۳ روش کنترلی پیشنهادی ارائه شده است. پس از آن در بخش ۴ شبیه سازی مدل سیستم برای سه بیمار مبتلا به دیابت با پارامترهای مختلف ارائه گردیده است. در نهایت در بخش ۵ نتایج حاصل از روش کنترل پیشنهادی بررسی شده است.

۲- مدل ریاضی گلوکز- انسولین

برخی از مهم‌ترین مدل‌هایی که تاکنون برای سیستم تنظیم گلوکز- انسولین ارائه گردیده شامل: مدل حداقل برگمن در سال ۱۹۸۱ [۱۲]، مدل سورنسن در سال ۱۹۸۵ [۱۳]، مدل کانگ در سال ۲۰۰۶ [۱۴]، مدل دالامن در سال ۲۰۰۷ [۱۵] می‌باشند. در سال‌های اخیر مدل‌های غیر خطی تأخیردار به دلیل مطابقت با تست تشخیصی جامعه‌ی بیماران بیشتر مورد توجه محققان قرار گرفته است. در این مقاله، از مدل ریاضی ارائه شده توسط پالمبو و همکاران در سال ۲۰۰۷ استفاده شده است [۱۶]. از جمله مزایای این مدل نسبت به سایر مدل‌ها، لحاظ زمان تأثیر انسولین، معادل فاصله زمانی میان بالا رفتن سطح گلوکز خون تا زمان ترشح انسولین از لوزالمعده می‌باشد. اگرچه مدل‌سازی تأخیر در دینامیک بیماری دیابت منجر به سخت‌تر شدن تجزیه و تحلیل مدل می‌گردد اما به دلیل عملکرد طبیعی‌تر و دقیق‌تر مکانیزم سیستم گلوکز- انسولین، در این مقاله از مدل ریاضی تأخیری استفاده شده است. از دیگر مزایای این مدل می‌توان به قابلیت سازگاری آن با آزمایشات بالینی انجام شده بر روی افراد سالم و مطابقت آن با مفاهیم فیزیولوژیکی اشاره کرد و در این مدل در مقایسه با سایر مدل‌های تأخیری، پیچیدگی معادلات دیفرانسیل در عین عملکرد مطلوب کاهش یافته است. معادلات دیفرانسیل براساس مدل غیر خطی تأخیردار پالمبو به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{dG(t)}{dt}=-K_{xgi}I(t)G(t)+\frac{T_{gh}}{V_g} \qquad (۱)$$

$$\frac{dI(t)}{dt}=-K_{xi}I(t)+\frac{T_{igmax}}{V_i}f\left(G\left(t-\tau_g\right)\right)+u(t)+d(t) \qquad (۲)$$

$$f(G)=\frac{(\frac{G}{G^*})^\gamma}{1+(\frac{G}{G^*})^\gamma} \qquad (۳)$$

$$\begin{aligned} d(t) &= A\sin(wt)+B[u(t-T_0)-u(t-T_1)-u(t-T_2) \\ &+u(t-T_3)+u(t-T_4)-u(t-T_5)]+C\exp(-\alpha(t-T_6))+v(t) \end{aligned} \qquad (۴)$$

در روابط فوق، تابع غیر خطی *f(G)* تأثیر اعمال تأخیر زمانی افزایش سطح گلوکز خون بر نرخ تحویل انسولین از لوزالمعده را مدل می‌کند. *u(t)* و *d(t)* به‌ترتیب به عنوان ورودی کنترل و اغتشاشات اجتناب ناپذیر در نظر گرفته می‌شوند. در جدول ۱ پارامترهای مدل غیر خطی تأخیری پالمبو توصیف شده است. هدف از قانون کنترل اعمالی، کاهش غلظت گلوکز خون پلاسمای بالاتر از سطح نرمال و نگه داشتن این مقدار در سطح نرمال می‌باشد که این مهم، از طریق تزریق انسولین داخل وریدی امکان‌پذیر است [۱۶].

سیستم کنترل سطح گلوکز دارای عدم قطعیت‌های متعددی شامل عدم قطعیت پارامترها، عدم قطعیت مدل، خطاهای اندازه‌گیری گلوکز خون بوده و نیز اغتشاشاتی از نوع عدم دسترسی به اندازه‌گیری سطح گلوکز، قطع و وصل سنسور، اغتشاشات ناشی از ورزش و فعالیت بدنی و وعده غذایی می‌باشد. ولیکن جهت واقعی شدن نتایج مورد بررسی، برای شبیه‌سازی عدم قطعیت ناشی از فعالیت‌های ورزشی و وعده‌های غذایی، یک تابع سینوسی، پله و نمایی با دامنه‌ها و زمان‌های مناسب به‌علاوه یک نویز سفید گوسی v(t) و نیز حدود ده درصد عدم قطعیت پارامتری ناشی از تغییرات برخی از پارامترهای مدل ریاضی پالمبو لحاظ گردیده است که مقادیر عددی این پارامترها در بخش نتایج شبیه سازی بیان می‌شود.

جدول ۱: پارامترهای سیستم گلوکز- انسولین براساس مدل تأخیری پالمبو [۱۶]

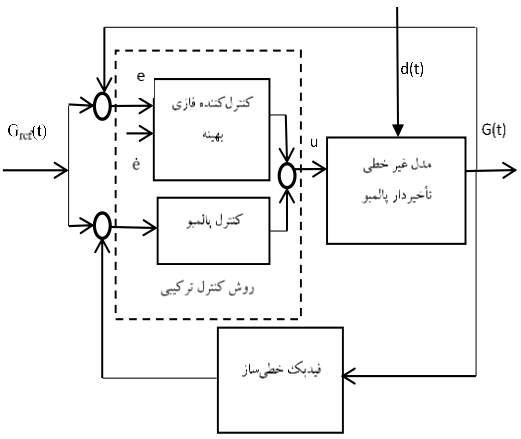
پارامتر	تعریف
$G(t)$	غلظت گلوکز خون موجود در پلاسما (mM)
$I(t)$	غلظت انسولین موجود در پلاسما (pM)
K_{xgi}	نرخ جذب گلوکز خون وابسته به انسولین توسط بافت‌ها $(\mathbf{min^{-1}pM^{-1}})$
T_{gh}	شاخص تعادل میان گلوکز کبدی و گلوکز مستقل از انسولین مرتبه‌ی صفر جذب شده توسط بافت ها $\left(\mathbf{min^{-1}(mmol/kgBW)}\right)$

1- *linear Parameter varying*
2- *Hypoglycemia*
3- *Hyperglycemia*
4- *Insulin Feedback Loop*
5- *Safety Mechanism*

V_g	نرخ آشکار توزیع گلوکز خون $(\mathbf{L/kgBW})$
K_{xi}	نرخ ناپدید شدن انسولین مرتبه اول $(\mathbf{min^{-1}})$
$T_{ig\max}$	حداکثر نرخ ترشح انسولین در فاز دوم $\left(\mathbf{min^{-1}(pmol/kgBW)}\right)$
V_i	نرخ آشکار توزیع انسولین $(\mathbf{L/kgBW})$
τ_g	تأخیر زمانی موجود در ترشح انسولین از پانکراس (min)
u(t)	نرخ انسولین تزریقی در هر دقیقه (pM/min)
G^*	میزانی از گلوکز پلاسما که در آن ترشح انسولین به نیمی از مقدار ماکزیمم رسیده (mM)
γ	توانایی عکس‌العمل پانکراس در عملکرد گلوکز موجود در پلاسما

۳- روش کنترل پیشنهادی

در این بخش با به‌کارگیری یک کنترل‌کننده‌ی بهینه، تلفیقی از روش کنترل فازی-ژنتیک و روش کنترل پالمبو به عنوان کنترل‌کننده‌ی ترکیبی بر روی مدل غیر خطی تأخیردار پالمبو به کنترل سطح گلوکز خون بیماران دیابتی از طریق تزریق انسولین پرداخته شده است. شکل ۱، دیاگرام بلوکی سیستم گلوکز- انسولین را برای روش کنترل پیشنهادی نشان می‌دهد.



شکل ۱: دیاگرام بلوکی کنترل ترکیبی فیدبک خطی‌ساز- هوشمند پیشنهادی سیستم تنظیم گلوکز- انسولین

روش خطی‌سازی فیدبک حالت جهت حذف بخش غیر خطی $f(G)$ در رابطه‌ی (۲) مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای این منظور چنانچه در شکل ۱ مشاهده می‌گردد، از خروجی $y(t)=G(t)$ فیدبک گرفته شده است. در اینجا هدف این است که خروجی، سطح گلوکز خون مرجع را ردیابی کند. ابتدا به منظور یافتن رابطه‌ای میان ورودی و خروجی سیستم، باید از خروجی به صورت زیر مشتق گرفت.

$$\dot{y}(t)=\dot{G}(t)=-K_{xgi}I(t)G(t)+\frac{T_{gh}}{V_g} \tag{۵}$$

$$\ddot{y}(t)=\ddot{G}(t)=S\left(G(t),I(t),G(t-\tau_g)\right) -K_{xgi}G(t)\left(u(t)+d(t)\right) \tag{۶}$$

با در نظر گرفتن تابع $S\left(G(t),I(t),G(t-\tau_g)\right)$ به صورت زیر:

$$S\left(G(t),I(t),G(t-\tau_g)\right)= -K_{xgi}I(t)\left(-K_{xgi}I(t)G(t)+\frac{T_{gh}}{V_g}\right) -K_{xgi}G(t)\left(-K_{xi}I(t)+\frac{T_{igmax}}{V_i}f\left(G(t-\tau_g)\right)\right) \tag{۷}$$

با فرض بردار خطای سیستم برابر با اختلاف گلوکز و گلوکز مرجع و نرخ تغییرات آن به فرم رابطه‌ی (۸) داریم:

$$e(t)=\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G(t)-G_{ref}(t) \\ \dot{G}(t)-\dot{G}_{ref}(t) \end{bmatrix} \tag{۸}$$

$$\dot{e}(t)=\begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) \end{bmatrix} \tag{۹}$$

$$\dot{e}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}e(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\left(S\left(G(t),I(t),G(t-\tau_g)\right)\right) -K_{xgi}G(t)\left(u(t)+d(t)\right)-\ddot{G}_{ref}(t) \tag{۱۰}$$

$$u(t)=\frac{S\left(G(t),I(t),G(t-\tau_g)\right)-v(t)}{K_{xgi}G(t)} \tag{۱۱}$$

روابط (۹) و (۱۰) برای مشتق دینامیک خطا برقرار هستند. در نهایت قانون کنترلی به فرم رابطه‌ی (۱۱) به دست می‌آید. v(t) در این رابطه به عنوان ورودی جدید به صورت رابطه‌ی (۱۳) انتخاب شده است که در آن بردار R به‌گونه‌ای در نظر گرفته شده است که مقادیر ویژه‌ی ماتریس H در رابطه‌ی (۱۴) سمت چپ محور موهومی باشند.

$$\dot{e}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}e(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}v(t)-\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\ddot{G}_{ref}(t) -\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}K_{xgi}G(t)d(t) \tag{۱۲}$$

$$v(t)=\ddot{G}_{ref}(t)+Re(t) \tag{۱۳}$$

$$H=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}R \tag{۱۴}$$

$$\dot{e}(t)=He(t)-\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}K_{xgi}\left(e_1(t)+G_{ref}(t)\right)d(t) \tag{۱۵}$$

این روش توسط پالمبو و همکارانش در سال ۲۰۰۹ مطرح گردید و در این مقاله تحت عنوان روش پالمبو جهت مقایسه با روش پیشنهادی از آن یاد می‌شود [۱۷]. تا اینجای کار با انتخاب مناسب R، به علت قرارگیری ریشه‌های سیستم حلقه بسته سمت چپ محور موهومی پایداری سیستم تضمین شده است. عیب عمده‌ی کار سعی و خطایی بودن انتخاب R می‌باشد که جهت افزایش دقت ردیابی می‌تواند نوسانات ناخواسته‌ای

را به سیستم کنترلی اعمال نماید. این مسئله در موضوع کنترل سطح گلوکز خون، به علت تزریق انسولین در بدن بسیار خطرناک خواهد بود. بر این اساس کنترل‌کننده‌ی فازی می‌تواند به شکل موثری بر این تغییرات فرمان کنترل، پایان دهد.

در طراحی بخش کنترل‌کننده‌ی فازی، از کنترل فازی نوع ممدانی[1] شامل دو ورودی و یک خروجی استفاده شده است. ورودی‌های کنترل-کننده‌ی فازی شامل اختلاف گلوکز خون با گلوکز مرجع $G(t)-G_{ref}(t)$ و نرخ تغییرات گلوکز خون $\frac{dG(t)}{dt}$ بوده و خروجی کنترل‌کننده‌ی فازی نرخ تزریق انسولین u(t) می‌باشد. طبق جدول ۲ براساس تجربه فیزیولوژیکی و دانش انسانی، ۴۰ قاعده‌ی فازی برای برقراری ارتباط میان ورودی‌ها و خروجی به‌کار رفته است.

جدول ۲: قواعد فازی میان ورودی- خروجی

Gdot \ $G-G_{ref}$	NH	NM	NL	Z	PL	PM	PH	PB
NH	NH	NH	NH	NH	NH	Z	NL	NH
NL	NL	NL	NH	NH	NL	PB	Z	NL
Z	Z	NL	NH	Z	PB	PB	PL	Z
PL	PB	Z	PL	PB	PB	PB	PM	PB
PH	PB	PL	PM	PH	PL	PM	PH	PH

در جدول ۲ نمادهای N, Z, P, B, H, M, L به ترتیب نشان دهنده Negative (منفی)، Zero (صفر)، Positive (مثبت)، Big (خیلی زیاد)، High (زیاد)، Medium (متوسط) و Low (کم) می‌باشند.

به عنوان مثال یکی از قواعد فازی اگر و آنگاه عبارتند از: اگر $G(t)-G_{ref}(t)$ خیلی مثبت (PB) و $\frac{dG(t)}{dt}$ کمی مثبت (PL) باشند، آنگاه u(t) خیلی زیاد (PB) می‌شود به این معنی که فرد بیمار به تزریق انسولین خیلی زیادی نیاز دارد.

در روش الگوریتم ژنتیک پیشنهادی عملگرهای ژنتیکی همچون تولید جمعیت ۵۰، جهش[2] ژنی به صورت یکنواخت، عملگر برش[3] به صورت دو نقطه‌ای در نظر گرفته شده اند و تعداد ۲ ژن از کل ژن‌ها در هر نسل به عنوان نرخ نخبه‌گرایی[4] به نسل بعد منتقل می‌شوند. در روش کنترلی پیشنهادی، از ترکیب روش کنترل فازی بهینه شده توسط الگوریتم ژنتیک و روش خطی‌سازی فیدبک جهت ردیابی سطح گلوکز خون مطلوب استفاده شده است.

۴- شبیه‌سازی مدل سیستم

پارامترهای مدل غیر خطی تأخیردار پالمبو براساس برازش حداقل مربعات تعمیم یافته بر روی داده‌های تجربی تست تزریق وریدی انسولین[5] برای سه بیمار مختلف به دست آمده است. مقادیر I_b و G_b قابل اندازه‌گیری بوده، پارامترهایی همچون γ، V_g، K_{xi}، τ_g و K_{xgi} تخمین زده شده، برخی پارامترها همچون G^* و V_i ثابت و مشخص بوده و پارامترهای T_{gh} و $T_{ig\max}$ براساس روابط جبری محاسبه شده اند [۱۷]. جهت بررسی مقاومت روش پیشنهادی به عدم قطعیت‌های پارامتری، عدم قطعیتی در چهار پارامتر مهم مدل ریاضی پالمبو از جمله پارامترهای K_{xi}، K_{xgi}، T_{gh} و $T_{ig\max}$ در نظر گرفته شده است. تغییر در این پارامترها باعث ایجاد تفاوت در کیفیت بیماری شده لذا نسبت به سایر متغیرهای بیماری دارای اهمیت بالاتری هستند و در بخش شبیه‌سازی مدل سیستم، مقاومت کنترل‌کننده پیشنهادی با فرض نامعینی پارامتری به همراه اغتشاش ورودی بررسی شده است.

$$T_{gh}=K_{xgi}I_bG_bV_g \qquad (۱۶)$$

$$T_{igmax}=K_{xi}I_bV_i\left[1+\left(\frac{G_b}{G^*}\right)^{\gamma}\right]\Big/\left(\frac{G_b}{G^*}\right)^{\gamma} \qquad (۱۷)$$

$$G(\tau)=G_0(\tau),I(\tau)=I_0(\tau),\tau\in\left[-\tau_g,0\right]$$

در این مقاله از پارامترهای سه بیمار مختلف استفاده شده تا بتوان به مقایسه‌ی روش پیشنهادی با روش کنترل پالمبو پرداخت.

مورد ۱: میزان گلوکز خون پایه‌ی این بیمار $G_b = 5.611mM$ می‌باشد که نشان دهنده‌ی بالاتر بودن این مقدار از سطح طبیعی $4.7mM$ می‌باشد. بیمار مورد نظر دارای شاخص توده‌ی بدنی[6] BMI=۵۰ و شاخص مقاومت انسولین (K_{xgi} 10^{-4}) می‌باشد که بیانگر نرخ ترشح انسولین کمتر از نرمال بوده و نشان می‌دهد که فرد به-تازگی به بیماری دیابت مبتلا شده است. این بیمار در صورتی که کاهش وزن نداشته باشد، علائم ابتلا به دیابت نوع دو را نیز دارا می‌باشد [۱۸]. پارامترهای مدل غیر خطی تأخیری این بیمار در رابطه‌ی (۱۸) بیان شده است.

جهت مدل‌سازی فعالیت‌های بدنی و وعده غذایی، عدم قطعیت سینوسی، عدم قطعیت پله و عدم قطعیت نمایی به همراه نویز سفید با مقادیر عددی مطابق رابطه (۱۸) در نظر گرفته شده است.

$$G_b = 5.611\,mM \qquad B=0.2\ pMmin^{-1}$$

$$K_{xgi}=3.11\times10^{-5}\,min^{-1}pM^{-1} \qquad C=0.2\ pMmin^{-1}$$

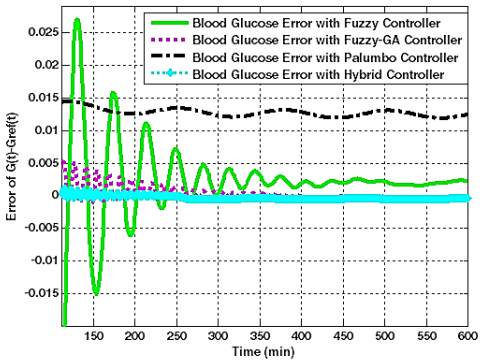
1- Mamdani
2- Mutation
3- Crossover
4- Elitess
5- Intra Venous Glucose Tolerance Test
6- Body Mass Index

$$T_{gh} = 0.003\ \min^{-1}(mmol/kgBW) \qquad T_0=100\,min$$
$$V_g = 0.187\,L/kgBW \qquad T_1=200\,min$$
$$K_{xi}=1.211\times10^{-2}\ min^{-1} \qquad T_2=300\,min$$
$$T_{ig\max} = 1.573\ \min^{-1}(pmol/kgBW) \qquad T_3=400\,min \qquad (۱۸)$$
$$I_b = 93.669\ pM \qquad T_4=500\,min$$
$$G^*=9\ mM \qquad T_5=600\,min$$
$$\tau_g=24\ min \qquad T_6=250\,min$$
$$\gamma = 3.205 \qquad w=0.1\,Hz$$
$$V_i = 0.25\,L/kgBW \qquad \alpha=0.01\ min^{-1}$$
$$A=0.1\ pMmin^{-1} \qquad v(t)\sim N(0,0.1)$$

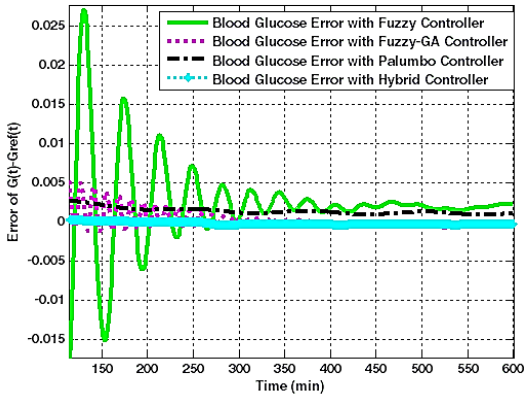
سیگنال گلوکز مرجع به صورت نمایی کاهشی، از مقدار اولیه‌ی گلوکز بیمار $5.611mM$ به مقدار طبیعی $4.7mM$ به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$G_{ref}(t)=4.7+(5.611-4.7).\exp(-0.01t) \qquad (۱۹)$$

شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب خطای اختلاف گلوکز بیمار و گلوکز مرجع برای تمامی روش‌های کنترلی با $R=[0\ \ -0.5]$ و $R=[0\ \ -1.5]$ را نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد خطا در روش فازی به صورت نوسانی بوده که این از جمله مشکلات روش فازی به‌تنهایی محسوب می‌شود. اما در روش کنترل پالمبو بسته به مقدار R میزان خطا متغیر است، به عنوان مثال در شکل ۲ روش پالمبو دارای خطای ماندگار بوده در حالی که در شکل ۳ مقدار بهینه‌ی R با سعی و خطا به دست آمده و خطای پالمبو کاهش یافته است. با توجه به هر دو شکل ۲ و ۳ مشاهده می‌گردد که روش کنترل ترکیبی میزان خطای تقریبا ثابت و صفر را نشان می‌دهد که این امر بیانگر عملکرد فوق‌العاده‌ی روش کنترلی پیشنهادی می‌باشد.

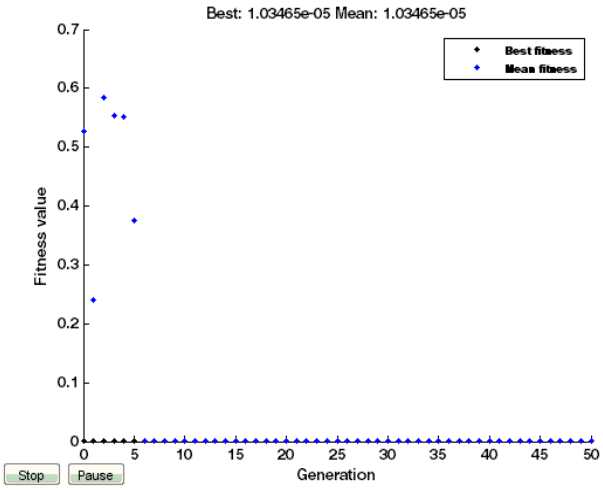


شکل ۲: خطای اختلاف میان گلوکز با گلوکز مرجع در تمامی روش‌های کنترلی با $R=[0\ \ -0.5]$ برای بیمار ۱



شکل ۳: خطای اختلاف میان گلوکز با گلوکز مرجع در تمامی روش‌های کنترلی با $R=[0\ \ -1.5]$ برای بیمار ۱

نمودار تابع برازندگی الگوریتم ژنتیک برای این بیمار در شکل ۴ آمده است.



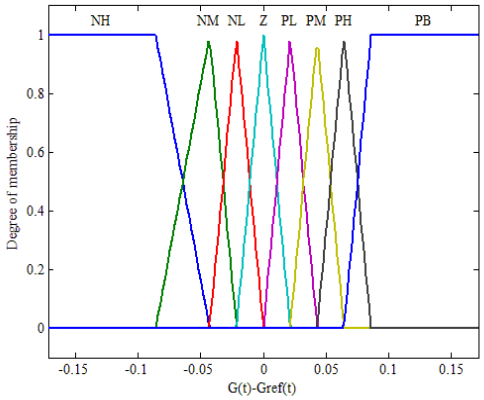
شکل ۴: نمودار تابع برازندگی الگوریتم ژنتیک برای بیمار ۱

در اینجا تابع برازندگی که برابر معکوس تابع هزینه است به عنوان خطای حاصل از اختلاف سطح گلوکز خون بیمار و سطح گلوکز خون مرجع به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

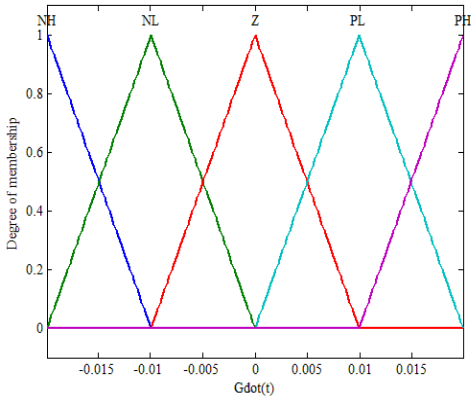
$$J(k_1,k_2,k_3,k_4,k_5) = \min \frac{1}{T}\int_0^T \left[G(t)-G_{ref}(t)\right]^2 dt \qquad (۲۰)$$
$$t\in[0,T]$$

پارامترهای k_1 و k_2 به‌ترتیب ضرایب ورودی‌های $G(t)-G_{ref}(t)$ و $\frac{dG(t)}{dt}$ و پارامترهای k_3، k_4 و k_5 ضرایب خروجی u(t) در کنترل‌کننده‌ی فازی می‌باشند که توسط الگوریتم ژنتیک بهینه شده‌اند. این پارامترها بیانگر افزایش و یا کاهش نمودار توابع عضویت در محور افقی می‌باشند. در اینجا نمودار توابع عضویت ورودی‌ها شامل اختلاف گلوکز خون بیمار و گلوکز خون مرجع و نرخ تغییرات گلوکز خون، در محور افقی بسته‌تر و نمودار توابع عضویت

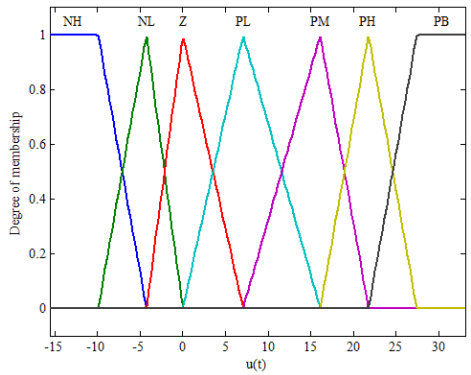
خروجی نرخ تزریق انسولین نیز برای این بیمار بازتر شده است. شکل‌های ۵، ۶ و ۷ به‌ترتیب توابع عضویت ورودی‌ها و خروجی با اعمال الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهند.



شکل ۵: توابع عضویت ورودی تفاضل گلوکز و گلوکز مرجع $G(t)-G_{ref}(t)$ با اعمال الگوریتم ژنتیک برای بیمار ۱



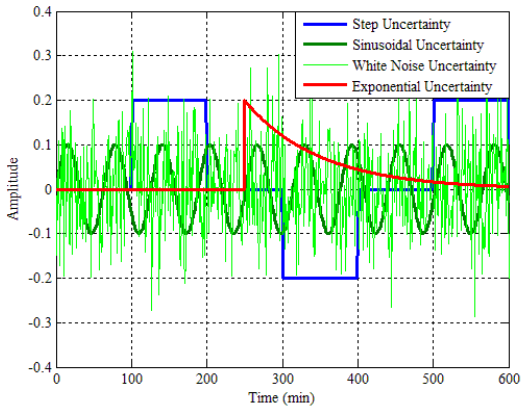
شکل ۶: توابع عضویت ورودی نرخ تغییرات گلوکز Gdot(t) با اعمال الگوریتم ژنتیک برای بیمار ۱



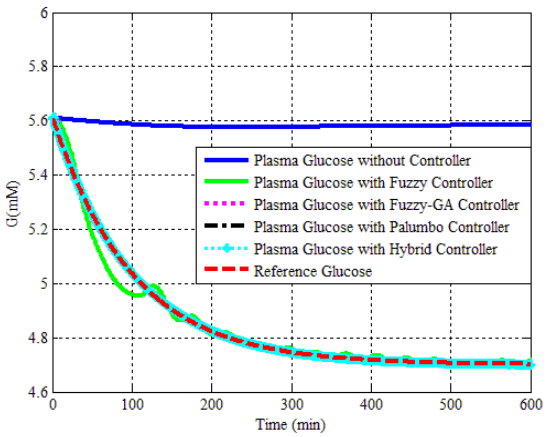
شکل ۷: توابع عضویت خروجی فازی و یا ورودی کنترل u(t) با اعمال الگوریتم ژنتیک برای بیمار ۱

لازم به ذکر است برای دو بیمار مورد مطالعه دیگر بازه‌های متفاوتی از توابع عضویت بسته به شدت و ضعف بیماری از الگوریتم بهینه سازی ژنتیک حاصل می‌گردد اما قوانین فازی ذکر شده در جدول ۲ برای تمامی آنها یکسان و قابل به کارگیری است.

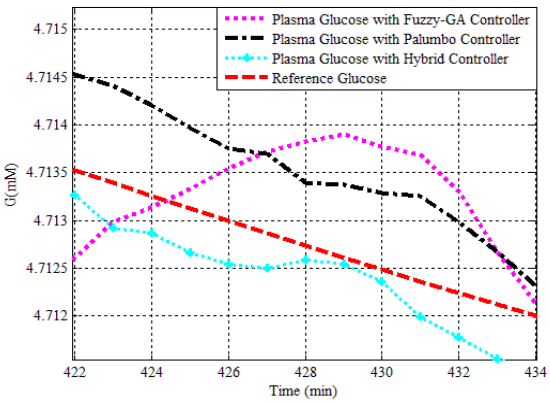
شکل ۸ اعمال عدم قطعیت‌های سینوسی، پله، نمایی و نویز سفید را بر سیستم تنظیم گلوکز- انسولین نشان می‌دهد. شکل ۹ نشان‌دهنده‌ی پایدارسازی سطح گلوکز خون بیمار ۱ به سطح مرجع با لحاظ عدم قطعیت می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود سطح گلوکز خون این بیمار بدون اعمال روش کنترلی در محدوده‌ی $5.611mM$ باقی می‌ماند. در حالی که این مقدار با اعمال کنترل‌کننده به سطح مرجع می‌رسد. کنترل‌کننده‌ی فازی به‌تنهایی نمی‌تواند به‌خوبی گلوکز مرجع را دنبال کند، در حالی که روش کنترل فازی بهینه شده بهتر عمل می‌کند. روش کنترل پالمبو نیز تا حد امکان گلوکز مرجع را دنبال می‌کند. اما روش کنترل ترکیبی به دلیل کاربرد مزایای هر دو روش کنترل هوشمند و کنترل خطی‌سازی فیدبک به طور کامل سطح گلوکز خون را به سطح مرجع می‌رساند که این بیانگر عملکرد فوق‌العاده‌ی کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی می‌باشد. در شکل ۱۰ تنظیم سطح گلوکز خون برای بیمار ۱ به وضوح نشان داده شده است. شکل ۱۱ نشان دهنده‌ی نرخ تزریق انسولین برای بیمار ۱ می‌باشد.



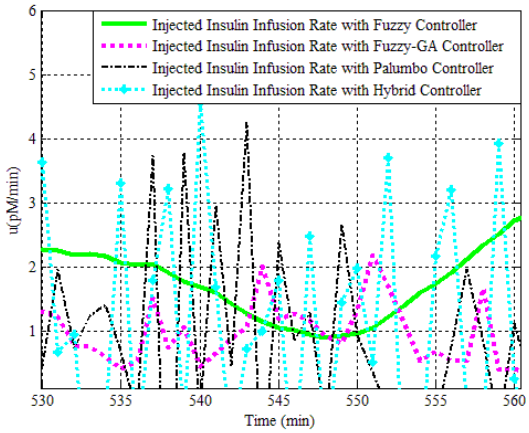
شکل ۸: عدم قطعیت اعمال شده بر سیستم تنظیم گلوکز- انسولین



شکل ۹: تنظیم سطح گلوکز خون با اعمال کنترل‌کننده و لحاظ عدم قطعیت برای بیمار ۱



شکل ۱۰: تنظیم سطح گلوکز خون برای بیمار ۱ (به طور واضح)



شکل ۱۱: نرخ تزریق انسولین روش کنترل ترکیبی پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌ها برای بیمار ۱

مورد۲: بیمار مورد نظر از نظر فیزیک بدنی مشابه بیمار اول بوده، اما شاخص مقاومت انسولین این فرد، به‌صورت بحرانی افزایش یافته که می‌تواند ناشی از عفونت و یا عمل جراحی باشد و فرد دچار هایپرگلیسیمی شده است. این اتفاق می‌تواند ناشی از تغییرات هورمونی مثلا افزایش غلظت پلاسمای کورتیزول[1] یا کاتکول آمین‌ها[2] باشد که برخلاف عملکرد مناسب انسولین رفتار می‌کنند. در این حالت بیمار برای بازگشت به حد طبیعی گلوکز خون احتیاج به ترشح انسولین بیشتری از پانکراس دارد. برای این بیمار برخی پارامترهای بیمار اول تغییر می‌کنند که به شرح زیر است. اما بقیه پارامترها بدون تغییر باقی می‌مانند [۱۸].

$$G_b=7.856\,mM \qquad I_b=204.11\,pM$$

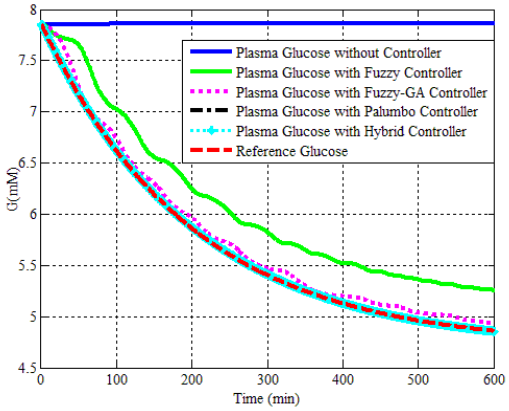
1- Cortisol
2- Catecholamines

$$K_{xgi}=10^{-5}\ min^{-1}pM^{-1} \qquad (۲۱)$$

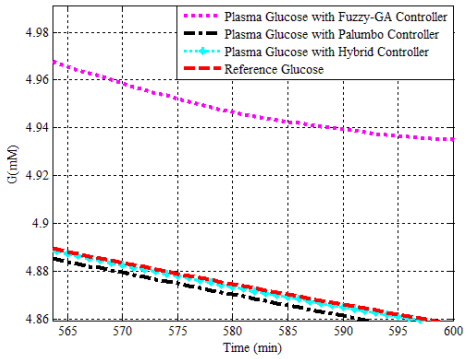
سیگنال گلوکز مرجع همانند بیمار قبلی به صورت نمایی کاهشی، از مقدار اولیه‌ی گلوکز $7.856mM$ به مقدار طبیعی $4.7mM$ به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$G_{ref}(t)=4.7+(7.856-4.7).\exp(-0.005t) \qquad (۲۲)$$

همان طور که مشاهده می‌کنید رفتار سیگنال گلوکز مرجع، برای هر بیمار می‌تواند متفاوت باشد. شکل ۱۲ نشان دهنده‌ی پایدارسازی سطح گلوکز خون بیمار ۲ به سطح مرجع با لحاظ عدم قطعیت می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود سطح گلوکز خون بیمار ۲ بدون اعمال کنترل‌کننده در محدوده‌ی $7.856mM$ باقی مانده است. در حالی که این مقدار با اعمال کنترل‌کننده به سطح مرجع می‌رسد. در شکل ۱۳ نمودار تنظیم سطح گلوکز خون به سطح مرجع برای بیمار ۲ به وضوح نشان داده شده است.



شکل ۱۲: تنظیم سطح گلوکز خون با اعمال کنترل‌کننده و لحاظ عدم قطعیت برای بیمار ۲



شکل ۱۳: تنظیم سطح گلوکز خون برای بیمار ۲ (به طور واضح)

مورد۳: بیمار مورد نظر از نظر فیزیک بدنی مشابه بیمار اول بوده، اما این بیمار پس از ابتلا به بیماری به مدت ۱ تا ۲ سال تحت هیچ عملیات درمانی قرار نگرفته و طبیعتاً سطح غلظت انسولین پانکراس بیمار به شدت افت کرده، در حالی که مقاومت انسولین او تغییری نداشته است. در

حقیقت این بیمار در وضعیت هایپرگلیسیمی مزمن و مستعد دیابت نوع دو واقع شده است. در این وضعیت برخی پارامترهای بیمار اول تغییر می‌کند که به شرح زیر است. اما بقیه پارامترها بدون تغییر باقی می‌ماند [۱۸].

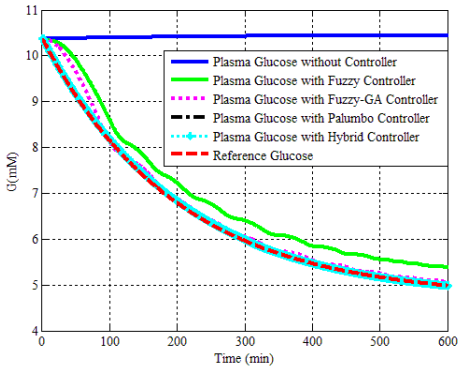
$$G_b=10.37\ mM \qquad I_b=48.95\ pM$$

$$T_{ig\max}=0.242\ \min^{-1}(pmol/kgBW) \tag{۲۳}$$

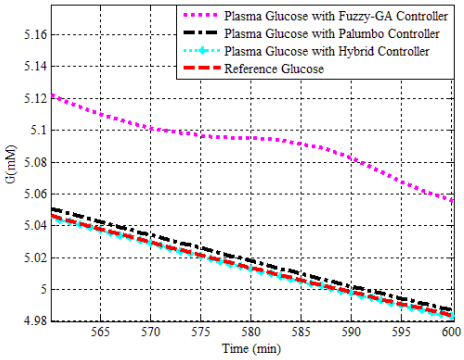
سیگنال گلوکز مرجع همانند دو بیمار قبلی به صورت نمایی کاهشی، از مقدار اولیه‌ی گلوکز $10.37mM$ به مقدار طبیعی $4.7mM$ به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$G_{ref}(t)=4.7+(10.37-4.7).\exp(-0.005t) \tag{۲۴}$$

شکل ۱۴ نشان دهنده‌ی پایدارسازی سطح گلوکز خون بیمار ۳ به سطح مرجع با لحاظ عدم قطعیت می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود سطح گلوکز خون بیمار ۳ بدون اعمال کنترل در محدوده‌ی $10.37mM$ باقی می‌ماند. در حالی که این مقدار با اعمال کنترل‌کننده به سطح مرجع می‌رسد. در شکل ۱۵ نمودار تنظیم سطح گلوکز خون به سطح مرجع برای بیمار ۳ به وضوح نشان داده شده است.



شکل ۱۴: تنظیم سطح گلوکز خون با اعمال کنترل‌کننده و لحاظ عدم قطعیت برای بیمار ۳



شکل ۱۵: تنظیم سطح گلوکز خون برای بیمار ۳ (به طور واضح)

در این بخش به مقایسه‌ی عملکرد روش‌های کنترلی پیشنهادی و روش کنترل پالمبو به‌عنوان یکی از بهترین روش‌های کنترلی پرداخته و میزان خطا برای هر یک از روش‌ها محاسبه شده است. در جدول‌های ۳ و ۴ به‌ترتیب میزان خطای هر یک از روش‌های کنترلی برحسب معیار میانگین مربعات خطا[1] و میانگین مطلق خطا[2] برای سه بیمار بدون لحاظ عدم قطعیت و در حضور عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش محاسبه شده است. براساس این جدول، روش کنترل فازی بیشترین خطا و روش کنترل ترکیبی کمترین خطا را در مقایسه با روش کنترل پالمبو دارا می‌باشند. در جدول ۵ درصد بهبود عملکرد روش کنترل ترکیبی در مقایسه با روش کنترل پالمبو برحسب دو معیار خطا بدون لحاظ عدم قطعیت و در حضور عدم قطعیت برای سه بیمار محاسبه شده است. نتایج جدول ۵ بیانگر مقاومت بالای روش پیشنهادی در مقابل عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش می‌باشد.

جدول ۳: میزان خطای ردیابی سطح گلوکز مرجع برای سه بیمار نوعی

روش کنترلی / خطا		کنترل فازی	کنترل فازی-ژنتیک	کنترل پالمبو [۱۸]	کنترل ترکیبی (پیشنهادی)
خطای بیمار ۱	MSE	2.73×10^{-4}	1.52×10^{-5}	5.50×10^{-6}	3.80×10^{-7}
	MAE	0.0079	0.0017	0.0018	3.74×10^{-4}
خطای بیمار ۲	MSE	0.1625	0.0031	3.04×10^{-5}	5.47×10^{-6}
	MAE	0.3965	0.0310	0.0051	0.0011
خطای بیمار ۳	MSE	0.2036	0.0206	1.009×10^{-4}	2.076×10^{-5}
	MAE	0.4369	0.1048	0.0093	0.0028

بدون لحاظ عدم قطعیت

جدول ۴: میزان خطای ردیابی سطح گلوکز مرجع برای سه بیمار نوعی در حضور عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش

روش کنترلی / خطا		کنترل فازی	کنترل فازی-ژنتیک	کنترل پالمبو [۱۸]	کنترل ترکیبی (پیشنهادی)
خطای بیمار ۱	MSE	0.0012	3.27×10^{-5}	5.03×10^{-6}	3.92×10^{-7}
	MAE	0.0207	0.0025	0.0016	3.78×10^{-4}
خطای بیمار ۲	MSE	0.1575	0.0082	1.02×10^{-5}	5.31×10^{-6}
	MAE	0.3916	0.0846	0.0028	0.0013
خطای بیمار ۳	MSE	0.2018	0.0298	4.51×10^{-4}	8.21×10^{-5}
	MAE	0.4353	0.1221	0.0078	0.0151

1- Mean Squared Error
2- Mean Absolute Error

جدول ۵: درصد بهبود عملکرد روش کنترل ترکیبی پیشنهادی در مقایسه با روش پالمبو بدون لحاظ عدم قطعیت و در حضور عدم قطعیت

بیمار	بدون لحاظ عدم قطعیت		در حضور عدم قطعیت	
	(%) MSE	(%) MAE	(%) MSE	(%) MAE
۱	93	78	92	76
۲	82	78	47	53
۳	79	70	81	93

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله کنترل ردیابی سطح گلوکز خون پلاسمای مطلوب توسط کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی از طریق تزریق انسولین مورد بررسی قرار گرفته است. با اعمال روش کنترل ترکیبی شامل کنترل هوشمند و خطی‌سازی فیدبک به عنوان سیگنال کنترلی بر روی مدل تأخیری پالمبو، پایدارسازی سطح گلوکز خون سه بیمار مبتلا به دیابت با پارامترهای متفاوت به سطح گلوکز مرجع شبیه‌سازی شد. تاکنون روش-های کنترل هوشمند برای شبیه‌سازی مدل غیر خطی تأخیردار پالمبو توسعه چندانی نیافته است، لذا روش پیشنهادی به عنوان یک راهکار کاربردی برای تنظیم سطح گلوکز خون بیماران دیابتی مطرح می‌گردد. از آنجایی که روش کنترلی پیشنهادی توانایی کنترل و تنظیم قند خون سه بیمار مبتلا به دیابت با پارامترهای متفاوت را دارا می‌باشد، می‌توان پاسخ خوب کنترل‌کننده به تغییرپذیری پارامترهای بیماران را از جمله مزایای روش پیشنهادی در نظر گرفت.

نتایج شبیه‌سازی برای سه بیمار نوعی، میانگین درصد بهبود عملکرد بدون لحاظ عدم قطعیت ۸۵ درصدی و در حضور عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش ۷۰ درصدی را برای روش کنترل ترکیبی در مقایسه با روش کنترل پالمبو نشان می‌دهد که این بیانگر مقاوم بودن روش کنترلی پیشنهادی در مقابل لحاظ عدم قطعیت به سیستم می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی به دست آمده، نشان دهنده‌ی عملکرد فوق‌العاده‌ی کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی در سیستم‌های بیولوژیکی تأخیردار می‌باشد.

مراجع

[1] I. Pagkalos, P. Herrero, C. Toumazou, and P. Georgiou, “Bio-inspired glucose control in diabetes based on an analogue implementation of a β-cell model,” IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems, vol. 8, pp. 186-195, 2014.

[2] M. Al-Fandi, M. A. Jaradat, and Y. Sardahi, “Optimal PID-fuzzy logic controller for type 1 diabetic patient,” IEEE International Simposium on Mechatronics and its Applications, pp. 1-7, 2012.

[3] Z. Tashakorizade, N. Naghavi, and S. K. Hosseini Sani., “Glucose regulation in type 1 diabetes mellitus with model reference adaptive control and modified smith predictor,” Iranian Journal of Biomedical Engineering, vol. 8, pp. 159-171, 2014.

[4] M. S. Akhyani and H. Khaloozadeh, “Optimal glucose-insulin regulatory system in type1 diabetic patients based on the nonlinear time delay models,” Iranian Journal of Control, vol. 8, pp. 31-41, 2015.

[5] P. Latafat, P. Palumbo, P. Pepe, L. Kovác, S. Panunzi, and A. De Gaetano, “An LMI-based controller for the glucose-insulin system,” European Control Conference, pp. 7-12, 2015.

[6] N. Magdelaine, L. Chaillous, I. Guilhem, J. Y. Poirier, M. Krempf, H. M. Claude, and E. L. Carpentier, “A long-term model of the glucose–insulin dynamics of type 1 diabetes,” IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 62, pp. 1546-1552, 2015.

[7] V. Heydari, A. Karsaz, A. Noori, and R. Heydari, “Fuzzy-genetic control of blood glucose level in diabetic patients based on palumbo delayed model,” International Conference on New Research Achievements in Electrical and Computer Engineering, 2016.

[8] F. Piccinini, C. Dalla Man, A. Vella, and C. Cobelli, “A model for the estimation of hepatic insulin extraction after a meal,” IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2015.

[9] H. Colmegna. Patricio, R. S. Sánchez-Peña, R. Gondhalekar, E. Dassau, and F. J. Doyle, “Switched LPV glucose control in type 1 diabetes,” IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 63, pp. 1192-1200, 2016.

[10] Y. Pu, D. C. Samuels, L.T. Watson, and Y. Cao, “Randomness in the hybrid modeling and simulation of insulin secretion pathways in pancreatic islets,” Tsinghua Science and Technology, vol. 20, pp. 441-452, 2015.

[11] P. H. Colmegna, R. S. Sánchez-Peña, R. Gondhalekar, E. Dassau, F. J. Doyle, “Reducing risks in type 1 diabetes using H_∞ control,” IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 61, pp. 2939-2947, 2014.

[12] R. N. Bergman, L. S. Phillips, and C. Cobelli, “Physiologic evaluation of factors controlling glucose tolerance in man,” J.Clin.Invest, vol. 68, pp. 1456-1467, 1981.

[13] J. T. Sorensen, “A Physiologic Model of Glucose Metabolism in Man and Its Use to Design and Assess Improved Insulin Therapies for Diabetes,” Massachusetts Institute of Technology, 1985.

[14] J. Li, Y. Kuang, and C. C. Mason, “Modelling the glucose-insulin regulatory system and ultradian insulin secretory oscillations with two explicit time delays,” Journal of Theoretical Biology, vol. 242, pp. 722-735, 2006.

[15] C. Dalla Man, R. A. Rizza, and C. Cobelli, “Meal simulation model of the glucose-insulin system,” IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 54, pp. 1740-1749, 2007.

[16] P. Palumbo, S. Panunzi, and A. De Gaetano, “Qualitative behavior of a family of delay-differential models of the glucose-insulin system,” Discrete Continuous. Dynamical. Systems.Series. B, vol. 7, pp. 399-424, 2007.

[17] P. Palumbo, P. Pepe, S. Panunzi, and A. De Gaetano, “Time-delay model-based control of the glucose–insulin system, by means of a state observer,” European Journal of Control, vol. 6, pp. 591–606, 2012.

[18] P. Palumbo, P. Pepe, and S. Panunzi, “Robust closed loop control of plasma glycemia: a discrete-delay model approach,” Mathematical Biosciences and Engineering, vol. 12, pp. 455-468, 2009.

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control
(ISSN 2008-8345)

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 10, No. 1, Spring 2016.

Publisher: **I**ranian **S**ociety of **I**nstrumentation and **C**ontrol **E**ngineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliyari@kntu.ac.ir

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Moosavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Prof. H. Seyfi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh- Toutounchi, Prof. M. Golkar, Prof. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein- Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Sh., Dr. M. Arvan , Prof. M. Tavakoli-Bina, Dr. F. Farivar, Dr. M. Ayati, Dr. M. Mansouri, Dr. R. Havangi, Dr. A. Ramezani, Dr. A. Ghasemi, Prof. M. Farrokhi, Dr. Y. Batmani.

Site Manager: Nasibeh Farahani

Page Editor: Kiyan Khaloozadeh

I S I C E

Journal of Control

ISSN 2008-8345

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology

Vol. 10, No. 1, Spring 2016

Contents

Designing a Modified Adaptive Nonlinear Filter for Vehicle Longitudinal Velocity Estimation and Slip Detection 1
Malihe Maleki Meighani, Bijan Moaveni, Sayyad Nasiri

Modelling, Simulation & Blade Pitch Fault Detection of Wind Turbines Equipped with Permanent Magnet Synchronous Generator based on Support Vector Machine 11
Sedighe Ebrahimi, Karim Abbaszadeh

TCP Congestion Control using Finite Spectrum Assignment: A Comparative Study 23
Tahereh HeidariNiaz, Alireza Alfi

Observer-Based Robust Indirect Adaptive Fuzzy Control of Antilock Braking System Using Road Conditions Estimation 37
Mohammad Hosseinpur, Ali Akbarzadeh Kalat

Optimal Control for a Class of Nonlinear Fractional-Order Systems Using an Extended Modal Series Method and Linear Programming Strategy 51
Ehsan Mohammadzadeh, Naser Pariz, Seyed Kamal Hosseini Sani, Amin Jajarmi

Feedback Linearization and Intelligent Combination Control Method to Blood Glucose Level Control Based on Palumbo Delayed Model 65
Vahideh Heydari, Ali Karsaz

www.joc-isice.ir