مجله کنترل

ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752

نشریه علمی- پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷

فهرست مقالات

طراحی کنترل کننده پیش بین غیرخطی زمان پیوسته با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل – جبری با شرایط مرزی به روش اختلال هموتوپی ۱

آذر السادات شعبانی، علیرضا فاتحی، فهیمه سلطانیان، رضا جمیل نیا

تخمین هم‌زمان حالت و دسته‌بندی یک سیستم دینامیکی با استفاده از فیلتر ذره‌ای و مدل‌های چندگانه متعامل برای ردیابی هدف مانوردار ۱۵

سید نصرالله حسینی، محمد حائری، حمید خالوزاده

رهگیری هدف با اندازه‌گیری سمت و فرکانس با استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته تطبیقی اصلاح شده ۲۳

سید حامد هاشمی، علیرضا الفی

طراحی و مقایسه تجربی الگوریتم جدید تخمین تراز برای بدنه شتاب‌دار ۳۵

محمدتقی ثابت، حمیدرضا محمدی دانیالی، علیرضا فتحی، ابراهیم علیزاده

طراحی کنترل‌کننده فیدبک خروجی برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت گسسته-زمان با قید مثبت بودن سیستم حلقه بسته و سیگنال کنترلی ۴۷

فائزه باقری، طاهره بینازاده

پیاده‌سازی و ارزیابی یک نمونه آزمایشگاهی کد کننده پالسی خازنی دورانی ۵۵

فاطمه اسدی، مهدی مدبری فر، بهمن میرزاخانی، عباس پاک

مجله کنترل

ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752

نشریه علمی- پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق- تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷- پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی.

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی -تلفن ۸۴۰۶۲۴۰۳ - پست الکترونیکی aliyari@kntu.ac.ir

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد)- پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد)- پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)- پروفسور علی غفاری (استاد)- دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار)- پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد)- پروفسور مسعود شفیعی (استاد)- پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفرکاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا، دکتر فائزه فریور، دکتر موسی آیتی، دکتر محمد منثوری، دکتر رمضان هاونگی، دکتر امین رمضانی، دکتر عبدالرسول قاسمی، پروفسور محمد فرخی، دکتر یزدان باتمانی.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس مرتضی محسنی هماگرانی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، مهندس بهروز خلیلی، مهندس محمد حسن موحدی، دکتر سید علی اکبر صفوی، دکتر حمیدرضا مومنی، مهندس نور محمد رئیسی

مدیر سایت: مهندس نسیبه فراهانی

به نام خدا

فهرست مقالات

طراحی کنترل کننده پیش بین غیرخطی زمان پیوسته با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل – جبری با شرایط مرزی به روش اختلال هموتوپی ۱

آذر السادات شعبانی، علیرضا فاتحی، فهیمه سلطانیان، رضا جمیل نیا

تخمین هم‌زمان حالت و دسته‌بندی یک سیستم دینامیکی با استفاده از فیلتر ذره‌ای و مدل‌های چندگانه متعامل برای ردیابی هدف مانوردار ۱۵

سید نصرالله حسینی، محمد حائری، حمید خالوزاده

رهگیری هدف با اندازه‌گیری سمت و فرکانس با استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته تطبیقی اصلاح شده ۲۳

سید حامد هاشمی، علیرضا الفی

طراحی و مقایسه تجربی الگوریتم جدید تخمین تراز برای بدنه شتاب‌دار ۳۵

محمدتقی ثابت، حمیدرضا محمدی دانیالی، علیرضا فتحی، ابراهیم علیزاده

طراحی کنترل‌کننده فیدبک خروجی برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت گسسته-زمان با قید مثبت بودن سیستم حلقه بسته و سیگنال کنترلی ۴۷

فائزه باقری، طاهره بینازاده

پیاده‌سازی و ارزیابی یک نمونه آزمایشگاهی کد کننده پالسی خازنی دورانی ۵۵

فاطمه اسدی، مهدی مدبری فر، بهمن میرزاخانی، عباس پاک

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
۳) مکاترونیک و رباتیک.
۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص عیب، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی، تشخیص و جبران عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت، کنترل مدل چندگانه.

کاربردهای مورد علاقه مجله "کنترل"، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
۳) تولید و توزیع نیروی برق.
۴) انرژی های تجدیدپذیر.
۵) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
۶) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
۷) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
۸) مهندسی پزشکی، مهندسی زیستی و سامانه‌های زیستی.
۹) نانو کنترل.
۱۰) پردازش داده.
۱۱) مهندسی خودرو.
۱۲) سیستم های حمل و نقل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله www.joc-isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت B Zar ۱۲ و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، *نام کامل نشریه یا کنفرانس*، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، *عنوان کتاب*، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها

کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۱۰۱۰۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- درصورتی‌که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکرشده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. درهرصورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزاردقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نماید. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

مجله کنترل
ISSN(print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷، صفحه ۱۴-۱

طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی زمان پیوسته با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل – جبری با شرایط مرزی به روش اختلال هموتوپی

آذر السادات شعبانی [۱]، علیرضا فاتحی [۲]، فهیمه سلطانیان [۳]، رضا جمیل نیا [۴]

[۱] دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۳۶۹۷-۱۹۳۹۵ ، تهران، ایران. shabani_82@yahoo.com
[۲] دانشیار، گروه پژوهشی اِپیک، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران fatehi@kntu.ac.ir
[3] استادیار، گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۳۶۹۷- ۱۹۳۹۵، تهران، ایران. f_soltanian@pnu.ac.ir
[4] استادیار ، دانشکده مهندسی مکانیک ،دانشگاه گیلان، صندوق پستی ۱۳۷۷۶-۴۱۹۹۶ ، رشت، ایران. jamilnia@guilan.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۱۰/۱۲ ویرایش اول: ۱۳۹۷/۲/۵ ویرایش دوم: ۱۳۹۷/۴/۴ پذیرش: ۱۳۹۷/۵/۲۷

چکیده: در این مقاله طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین زمان پیوسته و حل معادلات دیفرانسیل-جبری حاصل از آن با استفاده از روش نیمه‌تحلیلی اختلال هوموتوپی ارائه شده‌است. در هر لحظه بروزرسانی الگوریتم کنترل پیش‌بین زمان پیوسته، می‌بایست یک مساله کنترل بهینه حلقه‌باز حل‌شود. به‌منظور حل مساله کنترل پیش‌بین به صورت زمان پیوسته، مساله کنترل بهینه مذکور بایستی به روش غیرمستقیم حل‌شود. به این‌ترتیب که با بکارگیری حساب تغییرات و اصل حداقل‌یابی پونتریاگین، شرایط لازم و کافی بهینگی مستخرج می‌شود. در این مقاله نشان داده‌می‌شود که مساله طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین زمان پیوسته با حل یک دستگاه معادلات دیفرانسیل–جبری با شرایط مرزی معادل است. برای حل این دستگاه، روش نیمه‌تحلیلی اختلال هموتوپی پیشنهاد می‌شود که نتیجه آن بدست‌آمدن تابع کنترل و تابع حالت بهینه است. با داشتن این توابع می‌توان به آسانی از وضعیت حالت و کنترل در تمامی زمانها مطلع شد. روش ارائه شده می‌تواند برای طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین زمان پیوسته سیستم‌های خطی، غیرخطی و همچنین سیستم‌های متغیربازمان بکار رود. به منظور نشان دادن قابلیت و کارایی روش پیشنهادی چند مثال عددی همراه با شبیه‌سازی ارائه شده‌است.

کلمات کلیدی: کنترل پیش‌بین زمان-پیوسته، کنترل بهینه، اصل حداقل‌یابی پونتریاگین، معادلات دیفرانسیل-جبری، روش اختلال هموتوپی

Design of nonlinear continuous time predictive controller by solving the differential-algebraic equations with boundary conditions using homotopy perturbation method

Azar Shabani, Alireza Fatehi, Fahimeh Soltanian, Reza Jamilnia

Abstract: In this paper, design of continuous time predictive controller and solving the resulting differential-algebraic equations are presented using the semi-analytical homotopy perturbation method. At any updating time of the continuous time predictive control algorithm, an optimal open loop control problem must be solved. In order to solve the predictive control problem in continuous time, the problem of optimal control is solved by an indirect method. For this purpose, the necessary and sufficient conditions for optimality are determined by applying the variational calculus and the Pontryagin's minimum principle. A system of differential-algebraic equations with boundary conditions is created. Homotopy perturbation method is proposed to semi-analytically solve this problem. By specifying the control and the state functions, we can obtain easily the control and the state values in every instance of the prediction horizon. The presented method can be used to design of continuous-time predictive controller of linear, nonlinear and time varying systems. To illustrate the reliability and efficiency of the proposed method, some numerical examples with simulation results are presented.

Keywords: Continuous-Time Model Predictive Control, Optimal Control, Pontryagin's Minimum Principle, differential-algebraic equations, Homotopy Perturbation Method.

۱- مقدمه

یک سیستم کنترل، ابزاری است که از طریق تولید و اعمال مجموعه‌ای از دستورات و ورودی‌های کنترلی، رفتار یک دستگاه و یا فرایند را به سمت مقادیر مطلوب هدایت و تنظیم می‌کند. دسته‌ای از روش‌های کنترل نوین که مدل سیستم حضور مشخص و فعالی در ساختار کنترل‌کننده دارد، روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل [1](MPC) است.

کنترل پیش‌بین، به یک دسته از الگوریتم‌ها اشاره دارد که سیگنال کنترل را برای بهینه‌سازی رفتار آینده یک سیستم محاسبه می‌کند. این روش از دهه ۱۹۷۰ توسعه‌یافته است و بطور گسترده‌ای در فرایندهای صنعتی بکاربرده شده‌است. با این وجود بیشتر تکنیک‌هایMPC به صورت زمان گسسته متمرکز شده‌اند و کمتر به شکل زمان پیوسته گسترش یافته‌اند.

در سال‌های اخیر، روش‌ها و تکنیک‌های مختلفی برای حل مساله کنترل پیش‌بین زمان پیوسته صورت گرفته‌است، که می‌توان به موارد زیر اشاره‌کرد. در مقاله [۱]، بر اساس روش پرتابی چندگانه مستقیم[2]، افق پیش‌بین[3] را به زیر بازه‌هایی افرازکرده و با گسسته‌سازی متغیرهای کنترل و پارامتری‌کردن متغیرهای حالت، مساله کنترل بهینه[4] (OC) با بعد نامتناهی را به مساله برنامه‌ریزی غیرخطی[5] (NLP) با بعد متناهی تبدیل می‌کند. پس از انجام این مراحل، مساله NLP را با روش‌های عددی سریع براساس اطلاعات مشتق حل می‌کند. در [۲]و [۳]، در هر بازه نمونه‌برداری متغیر کنترل به صورت تابع ثابت در نظرگرفته شده‌است. ویژگی اصلی روش پیشنهادی مربوط به ماهیت قطعه‌ای بودن سیگنال کنترل است .این ویژگی منجر به یک مساله بهینه سازی قابل حل می شود که در آن تعداد متغیرهای کنترل کم می‌شود. مقاله [۴]، برای کاهش حجم محاسبات و سرعت بخشیدن به روند بهینه‌سازی، با در نظرگرفتن مجموعه‌ای از توابع حقیقی متعامد[6]، تابع کنترل را به صورت بسط سری از آنها بیان می‌کند. در مقاله [۵]، ابتدا با روش هم‌نشانی متعامد مساله کنترل بهینه را به مساله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌کند. سپس، برای یافتن مینیمم مطلق مساله بهینه‌سازی، روش‌های بهینه‌سازی سراسری را بکار می‌برد. در [۶]، در هر لحظه نمونه‌برداری مساله کنترل پیش‌بین زمان پیوسته، مساله کنترل بهینه با استفاده از روش مستقیم[7]، یعنی با پارامتری‌سازی و گسسته‌سازی متغیرهای کنترل و حالت، به مساله NLP تبدیل شده و سپس آن را به روش برنامه‌ریزی غیرخطی حل می‌کند. در [۶]، با اشاره به این‌که گسسته‌سازی مساله کنترل بهینه در MPC، اغلب در نقاطی با فاصله برابر انجام می‌شود و تنها در صورتی‌که بازه‌های نمونه‌برداری به اندازه کافی کوچک باشند، این گسسته‌سازی دقت لازم را دارد که همراه با حجم محاسباتی بالا است. به این منظور برای بهبود دقت گسسته‌سازی و جلوگیری از بکارگیری تعداد زیربازه‌های زیاد، از روش شبه‌طیفی استفاده کرده‌است و متغیرهای حالت و کنترل را با چندجمله‌ایهای لاگرانژ تقریب می‌زند. در [۷]، مساله تعقیب کردن را برای سیستم‌های غیرخطی با بکارگیری MPC بیان می‌کند. به این صورت که ابتدا با مشتق‌گیریهای متوالی از معادله خروجی سیستم وبکارگیری آنها در بسط تیلور خروجی سیستم، خطای تعقیب‌کردن در افق پیش‌بین را به کمک بسط سری تیلور تقریب می‌زند. سپس، مساله بهینه‌سازی حاضر را به روش‌های متعارف حل می‌کند. ونگو و بوید در سال۲۰۰۸، طراحی کنترل پیش بین برای سیستم های غیرخطی زمان گسسته را با بکارگیری بهینه سازی سراسری مطرح کردند. از آنجایی که مساله برنامه‌ریزی غیرخطی ممکن است نامحدب باشد، ابتدا، با روش های موجود آن را محدب کرده و پس از خطی سازی آن را حل نمودند [۸]. پانوچیا و همکارانش در سال ۲۰۱۰، حل مساله رگلاتور خطی مقید زمان پیوسته را ارائه کردند. ابتدا بازه زمانی را با روش‌های مناسب به زیربازه هایی افراز کرده و در هر زیر بازه، تابع کنترل را به یکی از سه روش نگهدارنده مرتبه صفر ، نگهدارنده خطی قطعه ای و نگهدارنده مرتبه یک پارامتری نمودند. سپس، با تبدیل مساله کنترل بهینه به فرم یک مساله بهینه سازی با بعد متناهی، پارامترهای مجهول در پارامتری سازی‌ها را تعیین کردند. به این ترتیب، متغیرهای کنترل بهینه مشخص می‌شود [۹]. دیلن و همکارانش در سال ۲۰۱۴، مساله کنترل پیش بین غیرخطی را با بکارگیری الگوریتم بهینه سازی مشتق آزاد ارائه نمودند. از آنجایی که روش‌های بهینه سازی بر پایه گرادیان می باشند، لذا برای توابعی که مشتق‌پذیر نیستند مناسب نیست. بنابراین الگوریتم مشتق آزاد در این مقاله بررسی و بکار گرفته شد. البته، ابتدا مسائل کنترل بهینه موجود در کنترل پیش بین با روش پرتابی پارامتری شده و سپس، مساله برنامه ریزی غیرخطی حاصل را با الگوریتم مشتق آزاد حل نمودند [۱۰].

طبق بررسی‌های انجام شده، در تمامی روش‌های فوق، در حین حل مساله کنترل پیش‌بین زمان پیوسته، از روش‌های خطی‌سازی، گسسته‌سازی و یا پارامتری‌سازی استفاده شده‌است و هیچکدام از آنها مسئله کنترل پیش‌بین را به صورت زمان پیوسته حل نکرده‌است. از طرفی همانطورکه می‌دانیم موضوع کنترل مقاوم در فضای زمان پیوسته از غنای خوبی برخوردار است. لذا این‌ها از انگیزه‌های این مقاله در پیشنهاد کنترل پیش‌بین زمان پیوسته است و نشان داده می‌شود که طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین سیستم‌های غیرخطی زمان پیوسته، با یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جبری[8] (DAEs) با شرایط مرزی معادل است. سپس، با حل این دستگاه به روش نیمه تحلیلی اختلال هموتوپی[9](HPM)، تابع کنترل و تابع حالت بهینه

[1] Model Predictive Control
[2] Multiple shooting direct method
[3] Predictive Horizon
[4] Optimal control
[5] Nonlinear programming problem
[6] Orthonormal functions
[7] Direct method
[8] Differential-Algebraic Equations
[9] Semi analytical Homotopy Perturbation Method

به صورت زمان پیوسته مشخص می‌شود.

ساختار کلی بخش‌های مقاله به این صورت است که ابتدا مساله مورد بررسی این پژوهش، یعنی مساله کنترل پیش‌بین زمان پیوسته در بخش دوم بیان می‌گردد. از آنجایی‌که در هر لحظه بروزرسانی الگوریتم مورد نظر، بایستی یک مساله کنترل بهینه حل شود، لذا در بخش سوم، مساله کنترل بهینه و رویکردهای حل آن بازگومی‌شود. از طرفی برای حل مساله کنترل بهینه، روش غیرمستقیم[1] بکاربرده شده‌است، که منجر به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل–جبری با شرایط مرزی می‌شود. برای حل این دستگاه، روش نیمه‌تحلیلی اختلال هموتوپی استفاده شده‌است که در بخش چهارم اشاره‌ای به این روش می‌شود. در بخش پنجم، الگوریتم پیشنهادی طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین سیستم‌های زمان پیوسته ارائه شده‌است. در بخش ششم، مثال‌های عددی و شبیه سازی و در بخش هفتم، نتیجه‌گیری بیان می‌گردد.

۲- بیان مساله کنترل پیش‌بین زمان پیوسته

سیستم زمان پیوسته غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = k\big(x(t)\big) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \qquad (۱)$$

با حالت $x(t) \in \mathbb{R}^n$، شرط اولیه $x_0 \in \mathbb{R}^n$، خروجی $y(t) \in \mathbb{R}^r$ و ورودی کنترل $u(t) \in U \subseteq \mathbb{R}^m$ ، که U مجموعه‌ای فشرده و شامل مبدا است. تابعی غیرخطی $f: \mathbb{R}^{n+m+1} \to \mathbb{R}^n$ و $k: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^r$ نسبت به تمام مولفه‌ها هموار (پیوسته و مشتق‌پذیر) است. در اینجا فرض می‌شود سیستم (۱) برای هر شرط اولیه $x_0 \in \mathbb{R}^n$ و هر تابع کنترل پیوسته $u: \mathbb{R}^+ \to U$ جواب منحصر بفردی دارد.

با توجه به هدف طراح، که معمولا رساندن حالت یا خروجی سیستم به مقدار مطلوب با حداقل تلاش کنترلی است، تابعی هزینه[2] با افق نامتناهی زیر در نظرگرفته می‌شود:

$$J_\infty(x_0, u) = \int_0^\infty g(x(t), u(t), t)dt \qquad (۲)$$

که $g: \mathbb{R}^{n+m+1} \to \mathbb{R}^+$ تابعی‌ای پیوسته است. به این ترتیب، مساله (۱) و (۲) یک مساله بهینه‌سازی با قیود دیفرانسیل- جبری تشکیل می‌دهد. اگر این مساله بهینه‌سازی بتواند برای افق نامتناهی حل شود و همچنین هیچ اختلال و عدم تطابق مدل و سیستم هم وجود نداشته‌باشد، پس می‌توان تابع کنترل پیداشده در لحظه $t = 0$ را برای سیستم در تمام زمان‌های $t \geq 0$ بکار برد. در حالت کلی چنین نیست و به خاطر اغتشاشات و عدم تطابق مدل و سیستم، رفتار سیستم واقعی با رفتار پیش‌بینی شده از مدل متفاوت است. در این مقاله، برای جبران این اختلاف، می‌توان از تکنیک‌های کنترل افق لغزان مانند کنترل پیش‌بین استفاده نمود.

در کنترل پیش‌بین، ابتدا، بر اساس شرایط کنونی متغیرهای حالت، پیش‌بینی رفتار آینده سیستم از روی مدل سیستم و در نظرگرفتن تابعی هزینه،کنترل-های بهینه محاسبه می‌شود. سپس، کنترل‌های بهینه محاسبه‌شده، در بخش کوچکی از بازه زمانی به سیستم دینامیکی اعمال می‌گردد. با جلو بردن بازه نمونه‌برداری و تکرار این فرایند، یک حلقه کنترلی ایجاد می‌شود. در واقع، این حلقه بسته کنترلی، از محاسبه کنترل‌های بهینه از شرایط لحظه‌ای متغیرهای حالت بدست‌می‌آید. با توجه به ایده کنترل پیش‌بین و تئوری مساله کنترل بهینه، می‌توان گفت که طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای سیستم زمان پیوسته (۱) و (۲) طبق الگوریتم زیر در چهار گام انجام می-شود:

الگوریتم۱: ابتدا افق پیش‌بین HP، گام بروزرسانی $\delta > 0$، (توجه‌کنید که لزوما δ یک مقدار ثابت نیست ولی کوچکتر از افق پیش‌بین تعریف می‌شود) و دنباله لحظات بروزرسانی $\{t_i\}_{i\geq 0}$ بطوری‌که $t_{i+1} = t_i + \delta$ را در نظربگیرید.

۱- اندازه‌گیری و یا تعیین حالت سیستم در لحظه t_i ، x_{t_i}.

۲- تعریف مسئله کنترل بهینه زیر و حل آن برای مشخص‌کردن جواب $u^*_{HP}: [t_i, t_i + HP) \to \mathbb{R}^m$:

$$\min_{u \in pc([t_i, t_i+HP], R^m)} J_{HP}(x, u) = \int_{t_i}^{t_i+HP} g(x(t), u(t), t)dt$$

$$\text{s.t} \quad \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_i) = x_{t_i}$$

که $pc([a, b], \mathbb{R}^m)$، مجموعه همه توابع پیوسته قطعه‌ای $\alpha: [a, b] \to \mathbb{R}^m$ را نشان می‌دهد.

۳- اعمال کنترل $u_{MPC}(t) = u^*_{HP}(t)$ بر سیستم در بازه $t \in [t_i, t_i + \delta)$ و نادیده گرفتن باقیمانده سیگنال کنترل.

٤- تکرار فرایند فوق برای لحظه بروزرسانی بعدی $t_{i+1} = t_i + \delta$.

۳- مساله کنترل بهینه و رویکردهای حل آن

همانطورکه در بخش ۲ بیان شد، درهر گام کنترل پیش‌بین با یک مساله OC روبرو می‌شویم که می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} &min\, J = \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t)dt \\ &s.t \quad \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ &\qquad\quad x(t_0) = x_0 \end{aligned} \qquad (۳)$$

هدف از حل مساله کنترل بهینه، تعیین تابع کنترل قابل قبول $u^*(t) = [u^*_1(t), \dots, u^*_m(t)]$ است که باعث‌شود سیستم، تابع حالت قابل

[1] Indirect method

[2] Cost functional

قبول $x^*(t) = [x^*_1(t), \dots, x^*_n(t)]$ را تعقیب نموده و تابعی J را حداقل نماید. برای حل این مساله و تضمین پایداری حالت ماندگار، تابع جریمه $h(x(t_f), t_f)$ که تابعی از زمان نهایی و حالت نهایی است، به تابع هزینه اضافه می‌شود. به این ترتیب تابع هزینه J به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t)dt \qquad (۴)$$

تعریف ۱: زوج $(x(\cdot), u(\cdot))$ جواب قابل قبول برای (۳) گفته می‌شود اگر در قیود مساله صدق نماید.

تعریف ۲: جواب قابل قبول $(x_0(\cdot), u_0(\cdot))$ مینیمم موضعی ضعیف مساله (۳) با تابع هزینه (۴) گفته می‌شود اگر برای $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ و برای همه جواب‌های قابل قبول $(x(\cdot), u(\cdot))$ که در شرط $\|x - x_0\|_\infty <$ $\|u - u_0\|_\infty < \varepsilon_2$ و ε_1 صدق می‌کنند، داشته باشیم $J(x_0(.), u_0(.)) \le J(x(.), u(.))$. به‌طور معمول به مینیمم موضعی، جواب بهینه نیز گفته می‌شود.

تعریف ۳: جواب $(x_0(\cdot), u_0(\cdot))$ مینیمم مطلق گفته می‌شود اگر شرایط بالا برای $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = \infty$ برقرار باشد.

بطورکلی، سه روش متداول برای حل مساله کنترل بهینه وجود دارد که عبارتند از: روش برنامه‌ریزی پویا، روش مستقیم و روش‌غیرمستقیم.

در روش برنامه‌ریزی پویا[1] [۱۱]، یک سیاست بهینه‌یابی با بکارگیری "اصل بهینگی" بدست می‌آید که منجر به حل معادلات متوالی می‌شود. در روش-های مستقیم[2] [۱۲]، از طریق گسسته‌سازی و پارامتری‌سازی متغیرها، مساله کنترل بهینه به یک مساله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌شود. سپس، مساله حاصله با استفاده از الگوریتم‌های متداول حل می‌گردد. در روش‌های غیرمستقیم با استفاده از حساب تغییرات و اصل حداقل‌یابی پونتریاگین، شرایط لازم بهینگی که یک مساله مقدار مرزی دو نقطه‌ای را تشکیل می‌دهد، استخراج می‌شود. سپس، با حل آن با روش‌های مربوطه، تابع کنترل و تابع حالت بهینه بدست می‌آید. در این مقاله برای حل مساله کنترل بهینه موردنظر از روش غیرمستقیم استفاده می‌شود. در ادامه، پیرامون روش غیرمستقیم قضایایی بیان می‌شود.

۱-۳ روش غیرمستقیم حل مساله کنترل بهینه [۹و۱۰]

در روش غیرمستقیم حل مساله کنترل بهینه، به‌واسطه بهره‌مندی از فرآیند تحلیلی و مباحث حساب تغییرات، جواب بدست‌آمده حداقل در شرایط لازم بهینگی صدق می‌کند. پس به نظر می‌رسد این روش، امکان ارائه پاسخ بهینه با دقت بالا را در میان روش‌های حل مساله کنترل بهینه دارا باشد.

قضیه ۱(شرایط لازم بهینگی) [۱۳]: فرض‌کنید $(x^*(t), u^*(t))$ مینیمم موضعی مساله (۳) با تابع هزینه (۴) باشد. آنگاه تابع هم حالت پیوسته مشتق‌پذیر $\lambda(t): [t_0, t_f] \to R^n$ وجود دارد بطوری‌که بر حسب تابع همیلتونین:

$$\mathcal{H}(x(t), u(t), \lambda(t), t) \triangleq g(x(t), u(t), t) + \lambda^T(t)[f(x(t), u(t), t)] \qquad (۵)$$

روابط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} \dot{x}^* = \dfrac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda}(x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) \\ \dot{\lambda}^* = -\dfrac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}(x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) \\ \mathcal{H}(x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) \le \mathcal{H}(x^*(t), u(t), \lambda^*(t), t) \\ \qquad \text{for all admissible } u(t) \in U \end{cases}$$

and

$$\left[\frac{\partial h}{\partial x}(x^*(t_f), t_f) - \lambda^*(t_f)\right]^T \delta x_f + \left[\mathcal{H}(x^*(t_f), u^*(t_f), \lambda^*(t_f)t_f) + \frac{\partial h}{\partial t}(x^*(t_f), t_f)\right]\delta t_f = 0 \qquad (۶)$$

رابطه

$$\mathcal{H}(x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) \le \mathcal{H}(x^*(t), u(t), \lambda^*(t), t)$$

تاکید بر "اصل حداقل‌یابی پونتریاگین" دارد، که u^* باید تابع همیلتونین $\mathcal{H}(x^*(t), u(t), \lambda^*(t), t)$ را مینیمم کند.

قضیه ۲(شرایط کافی بهینگی) [۱۴]: فرض‌کنید $(x(t), u(t))$ جواب قابل قبول مساله (۳) با تابع هزینه (۴) باشد که در شرایط لازم بهینگی صدق می‌کند. اگر $g(x, u, t)$ و هر کدام از مولفه‌های $f(x, u, t)$ نسبت به (x, u) برای هر $t \in [t_0, t_f]$ مشتق‌پذیر و محدب باشند آنگاه $(x(t), u(t))$ یک مینیمم مطلق مساله کنترل بهینه است.

با توجه به فرضیات قضایای فوق، با حل دستگاه (۶) می‌توان جواب بهینه مساله کنترل بهینه (۳) با تابع هزینه (۴) را بیابیم. دستگاه (۶) یک مساله مقدار مرزی است که در صورت غیرخطی بودن معادلات دیفرانسیل و معادلات جبری و نوع شرایط اولیه و مرزی آن، یافتن جواب دقیق و تحلیلی برای آن مشکل می‌باشد. در [۱۴]، روش نیمه تحلیلی اختلال هموتوپی برای حل آن بکار گرفته شده‌است.

٤-روش اختلال هموتوپی

بیشتر پدیده‌هایی که در طبیعت و تکنولوژی با آنها مواجه می‌شویم با استفاده از معادلات دیفرانسیل غیرخطی مدل سازی می‌شوند که در بسیاری موارد یافتن جواب دقیق آن امکان‌پذیر نیست. روش‌های نیمه‌تحلیلی و عددی گوناگونی برای حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی وجود دارد.

[1] Dynamic Programming
[2] Direct method

روش نیمه تحلیلی اختلال هموتوپی، برای حل معادلات غیرخطی[۱۵] دستگاه معادلات دیفرانسیل–جبری با مقادیر اولیه[۱۶]، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی [۱۷] و ... بکار گرفته شده‌است.

روش اختلال هموتوپی، ترکیبی از روش اختلال کلاسیک و روش هموتوپی می‌باشد [۲۶] . روش اختلال، بر پایه وجود پارامتر و یا متغیرهای کوچک (اختلال) در معادله بنا گذاشته شده‌است. برای بهبود این روش و بکارگیری آن در معادلات بدون اختلال، جی هوان هی [۱۲] در سال۱۹۹۹ روش اختلال هموتوپی را معرفی کرد. به این صورت که ابتدا، با بکارگیری مفهوم هموتوپی در توپولوژی، اقدام به ساخت یک معادله هموتوپی وابسته به معادله مورد نظر کرد. در این معادله هموتوپی، پارامتر اختلال وجود دارد که در بازه [۱و۰] تغییر می‌کند. سپس روش اختلال را بر معادله هموتوپی بکار گرفت. در روش اختلال، ابتدا جواب معادله را به صورت یک سری توانی بر حسب پارامتر اختلال با ضرایب مجهول(تابع) در نظر می‌گیرد. سپس، با جایگزین کردن آن سری در معادله هموتوپی و برابر قرار دادن ضرایب توانهای یکسان پارامتر اختلال، معادلات خطی حاصل می‌شود که با حل دنباله‌وار آنها توابع مجهول در سری بدست می‌آیند. برای توضیح ایده اصلی روش اختلال هموتوپی، معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$A(x(t)) - f(t) = 0\,, \mathcal{B}(x) = 0 \quad , t \in \Omega \tag{۷}$$

که A عملگر دیفرانسیل کلی، $\mathcal{B}$ عملگر مرزی و $f(t)$ یک تابع تحلیلی معلوم است. به‌طور کلی عملگر A را می‌توان به دو قسمت $\mathcal{L}$ و $\aleph$ تقسیم کرد، که $\mathcal{L}$ عملگر خطی و $\aleph$ عملگر غیرخطی است. بنابراین معادله (۷) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathcal{L}\big(x(t)\big) + \aleph\big(x(t)\big) - f(t) = 0 \quad , \mathcal{B}(x) = 0 \tag{۸}$$

برای حل معادله (۸)، ابتدا، یک هموتوپی $v(t,p): \Omega \times [0,1] \to R$ که در شرط زیر صدق می‌کند ساخته می‌شود:

$$\mathcal{H}(v,p) = \mathcal{L}\big(v(t,p)\big) - \mathcal{L}\big(x_0(t)\big) + p\mathcal{L}\big(x_0(t)\big) + p\aleph\big(v(t,p)\big) - pf(t) = 0 \tag{۹}$$

که $v(t,p)$ یک تابع مجهول، $p \in [0,1]$ یک پارامتر جانشانی و $x_0(t)$ یک تقریب اولیه از جواب معادله دیفرانسیل (۸) که باید در شرایط مرزی صدق کند، می‌باشند. از معادله (۹) واضح است وقتی $p = 0$ است، $v(t,0) = x_0(t)$ می‌باشد و وقتی $p = 1$ است، $v(t,1) = x(t)$. می‌باشد. به عبارتی، با تغییر p از صفر تا یک، جواب $v(t,p)$ از $x_0(t)$ بطور یکنواخت به $x(t)$ تغییر می‌کند. فرض‌کنید جواب معادله (۹) به صورت یک سری از p نوشته شود:

$$v = v_0 + pv_1 + p^2 v_2 + \cdots \tag{۱۰}$$

که $v_i(t), i = 0,1, \ldots$ توابع مجهول هستند که طبق روش اختلال بدست می‌آیند. با قراردادن $p = 1$ در رابطه (۱۰) جواب تقریبی معادله (۸) حاصل می‌شود:

$$x(t) = \lim_{p \to 1} v = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots \tag{۱۱}$$

سرعت همگرایی سری (۱۱) به جواب واقعی معادله (۷)، به عملگر $A(v)$ بستگی دارد [۵] و [۱۸]. با جایگزین‌کردن رابطه (۱۰) در هموتوپی (۹) و برابر قرار دادن ضرایب توان‌های یکسان p در دو طرف تساوی، معادلات زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} &\mathcal{L}\big(v_m(t)\big) \\ &= -\aleph_{m-1}\big(v_0(t), v_1(t), \ldots, v_{m-1}(t)\big), m \geq 1, \qquad \mathcal{B}(v_m) = 0 \end{aligned} \tag{۱۲}$$

که $\aleph_i,\ i \geq 0$ ضرایب p^i در عملگر غیرخطی $\aleph$ هستند:

$$\begin{aligned} &\aleph\big(v(t)\big) \\ &= \aleph_0\big(v_0(t)\big) + p\aleph_1\big(v_0(t), v_1(t)\big) \\ &+ p^2\aleph_2(v_0(t), v_1(t), v_2(t)) + \cdots \end{aligned} \tag{۱۳}$$

که $v_m(t)$، $m \geq 1$ با حل معادلات (۱۲) به آسانی بدست می‌آیند.

۵- روش پیشنهادی برای حل مساله کنترل پیش‌بین غیرخطی زمان پیوسته

همانطورکه در بخش (۲) بیان شد، طبق الگوریتم ۱، مساله کنترل پیش‌بین زمان پیوسته به‌طور مکرر طی چهار گام انجام می‌پذیرد. اکنون با توجه به دینامیک سیستم، تابعی هزینه و روش حل غیر مستقیم مساله کنترل بهینه می‌توانیم الگوریتم زیر را برای حل مساله کنترل پیش‌بین زمان پیوسته ارائه دهیم.

تابعی هزینه و سیستم دینامیکی زیر را در نظر بگیرید [۱۹]:

$$\begin{aligned} &J = h(x(T), T) + \int_{t_0}^{T} g(x(t), u(t), t)dt \\ &\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ &y(t) = k(x(t)) \\ &x(t_0) = x_0 \end{aligned} \tag{۱۴}$$

طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای مساله (۱۴)، که یک کنترل‌کننده فیدبک در چارچوب کنترل افق لغزان می‌باشد، به صورت حل دستگاه معادلات دیفرانسیل–جبری طبق الگوریتم زیر در چهار گام انجام می‌شود:

الگوریتم ۲: ابتدا افق پیش‌بین HP، گام بروزرسانی $\delta > 0$، (توجه‌کنید که لزوما δ یک مقدار ثابت نیست ولی کوچکتر از افق پیش‌بین تعریف می‌شود) و دنباله لحظات بروزرسانی $\{t_i\}_{i \geq 0}$ بطوریکه $t_{i+1} = t_i + \delta$، را در نظربگیرید.

۱- حل دستگاه معادلات دیفرانسیل–جبری (DAEs) زیر به روش اختلال هموتوپی برای بدست آوردن جواب‌های تقریبی توابع حالت $x_{MPC}(t)$، هم‌حالت $\lambda_{MPC}(t)$ و کنترل $u_{MPC}(t)$، در بازه $[t_i, t_i + HP)$:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t), t) \\ \dot{\lambda} = -\left[\frac{\partial f}{\partial x}(x(t), u(t), t)\right]^T \lambda(t) - \\ \qquad \frac{\partial g}{\partial x}(\ x(t), u(t), t) \\ 0 = \frac{\partial g}{\partial u}(x(t), u(t), t) + \left[\frac{\partial f}{\partial u}(x(t), u(t), t)\right]^T \lambda(t) \\ x(t_i) = x_i \\ \lambda(t_i + HP) = \frac{\partial h}{\partial x}\big(x(t_i + HP)\big) \end{cases} \tag{۱۵}$$

در روش اختلال هموتوپی، ابتدا متناظر با هر یک از معادلات (جبری و دیفرانسیل) دستگاه (۱۵)، یک هموتوپی ساخته می‌شود. جواب‌های تقریبی‌ای برای دستگاه (۱۵) به صورت سری‌هایی از مرتبه دلخواه s با ضرایب مجهول، مانند زیر در نظر گرفته می‌شود که با جایگزین کردن آنها در هموتوپی‌های ساخته شده، توابع مجهول سری بدست می‌آیند:

$$\begin{cases} x(t) \cong \hat{x}(t) = x_0(t) + px_1(t) + \cdots + p^s x_s(t) \\ \lambda(t) \cong \hat{\lambda}(t) = \lambda_0(t) + p\lambda_1(t) + \cdots + p^s \lambda_s(t) \\ u(t) \cong \hat{u}(t) = u_0(t) + pu_1(t) + \cdots + p^s u_s(t) \end{cases}$$

سپس با قرا دادن $p = 1$، جواب‌های تقریبی دستگاه (۱۵) مشخص می‌شود:

$$x_{MPC}(t) = x_0(t) + x_1(t) + \cdots + x_s(t)$$
$$\lambda_{MPC}(t) = \lambda_0(t) + \lambda_1(t) + \cdots + \lambda_s(t)$$
$$u_{MPC}(t) = u_0(t) + u_1(t) + \cdots + u_s(t)$$

۲- اعمال کنترل $u_{MPC}(t)$ بر سیستم در بازه $t \in [\ t_i, t_i + \delta)$ و نادیده گرفتن باقیمانده سیگنال کنترل.

۳- تعیین حالت سیستم در لحظه t_{i+1} با تابع حالت $x_{MPC}(t)$ بدست‌آمده در گام (۱)، $x_{t_{i+1}} = x_{MPC}(t_{i+1})$.

٤- تکرار فرایند فوق برای لحظه بروزرسانی بعدی $t_{i+1} = t_i + \delta$.

برای حل دستگاه (۱۵) به روش اختلال هموتوپی، مقادیر اولیه متغیرهای هم حالت، $\lambda(t_0)$، مشخص نیست. لذا، ابتدا به صورت مجهول $\lambda(t_0) = \alpha\,, \alpha \in R^n$ در نظرگرفته می‌شوند. سپس، بعد از حل دستگاه،، مقادیر مجهول α با توجه به شرط مرزی $\lambda(t_i + HP) = \frac{\partial h}{\partial x}\big(x(t_i + HP)\big)$ بدست می‌آیند.

نکته ۱: برای پیاده سازی کنترل کننده طراحی شده زمان پیوسته آن را به صورت نمونه–داده[1] پیاده‌سازی می‌نماییم که اثر گسسته‌سازی در اجرای کنترل‌کننده پیوسته طراحی شده در سیستم‌های دیجیتالی دیده‌شود.

۵-۱ پایداری

در MPC، یک مساله کنترل بهینه افق نامتناهی با دنباله‌ای از مسائل افق متناهی در چارچوب کنترل افق لغزان تقریب زده‌می‌شود. بطور کلی، به خاطر استفاده از افق پیش‌بین متناهی، پایداری سیستم حلقه بسته تضمین شده نیست. به منظور دستیابی به پایداری، روش‌ها و تکنیک‌های مختلفی ارائه شده‌است. در [۲۰]، با در نظرگرفتن فرضیاتی بر دینامیک سیستم، جمله جریمه حالت نهایی $\big(X(t + HP)\big)^T P(X(t + HP))$ را به تابعی هزینه و قید نامساوی نهایی $X(t + HP) \in \Omega$ را به قیود مساله کنترل بهینه حلقه باز اضافه می‌نماید. سپس، وجود و نحوه انتخاب ماتریس جریمه حالت نهایی P و ناحیه نهایی Ω به گونه‌ای که شرط پایداری حلقه بسته تضمین شود را نشان می‌دهد [قضیه ۱، ۱۸]. البته شرایط بیان شده برای پایداری، کافی است و لازم نمی‌باشند. وجود قید نامساوی نهایی افزوده، حل مساله کنترل بهینه حلقه باز را دشوار می کند و اجرای آنلاین مساله از نظر زمان محاسباتی با مشکل روبرو می شود. در [۲۱] نشان می‌دهد که یک انتخاب مناسب از افق پیش‌بین می‌تواند برقراری قید نامساوی نهایی را تضمین نماید [لم ۲، ۲۲]. سپس، در [قضیه ۱، ۲۲] شرایط پایداری سیستم حلقه بسته را بیان می کند. در [۲۲]، آنالیز پایداری کنترل‌کننده‌های افق لغزان را بر اساس تابع لیاپانوف به عنوان جمله جریمه نهایی بررسی شده‌است. در [قضیه ۴، ۲۰] وجود افق پیش‌بینی که پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین کند، بیان می‌کند.

٦- مثال‌های عددی و شبیه‌سازی

در این بخش، می‌خواهیم به منظور نشان دادن قابلیت و کارایی الگوریتم پیشنهادی ۲، چند مثال عددی به‌همراه نتایج حاصل از شبیه‌سازی مربوطه ارائه نماییم. از طرفی، همانطور که می‌دانیم عوامل مختلفی بر روی کیفیت پاسخ تاثیرگذار است. لذا در مثالهای ارائه شده، برخی از این موارد نیز بررسی شده‌است. در مثال ۱، یک مسئله کنترل پیش‌بین خطی نامتغیر با زمان[2] (LTI) حل می‌شود، تا ایده کلی روش روشن شود. علاوه بر آن در این مثال، تاثیر انتخاب افق پیش‌بین بر کنترل‌کننده، مقاوم بودن روش پیشنهادی و مقایسه روش پیشنهادی با روش کنترل پیش‌بین زمان گسسته نیز مدنظر قرار گرفته است. در مثال ۲، کارایی روش پیشنهادی برای طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین سیستم پیوسته خطی متغیر با زمان[3] (LTV) چند ورودی چند خروجی[4] (MIMO) به‌همراه تاثیر ماتریس‌های وزنی بر آن بررسی می‌شود. در مثال ۳، دینامیک غیرخطی زمان پیوسته هلیکوپتر

[1] Sampled Data
[2] Linear Time Invariant
[3] Linear time varying
[4] Multi Input Multi Output

آزمایشگاهی که در بخشی از فضای کاری پایدار و در بخش دیگر ناپایدار است، در فضای حالت آورده شده‌است. در بخش اول این مثال، حذف خطای حالت ماندگار و در بخش دوم مثال، اعمال روش پیشنهادی در نقطه کار ناپایدار سیستم و امکان پایدارسازی آن مورد بررسی قرار گرفته‌است.

۱-۶ کنترل پیش‌بین زمان پیوسته خطی نامتغیر با زمان

در این بخش، ایده کلی روش پیشنهادی، تاثیر انتخاب افق پیش‌بین بر کنترل کننده، مقایسه روش پیشنهادی با روش کنترل پیش‌بین زمان گسسته و در نهایت مقاوم بودن روش پیشنهادی به صورت عددی بررسی می‌شود.

مثال ۱: مساله یک ورودی یک خروجی[1](SISO) زمان پیوسته با سیگنال مرجع خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -0.1x(t) + u(t)\\ y(t) &= 0.1x(t)\\ y_{ref} &= 0.5\chi_{[10,20)} + 0.75\chi_{[20,30)} + 0.25\chi_{[30,\infty)}\end{aligned} \quad (۱۶)$$

که تابع خی عبارت است از

$$\chi_{[a,b)} = \begin{cases} 0 & t < a \\ 1 & a \le t < b \\ 0 & t \ge b \end{cases} \quad (۱۷)$$

هدف طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای دنبال‌کردن سیگنال مرجع بوسیله خروجی است، لذا تابعی هزینه زیر را در نظر می‌گیریم:

$$J = \overbrace{[y(t_f) - y_{ref}(t_f)]^T H\,[y(t_f) - y_{ref}(t_f)]}^{h} + \int_{t_0}^{t_f} [y(t) - y_{ref}(t)]^T Q[y(t) - y_{ref}(t)] + u^T R u dt \quad (۱۸)$$

طبق روش پیشنهادی، برای تشکیل دستگاه معادلات دیفرانسیل–جبری با شرایط مرزی، ابتدا تابع همیلتونین زیر را می‌نویسیم:

$$\mathcal{H}(x(t), u(t), \lambda(t), t) \triangleq Q\big(0.1x(t) - y_{ref}(t)\big)^2 + Ru^2(t) + \lambda^T(t)[-0.1x(t) + u(t))] \quad (۱۹)$$

با مشتق‌گیری از این تابع نسبت به u خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = 2Ru + \lambda(t) = 0 \;\Rightarrow u = \frac{-\lambda(t)}{2R} \quad (۲۰)$$

such that $\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial u^2} = 2R > 0, R$: ماتریس (اسکالر) معین مثبت

به این ترتیب، دستگاه معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی معادل مساله کنترل بهینه بر بازه بروزرسانی $[t_0, t_f]$ عبارت است از:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -0.1x(t) + \dfrac{-\lambda(t)}{2R} \\ \dot{\lambda}(t) = -2Q\big(0.1x(t) - y_{ref}(t)\big).(0.1) + 0.1\lambda(t) \\ x(t_0) = x_0 \\ \left.\dfrac{\partial h}{\partial x}\right|_{t=t_f} = 2H\big(0.1x(t_f) - y_{ref}(t_f)\big).(0.1) - \lambda(t_f) = 0 \end{cases} \quad (۲۱)$$

جواب نیمه تحلیلی مرتبه s دستگاه (۲۱)، طبق روش اختلال هموتوپی به صورت زیر در نظرگرفته می‌شود:

$$\begin{cases} x(t) \cong \hat{x}(t) = x_0(t) + px_1(t) + \cdots + p^s x_s(t) \\ \lambda(t) \cong \hat{\lambda}(t) = \lambda_0(t) + p\lambda_1(t) + \cdots + p^s \lambda_s(t) \end{cases} \quad (۲۲)$$

توابع $x_0(t)$ و $\lambda_0(t)$ جواب‌های تقریبی اولیه دستگاه (۲۱) می‌باشند، که معمولا به صورت توابع ثابت، برابر مقادیراولیه داده شده، در نظرگرفته می‌شوند یعنی $x_0(t) = x_0$ و $\lambda_0(t) = \alpha$ توابع مجهول $x_i(t), i = 0, .., s$ و $\lambda_i(t)$ باید به‌گونه‌ای مشخص‌شوند که در شرایط اولیه مساله صدق‌کنند (توجه شود که لزوما تابع‌های تقریبی $\hat{x}(t)$ و $\hat{\lambda}(t)$ بدست‌آمده، چندجمله‌ای مرتبه s نمی‌باشند. نوع تابع بدست‌آمده، به عملگرهای معادله و جواب تقریبی اولیه در نظر گرفته شده از معادله بستگی دارد):

$$\begin{cases} \hat{x}(t_0) = x_0: \quad \text{if } x_0(t) = x_0 \text{ then} \\ \qquad x_1(t_0) = \cdots = x_s(t_0) = 0 \\ \hat{\lambda}(t_0) = \alpha: \quad \text{if } \lambda_0(t) = \alpha \text{ then} \\ \qquad \lambda_1(t_0) = \cdots = \lambda_s(t_0) = 0 \end{cases} \quad (۲۳)$$

اگر برای هر یک از معادلات دستگاه همگن (۲۱) عملگر خطی را $\mathcal{L} = \frac{d}{dt}$، و جملات باقیمانده را عملگر غیرخطی $\aleph$ در نظر بگیریم، با توجه به هموتوپی (۹) داریم:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\big(\hat{x}(t)\big) - \frac{d}{dt}(x_0) + p\frac{d}{dt}(x_0) = p\left(-0.1\big(\hat{x}(t)\big) + \frac{-1}{2R}\big(\hat{\lambda}(t)\big)\right) \\ &\frac{d}{dt}\big(\hat{\lambda}(t)\big) - \frac{d}{dt}(\alpha) + p\frac{d}{dt}(\alpha) = p\left(-0.2Q\big(\hat{x}(t) - y_{ref}(t)\big) + 0.1\big(\hat{\lambda}(t)\big)\right) \end{aligned} \quad (۲۴)$$

با جایگزین کردن سری‌های (۲۲) در روابط (۲۴) و سپس، مساوی قراردادن ضرایب توان‌های یکسان p و حل معادلات بدست‌آمده از آن می‌توان توابع مجهول را بدست آورد:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \int_{t_0}^{t}\left(-0.1x_0 + \frac{-1}{2R}\alpha\right)dt \\ x_2(t) &= \int_{t_0}^{t}\left(-0.1x_1(t) + \frac{-1}{2R}\lambda_1(t)\right)dt \\ &\vdots \\ \lambda_1(t) &= \int_{t_0}^{t} -0.2Q(x_0 - y_{ref}(t) + 0.1\alpha)\,dt \\ \lambda_2(t) &= \int_{t_0}^{t}\big(-0.2Qx_1(t) + 0.1\lambda_1(t)\big)\,dt \\ &\vdots \end{aligned}$$

[1] Single Input Single Output

با حل معادلات فوق، توابع $x_i(t), i = 1,..,s$ و $\lambda_i(t)$ مشخص می‌شوند. با قراردادن در روابط (۲۲)، تقریب‌هایی از تابع حالت $x(t)$ و تابع هم حالت $\lambda(t)$ و سپس به کمک $u(t) = \frac{-\lambda(t)}{2R}$، تابع کنترل مشخص می‌شود.

نتایج شبیه‌سازی با در نظرگرفتن پارامترهای مساله به صورت $Q = H = 10$، $s = 2R = 0.02$ (تعداد جملات سری هموتوپی)، گام بروزرسانی $\delta = 0.5$ و دو مقدار افق پیش بین $HP = 2,3$ در شکل (۱) نشان داده شده‌است. جواب‌های تقریبی تابع حالت و تابع کنترل بدست‌آمده عبارت هستند از($HP = 2$):

$$x(t) = \begin{cases} 2 - 3.3148t & [0,0.5] \\ 0.6266 - 0.5679t & [0.5,1] \\ 0.1560 - 0.0973t & [1,1.5] \\ 0.0351 - 0.0167t & [1.5,2] \\ \vdots & \end{cases}$$

$$u(t) = \begin{cases} 9.688t - 3.1147 & [0,0.5] \\ 1.6598t - 1.3635 & [0.5,1] \\ 0.2843t - 0.3757 & [1,1.5] \\ 0.04871t - 0.0887 & [1.5,2] \\ \vdots & \end{cases}$$

همانطور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، کنترل کننده پیش‌بین، سیگنال مرجع را در طول افق پیش‌بین دارد، لذا با توجه به پیشبینی خطا در آینده، سیگنال کنترل را زودتر از پیش آمدن تغییر در سیگنال مرجع اعمال می‌کند.

برای مقایسه روش پیشنهادی با کنترل پیش‌بین زمان گسسته[۲۳]، ابتدا با در نظر گرفتن زمان نمونه‌برداری $Ts = 0.5$، مساله زمان پیوسته (۱۶) را به سیستم زمان گسسته تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x(k+1) = 0.9512\, x(k) + 0.4877\, u(k) \\ y(k) = 0.1x(k) \end{cases} \quad (۲۵)$$

شکل ۱) پاسخ سیستم کنترل پیش‌بین زمان پیوسته مثال ۱، برای دو مقدار افق پیش‌بین $HP = 2,3$

شکل ۲): مقایسه پاسخ سیستم مثال ۱ به دو روش کنترل پیش‌بین زمان پیوسته و زمان گسسته با افق پیش‌بین $HP = 3$

جدول ۱: نتایج مقایسه کنترل پیش‌بین پیوسته و گسسته مثال ۱

معیار		پله اول	پله دوم	پله سوم
زمان نشست	پیوسته	۲/۲۲	۲/۳۵	۲/۹۷
	گسسته	۴/۱۶	۳/۵۲	۶/۵
نسبت حداکثر انحراف سیگنال کنترل زمان گسسته به پیوسته		۱/۵۴۰۷	۱/۴۱۸۵	۱/۶۹۳۹

با توجه به $Ts = 0.5$، ماتریس‌های وزنی مساله زمان گسسته، $Q_d = 0.5Q_c$ و $R_d = 0.5R_c$ می‌باشند. نتایج شبیه‌سازی مقایسه حل مساله (۱۶) به روش پیشنهادی و مساله (۲۵) به روش کنترل پیش‌بین گسسته با در نظر گرفتن HP=3، $Q_c = 10$ و $R_c = 0.02$ در شکل (۲) و جدول(۱) آورده شده‌است. مشاهده می‌شود که زمان نشست و دامنه سیگنال کنترلی کنترل پیش‌بین زمان گسسته تقریبا یک و نیم برابر زمان پیوسته است.

در الگوریتم پیشنهادی، مقدار افق پیش بین در نظر گرفته شده فقط در محاسبه مقدار شرط نهایی دستگاه معادلات دیفرانسیل–جبری متناظر با مسئله کنترل بهینه وارد می‌شود لذا می‌توان گفت که افزایش افق پیش بین تا زمانیکه مرتبه هموتوپی ثابت باشد تاثیری در حجم محاسبات مربوط به اجرای شبیه سازی ندارد. در حالیکه در کنترل پیش‌بین گسسته، افزایش افق کنترل و افق پیش‌بین باعث افزایش بعد ماتریس‌ها شده که در زمان محاسبه معکوس ماتریس‌ها و عملیات مقدماتی ماتریس‌ها که در بدست آوردن سیگنال کنترل وجود دارد تاثیر می‌گذارد. برای نشان دادن این موضوع، در مثال ۱ زمان محاسبات با در نظر گرفتن افق پیش‌بین برابر ۲ و ۶ بطور متوسط ۰/۱۵ درصد تغییر می کند به عبارتی حجم محاسبات تغییر آنچنانی ندارد. این نتیجه ای است که از نظر تئوری هم انتظار می رفت.

با توجه به وجود اغتشاشات نامعلوم و عدم تطابق دقیق مدل و پلنت، بحث مقاوم بودن[1] روش پیشنهادی از اهمیت اساسی و مهمی برخوردار است. اما در این مثال، میزان مقاومت روش به نامعینی در پارامترهای مدل به صورت عددی بررسی شده است. در روش پیشنهادی، مقدار حالت در هر بازه بروزرسانی بر اساس تابع حالت بدست آمده از گام قبلی اندازه‌گیری می‌شود. نتایج بررسی مقاوم بودن روش پیشنهادی، برای چهار حالت زیر در شکل (۳) مشاهده می‌شود:

I. اندازه‌گیری حالت سیستم در هر بازه بروزرسانی بر اساس تابع حالت بدست آمده از حل مساله.

II. اندازه‌گیری حالت سیستم در هر بازه بروزرسانی بر اساس اعمال سیگنال کنترل بدست آمده بر مدل (۱۶).

III. اندازه‌گیری حالت سیستم در هر بازه بروزرسانی بر اساس اعمال سیگنال کنترل بدست آمده بر مدل (۱۶) همراه با نامعینی که مقدار ویژه آن ۰/۰۵- درنظر گرفته شده است.

IV. اندازه‌گیری حالت سیستم در هر بازه بروزرسانی بر اساس اعمال سیگنال کنترل بدست آمده بر مدل (۱۶) همراه با نامعینی که مقدار ویژه آن ۰/۲ - درنظر گرفته شده است.

همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، علی رغم اینکه سرعت پلنت حلقه باز دو برابر تغییر کرده است، پاسخ خروجی تغییر قابل توجهی ندارد. این نشان می‌دهد که روش پیشنهادی، نسبت به تغییر نامعینی در سرعت پلنت حلقه باز مقاومت خوبی دارد.

۲-۶ کنترل پیش‌بین زمان پیوسته خطی متغیر با زمان

مثال۲: سیستم MIMO زمان پیوسته LTV زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x},\mathbf{u},t) = \begin{bmatrix} 0.25\sin t + 0.5 & 0 \\ 0 & -0.25\sin 2t - 0.5 \end{bmatrix}\mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 2+\sin t \end{bmatrix}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x}(t) \qquad (۲۶)$$

مقادیر ویژه سیستم عبارتند از :

$$\{0.25\sin t + 0.5, -0.25\sin 2t - 0.5 \mid t \in \mathbb{R}\}$$

واضح است که مقادیر ویژه در بازه‌های $[0.25, 0.75]$ و $[-0.75, -0.25]$ تغییر می‌کنند، لذا سیستم ناپایدار است.

فرض‌کنید حالت اولیه سیستم $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ یا خروجی متناظرش $\mathbf{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ و سیگنال مرجع $\mathbf{y}_{ref} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد. هدف دنبال کردن سیگنال مرجع بوسیله خروجی به روش کنترل پیش‌بین زمان پیوسته پیشنهادی است. لذا، تابعی هزینه زیر را در نظر می‌گیریم:

$$J = \overbrace{[\mathbf{y}(t_f) - \mathbf{y}_{ref}(t_f)]^T \begin{bmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{bmatrix} [\mathbf{y}(t_f) - \mathbf{y}_{ref}(t_f)]}^{h} + \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_{ref}(t)]^T \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} [\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_{ref}(t)] + \mathbf{u}^T \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \mathbf{u}\, dt \qquad (۲۷)$$

شکل ۳) بررسی مقاوم بودن روش پیشنهادی مثال ۱ با مقادیر ویژه ۰/۱، ۰/۰۵ و ۰/۲.

ابتدا تابع همیلتونین را تشکیل می‌دهیم:

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t),\boldsymbol{\lambda}(t),t) \triangleq [\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_{ref}(t)]^T \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} [\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_{ref}(t)] + \mathbf{u}^T \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \boldsymbol{\lambda}^T(t) f(\mathbf{x},\mathbf{u},t) \qquad (۲۸)$$

با مشتق‌گیری از آن نسبت به $\mathbf{u}$ داریم:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{u}} = 2\begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}\mathbf{u} + \boldsymbol{\lambda}^T(t)\frac{\partial f(\mathbf{x},\mathbf{u},t)}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \dfrac{-0.5}{2R_1}\lambda_1(t) \\ u_2 = \dfrac{-(2+\sin t)}{2R_2}\lambda_2(t) \end{cases}$$

$$\text{such that} \quad \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial \mathbf{u}^2} = 2\begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} : \text{ماتریس معین مثبت} \qquad (۲۹)$$

به این ترتیب، دستگاه معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی مساله عبارت است از:

[1] Robustness

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = (0.25\,\sin t + 0.5)x_1(t) + 0.5\left(\dfrac{-0.5}{2R_1}\lambda_1(t)\right) \\ \dot{x}_2(t) = (-0.25\,\sin 2t - 0.5)x_2(t) + (2+\sin t)\left(\dfrac{-(2+\sin t)}{2R_2}\lambda_2(t)\right) \\ \dot{\lambda}_1(t) = -2Q_1\big(x_1(t) - y_{1ref}(t)\big) + 2Q_2\big(-x_1(t) - x_2(t) - y_{2ref}(t)\big) - 0.25\sin t\lambda_1(t) - 0.5\lambda_1(t) \\ \dot{\lambda}_2(t) = 2Q_2\big(-x_1(t) - x_2(t) - y_{2ref}(t)\big) + 0.25\sin 2t\lambda_2(t) + 0.5\lambda_2(t) \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x_0} \\ \left.\dfrac{\partial h}{\partial x_1}\right|_{t=t_f} = 2H_1\big(x_1(t_f) - y_{1ref}(t_f)\big) - 2H_2\big(-x_1(t_f) - x_2(t_f) - y_{2ref}(t_f)\big) - \lambda_1(t_f) = 0 \\ \left.\dfrac{\partial h}{\partial x_2}\right|_{t=t_f} = -2H_2\big(-x_1(t_f) - x_2(t_f) - y_{2ref}(t_f)\big) - \lambda_2(t_f) = 0 \\ \boldsymbol{\lambda}(t_0) = \boldsymbol{\alpha} \end{cases}$$

(۳۰)

جواب نیمه‌تحلیلی مرتبه s دستگاه (۳۰)، طبق روش اختلال هموتوپی به صورت زیردر نظرگرفته می‌شود:

$$\begin{cases} x_1(t) \cong \hat{x}_1(t) = x_{01}(t) + px_{11}(t) + \cdots + p^s x_{s1}(t) \\ x_2(t) \cong \hat{x}_2(t) = x_{02}(t) + px_{12}(t) + \cdots + p^s x_{s2}(t) \\ \lambda_1(t) \cong \hat{\lambda}_1(t) = \lambda_{01}(t) + p\lambda_{11}(t) + \cdots + p^s \lambda_{s1}(t) \\ \lambda_2(t) \cong \hat{\lambda}_2(t) = \lambda_{02}(t) + p\lambda_{12}(t) + \cdots + p^s \lambda_{s2}(t) \end{cases}$$

(۳۱)

توابع مجهول $i = 0,..,s$ و $x_{ij}(t), j = 1,2$ و $\lambda_{ij}(t)$ را به‌گونه‌ای بدست می‌آوریم که:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(t_0) = \mathbf{x_0}, \quad \text{if } \mathbf{x_0(t)} = \mathbf{x_0} \\ \text{then } \mathbf{x_1(t_0)} = \cdots = \mathbf{x_s(t_0)} = \mathbf{0} \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}(t_0) = \boldsymbol{\alpha}, \quad \text{if } \boldsymbol{\lambda}_0(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\alpha} \\ \text{then } \boldsymbol{\lambda}_1(\mathbf{t_0}) = \cdots = \boldsymbol{\lambda}_s(\mathbf{t_0}) = \mathbf{0} \end{cases}$$

(۳۲)

اگر برای هر یک از معادلات دستگاه همگن(۳۰) عملگر خطی را $\mathcal{L} = \frac{d}{dt}$ و عملگر غیرخطی $\aleph = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})$ در نظر بگیریم و برای توابع متغیر با زمان $f(t)$، بسط تیلور مرتبه دلخواه r حول نقطه t_0 را قرار دهیم:

$$g_1 = \text{taylor}(\sin t, t_0, r)$$
$$g_2 = \text{taylor}(\sin 2t, t_0, r)$$

آنگاه با توجه به هموتوپی(۹) داریم:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\big(\hat{x}_1(t)\big) - \dfrac{d}{dt}(x_{01}) + p\dfrac{d}{dt}(x_{01}) = p\left((0.25\,g_1 + 0.5)\hat{x}_1(t) + 0.5\left(\dfrac{-0.5}{2R_1}\hat{\lambda}_1(t)\right)\right) \\ \dfrac{d}{dt}\big(\hat{x}_2(t)\big) - \dfrac{d}{dt}(x_{02}) + p\dfrac{d}{dt}(x_{02}) = p\left(\begin{matrix}(-0.25\,g_2 - 0.5)\hat{x}_2(t) + \\ (2+g_1)\left(\dfrac{-(2+g_1)}{2R_2}\hat{\lambda}_2(t)\right)\end{matrix}\right) \\ \dfrac{d}{dt}\big(\hat{\lambda}_1(t)\big) - \dfrac{d}{dt}(\alpha_1) + p\dfrac{d}{dt}(\alpha_1) = p\left(\begin{matrix}-2Q_1\big(\hat{x}_1(t) - y_{1ref}(t)\big) + \\ 2Q_2\big(-\hat{x}_1(t) - \hat{x}_2(t) - y_{2ref}(t)\big) - \\ 0.25g_1\hat{\lambda}_1(t) - 0.5\hat{\lambda}_1(t)\end{matrix}\right) \\ \dfrac{d}{dt}\big(\hat{\lambda}_2(t)\big) - \dfrac{d}{dt}(\alpha_2) + p\dfrac{d}{dt}(\alpha_2) = p\left(\begin{matrix}2Q_2\big(-\hat{x}_1(t) - \hat{x}_2(t) - y_{2ref}(t)\big) + \\ 0.25g_2\hat{\lambda}_2(t) + 0.5\hat{\lambda}_2(t)\end{matrix}\right) \end{cases}$$

(۳۳)

با مساوی قرادادن ضرایب توان‌های یکسان p در (۳۳) و حل معادلات بدست‌آمده می‌توان توابع مجهول را بدست آورد. سپس، با قرار دادن توابع بدست‌آمده در معادلات (۳۱)، تقریب‌هایی از تابع حالت $\mathbf{x}(t)$ و تابع هم حالت $\boldsymbol{\lambda}(t)$ و سپس به کمک (۲۹)، تابع کنترل $\mathbf{u}(t)$ مشخص می‌شود.

نتایج شبیه‌سازی با در نظرگرفتن پارامترهای مساله به صورت $s = 3$ (تعداد جملات سری هموتوپی)، $r = 3$ (مرتبه سری تیلور)، گام بروزرسانی $\delta = 0.1$ ، افق پیش‌بین $HP = 2$ و ماتریس‌های وزنی زیر در شکل (۴) دیده می‌شود.

I. $\quad R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

II. $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

III. $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

جواب‌های تقریبی تابع حالت و تابع کنترل بدست‌آمده برای انتخاب ماتریس‌های وزنی (I) عبارت هستند از:

$$x_1(t) = \begin{cases} 4.5900t - 2.5000t^2 + 0.1912t^3 & [0,0.1] \\ 0.0726 + 4.0445t - 4.2969\,t^2 + 0.1508t^3 - 0.0036t^4 - 0.0002t^5 & [0.1,0.2] \\ \vdots \end{cases}$$

$$x_2(t) = \begin{cases} 3 - 48.1927t + 136.2786t^2 + 103.1506\,t^3 + 19.1210t^4 - 0.1946t^5 & [0,0.1] \\ 1.5171 - 22.1763t + 32.1109\,t^2 + 27.5618\,t^3 + 4.0592\,t^4 - 0.5013t^5 + \\ 0.0155t^6 - .0006t^7 & [0.1,0.2] \\ \vdots \end{cases}$$

$$u_1(t) = \begin{cases} 9.1799 - 14.5900t - 100.7648t^2 - 78.9141t^3 - 9.6559t^4 & [0,0.1] \\ 8.2591 - 26.3414t + 31.8454t^2 - 19.6921t^3 - 2.3895t^4 + 0.1688t^5 - 0.0028t^5 & [0.1,0.2] \\ \vdots \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} -23.3464 + 136.6536t - 766.6469t^2 - 717.9417t^3 - 188.4085t^4 - 19.8201t^5 & [0,0.1] \\ -12.9709 + 75.4939t - 158.1542t^2 - 185.4210t^3 - 47.3085t^4 - 2.4951t^5 + \\ 0.6232t^6 - 0.0262t^7 + 0.0004t^8 & [0.1,0.2] \\ \vdots \end{cases}$$

با توجه به نتایج شکل (۴)، دیده می‌شود که با تنظیم ماتریس‌های وزنی می‌توان خطای ماندگار و نوسانات پاسخ سیستم را کاهش داد. در این مثال، بهترین پاسخ در انتخاب‌های ماتریس‌های وزنی فوق، انتخاب (I) است که خروجی اول تقریبا بدون نوسان سیگنال مرجع را دنبال می‌کند.

شکل ۴) پاسخ سیستم کنترل پیش‌بین پیوسته مثال ۲ با انتخاب‌های ماتریس وزنی I، II و III

۳ -۶ کنترل پیش‌بین زمان پیوسته غیرخطی (مثال کاربردی هلیکوپتر مدل CE150) [۲۵]

در این بخش عملکرد روش پیشنهادی برای طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای هلیکوپتر آزمایشگاهی مدل CE150 بررسی می‌شود. در هلیکوپتر، زاویه‌ی صفحات چرخش اصلی و جانبی ثابت هستند و تنها کارکرد پره‌ها، حفظ تعادل زاویه‌ای در دو صفحه‌ی عمودی و افقی با مشخصه‌های زاویه‌ای ψ و ϕ می‌باشد. تنها ورودی‌های کنترلی هلیکوپتر تعداد دور چرخش پره‌های آن است. که به ترتیب با u_1 و u_2 نشان داده می‌شوند. گشتاور تولید شده توسط پره‌ی اصلی عمدتا در صفحه‌ی عمودی Elevation (ψ) تاثیر می‌گذارد و گشتاور تولید شده توسط پره‌ی جانبی در صفحه‌ی افقی Azimuth (ϕ) تاثیر دارد. با بررسی شرایط کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری دو زیر سیستم SISO افقی و عمودی مطمئن می‌شویم که هر دو قابل کنترل هستند.

در این بخش هدف، کنترل مسیر مجزای SISO، افقی است. در عمل با بستن هر یک از دو پیچ جداگانه‌ای که برای سلب حرکت از هلیکوپتر در صفحه‌های افقی و عمودی تعبیه شده‌اند، و فرمان ندادن به ورودی مسیر قفل شده، می‌توان دو زیر سیستم SISO مستقل به وجودآورد. برای شروع طراحی کنترل‌کننده، ابتدا، معادلات دیفرانسیل غیرخطی فضای حالت حاکم بر هلیکوپتر را در نظر می‌گیریم:

$$f_\psi(\mathbf{x}(t), u_1(t), t) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{I}\left(-\tau_g \sin(x_1) - B_\varphi x_2 + a_1 x_3^2 + b_1 x_3\right) \\ x_4 \\ \frac{1}{T_1^2}(u_1 - x_3 - 2T_1 x_4) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

$$g_\psi(\mathbf{x}(t), u_1(t), t) = [x_1] \qquad (۳۴)$$

در مدل دینامیکی بیان‌شده، چهارمتغیر حالت وجود دارد که حالت و رفتار سیستم را در هر لحظه بیان می‌نمایند و یک متغیر کنترل وجود دارد که نحوه رفتار سیستم را کنترل می‌کند. پارامترهای این مدل در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: پارامترهای فضای حالت سیستم دینامیکی مثال (۳)

$a_1 = 0.1807$	$I = 0.0054$	$T_1 = 0.3$
$b_1 = 0.0028$	$B_\varphi = 0.0011$	$\boldsymbol{\tau_g = 0.0755}$

از آنجایی‌که تابعی هزینه بر اساس متغیرهای حالت نوشته می‌شود، برای بدست آوردن نقطه‌ی تعادل $\hat{\mathbf{x}}$، با فرض خروجی مرجع $\mathbf{y_d}$، حالتی که

هلیکوپتر مستقیما رو به جلو و با زاویه‌ی $\mathbf{r}$ قرار داشته باشد، معادلات زیر بایستی حل شود:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) = 0 \\ y_d = r \end{cases} \tag{۳۵}$$

با حل معادلات فوق نقطه تعادل بدست می‌آید:

$$\mathbf{if\ y_d = 70^0 = 0.9397(radian)\quad then\quad \hat{x} = [0.9397\,, 0, 0.6189, 0]^T\ \ and\ \ \hat{u} = [0.6189]}$$

$$\text{if } y_d = 90^0 = 1.5708(\text{radian}) \quad \text{then} \quad \hat{x} = [1.5708,0,0.6387,0]^T \quad \text{and} \quad \hat{u} = [0.6387]$$

هدف حفظ هلیکوپتر در نقطه تعادل است، لذا برای طراحی کنترل‌کننده، تابعی هزینه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\min\ J = [x_1(t_f) - x_{1ref}(t_f)]^T H_1 [x_1(t_f) - x_{1ref}(t_f)] + [x_3(t_f) - x_{3ref}(t_f)]^T H_3 [x_3(t_f) - x_{3ref}(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} [x_1(t) - x_{1ref}(t)]^T Q_1 [x_1(t) - x_{1ref}(t)] + [x_3(t) - x_{3ref}(t)]^T Q_3 [x_3(t) - x_{3ref}(t)] + u^T R u dt \tag{۳۶}$$

طبق الگوریتم ۲، با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی زیر با روش اختلال هموتوپی در هر زیر بازه بروزرسانی، تابع حالت و تابع کنترل بهینه بدست‌می‌آیند:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{I}\left(-\tau_g \sin(x_1) - B_\emptyset x_2 + a_1 x_3^2 + b_1 x_3\right) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \dfrac{1}{T_1^2}\left(-x_3 - 2T_1 x_4 - \dfrac{1}{T_1^2 2R}\lambda_4\right) \\ \dot{\lambda}_1 = -2Q_1(x_1 - x_{1d}) + \dfrac{\tau_g}{I}\lambda_2 \cos(x_1) \\ \dot{\lambda}_2 = -\lambda_1 + \dfrac{B_\emptyset}{I}\lambda_2 \\ \dot{\lambda}_3 = -2Q_3(x_3 - x_{3d}) - \dfrac{2a_1}{I}\lambda_2 x_3 - \dfrac{b_1}{I}\lambda_2 + \dfrac{1}{T_1^2}\lambda_4 \\ \dot{\lambda}_4 = -\lambda_3 + \dfrac{2T_1}{T_1^2}\lambda_4 \\ u = \dfrac{-1}{T_1^2 2R}\lambda_4 \end{cases} \tag{۳۷}$$

با شرایط مرزی

$$\begin{cases} x_1(t_0) = x_{10} \\ x_2(t_0) = x_{20} \\ x_3(t_0) = x_{30} \\ x_4(t_0) = x_{40} \end{cases}$$

و

$$\begin{cases} 2H_1(x_1(t_f) - x_{1ref}) - \lambda_1(t_f) = 0 \\ \lambda_2(t_f) = 0 \\ 2H_3(x_3(t_f) - x_{3ref}) - \lambda_3(t_f) = 0 \\ \lambda_4(t_f) = 0 \end{cases} \tag{۳۸}$$

نتایج شبیه‌سازی، برای حفظ موقعیت هلی‌کوپتر در زاویه $70^\circ = 1.2217(rad)$، با پارامترهای داده شده در جدول ۳، در شکل (۵) نشان داده‌شده‌است. طبق روش پیشنهادی، جواب‌های تقریبی توابع حالت و تابع کنترل مساله با در نظرگرفتن پارامترهای جدول ۳ مربوط به شکل (۵) عبارت هستند از:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1.0472 + 0.3153t^2 & [0,0.05] \\ 1.0472 + 0.0017t + 0.2966t^2 & [0.05,0.1] \\ \vdots \end{cases}$$

$$x_2(t) = \begin{cases} 0.6306t - 0.0642t^2 & [0,0.05] \\ 0.0003 + 0.6481t - 0.5495t^2 & [0.05,0.1] \\ \vdots \end{cases}$$

$$x_3(t) = \begin{cases} 0.6093 - 0.2476t^2 & [0,0.5] \\ 0.6095 - 0.0138\,t - 0.0462\,t^2 & [0.05,0.1] \\ \vdots \end{cases}$$

$$x_4(t) = \begin{cases} -0.4952 + 2.5437t^2 & [0,0.05] \\ -0.0080 - 0.3240t + 2.3161t^2 & [0.05,0.1] \\ \vdots \end{cases}$$

$$u(t) = \begin{cases} 3.6041 - 97.4538t + 614.1250\,t^2 & [0,0.05] \\ 9.8578 - 155.3022t + 597.2224t^2 & [0.05,0.1] \\ \vdots \end{cases}$$

همانطورکه در شکل(۵) دیده می‌شود، با شروع از نقطه $[1.0472,0,0.6093,0]$ ($60^\circ = 1.0472(rad)$) و اعمال تابع کنترل بدست آمده بر هلیکوپتر، سیستم، مسیر مرجع را با خطای حالت ماندگار دنبال می‌کند. برای حذف خطای حالت ماندگار، انتگرال‌گیر به مساله اضافه می‌کنیم. با این کار تعداد حالت‌های سیستم ۲ تا اضافه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی مسئله کنترل پیش‌بین پیوسته برای این سیستم جدید و تنظیم مجدد پارامترهای ماتریس‌های وزنی، در شکل (۶) آورده شده‌است.

در این بخش، هدف، بررسی طراحی کنترل کننده به روش پیشنهادی برای یک سیستم ناپایدار و امکان پایدارسازی آن است. از آنجایی‌که هلیکوپتر در زاویه ۷۰ درجه پایدار است، اما از زاویه حدود ۸۵ درجه به بالا ناپایدار می‌باشد [۲۵]، لذا طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای زاویه ۹۰ درجه (۱/۵۷۰۸رادیان) بررسی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، با در نظرگرفتن پارامترهای جدول ۳ شکل (۷)، در شکل (۷) مشاهده می‌شود.

جدول ۳: پارامترهای مثال۳، برای زاویه ۷۰ درجه بدون انتگرالگیرشکل(۵)، با انتگرال‌گیر شکل (۶) و زاویه ۹۰ درجه شکل (۷)

پارامترها	شکل(۵)	شکل(۶)	شکل(۷)
HP	2	2	2
s	3	3	3
δ	0.05	0.1	0.1
R	1	1	0.25
$H_1 = H_3$	8	8	0.25,1,10,20
$Q_1 = Q_3$	80	80	10

شکل ۵) پاسخ کنترل پیش‌بین زمان پیوسته هلیکوپتر برای زاویه ۷۰ درجه

شکل ۶) پاسخ کنترل پیش‌بین زمان پیوسته هلیکوپتر برای زاویه ۷۰ درجه با اضافه کردن انتگرال‌گیر و تنظیم پارامترها

شکل ۷) پاسخ کنترل پیش‌بین زمان پیوسته برای حفظ زاویه ۹۰ درجه (۱/۵۷۰۸ رادیان) مثال۳، برای مقادیر مختلف ماتریس وزنی H

همانطورکه دیده می‌شود با طراحی کنترل‌کننده توانسته‌ایم وضعیت هلی-کوپتر را در زاویه ۹۰ درجه حفظ کنیم. هدف از نتایج ارائه شده در شکل (۷)، نشان دادن رابطه خطای ماندگار با ماتریس وزنی است و دیده می‌شود که با تنظیم ماتریس‌های وزنی می‌توان خطای ماندگار را تنظیم نمود. نتایج برای ماتریس‌های وزنی متفاوت $H = 0.25,1,10,20$ آورده شده-است.

۵-نتیجه‌گیری

از آنجایی‌که در کارهای انجام شده در زمینه طراحی کنترل کننده پیش‌بین زمان پیوسته، مساله را نهایتا به شکل یک سیستم زمان گسسته تبدیل نموده و به صورت زمان گسسته حل نموده‌اند.از طرفی همانطورکه می‌دانیم موضوع کنترل مقاوم در فضای زمان پیوسته از غنای خوبی برخوردار است. لذا این‌ها از انگیزه‌های این مقاله در پیشنهاد کنترل پیش‌بین زمان پیوسته است و نشان داده می‌شود که طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین سیستم‌های غیرخطی زمان پیوسته، با یک دستگاه معادلات دیفرانسیل-جبری (DAEs) با شرایط مرزی معادل است. با حل متوالی دستگاه مذکور، به روش نیمه‌تحلیلی اختلال هموتوپی، تابع کنترل و تابع حالت بدست می-آید. بر خلاف روش‌هایی که تابع کنترل را در بازه‌های بروزرسانی ثابت فرض می‌کنند، در این روش، تابع کنترل و تابع حالت بهینه برای تمامی زمان‌ها مشخص می‌شوند. همانطور که در مثال‌ها نیز دیده می‌شود این روش قابلیت حل مساله زمان پیوسته خطی، غیر خطی، نامتغیر بازمان و متغیر با زمان را دارد. حل مساله به روش پیشنهادی زمان محاسباتی بالایی دارد و در حال حاضر تنها برای سیستم‌های کند مانند فرایندهای شیمیایی که زمان نمونه‌برداری بالایی دارند مناسب است. بحث کاهش زمان محاسباتی در روش پیشنهادی کنترل پیش بین زمان پیوسته، موضوع تحقیقاتی آتی نویسندگان می‌باشد. همچنین، بحث مقاوم بودن روش پیشنهادی از اهمیت بسزایی برخوردار است و در مثال اول، مقاوم بودن روش به صورت عددی بررسی و نشان داده شد. با این وجود بدیهی است بررسی تحلیلی این مسئله نیاز به تحقیقات بیشتری دارد.

مراجع

[1] Kirches C., Wirsching L., Bock J.P, 2012, “Efficient direct multiple shooting for nonlinear model predictive control on long horizon”, Schloder Journal of Process Control 22, pp. 540– 550.

[2] Magni L., Scattolini R., 2004, “Model predictive control of continuouse time nonlinear systems with picewise constant control”, IEEE transactions on automatic control, vol. 49, NO. 6, pp. 900 – 906.

[3] Magni L., Scattolini R., 2007, “Tracking of non-square nonlinear continuous time systems with piecewise constant model predictive control”, Journal of Process Control 17, pp. 631–640.

[4] Wang L., 2001, “continuous time model predictive control design using orthonormal functions”, INT.J.control, vol. 74, NO. 16, pp. 1588-1600.

[5] Cizniar M., Fikar M., Latifi M.A., 2008, “Design of constrained nonlinear model predictive control based on global optimization”, 18th European Symposium on Computer Aided Process Engineering – ESCAPE 18 Bertrand Braunschweig and Xavier Joulia (Editors).

[6] Findeisen R., Raff T., Allgower F., 2007, “Sampled-Data Model Predictive Control for Constrained Continuous Time Systems,” Advanced Strategies in Control Systems with Input and Output Contraints, pp.207-235.

[7] Li S.E., Xu SH., Ku D., 2016, “Efficient and accurate computation model predictive control using

pseudospectral discretization", Neurocomputing, 177, pp. 363–372.
[8] Chen W.H., 2004, "Predictive Control of General Nonlinear Systems Using Approximation", IEE proceedings: control theory and applications, 151 (2), pp. 137-144.
[9] Wang, Y., Boyd, S., (2008), "Fast model predictive control using online optimization", The International Federation of Automatic Control,Vol. 41, pp. 6974-6979.
[10] Pannocchia, G., Rawlings, J. B., Mayne, D. Q., Marquardt, M., (2010)," On computing solutions to the continuous time constrained linear quadratic regulator", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 55, pp. 2192-2198.
[11] Daehlen, J. S., Otto Eikrem, G., (2014), "Nonlinear model predictive control using trust region derivative free optimization", Journal of Process Control, Vol. 24, pp. 1106-1120.
[12] D.E. Kirk, "Optimal control theory: an introduction", Dover Books on Electical Engineering Series, 2004.
[13] T.J. Böhme, B. Frank, "Direct Methods for Optimal Control", In: Hybrid Systems, Optimal Control and Hybrid Vehicles. Advances in Industrial Control. Springer, Cham, 2017.
[14] Mangasarian O.L., 1996, "sufficient conditions for the optimal control of nonlinear systems", J. SIAM control, Vol. 4, No. 1.
[15] He J. H., 1999 "Homotopy perturbation technique", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering , Vol. 178 (3), pp. 257-262.
[16]Aslam Noor M., 2010, "Some iterative methods for solving nonlinear equations using homotopy perturbation method", international journal of computer mathematics, Vol. 87, No. 1, pp. 141-149.
[17] Soltanian F., Dehghan M., Karbassi S.M., 2010, "Solution of the differential algebraic equations via homotopy perturbation method and their engineering applications", International Journal of Computer Mathematics, Vol. 87, No. 9, pp.1950-1974.
[18] Roozi A., Alibeiki E., Hosseini S.S., Ebrahimi M., 2011, "Homotopy perturbation method for special nonlinear partial differential equations", Journal of King Saud University – Science, vol 23, issue 1, pp. 99-103.
[19] Ayati Z., Biazar J., 2015, "On the convergence of Homotopy perturbation Method", Journal of the Egyptian Mathematical Society, vol.23 (2), pp. 424-428.
[20] Chen H., Allgower F., 1998, "A Quasi-Infinite Horizon Nonlinear Model Predictive Control Scheme with Guaranteed Stability", Automatica, Vol. 34, No. 10, pp. 1205-1217.
[21] Chen H., Allgower F., 1997, "A quasi infinite horizon nonlinear predictive control scheme for stable", IFAC Proceedings Volumes, Vol. 30, No. 9, pp. 529-534.
[22] Jadbabaie A., Hauser J., 2005, "On the stability of receding horizon control with a general terminal cost", IEEE Transactions on Automati control, Volume 50, issue 5, pp. 674 – 678.
[23] Camacho E.F., Bordons C., Model Peredictive Control, Advanced Texbooks in Control and Signal Processing, Springer, Cham, 2004.
[24] Fu H.S, Han B., 2006, A homotopy method for nonlinear inverse problems, Applied Mathematics and Computation, vol.183, pp. 1270–1279.
[۲۵] طاهرسیما، حنیف."طراحی کنترل‌کننده هوشمند برای هلیکوپترآزمایشگاهی"، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، پایان نامه کارشناسی ارشد، ۱۳۸۵.
[۲۶] قربانی، اصغر. "روش اختلال هموتوپی هی و کاربرد آن"، دانشگاه فردوسی مشهد، پایان نامه کارشناسی ارشد، ۱۳۸۶.

مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷، صفحه ۲۲-۱۵

تخمین هم‌زمان حالت و دسته‌بندی یک سیستم دینامیکی با استفاده از فیلتر ذره‌ای و مدل‌های چندگانه متعامل برای ردیابی هدف مانوردار

سید نصراله حسینی[۱]، محمد حائری[۲]، حمید خالوزاده[۳]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، گروه برق، تهران، ایران hosseinisn@gmail.com

[۲] استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، haeri@sharif.ir

[۳] استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی h_khaloozadeh@eetd.kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۵/۲۰ ویرایش اول: ۱۳۹۷/۱/۲۴ ویرایش دوم: ۱۳۹۷/۳/۱۴ پذیرش: ۱۳۹۷/۴/۱۶

چکیده: در این مقاله به مسئله ردیابی و دسته‌بندی یک هدف مانوردار به صورت هم‌زمان پرداخته شده است. مسئله تعیین کلاس سیستم می‌تواند در بسیاری از کاربردها باعث بهبود عملکرد الگوریتم ردیابی شود. سیستم‌های مراقبت نظیر کنترل ترافیک هوایی، مراقبت دریایی و پدافند هوایی مثال بارز از این سیستم‌ها می‌باشندکه بسیار ضروری است کلاس هدف در هر زمان مشخص باشد. بر خلاف الگوریتم‌های مرسوم ارائه شده تاکنون که برای هرکلاس یک فیلتر مجزا در نظر می‌گیرند، دراین مقاله با استفاده ازیک فیلتر ذره‌ای الگوریتمی ارائه می‌شود که به صورت هم‌زمان قابلیت ردیابی هدف مانوردار وکلاس هدف را دارد. این روش منجر به عملکرد صحیح ردیابی در اهدف مانوری و کاهش چشمگیری در حجم محاسبات شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی به خوبی ردیابی وتخمین کلاس هدف را انجام می‌دهد.

کلمات کلیدی: ردیابی هدف مانوردار، فیلتر ذره‌ای، مدل‌های چندگانه متعامل، دسته‌بندی، روش چند مدی فیلترذره‌ای، تخمین حالت

Joint State Estimation and System Classification Using Particle Filtering and Interacting Multiple-Model for Maneuvering Target Tracking

Seyyed Nasrollah Hosseini, Mohammad Haeri, Hamid Khalozadeh

Abstract: In this paper, the problem of joint tracking and system calcification for a maneuvering target has been investigated. The system classification could improve performance of a tracking algorithm in a majority of applications. For instance, it is very crucial to determine the class of target in caring systems like air traffic control, marine care, and air defense at any time. In contrast to the existing solutions, which consider a separate filter for each class, we propose a single particle filter to estimate the class of target leading to a considerable reduction in computation complexity. Simulation results show that the proposed algorithm can estimate the class of target efficiently.

Keywords: Maneuvering target tracking, particle filter, interacting multiple-model, classification, multi-mode particle filter method, sate estimation

۱- مقدمه

اساس کار ردیابی اهداف بر نظریه تخمین و شناسایی استوار می‌باشد. ردیابی هدف مسئله‌ای است که از گذشته تا حال مورد توجه محققان و دانشمندان بوده و بخش وسیعی از پژوهش‌ها را به خود اختصاص داده است. کاربرد اصلی ردیابی در سیستم‌های مراقبت نظیر کنترل ترافیک هوایی، مراقبت دریایی، پدافند هوایی، سیستم‌های پویا ،رباتیک، ناوبری و... می‌باشد. در [۱] دو رویکرد مختلف را برای ردیابی اهداف با مانور نامشخص شامل فیلترینگ تطبیقی براساس مدل و تخمین ورودی بررسی گردیده است. همچنین در این پژوهش به منظور غلبه بر مشکلات روش تخمین ورودی، روش‌های MIE[۱] و EIE [۲] پیشنهاد شده است. در [۲] برای ردیابی اهداف مانوردار روشی مبتنی بر تخمین ورودی ارائه شده است. مدل پیشنهادی از ترکیب دو مدل نامعینی یعنی مدل‌های بیزی و فیشر[۳] تشکیل شده و شتاب را به عنوان یک ورودی اضافی در معادلات حالت در نظر می‌گیرند. ایده اصلی روش ارائه شده تبدیل مسئله هدف مانوردار به هدف بدون مانور توسط حالت افزوده به منظور حصول یک مدل بیزی استاندارد می‌باشد. در [۳] با افزودن ورودی‌های ناشناخته (مانورها) به بردار حالت، تحقق فضای حالت مرتبه بالاتری بدست آمده و تخمین حالت و ورودی‌های ناشناخته به طور هم‌زمان انجام می‌شود.

برای توصیف تغییرات ناگهانی در فضای حالت سیستم، متغیر تصادفی به نام مد سیستم تعریف می‌شود. در ردیابی اهداف مانوردار به دنبال تخمین پارامترهای ناشناخته (مد) با تغییرات آنی هستیم که معمولاً به صورت یک فرآیند تصادفی مارکوف حالت محدود[۴] مدل می‌شود. به عبارت دیگر این پارامتر هدف، بین چند مد مختلف بر اساس زنجیره مارکوف تغییر می‌کند. در صورتی که هدف مانور بالایی نداشته باشد (میزان تغییرات پارامترها بزرگ نباشد) نشان داده شده که KF[۵] با تقریب خوبی می‌تواند هدف را ردیابی نماید. در غیر این صورت توانایی ردیابی اهداف مانوردار با شتاب بالا را ندارد. روش دیگری که پیشنهاد گردیده و نشان داده شده که عملکرد بسیار بهتری نسبت به روش KF مرسوم دارد، روش IMM[۶] است [۴-۶]. در این الگوریتم چند مدل ممکن برای حالت هدف و احتمال سویچینگ میان این مدل‌ها در نظر گرفته می‌شود. IMM را می‌توان به صورت چند فیلتر موازی پیاده‌سازی نمود.

که هر کدام از فیلترها متناظر با یک مدل از چند مدل ممکن می‌باشند [۷، ۸]. در [۹، ۱۰] فیلتر کالمن تطبیقی و فیلتر H_∞، جهت ردیابی اهداف مانوردار ارائه شده است. در صورتی که شتاب معلوم نباشد، می‌توان با استفاده از تخمین‌گر تطبیقی ردیابی را انجام داد [۱۱]. الگوریتم ردیابی را می‌توان در فضای سه بعدی جهت ردیابی اهداف مانوردار ارائه نمود [۱۲]. با ترکیبی از فیلتر ذره‌ای و روش IMM عملکرد الگوریتم ردیابی به طرز موثری بهبود می‌یابد. یکی از معایب روش IMM افزایش پیچیدگی با افزایش تعداد حالت‌های اهداف است به عبارت دیگر تعداد فیلترها با افزایش تعداد مدها کاری سیستم افزایش می‌یابد [۱۳، ۱۴]. در [۱۵] عملکرد و کارایی فیلترهای ردیابی در دو حالت بدون هموارسازی[۷] و با هموارسازی بررسی شده است. در واقع در فیلترهای با هموارسازی بعلاوه بر انجام پیش‌بینی و به‌روزرسانی، برای کاهش خطای ردیابی مرحله هموارسازی انجام می‌شود. در مرحله هموارسازی، مقدار سیگنال در زمان گذشته، یعنی زمانی پیش از t_k تخمین زده می‌شود. لذا هدف در هموارسازی یافتن تخمینی از مقدار سیگنال در زمان $t < t_k$ براساس نمونه‌های در زمان‌های $t_0, t_1, \dots, t_k$ است.

ردیابی و دسته‌بندی هدف دو مسئله چالش برانگیز در بسیاری از سیستم‌های عملی می‌باشد. در ردیابی و دسته‌بندی اهداف به صورت هم‌زمان (JTC)[۸]، دسته‌بندی بر اساس خصوصیت حرکتی مثل سرعت و شتاب و همچنین مشخصات فیزیکی اهداف مثل اندازه، سطح و غیره صورت می‌گیرد [۱۶].

در [۱۷] به مسئله ردیابی و دسته‌بندی اهداف به صورت هم‌زمان پرداخته شده است. بر اساس روش‌های مونت کارلو، فیلتر ذره‌ای چندمدلی و فیلتر کالمن ترکیبی برای شناسایی دو کلاس هدف مانوردار مانند هواپیما نظامی و تجاری طراحی شده است. تخمین‌گر نهایی بصورت جمع وزن‌دار دو فیلتر طراحی شده به طوری که وزن‌ها به نسبت احتمال مربوط به آشکارسازی مانور در حرکت بستگی داشته باشند. این روش نیز کارایی فیلتر را در زمان‌هایی که حرکت هدف عادی و بدون مانور است کاهش می‌دهد. همچنین برای هر کلاس هدف یک فیلتر مجزا طراحی و عملکرد موازی فیلترها بر اساس چند مدل دینامیک کل فضای کلاس را پوشش می‌دهد. سنجش‌های مورد نیاز برای ردیابی اهداف توسط حسگر راداری و برای دسته‌بندی توسط حسگر ESM فراهم می‌شود[۹].

ضعف روش MM، افزایش پیچیدگی با افزایش تعداد حالت‌ها اهداف می‌باشد. زیرا در این روش چند فیلتر بصورت موازی پیاده‌سازی می‌شود که هر فیلتر متناظر با یک دسته هدف می‌باشد. در این مقاله با ترکیبی از فیلتر ذره‌ای و روش MM عملکرد الگوریتم ردیابی به طرز موثری بهبود می‌یابد. تنها با استفاده از یک فیلتر می‌توان به صورت هم‌زمان حالت و دسته هدف را تخیمن زد و در نتیجه حجم محاسبات و

[۱] Modified Input Estimation
[۲] Enhanced Input Estimation
[۳] Fisher
[۴] Finite state
[۵] Kalman Filter
[۶] Interacting Multiple Model
[۷] Smoothing
[۸] Joint Tracking and Classification
[۹] Electronic support measure

خطا ردیابی را کاهش داد. مطالب این مقاله بدین صورت تنظیم شده است که در بخش دوم معادلات ردیابی هدف مانوردار ارائه می‌گردد. قسمت سوم به معرفی الگوریتم دسته‌بندی و ردیابی اهداف به صورت هم‌زمان با استفاده از قاعده بیزی خواهیم پرداخت. در بخش چهارم الگوریتم پیشنهادی JTC با یک فیلتر و با استفاده از ترکیب فیلتر ذره‌ای و IMM ارائه می‌شود. در بخش آخر، به منظور نمایش عمکرد الگوریتم ارائه شده، نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌گردد.

۲- معادلات ردیابی هدف مانوردار

در عمل هدفی که دینامیک ثابتی داشته باشد به ندرت یافت می‌شود و معمولاً اهداف عملی دارای دینامیک متغیر با زمان می‌باشند. به عنوان مثال یک خودرو زمانی که در ترافیک بین شهری باشد سرعتی ثابت دارد، در بعضی زمان‌ها که شرایط مناسب باشد حرکت شتاب‌دار خطی دارد و در پیچ جاده‌ها شتاب زاویه‌ای پیدا می‌کند. به همین دلیل مد کاری سیستم به منظور ردیابی در هر زمان بایستی مشخص شود. آشکارسازی و ردیابی اهداف مانوردار همواره یکی از چالش برانگیزترین موضوع‌ها در زمینه ردیابی اهداف بوده است. در ردیابی اهداف مانوردار علاوه بر تخمین حالت اهداف در هر زمان بایستی مد اهداف نیز تخمین زده شود [۱۸، ۱۹].

معادله حالت دینامیک یک هدف مانوردار و مشاهدات دریافتی در حالت کلی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, m_{k-1}) + w_{k-1} \\ z_k &= h(x_k, m_k) + v_k \end{aligned} \qquad (۱)$$

که x حالت سیستم و $m \in \{1, \ldots\ldots, M\}$ بیانگر مد سیستم و M تعداد کل مدهای احتمالی هدف هستند. w نویز سیستم و v نویز مشاهدات می‌باشند.

ایده اصلی در الگوریتم MMPF تعریف بردار متغیر تصادفی جدید $y_k = (x_k, m_k)$ می‌باشد که باید تخمین زده شود. به عبارت دیگر می‌خواهیم تابع چگالی پسین $p(y_k|z_k)$ را تخمین بزنیم. فرض کنید نمونه‌های تصادفی از توزیع پسین[۱] در زمان $k-1$، $p(y_{k-1}|z_{k-1})$ به صورت $\{y_{k-1}^i\}_{i=1}^{N_s}$ نشان داده شوند. با دریافت مشاهدات جدید در زمان k به دنبال تخمین $p(y_k|z_{k-1})$ با انتخاب نمونه‌های تصادفی $\{y_k^i\}_{i=1}^{N_s}$ می‌باشیم. مشابه روش‌های مرسوم بیزی این عمل طی دو مرحله پیش‌بینی و به‌روز رسانی انجام می‌شود.

در مرحله پیش‌بینی بر اساس مدل تکاملی حالت $p(y_k|y_{k-1})$ صورت می‌گیرد که به صورت زیر ساده می‌شود.

$$p(y_k|y_{k-1}) = p(x_k|m_k, y_{k-1})p(m_k|y_{k-1}) \qquad (۲)$$

که عبارت دوم سمت راست این معادله به صورت زیر قابل ساده‌سازی می‌باشد.

$$p(m_k|y_{k-1}) = p(m_k|m_{k-1}) \qquad (۳)$$

این رابطه احتمال انتقال تغییر مد سیستم است که به صورت زنجیره مارکوف با تعداد حالت محدود مدل می‌شود. عبارت اول سمت راست رابطه (۲) بر اساس معادله دینامیک سیستم به فرم زیر قابل بیان است.

$$p(x_k|m_k, y_{k-1}) = p(x_k|m_k, m_{k-1}, x_{k-1}) = p(x_k|m_k, x_{k-1}) \qquad (۴)$$

طبق این رابطه با داشتن نمونه‌های تصادفی $\{y_{k-1}^i\}_{i=1}^{N_s}$ مرحله پیش‌بینی طی دو گام زیر انجام می‌شود.

گام ۱- یک مجموعه نمونه تصادفی اندیس‌های $\{m_k^n\}_{n=1}^{N_s}$ از روی اندیس‌های $\{m_{k-1}^n\}_{n=1}^{N_s}$ تولید می‌شوند. در صورتی که $m_{k-1}^n = i$ اندیس m_k^n با احتمال p_{ij} برابر j انتخاب می‌شود. الگوریتم انتخاب m_k^n با شرط این که $m_{k-1}^n = i$ و u مقدار تصادفی بین صفر و یک باشد، به صورت زیر اجرا می‌شود.

```
set c = 0 and b_0 = 0
for j = 1:m
   c = c + p_ij
   b_j = c
   if b_{j-1} < u and b_j > u
      m_k^n = j and exit
   end if
end for
```

گام ۲- بردار حالت سیستم مطابق دینامیک سیستم پیش‌بینی می‌شود. به عبارت دیگر ذره‌ی n از بردار حالت x_k^n به صورت زیر بدست می‌آید.

$$x_k^n = f(x_{k-1}^n, m_k^n) + w_k \qquad (۵)$$

در این صورت مجموعه ذره‌های پیش‌بینی شده $\{y_k^n\}_{i=1}^{N_s} = \{x_k^n, m_k^n\}_{i=1}^{N_s}$ هستند. در مرحله به‌روز رسانی، یک مجموعه جدید ذره‌ها با نمونه‌برداری از تابع چگالی پسین تخمین زده شده و به‌روز رسانی می‌شوند.

$$p(y_k|z_k) \approx \sum_{i=1}^{N} w_k^i \delta(y_k - y_k^i) \qquad (۶)$$

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i p(z_k|y_k^i) = w_{k-1}^i p(z_k|x_k^i) \qquad (۷)$$

۳- دسته‌بندی و ردیابی اهداف به صورت هم‌زمان با استفاده از قاعده بیزی

به طور مرسوم به منظور تعیین کلاس هدف از روش MM استفاده می‌شود (شکل ۱). در این روش برای هر کلاس یک فیلتر در نظر گرفته می‌شود. بسته به این که کلاس هدف چه باشد با یکی از این فیلترها تطبیق می‌یابد [۲۰]. در ادامه معادلات این روش بیان می‌شود.

معادلات حالت رابطه ۱ را می‌توان به فرم کلی زیر در نظر گرفت.

$$x_k = f(x_{k-1}, m_{k-1}, w_{k-1}) \qquad (۸)$$

$$z_k = h(x_k, m_k, v_k) \qquad (۹)$$

m مد سیستم است و در هر زمان می‌تواند بر اساس زنجیره مارکوف مرتبه اول با ماتریس انتقال زیر تغییر کند.

$$\pi_{ij} = p(m_j = j|m_{k-1} = i) \qquad (۱۰)$$

[۱] Posterior distribution

فرض می‌شود که هدف می‌تواند تنها متعلق به یک کلاس از M کلاس از میان مجموعه کلاس $\{c_1, c_2, \dots, c_M\}$ باشد. تخمین هم‌زمان حالت و کلاس هدف، نسبت به حالت هدف تغییرپذیر با زمان و نسبت به کلاس تغییرناپذیر با زمان است. به عبارت دیگر کلاس هدف همیشه ثابت می‌باشد. هم چنین سنجش‌های موجود را به صورت مجموعه $\{Z_k, Y_k\}$ در نظر بگیرید که Z_k سنجش‌های جنبشی (مکان، زاویه، سرعت شتاب، و ...) و Y_k سنجش‌های کلاس هستند. به دلیل این که فرض می‌کنیم هیچ اطلاعاتی راجع به کلاس یا ویژگی‌های فیزیکی هدف نداریم، مجموعه مشاهدات $\{Y_k\}$ را با سرعت تخمینی از مرحله قبل جایگزین می‌کنیم. در این صورت با توجه به محدودیت‌ها و شرایط سرعت مربوط به هر کلاس دسته‌بندی صورت می‌گیرد.

شکل ۱: دسته‌بندی هدف با روش MM [۲۰].

می‌خواهیم تابع چگالی احتمال $p(c|\{Z_k, Y_k\})$ را تخمین بزنیم. به عبارت دیگر احتمال کلاس هدف را با شرط در اختیار داشتن سنجش‌های مناسب محاسبه نماییم. در صورتی که تابع چگالی احتمال $p(x_k, c|\{Z_k, Y_k\})$ را در اختیار داشته باشیم تابع چگالی احتمال $p(c|\{Z_k, Y_k\})$ از انتگرال‌گیری رابطه زیر بدست می‌آید.

$$p(c|\{Z_k, Y_k\}) = \int p(x_k, c|\{Z_k, Y_k\})\, dx_k \qquad (۱۱)$$

در ابتدا فرض کنید که تابع چگالی احتمال پسین $p(x_{k-1}, c|\{Z_{k-1}, Y_{k-1}\})$ در زمان $k-1$ را می‌دانیم. در این صورت طبق قاعده بیزی $p(x_k, c|\{Z_k, Y_k\})$ را در دو مرحله پیش‌بینی و به‌روز رسانی می‌توان محاسبه کرد. معادلات مربوط به دو مرحله پیش‌بینی و به‌روزرسانی و همچنین الگوریتم تخمین کلاس وحالت هدف در [۲۱] وجود دارد.

ضعف روش MM، افزایش پیچیدگی با افزایش تعداد حالت‌ها اهداف می‌باشد. زیرا در این روش چند فیلتر بصورت موازی پیاده‌سازی می‌شود که هر فیلتر متناظر با یک کلاس هدف می‌باشد. با ترکیبی از فیلتر ذره‌ای و روش MM عملکرد الگوریتم ردیابی به طرز موثری بهبود می‌یابد. تنها با استفاده از یک فیلتر می‌توان به صورت هم‌زمان حالت و کلاس هدف را تخمین زد و در نتیجه حجم محاسبات را کاهش داد.

٤- الگوریتم پیشنهادی JTC با یک فیلتر و با استفاده از ترکیب فیلتر ذره‌ای و IMM

در الگوریتم‌های ارائه شده، به ازای هر کلاس نیاز به یک فیلتر می‌باشد و در صورتی که تعداد کلاس‌ها زیاد باشد حجم محاسبات بالایی مورد نیاز خواهد بود. در ادامه به معرفی یک الگوریتم جدید برای دسته‌بندی اهداف می‌پردازیم که برخلاف الگوریتم فوق تنها نیاز به یک فیلتر می‌باشد. بدین منظور نمونه‌های جدید $\{x_k^j, c^j, m^j\}_{j=1}^N$ را برای تخمین هم‌زمان حالت، کلاس و مد هدف در نظر می‌گیریم.

در حالت بسیار ساده می‌توان پارامتر کلاس را به صورت یک متغیر افزوده، به بردار حالت در نظر گرفت و سپس با استفاده از روش‌های مرسوم مونت کارلو با استفاده از نمونه‌برداری تصادفی، کلاس و حالت هدف را تخمین زد. با این وجود بر خلاف بردار حالت که با زنجیره مارکوف با زمان تغییر می‌کند کلاس هدف ثابت و متغیرناپذیر با زمان است. لذا در مرحله پیش‌بینی کلاس هدف تغییر نمی‌کند و تنها ممکن است در زمان نمونه‌برداری مجدد[۱] و یا حالت اولیه کلاس هدف تغییر کند. به دلیل عدم تغییر در مرحله پیش‌بینی کلاس تخمین زده شده با احتمال بسیار بالایی در یک کلاس اشتباه در تمام زمان‌ها ثابت می‌ماند و امکان تصیصح کلاس وجود نخواهد داشت. برای حل این مشکل یک مرحله آستانه در نظر گرفته می‌شود. در این مرحله در هر زمان چک می‌شود که تعداد نمونه‌ها در هر کلاس از یک آستانه مشخصی کمتر نباشند. لذا در صورت تشخیص اشتباه کلاس امکان تصحیح آن در زمان‌های بعدی وجود دارد و الگوریتم بر اساس کلاس درست عمل خواهد کرد. در الگوریتم اصلاح شده متغیر N بیانگر تعداد ذره‌های فیلتر، متغیر S بیانگر تعداد کلاس، N_c دارای توزیع نرمال چندمتغیره[۲] و بیانگرتعداد ذره‌های اختصاص یافته برای هر کلاس می‌باشند.

وجود کلاس به عنوان متغیر افزوده سبب کاهش نمونه‌های تکراری و افزایش تعداد نمونه‌های موثر می‌شود. الگوریتم اصلاح شده در جدول ۱ ارائه می‌گردد.

جدول ۱: مراحل اجرای الگوریتم پیشنهادی.

۱- راه‌اندازی در $k = 0$

- نمونه‌برداری اولیه ذرات بصورت: $x_0^j \sim p_0(x_0, c = i|z_0), c^j = i$, $j = 1,2,\dots,N,\ i = 1,2,\dots,s$
- اختصاص وزن‌ها: $\omega_0^j = 1/N$
- تعیین ماتریس انتقال مد: $p_m(c = i|z_0)$

۲- اجرای حلقه برای $k = 1,2,3\cdots$

- مرحله پیش‌بینی:

$$m_{k-1}^j \sim p(m_{k-1}|m_{k-2}^j)$$
$$x_k^j \sim p(x_k|x_{k-1}^j, c^j, m_{k-1}^j)$$
$$\omega_k^j = p(z_k|x_k^j)g(y_k^c)$$

- نرمالیزه کردن وزن ذرات: $\omega_k = \frac{\omega_k}{\sum \omega_k}$

[۱] Resampling
[۲] Multivariate normal distribution

- بازنمونه‌برداری ذرات:

$$N_c \sim \mathrm{MNRND}(N, \hat{p}(c|\{Y,Z\}))$$
$$p(\{z_k, y_k\}|c, \{Z_{k-1}, Y_{k-1}\}) = L(c) = \sum_{j=1}^{N_c} \omega_k^j$$
$$\hat{x}_k^c = \sum_{j=1}^{N_c} \omega_k^j x_k^j, \omega_k^j = \omega_k^j / \sum \omega_k^j$$

- تخمین حالت و کلاس هدف:

$$\hat{p}(c|\{Z_k, Y_k\}) = \frac{L(c)\hat{p}(c|\{Z_{k-1}, Y_{k-1}\})}{\sum_{c=1}^{M} L(c)\hat{p}(c|\{Z_{k-1}, Y_{k-1}\})}$$
$$\hat{x}_k = \sum_{c=1}^{M} \hat{x}_k^c\, p(c|\{Z_k, Y_k\}),$$

اتمام حلقه

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت عملکرد الگوریتم ارائه شده را با شبیه‌سازی نمایش می‌دهیم. فرض می‌کنیم دو هدف احتمالی در یک محیط دو بعدی وجود دارندکه از یک نقطه بر روی کره زمین به نقطه دیگری در حال پرواز می‌باشند که یکی قدرت مانور بالا با کلاس c_2 (جنگنده نظامی) و دیگری قدرت مانور پایینی با کلاس c_1 (هواپیمای مسافربری) می‌باشد. هدف به یکی از دو کلاس گفته شده متعلق است و هر کدام از کلاس‌ها نیز می‌توانند در پنج مد احتمالی قرار داشته باشند. محدویت روی سرعت هر کلاس می‌تواند به فرم زیر بیان شود.

$$\begin{cases} c_1: \vartheta \in (100, 300)[\mathrm{m/sec}] \\ c_2: \vartheta \in (150, 650)[\mathrm{m/sec}] \end{cases}$$

همانطور که دیده می‌شود این دو کلاس در بازه $(150, 300)$ همپوشانی‌دارند. می‌توان توابع احتمال دامنه سرعت هر هدف را به صورت زیرتعریف کرد [۲۱].

$$g(\vartheta_k^{c_1}) = \begin{cases} 0.8 & \text{if} \quad \vartheta_k^{c_1} \le 100 \\ 0.8 - \frac{0.7}{200}(\vartheta_k^{c_1} - 100) & \text{if} \quad 100 < \vartheta_k^{c_1} \le 300, \\ 0.1 & \text{if} \quad 300 < \vartheta_k^{c_1} \end{cases}$$
$$g(\vartheta_k^{c_2}) = \begin{cases} 0.1 & \text{if} \quad \vartheta_k^{c_2} \le 150 \\ 0.1 - \frac{0.85}{500}(\vartheta_k^{c_2} - 150) & \text{if} \quad 150 < \vartheta_k^{c_2} \le 650, \\ 0.95 & \text{if} \quad 650 < \vartheta_k^{c_2} \end{cases}$$

که $\vartheta = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ اندازه سرعت است. ماتریس انتقال مد در هر کلاس به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱].

$$p = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.6 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.6 \end{bmatrix}$$

اهداف می‌توانند در مدهای سرعت، شتاب خطی ثابت و شتاب زاویه‌ای ثابت در حرکت باشند که به صورت زیر مدل شده‌اند.

۱- سرعت ثابت

$$x_{k+1} = Fx_k + Gw_k$$
$$x = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

۲- شتاب خطی ثابت

$$x_{k+1} = Fx_k + G(u_k + w_k)$$
$$x = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

که $u \in \{-20,0,20\}$ برای کلاس با مانور بالا و $u \in \{-5,0,5\}$ برای هدف با مانور پایین هستند.

۳- شتاب زاویه‌ای ثابت

$$x_{k+1} = Fx_k + Gw_k$$
$$x = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sin wT}{w} & \frac{\cos wT - 1}{w} \\ 0 & 1 & \frac{1-\cos wT}{w} & \frac{\sin wT}{w} \\ 0 & 0 & \cos wT & \sin wT \\ 0 & 0 & \sin wT & \cos wT \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix},$$
$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

که $w \in \{-1,1\}$ برای هدف با مانور بالا و $w \in \{-0.5, 0.5\}$ با مانور پایین می‌باشند [۲۱]. همچنین تابع احتمال سرعت مربوط به دوکلاس در شکل ۲ نشان داده شده است.

شکل ۲: تابع احتمال سرعت کلاس اهداف.

به دلیل این‌که هیچ اطلاعی در مورد کلاس هدف نداریم تابع احتمال کلاس را به صورت زیر مقداردهی اولیه می‌کنیم. به عبارتی احتمال انتخاب هر کلاس برابر 50% می‌باشد.

$$\hat{p}(c|\{Z,Y\}) = [0.5 \;\; 0.5]$$

مشاهدات دریافتی به صورت زیر می‌باشد.

$$z_k = h(x_k) + v_k = \begin{bmatrix} \sqrt{{x_k}^2 + {y_k}^2} \\ \tan^{-1}\frac{y_k}{x_k} \end{bmatrix} + v_k$$

نویز فرآیند گوسی است و واریانس نویز مشاهدات دریافتی توسط حسگرها 0.001 و تعداد نمونه‌ها برای هر کلاس $N_c = 5000$، $N_{Thr} = 0.1N_c$ و پریود نمونه‌برداری $T_s = 0.01[\mathrm{sec}]$ فرض شده است. شکل ۳ مسیرهدف را نشان می‌دهد. هدف دارای دو مانور در لحظه‌های مختلف و با سرعت ثابت می‌باشد. انتخاب کلاس هدف به صورت‌کاملاً تصادفی صورت‌گرفته است. در یک بار آزمایش کلاس دو انتخاب شد. شکل ۴ تابع احتمال تخمین‌کلاس اهداف را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که الگوریتم ارائه شده به خوبی‌کلاس هدف را تخمین می‌زند.

در سرعت‌های پایین به دلیل این‌که احتمال کلاس اول بسیار بیش

از کلاس دو است، احتمال بیشتری وجود دارد که هدف در کلاس یک باشد لذا در این سرعت‌ها کلاس هدف اعلام شده، کلاس یک است اگرچه اشتباه می‌باشد. این اشتباه بدلیل عدم اعمال محدویت سرعت بوده و از طریق شباهت‌های سرعت کلاس هدف تصحیح می‌شود.

نکته بسیار مهمی که بایستی بدان توجه شود این است که به نظر می‌رسد که در سرعت‌های کمتر از ۱۲۰ (با توجه به شکل ۲) همیشه باید کلاس یک تشخیص داده شود. ولی لزوماً نباید بدین طریق باشد. به عبارت دیگر در صورتی که مدل سیستم و معادلات حالت و تمامی پارامترهای دوکلاس یکسان باشند فقط‌این حالت امکان وقوع دارد. از طرف دیگر به دلیل این‌که در عمل اهداف مربوط به کلاس‌های مختلف از معادلات دینامیکی متفاوتی تبعیت می‌کنند لذا الگوریتم پیشنهادی در تخمین کلاس موفق‌تر خواهد بود. در این شکل همچنین تخمین کلاس با استفاده از الگوریتم یک (با استفاده از چند فیلتر منطبق با کلاس اهداف) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که الگوریتم پیشنهادی با دقت بسیار بالاتری کلاس هدف را تخمین می‌زند.

شکل ۳: مسیر شبیه‌سازی هدف.

شکل ۴: تابع احتمال تعیین کلاس اهداف.

شکل ۵: سرعت تخمین زده شده و واقعی هدف درکلاس دو.

شکل ۵ تخمین پارامتر سرعت مربوط به کلاس دو را نشان می‌دهد. مقدار خطای تخمین براساس مونت کارلو (۱۰۰دفعه) در مکان و سرعت به ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. همانطورکه مشاهده می‌شود در زمان‌های شروع تغییر مد، خطای زیادی وجود داردکه با گذشت زمان خطا به سرعت کاهش می‌یابد. همچنین در مقایسه با روش MM دارای خطا کمتری می‌باشد.

برای محاسبه متوسط زمان ردیابی فرض می‌کنیم هدف در نطقه‌ای با مختصات (X, Y) قرار دارد. سپس با دو روش تخمین مکان هدف را استخراج نموده مدت زمان هر تخمین را در محیط متلب ثبت می‌نمایم. حال ۱۰۰ بار این عملیات را برای مختصات مختلف انجام داده و زمان هر تخمین را محاسبه و مجموع زمان‌های هر کدام از روش‌ها را بر ۱۰۰ تقسیم نموده و متوسط زمان ردیابی بدست می‌آید. تعیین زمان پردازش یعنی زمان تخمین در هر (X, Y) با استفاده از tic و toc نرم‌افزار متلب می‌باشد.

شکل ۶: مقدار خطای تخمین مکان.

شکل ۷: مقدار خطای تخمین سرعت.

جدول ۲: مقایسه دو الگوریتم.

الگوریتم ردیابی	متوسط زمان ردیابی	زمان پردازش (ثانیه)
روش پیشنهادی ($N_c = 5000$)	۰/۰۰۰۶۸۱۱۱	۳
روش Multi Filter	۰/۰۷۶۹۷۲	۱۰

طبق جدول ۲ زمان پردازش و متوسط زمان ردیابی الگوریتم ارائه شده با کامپیوتر Core i7, 3.4GHz در نرم‌افزار متلب، کمتر از حالت چند فیلتر می‌باشد.

٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله، هدف ردیابی و تخمین کلاس اهداف مانوردار بصورت هم‌زمان می‌باشد. در ابتدا معادلات دینامیک هدف مانوردار و معادلات اندازه‌گیری بیان شد. در عمل هدفی که دینامیک ثابتی داشته به ندرت یافت می‌شود و معمولاً اهداف عملی دارای دینامیک متغیر با زمان می‌باشند. به همین دلیل مد سیستم به منظور ردیابی در هر زمان بایستی مشخص شود. در قسمت بعدی الگوریتم موجود در خصوص دسته‌بندی و ردیابی اهداف بصورت هم‌زمان توضیح داده شد. در این الگوریتم به‌طور مرسوم به منظور تعیین کلاس هدف از روش MM استفاده می‌شود. در این روش برای هر کلاس یک فیلتر در نظر گرفته می‌شود. بسته به این‌که کلاس هدف چه باشد با یکی از این فیلترها تطبیق می‌یابد. می‌توان نشان داد که استفاده از تعداد بیشتر مدل‌ها لزوماً باعث افزایش کارایی الگوریتم ردیابی نمی‌شود در حالی که باعث افزایش بار محاسباتی می‌گردد. به همین دلیل بر خلاف الگوریتم‌های مرسوم ارائه شده تاکنون که برای هر کلاس یک فیلتر مجزا در نظر می‌گیرند، در این مقاله تنها با استفاده از یک فیلتر ذره‌ای کلاس هدف تخمین زده می‌شود که منجر به کاهش چشمگیری در حجم محاسبات و افزایش دقت می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی به خوبی کلاس هدف را تشخیص می‌دهد. در ادامه می‌توان با توجه به پیشرفت فناوری ذخیره داده و باگنجاندن مساله داده کاوی در حوزه ردیابی در شبکه‌های حسگر همراه با نویز و کلاتر، دسته‌بندی و ردیابی هم‌زمان را بررسی نمود.

مراجع

[۱] حمید خالوزاده، عطیه کشاورز محمدیان، "مروری بر کاربردهای نظریه تخمین، شناسایی و کنترل تصادفی در سیستم‌های صنعتی"، مجله کنترل، جلد ۸، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۳.

[2] H. Khaloozadeh, A. Karsaz, "Modified input estimation technique for tracking maneuvering targets," IET Radar Sonar & Navigation, vol. 3, pp. 30-41, 2008.

[3] H. Rahmati, H. Khaloozadeh, M. Ayati, "Novel approach for nonlinear maneuvering target tracking based on input estimation, "Applied Mechanics and Materials, pp.4415-4423, 2012.

[4] G.W. Pulford, "A survey of Maneuvering target tracking methods," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 27, no. 1, 2015.

[5] X.R. Li, "Multiple model bootstrap filter for maneuvering," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 36, no. 3, pp. 1006-1012, 2000.

[6] G.W. Pulford, S. Challa, "Joint target tracking and classification using radar and ESM sensors," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 37, no. 3, pp. 1039-1055, 2001.

[7] A. Averbuch, E. Mazor, Y. Bar-shalom, J. Dayan, "Interacting multiple model methods in target tracking: A Survey," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 34, no. 3, pp. 103-123, 1998.

[8] X. Chen, J. Gao, X. Han, "An algorithm based on interacting multiple models for maneuvering target tracking," IEEE Conference on Decision and Control, vol. 2, pp. 405-408, 2014.

[9] A. Abdul Salam, "Adaptive tracking of maneuvering target using two-stage Kalman filter," IEEE International Symposium on Processing and Information Technology, 749-754, 2015.

[10] X. FU, Y. Shang, H. Yuan, "Improved diagonal interacting multiple model algorithm for maneuvering target tracking based on H_∞ filter," IET Control Theory & Application, vol. 9, pp. 1887-1892, 2015.

[11] L. Hun, A. Xie, Z. Ren, D.S. Bernstein, "Maneuvering target tracking with unknown acceleration using retrospective-cost-based adaptive input and state estimation," 34th Chinese Control Conference, Hangzhou, China, 2015.

[12] W. Yanxuan, C. Jianbin, "An adaptive maneuvering target tracking algorithm based on three-dimensional parameter identification model," 34th Chinese Control Conference, Hangzhou, China, pp. 5479-5483, 2015.

[13] K. Zhan, L. Xu, H. Jiang, "Joint tracking and classification with constraints and reassignment by radar and ESM," Digital Signal Process, 2014.

[14] H. Yihui, X. Wei, P. Hui, C. Xiliang, L. Jun, "A method of taracking maneuver target," 27th Chinese Control and Decision Conference, pp. 2004-2008, 2015.

[15] S. Ranhnama, M.R. Arvan, "Comparison of extended and unscented Kalman smoother in deriving kinematic characteristics of a high maneuver flying target" International Conference on Modelling, Identification and Control, Shanghai,

China, pp. 537-542, 2011.

[16] P. Smets, B. Ristic, "Kalman filter and joint tracking and classification based on belief functions in the TBM Framework," IEEE Conference on Decision and control, 2678-2685, 2005.

[17] W. Mei, G.L. Shan, X. Rongli, "An efficient bayesian algorithm for joint target tracking and classification," American Control Conference, pp. 2090-2098, 2005.

[18] L. Zhu, X. Cheng, "High maneuver target tracking in coordinated turns," IET Radar, Sonar & Navigation, vol. 9, pp. 1078-1087, 2015.

[19] K. Zhan, L. Xu, H. Jiang, "An improved mixture unscented Kalman filters algorithm of joint target tracking and classification," IEEE Chinese Guidance & Navigation and Control Conference, Yantai, China, pp. 1197-1202, 2014.

[20] M. Melzi, A. Ouldali, "Joint multiple target tracking and classification using the unscented Kalman particle PHD filter," American Control Conference, pp. 534-537, 2011.

[21] D. Angelova, L. Mihaylova, "Joint target tracking and classification with particle filtering and mixture Kalman filtering using kinematic radar information," Elsevier, Digital Signal Processing, vol. 16, pp. 180-204, 2006.

مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷، صفحه ۳۳-۲۳

رهگیری هدف با اندازه‌گیری سمت و فرکانس با استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته تطبیقی اصلاح شده

سید حامد هاشمی[۱]، علیرضا الفی[۲]

[۱]کارشناسی‌ارشد مهندسی برق-کنترل، دانشکده مهندسی برق و رباتیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، Hamedhashemi1371@gmail.com

[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و رباتیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، a_alfi@shahroodut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۳/۳۱ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۶/۱۷ ویرایش دوم:۱۳۹۷/۲/۱ پذیرش: ۱۳۹۷/۳/۳۱

چکیده : هدف از رهگیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس به عنوان یک مساله رهگیری غیرفعال تخمین سرعت و مکان هدف با استفاده از سیگنال ناشی شده از خود هدف می‌باشد. مشکل اصلی این نوع رهگیری وجود معادلات اندازه‌گیری غیرخطی است که برای حل آن، روش‌های متفاوتی از جمله استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته پیشنهاد شده است که این فیلتر دارای مشکلاتی از قبیل بایاس در تخمین پارامترها و وابستگی به شرایط اولیه است. در این مقاله ابتدا روش جدیدی به منظور فراهم آوردن شرایط اولیه مناسب برای فیلتر ارائه می‌شود. سپس، برای کاهش بایاس با الهام گرفتن از فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح شده، فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی اصلاح‌شده پیشنهاد می‌شود که در آن ماتریس‌های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم به صورت برخط و همزمان به‌روز می‌شوند. در نهایت، عملکرد فیلتر پیشنهادی با فیلتر کالمن توسعه‌یافته استاندارد، فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی و فیلتر کالمن بی‌ریشه مقایسه می‌شود. نتایج نشان‌دهنده عملکرد مناسب فیلتر پیشنهادی در مساله تحت مطالعه است.

کلمات کلیدی : رهگیری، اثر داپلر، فیلترکالمن توسعه‌یافته، تخمین.

Target Tracking with Bearing and Frequency Measurements using Adaptive Modified Covariance Extended Kalman Filter

Seyyed Hamed Hashemi, Alireza Alfi

Abstract: The goal of the Doppler and Bearing Tracking (DBT) as a kind of passive target tracking problem is to estimate the position and velocity of the target using its transmitted signal. The main problem of this kind of target tracking is nonlinearity of the measurement equations. In order to solve this problem, different approaches have been reported in the literature, such as extended Kalman filter. However, bias and dependence on the initial conditions are the key shortcomings of such filters. In this paper, first, a novel technique is proposed to provide an appropriate initial condition for the filter. Then, inspired by the modified covariance extended Kalman filter, a new adaptive extended Kalman filter is introduced. Here, the measurement and the process noise covariances are updated simultaneously for reducing the bias effects. Finally, the performance of the proposed filter is compared with the standard extended Kalman filter, adaptive extended Kalman filter and unscented Kalman filter. Results show the good performance of the proposed filter in the problem under study.

Keywords: Target tracking, Doppler shift, Extended Kalman filter, Estimation.

۱- مقدمه

رهگیری غیرفعال به معنای تخمین مکان و سرعت هدف با استفاده از سیگنال ناشی شده از خود هدف است. چنانچه در رهگیری غیرفعال فقط سمت هدف اندازه‌گیری شود، به این مسئله رهگیری تنها با اندازه‌گیری سمت[۱] گفته می‌شود. از آنجا که سیگنال ناشی از هدف دارای تن‌های فرکانسی نیز هست، با استفاده از این تن‌های فرکانسی و اثر داپلر به همراه سمت اندازه‌گیری شده، روش دیگری در رهگیری غیرفعال ارائه گردید که اصطلاحا رهگیری با استفاده از اندازه‌گیری سمت و فرکانس[۲] شناخته می‌شود[۱]. در رهگیری با استفاده از اندازه‌گیری تنها سمت، رویتگر نیاز به مانور دارد تا بتواند رویت‌پذیری را تضمین کند و به تخمین پارامترهای هدف بپردازد. ولی در رهگیری با استفاده از اندازه‌گیری سمت و فرکانس به‌دلیل اندازه‌گیری فرکانس، مسئله رویت‌پذیر بوده و رویتگر بدون نیاز به مانور می‌تواند پارامترهای هدف را تخمین بزند. اما مشکلی که در این روش وجود دارد این است که معادلات اندازه‌گیری در این روش غیرخطی هستند که برای حل این مشکل روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است.

یکی از این روش‌ها، استفاده از روش شبه‌خطی است [۲] که در آن با استفاده از معادلات شبه‌خطی، ماتریس‌های اندازه‌گیری تشکیل شده و سپس تخمین پارامترهای هدف انجام می‌شود. هرچند، مشکلی که در این روش وجود دارد بایاس در تخمین پارامترهاست. روش دیگر استفاده از روش متغیر ابزاری است [۳]. در این روش ابتدا با استفاده از معادلات شبه-خطی، ماتریس اندازه‌گیری تشکیل شده و سپس با ضرب آن در ماتریس ضرایب وزنی عمل تخمین انجام می‌شود که در این روش بایاس تخمین به خوبی کاهش می‌یابد، ولی الگوریتم این روش به‌صورت دسته‌ای[۳] بوده و امکان تخمین برخط پارامترها وجود ندارد. روش دیگر استفاده از روش حداکثر شباهت است [۴] که توانسته بایاس تخمین را کاهش دهد ولی دارای پیچیدگی‌های محاسباتی و حجم بالای محاسبات است. هرچند استفاده از روش متغیر ابزاری بازگشتی[۵] و الگوریتم بازگشتی بدون بایاس [۶]، بایاس تخمین را کاهش داده‌اند، ولی این روش ها به شرایط اولیه وابسته هستند و زمان تخمین پارامترها در این روش ها بالاست. استفاده از انواع مختلف فیلتر کالمن برای حل این مسئله نیز رایج است که از جمله می‌توان به فیلترکالمن بی ریشه تکرارشده [۷]، فیلترکالمن بی ریشه [۸]، فیلتر کالمن بی ریشه توسعه‌یافته شعاعی [۹] و فیلترکالمن توسعه‌یافته[۱۰] اشاره کرد. همچنین در [۱۱]، از فیلتر ذره‌ای برای حل این مسئله استفاده شده است. با این‌حال، یکی از عمده مشکلات استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته بایاس در تخمین پارامترهاست که یکی از عوامل ایجاد آن خطی‌سازی معادلات غیرخطی با استفاده از سری تیلور و عدم درنظر گرفتن جملات مرتبه بالاتر آن است. عامل دیگر ایجاد بایاس عدم شناخت از ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم و کوواریانس نویز اندازه‌گیری است، که برای حل این مشکل روش های تطبیقی متفاوتی برای تنظیم بر خط ماتریس های کوواریانس نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری ارائه شده است. در [۱۲]، با استفاده از روش دنباله ابداع[۴] ضریب تطبیقی برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری ارائه شده است. در [۱۳]، روش دنباله اندازه‌گیری جدیدی به منظورتنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم پیشنهاد شده است. در مراجع [۱۴،۱۵،۱۶]، به منظور عملکرد مناسب فیلتر، ماتریس‌های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم تنظیم شده‌اند. در [۱۴] و [۱۵] برای تنظیم ماتریس‌های کوواریانس به ترتیب از روش تطبیق کوواریانس[۵] و حداکثر شباهت[۶] استفاده شده است. در [۱۶]، با استفاده از روش سریع‌ترین سقوط یک روش بازگشتی برای تنظیم بر خط ماتریس-های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم مطرح گردیده است که البته مشکل این روش، انتخاب شرایط اولیه مناسب برای الگوریتم بازگشتی است. همچنین در [۱۷]، از منطق فازی برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری بهره برده است. هرچند استفاده از منطق فازی برای تنظیم فیلتر کالمن بسیار استفاده شده که از جمله می‌توان به [۲۰-۱۸] اشاره کرد، ولی مشکل اصلی در استفاده از منطق فازی برای تنظیم فیلتر کالمن عدم تضمین پایداری آن است. وابستگی به شرایط اولیه نیز از جمله معایب دیگر فیلترکالمن است که در صورت عدم اعمال شرایط اولیه مناسب به فیلتر، امکان واگرایی آن وجود دارد [۲۱].

با توجه به آنچه که بیان شد، هدف اصلی این مقاله ارائه روشی برای حل مشکلات فیلترکالمن توسعه‌یافته است. بدین منظور استفاده از الگوریتم فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح شده[۷]پیشنهاد می‌شود [۲۲]. در این روش با محاسبه مجدد ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری در لحظه بعد از تخمین، ماتریس کوواریانس و بهره فیلترکالمن مجددا محاسبه می‌شود که تا حدودی بایاس ناشی از خطی سازی را کاهش می‌دهد. لذا در این مقاله با استفاده از این فیلتر، فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی اصلاح شده پیشنهاد می‌شود که در آن با نظر گرفتن جمله مرتبه دوم سری تیلور در محاسبه ماتریس اندازه‌گیری سعی می‌شود بایاس ناشی از خطی‌سازی در فیلترکالمن توسعه یافته اصلاح شده کاهش یابد. همچنین ضریب تطبیقی برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری بر اساس روش دنباله ابداع ارائه می‌شود تا با تطبیق برخط این ماتریس بایاس ناشی از انتخاب نامناسب این ماتریس و تاثیر اغتشاش وارده از حسگر کاهش یابد. همچنین، ضریب تطبیق جدیدی بر اساس اختلاف تخمین و پیش بینی برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم ارائه می شود تا با تنظیم این ماتریس پیش-بینی فیلتر بهبود یابد. در ضمن، به منظور ایجاد شرایط اولیه مناسب برای فیلترکالمن، روش جدیدی ارائه می‌شود که در آن با استفاده از فیلترکالمن اضافی و الگوریتم ژنتیک شرایط اولیه مناسب برای فیلترکالمن اصلی برای تخمین پارامترها ایجاد می شود. در این مقاله در بخش دوم تعریف مسئله

[۱] Bearing Only Tracking
[۲] Doppler and Bearing Tracking
[۳] Batch
[۴] Innovation Sequence
[۵] Covariance Matching
[۶] Maximum likelihood
[۷] Modified Covariance Extended Kalman Filter

رهگیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس توضیح داده می‌شود. در بخش سوم فیلتر کالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده معرفی می شود. در بخش چهارم، روش پیشنهادی معرفی می‌شود. در نهایت، برای نمایش عملکرد فیلتر تطبیقی پیشنهاد شده با فیلترکالمن توسعه‌یافته استاندارد، فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی و فیلترکالمن بی ریشه مقایسه می گردد.

۲- تعریف مسئله

عمده مزیت رهگیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس رویت‌پذیر بودن آن است. علت رویت‌پذیری این مسئله استفاده اثر داپلر در تخمین سرعت هدف با استفاده از تن‌های فرکانسی اندازه‌گیری شده است. بنابراین در این مسئله، رویتگر نیازی به مانور برای تخمین پارامترهای هدف ندارد. شکل ۱ را درنظر بگیرید که با توجه به آن داریم:

$$\beta(t) = \tan^{-1}\left(\frac{y_T(t) - y_O(t)}{x_T(t) - x_O(t)}\right) \qquad (۱)$$

$$f_r(t) = f_B\left(1 + \frac{V_D}{C}\right) \qquad (۲)$$

$$V_D = (\dot{x}_O(t) - \dot{x}_T(t)) \times \sin(\beta(t)) + (\dot{y}_O(t) - \dot{y}_T(t)) \times \cos(\beta(t)) \qquad (۳)$$

در روابط فوق، C سرعت صوت در محیط، $\beta(t)$ سمت هدف، $[y_T, x_T, \dot{x}_T, \dot{y}_T]$ سرعت و مکان هدف، $[y_O, x_O, \dot{x}_O, \dot{y}_O]$ سرعت و مکان رویتگر، $f_r(t)$ فرکانس دریافتی از هدف و f_B فرکانس پایه هدف است. بردار اندازه‌گیری شامل دو عنصر است که در رابطه (۴) آورده شده است.

$$h(t) = [\beta(t), f_r(t)]^T \qquad (۴)$$

$$x(t) = [x_T, \dot{x}_T, y_T, \dot{y}_T, f_B]^T \qquad (۵)$$

شکل ۱ : نمایش ریاضی مسیر حرکت هدف

در این مقاله، برای حل مسئله رهگیری مورد مطالعه، بردار حالت به‌صورت زیر درنظر گرفته می‌شود.

۳- فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح شده

فیلترکالمن یک الگوریتم بازگشتی برای تخمین پارامترها به‌صورت برخط است که اولین بار توسط کالمن ارائه شده است [۲۳]. سیستم خطی گسسته زیر را درنظر بگیرید.

$$x(t) = Fx(t-1) + w(t)$$
$$Z(t) = Hx(t) + v(t) \qquad (۶)$$

که در آن $x(t)$ بردار حالت با ابعاد $n \times 1$ و F ماتریس $n \times n$ انتقال حالت، $Z(t)$ بردار $m \times 1$ اندازه‌گیری و H ماتریس $m \times n$ اندازه‌گیری و $w(t)$ نویز پروسه و $v(t)$ نویز اندازه‌گیری که هر دوی آنها نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس مشخص می‌باشند که به‌ترتیب دارای ماتریس‌های کوواریانس Q و R می‌باشند.

الگوریتم فیلترکالمن استاندارد به دو بخش پیش‌بینی و بروز رسانی تقسیم می‌شود که به ترتیب در روابط (۷) و (۸) آورده شده‌اند.

$$\hat{x}(t|t-1) = F\hat{x}(t-1|t-1)$$
$$P(t|t-1) = FP(t-1|t-1)F^T + Q(t) \qquad (۷)$$

$$K(t) = P(t|t-1)H^T(t) \times (H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t))^{-1}$$
$$P(t|t) = P(t|t-1) - K(t)H(t)P(t|t-1)$$
$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1)) \qquad (۸)$$

حال چون معادلات اندازه‌گیری در این مسئله غیرخطی هستند، از فیلترکالمن توسعه‌یافته استفاده می‌شود که در آن از معادلات اندازه گیری نسبت به بردار حالت مشتق گرفته و ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری تشکیل می‌شود. لازم به ذکر است که مشتق‌گیری از معادلات غیرخطی و تشکیل ماتریس ژاکوبین یکی از عوامل ایجاد بایاس در فیلترکالمن توسعه‌یافته است.

$$H(t) = \frac{\partial h}{\partial \hat{x}(t|t-1)} \qquad (۹)$$

h در رابطه (۹) بردار معادلات اندازه‌گیری غیرخطی می‌باشد که برای کاهش بایاس ناشی از مشتق‌گیری معادلات غیرخطی و تشکیل ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری روش فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده [۲۲] پیشنهاد شده است. در این روش با محاسبه مجدد ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری در لحظه بعد از تخمین، سعی در کاهش بایاس ناشی از خطی‌سازی معادلات غیرخطی دارد که برای این کار، مقادیر جدیدی برای ماتریس کوواریانس و بهره فیلترکالمن بدست می‌آورد.

$$H^+(t) = \frac{\partial h}{\partial \hat{x}(t|t)} \qquad (۱۰)$$

بنابراین با استفاده از این روش معادلات فیلتر کالمن بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\hat{x}(t|t-1)=F\hat{x}(t-1|t-1)$$
$$P(t|t-1)=FP(t-1|t-1)F^T+Q(t)$$
$$H(t)=\frac{\partial h}{\partial\hat{x}(t|t-1)}$$
$$K(t)=P(t|t-1)H^T(t)\times$$
$$(H(t)P(t|t-1)H^T(t)+R(t))^{-1}$$
$$\hat{x}(t|t)=\hat{x}(t|t-1)+K(t)\times$$
$$(Z(t)-H(t)\hat{x}(t|t-1))$$
$$H^+(t)=\frac{\partial h}{\partial\hat{x}(t|t)}$$
$$K(t)=P(t|t-1)H^{+T}(t)\times$$
$$(H^+(t)P(t|t-1)H^{+T}(t)+R(t))^{-1}$$
$$P(t|t)=P(t|t-1)-K(t)H^+(t)P(t|t-1) \qquad (۱۱)$$

ولی همانطور که در این روش نیز مشاهده می‌شود جملات مرتبه بالاتر سری تیلور درنظر گرفته نمی‌شود که این صرف‌نظر کردن از جملات مرتبه بالاتر خود منجر به ایجاد بایاس می‌شود. واضح است که با درنظر گرفتن جمله مرتبه دوم سری تیلور در محاسبه ماتریس اندازه‌گیری، می‌توان بایاس ناشی از خطی‌سازی را کاهش داد.

$$H(t)=\frac{\partial h}{\partial\hat{x}(t|t-1)}+\frac{\partial^2 h}{2\partial^2\hat{x}(t|t-1)}$$
$$H^+(t)=\frac{\partial h}{\partial\hat{x}(t|t)}+\frac{\partial^2 h}{2\partial^2\hat{x}(t|t)} \qquad (۱۲)$$

براین اساس، می‌توان الگوریتم فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح شده را با روابط زیر بیان کرد.

$$\hat{x}(t|t-1)=F\hat{x}(t-1|t-1)$$
$$P(t|t-1)=FP(t-1|t-1)F^T+Q(t)$$
$$H(t)=\frac{\partial h}{\partial\hat{x}(t|t-1)}+\frac{\partial^2 h}{2\partial^2\hat{x}(t|t-1)}$$
$$K(t)=P(t|t-1)H^T(t)\times$$
$$(H(t)P(t|t-1)H^T(t)+R(t))^{-1}$$
$$\hat{x}(t|t)=\hat{x}(t|t-1)+K(t)\times(Z(t)-$$
$$H(t)\hat{x}(t|t-1))$$
$$H^+(t)=\frac{\partial h}{\partial\hat{x}(t|t)}+\frac{\partial^2 h}{2\partial^2\hat{x}(t|t)}$$
$$K(t)=P(t|t-1)H^{+T}(t)\times$$
$$(H^+(t)P(t|t-1)H^{+T}(t)+R(t))^{-1}$$
$$P(t|t)=P(t|t-1)-K(t)H^+(t)P(t|t-1) \qquad (۱۳)$$

٤- فیلترکالمن تطبیقی پیشنهادی

یکی از مشکلات فیلترکالمن انتخاب شرایط اولیه مناسب برای ماتریس‌های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم است [۲۵]. انتخاب شرایط اولیه مناسب وابسته به دانش ما از سیستم و محیط پیرامون آن دارد. لذا در سیستم‌های غیرخطی انتخاب این شرایط اولیه به مراتب مشکل‌تر از سیستم‌های خطی است. برای حل این مشکل، روش‌های تطبیقی مختلفی برای تنظیم ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری ارائه شده است که در آنها با ضرب ضریب تطبیقی در ماتریس مورد نظر سعی در تنظیم برخط آن دارند و یا با استفاده از سیستم فازی ماتریس مورد نظر را به‌صورت برخط تنظیم می‌کنند. ولی در اغلب این روش‌ها، یکی از دو ماتریس مذکور تنظیم می‌گردد. در این مقاله، در روش جدیدمعرفی شده، هر دو ماتریس کوواریانس نویز سیستم و نویز اندازه-گیری به‌صورت همزمان و برخط تنظیم می‌شوند.

٤-۱- روش پیشنهادی برای تطبیق Q و R

در ابتدا، ضریب تطبیق ارائه شده برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری معرفی می‌گردد که بر اساس روش دنباله ابداع می باشد [۱۷]. در این روش از پسماند فیلتر کالمن که اختلاف مقدار واقعی اندازه گیری و تخمین آن است استفاده می شود. پسماند فیلترکالمن با معادله (۱۴) تعریف می‌شود.

$$r(t)=Z(t)-H(t)\hat{x}(t|t-1) \qquad (۱۴)$$

پسماند فیلتر دارای ماتریس کوواریانس واقعی و ماتریس کوواریانس تئوری است. ماتریس کوواریانس واقعی آن معادله (۱۵) می باشد.

$$\hat{C}_r(t)=\frac{1}{N}\sum_{i=i_0}^{N}r_i\times r_i^T \qquad (۱۵)$$

که در آن $i_0=t-N+1$ است که N طول پنجره تخمین است که مقدار آن به‌صورت تجربی بدست می‌آید.

ماتریس کوواریانس تئوری پسماند نیز از معادله (۱۶) محاسبه می‌شود.

$$S(t)=H(t)P(t|t-1)H^T(t)+R(t) \qquad (۱۶)$$

برای اینکه فیلترکالمن در حالت بهینه خود قرار گیرد، باید نسبت ماتریس کوواریانس واقعی پسماند به تئوری آن برابر یک باشد.

$$\frac{\hat{C}_r(t)}{S(t)}=1\Rightarrow S(t)=\hat{C}_r(t)$$
$$\Rightarrow trace(S(t))=trace(\hat{C}_r(t)) \qquad (۱۷)$$

در معادله فوق $trace$ جمع عناصر قطر اصلی است، چنانچه این نسبت برابر یک نباشد، داریم:

$$\frac{\hat{C}_r(t)}{S(t)}=\alpha(t)\Rightarrow\hat{C}_r(t)=\alpha(t)S(t)$$
$$\Rightarrow trace(\hat{C}_r(t))=trace(\alpha(t)S(t))$$
$$\Rightarrow trace(\hat{C}_r(t))=\alpha(t)trace(S(t))$$
$$\Rightarrow\alpha(t)=\frac{trace(\hat{C}_r(t))}{trace(S(t))} \qquad (۱۸)$$

بنابراین نسبت فوق به عنوان ضریب تطبیق در ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری درنظر گرفته می‌شود.

$$R(t+1)=\alpha(t)R(t) \qquad (۱۹)$$

در این‌صورت، دو حالت قابل تصور است:

الف) اگر $\alpha(t)<1$ باشد، مقدار واقعی از مقدار تئوری کوچکتر است و با ضرب ضریب فوق در R مقدار آن کاهش‌یافته و به تبع آن مقدار S نیز کاهش می‌یابد. در نتیجه این نسبت اصلاح شده و نزدیک یک قرار می‌گیرد.

ب) اگر $\alpha(t)>1$ باشد، مقدار واقعی از مقدار تئوری بزرگتر بوده و با ضرب ضریب فوق در R، مقدار آن افزایش‌یافته و به تبع آن S نیز افزایش می‌یابد. لذا، این نسبت اصلاح شده و نزدیک یک قرار می‌گیرد.

برای معرفی ضریب تطبیق جدید ماتریس کوواریانس نویز سیستم، معادله پیش‌بینی را مجددا درنظر بگیرید.

$$\hat{x}(t\,|\,t-1)=F\hat{x}(t-1\,|\,t-1)$$

همچنین معادله تخمین

$$\hat{x}(t\,|\,t)=\hat{x}(t\,|\,t-1)+K(t)\times(Z(t)-H(t)\hat{x}(t\,|\,t-1))$$

می‌توان اختلاف این دو مقدار را به صورت رابطه (۲۰) نمایش داد.

$$\begin{aligned}\delta(t)&=\hat{x}(t\,|\,t)-\hat{x}(t\,|\,t-1)\\&=K(t)\times(Z(t)-H(t)\hat{x}(t\,|\,t-1))\end{aligned}\qquad(۲۰)$$

که در رابطه فوق، $\delta(t)$ نشان‌دهنده مقدار اختلاف ناشی از پیش‌بینی و تخمین است که یکی از عوامل ایجاد این اختلاف، بهره فیلتر کالمن است.

$$\begin{aligned}K(t)&=P(t\,|\,t-1)H^T(t)\times\\&(H(t)P(t\,|\,t-1)H^T(t)+R(t))^{-1}\end{aligned}$$

برای تنظیم بهره فیلترکالمن دو عامل مستقیم وجود دارد یکی ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری $R(t)$ و دیگری ماتریس کوواریانس $P(t)$ است. همانطور که بیان شد، ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری با استفاده از ضریب تطبیق ارائه شده تنظیم گردید. در ادامه در خصوص تنظیم بهره فیلترکالمن با ماتریس کوواریانس $P(t)$ می‌پردازیم.

$$P(t\,|\,t-1)=FP(t-1\,|\,t-1)F^T+Q(t)$$

همانطور که از معادله فوق می‌توان استنباط کرد با تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم Q ماتریس کوواریانس P تنظیم می‌شود و با تنظیم ماتریس کوواریانس P بهره فیلتر کالمن تنظیم شده $K(t)$ و اختلاف پیش بینی و تخمین کاهش می‌یابد. بنابراین ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم به صورت معادله (۲۱) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}\lambda(t)&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\delta_i^2(t)}\\Q(t+1)&=\lambda(t)\times Q(t)\end{aligned}\qquad(۲۱)$$

که در رابطه فوق n ابعاد بردار حالت است.

۲-٤- روش پیشنهادی برای ایجاد شرایط اولیه

الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم بهینه‌سازی است که با جستجو در فضایی که برای آن در نظر گرفته شده بهترین نقطه‌ای که به ازای آن تابع هدف کمترین مقدار را دارد معرفی می‌کند [۲۴]. لذا با توجه به ویژگی جستجو در یک فضای معین برای یافتن بهترین نقطه، از الگوریتم ژنتیک برای ایجاد شرایط اولیه در فیلترکالمن استفاده می‌شود. ایجاد شرایط اولیه مناسب در عملکرد فیلترکالمن تاثیر بسزایی دارد به طوری‌که اگر شرایط اولیه مناسب باشد، فیلتر سریعا به مقدار واقعی همگرا شده و عمل تخمین به سرعت صورت می‌پذیرد. بدین منظور برای ایجاد شرایط اولیه در فیلترکالمن از یک فیلترکالمن اضافی به همراه الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. شکل ۲ بلوک دیاگرام فیلترکالمن توسعه‌یافته تطبیقی اصلاح شده را نشان می‌دهد.

گام‌های ایجاد شرایط اولیه به شرح ذیل است :

گام اول: تعریف شرایط اولیه برای فیلترکالمن اضافی و ارسال اولین داده‌های اندازه‌گیری به این فیلتر.

گام دوم: بدست آوردن پسماند فیلترکالمن اضافی برای اولین اندازه‌گیری و شرایط اولیه تعریف شده.

گام سوم : ارسال پسماند بدست آمده به الگوریتم ژنتیک (در این مرحله الگوریتم ژنتیک با دریافت این پسماند سعی به کمینه کردن آن دارد که این کار با تکرارهای متوالی و به ازای مقادیر مختلف مکان اولیه هدف انجام می‌پذیرد. زمانی‌که کمترین پسماند به ازای مکان اولیه خاصی بدست آمد آن مکان اولیه برای تخمین فیلتر اصلی استفاده می‌شود).

گام چهارم: استخراج مکان اولیه از الگوریتم ژنتیک با کمترین مقدار پسماند و اعمال آن به فیلترکالمن اصلی.

۳-٤- تحلیل پایداری

برای اثبات پایداری در فیلتر کالمن با توجه به روش‌های تطبیقی ارائه شده کافی است نشان داده شود که با استفاده از این ضرایب تطبیق، ماتریس‌های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم مثبت باقی می‌مانند. معادله (۱۸) ضریب تطبیق ارائه شده برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری را در نظر بگیرید.

برای اثبات مثبت بودن ضریب تطبیق کافی است نشان داده شود ماتریس‌های کوواریانس عملی و تئوری پسماند مثبت هستند. ماتریس کوواریانس عملی پسماند همواره مثبت است، زیرا طبق رابطه (۱۵) هر کدام از درایه‌های بردار پسماند در خودش ضرب می‌شود و لذا، ماتریس مربعی متشکل از آن شامل درایه‌های همواره مثبت است. بنابراین این ماتریس همواره مثبت است. ماتریس کوواریانس تئوری پسماند نیز همواره مثبت است، زیرا ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری (R) و همچنین ماتریس کوواریانس سیستم (P) با ضرب شدن در ماتریس اندازه‌گیری و ترانهاده آن همواره مثبت باقی می‌مانند. بنابراین، ماتریس کوواریانس تئوری پسماند (S) مثبت است. از آنجا که جمع عناصر قطر اصلی آن نیز مثبت می‌باشد، ضریب تطبیق فوق همواره مثبت است. علاوه‌براین، همانطور که کاملا واضح است ضریب تطبیق ارائه شده برای ماتریس کوواریانس نویز سیستم مثبت است، زیرا همه درایه‌های آن با به توان دو رساندن همواره مثبت باقی می‌مانند.

شکل ۲: بلوک دیاگرام فیلترکالمن تطبیقی پیشنهادی

۵- نتایج شبیه‌سازی

شبیه‌سازی‌ها برای سه نوع سناریوی حرکتی دور شونده، نزدیک شونده، رویتگر با مانور انجام می‌شود. تمامی این شبیه‌سازی ها حاصل از ۱۰۰ اجرای مستقل به‌صورت مونت کارلو می‌باشد که مدت زمان آن ۲۰۰۰ ثانیه با نرخ نمونه برداری ۱ ثانیه است. همچنین طول پنجره تخمین برای بدست آودن ماتریس کوواریانس واقعی پسماند ۲۵ در نظر گرفته شده است. برای الگوریتم ژنتیک نیز تعداد جمعیت ۵۰، تعداد تکرار ۲۰۰، نرخ تقاطع ۰/۸ و نرخ جهش ۰/۰۵ انتخاب شده‌اند. عملکرد فیلتر پیشنهادی با فیلترکالمن توسعه‌یافته استاندارد، فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی ارائه شده در مرجع [۱۶] و فیلترکالمن بی ریشه مقایسه می‌شود که شرایط اولیه درنظر گرفته شده برای هر چهار فیلتر یکسان است. لازم به ذکر است که معیار خطا، جذر میانگین مربعات خطا[۱] می‌باشد و خطا از لحظه همگرایی فیلترها به بعد محاسبه می‌شود.

$$RMSE=\frac{1}{n_t}\sum_{t=1}^{n_t}\sqrt{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(x(t)-\hat{x}(t))^2} \qquad (۲۲)$$

در معادله فوق k عدد مونت کارلو و n_t مدت زمان شبیه‌سازی، $x(t)$ و $\hat{x}(t)$ به‌ترتیب بردارهای صحیح حالت و تخمین آن می‌باشند.

۵-۱- سناریوی اول

در این سناریو، مدل حرکتی به صورت نزدیک‌شونده تعریف می‌شود به گونه‌ای که رویتگر از مبدا مختصات شروع به حرکت کرده و با سرعت ثابت ۵ نات با کورس ثابت ۲۰ درجه به سمت شرق حرکت می‌کند. هدف نیز با سرعت ثابت ۱۵ نات از مکان (۶×۱۰^۳،۶×۱۰^۳) با کورس ثابت ۲۶۰ درجه به سمت جنوب غربی حرکت کرده و هدف فرکانس ثابت ۵۰۰ هرتز را ارسال می کند. اندازه‌گیری‌های سمت و فرکانس با نویز سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیارهای به ترتیب ۲ درجه و ۰/۳ هرتز جمع شده‌اند. لازم به ذکر است که به منظور تحلیل عملکرد فیلترها، برای لحظه بعد از همگرایی نتایج با خطای جذر میانگین مربعات مکان، سرعت، کورس، فرکانس و سمت در جدول ۱ آورده شده است. از جدول ۱ می‌توان نتیجه‌گیری کرد که فیلتر پیشنهادی عملکردی بهتر از سه فیلتر دیگر دارد. برای تحلیل عملکرد فیلترها قبل از همگرایی نتایج در شکل‌های ۳ تا ۶ نشان داده شده است. شکل ۳ نشان‌دهنده مسیر حرکت هدف، رویتگر و تخمین فیلترها است. از این شکل می‌توان نتیجه گرفت که فیلتر پیشنهادی دارای زمان همگرایی کمتری نسبت به سه فیلتر دیگر است. همچنین، عملکرد فیلتر پیشنهادی در لحظه قبل از همگرایی بسیار بهتر از فیلترکالمن

[۱] Root Mean Square Error (RMSE)

بی ریشه است. شکل ۴ نشان‌دهنده خطای تخمین مکان فیلترها است. این شکل نیز نتایج حاصل از شکل ۳ را تایید می‌کند. شکل‌های ۵ و ۶ به‌ترتیب خطاهای تخمین سمت، فرکانس، سرعت و کورس را نشان می‌دهند. به‌طور کلی نتایج حاصل از سناریوی اول نشان می‌دهد که فیلترکالمن پیشنهادی در مجموع عملکرد بهتری در مقایسه با سه فیلتر دیگر دارد. لازم به ذکر است که الگوریتم پیشنهادی برای یافتن مکان اولیه توانسته است با خطایی کمتر از ۱۰۰۰ متر مکان اولیه هدف را پیدا کند.

۵-۲- سناریوی دوم

مدل سناریوی حرکتی دوم به‌صورت دورشونده است. در این سناریو، رویتگر از مبدا مختصات با سرعت ثابت ۵ نات و کورس ثابت ۷۰ درجه به سمت شمال و هدف با سرعت ۱۵ نات از مکان (۶×۱۰^{۳}،۶×۱۰^{۳}) به سمت غرب با کورس ۱۷۰ درجه حرکت می‌کند در حالی‌که فرکانس ثابت ۵۰۰ هرتز را ارسال می‌کند. نویزهای سمت و فرکانس مشابه با سناریوی اول درنظر گرفته شده‌اند. برای تحلیل این سناریو نیز برای لحظه بعد از همگرایی، خطای تخمین پارامترها در جدول ۲ نشان داده شده است. برای تحلیل عملکرد فیلترها قبل از همگرایی، نتایج در شکل‌های ۷ تا ۱۰ آورده شده است. شکل ۷ مسیر حرکت هدف، رویتگر و تخمین فیلترها را نشان می‌دهد. شکل ۸ خطای تخمین مکان را نمایش می‌دهد و شکل‌های ۹ و ۱۰ خطاهای تخمین مربوط به سمت، فرکانس، سرعت و کورس را نشان می دهند. نتایج حاصل از اجرای سناریوی دوم مانند سناریوی اول نشان‌دهنده عملکرد بهتر فیلتر ارائه شده در مقایسه با سه فیلتر دیگر است. همچنین شبیه‌سازی نشان می‌دهد که فیلتر ارائه شده زمان همگرایی کمتری نسبت به فیلترکالمن بی ریشه دارد و در لحظات قبل از همگرایی عملکرد آن بسیار مناسب‌تر از فیلترکالمن بی ریشه می‌باشد.

۵-۳- سناریوی سوم

در سناریو سوم، مدل حرکتی به صورتی است که رویتگر با مانور حرکت می‌کند. در این حالت کورس رویتگر به مقدار ۰/۰۶ درجه بر ثانیه در هر لحظه اضافه می‌شود و از مبدا مختصات با سرعت ۵ نات شروع به حرکت می‌کند. هدف نیز با سرعت ثابت ۱۵ نات با کورس ۲۵۰ درجه از مکان (۶×۱۰^{۳}،۶×۱۰^{۳}) شروع به حرکت می کند و فرکانس ثابت ۵۰۰ هرتز را ارسال می‌کند. نویزها نیز مانند سناریوهای اول و دوم فرض می‌شوند. خطای جذر میانگین مربعات برای سناریوی سوم از لحظه بعد از همگرایی در جدول ۳ لیست شده است. شکل ۱۱ نشان‌دهنده مسیرهای حرکت هدف، رویتگر و تخمین فیلترها است در حالی‌که در شکل ۱۲ تخمین مکان فیلترها آورده شده است. شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نیز خطاهای تخمین مربوط به سمت، فرکانس، سرعت و کورس را نشان می‌دهند. همان‌طور که از نتایج این سناریو مشاهده می‌شود فیلترکالمن تطبیقی پیشنهادی در مجموع در مقایسه با سه فیلتر دیگر عملکرد بهتری دارد.

جدول ۱ : خطای جذر میانگین مربعات برای سناریوی اول

پارامترها	فیلترکالمن استاندارد	فیلترکالمن بی ریشه	فیلتر پیشنهادی	فیلتر تطبیقی
خطای مکان (متر)	۳۶/۲۷	۳۵/۷	۲۱/۰۳	۲۹/۱۵
خطای سرعت (متر/ثانیه)	۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۰۳	۰/۰۵
خطای کورس (درجه)	۰/۱۴	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۲
خطای فرکانس (هرتز)	۰/۰۱	۰/۰۱۲	۰/۰۱	۰/۰۱۱
خطای سمت (درجه)	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱

شکل ۳ : مسیر حرکت هدف، رویتگر و تخمین فیلترها برای سناریوی اول

شکل ۴ : خطای تخمین مکان برای سناریوی اول

شکل ۵ : خطاهای تخمین سمت و فرکانس برای سناریوی اول

شکل ۶ : خطاهای تخمین کورس و سرعت برای سناریوی اول

شکل ۷ : مسیر حرکت هدف، رویتگر، تخمین فیلترها برای سناریوی دوم

شکل ۸ : خطای تخمین مکان برای سناریوی دوم

میانگین خطای تخمین مکان حاصل از سه سناریوی اجرا شده بعد از همگرایی در شکل ۱۵ آورده شده است که برتری عملکرد فیلتر پیشنهادی را در مقایسه با سه نوع دیگر نشان می‌دهد.شکل ۱۶ میانگین خطای تخمین سمت، فرکانس، کورس و سرعت حاصل از سه سناریوی اجرا شده بعد از همگرایی می‌باشد. شکل ۱۷ نیز نشان‌دهنده خطای مکان اولیه یافت شده توسط الگوریتم پیشنهادی است. همان‌طور که مشاهده می‌شود الگوریتم پیشنهادی برای یافتن مکان اولیه توانسته با خطایی کمتر از ۱۰۰۰ متر مکان اولیه هدف را در سه سناریو پیدا کند.

جدول ۲ : خطای جذر میانگین مربعات برای سناریوی دوم

پارامترها	فیلتر کالمن استاندارد	فیلتر کالمن بی ریشه	فیلتر پیشنهادی	فیلتر تطبیقی
خطای مکان (متر)	۸۷/۳۶	۷۶/۷۸	۴۱/۳	۵۰/۰۷
خطای سرعت (متر/ثانیه)	۰/۱	۰/۱	۰/۰۶	۰/۰۶
خطای کورس (درجه)	۰/۲۳	۰/۲۱	۰/۲۵	۰/۲
خطای فرکانس (هرتز)	۰/۰۱۱	۰/۰۱	۰/۰۰۹	۰/۰۱
خطای سمت (درجه)	۰/۰۱۱	۰/۰۱	۰/۰۰۹	۰/۰۱

جدول ۳ : خطای جذر میانگین مربعات برای سناریوی سوم

پارامترها	فیلتر کالمن استاندارد	فیلتر کالمن بی ریشه	فیلتر پیشنهادی	فیلتر تطبیقی
خطای مکان (متر)	۳۹/۳۵	۲۸/۰۹	۲۶/۱۴	۳۶/۰۶
خطای سرعت (متر/ثانیه)	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۵
خطای کورس (درجه)	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱	۰/۱
خطای فرکانس (هرتز)	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱
خطای سمت (درجه)	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱

شکل ۹ : خطاهای تخمین سمت و فرکانس برای سناریوی دوم

شکل ۱۰ : خطاهای تخمین کورس و سرعت برای سناریوی دوم

شکل ۱۱ : مسیر حرکت هدف، رویتگر وتخمین فیلترها برای سناریوی سوم

شکل ۱۲ : خطای تخمین مکان برای سناریوی سوم

شکل ۱۳ : خطاهای تخمین سمت و فرکانس برای سناریوی سوم

شکل ۱۴ : خطاهای تخمین کورس و سرعت برای سناریوی سوم

شکل ۱۵ : میانگین خطای مکان فیلترها

شکل ۱۶ : میانگین خطای سمت، فرکانس، کورس و سرعت

شکل ۱۷ : تخمین مکان اولیه توسط الگوریتم پیشنهادی

۴-۵- تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی

در سناریوی اول با گذشت زمان هدف و رویتگر به هم نزدیک شده که نتیجه آن افزایش نسبت سیگنال به نویز می‌باشد. با افزایش نسبت

سیگنال به نویز دقت فیلترها برای تخمین پارامترهای هدف افزایش می‌یابد، که نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند خطای فیلترها در این سناریو از دو سناریوی دیگر کمتر است. همچنین، به دلیل افزایش این نسبت زمان همگرایی در این سناریو کمتر از دو سناریوهای دیگر است.

در سناریوی دوم که هدف از رویتگر دور می‌شود (که به آن سناریوی سخت نیز اطلاق می‌شود) نسبت سیگنال به نویز با گذر زمان کاهش یافته و لذا تخمین پارامترهای هدف برای فیلتر مشکل می‌شود. از نتایج حاصل از شبیه سازی‌ها مشاهده می‌شود که خطای تخمین و زمان همگرایی در این سناریو نسبت به دو سناریوی دیگر بیشتر دارد.

در سناریوی سوم، رویتگر با مانور حرکت کرده و از اینرو رویت-پذیری مساله افزایش پیدا می‌کند که کاهش زمان همگرایی فیلتر را به دنبال دارد. همچنین خطای تخمین در این سناریو تقریبا هم سطح با سناریوی اول (نزدیک‌شونده) و بهتر از سناریوی دوم (دورشونده) است که دلیل آن مانور رویتگر و افزایش رویت‌پذیری است.

برای تحلیل زمانی فیلتر پیشنهادی نیز مدت زمان اجرای برنامه‌ها برای یک فیلتر استاندارد (فیلتر کالمن بی ریشه) و فیلتر پیشنهادی در جدول ۴ آورده شده است. از این جدول می‌توان نتیجه‌گیری کرد که سرعت فیلتر پیشنهادی بیشتر از فیلتر استاندارد است، در حالی‌که عملکرد فیلتر بهبود یافته است. در بررسی زمان همگرایی فیلتر در لحظات اولیه، فیلتر پیشنهادی زودتر به مقدار واقعی همگرا می‌شود که دلیل آن تطبیق برخط ماتریس‌های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم می‌باشد. زیرا با انتخاب نامناسب مقادیر اولیه این ماتریس‌ها، ماتریس کوواریانس و بهره فیلتر کالمن از مقدار واقعی دور بوده و فیلتر برای تصحیح این مقادیر زمان بیشتری نیاز دارد در حالی‌که در فیلتر پیشنهادی با تنظیم و تطبیق برخط این ماتریس‌ها، فیلتر زمان کمتری برای تصحیح این مقادیر نیاز دارد. فیلتر پیشنهادی بعد از همگرایی از خطای تخمین کمتر و صحت بیشتری نسبت به دیگر فیلترها دارا می‌باشد که دلیل آن درنظر گرفتن مشتق مرتبه دوم ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری است که خطای حاصل از خطی‌سازی را کاهش داده است. از عوامل دیگر کاهش خطای تخمین محاسبه مجدد ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری برای تصحیح ماتریس کوواریانس و بهره فیلتر کالمن است. لازم به ذکر است که تطبیق و تنظیم برخط ماتریس‌های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم علاوه‌بر کاهش زمان همگرایی، در کاهش خطای فیلتر نیز موثر هستند.

جدول ۴ : مدت زمان اجرای فیلترها

نوع فیلتر	مدت زمان اجرا بدون زیر توابع (ثانیه)	مدت زمات اجرا به همراه زیر توابع (ثانیه)
فیلتر کالمن بی-ریشه استاندارد	۰/۲۶۴	۱/۳۵۷
فیلتر پیشنهادی	۰/۳۱۱	۰/۵

٦- نتیجه‌گیری

با توجه به پژوهش‌های انجام شده مشکلات فیلترکالمن توسعه‌یافته ایجاد شرایط اولیه مناسب و بایاس تخمین است، که از عوامل ایجاد بایاس، خطی‌سازی معادلات غیرخطی و عدم انتخاب مناسب ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری می‌باشند. در این مقاله با الهام گرفتن از الگوریتم فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح شده، فیلترکالمن توسعه یافته تطبیقی اصلاح شده ارائه شد که در آن با درنظر گرفتن جمله مرتبه دوم سری تیلور در محاسبه ماتریس اندازه‌گیری بایاس ناشی از خطی‌سازی کاهش یافت. همچنین، با ارائه ضرایب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس-های کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم، این ماتریس‌ها به‌صورت همزمان و برخط تنظیم شدند. برای حل مشکل یافتن شرایط اولیه نیز از فیلترکالمن اضافی و الگوریتم ژنتیک استفاده شد که نتایج قابل قبولی در یافتن شرایط اولیه داشت. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان داد که در مجموع فیلتر پیشنهادی عملکرد بهتری در مقایسه با فیلترکالمن توسعه یافته استاندارد، فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی و فیلترکالمن بی ریشه دارد.

مراجع

[1] Passerieux, J.M., Pillon, D., Blanc-Benon, P. and Jaufret, C., 1988. Target motion analysis with bearings and frequencies measurements. In Signals, Systems and Computers, 1988. Twenty-Second Asilomar Conference on (Vol. 1, pp. 458-462).

[2] Rosenqvist, A., 1996. Asymptotic theory for a two-step pseudo-linear Doppler-bearing tracker. Computational statistics & data analysis, 21(6), pp. 647-660.

[3] Passerieux, J.M., Pillon, D., Blanc-Benon, P. and Jauffret, C., 1989, May. Target motion analysis with bearings and frequencies measurements via instrumental variable estimator (passive sonar). In Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989. ICASSP-89., 1989 International Conference on (pp. 2645-2648).

[4] Tao, X.J., Zou, C.R. and He, Z.Y., 1996. Passive target tracking using maximum likelihood estimation. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 32(4), pp.1348-1354.

[5] Chan, Y.T. and Rudnicki, S.W., 1992. Bearings-only and Doppler-bearing tracking using instrumental variables. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 28(4), pp. 1076-1083.

[6] Ho, K.C. and Chan, Y.T., 2006. An asymptotically unbiased estimator for bearings-only and Doppler-bearing target motion analysis. IEEE Transactions on Signal Processing, 54(3), pp. 809-822.

[7] Zhan, R. and Wan, J., 2007. Iterated unscented Kalman filter for passive target tracking. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 43(3).

[8] Santhosh, M.N., Rao, S.K., Das, R.P. and Raju, K.L., 2015. Underwater target tracking using unscented Kalman Filter. Indian Journal of Science and Technology, 8(31), DOI: 10.17485/ijst/2015/v8i31/77054.

[9] Koteswara Rao, S., 2010. Doppler-bearing passive target tracking using a parameterized unscented kalman filter. IETE Journal of Research, 56(1), pp. 69-75.

[10] Quan, H.W., 2014. Target Tracking Using Extended Kalman Filter with Bearing and Doppler Measurements. In Applied Mechanics and Materials (Vol. 529, pp. 379-382).

[11] Teulière, V. and Brun, O., 2003. Parallelisation of the particle filtering technique and application to doppler-bearing tracking of maneuvering sources. Parallel Computing, 29(8), pp. 1069-1090.

[12] Narasimhappa, M., Sabat, S.L. and Nayak, J., 2016. Fiber-optic gyroscope signal denoising using an adaptive robust Kalman filter. IEEE Sensors Journal, 16(10), pp. 3711-3718.

[13] Wang, H., Deng, Z., Feng, B., Ma, H. and Xia, Y., 2017. An adaptive Kalman filter estimating process noise covariance. Neurocomputing, 223, pp. 12-17.

[14] Hashlamon, I. and Erbatur, K., 2016. An improved real-time adaptive Kalman filter with recursive noise covariance updating rules. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 24(2), pp. 524-540.

[15] Xi, Y., Li, Z., Zeng, X. and Tang, X., 2017. Detection of voltage Sag using an adaptive extended Kalman filter based on Maximum Likelihood. Journal of Electrical Engineering & Technology, 12(3), pp. 1016-1026.

[۱۶]محمدی مقداد، قلی‌زاده نرم حسین، ۱۳۹۵. تطبیق کوواریانس‌های نویز فیلتر کالمن توسعه‌یافته در ردیابی هدف از روی سمت به روش بازگشتی غیرمستقیم، مجله کنترل، جلد۱۰، صفحه ۵۵-۷۲.

[17] Liu, X., Liu, H.J., Tang, Y.G., Gao, Q. and Chen, Z.M., 2014. Fuzzy adaptive unscented Kalman filter control of epileptiform spikes in a class of neural mass models. Nonlinear Dynamics, 76(2), pp. 1291-1299.

[18] Deng, Z., Yang, L., Cai, Y. and Deng, H., 2016. Online identification with reliability criterion and state of charge estimation based on a fuzzy adaptive extended Kalman filter for lithium-ion batteries. Energies, 9(6), p. 472.

[19] Li, J., Song, N., Yang, G. and Jiang, R., 2016. Fuzzy adaptive strong tracking scaled unscented Kalman filter for initial alignment of large misalignment angles. Review of Scientific Instruments, 87(7), pp. 075118.

[20] da Silva, A.L. and da Cruz, J.J., 2016. Fuzzy adaptive extended Kalman filter for UAV INS/GPS data fusion. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 38(6), pp. 1671-1688.

[21] Hajiyev, C. and Soken, H.E., 2016. Fault tolerant estimation of UAV dynamics via robust adaptive Kalman filter. In Complex Systems, Part of the Studies in Systems, Decision and Control, vol. 55, pp. 369-394. Springer.

[22] Fucheng, G., Zhongkang, S. and Kan, H., 2003. A modified covariance extended Kalman filtering algorithm in passive location. In Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing, 2003. Proceedings IEEE International Conference on (Vol. 1, pp. 307-311).

[23] Kalman, R.E., 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of basic Engineering, 82(1), pp.35-45.

[24] Haupt, R.L., 1995. An introduction to genetic algorithms for electromagnetics. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 37(2), pp. 7-15.

[25] Assa, A. and Plataniotis, K.N., 2017. Adaptive Kalman filtering by covariance sampling. IEEE Signal Processing Letters, 24(9), pp. 1288-1292.

مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷، صفحه ۴۶-۳۵

طراحی و مقایسه تجربی الگوریتم جدید تخمین تراز برای بدنه شتاب‌دار

محمدتقی ثابت[۱]، حمیدرضا محمدی دانیالی[۲]، علیرضا فتحی[۳]، ابراهیم علیزاده[۴]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه جامدات، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، mohammadtaghi.sabet@gmail.com

[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، گروه جامدات، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل ، mohammadi@nit.ac.ir

[۳] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، گروه جامدات، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل ، fathi@nit.ac.ir

[۴] دانشیار، پژوهشکده مالک اشتر شمال، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ealizadeh@mut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۱/۸ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۴/۱۵ ویرایش دوم:۱۳۹۷/۸/۱۵ ویرایش سوم:۱۳۹۶/۱۰/۱۷ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۱/۲۳

چکیده: در این مقاله با استفاده از یک مدل‌سازی جدید، الگوریتم کالمن توسعه‌یافته‌ای برای تخمین تراز (زاویه غلت و فراز) و بایاس حسگرهای ژیروسکوپ به کمک حسگرهای اینرسی شامل یک شتاب‌سنج سه محوره و یک ژیروسکوپ سه محوره ارائه شده است. این الگوریتم برای تخمین دقیق تراز در شرایط دینامیکی و حضور اغتشاشات خارجی توسعه داده شده است. با توجه به این که مساله تخمین شتاب بدنی خارجی به عنوان اصلی‌ترین منبع خطای تخمین تراز در شرایط دینامیکی اهمیت زیادی در دقت تخمین تراز دارد، اما در مراجع موجود میزان خطای ناشی از آن بر روی تخمین تراز در شرایط دینامیکی مختلف بررسی نشده است. این مقاله به مساله تخمین بایاس حسگرهای ژیروسکوپ در دو راستای چرخش غلت و فراز، تخمین تراز دقیق در شرایط دینامیکی مختلف و تخمین شتاب بدنی خارجی می‌پردازد. عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای تخمین تراز، شتاب بدنی خارجی و بایاس حسگرهای ژیروسکوپ با استفاده از آزمون تجربی شبه-استاتیکی و دینامیکی در محدود شتاب مختلف ارزیابی می‌شود.

کلمات کلیدی: فیلتر کالمن توسعه‌یافته، تخمین تراز، تخمین بایاس ژیروسکوپ، تخمین شتاب بدنی خارجی، حسگر اینرسی.

Design and experimental comparison of a new attitude estimation algorithm for accelerated rigid body

Mohammad Taghi Sabet, Hamidreza Mohammadi Daniali, Alireza Fathi, Ebrahim Alizadeh

Abstract: In this paper, using a new modeling, an Extended Kalman Filter (EKF) is presented for estimation of attitude (i.e. roll and pitch angles) and gyroscope sensor bias using a tri-axes acceleration and a tri-axes gyroscope. The algorithm is developed for accurate estimation of attitude in dynamic conditions and existence of external body acceleration. The external body acceleration estimation as the main source of attitude estimation error in dynamic conditions is very important in attitude estimation accuracy, but in the literatures, the error of the external body acceleration on attitude estimation has not been studied in different dynamic conditions. The paper deals to estimation of the gyroscope sensor bias in two rotational axes (roll and pitch), accurate attitude estimation in different dynamic conditions and estimation of external body acceleration. The proposed algorithm application for attitude, external body acceleration and gyroscope sensor bias is evaluated by quasi-static and dynamic experimental tests in high acceleration bound.

Keywords: Extended Kalman Filter, Attitude estimation, Gyroscope sensor bias estimation, External body acceleration estimation, Inertial sensor.

۱- مقدمه

تخمین زوایای چرخش یکی از پارامترهای مهم در بسیاری از سیستم‌های خودگردان است [۱-۵]. امروزه به علت پیشرفت در سیستم‌های مکانیکی و الکتریکی، بخصوص سیستم‌های میکروالکترومکانیکی[۱]، فن‌آوری ساخت حسگرهای اینرسی ارزان قیمت با سایز کوچک توسعه یافته است [۶]. تمرکز بیشتر کارهای قبلی بر روی تخمین زوایای چرخش سه بعدی با استفاده از ترکیب حسگرهای اینرسی و مغناطیس بوده است [۷-۹]. به این ترکیب حسگرها در اصطلاح سیستم مرجع تعیین تراز و سمت[۲] گفته می‌شود. در این سیستم، شتاب‌سنج با اندازه‌گیری میدان جاذبه گرانشی زمین تراز را تولید می‌کند و چون شتاب‌سنج قادر به آشکارسازی چرخش حول محور عمودی نیست نیاز به استفاده از مغناطیس‌سنج برای اندازه‌گیری سمت است. هر چند سیستم مرجع تعیین تراز و سمت در کاربری‌های مختلف شامل: تعیین زوایای چرخش بدن انسان [۱۰-۱۲]، زوایای چرخش خودرو [۱۳] و زوایای چرخش رونده هوایی بدون سرنشین [۲، ۱۴] استفاده شده، اما تاثیر شتاب بدنی خارجی به عنوان اصلی‌ترین منبع خطای تخمین تراز در این کارها بررسی نشده است. معمولا داده شتاب‌سنج شامل ترکیبی از شتاب جاذبی و شتاب بدنی خارجی است. در واقع شتاب بدنی خارجی، مقدار شتاب جسم صلبی است که حسگر شتاب‌سنج روی آن نصب شده است. با وجود شتاب بدنی خارجی، معمولا با تلفیق داده‌های شتاب‌سنج و ژیروسکوپ با استفاده از یک فیلتر تخمین‌زن اثر اغتشاشات خارجی کاهش می‌یابد.

در مراجع موجود، روش‌های کاهش اثر شتاب بدنی خارجی و تخمین دقیق‌تر تراز به دو روش عمده تقسیم می‌شوند:

روش اول، روش سوئیچینگ مبتنی بر آستانه حد[۳] بوده که در این روش با استفاده از یک معیار حدی برای شتاب و سوئیچ اندازه ماتریس کوواریانس مدل اندازه‌گیری و مدل دینامیکی، خطای ناشی از شتاب بدنی خارجی کاهش می‌یابد. در مواقع تشخیص شتاب بدنی خارجی با استفاده از معیار حدی شتاب و کاهش وزن تخمین تراز از طریق شتاب‌سنج و افزایش وزن تخمین توسط ژیروسکوپ (به اصطلاح تطبیقی[۴] کردن الگوریتم تخمین تراز) خطای تخمین تراز کاهش می‌یابد. سو و همکارانش [۱۵]، یک سیستم تخمین تراز تطبیقی برای جبران خطای ناشی از شتاب بدنی خارجی طراحی کردند. آنها با استفاده از یک فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی دو مرحله‌ای تراز را در شرایط حضور شتاب غیرجاذبی (شتاب بدنی خارجی) تخمین زدند. این روش با استفاده از داده‌های تجربی و در حضور شتاب بدنی خارجی ارزیابی شده است.

در این مقاله به دلیل استفاده از مدل اندازه‌گیری غیرخطی که در مشاهده‌پذیری فیلتر موثر بوده، دقت تخمین زوایا کاهش خواهد یافت. لی و پارک [۱۶]، یک روش فیلتر کالمن مبتنی بر مختصه‌های کواترنیون برای تخمین زوایای چرخش بدن ارائه کردند. آنها برای تخمین زوایای اویلر، حسگرهای اینرسی و مغناطیس را به کار گرفتند. همچنین، از یک روش تطبیقی برای کاهش اثر اغتشاشات خارجی شامل شتاب بدنی خارجی و اغتشاشات مغناطیسی برای تخمین پایدار و دقیقتر تراز و سمت بهره بردند. ساباتینی نیز [۱۷] از یک روش مشابه این، برای تخمین زوایای تراز و سمت استفاده کرده است. رهبیندر و هو [۱۸]، مساله تخمین تراز برای یک بدنه صلب شتاب‌دار را با استفاده از شتاب‌سنج‌ها و ژیروسکوپ‌ها بررسی کردند. آنها یک الگوریتم برای تلفیق داده حسگرهای شتاب‌سنج و ژیروسکوپ برای تخمین بدون دریفت تراز ارائه نمودند. این الگوریتم با استفاده از دو مد اندازه‌گیری تراز، شامل مد شتاب بالا و شتاب پایین، تراز را با دقت تخمین می‌زند. مزیت اصلی این روش مدل خطی اندازه‌گیر است، اما چنانچه این الگوریتم در مدت زمان زیادی به مد شتاب بالا سوئیچ کند، خطای تخمین تراز زیاد می‌شود. چو و همکارانش [۱۹]، یک روش جدید با دو الگوریتم تلفیقی مبتنی بر شرط بهینه برای تخمین زوایای چرخش با استفاده از حسگرهای ارزان قیمت مغناطیس‌سنج، شتاب‌سنج و ژیروسکوپ‌های میکرومکانیکی ارائه کردند. این روش که با نام فیلتر بهینه دو مرحله‌ای نام‌گذاری شده از یک فیلتر بهینه و یک الگوریتم اندازه‌گیری سریع تشکیل شده است. این فیلتر بهینه با استفاده از یک قانون فازی برای تنظیم ماتریس کوواریانس اندازه‌گیری حسگر شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج طراحی شده است. سپس، با استفاده از الگوریتم کواترنیون بهینه و یک تخمین‌زن سریع زوایای چرخش تخمین زده می‌شوند. تخمین زوایا با استفاده از این الگوریتم تطبیقی بهینه در حضور اغتشاشات مغناطیسی و شتاب‌های خارجی نیز با دقت قابل قبول صورت می‌گیرد. عملکرد این الگوریتم در حضور آزمون‌های تجربی با یک رونده زیرسطحی ارزیابی شده است.

روش دوم، روش مبتنی بر مدل‌سازی شتاب بدنی خارجی است. در این روش با توجه به شناخت شرایط حرکتی سیستمی که شتاب‌سنج بر آن نصب می‌شود و در نظر گرفتن مدلی برای شتاب بدنی خارجی می‌توان دو نوع شتاب جاذبه و شتاب بدنی خارجی را از هم تفکیک نمود و شتاب بدنی خارجی را تخمین زد. مراجع موجود شتاب بدنی خارجی را به عنوان بایاسی برای شتاب‌سنج مدل نموده و تخمین زدند. روتنبرگ و همکارانش [۷]، با تلفیق داده حسگرهای ژیروسکوپ، شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج یک فیلتر کالمن مقاوم و تطبیقی برای تخمین زوایای چرخش بدن انسان طراحی کردند. در این فیلتر، خطای بایاس ژیروسکوپ، خطای زوایای چرخش و خطای اغتشاشات مغناطیسی تخمین زده شدند. برای تخمین این خطاها از یک مدل دینامیکی خطا استفاده شده است. در این مدل خطا، برای مدل‌سازی دریفت ژیروسکوپ یک مدل مارکوف مرتبه اول و برای مدل اغتشاشات

[۱] Micro Electro Mechanical System (MEMS)
[۲] Attitude and Heading Reference System (AHRS)
[۳] Threshold-Based
[۴] Adaptive

مغناطیسی یک فیلتر مرتبه اول پایین‌گذر استفاده شده است. عملکرد این فیلتر تحت آزمون‌های تجربی شبه استاتیک و آزمون‌های دینامیکی و در نزدیکی مواد فرومغناطیسی آزمون شده است. یان و همکارانش [۲۰]، یک الگوریتم ساده مبتنی بر کواترنیون برای تخمین زوایای چرخش از روی میدان شتاب جاذبه و مغناطیس زمین ارائه کردند. این الگوریتم قادر به اندازه‌گیری زوایای چرخش در شرایط استاتیکی و یا حرکت آهسته یک جسم صلب است. دقت و عملکرد این الگوریتم با استفاده از آزمون تجربی ارزیابی شده است. همچنین، روشی برای ممانعت از ایجاد تکینی در تخمین زوایا معرفی شده که به الگوریتم اجازه می‌دهد تا تمامی زوایای چرخش را اندازه بگیرد. برای جدا کردن اثر شتاب بدنی خارجی از شتاب جاذبه از یک فیلتر پایین‌گذر بر روی داده‌های شتاب‌سنج استفاده شده است. لوئینگ و ولتینک [۲۱]، یک الگوریتم تخمین زوایای چرخش، برای محاسبه زاویه چرخش بدن طراحی کردند. در این الگوریتم، مقدار دریفت ژیروسکوپ‌ها، خطای شتاب‌سنج‌ها و بایاس حسگر مغناطیس تخمین زده شده است.

با توجه به اینکه مساله تخمین شتاب بدنی خارجی اهمیت زیادی در دقت تخمین تراز دارد، اما در مراجع مختلف میزان خطای ناشی از آن بر روی تخمین تراز در شرایط دینامیکی مختلف بررسی نشده است. در این مقاله با استفاده از یک مدلسازی جدید برای مدل دینامیکی و مدل اندازه‌گیر، فیلتر کالمن توسعه‌یافته‌ای برای تخمین تراز و بایاس حسگرهای ژیروسکوپ ارائه شده است. همچنین، با توجه به در نظر گرفتن یک مدل مرتبه اول برای شتاب بدنی خارجی و تنظیم پارامترهای آن برای شرایط دینامیکی، شتاب بدنی خارجی تخمین زده شده است. دقت الگوریتم پیشنهادی با استفاده از آزمون‌های تجربی نه تنها برای تخمین تراز بلکه برای تخمین شتاب بدنی خارجی در شرایط دینامیکی با محدوده شتاب بدنی خارجی زیاد ارزیابی شده است.

در ادامه، در بخش دوم روش حل و فرموله کردن مساله تخمین تراز و همچنین الگوریتم تخمین تراز پیشنهادی به طور مفصل توصیف می‌شود. در بخش سوم نتایج تجربی و همچنین نحوه ارزیابی و صحت‌سنجی الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌شود. سپس در بخش چهارم نتیجه‌گیری نهایی از مقاله حاضر بیان می‌شود.

۲- روش حل و فرموله کردن مساله

در طراحی الگوریتم تعیین زوایای چرخش یک جسم صلب از سه روش عمده شامل زوایای اویلر، ماتریس کوسینوس هادی[۱] (ماتریس دوران) و کواترنیون[۲] به عنوان مدل دینامیکی در فیلتر تخمین‌زن استفاده می‌شود. در این مقاله از روش ماتریس کسینوس هادی به علت فرمولاسیون و حل خطی، به عنوان مدل دینامیکی در فیلتر تخمین‌زن استفاده شده است. همچنین، یک شتاب‌سنج به عنوان حسگر تعیین تراز به کار گرفته می‌شود. مشکل اساسی زمانی اتفاق می‌افتد که بدنه جسم صلب شتاب‌دار شود. در این زمان حسگر تعیین تراز اندازه نادرستی ارائه کرده که در این مقاله با استفاده از تخمین شتاب بدنی خارجی روشی برای بهبود تخمین تراز معرفی می‌شود.

۲-۱- تعریف مساله

ماتریس دوران $\mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})$ $\left(\mathbf{\Theta}=[\phi,\theta,\psi]^T\right)$ توسط سه چرخش حول محورهای z، y و x تعریف می‌شود. که ϕ، θ و ψ به ترتیب زاویای چرخش غلت، فراز و سمت هستند. با استفاده از این ماتریس دوران هر بردار تعریف شده در دستگاه بدنی قابل انتقال به دستگاه لخت (معمولا دستگاه شمال-شرق-پایین[۳]) می‌باشد. بنابراین، بردار ۳×۱ اختیاری $\mathbf{v}_{b/n}^b$ در دستگاه بدنی نسبت به دستگاه NED به صورت رابطه (۱) به بردار $\mathbf{v}_{b/n}^b$ در دستگاه NED قابل انتقال است [۲۲].

$$\mathbf{v}_{b/n}^n=\mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})\mathbf{v}_{b/n}^b \tag{۱}$$

که بالانویس‌های n و b به ترتیب معرف دستگاه NED و بدنی و زیرنویس b/n معرف بردار تعریف شده از جسم صلب نسبت به دستگاه NED هستند. ماتریس دوران $\mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})$ از سه بردار یکه ستونی به صورت رابطه (۲) برای تبدیل از دستگاه مختصات بدنی به NED تشکیل شده است.

$$\mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})=\begin{bmatrix}\mathbf{X}^b & \mathbf{Y}^b & \mathbf{Z}^b\end{bmatrix}^T \tag{۲}$$

این ماتریس دوران با بیان مرسوم زوایای اویلر و چرخش به ترتیب حول محورهای z، y و x به صورت رابطه (۳) قابل بیان است.

$$\mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})=\begin{bmatrix}C\theta C\psi & -S\psi C\phi+C\psi S\theta S\phi & S\psi S\phi+C\psi S\theta C\phi\\ C\theta S\psi & C\psi C\phi+S\psi S\theta S\phi & -C\psi S\phi+S\psi S\theta C\phi\\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi\end{bmatrix} \tag{۳}$$

که $S=\sin(\cdot), C=\cos(\cdot)$. سمت (ψ)، فراز (θ) و غلت (ϕ) به ترتیب چرخش حول محورهای z، y و x هستند. با توجه به رابطه (۳)، در سطر آخر ماتریس دوران $\mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})$ (یعنی بردار $\mathbf{Z}^b$) تنها زوایای چرخش فراز (θ) و غلت (ϕ) وجود دارند. بنابراین، این زوایا به صورت رابطه (۴) قابل محاسبه هستند [۲۳].

$$\begin{aligned}\phi&=\tan^{-1}\left(Z_2^b/Z_3^b\right)\\ \theta&=\sin^{-1}\left(-Z_1^b\right)\end{aligned} \tag{۴}$$

که $Z_1^b=-\sin\theta$، $Z_2^b=\cos\theta\sin\phi$ و $Z_3^b=\cos\theta\cos\phi$. بردار $\mathbf{g}^n$ را به عنوان بردار شتاب جاذبه در دستگاه NED تعریف خواهیم کرد، این بردار ۳×۱ به صورت $\mathbf{g}^n=\begin{bmatrix}0 & 0 & g\end{bmatrix}^T$ قابل بیان است ($g=9.81$ شتاب جاذبه). با

[۱] Direction Cosine Matrix
[۲] Quaternion
[۳] North-East-Down (NED)

انتقال این بردار از دستگاه مختصات NED به دستگاه مختصات بدنی به صورت $\mathbf{g}^b = \mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})^T \mathbf{g}^n$ شتاب جاذبه در دستگاه بدنی قابل محاسبه است. $\mathbf{g}^b$ در واقع بخشی از شتابی بوده که حسگر شتاب‌سنج اندازه‌گیری می‌کند. با ساده سازی عبارت $\mathbf{g}^b = \mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta})^T \mathbf{g}^n$ رابطه (۵) به صورت زیر قابل بیان است [۲۳].

$$\mathbf{g}^b = g \times \mathbf{Z}^b \qquad (۵)$$

از آنجایی که بردار $\mathbf{Z}^b$ برای محاسبه زوایای تراز کافی است، رابطه (۵) نشان می‌دهد که بردار یکه شتاب جاذبه در دستگاه بدنی برای اندازه‌گیری تراز مناسب است. از این رو از بردار شتاب جاذبه به عنوان اندازه‌گیر در فیلتر تخمین‌زن می‌توان استفاده نمود. در این مقاله با در نظر گرفتن سه مولفه بردار $\mathbf{Z}^b$ به عنوان متغیر حالت و تخمین آنها زوایای غلت و فراز تخمین زده می‌شوند.

۲-۲- الگوریتم پیشنهادی

برای طراحی فیلتر تخمین‌زن نیاز به استفاده از دو مدل‌سازی شامل مدل‌سازی دینامیکی[۱] و مدل‌سازی اندازه‌گیری[۲] بوده که به صورت رابطه (۶) قابل ارائه هستند [۲۴].

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \qquad (۶\text{الف})$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{V}_k \qquad (۶\text{ب})$$

که $\mathbf{x}_k$ بردار متغیرهای حالت در گام زمانی k، $\mathbf{\Phi}_{k-1}$ ماتریس گذر حالت، $\mathbf{z}_k$ بردار اندازه‌گیری، $\mathbf{H}$ ماتریس خروجی (اندازه‌گیری) و $\mathbf{W}_{k-1}$ و $\mathbf{V}_k$ به ترتیب نویز سفید گوسی مدل دینامیکی و اندازه‌گیر می‌باشند. در این مقاله متغیرهای حالت شامل بردار $\mathbf{Z}^b$ و بایاس حسگر ژیروسکوپ هستند.

در این مقاله برای مدل‌سازی دینامیکی از روش ماتریس کسینوس هادی و انتگرال‌گیری تقریب مرتبه اول از حسگر ژیروسکوپ استفاده شده است [۲۳, ۲۵].

$$\mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta}_k) = \mathbf{C}_b^n(\mathbf{\Theta}_{k-1})\left(\mathbf{I}_3 + \Delta t\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]\right) \qquad (۷)$$

که Δt گام زمانی و $\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]$ ماتریس پاد متقارن[۳] از مولفه‌های $\left(\boldsymbol{\omega}_{k-1} = \left[\boldsymbol{\omega}_{x,k-1}, \boldsymbol{\omega}_{y,k-1}, \boldsymbol{\omega}_{z,k-1}\right]^T\right)$ بردار سرعت‌های زاویه‌ای هستند. همان‌طور که بیان شد برای تخمین زوایای تراز تنها سه مولفه بردار $\mathbf{Z}^b$ کافی است. بنابراین فرم خاصی از رابطه (۷) به صورت رابطه (۸) قابل استخراج است.

$$\mathbf{Z}_k^b = \left(\mathbf{I}_3 + \Delta t\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]\right)^T \mathbf{Z}_{k-1}^b \qquad (۸)$$

همان‌طور که بیان شد، $\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]$ ماتریس پادمتقارن بردار سرعت زاویه‌ای است. داده اندازه‌گیری شده توسط ژیروسکوپ علاوه بر نرخ سرعت زاویه‌ای شامل نویز و خطای بایاس نیز است. بنابراین مدل‌سازی این حسگر به صورت رابطه (۹) انجام می‌گیرد.

$$\mathbf{y}_{G,k} = \boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k} + \mathbf{n}_{G,k} \qquad (۹)$$

که $\mathbf{y}_{G,k}$ بردار خروجی حسگر ژیروسکوپ، $\boldsymbol{\omega}_k$ سرعت زاویه‌ای، $\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k}$ بردار بایاس حسگر ژیروسکوپ و $\mathbf{n}_{G,k}$ نویز اندازه‌گیری بوده که غیر وابسته[۴] و سفید گوسی[۵] فرض می‌شود. چون در واقع سرعت زاویه‌ای $\boldsymbol{\omega}_k$ در دسترس نیست، در رابطه (۸) از خروجی ژیروسکوپ $\mathbf{y}_{G,k}$ استفاده خواهیم کرد. بنابراین، رابطه (۸) به صورت رابطه (۱۰) قابل استخراج است.

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_k^b &= \left(\mathbf{I} - \Delta t\left[\mathbf{y}_{G,k-1}\times\right]\right)\mathbf{Z}_{k-1}^b + \\ &+\Delta t\left[\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}\times\right]\mathbf{Z}_{k-1}^b + \Delta t\left[-\mathbf{Z}_{k-1}^b\times\right]\mathbf{n}_{G,k-1}\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

چگونگی استخراج رابطه (۱۰) از (۸) در پیوست ارائه شده است. در این مقاله علاوه بر بردار $\mathbf{Z}^b$ برای تخمین تراز، بایاس ژیروسکوپ نیز تخمین زده می‌شود. بنابراین بردار متغیرهای حالت به صورت $\mathbf{x}_k = \left[\mathbf{Z}_k^b \quad \mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k}\right]^T$ تعریف می‌شود. به علت دینامیک تغییرات اندک، بایاس حسگر ژیروسکوپ به صورت رابطه (۱۱) یک فرایند مارکوف مرتبه اول[۶] در نظر گرفته می‌شود [۷].

$$\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k} = \mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1} + \mathbf{n}_{\mathbf{b}_\omega,k-1} \qquad (۱۱)$$

که در این رابطه $\mathbf{n}_{\mathbf{b}_\omega,k-1}$ نویز سفید گوسی غیر وابسته است. با ترکیب رابطه (۱۰) و (۱۱) مدل دینامیکی به صورت رابطه (۱۲) قابل استخراج است.

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_k^b \\ \mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k}\end{bmatrix} = \\ &\begin{Bmatrix}\left(\mathbf{I} - \Delta t\left[\mathbf{y}_{G,k-1}\times\right]\right)\mathbf{Z}_{k-1}^b + \\ +\Delta t\left[\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}\times\right]\mathbf{Z}_{k-1}^b + \Delta t\left[-\mathbf{Z}_{k-1}^b\times\right]\mathbf{n}_{G,k-1} \\ \mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1} + \mathbf{n}_{\mathbf{b}_\omega,k-1}\end{Bmatrix} \\ &= \mathbf{f}\left(\mathbf{Z}_{k-1}^b, \mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}, \mathbf{y}_{G,k-1}, \mathbf{n}_{G,k-1}, \mathbf{n}_{\mathbf{b}_\omega,k-1}\right)\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

چون بایاس غلت و فراز تخمین زده می‌شوند، رابطه (۱۲) به علت وجود جمله $\Delta t\left[\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}\times\right]\mathbf{Z}_{k-1}^b$ غیرخطی است. بنابراین، فیلتر تخمین‌زن مورد استفاده باید یک فیلتر غیرخطی باشد. در این مقاله با استفاده از یک تقریب تیلور مرتبه اول مدل دینامیکی غیرخطی رابطه (۱۲) به صورت رابطه خطی (۶ الف) تقریب زده می‌شود. ماتریس گذر

[۱] Process Model
[۲] Measurement Model
[۳] Skew-Symmetric Matrix
[۴] Uncorrelated
[۵] Zero-Mean White Gaussian
[۶] First Order Markov Process

حالت $\mathbf{\Phi}_{k-1}$ با استفاده از ژاکوبین‌گیری از رابطه (۱۲) و نویز مدل دینامیکی $\mathbf{W}_{k-1}$ به صورت زیر قابل استخراج است.

$$\mathbf{\Phi}_{k-1} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \left(\mathbf{I}_3 - \Delta t\left[\mathbf{y}_{G,k-1}\times\right]\right) + \Delta t\left[\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}\times\right] & \Delta t\left[-\mathbf{Z}^b_{k-1}\times\right] \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

$$\mathbf{W}_{k-1} = \begin{bmatrix} \Delta t\left[-\mathbf{Z}^b_{k-1}\times\right]\mathbf{n}_{G,k-1} \\ \mathbf{n}_{\mathbf{b}_\omega,k-1} \end{bmatrix}$$

با تقریب مرتبه اول، مدل دینامیکی غیرخطی به یک مدل خطی تقریب زده خواهد شد. با این تقریب می‌توان از فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای تخمین متغیرهای حالت استفاده نمود. ماتریس کوواریانس مدل دینامیکی به صورت رابطه (۱۴) تعریف می‌شود.

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \mathbf{E}\left[\mathbf{W}_{k-1}\mathbf{W}^T_{k-1}\right] \qquad (۱۴)$$

که $\mathbf{E}$ عملگر امید ریاضی[۱] است. با استفاده از رابطه (۱۳) $\mathbf{Q}_{k-1}$ به صورت رابطه (۱۵) قابل استخراج است.

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \begin{bmatrix} -\Delta t^2\left[\mathbf{Z}^b_{k-1}\times\right]\mathbf{\Sigma}_G\left[\mathbf{Z}^b_{k-1}\times\right] & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{b}_\omega} \end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

σ_G و σ_{b_ω} به ترتیب واریانس نویز ژیروسکوپ و بایاس ژیروسکوپ هستند که در این مقاله فرض شده در هر سه محور برابرند. $\mathbf{\Sigma}_G$ و $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{b}_\omega}$ ماتریس کوواریانس نویز ژیروسکوپ و بایاس ژیروسکوپ بوده که به ترتیب با $\sigma^2_G\mathbf{I}_3$ و $\sigma^2_{b_\omega}\mathbf{I}_3$ برابر هستند.

برای اندازه‌گیری تراز تنها اندازه‌گیر مورد نیاز شتاب‌سنج است. خروجی شتاب‌سنج ترکیبی از شتاب جاذبی، شتاب بدنی خارجی (غیر جاذبی) و مجموعه خطاها شامل نویز و بایاس است. بنابراین خروجی شتاب‌سنج به صورت رابطه (۱۶) قابل مدل‌سازی است.

$$\mathbf{y}_{A,k} = \mathbf{g}^b_k + \mathbf{a}^b_k + \mathbf{n}_{A,k} \qquad (۱۶)$$

که $\mathbf{g}^b_k$ بردار شتاب جاذبه در دستگاه بدنی، $\mathbf{y}_{A,k}$ خروجی شتاب‌سنج، $\mathbf{a}^b_k$ شتاب بدنی خارجی و $\mathbf{n}_{A,k}$ نویز سفید گوسی برای شتاب‌سنج هستند. حسگر شتاب‌سنج به دلیل شرایط محیطی مخصوصا تغییرات دمایی دچار خطای بایاس می‌شود. خطای بایاس شتاب‌سنج با گذشت زمان و گرم شدن[۲] حسگر پایدار شده و مقدار آن در مقابل جمله‌های شتاب جاذبه و شتاب بدنی خارجی مقدار ناچیزی است. بنابراین در الگوریتم پیشنهادی تخمین بایاس شتاب‌سنج بررسی نمی‌شود. شتاب بدنی خارجی $\mathbf{a}^b_k$ موجود در رابطه (۱۶)، به صورت یک فرایند نویز سفید فیلتر پایین گذر مرتبه اول مدل می‌شود [۷].

[۱] Expectation Operator
[۲] Warm-up Time

$$\mathbf{a}^b_k = \kappa_a\mathbf{a}^b_{k-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_k \qquad (۱۷)$$

که $0 \le \kappa_a < 1$ یک عدد ثابت بدون بعد بوده که بیانگر فرکانس قطع[۳] است. $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ خطای متغیر با زمان مدل شتاب بدنی خارجی می‌باشد. حال برای ایجاد مدل اندازه‌گیر، مدل شتاب بدنی خارجی رابطه (۱۷) را در رابطه (۱۶) قرار می‌دهیم. برای این کار نیاز به تعریف خطای شتاب پیشبین به صورت رابطه (۱۸) است.

$${}^-\mathbf{a}^b_{\varepsilon,k} = {}^-\mathbf{a}^b_k - \mathbf{a}^b_k \qquad (۱۸)$$

که علامت منفی بیانگر تخمین پیشبینی شده[۴] و ${}^-\mathbf{a}^b_k$ شتاب پیشبینی بوده که با $\kappa_a{}^+\mathbf{a}^b_{k-1}$ برابر است. علامت مثبت بیانگر تخمین بروزرسانی شده [۵] می‌باشد. بنابراین با قرار دادن رابطه (۵)، (۱۷) و (۱۸) در رابطه (۱۶) مدل اندازه‌گیری به صورت رابطه (۱۹) ارائه می‌شود.

$$\mathbf{y}_{A,k} - \kappa_a{}^+\mathbf{a}^b_{k-1} = g\mathbf{Z}^b_k - {}^-\mathbf{a}^b_{\varepsilon,k} + \mathbf{n}_{A,k} \qquad (۱۹)$$

سمت چپ رابطه (۱۹) در واقع تفاضل شتاب بدنی خارجی و شتاب اندازه‌گیری شده توسط شتاب‌سنج است. از رابطه (۱۹) بردار اندازه‌گیری $\mathbf{z}_k$ ، ماتریس خروجی $\mathbf{H}$ و نویز اندازه‌گیری $\mathbf{V}_k$ به صورت روابط زیر قابل استخراج هستند.

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{y}_{A,k} - \kappa_a{}^+\mathbf{a}^b_{k-1} \qquad (۲۰)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} g\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix} \qquad (۲۱)$$

$$\mathbf{V}_k = -{}^-\mathbf{a}^b_{\varepsilon,k} + \mathbf{n}_{A,k} \qquad (۲۲)$$

ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری $\mathbf{R}_k$ به صورت زیر قابل تعریف است.

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{E}\left[\mathbf{V}_k\mathbf{V}^T_k\right] \qquad (۲۳)$$

فرض می‌کنیم ${}^-\mathbf{a}^b_{\varepsilon,k}$ نسبت به $\mathbf{n}_{A,k}$ غیر وابسته باشد، بنابراین ماتریس کوواریانس $\mathbf{R}_k$ به صورت رابطه (۲۴) قابل استخراج است.

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{\Sigma}_{\varepsilon,accel} + \mathbf{\Sigma}_A \qquad (۲۴)$$

$\mathbf{\Sigma}_A$ و $\mathbf{\Sigma}_{\varepsilon,accel}$ به ترتیب ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری شتاب‌سنج و ماتریس کوواریانس خطای مدل شتاب بدنی خارجی هستند. که $\mathbf{\Sigma}_A$ به صورت $\mathbf{E}\left[\left(\mathbf{n}_{A,k}\right)\left(\mathbf{n}_{A,k}\right)^T\right]$ و $\mathbf{\Sigma}_{\varepsilon,accel}$ به صورت $\mathbf{E}\left[\left({}^-\mathbf{a}^b_{\varepsilon,k}\right)\left({}^-\mathbf{a}^b_{\varepsilon,k}\right)^T\right]$ قابل بیان است. حال با استفاده از رابطه (۱۸) و فرض عدم همبستگی[۶] ${}^-\mathbf{a}^b_k$ و $\mathbf{a}^b_k$ داریم

[۳] Cutoff Frequency
[۴] Predicted Estimation
[۵] Updated Estimation
[۶] Uncorrelated

$\mathbf{E}\left[\left(\mathbf{a}_k^b\right)\left({}^{-}\mathbf{a}_k^b\right)^T\right]=0$. همچنین با در نظر گرفتن $\mathbf{a}_k^b=\kappa_a\mathbf{a}_{k-1}^b+\boldsymbol{\varepsilon}_k$ و اینکه یک فرایند نویز سفید به صورت ترتیبی ناهمبسته بوده، امید ریاضی شتاب بدنی خارجی صفر می‌شود $\mathbf{E}\left[\left(\mathbf{a}_k^b\right)\left(\mathbf{a}_k^b\right)^T\right]=\mathbf{E}\left[\left(\mathbf{a}_k^b\right)\left(\kappa_a\mathbf{a}_{k-1}^b\right)^T\right]+\mathbf{E}\left[\left(\mathbf{a}_k^b\right)\left(\boldsymbol{\varepsilon}_k\right)^T\right]=0$. بنابراین طبق رابطه (۲۵) $\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon,accel}$ ساده‌سازی می‌شود.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon,accel}&=\mathbf{E}\left[\left({}^{-}\mathbf{a}_{\varepsilon,k}^b\right)\left({}^{-}\mathbf{a}_{\varepsilon,k}^b\right)^T\right]=\\&=\mathbf{E}\left[\left({}^{-}\mathbf{a}_k^b-\mathbf{a}_k^b\right)\left({}^{-}\mathbf{a}_k^b-\mathbf{a}_k^b\right)^T\right]=\\&=\mathbf{E}\left[\left({}^{-}\mathbf{a}_k^b\right)\left({}^{-}\mathbf{a}_k^b\right)^T\right]=\\&=\mathbf{E}\left[\left(\kappa_a\,{}^{+}\mathbf{a}_{k-1}^b\right)\left(\kappa_a\,{}^{+}\mathbf{a}_{k-1}^b\right)^T\right]\end{aligned}\qquad(۲۵)$$

چون ماتریس کوواریانس $\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon,accel}$ متغیر با زمان بوده و به صورت تحلیلی قابل حل نیست، فرض می‌شود این ماتریس تنها جمله‌های قطری داشته و مربع نرم بردار شتاب بدنی خارجی بر روی قطر اصلی این ماتریس توزیع می‌شود $\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon,accel}=\left(\kappa_a^2\left\|{}^{+}a_{k-1}^b\right\|^2\mathbf{I}_3\right)\Big/3$. در مقایسه با حالت استاتیکی که مقدار شتاب بدنی خارجی برابر صفر است، یعنی $\mathbf{y}_{A,k}=g\mathbf{Z}_k^b+\mathbf{n}_{A,k}$، ماتریس کوواریانس $\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon,accel}$ با افزایش ماتریس کوواریانس اندازه‌گیری $\mathbf{R}_k$ در جبران اثر شتاب بدنی خارجی $\kappa_a\,{}^{+}\mathbf{a}_{k-1}^b$ نقش مهمی ایفا می‌کند. همچنین $\boldsymbol{\Sigma}_A$ با $\sigma_A^2\mathbf{I}_3$ برابر است که σ_A^2 واریانس نویز شتاب‌سنج است.

با توجه به مدل دینامیکی و اندازه‌گیری ارائه شده در روابط (۱۲) و (۱۹) فیلتر تخمین‌زن پیشنهادی که فیلتر کالمن توسعه‌یافته بوده در دو گام پیش‌بینی[۱] و به‌روزرسانی[۲] ارائه می‌شود [۲۴, ۲۶-۲۸]. در این مقاله به علت غیرخطی بودن مدل دینامیکی (یعنی رابطه (۱۲))، از فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده می‌شود.

گام پیش‌بینی که شامل دو مرحله است، به صورت روابط (۲۶) و (۲۷) ارائه می‌شود.

۱) پیش‌بینی متغیر حالت

$$\mathbf{x}_k^-=\mathbf{x}_{k-1}^++\int_{t_{k-1}}^{t_k}\mathbf{f}\begin{pmatrix}\mathbf{Z}_{k-1}^b,\mathbf{b}_{\omega,k-1},\mathbf{y}_{G,k-1},\\,\mathbf{n}_{G,k-1},\mathbf{n}_{\mathbf{b}_\omega,k-1}\end{pmatrix}dt\qquad(۲۶)$$

۲) پیش‌بینی ماتریس کوواریانس خطا

$$\mathbf{P}_k^-\approx\boldsymbol{\Phi}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}^+\boldsymbol{\Phi}_{k-1}^T+\mathbf{Q}_{k-1}\qquad(۲۷)$$

گام به‌روزرسانی که شامل سه مرحله است، در روابط (۲۸) تا (۳۰) ارائه می‌شود.

۳) محاسبه بهره فیلتر کالمن

$$\mathbf{K}_k=\mathbf{P}_k^-\mathbf{H}^T\left(\mathbf{H}\mathbf{P}_k^-\mathbf{H}^T+\mathbf{R}_k\right)^{-1}\qquad(۲۸)$$

۴) به‌روزرسانی متغیر حالت

$$\mathbf{x}_k^+=\mathbf{x}_k^-+\mathbf{K}_k\left(\mathbf{z}_k-\mathbf{H}\mathbf{x}_k^-\right)\qquad(۲۹)$$

۵) به‌روزرسانی ماتریس کوواریانس خطا

$$\mathbf{P}_k^+=\left(\mathbf{I}_6-\mathbf{K}_k\mathbf{H}\right)\mathbf{P}_k^-\qquad(۳۰)$$

چون گام (۴) شرط بردار واحد بودن ${}^{+}\mathbf{Z}_k^b$ را ارضاء نمی‌کند، بنابراین نیاز است که این بردار نرمالیزه شود، یعنی ${}^{+}\mathbf{Z}_k^b\Big/\left\|{}^{+}\mathbf{Z}_k^b\right\|$. با تخمین ${}^{+}\mathbf{Z}_k^b$ شتاب بدنی خارجی به صورت رابطه (۳۱) محاسبه می‌شود.

$${}^{+}\mathbf{a}_k^b=\mathbf{y}_{A,k}-g\,{}^{+}\mathbf{Z}_k^b\qquad(۳۱)$$

۳- نتایج تجربی

۳-۱- تجهیزات آزمون و روش ارزیابی الگوریتم

برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، از یک حسگر اینرسی/مغناطیسی مدل 3DM-GX3-25 که شامل یک شتاب‌سنج سه محوره و یک ژیروسکوپ سه محوره بوده، استفاده می‌شود. این حسگر که خود به عنوان یک سیستم مرجع تعیین تراز و سمت شناخته می‌شود، با استفاده از حسگر اینرسی میکروالکترومکانیکی و حسگر مغناطیسی سه محوره علاوه بر خروجی حسگرهای بیان شده، با توجه به الگوریتم تعیین تراز و سمت تعبیه شده در آن زوایای اویلر را نیز در شرایط دینامیکی و استاتیکی ارائه می‌کند. نرخ داده‌برداری این حسگر از ۱ تا ۱۰۰۰ هرتز قابل تنظیم است. ورودی‌های اندازه‌گیری برای الگوریتم پیشنهادی نرخ داده ۱۰۰ هرتز را تأمین می‌کنند. برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، چون در شرایط استاتیکی و شبه استاتیکی خروجی اندازه‌گیری شده توسط حسگر 3DM-GX3-25 در مد اندازه‌گیری 0XC8 (مد اندازه‌گیری شتاب، نرخ زاویه‌ای و ماتریس دوران) دقت قابل قبولی داشته و زوایای (غلت و فراز) اندازه‌گیری شده توسط حسگر با دقت ۰/۵± درجه قابل ارائه است، می‌توان در این شرایط خروجی حسگر 3DM-GX3-25 را به عنوان مرجع در نظر گرفت. اما در شرایط دینامیکی با شتاب زیاد این حسگر در تخمین تراز دقت قابل قبولی ندارد. در این مقاله با استفاده از حرکت‌های دینامیکی با شتاب زیاد بر روی یک میز با زاویه غلت و فراز ثابت و مرجع قرار دادن این زوایای ثابت، الگوریتم پیشنهادی ارزیابی می‌شود. همچنین، دقت تخمین تراز توسط این روش در مقایسه با خروجی حسگر 3DM-GX3-25 در شرایط دینامیکی مختلف بررسی می‌شود. با استفاده از مراجع تراز بیان شده بردار تراز مرجع به صورت $\mathbf{Z}_{ref,k}^b$ بدست می‌آید. سپس با استفاده از این بردار مرجع تراز، شتاب بدنی خارجی مرجع $\mathbf{a}_{ref}^b$ به صورت $\mathbf{y}_{A,k}-g\mathbf{Z}_{ref,k}^b$ محاسبه

[۱] Time Update
[۲] Measurement Update

می‌شود. در شکل (۱) مجموعه‌ای که آزمون تجربی روی آن انجام شده نشان داده شده است.

شکل (۱) مجموعه آزمون تجربی.

۲-۳- شرایط آزمون و بررسی عملکرد الگوریتم

برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی از دو مجموعه آزمون تجربی که یکی برای شرایط شبه استاتیکی و دیگری برای شرایط دینامیکی با شتاب‌های بدنی خارجی مختلف تعریف شده، استفاده شده است. هر دو آزمون تجربی با استفاده از چرخش حسگر با حرکت‌های تصادفی دست انجام شده‌اند.

شکل (۲): نتایج آزمون الف، (الف) نرم شتاب اندازه‌گیری شده توسط حسگر شتاب‌سنج، (ب) نرم شتاب بدنی خارجی، فاصله زمانی بین دو خط چین در هر دو شکل محدوده زمانی نوسان شدید تراز است.

آزمون الف (متناسب با شکل (۲)) که برای شرایط شبه استاتیکی تعریف شده، شامل حرکت‌های چرخشی بدون هیچ حرکت انتقالی و برای وضعیت تغییرات زوایای غلت و فراز به صورت آرام (ثانیه صفر تا ۲۵) و نوسانی سریع (ثانیه ۲۵ تا ۴۰/۵) صورت پذیرفته است. این آزمون دارای میانگین شتاب بدنی خارجی مرجع $\|\mathbf{a}_{ref}^{b}\|$ کم حدود ۰/۴ متر بر مجذور ثانیه برای تغییرات آرام زوایا و حداکثر شتاب خارجی حدود ۳ متر بر مجذور ثانیه برای شرایط نوسانات شدید زوایا است.

شکل (۳) نتایج آزمون الف، (الف) تخمین زاویه غلت (ب) تخمین زاویه فراز (ج) خطای تخمین غلت (د) خطای تخمین فراز، فاصله زمانی بین دو خط چین در هر دو شکل محدوده زمانی نوسان شدید تراز است.

در شکل (۳) زوایا و خطای زوایای تراز تخمین زده شده در آزمون شبه-استاتیک نشان داده شده است. همان‌طور که بیان شد، در این آزمون خروجی زوایای غلت و فراز تخمین زده شده با خروجی سیگنال زوایای تراز اندازه‌گیری شده توسط حسگر 3DM-GX3-25 (به عنوان مرجع تراز در آزمون شبه-استاتیک) مقایسه شده است.

آزمون ب (متناسب با شکل (۴)) که برای شرایط دینامیکی تعریف شده، شامل حرکت‌های شتابدار خطی با محدوده شتاب بدنی خارجی

مرجع $\left\|\mathbf{a}_{ref}^{b}\right\|$ بالا حدود ۱۲ تا ۲۳ متر بر مجذور ثانیه و همچنین حرکت زیگزاگی شتابدار با محدوده شتاب بدنی خارجی مرجع $\left\|\mathbf{a}_{ref}^{b}\right\|$ ۲ تا ۱۶ متر بر مجذور ثانیه است. در شکل (۴) یک نمونه از شتاب ناشی از حرکت خطی و زیگزاگی ارائه شده است.

شکل (۴) نتایج آزمون ب، (الف) نرم شتاب اندازه‌گیری شده توسط حسگر شتاب‌سنج در حرکت خطی، (ب) نرم شتاب بدنی خارجی در حرکت خطی، (ج) نرم شتاب اندازه‌گیری شده توسط حسگر شتاب‌سنج در حرکت زیگزاگی، (د) نرم شتاب بدنی خارجی در حرکت زیگزاگی.

در هر یک از دو آزمون برای تخمین تراز با استفاده از الگوریتم پیشنهادی (استخراج شده در بخش ۲) نیاز به تنظیم چهار پارامتر است. این چهار پارامتر شامل: واریانس نویز ژیروسکوپ σ_G^2، واریانس نویز شتاب‌سنج σ_A^2، واریانس بایاس ژیروسکوپ $\sigma_{b_\omega}^2$ و ضریب ثابت موجود در مدل شتاب بدنی خارجی κ_a می‌باشند. برای σ_G^2، σ_A^2 و $\sigma_{b_\omega}^2$ به ترتیب مقادیر $۱۰^{-۶}$، $۱۰^{-۴}$ و $۱۰^{-۸}$ در نظر گرفته شده که این مقادیر با استفاده از آزمون‌های استاتیکی از حسگر بدست آمده‌اند. همچنین، برای κ_a مقدار ۰/۱ در نظر گرفته شده که این مقدار با استفاده از نتایج آزمون‌های تجربی و سعی و خطای محدوده‌ای از مقادیر κ_a بدست آمده است. نتایج سعی و خطای مقادیر κ_a برای آزمون‌های الف و ب در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول (۱) میانگین کمینه مربعات خطای تخمین تراز (درجه) و شتاب بدنی خارجی (متر بر مجذور ثانیه) برای مقادیر مختلف κ_a.

κ_a	آزمون **الف**			آزمون **ب**		
	فراز	غلت	شتاب خارجی	فراز	غلت	شتاب خارجی
۱/۰	۶/۶۵	۳/۴۳	۰/۹۳	۹/۵	۸/۴	۱/۲
۰/۵	۴/۶۴	۲/۳۷	۰/۶۳	۳/۹	۴/۵	۰/۷۲
۰/۳	۲/۶۸	۱/۲۶	۰/۳۴	۲/۱	۲/۳	۰/۵۸
۰/۱	**۰/۴۱**	**۰/۴۳**	**۰/۰۶۳**	**۱/۳**	**۱/۷۲**	**۰/۴۲**
۰/۰۱	۰/۳۸	۰/۳۹	۰/۰۶۱	۲/۳	۲/۷	۰/۵۳
۰/۰۰۱	۰/۴۲	۰/۴۴	۰/۰۷۱	۳/۱	۴/۵۳	۰/۶۱

همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، در آزمون الف با کاهش مقدار κ_a میزان خطای تخمین تراز و شتاب خارجی کاهش می‌یابد. زیرا در این آزمون که برای شرایط شبه استاتیکی بوده هر چه میزان κ_a کوچکتر شده و به سمت صفر میل کند، مقدار $\mathbf{\Sigma}_{\varepsilon,accel}$ کوچکتر شده، بنابراین $\mathbf{R}_k$ طبق رابطه (۲۴) با $\mathbf{\Sigma}_A$ برابر می‌شود. همچنین $\mathbf{z}_k$ طبق رابطه (۲۰) با $\mathbf{y}_{A,k}$ برابر خواهد شد. بنابراین چنانچه در الگوریتم پیشنهادی به جای $\mathbf{z}_k$ و $\mathbf{R}_k$ به ترتیب $\mathbf{y}_{A,k}$ و $\mathbf{\Sigma}_A$ قرار دهیم، در واقع شتاب خارجی را صفر در نظر گرفته و الگوریتم تخمین برای حالت استاتیکی مناسب‌تر خواهد بود. اما همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، در آزمون الف دقت تخمین برای حالتی که κ_a برابر با ۰/۰۱ است از حالت ۰/۰۰۱ مناسب‌تر است. این اتفاق به خاطر اندک شتاب خارجی موجود در آزمون الف در لحظه تغییرات شدید تراز (مطابق شکل (۳)) بوده، که اگر مقدار κ_a از یک حدی کمتر شود دقت تخمین اندک شتاب خارجی کم شده و دقت تخمین تراز کاهش می‌یابد. در آزمون ب به دلیل میزان شتاب خارجی زیاد دقت تخمین تراز و شتاب خارجی با کاهش κ_a تا مقدار ۰/۱ افزایش می‌یابد، اما با کاهش بیشتر آن دقت تخمین کاهش یافته زیرا با کاهش بیشتر این پارامتر شتاب خارجی به دقت تخمین زده نخواهد شد و تحت تاثیر آن تخمین تراز نیز دچار خطای بیشتر می‌شود. بنابراین با توجه به نتایج دو آزمون مقدار بهینه برای κ_a حدود ۰/۱ خواهد بود. با توجه به مقادیر واریانس‌ها و مقدار κ_a بهینه اختیار شده برای الگوریتم پیشنهادی، تخمین تراز و شتاب بدنی خارجی در سه راستای x، y و z در آزمون ب برای دو بازه زمانی که

بیشترین شتاب خارجی در حرکت خطی و زیگزاگی را داریم، به صورت شکل (۵) ارائه می‌شود.

در شکل (۵) علاوه بر نتایج تخمین تراز برای حرکت شتابدار خطی در (الف) و (ب) و حرکت شتابدار زیگزاگ در (ج) و (چ) خروجی تراز اندازه‌گیری شده توسط حسگر 3DM-GX3-25 نیز ارائه شده است. همانطور که بیان شد، آزمون بر روی یک میز با سطح صاف و بدون تغییرات زاویه غلت و فراز انجام شده است. اما با اعمال حرکت شتابدار خطی و زیگزاکی خروجی حسگر 3DM-GX3-25 دچار خطا می‌شود و میزان این خطا بسته به میزان شتاب بدنی خارجی متفاوت است. میزان خطای تخمین تراز در الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله (متناسب با جدول (۲)) در مقایسه با تراز اندازه‌گیری شده توسط حسگر 3DM-GX3-25 بسیار اندک است. مطابق رابطه (۴) میزان خطای تخمین زاویه فراز به خطای Z_1^b یا در واقع طبق رابطه (۵) به شتاب بدنی خارجی در راستای محور x وابسته است. همچنین، میزان خطای تخمین زاویه غلت به خطای Z_2^b و Z_3^b یا در واقع به شتاب بدنی خارجی در راستای محور z و y وابسته است. اما چون آزمون بر روی یک سطح مسطح انجام شده و تغییرات شتاب در راستای محور z اندک بوده خطای زاویه غلت در جدول (۲) متناسب با تغییرات شتاب در راستای محور y ارائه شده است.

شکل (۵) نتایج آزمون ب، (الف) تا (ث) تخمین تراز و شتاب بدنی خارجی در سه راستای x، y و z در حرکت شتابدار خطی، (ج) تا (د) تخمین تراز و شتاب بدنی خارجی در سه راستای x، y و z در حرکت شتابدار زیگزاگ.

در این مقاله علاوه بر تخمین تراز و تخمین شتاب بدنی خارجی، بایاس حسگرهای ژیروسکوپ نیز تخمین زده خواهند شد. با توجه به اینکه تنها اندازه‌گیر مورد استفاده در الگوریتم پیشنهادی شتاب‌سنج بوده و همان‌طور که بیان شد، شتاب‌سنج چرخش حول محور عمودی را حس نکرده و برای تخمین سمت نیاز به یک اندازه‌گیر مجزا است. بنابراین، برای تخمین بایاس ژیروسکوپ حول محور عمودی نیاز به یک اندازه‌گیر مجزا بوده و تخمین ارائه شده در این الگوریتم برای بایاس ژیروسکوپ حول محور z درست نیست. اما بایاس ژیروسکوپ حول محورهای x و y به درستی تخمین زده می‌شود. میزان بایاس تخمین زده شده با میانگین نرخ سرعت زاویه‌ای در حالت سکون (میانگین نرخ سرعت زاویه‌ای حسگر ژیروسکوپ در حالت سکون بیانگر بایاس حسگر ژیروسکوپ است.) مقایسه شده و دقت آن ارزیابی می‌شود (متناسب با شکل (۶)).

جدول (۲) نتایج آزمون ب، قدر مطلق خطای تخمین تراز (درجه) در مقادیر مختلف شتاب بدنی خارجی برای الگوریتم پیشنهادی و حسگر 3DM-GX3-25.

شتاب خارجی محور x	فراز		شتاب خارجی محور y	غلت	
	الگوریتم پیشنهادی	حسگر 3DM-GX3-25		الگوریتم پیشنهادی	حسگر 3DM-GX3-25
۱۱/۱۲	۰/۳۴	۴/۹۲	۳/۲۱	۰/۱۵	۰/۸
۱۲/۵۰	۰/۳۷	۵/۱۱	۵/۱۳	۰/۲۲	۱/۷
۱۵/۲۴	۰/۵۳	۵/۵۱	۶/۴	۰/۲۴	۱/۹۳
۱۶/۲۸	۰/۶۱	۶/۱۲	۷/۲۳	۰/۲۷	۲/۱۱
۱۸/۳۳	۰/۶۴	۶/۴۸	۸/۵	۰/۳۱	۲/۶۵
۲۲/۳۹	۰/۶۹	۷/۸	۱۲/۵	۰/۴۵	۴/۱۳

شکل (۶) نتایج آزمون ب، (الف) تخمین بایاس ژیروسکوپ حول محور x، (ب) تخمین بایاس ژیروسکوپ حول محور y.

با توجه به نتایج تخمین بایاس در آزمون ب (شکل (۶)) مشاهده می‌شود که تخمین بایاس به مقدار درست خود همگرا شده و این بیانگر عملکرد درست تخمین بایاس در الگوریتم تخمین پیشنهادی است.

باید توجه داشت که چون در الگوریتم پیشنهادی، تنها اندازه‌گیر مورد استفاده برای تعیین زوایای تراز و بایاس ژیروسکوپ حسگرهای شتاب‌سنج بوده و هر چه میزان شتاب خارجی کمتر باشد دقت محاسبه زوایای تراز توسط شتاب‌سنج‌ها بهتر است، بنابراین برای تخمین بایاس ژیروسکوپ‌ها هر چه میزان شتاب وسیله کمتر باشد، بایاس ژیروسکوپ با دقت بهتری تخمین زده می‌شود.

٤- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش تخمین تراز با مدل‌سازی جدید و استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته مطرح شده است. این الگوریتم پیشنهادی با استفاده از دو مجموعه آزمون تجربی هم در شرایط شبه استاتیکی و هم در شرایط دینامیکی با شتاب مختلف برای تخمین تراز، شتاب بدنی خارجی و بایاس حسگر ژیروسکوپ ارزیابی شده است. به علت تخمین برخط بردار شتاب بدنی خارجی این الگوریتم دقت مناسبی در تخمین تراز در شرایط حرکت شتابدار دارد. دقت الگوریتم پیشنهادی در تخمین تراز در مقایسه با تراز اندازه‌گیری شده توسط حسگر 3DM-GX3-25 در حرکت شتابدار توانایی تخمین دقیق این الگوریتم را نشان می‌دهد. دقت تخمین زاویه غلت در الگوریتم پیشنهادی با شتاب خارجی حدود ۱/۳ برابر شتاب گرانش در محور y، حدود ۰/۵ درجه بوده که در مقایسه با دقت ۴ درجه حسگر 3DM-GX3-25 بسیار بهتر است. دقت تخمین زاویه فراز در الگوریتم پیشنهادی برای شتاب خارجی حدود ۲/۳ برابر شتاب گرانش در محور x، کمتر از ۰/۷ درجه است که در مقایسه با دقت ۷ درجه حسگر 3DM-GX3-25 عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. همچنین، به علت سادگی تنظیم پارامترها، حجم محاسبات پایین و توانایی تخمین پیوسته تراز، شتاب بدنی خارجی و بایاس حسگر ژیروسکوپ (در دو راستای محور x و y) الگوریتم پیشنهادی از لحاظ پایداری، عملی بودن و پیاده‌سازی مناسب است.

٥- پیوست

با استفاده از $\left(\mathbf{I}_3+\Delta t\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]\right)^T=\left(\mathbf{I}_3+\Delta t\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]^T\right)$ و $\Delta t\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]^T=-\Delta t\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]$ رابطه (۸) به صورت رابطه (۳۲) قابل بازنویسی است.

$$\mathbf{Z}_k^b=\left(\mathbf{I}_3-\Delta t\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]\right)\mathbf{Z}_{k-1}^b \qquad (۳۲)$$

بر طبق رابطه (۹)، اگر به جای $\boldsymbol{\omega}_{k-1}$ عبارت $\mathbf{y}_{G,k-1}-\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}-\mathbf{n}_{G,k-1}$ جایگذاری شود و با استفاده از $\left[\boldsymbol{\omega}_{k-1}\times\right]=\left[\mathbf{y}_{G,k-1}\times\right]-\left[\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}\times\right]-\left[\mathbf{n}_{G,k-1}\times\right]$ رابطه (۳۲) به صورت رابطه (۳۳) قابل بیان است.

$$\mathbf{Z}_k^b = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_3 - \Delta t\left[\mathbf{y}_{G,k-1}\times\right] + \Delta t\left[\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},k-1}\times\right] \\ + \Delta t\left[\mathbf{n}_{G,k-1}\times\right] \end{pmatrix} \mathbf{Z}_{k-1}^b \qquad (۳۳)$$

با بسط سمت راست رابطه (۳۳) و استفاده از $\Delta t\left[\mathbf{n}_{G,k-1}\times\right]\mathbf{Z}_{k-1}^b = \Delta t\left[-\mathbf{Z}_{k-1}^b\times\right]\mathbf{n}_{G,k-1}$ رابطه (۳۳) با رابطه (۱۰) برابر می‌شود.

مراجع

[1] K. Li, L. Chang, and B. Hu, "Unscented Attitude Estimator Based on Dual Attitude Representations," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, pp. 3564-3576, 2015.

[2] H. G. d. Marina, F. J. Pereda, J. M. Giron-Sierra, and F. Espinosa, "UAV Attitude Estimation Using Unscented Kalman Filter and TRIAD," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, pp. 4465-4474, 2012.

[3] L. Paull, S. Saeedi, M. Seto, and H. Li, "AUV navigation and localization: A review," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 39, pp. 131-149, 2014.

[4] G. To and M. R. Mahfouz, "Quaternionic Attitude Estimation for Robotic and Human Motion Tracking Using Sequential Monte Carlo Methods With von Mises-Fisher and Nonuniform Densities Simulations," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 60, pp. 3046-3059, 2013.

[5] J. Vaganay, M. J. Aldon, and A. Fournier, "Mobile robot attitude estimation by fusion of inertial data," in *Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on*, 1993, pp. 277-282 vol.1.

[6] N. Barbour and G. Schmidt, "Inertial sensor technology trends," *IEEE Sensors Journal*, vol. 1, pp. 332-339, 2001.

[7] D. Roetenberg, H. J. Luinge, C. T. M. Baten, and P. H. Veltink, "Compensation of magnetic disturbances improves inertial and magnetic sensing of human body segment orientation," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 13, pp. 395-405, 2005.

[8] Y. S. Suh, "Orientation Estimation Using a Quaternion-Based Indirect Kalman Filter With Adaptive Estimation of External Acceleration," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 59, pp. 3296-3305, 2010.

[9] T. Harada, H. Uchino, T. Mori, and T. Sato, "Portable absolute orientation estimation device with wireless network under accelerated situation," in *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, 2004, pp. 1412-1417 Vol.2.

[10] X. Yun and E. R. Bachmann, "Design, Implementation, and Experimental Results of a Quaternion-Based Kalman Filter for Human Body Motion Tracking," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, pp. 1216-1227, 2006.

[11] G. S. Faber, C.-C. Chang, P. Rizun, and J. T. Dennerlein, "A novel method for assessing the 3-D orientation accuracy of inertial/magnetic sensors," *Journal of biomechanics*, vol. 46, pp. 2745-2751, 2013.

[12] D. Jurman, M. Jankovec, R. Kamnik, and M. Topič, "Calibration and data fusion solution for the miniature attitude and heading reference system," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 138, pp. 411-420, 8/26/ 2007.

[13] P. Doostdar and J. Keighobadi, "Design and implementation of SMO for a nonlinear MIMO AHRS," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 32, pp. 94-115, 10// 2012.

[14] H. Sheng and T. Zhang, "MEMS-based low-cost strap-down AHRS research," *Measurement*, vol. 59, pp. 63-72, 1// 2015.

[15] Y.-S. Suh, S.-K. Park, H.-J. Kang, and Y.-S. Ro, "Attitude Estimation Adaptively Compensating External Acceleration," *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, vol. 49, pp. 172-179, 2006.

[16] J. K. Lee and E. J. Park, "Minimum-Order Kalman Filter With Vector Selector for Accurate Estimation of Human Body Orientation," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, pp. 1196-1201, 2009.

[17] A .M. Sabatini, "Quaternion-based extended Kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 53, pp. 1346-1356, 2006.

[18] H. Rehbinder and X. Hu, "Drift-free attitude estimation for accelerated rigid bodies," *Automatica*, vol. 40, pp. 653-659, 4// 2004.

[19] W. Chou, B. Fang, L. Ding, X. Ma, and X. Guo, "Two-step optimal filter design for the low-cost attitude and heading reference systems," *IET Science, Measurement & Technology* ,vol. 7, pp. 240-248, 2013.

[20] X. Yun, E. R. Bachmann, and R. B. McGhee, "A Simplified Quaternion-Based Algorithm for Orientation Estimation From Earth Gravity and Magnetic Field Measurements," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 5 ,۷pp. 638-650, 2008.

[21] H. J. Luinge and P. H. Veltink, "Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscopes and accelerometers," *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 43, pp. 273-282, 2005.

[22] T. I. Fossen, *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*: John Wiley & Sons, 2011.

[23] D. Titterton and J. L. Weston, *Strapdown inertial navigation technology* vol. 17: IET, 2004.

[24] D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*: John Wiley & Sons, 2006.

[25] O. S. Salychev, *Applied inertial navigation : problems and solutions*. Moscow, Russia: BMSTU Press, 2004.
[26] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of basic Engineering*, vol. 82, pp. 35-45, 1960.
[27] R. Bucy, "Nonlinear filtering theory," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 10, pp. 198-198, 1965.
[28] M. T. Sabet, A. R. Fathi, and H. R. Mohammadi Daniali, "Optimal design of the Own Ship maneuver in the bearing-only target motion analysis problem using a heuristically supervised Extended Kalman Filter," *Ocean Engineering*, vol. 123, pp. 146-153, 9/1/ 2016.

مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷، صفحه ۵۴-۴۷

طراحی کنترل‌کننده فیدبک خروجی برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت گسسته-زمان با قید مثبت بودن سیستم حلقه بسته و سیگنال کنترلی

فائزه باقری [۱]، طاهره بینازاده [۲]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی برق و الکترونیک ، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، fa.bagheri@sutech.ac.ir

[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، binazadeh@sutech.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۵/۴/۵ ویرایش: ۱۳۹۶/۵/۹ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۲۴

چکیده: این مقاله سیستم‌های خطی گسسته-زمان مثبت و دارای عدم قطعیت در مدل سیستم را مورد مطالعه قرار می‌دهد. برخی پارامتر-های ماتریس سیستم در این‌جا ناشناخته است و تنها اطلاعاتی از باندهای پایین و بالای آن‌ها در اختیار می‌باشد. هدف از این مقاله، طراحی قانون کنترلی فیدبک خروجی در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری سیستم است. قانون کنترلی به نحوی طراحی می گردد که علاوه‌بر تضمین پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته، مثبت بودن سیستم حلقه بسته نیز تضمین گردد و این پیچیدگی هایی را به روند حل مسئله اضافه می‌کند. حالت دیگر بررسی شده در این مقاله، طراحی قانون کنترلی فیدبک خروجی است به نحوی که علاوه بر پایداری مجانبی و مثبت بودن سیستم حلقه بسته، قید مثبت بودن سیگنال کنترلی نیز برآورده گردد. تحقق این قید در برخی از سیستم های مثبت لازم و ضروری است. در این مقاله دو قضیه ارائه و اثبات شده است. همچنین شروط بیان شده در این قضایا به برنامه‌های خطی تبدیل گردیده است. در نهایت شبیه‌سازی کامپیوتری برای یک مثال عددی ارائه شده تا مؤید دست آوردهای تئوری مقاله باشد.

کلمات کلیدی: سیستم‌های گسسته-زمان مثبت، نایقینی مدل، فیدبک خروجی، برنامه‌های خطی.

Output-Feedback Controller Design for Uncertain Discrete-Time Systems with Positivity Constraint on the Closed-loop System and Control Signal

Faezeh Bagheri, Tahereh Binazadeh

Abstract: This paper studies the linear positive discrete-time systems with the uncertainty in the system model. Some parameters of system's matrix are unknown and only some information about their lower and upper bounds are available. The goal of this paper is design of output feedback control law in the presence of parametric uncertainties. The control law is designed in a way that in addition to asymptotic stability of the closed-loop system; it guarantees the positivity of the closed-loop system which adds some complexity in the process of problem solving. Another case has also been investigated in this paper is design of output feedback control law such that as well as the asymptotic stability and positivity of the closed-loop system; the control signal be also positive. The realization of this constraint is necessary in some positive systems. In this paper, two theorems are given and proved. Moreover, the conditions expressed in these theorems are converted to linear programming formats. Finally, computer simulations are presented to verify the theoretical results.

Keywords: Positive discrete-time systems, model uncertainty, output-feedback, Linear programing

۱- مقدمه

بسیاری از سیستم‌های فیزیکی دارای متغیرهای حالت غیرمنفی هستند. به این گونه سیستم‌ها، سیستم مثبت می‌گویند [۱]. سیستم‌های مثبت بسیاری در شاخه‌های مختلف مهندسی علوم، مهندسی پزشکی و اقتصاد وجود دارند [۵-۲]. به عنوان مثال، مدل ریاضی برخی بیماری‌های عفونی و ویروسی [۶]، دینامیک پمپ آب [۷] و کنترل ازدحام جمعیت [۸] چند نمونه از کاربردهای عملی این سیستم‌ها می باشند.

اخیراً در مقالات، توجه زیادی به آنالیز و تجزیه-تحلیل سیستم‌های مثبت شده است. تعاریف و قضیه‌های پایه از سیستم‌های مثبت در مراجع [۹،۲] ارائه گردیده است. آنالیز پایداری در این سیستم‌ها با سیستم‌های عمومی تفاوت‌هایی دارد. ممکن است یک سیستم از نظر آنالیز پایداری لیاپانوفی ناپایدار باشد اما اگر این سیستم در کلاس سیستم‌های مثبت در نظر گرفته شود، سیستم پایدار شود با این قید که متغیرهای حالت تنها مقادیر مثبت بتوانند اختیار کنند و برای سیستم شرایط اولیه با مقادیر منفی تعریف نشده باشد [۱۰]. بنابراین پیدا کردن شروطی که بتوان پایداری این سیستم‌ها را بررسی کرد و مسئله‌ی طراحی پایدارساز را در این سیستم‌ها مورد مطالعه قرار داد، چالش‌های مخصوص خود را دارد که باید به دقت مورد مطالعه قرار گیرد.

اخیراً پایداری کلاس های مختلفی از سیستم‌های مثبت موضوع بحث محققان بوده است. پایداری سیستم‌های مثبت خطی و غیرخطی [۱]، سیستم‌های مثبت خطی متغیر با زمان [۱۱]، پایداری سیستم‌های مثبت مرتبه کسری [۱۲،۱۳]، پایداری سیستم‌های مثبت دارای تاخیر زمانی [۱۶-۱۴]، پایداری سیستم‌های مثبت کران‌دار [۱۷] و پایداری سیستم‌های مثبت کلیدزن [۲۰-۱۸] از آن جمله است.

در بسیاری از موضوع‌های مختلف دیگر مانند رویت پذیری [۲۲]، طراحی رویتگر [۲۵-۲۳] و طراحی فیدبک خروجی[۲۶،۲۷] نیز مطالعاتی بر روی سیستم‌های مثبت انجام شده است. البته اکثر مراجع ذکر شده، به مطالعه‌ی سیستم‌های مثبت پیوسته-زمان پرداخته‌اند و کمتر در مقالات سیستم‌های مثبت گسسته زمان مورد بررسی واقع شده‌اند.

این مقاله به بررسی مسئله‌ی پایدارسازی سیستم‌های گسسته-زمان مثبت خطی با استفاده از فیدبک خروجی در حضور عدم قطعیت مدل می‌پردازد. مهم‌ترین چالشی که این مقاله در روند طراحی کنترل کننده‌ی فیدبک خروجی با آن روبرو است آن است که علاوه بر تضمین پایداری مجانبی و مقاوم سیستم حلقه بسته در حضور عدم قطعیت‌ها، مثبت بودن سیستم حلقه بسته نیز باید تضمین گردد. طراحی قانون کنترلی که هم زمان این دو شرط را برآورده کند هدف این مقاله است. همچنین در برخی از سیستم‌های مثبت ورودی کنترلی نیز باید یک سیگنال مثبت باشد. لذا، حالت دومی که این مقاله به آن می‌پردازد آن است که قید مثبت بودن سیگنال کنترلی نیز علاوه بر قیود اول و دوم که قبلاً به آن اشاره شد در روند طراحی کنترل کننده لحاظ گردد.

در این مقاله یک لم و دو قضیه اصلی ارائه و اثبات گردیده که شروط لازم برای طراحی کنترل کننده‌ی فیدبک خروجی را منجر به نامساوی-هایی می‌سازد. همچنین برای حل شروط استخراج شده در این مقاله، از تبدیل آن به برنامه‌های خطی[۱] استفاده شده است. برنامه‌های خطی همانند نامساوی‌های ماتریس خطی برای حل عددی مسائل به کار می‌روند. از مزیت‌های برنامه‌های خطی نسبت به نامساوی‌های ماتریس خطی آن است که برای مسائل عددی بزرگ قابل استفاده می‌باشند و مشکل ناپایداری عددی در این مواقع ایجاد نمی شود.

در ادامه مقاله و در بخش دوم تعاریف و قضایای پایه ذکر شده اند. طراحی کنترل کننده و ارائه قضایایی در این زمینه و اثبات آنها در بخش سوم آورده شده است. همچنین در بخش چهارم شبیه‌سازی کامپیوتری و در بخش پنجم، نتیجه گیری بیان گردیده است.

۲- تعاریف اولیه

در این مقاله نماد $\overline{R}_+^n$ بیانگر فضای برداری n بعدی با المان‌های غیرمنفی ($\overline{R}_+^n = \{x \in R^n : |x_i \succeq 0\}$) و R_+^n فضای برداری n بعدی با المان‌های مثبت است ($R_+^n = \{x \in R^n : |x_i \succ 0\}$). سیستم خطی گسسته-زمان زیر را در نظر بگیرید

$$x(k+1) = Ax(k) \qquad (۱)$$

که $x \in \overline{R}_+^n$ بردار متغیرهای حالت سیستم و $A \in R^{n\times n}$ ماتریس سیستم است.

تعریف۱ [۱]: سیستم (۱) مثبت است اگر برای هر شرط اولیه‌ی $x_0 \in \overline{R}_+^n$ و درتمام زمان‌های $k \in N$، $x(k) \in \overline{R}_+^n$ باقی بماند (منظور بزگتر مساوی صفر بودن تمام المان‌های بردار حالت است).

قضیه ۱ [۱،۲]: سیستم (۱) مثبت است اگر و تنها اگر $A \succeq 0$ (ماتریس غیرمنفی) باشد.

قضیه۲ [۹،۱]: ماتریس A غیرمنفی است ($A \succeq 0$) اگر و تنها اگر تمام درایه‌های آن غیرمنفی باشند.

[۱] Linear programing (LP)

تذکر ۱: در این مقاله نماد $A \succeq 0$ به معنای این است که تمام المان‌های ماتریس $A=[a_{ij}]$ غیرمنفی باشند. به عبارتی المان‌های $a_{ij} \geq 0$ برای هر $i, j=1,2,....n$ باشند و منظور مثبت نیمه معین بودن ماتریس A نیست.

قضیه ۳ [۲۲]: فرض کنید سیستم (۱) مثبت باشد آن‌گاه عبارت‌های زیر با هم معادلند:

الف) سیستم (۱) پایدار مجانبی است.

ب) وجود دارد $\lambda \in R_+^n$ به نحوی که

$$(A-I)\lambda \prec 0 \qquad (۲)$$

اثبات: به پیوست رجوع شود.

در این مقاله هدف طراحی کنترل کننده در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری سیستم است. برای این منظور ابتدا یک لم ارائه و اثبات می‌گردد.

ماتریس $\mathbf{A} \in R^{n\times n}$ در نظر بگیرید. فرض کنید المان‌های این ماتریس نامعلوم و محدود باشد. لذا ماتریس بین دو حد پایین و بالا همانند $\mathbf{A}^- \preceq \mathbf{A} \preceq \mathbf{A}^+$ قرار می‌گیرد. در لم بعد با استفاده از اطلاعات مربوط به ماتریس‌های $\mathbf{A}^-$ و $\mathbf{A}^+$، اطلاعاتی راجع به خود ماتریس $\mathbf{A}$ استخراج می‌گردد.

لم ۱: فرض کنید $\mathbf{A}^- \preceq \mathbf{A} \preceq \mathbf{A}^+$ است. به عبارت دیگر هر درایه‌ی ماتریس $\mathbf{A}$ از درایه‌ی نظیرش در ماتریس $\mathbf{A}^+$ کوچکتر مساوی و از درایه‌ی نظیرش در ماتریس $\mathbf{A}^-$ بزرگتر مساوی است. همچنین، فرض کنید که، این ماتریس‌ها دارای ویژگی‌های زیر هستند:

- تمام مقادیر ویژه‌ی ماتریس $\mathbf{A}^+$ درون دایره‌ی واحد هستند.

- تمام المان‌های ماتریس $\mathbf{A}^-$ بزرگتر مساوی صفر هستند.

آن‌گاه، در مورد ماتریس $\mathbf{A}$ می‌توان گفت که این ماتریس غیرمنفی بوده و همه‌ی مقادیر ویژه‌ی آن نیز درون دایره‌ی واحد است.

اثبات: نامساوی $\mathbf{A}^- \preceq \mathbf{A}$ بیان می‌کند که تک تک المان‌های ماتریس $\mathbf{A}$ بزرگتر مساوی المان نظیر آن در ماتریس $\mathbf{A}^-$ است در نتیجه غیر-منفی بودن تمام المان‌های ماتریس $\mathbf{A}$ واضح است (رجوع به قضیه ۱).

از طرفی چون ماتریس $\mathbf{A}^+$ دارای مقادیر ویژه‌ی درون دایره‌ی واحد است پس طبق قضیه ۳ یک بردار $\lambda \succ 0$ وجود دارد که $(\mathbf{A}^+ - I)\lambda \prec 0$ است. با توجه به نامساوی $\mathbf{A} \preceq \mathbf{A}^+$ به راحتی می‌توان نشان داد که، شرط $(\mathbf{A}-I)\lambda \prec 0$ نیز برقرار است (کافی است شرط پایداری مجانبی به صورت المان به المان بازنویسی شود). در نتیجه بنابر قضیه ۳ مقادیر ویژه‌ی ماتریس $\mathbf{A}$ نیز درون دایره‌ی واحد است و پایداری مجانبی آن اثبات می‌گردد.

۳- طراحی کنترل کننده

سیستم گسسته زمان زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k)+Bu(k), \quad x(0)=x_0 \in R_+^n \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \qquad (۳)$$

فرض ۱: ماتریس A دارای نایقینی های پارامتری با حدود معلوم است به نحوی که می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت

$$A^- \preceq A \preceq A^+$$

که ماتریس‌های A^+ و A^- معلوم هستند. به عبارت دیگر هر درایه‌ی ماتریس A از درایه‌ی نظیرش در ماتریس A^+ کوچکتر مساوی و از درایه‌ی نظیرش در ماتریس A^- بزرگتر مساوی است. $x \in R^n$ بردار متغیرهای حالت، $B \in R^{n\times p}$ و $C^T \in \overline{R}_+^n$ ماتریس‌های ثابت، $u \in R^{p\times 1}$ ورودی و $y(k) \in R$ خروجی سیستم است. در ادامه به مطالعه مسئله در دو بخش پرداخته شده است. در حالت اول بدون در نظر گرفتن قید بر روی سیگنال کنترلی و در حالت دوم با در نظر گرفتن قید مثبت بودن بر روی آن، مسئله طراحی قانون کنترلی فیدبک خروجی جهت پایدارسازی و مثبت نمودن سیستم حلقه بسته مطالعه می‌گردد.

۳-۱- طراحی کنترل کننده بدون قید بر روی سیگنال کنترلی

در این بخش هدف آن است که یک کنترل‌کننده فیدبک خروجی $u(k)=Ky(k)$ طراحی شود که پایداری مجانبی و مثبت بودن سیستم حلقه بسته زیر را با وجود نایقینی در ماتریس سیستم حفظ نماید.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k)+BKy(k) \\ &= Ax(k)+BKCx(k) \\ &= (A+BKC)x(k) \\ &= A_{cl}x(k) \end{aligned} \qquad (۴)$$

قضیه ٤: قانون کنترلی فیدبک استاتیک خروجی $u(k)=Ky(k)$ وجود دارد که بر اساس آن سیستم حلقه بسته (۴) برای هر ماتریس A که در فرض ۱ صادق باشد، مثبت و پایدار مجانبی باشد اگر و تنها اگر، بردارهای $z \in R^p$ و $\lambda \in R^n$ وجود داشته باشند که در نامساوی‌های زیر صدق کنند:

$$A^{+}\lambda + Bz - \lambda I \prec 0 \qquad (۵)$$

$$\lambda \succ 0 \qquad (۶)$$

$$C\lambda \succ 0 \qquad (۷)$$

$$C\lambda A^{-} + BzC - C\lambda I + I \succeq 0 \qquad (۸)$$

$$C\lambda \succeq 1 \qquad (۹)$$

در این حالت بهره K از رابطه زیر حاصل می شود:

$$K = \frac{1}{C\lambda} z \qquad (۱۰)$$

که، پارامترهای $z \in R^{p}$ و $\lambda \in R^{n}$ هر جواب ممکن از برنامه‌ی خطی (۵) الی (۹) هستند.

اثبات: بنابر رابطه‌ی (۴)، A_{cl} به صورت زیر خواهد بود:

$$A_{cl} = (A + BKC)$$

که در این صورت با توجه به این که $A^{-} \preceq A \preceq A^{+}$ است، لذا:

$$A^{-} + BKC \preceq A + BKC \preceq A^{+} + BKC \qquad (۱۱)$$

با تعریف

$$A_{cl}^{-} = A^{-} + BKC$$

$$A_{cl}^{+} = A^{+} + BKC$$

آن‌گاه رابطه‌ی (۱۱) معادل است با:

$$A_{cl}^{-} \preceq A_{cl} \preceq A_{cl}^{+}$$

در این مقاله، $C^{T} \in \overline{R}_{+}^{n}$ بوده و حداقل یک درایه غیرصفر آن مثبت است. پس به آسانی می‌توان نشان داد اگر $\lambda \succ 0$ باشد آن‌گاه حاصلضرب $C\lambda \succ 0$ یک اسکالر مثبت خواهد بود. لذا از رابطه‌ی (۱۰)، $z = C\lambda K$ است. پس، بردار z یک ضریب مثبت از بردار K خواهد بود. اگر z در شرط (۵) جایگذاری شود، معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$(A_{cl}^{+} - I)\lambda \prec 0, \quad \lambda \succ 0 \qquad (۱۲)$$

که بنابر قضیه ۳ عبارت فوق تضمین می‌نماید که تمامی مقادیر ویژه A_{cl}^{+} درون دایره‌ی واحد است. لذا با برقراری شروط (۵) و (۶) و با توجه به این که $A_{cl} \preceq A_{cl}^{+}$ است، پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته نیز بر اساس لم ۱ تضمین می‌شود. از طرف دیگر اگر $z = C\lambda K$ درشرط (۸) جایگذاری شود و طرفین نامساوی بر اسکالر مثبت $C\lambda$ تقسیم شود، نامساوی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-} + BKC \succeq (I - \frac{1}{C\lambda} I) \qquad (۱۳)$$

اگر شرط (۱۳) بخواهد برقرار باشد باید تک تک المان‌های ماتریس حلقه بسته (A_{cl}) بزرگتر مساوی تک تک المان‌های ماتریس قطری زیر باشد:

$$\begin{bmatrix} 1-\frac{1}{C\lambda} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1-\frac{1}{C\lambda} \end{bmatrix} = diag[1-\frac{1}{C\lambda}, \ \cdots, \ 1-\frac{1}{C\lambda}] \qquad (۱۴)$$

از آنجاییکه $C\lambda \succ 1$ است لذا تحقق شرط (۱۳) مثبت بودن A_{cl}^{-} را تضمین می‌کند. حال بر اساس لم ۱ و با توجه به این که $A_{cl}^{-} \preceq A_{cl}$ است، در نتیجه شروط (۸) و (۹) مثبت بودن A_{cl} را نیز نتیجه می‌دهد. پس با برقراری روابط (۵) الی (۹) هر دو قید پایداری مجانبی و مثبت بودن سیستم حلقه بسته تضمین می گردد.

۳-۲- طراحی کنترل کننده با در نظر گرفتن قید بر روی سیگنال کنترلی

در این بخش هدف آن است که قانون کنترل پایدار ساز و مثبت ساز با قید مثبت بودن سیگنال کنترلی برای سیستم (۳) به صورت زیر طراحی شود:

$$u(k) = Ky(k) \succeq 0 \qquad (۱۵)$$

قضیه ۵: قانون کنترلی فیدبک استاتیک خروجی مثبت $u(k) = Ky(k) \succeq 0$ وجود دارد به نحوی که سیستم حلقه بسته (۴) را برای هر ماتریس A که در فرض ۱ صادق باشد، مثبت و پایدار مجانبی نماید اگر و تنها اگر بردارهای $z \in R^{p}$ و $\lambda \in R^{n}$ وجود داشته باشند که در نامساوی‌های زیر صدق کنند:

$$A^{+}\lambda + Bz - \lambda I \prec 0 \qquad (۱۶)$$

$$\lambda \succ 0 \qquad (۱۷)$$

$$C\lambda \succ 1 \tag{۱۸}$$

$$C\lambda A^{-} + BzC - C\lambda I + I \succeq 0 \tag{۱۹}$$

$$z \succeq 0 \tag{۲۰}$$

در این حالت بردار K به صورت زیر خواهد بود:

$$K = \frac{1}{C\lambda} z \tag{۲۱}$$

اثبات: برقراری شروط (۱۶) الی (۱۹) پایداری مجانبی و مثبت بودن سیستم حلقه بسته را بر اساس قضیه (۴) تضمین می‌کند. حال از رابطه‌ی (۲۱) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} u(k) &= Ky(k) \\ &= KCx(k) \\ &= \frac{1}{C\lambda} zCx(k) \end{aligned}$$

که در آن $C\lambda$ یک اسکالر مثبت است. پس اگر طرفین تساوی فوق در اسکالر $C\lambda$ ضرب شوند، رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$C\lambda u = zCx(k) \succeq 0$$

با توجه به این که سیستم حلقه بسته براساس برقراری شروط (۱۶) الی (۱۹) پایدار مجانبی و مثبت است لذا متغیر حالت $x(k)$ نیز مثبت بوده و با استفاده از رابطه فوق جهت مثبت بودن سیگنال کنترلی u کافی است zC مثبت باشد. از طرفی چون، $C^T \in \overline{R}_+^n$ است لذا کافیست $z \succeq 0$ باشد تا سیگنال کنترلی مثبت شود.

٤- شبیه سازی کامپیوتری

در این بخش یک مثال عددی ارائه می‌گردد تا کارایی روش مطرح شده نشان داده شود. برای حل نامساوی های ذکر شده در قضایا به یک ابزار حل عددی نیاز است. در اینجا از نرم افزار MATLAB و از تابع linprog استفاده شده است. نکته‌ای که حائز اهمیت است آن است که چون در روابط ارائه شده در قضایای ۴ و ۵، تک تک المان‌های بردار ها و ماتریس ها مد نظر است می‌توان روابط ماتریسی را به روابط برداری با استفاده از ابزاری مانند vec تبدیل کرد و سپس شروط را برای تک تک المان بردارها بررسی کرد. اگر $A = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n]$ باشد که $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ستون‌های ماتریس A می‌باشند آن‌گاه:

$$vec(A) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

همچنین اگر $M \in R^{m\times n}$ و $N \in R^{m\times n}$ باشند آن‌گاه ضرب کرونیکر آن‌ها برابر است با:

$$P = M \otimes N = \begin{bmatrix} m_{11}N & \cdots & m_{1n}N \\ m_{12}N & \cdots & m_{12}N \\ \vdots & & \vdots \\ m_{m1}N & \cdots & m_{mn}N \end{bmatrix}$$

برای هر ماتریس M, N و X با ابعاد مناسب خواهیم داشت:

$$vec(MXN) = N^T \otimes M vec(X) \tag{۲۲}$$

در ادامه برای شبیه سازی و پیاده سازی عددی، شروط قضایا باید به فرم ماتریسی استاندارد برنامه‌ی linprog در آورده می‌شوند و سپس کنترل کننده طراحی می‌گردد. برای نمونه رابطه‌ی (۱۹) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$-C\lambda(A^{-} - I) - BzC \preceq I$$

سپس با استفاده از عملگر vec نامساوی فوق به نامساوی برداری زیر تبدیل می‌گردد. در رابطه‌ی فوق چون $C\lambda$ اسکالر است، زمانی که از جمله‌ی اول vec گرفته شود $C\lambda$ از عملگر vec بیرون می‌آید. برای جمله‌ی دوم از رابطه‌ی (۲۲) استفاده می‌گردد و چون z بردار است از جایگذاری $vec(z) = z$ نیز استفاده شده است.

$$-C\lambda vec(A^{-} - I) - C^T \otimes Bz \preceq vec(I)$$

با توجه به مطالب بیان شده شرایط پایدارسازی با فیدبک خروجی در قضیه ۵ نظیر نامساوی‌های زیر است:

$$\begin{aligned} &(A^{+} - I)\lambda + Bz \prec 0 \\ &-\lambda \prec 0 \\ &-C\lambda \preceq -1 \\ &-C\lambda vec(A^{-} - I) - C^T \otimes Bz \preceq vec(I) \\ &-z \preceq 0 \end{aligned}$$

که در این روابط تمامی جملات برداری هستند. این نامساوی‌ها به فرم نامساوی استاندارد خطی زیر بیان می‌شود:

$$\begin{pmatrix} A^{+}-I & B \\ -I & 0 \\ 0 & -I \\ -C & 0 \\ -vec(A^{-}-I)C & -C^{T}\otimes B \end{pmatrix} W \preceq \begin{pmatrix} -\varepsilon\mathbf{1} \\ -1 \\ vec(I) \end{pmatrix} \qquad (۲۳)$$

که $W=\begin{bmatrix}\lambda\\ z\end{bmatrix}$ بردار مجهول پارامترها ، $\mathbf{1}$ بیانگر بردار با المان‌های یک با ابعاد $(2n+p)\times 1$ به فرم $\mathbf{1}=\begin{bmatrix}1, & 1, & \cdots, & 1\end{bmatrix}^T$ و $\varepsilon \succ 0$ یک اسکالر مثبت کوچک است که شرط منفی بودن روابط مربوطه را تضمین کند. تابع linprog در MATLAB بردار W را محاسبه و پارامترهای مجهول λ و z را بدست می‌دهد و سپس بر اساس آن بردار K محاسبه می‌گردد. در مثال بعد روند طراحی بر این اساس انجام شده است.

مثال : سیستم (۳) را به ازای ماتریس‌های زیر در نظر بگیرید:

$$A=\begin{bmatrix}\theta_1 & -0.2\\ -0.3 & \theta_2\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2\\ 0.3 & 0.2\end{bmatrix},$$
$$C=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2\end{bmatrix}.$$

پارامترهای θ_1 و θ_2 نامعلوم ولی محدود هستند ($|\theta_i|\le 0.1$). لذا، ماتریس A دارای عدم قطعیت پارامتری است و $A^{-}\preceq A\preceq A^{+}$ است که:

$$A^{-}=\begin{bmatrix}-0.1 & -0.2\\ -0.3 & -0.1\end{bmatrix}, A^{+}=\begin{bmatrix}+0.1 & 0.1\\ -0.2 & +0.1\end{bmatrix}.$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود ماتریس A^{-} قید مثبت بودن را بر اساس تعریف ۱ دارا نیست. جواب حاصل از حل برنامه خطی (۲۳) با فرض $\varepsilon=100e^{-8}$ به صورت زیر است:

$$W^{T}=[5.6917\ ,\ 5.1709\ ,0.0576\ ,\ 28.6495],$$

لذا پارامترهای مجهول به دست آمده برابرند با:

$$z=\begin{bmatrix}0.0576\\ 28.6495\end{bmatrix},\ \lambda=\begin{bmatrix}5.6917\\ 5.1709\end{bmatrix}.$$
$$K=\frac{1}{C\lambda}z=\begin{bmatrix}0.0265\\ 13.1872\end{bmatrix}.$$

با بررسی ماتریس A_{cl}^{-} مشاهده می‌گردد که بردار K آن را غیرمنفی ساخته است:

$$A_{cl}^{-}=A^{-}+BKC=\begin{bmatrix}0.4285 & 0.3285\\ 0.2291 & 0.4291\end{bmatrix}$$

همچنین بردار K منجر به A_{cl}^{+} غیر منفی با مقادیر ویژه درون دایره واحد شده است.

$$A^{+}_{cl}=A^{+}+BKC=\begin{bmatrix}0.6285 & 0.3285\\ 0.2291 & 0.6291\end{bmatrix}$$
$$\lambda_i(A_{cl}^{+}):=\{0.3545,\ 0.9031\}$$

شکل ۱ پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم حلقه بسته را به ازای شرایط اولیه‌ی $x_0=(1,2)$ نشان می‌دهد. همچنین، پاسخ زمانی مؤلفه‌های بردار کنترلی در شکل ۲ آورده شده است.

شکل۱: نمودار متغیر های بردار حالت بر حسب زمان

شکل ۲ : نمودار مؤلفه های بردار کنترل بر حسب زمان

همان‌طور که از اشکال ۱ و۲ مشاهده می‌گردد سیستم حلقه بسته مثبت و پایدار مجانبی است و قید مثبت بودن سیگنال کنترلی نیز محقق شده است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله پایدارسازی سیستم های مثبت خطی گسسته-زمان با حضور عدم قطعیت در مدل سیستم و با استفاده از کنترل‌کننده‌ی فیدبک خروجی بررسی شد. شرایط لازم برای آن که سیستم حلقه بسته پایدار مجانبی و مثبت باشد، ارائه شد. همچنین روش پیشنهادی با در نظر گرفتن قید مثبت بودن سیگنال کنترلی نیز بررسی گردید. علاوه بر آن شروط ارائه شده در قضایا به ساختار مناسب جهت حل توسط برنامه‌های خطی تبدیل شد. در نهایت شبیه‌سازی عددی کارایی روش کنترلی ارائه شده را نشان داد.

پیوست:

اثبات قضیه ۳: سیستم مثبت $x(k+1)=Ax(k)$ را در نظر بگیرید. رابطه زیر برای پاسخ سیستم صادق است:

$$x(k)-x(0)=(A-I)\sum_{i=0}^{k-1}x(i)$$

اگر سیستم پایدار مجانبی باشد آنگاه $x(k)\underset{k\to\infty}{\to}0$ و لذا داریم:

$$-x(0)=(A-I)\sum_{i=0}^{\infty}x(i)$$

با توجه به اینکه $x(i)$ بردار متغیر حالت یک سیستم مثبت در لحظه i ام است، لذا با تعریف بردار مثبت $\lambda=\sum_{i=0}^{\infty}x(i)\succ 0$ و از منفی بودن سمت چپ عبارت فوق نتیجه می شود که $(A-I)\lambda\prec 0$ است. لذا بندهای اول و دوم در قضیه ۳ با یکدیگر معادلند. جهت توضیحات تکمیلی در این موضوع به مرجع [۲۲] مراجعه نمایید.

مراجع

[1] M. Wassim, Haddad, V. chellaboina, and Q. Hai, Nonnegative and Compartmental Dynamical Systems, Prinseton University Prees, 2010.

[2] T. Kaczorrek, Positive 1D and 2D Systems, Spring: London, 2002

[3] L. Farina and S. Rinaldi, Positive Linear Systems, Wiley-Interscience: New York, 2000.

[4] A. Rantezer, “Scable control of positive systems,” European Journlal of Control, vol. 24, pp. 72-80, 2015.

[5] W. M. Haddad and V. Chellaboina, "Stability and dissipativity theory for nonnegative dynamical systems: a unified analysis framework for biological and physiological systems," Nonlinear Analysis: Real World Applications, vol. 6, pp. 35-65, 2005.

[6] E. H. Vargas, P. Colaneri, R. Middleton, and et. al., “Discrete-time control for switched positive systems with application to mitigating viral escapes,” International Journal of Robust Nonlinear Control, vol. 21, pp. 1093-1111, 2011.

[7] B. Roszak and E. J. Davision, “Optimal complementary control for positive stable LTL systems,” Automatica, vol. 50, pp. 1401-1406, 2014.

[8] R. Shoten, F. Wirth and D. Leith, “A positive systems model of TCP-like congestion control: asymptotic results,” IEEE/ACM Transactions on Networking (TON), vol. 14, no. 3, pp. 616-629, 2006.

[9] A. Beman, M. Neumann and R. J. Stern, Nonnegative Matrices in Dynamic Systems, Wiley, New York, 1989.

[10] A. Rahimabadi and H. Taghirad, “Corner stability in nonlinear autonomous systems,” Nonlinear Dynamics, vol. 80, no. 1-2, pp. 959-968, 2015.

[11] B. Roszak, J. Edward and division, “Necessary band sufficient condition for stability of positive systems,” System & Control Letters, Vol. 58, pp. 474-481, 2009.

[12] T. Kaczorek, “Practical stability and asymptotic stability of positive fractional 2D linear systems,” Asian Journal of Control, vol. 12, no. 2, pp. 200-207, 2010.

[13] T. Kaczorek, “Stability and stabilization of positive fractional linear systems by state-feedbacks,” Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, vol. 58, no. 4, pp. 537-554, 2010.

[14] X. Liu, W. Y and L. Wang, “Stability analysis of positive systems with bounded time-varing delays,” IEEE Transaction on Circuits and Systems-II, vol. 56, no. 7, pp. 600-604, 2009.

[15] X. Liu, W. Y and L. Wang, “Stability analysis for continuous-time positive systems with time-varying delays,” IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 57, no. 4, pp. 1024-1028, 2010.

[16] T. Kaczorek, “Stability of positive continuous-time systems with delays,” Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, vol.57, no. 4, pp. 395-398, 2010.

[17] M. Ati Rahimi and F. Tadeo, “Controller synthesis for positive linear systems with bounded controls,” IEEE Transaction on Circuits and Systems, vol. 54, no. 7, pp.151-155, 2007.

[18] L. Gurvits, R. Shorten and O. Mason, “On the stability of switched positive linear systems,” IEEE Transaciton on Automatic Control, vol. 52, no. 6, pp. 1099-1103, 2007.

[19] X. D. Zhao, L. X. Zhang, P. Shi and M. Liu, “Stability of switched positive linear systems with average dwell time switching,” Automatica, vol. 48, pp. 1132-1137, 2012.

[20] J. Zhang and Z. Han, and J. Huang, “Stabilization of discrete-time positive switched systems,” Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 32, no. 3, pp. 1129-1145, 2013.

[21] J. Liu, K. Zhang, G. Pang and H. Wei, “Controller synthesis for constrained discrete-time switched positive linear systems,” Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 19, pp. 1-12, 2016.

[22] M. A. Rami and F. Tadeo, “Positive observation problem for linear descrete positive systems,” Proceeding 45th IEEE Conference on Decision and Control, 2006.

[23] M. A. Rami, F. Tadeo and U. Helmke, “Positive observers for linear positive systems

and implications," International Journal of Control, vol. 84, no. 4, pp. 716-725, 2011.

[24] P. Li and J. Lam, "Positive state-bounding observers for positive interval continuous-time systems with time delay," International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 22, no.11, pp. 1244-1257, 2011.

[25] G. Wang, B. Li, Q. Zhang, and C. Yang, "Positive observer design for discrete-time positive system with missing data in output," Neurocomputing, vol. 168, pp. 427-434, 2015.

[26] Y. Cao, J. Lam, and Y. Sun, "Static output feedback stabilization: an ILMI approach," Automatica, vol. 34, no. 12, pp. 1641-1645, 1998.

[27] M. Ait Rami, "Solvability of static output-feedback stabilization for LTI positive systems," System & Control Letters, vol. 60, pp. 704-708, 2011.

مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۷، صفحه ۶۲-۵۵

پیاده‌سازی و ارزیابی یک نمونه آزمایشگاهی کد کننده پالسی خازنی دورانی

فاطمه اسدی [۱]، مهدی مدبری فر [۲]، بهمن میرزاخانی [۳] و عباس پاک [۴]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکاترونیک، گروه مکانیک ، دانشگاه اراک assadi.fatemeh1@gmail.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک m-modabberifar@araku.ac.ir

[۳] استادیار، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی مواد، دانشگاه اراک b-mirzakhani@araku.ac.ir

[۴] استادیار، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا همدان a.pak@basu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۵/۱۰/۱۸ ویرایش: ۱۳۹۶/۹/۳ پذیرش: ۱۳۹۷/۳/۹

چکیده: کد کننده های پالسی (انکودرها) ازجمله مهم‌ترین ابزارهای اندازه‌گیری دقیق در صنعت هستند و در اندازه‌گیری دقیق موقعیت در کنترل دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شوند. انکودرها همچنین در ابزارهای دقیق دیگری که جابه‌جایی را اندازه‌گیری نمی‌کنند با تبدیل کمیت مورداندازه‌گیری به جابه‌جایی آن را قابل‌اندازه‌گیری می‌کنند. مهم‌ترین ویژگی انکودر تبدیل جابه‌جایی به پالس‌های قابل‌شمارش توسط انواع سیستم‌های دیجیتال است و در حلقه‌های کنترلی یکی از مهم‌ترین عناصر تولید بازخورد است. انکودرهای خازنی با ساختار ساده، قیمت پایین و نویز پذیری کمی که دارند نسبت به انکودرهای دیگر مزیت نسبی دارند. انکودر خازنی خطی با القای الکترواستاتیک و لغزند نامقید یکی از جدیدترین انکودرهای خازنی است که در سالهای اخیر معرفی شده است. در این مقاله انکودر خازنی دورانی القایی جدیدی با استفاده از ساختار نوع خطی آن معرفی می‌شود. عناصر اصلی این انکودر جدید از فیبرهای مدار چاپی تشکیل‌شده است، بنابراین می‌توان این انکودر را در فضاهای محدود نصب کرد. این انکودر شامل یک گیرنده (استاتور) و یک واسطه (روتور) است که به ترتیب دارای الکترودهای چهار فاز و دو فاز هستند. یک نمونه از این انکودر ساخته شده و عملکرد آن ارزیابی شد. نتایج آزمایش‌ها نشان دادند که انکودر ساخته شده دارای بیشینه خطایی برابر با ۰/۰۹±۰ درجه است.

کلمات کلیدی: انکودر خازنی، انکودر افزایشی، انکودر دورانی

Implementation and Evaluation of a Prototype Capacitive-Type Rotary Encoder

Fatemeh Asadi, Mehdi Modabberifar, Bahman Mirzakhani, Abbas Pak

Abstract: Angular displacement measuring encoder is one of the most important measuring tools in the automated systems, industries and machine tools. In many of manufacturing and production processes, rotary encoders are used as reliable tools for precise positioning. In this study, a new capacitive-type rotary encoder with un-tethered rotor is designed. The main components are made of printed circuit films. Hence, the encoder can be set up in thin inter spaces. The encoder consists of a receiving stator and a transmitter rotor, respectively containing four-phase and two-phase electrodes. In order to designs an un-tethered rotor; the encoder employs a unique approach. Electrical power is supplied to the transmitter rotor by electrostatic induction without any physical contact. This un-tethered rotor can facilitate sensitive applications that a mechanical disturbance caused by an electric wire can be a problem. In this study the encoder was built and its performance was evaluated. The result of experimental evaluation shows that the encoder has max ±0.09 degree error.

Keywords: rotary encoder, capacitive-type encoder, increamental encoder

۱- مقدمه

امروزه از انکودرهای دورانی به‌طور گسترده‌ای در کنترل دستگاه‌های صنعتی و ماشین‌های ابزار با کنترل عددی استفاده می‌شود. در هر کاربردی که مستلزم اندازه‌گیری زاویه چرخشی است، مانند انواع سیستم‌های رباتیک، انکودر اولین اولویت است. تقاضا برای انکودرهای ارزان‌تر و دقیق‌تر روز به‌روز بیشتر می‌شود. انکودرهای نوری به دلیل داشتن قدرت تشخیص اندازه‌هایی در حد کمتر از میکرومتر یکی از مهم‌ترین ابزارهای موقعیت دهی هستند. اما قیمت این انکودرها با کوچک‌تر شدن قدرت تشخیص زیاد شده و فضای زیادی برای نصب و عملکرد نیاز دارند. همچنین این انکودرها به آلودگی‌های محیط حساس بوده و مراقبت‌های ویژه‌ای برای جلوگیری از ورود گردوغبار به داخل فضای انکودر باید در نظر گرفت. از طرف دیگر انکودرهای مغناطیسی دارای قابلیت اطمینان بیشتری در محیط‌های آلوده هستند ولی دقت و قدرت تشخیص کمتری نسبت به انکودرهای نوری دارند. انکودرهای خازنی به دلیل ساختار ساده و کوچکی که دارند در ابزارهایی مانند کولیس‌های دیجیتال استفاده می‌شوند و مقاومت آن‌ها نسبت به تغییرات دمای محیط و نویزهای مغناطیسی بالاست.

یک نوع انکودر خازنی دورانی، که از سه دیسک مقابل یکدیگر در داخل بدنه انکودر تشکیل‌شده است، توسط ساساکی به ثبت رسید. دیسک اول ثابت و دارای الکترودهای هشت فاز می‌باشد که سیگنال‌های تحریک هشت فاز با ۴۵ درجه اختلاف‌فاز به الکترودهای آن متصل می‌شود. دیسک دوم که دیسک متحرک می‌باشد دارای الکترودهایی می‌باشد که گام آن‌ها چهار برابر گام الکترودهای دیسک اول می‌باشد. دیسک دوم در هر دو طرف دارای الکترود می‌باشد، هر الکترود دیسک متحرک مقابل چهار الکترود دیسک اول قرار می‌گیرد و مجموع سیگنال‌های چهار فاز مقابل آن بر روی الکترود متحرک القا می‌شود و این سیگنال القایی از طرف دیگر دیسک بر روی دیسک سوم القا می‌شود و با اندازه‌گیری اختلاف‌فاز ایجادشده براثر حرکت می‌توان به جابه‌جایی زاویه‌ای رسید[۱].

ژو و همکارانش یک حسگر جابه‌جایی ساده خازنی ارائه کردند. این حسگر از دو صفحه‌ی موازی تشکیل‌شده؛ یکی از صفحه‌ها با الکترودهای شانه‌ای بافاصله‌های یکنواخت تشکیل یک مقیاس را می‌دهد و دیگری از الکترودهای شانه‌ای با اندازه‌ای کوچک‌تر که حکم آشکارساز را دارد تشکیل‌شده است. با اسکن ظرفیت خازنی بین الکترودها و مقایسه فاز آن با سیگنال مرجع که به مقیاس داده‌شده است مقدار جابه‌جایی به دست می‌آید. آن‌ها با پهنای الکترودهای آشکارساز ۲۰۰ میکرومتر و فاصله‌ی بین دو الکترود ۵۰ میکرومتر و پهنای الکترودها در مقیاس برابر یک میلی‌متر به قدرت تشخیص یک میکرومتر رسیدند[۲]

نلسون و همکارانش یک نوع دیگر انکودر دورانی خازنی را ارائه دادند. این انکودر شامل یک برد دایره‌ای شکل باکمان های منظم از جنس هادی می‌باشد که هر یک از بخش‌های هادی دارای شکل موج دیجیتال در فازهای مختلف می‌باشند. دیسک این انکودر دارای یک الگوی رسانا است که حاصل جمع و انتقال شکل موج از بخش‌های انتخاب‌شده می‌باشد که با توجه به موقعیت دیسک دوار نسبت به هادی موقعیت را می‌توان تشخیص داد. این انکودر شامل یک مدار آشکارساز سنکرون می باشد که از حاصل جمع شکل موج و عبور از صفر، فاز سیگنال را شناسایی می کند و یک شمارنده پیشرفته سیگنال‌های تولیدشده را می‌شمارد [۳].

گوندو یک انکودر الکترواستاتیکی را به ثبت رساند که از یک قسمت متحرک که دارای الکترودهای واسطه می‌باشد، و قسمت ثابت که الکترودهای القایی در کناره‌های آن و الکترودهای چهار فاز در مرکز آن قرار دارد، تشکیل‌شده است. سیگنال‌های تحریک که دو موج سینوسی قرینه می‌باشند به الکترودهای القایی در قسمت ثابت متصل می‌شوند و سیگنالی از طریق القای الکترواستاتیک بر روی الکترودهای واسطه که مقابل الکترودهای القایی قرار دارند القا می‌شود؛ به همین دلیل میدان الکتریکی توسط الکترودهای واسطه بر روی الکترودهای چهار فاز ایجاد می‌شود که با شناسایی این میدان توسط الکترودهای چهار فاز، هرکدام دارای سیگنالی می‌شود که نسبت به هم ۹۰ درجه اختلاف فاز دارد و با حرکت قسمت متحرک فاز سیگنال‌ها تغییر می کند. با اندازه‌گیری تغییرات فاز می‌توان به جابه‌جایی رسید[۴].

کیم و همکارانش نیز یک حسگر جابه‌جایی خازنی ارائه کردند. این حسگر جابه‌جایی خازنی از دو صفحه که با الکترودهایی به شکل زیگزاگ با یک‌لایه نازک دی‌الکتریک پوشیده شده تشکیل می‌شود. ظرفیت خازنی در یک سیکل حرکتی با دقت بالا و در سیگنال‌های متوالی اندازه‌گیری می‌شود. از طریق آزمایش‌ها تجربی مشاهده‌شده که حسگر می‌تواند جابه‌جایی تا ۲۰ میلی‌متر را با قدرت تشخیص ۱۲۶ نانومتر اندازه‌گیری کند[۵].

نیشیجیما و همکارانش یک حسگر جابه‌جایی خازنی برای اندازه‌گیری‌های خطی بر روی سطوح صاف و منحنی ارائه کردند. اجزای اصلی این حسگر از فیبر مدار چاپی انعطاف‌پذیر تشکیل‌شده است. این حسگر می‌تواند هم به‌عنوان یک موتور الکترواستاتیکی و هم به‌عنوان یک انکودر جابه‌جایی به‌طور مستقل عمل کند. انکودر ساخته‌شده خطای ۰/۰۹۶ رادیان در محدودی اندازه‌گیری ۰/۶۶ رادیان و قدرت تشخیص ۹۶۰ میکرومتر رادارا است[۶].

کیمورا و همکارانش یک انکودر خازنی خطی را ارائه کردند که لغزنده آن بی‌سیم است. اجزای اصلی از فیبر مدار چاپی انعطاف‌پذیر باضخامت ۰/۲ میلی‌متر ساخته‌شده‌اند. این حسگر شامل یک‌لایه طولانی گیرنده و یک لایه کوتاه واسطه است که به ترتیب شامل چهار فاز و دو فاز الکترود می‌باشند. واسطه به‌عنوان لغزنده و گیرنده و فرستنده به‌عنوان استاتور استفاده می‌شود. برای نامحدود کردن لغزنده، توان الکتریکی منبع تغذیه توسط القای الکترواستاتیکی به الکترودهای واسطه انتقال داده می‌شوند و درنتیجه سیم‌های الکتریکی لغزنده حذف می‌شود. این لغزنده نامحدود را می‌توان برای کاربردهای حساس که در آن اختلال‌های مکانیکی ناشی از سیم‌های الکتریکی ایجاد می‌شود به کاربرد و این مشکل

را حل کرد. انکودر نمونه آزمایشی خطای ٤± میکرومتر را نشان داده است[۷].

کارلی و همکارانش یک انکودر خازنی دورانی را که شامل دو قسمت حسگر و کنترلر است، طراحی کردند. تشخیص موقعیت در این نوع انکودر توسط جاروبکی که حول شفت می‌چرخد صورت می‌گیرد. در عمل، کنترلر یک یا چند سیگنال تحریک تولید و این سیگنال‌ها را حداقل به یکی از الکترودهای تحریک ارسال می‌کند. سپس سیگنال باعث ایجاد تغییرات در یک یا چند الکترود حسگر می‌شود که باعث ایجاد کوپل خازنی بین الکترودها و جاروبک می‌شود. وجود یک جاروبک نزدیک یک الکترود حسگر، ظرفیت خازنی بین الکترود حسگر و الکترود تحریک که کنار یکدیگر هستند، تغییر ایجاد می‌کند. تغییر در این ظرفیت خازنی در میزان ذخیره انرژی توسط الکترودهای حسگر توسط یک یا چند الکترود تحریک تأثیر می‌گذارد. کنترلر میزان ذخیره شارژ توسط هر الکترود حسگر را شناسایی می‌کند و با مقایسه میزان شارژ، کنترلر موقعیت جاروبک را تعیین می‌کند[۸].

ژنگ و همکارانش یک انکودر خازنی دورانی جدید را معرفی کردند. این انکودر دارای سه بخش اصلی است: ۱) بخش انتقال ۲) یک جفت الکترودهای منعکس‌کننده ۳) یک جفت الکترود گیرنده . عنصر سنجش انکودر از یک استاتور و روتور تشکیل‌شده است که هر دو با فنّاوری PCB ساخته‌شده‌اند. یک‌طرف استاتور در مقابل روتور که با الکترودهای رسانا تحت پوشش قرار دارد و روتور با یک جفت الکترود رسانا منعکس‌کننده پوشش داده‌شده است. در طرف دیگر مدار پردازش سیگنال نصب‌شده است. الکترودهای بخش انتقال به همراه چهار ولتاژ تحریک میدان الکتریکی تولید می‌کنند. الکترودهای منعکس‌کننده که دارای الگوی سینوسی هستند می‌توانند موقعیت زاویه‌ای را بر اساس فرکانس و دامنه سیگنال مدوله‌شده تشخیص دهد[۹].

بکز و همکارانش نوع جدیدی از انکودر خازنی دورانی را به ثبت رساندند. این انکور خازنی دورانی شامل یک استاتور و یک روتور است. الکترودهای استاتور به صورت منظم و بافاصله هوایی یکسان کنار یکدیگر طراحی‌شده‌اند. همچنین الکترودهای استاتور دارای طول یکسان در جهت محیطی هستند. الکترودهای کوپلینگ که همان الکترودهای روتور می‌باشند در قسمت بالایی الکترودهای استاتور قرار دارند. طول این الکترودها دو برابر الکترودهای استاتور می‌باشد. روتور دارای یک بدنه استوانه‌ای شکل است که محور شفت را احاطه کرده است. استاتور و روتور باهم هم‌محور هستند که با یک ماده دی‌الکتریک از هم جداشده‌اند. این انکودر شامل ۱۸ الکترود استاتور و سه الکترود کوپلینگ می باشد که الکترودهای کوپلینگ با فواصل مختلف از یکدیگر در جهت محیطی واقع‌شده‌اند. در صورت تغییر موقعیت دورانی، انکودر سیگنالی به میکروکنترلر ارسال می‌کند که پس از تجزیه‌وتحلیل مقدار دوران را مشخص می‌کند[۱۰].

در این مقاله با توجه به مزایا و سادگی ساختار انکودر خازنی خطی با القای الکترواستاتیک و لغزنده نامقید [۷] یک نمونه دورانی-افزایشی آن جهت اندازه گیری جابه‌جایی زاویه ای طراحی و ساخته می‌شود. اشغال فضای کم، تخت بودن و نویز پذیری کم این انکودر نسبت به میدانهای مغناطیسی ازجمله مزایایی است که پژوهش در این زمینه را جذاب می‌کند. به دلیل دوار بودن صفحات انکودر (استاتور و روتور) و یکسان نبودن سطح الکترودهای القایی بر خلاف انکودر خازنی خطی، در انکودر دورانی الکترودهای القایی داخلی نسبت به الکترود خارجی سطح خازنی کمتری دارد و نحوه برقراری تعادل الکتریکی بین الکترودهای فرستنده و گیرنده در انکودر دورانی نسبت به خطی متفاوت است. این انکودر قابلیت نصب در انواع ماشین‌های ابزار را داشته و همچنین می‌تواند در اتوماسیون صنایع استفاده شود.

در ادامه این مقاله و در بخش دوم اصول تئوری و روابط حاکم بر فرآیند با توجه به مدل موجود تشریح می‌شود. در ادامه و در بخش سوم مراحل و روش ساخت این انکودر توضیح داده می‌شود. در بخش چهارم این مقاله روش آشکار سازی سیگنال و تبدیل اختلاف فاز به پالس های قابل شمارش بیان می‌شود. در قسمت پنجم انکودر ساخته شده تست و ارزیابی شده و منحنی خطای آن استخراج می‌شود. نهایتا در بخش ششم نتایج بدست آمده در این مقاله مرور می‌شود.

۲- اصول تئوری و روابط حاکم بر فرآیند

در این بخش از مقاله اصول عملکرد و ساختار انکودر خازنی خطی با القای الکترواستاتیک و لغزنده نامقید بیان شده و بر اساس مدل تحلیلی موجود، روش تبدیل جابه‌جایی لغزنده انکودر به اختلاف فاز و تحلیل سیگنالها توضیح داده می‌شود.

۲-۱ ساختار و اصول عملکرد انکودر خازنی خطی با القای الکترواستاتیک و لغزنده نامقید

ساختار و اصول عملکرد انکودر خازنی خطی با القای الکترواستاتیک و لغزنده نامقید در [۷] بیان‌شده است. شکل ۱ شماتیک این انکودر را نشان می‌دهد. این انکودر، شامل دو قسمت می‌باشد؛ قسمت استاتور که به‌عنوان گیرنده و فرستنده و قسمت لغزنده که به‌عنوان واسطه کار می‌کنند. لغزنده در مرکزش دارای الکترودهای موازی دو فاز می‌باشد. این الکترودهای دو فاز به منظوره ایجاد یک میدان پتانسیل الکتریکی با استفاده از دو سیگنال سینوسی با اختلاف فاز ۱۸۰ درجه تحریک می‌شوند. این میدان پتانسیل الکتریکی به‌وسیله الکترودهای چهار فاز روی استاتور شناسایی و تشخیص داده می‌شود. استاتور و لغزنده طوری هم‌راستا قرارگرفته‌اند که الکترودهای دو فاز لغزنده دقیقاً روبه‌روی الکترودهای چهار فاز استاتور می‌لغزد. گام الکترودهای در لغزنده 2p و در استاتور p هستند. علاوه بر این الکترودهای قسمت استاتور و قسمت لغزنده در راستای طولشان دارای الکترودهای اضافی می‌باشند که به‌عنوان الکترودهای القایی استفاده می‌شوند. الکترودهای القایی طوری طراحی‌شده‌اند که الکترودهای مربوط

به لغزنده همیشه بر روی الکترودهای استاتور قرار دارد. الکترودهای القایی قسمت استاتور در طی عملیات با استفاده از دو موج سینوسی قرینه تحریک می‌شود. از آن‌جاکه الکترودهای القایی استاتور و لغزنده تشکیل خازن می‌دهند، با اعمال کردن ولتاژهای AC روی الکترودهای القایی استاتور می‌توان در الکترودهای القایی لغزنده پتانسیل الکتریکی AC القا کرد. ازآنجایی که الکترودهای القایی لغزنده به الکترودهای دو فاز متصل هستند می‌توان انرژی الکتریکی را بدون سیم به الکترودهای دو فاز منتقل می‌شود.

شکل ۱: ساختار شماتیک انکودر خطی با القای الکترواستاتیک خازنی [۷]

۲-۲ مدل تحلیلی انکودر

شکل ۲ مدل الکتریکی معادل برای این انکودر را نشان می‌دهد. در این مدل ساختار انکودر توسط هشت ترمینال نمایش داده‌شده، ترمینال‌های یک تا چهار مربوط به چهار فاز روی استاتور است و ترمینال‌های پنج و شش مربوط به الکترودهای دو فاز که به الکترودهای القایی لغزنده متصل هستند. ترمینال‌های هفت و هشت به الکترودهای القایی استاتور مربوط می‌شوند. در میان ترمینال‌های الکتریکی، بین هر زوج ترمینال ظرفیت خازنی ایجاد می‌شود. با استفاده از ماتریس ضرایب خازنی می‌توان این‌گونه ظرفیت‌های خازنی را به شکل ریاضی نشان داد. با در نظر گرفتن قرینه‌های هندسی میان ترمینالها، ماتریس برای این انکودر را می توان به شرح زیر بیان کرد.

$$\begin{bmatrix} c_{st} & -c_{ta} & -c_{tb} & -c_{ta} & c_m(\theta_x) & c_m(\theta_x-\pi) & 0 & 0 \\ -c_{ta} & c_{st} & -c_{ta} & -c_{tb} & c_m(\theta_x-\frac{\pi}{2}) & c_m(\theta_x+\frac{\pi}{2}) & 0 & 0 \\ -c_{tb} & -c_{ta} & c_{st} & -c_{ta} & c_m(\theta_x-\pi) & c_m(\theta_x) & 0 & 0 \\ -c_{ta} & -c_{tb} & -c_{ta} & -c_{st} & c_m(\theta_x+\frac{\pi}{2}) & c_m(\theta_x-\frac{\pi}{2}) & 0 & 0 \\ c_m(\theta_x) & c_m(\theta_x-\frac{\pi}{2}) & c_m(\theta_x-\frac{\pi}{2}) & c_m(\theta_x+\frac{\pi}{2}) & c_{sl}+c_l & -c_l & -c_l & 0 \\ c_m(\theta_x-\pi) & c_m(\theta_x+\frac{\pi}{2}) & c_m(\theta_x) & c_m(\theta_x-\frac{\pi}{2}) & -c_l & c_{sl}+c_l & 0 & -c_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_l & 0 & c_l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_i & 0 & c_i \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$C_m(\theta_x) = -C_{mo} - C_{ml}\cos(\theta_x) \quad (۲)$$

$$\theta_x = \frac{\pi}{2p}x \quad (۳)$$

در این ماتریس $C_{st}, C_{sl}, C_{ta}, C_{tb}, C_l, C_i, C_{mo}, C_{ml}$ همگی مقادیر ثابت مثبتی هستند که توسط روابط هندسی میان ترمینالها مشخص می‌شوند. متغیر x میزان جابه‌جایی لغزنده و θ_x نشان‌دهنده زاویه الکتریکی آن است و $4p$ از x سیکل تکرار این ساختار می‌باشد که معادل 2π از θ_x می‌باشد. در میان این ضرایب فقط $C_m(\theta_x)$ تابع موقعیت لغزنده می‌باشد که توسط تابع سینوسی به طور تقریبی تعیین می‌شود، سایر ضرایب توسط مقادیر ثابت به‌طور تقریبی تعیین می‌شود. این تقریب‌ها بر مبنای نتایج آزمایشی از اندازه‌گیری ضرایب متکی هستند.

شکل ۲: مدل الکتریکی معادل انکودر خازنی[۷]

با استفاده از ماتریس ضرایب خازنی، رابطه بین شارژها یا (جریان‌ها) ولتاژ ترمینالها را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد.

$$q = cv \quad (۴)$$

در این رابطه q و v عبارت‌اند از بردارهای ۱×۸ که به ترتیب نمایانگر شارژها و ولتاژهای هشت ترمینال می‌باشد.

۲-۳ تحلیل سیگنال‌ها

برای راه اندازی انکودر، ولتاژهای تحریک به الکترودهای القایی استاتور که ترمینال‌های هفت و هشت هستند اعمال می‌شود. بنابراین ولتاژ بردار **V** عبارتست از:

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_{\sin\omega t}, -v_{\sin\omega t}\} \quad (۵)$$

در این رابطه V و ω به ترتیب دامنه ولتاژ و فرکانس زاویه‌ای ولتاژهای اعمال شده در الکترودهای القایی هستند. ولتاژهای V1 تا V6 نامعلوم هستند. اینک بردار شارژ q به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$q = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, q_7, q_8\} \quad (۶)$$

در این رابطه q_7 و q_8 بارهای اعمال شده توسط منبع سیگنال به الکترودهای القایی می‌باشند. برای تعیین بارهای ترمینال‌های یک تا چهار این فرض در نظر گرفته می‌شود که با استفاده از مدار با امپدانس ورودی بالا ولتاژهای الکترودهای چهار فاز اندازه‌گیری می‌شوند و به این ترتیب هیچ‌گونه بار الکتریکی به درون یا خارج از الکترود جریان نخواهد داشت. طبق این فرض بار ترمینالهای یک تا چهار صفر خواهد بود. بار ترمینال‌های پنج و شش نیز صفر خواهد بود. زیرا به هیچ منبع الکتریکی متصل نمی‌باشند. با قرار دادن معادله ۱ و ۵ و ۶ در معادله ۴ ولتاژ القایی V_1, V_2, V_3 و V_4 بدین شرح بوجود می آید.

$$\begin{aligned} V_1 &= K_c v\cos(\theta_x)\sin(\omega t) \\ V_2 &= K_c v\sin(\theta_x)\sin(\omega t) \\ V_3 &= -K_c v\cos(\theta_x)\sin(\omega t) \\ V_4 &= -K_c v\sin(\theta_x)\sin(\omega t) \end{aligned} \quad (۷)$$

که در این رابطه k_c عبارتند از:

$$K_c = \frac{2c_i c_{ml}}{-4c_{ml}^2 + (c_i + c_l + c_{sl})(c_{st} + c_{tb})} \quad (۸)$$

سیگنال‌ها در معادله ۷ بعد از تقویت وتفاضل به صورت معادله ۹ می‌باشند.

$$\begin{aligned} V_A &= K_o(v_1 - v_3) = 2K_o K_c \cos(\theta_x)\sin(\omega t) \\ V_B &= K_o(v_2 - v_4) = 2K_o K_c \sin(\theta_x)\sin(\omega t) \end{aligned} \quad (۹)$$

در این‌جا k_o ضریب تقویت، تقویت‌کننده تفاضلی است. تقویت کننده تفاضلی می‌تواند نویز حالت مشترک سیگنال‌های دریافتی را حذف کند و در نتیجه نسبت سیگنال به نویز انکودر بهبود می‌یابد. سیگنال‌های معادله ۹ سیگنال‌های مدوله شده دامنه هستند. تفکیک این سیگنال‌ها روابط زیر را می دهد.

$$\begin{aligned} V_A &= A\cos(\theta_x) \\ V_B &= A\sin(\theta_x) \end{aligned} \quad (۱۰)$$

در این رابطه A تقویت نهایی پس از ضرب شدن در معادله ۹ و فیلتر شدن به وسیله دمدولاتور سنکرون می‌باشد. نهایتاً، موقعیت لغزنده θ_x از معادله ۱۱ محاسبه می‌شود.

$$\theta_x = \tan^{-1}\frac{Asin(\theta_x)}{Acos(\theta_x)} \quad (۱۱)$$

۳- ساخت انکودر خازنی

با توجه به شکل خطی این انکودر، یک نوع دورانی آن طراحی و ساخته شد. در این انکودر هر دو قسمت استاتور و روتور با استفاده از فنّاوری فیبر مدار چاپی (PCB) و بر روی فیبرهای معمولی ساخته می‌شوند و بنابراین به دلیل ضخامت کم می‌توان در فضاهای محدود نصب گردد. انکودر شامل یک‌لایه استاتور و یک‌لایه روتور است که به ترتیب دارای الکترودهای چهار فاز و دو فاز هستند. استاتور به‌عنوان فرستنده و گیرنده و روتور جهت واسطه استفاده می‌شود. برای ایجاد روتور نامقید، از روش القای الکترواستاتیک استفاده می‌شود و تغذیه الکتریکی لایه واسطه توسط القای الکترواستاتیکی تأمین می‌شود. ازاین‌رو هرگونه اتصال سیمی لغزنده حذف می‌شوند. شکل ۳ نمونه طراحی‌شده انکودر خازنی دورانی را نشان می‌دهد.

استاتور و روتور ساخته‌شده انکودر خازنی در شکل ۴ و ۵ نشان داده‌شده است. ضخامت آنها دو میلی‌متر می‌باشد که باعث می‌شود انکودر قابلیت نصب در فضاهای محدود و باریک را داشته باشد. قطر خارجی استاتور و روتور ۶۰ میلی‌متر انتخاب گردیده است، تا به‌اندازه تجاری آن نزدیک باشد. گام الکترودهای گیرنده به‌واسطه محدودیت فاصله بین الکترودها به۲/۲۵ درجه محدود می‌شود. علت این محدودیت این است که ضخامت و فاصله پایه الکترودها با فنّاوری ساخت موجود در کشور کمتر از ۰/۲ میلی‌متر نمی‌تواند باشد. الکترودهای گیرنده در بزرگ‌ترین طول محیطی ۳/۵۳ میلی‌متر الکترودهای واسطه در روتور دارای عرض شعاعی نه میلی‌متر بزرگ‌ترین طول محیطی ۷/۰۶ میلی‌متر می‌باشند. الکترودهای القایی بیرونی و درونی دارای عرض شعاعی پنج میلی‌متر استاتور و روتور می‌باشد. همه ترمینالهای ورودی وخروجی در قسمت استاتور قرار گرفته‌اند و هیچ سیمی به روتور متصل نمی‌باشد و به‌راحتی از استاتور جدا می گردد. فاصله بین استاتور و لغزنده تقریباً ۰/۱میلی‌متر بوده که توسط لایه اپوکسی و گپ هوایی ایجاد گردیده است.

شکل ۳: شکل شماتیک انکودر خازنی دورانی طراحی شده

(الف)

(ب)

شکل۴: (الف) نمونه ساخته شده و (ب) مشخصات هندسی استاتور انکودر

(الف)

(ب)

شکل۵: (الف) نمونه ساخته شده و (ب) مشخصات هندسی روتور انکودر

ضرایب ظرفیت‌های خازنی این نمونه انکودر با استفاده از دستگاه LCR متر HAMEG مدل HM-8118 اندازه‌گیری شده و نتایج آن در شکل۶ و۷ آمده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، ظرفیت بین الکترودهای فرستنده و الکترودهای گیرنده موج سینوسی چهار فاز را نشان می‌دهد. شماره‌گذاری خازن‌ها بر اساس شکل مدل دو به‌گونه‌ای که c15 با توجه به مدل تحلیلی یعنی ظرفیت خازنی بین الکترود اولی در استاتور و پنجم در روتور است. مابقی الکترودها نسبت به هم‌ظرفیت خازنی ثابتی دارند.

شکل ۶: نمودار ظرفیت خازنی الکترودهای چهار فاز استاتور نسبت به الکتروهای روتور

شکل ۷: نمودار ظرفیت خازنی الکترودهای چهار فاز استاتور نسبت به الکترودهای روتور

٤-آشکارسازی سیگنال

شکل ۸ نمودار بلوکی مدارهای آشکارساز و پردازش سیگنال و رابط‌های بین آن‌ها را برای این انکودر نشان می‌دهد. ابتدا توسط سیگنال ژنراتور سیگنال تحریک که دو ولتاژ سینوسی با ۱۸۰ درجه اختلاف‌فاز هستند برای الکترودهای القایی تولید می‌شود و یکی از آن‌ها به‌عنوان سیگنال مرجع در جداکننده فاز و دمدولاتور سنکرون مورداستفاده قرار می‌گیرد. الکترودهای ۴ فاز گیرنده موج‌های سینوسی مدوله شده مطابق معادله ۷ را شناسایی می‌کنند، آنگاه این سیگنال‌های اندازه‌گیری توسط تقویت‌کننده‌ی دیفرانسیلی طبق رابطه ۹ تقویت و از هم کم می‌شوند. خروجی تقویت‌کننده‌ی دیفرانسیلی توسط دمدلاتورهای سنکرون، دمدوله شده و نهایتاً جداکننده فاز را برای سیگنال‌ها محاسبه می‌کند. در اینجا خروجی به پالس‌های A/B تبدیل شدند. اگر آشکارساز در هر سیکل ۱۰۲۴ پالس تولید کند آنگاه قدرت تشخیص انکودر برابر است با p تقسیم‌بر ۱۰۲۴.

شکل ۸: بلوک دیاگرام مدارهای آشکارساز و پردازش سیگنال

در انکودر ساخته شده سیگنال‌های تحریک انکودر که دو سیگنال سینوسی با ۱۸۰ درجه اختلاف‌فاز و دامنه‌ی ۳/۵ و ۱ ولت و فرکانس ۲۰ کیلوهرتز می‌باشد، به الکترودهای القایی در استاتور ارسال می‌گردد. برای ایجاد سیگنال تحریک از اسیلاتور داخلی یک آی‌سی AD2S1210

استفاده شده است. آی‌سیAD2S1210 یک اسیلاتور مرجع می باشد. که کاربردهایی نظیر کنترل موقعیت و سرعت و تبدیل اطلاعات آنالوگ زاویه‌ای به فرم دیجیتال را دارد. بدین منظور اسیلاتور داخلی، برای نوسان سازی با فرکانس ۲۰ کیلو هرتز برنامه ریزی شده‌است. به دلیل کوچک تر بودن سطح خازنی الکترودهای القایی داخلی استاتور در مقایسه با الکترودهای القایی خارجی آن، نیاز به ولتاژ بیشتری نسبت به الکترودهای خارجی دارند. ولتاژ اعمالی الکترودهای خارجی نسبت به الکترودهای داخلی به نسبت مساحت های آن‌ها بوده و تقریبا نسبت ۱ به ۳ دارند. بنابراین نیاز به تغییر در دامنه‌های سیگنال‌های خروجی اعمالی به استاتور است. در این قسمت، جهت اعمال سیگنال مورد نظر نیاز از بافر تضعیف کننده استفاده می‌شود. از آنجایی که الکترودهای القایی در استاتور و روتور با یکدیگر همپوشانی دارند میدان الکتریکی بین آنها ایجاد می‌شود و از طریق القای الکترواستاتیک ولتاژی روی الکترودهای القایی روتور ایجاد می‌گردد.

بر روی الکترودهای چهار فاز استاتور ولتاژی القا می‌شود که با حرکت لغزنده تغییر می‌کند. به‌این‌ترتیب چهار سیگنال با ۹۰ درجه اختلاف‌فاز پدید می‌آید. سیگنال‌های الکترودهای گیرنده (الکترودهای چهار فاز) توسط کانکتوری که در استاتور قرار دارد و سیم‌های رابط به مدار آشکارساز متصل می‌شوند. سیگنال القایی بر روی الکترودهای گیرنده ضعیف هستند و دامنه‌ای در حدود ۱۲۰ میلی ولت دارند که تقویت‌شده و به پایه‌های آی سی پردازشگر متصل می‌شوند. در این مرحله خروجی الکترودها چهار فاز گیرنده باید دوبه‌دو از هم کم می‌شوند به صورتی که فاز سوم از اول و فاز چهارم از دوم می‌شود. دلیل این کار حذف نویز مشترک می‌باشد. آی‌سی استفاده‌شده در این پروژه دارای ورودی تفاضلی می‌باشد. بنابراین، داخل آی‌سی فاز سوم از اول و فاز چهارم از دوم کم می‌شود. سیگنالی که بعد از تفاضلی ایجاد می‌شود V_A و V_B است که دو سیگنال سینوسی با ۹۰ درجه اختلاف‌فاز به‌صورت معادله ۹ هستند. بعد از تفاضل سیگنال‌ها باید سیگنال تحریک از سیگنال‌های V_A و V_B حذف شود تا سیگنال‌های معادله ۱۰ که اطلاعات موقعیت لغزنده در آن‌ها قرار دارد به دست آید. برای این کار از یک دمدولاتور سنکرون استفاده می‌شود. مدار دمدولاتورهای سنکرون شامل مدار ضرب کننده و یک فیلتر پایین گذر می‌باشد. ابتدا سیگنال تحریک در سیگنال‌های V_A و V_B ضرب شده و بعد از فیلتر پایین گذر عبور داده می‌شود تا سیگنال‌های معادله ۱۰ حاصل شود. بعد از دمدوله کردن و رسیدن به سیگنال‌های معادله ۱۰ و با توجه به اینکه هر سیکل از این سیگنال‌ها به ازای حرکت به‌اندازه چهار برابر گام شکل می‌گیرد؛ سیگنال‌ها به طبقه جداکننده فاز که داخل آی‌سی پردازشگر است فرستاده می‌شود؛ و به ازای هر حرکت به‌اندازه ۴ گام آی‌سی ۱۰۲۴ پالس تولید می‌کند. با توجه به این‌که گام برابر ۲/۲۵ درجه می‌باشد قدرت تشخیص انکودر برابر (۹/۱۰۲۴) درجه یعنی ۰/۰۰۸۷ درجه می‌باشد. خروجی آی‌سی استفاده شده دارای دو سری پالس با اختلاف‌فاز ۹۰ درجه می‌باشد که امکان تشخیص تغییر جهت حرکت را فراهم می‌آورد. نهایتاً این پالس‌ها به یک میکروکنترلر فرستاده‌شده تا شمارش‌شده و مقدار جابه‌جایی برحسب میکرومتر به دست آید.

۵- ارزیابی عملکرد انکودر و نتایج آزمایش‌ها

برای ارزیابی انکودر ساخته‌شده عملکرد آن با یک دستگاه اندازه‌گیری ویدیویی (VMM) مدل(ARCS – KIMC20) مورد آزمایش قرار گرفت. این دستگاه دارای قدرت تشخیص یک میکرومتر در اندازه‌گیری‌های خطی و ۰/۰۰۵ درجه در اندازه‌گیری زوایا است که از قدرت تشخیص انکودر ساخته شده در این مقاله کوچکتر بوده و میتواند به عنوان مرجعی برای ارزیابی انکودر استفاده باشد. شکل ۹ نحوه آزمایش و چیدمان آزمایش را نشان می‌دهد. در این آزمایشات انکودر ساخته شده بر روی میز دستگاه VMM قرار گرفته و روتور آن با کمک یک میله متصل به بدنه و قابلیت جابجایی محورهای میز دستگاه VMM میچرخد. در این آزمایش‌ها عملکرد انکودر در دو جابه‌جایی زاویه‌ای ۳ و ۱۰ درجه در ۱۰ نقطه متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفت و منحنی خطای آن استخراج گردید. بدین ترتیب که روتور انکودر بصورت دستی چرخانده شد و در ۱۰ نقطه متفاوت مقادیر اندازه گیری شده جابه‌جایی زاویه ای از انکودر و دستگاه VMM خوانده شده و با هم مقایسه میشوند. توجه به اینکه در این دستگاه امکان چرخش زاویه‌ای با مقادیر مساوی و به‌صورت موتوری وجود نداشت چرخش روتور انکودر به‌صورت دستی انجام گرفت و به همین دلیل فاصله نقاط مورد ارزیابی در منحنی خطا یکسان نیست. نهایتا مقادیر اندازه گیری شده از انکودر و دستگاه VMM از یکدیگر کسر شده و مقدار خطا برای هر نقطه به‌دست می آید.

شکل ۹: چیدمان آزمایشگاهی ارزیابی عملکرد انکودر دورانی ساخته‌شده

شکل ۱۰ منحنی خطای انکودر در دو جابجایی زاویه‌ای ذکرشده را نشان می‌دهد. با توجه به نمودارهای شکل ۱۰ انکودر دارای ماکزیمم خطای در حدود ۰/۰۹± درجه می‌باشد. در نمودار خطای خروجی انکودر محور عمودی مقدار انحراف خروجی انکودر نسبت به خروجی دستگاه اندازه‌گیریVMM می‌باشد و محور افقی جابه‌جایی صورت گرفته است. طبق محاسبات وطراحی‌ها، قدرت تشخیص انکودر ۰,۰۰۸۷ درجه می‌باشد. ولی با توجه به نمودارهای بالا انکودر دارای خطای در حدود ۰/۰۹± درجه می‌باشد. از دلایل خطای ایجاد شده می‌توان به دقیق نبودن مجموعه آزمایشگاهی برای آزمایش انکودر اشاره کرد. میز دستگاه

انتخاب شده برای ارزیابی انکودر فاقد قابلیت چرخش موتوری بوده و روتور انکودر به صورت دستی حرکت داده شده که این باعث تغییرات گپ هوایی بین روتور و استاور و هم‌ترازی الکترودها می‌شود. همچنین عدم هم مرکزی استاتور و رتور دلیل محتمل دیگری است که باعث به وجود آمدن خطا در اندازه گیری شده است.

شکل ۱۰: نمودار خطا خروجی انکودر به ازای ۱۰ و ۳ درجه جابجایی

٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک انکودر خازنی دورانی جدید با استفاده از القای الکترواستاتیکی طراحی، آزمایش و تحلیل شد. در این انکودر فرستنده و گیرنده هر دو از فیبر مدار چاپی درست‌شده‌اند. این انکودر دارای الکترودهای چهار فاز گیرنده و دو فاز فرستنده است. گام الکترودهای واسطه ۹ درجه و گام الکترودهای گیرنده ۲/۲۵ درجه است. تغذیه الکتریکی الکترودهای فرستنده از طریق القای الکترواستاتیکی محقق می‌شود. انکودر توسط الکترودهای گیرنده سیگنال مدوله موقعیت را دریافت می‌کند. با پردازش سیگنال می‌توان موقعیت روتور را محاسبه کرد. نهایتاً با آزمایش‌ها انجام‌گرفته بر روی یک نمونه انکودر ساخته‌شده حداکثر خطای آن ۰/۰۹± درجه به دست آمد.

مراجع

[1] K. Sasaki, “Electrostatic Capacity Type Encoder”, U.S. Patent, No. 4,788,546. 29, 1988.

[2] F. Zhu et al, “A Simple Capacitive Displacement Sensor”, Sensors and Actuators A: Physical, vol. 26, no. 1, pp.265-269, 1991.

[3] J. Nelson et al., "Capacitive Rotary Position Encoder", U.S. Patent No.5,736,865. 1998

[4] M. Gondoh, “Electrostatic Encoder and Electrostatic Displacement Measuring Method”, U.S. Patent No. 7,199,727. 2007.

[5] M. Kim and W. Moon “A New Linear Encoder-Like Capacitive Displacement Sensor”, Measurement, vol. 39, no. 6, pp. 481-489, 2006.

[6] T. Nishijima et al, “A Flexible Sensor Measuring Displacement and Bending”, Measurement Science and Technology, vol. 20, no. 4, pp. 045205, 2009.

[7] F. Kimura et al, "Capacitive-Type Flexible Linear Encoder with Untethered Slider Using Electrostatic Induction." IEEE Sensors Journal, vol. 10, no.5, pp. 972-978. 2010.

[8] C. Carley et al, "Capacitive Postion Encoder", U.S. Patent No.9,035,663 B2, 2015.

[9] D. Zheng et al, "A Capacitive Rotary Encoder Based on Quadrature Modulation and Demodulation", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol.64, no.1, pp.143-153, 2015.

[10] U. Bakes et al, "Capacitive Rotary Encoder”, U.S. Patent No.9,250,058 B2.2, 2016.

Journal of Control

ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 12, No. 4, Winter 2019.

Publisher: **I**ranian **S**ociety of **I**nstrumentation and **C**ontrol **E**ngineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliyari@kntu.ac.ir

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Moosavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Prof. H. Seyfi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh- Toutounchi, Prof. M. Golkar, Prof. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein- Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Sh., Dr. M. Arvan , Prof. M. Tavakoli-Bina, Dr. F. Farivar, Dr. M. Ayati, Dr. M. Mansouri, Dr. R. Havangi, Dr. A. Ramezani, Dr. A. Ghasemi, Prof. M. Farrokhi, Dr. Y. Batmani.

Website Manager: Nasibeh Farahani

Journal of Control

ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology

Vol. 12, No. 4, Winter 2019

Contents

Design of nonlinear continuous time predictive controller by solving the differential-algebraic equations with boundary conditions using homotopy perturbation method 1

Azar Shabani, Alireza Fatehi , FAhimeh Soltanian, Reza Jamilnia

Joint State Estimation and System Classification Using Particle Filtering and Interacting Multiple-Model for Maneuvering Target Tracking 15

S. Nasorallah Hosseini, Mohammad Haeri , Hamid Khaloozadeh

Doppler and Bearing Tracking using Adaptive Modified Covariance Extended Kalman Filter 23

Vahid Saeidi, Ali Akbar Afzalian and Davood Gharavian

Design and experimental comparison of a new attitude estimation algorithm for accelerated rigid body 35

Mohammadtaghi Sabet , Hamidreza Mohammadi Daniali, Alireza Fathi, Ebrahim Alizadeh

Design of static output-feedback controller for uncertain discrete time systems with positivity constraint on closed-loop system and control signal 47

Faezeh Bagheri, Tahereh Binazadeh

Implementation and Evaluation of a Prototype Capacitive-Type Rotary Encoder 55

Fatemeh Asadi, Mehdi Modabberifar , Bahman Mirzakhani, Abbas Pak