مجله کنترل

ISSN 2008-8345

قطب علمی کنترل صنعتی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴

فهرست مقالات

پیشنهاد توابع فعال‌ساز بازه‌ای به منظور پیش‌بینی داده‌های آغشته به نویز در شبکهٔ عصبی بر پایه توابع شعاعی ۱

الله‌یار ظهوری زنگنه، محمد تشنه‌لب، مجتبی احمدیه خانه‌سر

ردیابی زمان-محدود سرتاسری کلاس جامعی از سیستم‌های غیرخطی با استفاده از کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین ۲۷

علی ابوئی، مسعود مروج خراسانی، محمد حائری

توسعه سیستم کنترل پایداری الکترونیکی برای خودروهای الکتریکی با چهار موتور در چرخ ۴۱

علیرضا امیرجمشیدی، جواد شریفی

کنترل نسبت‌های وظیفه در مبدل‌های سه فازه چند سطحی بمنظور کاهش تلفات سوئیچنگ ۵۵

محمد جعفر مجیبیان، محمد توکلی بینا

تاثیر فیلترهای اکتیو و پسیو در کاهش ولتاژ القایی شفت ژنراتورهای سنکرون با استفاده از کنترلر و مقایسه آنها ۶۷

محمود سمیعی مقدم، شکرالله شکری کجوری

طراحی کنترل‌گر بازخورد خروجی پویای نامتمرکز از مرتبه‌ی ثابت جهت تحقق توافق جمعی در سامانه‌های چندعاملی تأخیردار ۷۷

امید نیکویی زاده، امیر امینی، مهدی سجودی

www.joc-isice.ir

مجله کنترل

(ISSN 2008-8345)

قطب علمی کنترل صنعتی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق- تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷- پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر مهدی علیاری شوره دلی

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی -تلفن - ۷۱۳۲۲۱۳۳ پست الکترونیکی aliyari@kntu.ac.ir

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد)- پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد)- پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)- پروفسور علی غفاری (استاد)- دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار)- پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد)- پروفسور مسعود شفیعی (استاد)- پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفرکاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا، دکتر مجتبی احمدیه خانه سر، دکتر فائزه فریور، دکتر موسی آیتی.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

پرفسور مسعود شفیعی، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، پرفسور ایرج گودرزنیا، پرفسور بهزاد مشیری، پروفسور علی اکبر صفوی، دکترایمان محمدزمان، دکتر علی اشرف مدرس، مهندس علی کیانی.

مدیر سایت: مهندس نسیبه فراهانی

صفحه آرا: کیان خالوزاده

به نام خدا

فهرست مقالات

پیشنهاد توابع فعال‌ساز بازه‌ای به منظور پیش‌بینی داده‌های آغشته به نویز در شبکهٔ عصبی بر پایه توابع شعاعی ۱

الله‌یار ظهوری زنگنه، محمد تشنه‌لب، مجتبی احمدیه خانه‌سر

ردیابی زمان-محدود سرتاسری کلاس جامعی از سیستم‌های غیرخطی با استفاده از کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین ۲۷

علی ابوئی، مسعود مروج خراسانی، محمد حائری

توسعه سیستم کنترل پایداری الکترونیکی برای خودروهای الکتریکی با چهار موتور در چرخ ۴۱

علیرضا امیرجمشیدی، جواد شریفی

کنترل نسبت‌های وظیفه در مبدل‌های سه فازه چند سطحی بمنظورکاهش تلفات سوئیچنگ ۵۵

محمد جعفر مجیبیان، محمد توکلی بینا

تاثیر فیلترهای اکتیو و پسیو در کاهش ولتاژ القایی شفت ژنراتورهای سنکرون با استفاده از کنترلر و مقایسه آنها ۶۷

محمود سمیعی مقدم، شکرالله شکری کجوری

تحلیل پایداری سیستم‌های سوئیچ‌شوندهٔ خطی گسسته‌زمان با در نظر گرفتن تاخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری ۷۷

نصراله اعظم بالغی، محمدحسین شفیعی

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
۳) مکاترونیک و رباتیک.
۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص عیب، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی، تشخیص و جبران عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت، کنترل مدل چندگانه.

کاربردهای مورد علاقه مجله "کنترل"، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
۳) تولید و توزیع نیروی برق.
۴) انرژی های تجدیدپذیر.
۵) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
۶) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
۷) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
۸) مهندسی پزشکی، مهندسی زیستی و سامانه‌های زیستی.
۹) نانو کنترل.
۱۰) پردازش داده.
۱۱) مهندسی خودرو.
۱۲) سیستم های حمل و نقل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس www.joc-isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت B Zar ۱۲ و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، *نام کامل نشریه یا کنفرانس*، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، *عنوان کتاب*، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها

کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰،۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- درصورتی‌که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکرشده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. درهرصورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزاردقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نماید. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزاردقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله به آدرس: www.joc-isice.ir ارسال نمایید.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۲۵-۱

پیشنهاد توابع فعال‌ساز بازه‌ای در شبکهٔ عصبی بر پایه توابع شعاعی برای پیش‌بینی سیستم‌های غیر خطی پویا

الله‌یار ظهوری زنگنه[۱]، محمد تشنه‌لب[۲]، مجتبی احمدیه خانه‌سر[۳]

[۱] دانشجوی دکترای مهندسی کامپیوتر- هوش‌مصنوعی، گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران،
z.zangeneh@gmail.com
[۲] استاد، قطب علمی کنترل صنعتی، دانشکده مهندسی‌برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، teshnehlab@eetd.kntu.ac.ir
[۳] استادیار، دانشکده برق و کامپیوتر، گروه مهندسی قدرت و کنترل، دانشگاه سمنان، ahmadieh@semnan.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۷/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱۰/۴)

چکیده: «شبکهٔ عصبیِ بر پایهٔ توابعِ شعاعی[۱]» یک تقریب‌گر عمومی می‌باشد. در این مقاله «تابعِ فعال‌سازِ گرانولی[۲]» برای بهبودِ یادگیری این شبکه در نویزی پیشنهاد می‌گردد که یک تابعِ گاوسی با «انحراف استاندارد بازه‌ای و میانگین ثابت» است و به آن «تابعِ فعال‌سازِ بازه‌ای» نیز گفته می‌شود. در لایهٔ میانیِ این شبکه، سه پارامترِ وابسته به توابعِ فعال‌سازِ گرانولی آموزش می‌بینند که «مرکزِ توابعِ فعال‌سازِ گرانولی» که مرکز دسته نامیده می‌شود، کرانِ پائینِ انحرافِ استاندارد و کرانِ بالایِ انحرافِ استاندارد این توابع می‌باشند. در لایهٔ خروجی دو پارامتر دیگر یعنی «مرکزِ وزن‌هایِ بازه‌ای» و «بازهٔ این وزن‌ها» آموزش می‌بینند. برای آموزش این پارامترها از روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» استفاده شده است. در این روش، آموزش شبکه در راستای «گرانوله‌سازیِ پائین به بالا[۳]» می‌باشد که در آن بردارهای ورودی به شکل گرانول‌های بزرگتر در لایهٔ میانی خوشه‌بندی می‌گردند. از روش «گرادیان نزولی» نیز برای آموزش پارامترهای شبکه استفاده شده و نتایج با روش جدید مقایسه گردیده است. عملکردِ این شبکه با شناساییِ «یک سیستمِ غیر خطیِ پویایِ U شکل با پنج ورودی[۴]» و پیش‌بینیِ «سریِ زمانیِ آشوبِ مکی گلاس[۵]» در شرایط نویزی و بدون نویز سنجیده می‌شود. از نتایج معلوم می‌گردد که استفاده از تابعِ فعال‌سازِ گرانولی در ساختار شبکهٔ عصبیِ RBF؛ باعث کاهش حساسیت به تغییرات ورودی شده و عملکرد آن در شرایط نویزی بهبود می‌یابد.

کلمات کلیدی: شبکهٔ عصبیِ بر پایهٔ توابعِ شعاعیِ گرانولی[۶]، تابعِ فعال‌سازِ گرانولی، داده‌هایِ نویزی، انحرافِ استانداردِ بازه‌ای، سیستم‌هایِ غیرِ خطیِ پویا و توابعِ آشوب.

Proposing Interval Activation Functions in Radial Basis Function Neural Network to Predict Nonlinear Dynamic Systems

Allahyar Zohoori Zangeneh, Mohammad Teshnehlab, Mojtaba Ahmadieh Khanesar

Abstract: A Radial Basis Function Neural Network (RBFNN) is a general approximator. In this paper a granular activation function is proposed to improve its learning under the noisy conditions. The granular activation function is also named the interval activation function and it is typicaly the Gaussian function which benefits from having a fixed mean and an uncertain standard deviation. The hidden layer of the proposed network has a total of three parameters to train that it consists the means, the lower bounds of the standard deviations and the higher bounds of the standard deviations of the Gaussian functions. The output layer parameters for training are the means of the interval weights and the intervals of the weights. “K-Means clustering algorithm” method is used to train

[1] Radial Basis Function Neural Network (RBFNN)
[2] Granular activation functions
[3] Bottom-up granulation
[4] Nonlinear dynamic system with multiple time delays
[5] Mackey glass chaotic time series
[6] Granular Radial Basis Function Neural Network (GRBFNN)

these parameters. The purpose of the above learning method is regarded as one of the granular method presenting the bottom-up granulation which causes the input vectors clustered in the larger granules in the hidden layer. Gradient descend method is also used to train these parameters to compare with this novel method. The structure is tested with or without noisy data to identify a nonlinear dynamic system with multiple time delays and to predict a chaotic model, Mackey-Glass. It has been shown that the sensibility related to input alterations reduces because of using the granular activation function in RBF Neural Network structure and the response of Granular RBF Neural Network with noisy data is better than RBF Neural Network.

Keywords: Granular Radial Basis Function Neural Network (GRBFNN), Granular activation function, Noisy data, Interval standard deviation, Nonlinear dynamic systems and Chaotic Models.

۱- مقدمه

یک تابع شعاعی[1] تابعی است که مقدار آن فقط به فاصله از یک نقطه که مرکز دسته می‌باشد وابسته است. این توابع در تخمین[2] [۲]، پیش‌بینیِ سری‌هایِ زمانی[3] [۱، ۴۳] و کنترل[۲۲] مورد استفاده قرار می‌گیرند. در یک شبکهٔ عصبی، از این توابع می‌توان؛ به عنوان تابعِ فعال‌سازیِ نُرون استفاده کرد. یک شبکهٔ عصبیِ بر پایه توابعِ شعاعی در حالت کلی شامل سه لایه می‌باشد، لایهٔ ورودی، لایهٔ میانی یا همان لایهٔ پنهان[4] و لایهٔ خروجی[۱، ۲۲- ۲۶].

در این مقاله یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، برای پردازش سیستم‌های همراه با نویز معرفی می‌گردد. توابع دارای «میانگینِ بازه‌ای و انحرافِ استانداردِ ثابت[5]» و یا «انحرافِ استانداردِ بازه‌ای و میانگینِ ثابت[6]»، دو نوع تابعِ فعال‌سازِ گرانولی می‌باشند[۶-۷، ۲۳]. یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، توابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولی با «انحرافِ استانداردِ بازه‌ای و میانگینِ ثابت» را، در یک سیستم عصبی وارد می‌نماید تا مقاومت در برابر نویز آن را افزایش دهد[۶-۷، ۱۰-۱۱، ۱۸، ۲۰].

یک سیستم عصبیِ گرانولی روشی مناسب‌تر نسبت به دیگر شبکه‌های عصبی در بررسی عدم قطعیت‌ها می‌باشد[۵]. زیرا در صورت وجود نویز در مقادیر ورودی، پایداری سیستم را در مقابل آن افزایش می‌دهد[۶-۷، ۱۰].

یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، می‌تواند به عنوان کلاسی از شبکه‌های تطبیق‌پذیر محسوب گردد. شبکه‌های عصبیِ تطبیق‌پذیر، توسعه یافته شبکه‌های پیش‌رو هستند که تابعِ فعال‌سازِ نُرون‌های آن می‌تواند به هر فرمی باشد یعنی لزومی ندارد به صورت سیگموید، سینوسی یا گاوسی باشد[۲]. این کلاس از شبکه‌های تطبیق‌پذیر در کاربردهای شناسایی، پیش‌بینی و کنترل سیستم‌ها استفاده شده و قابلیت خود را به خوبی نشان داده است. به سبب قابلیّت‌های خوب این شبکه‌ها، می‌توان از آن به‌عنوان یک مُدل کنندهٔ خطی سازی محلّی و یک روش خطی سازی متعارف در تخمین حالت و کنترل نیز نام برد[۲].

روش آموزش پارامترها در شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی یک مسأله با اهمیّت است. یکی از این روش‌ها بر مبنای «گرادیان نزولی[7]» بنا شده است، که محاسبهٔ مشتق در بعضی مراحل آن در قانون زنجیره‌ای[8] بسیار دشوار است. از طرفی به کار بردن آن ممکن است ما را در مینیمم محلی[9] گرفتار سازد[۳۵، ۳۶]. پیچیدگیِ «الگوریتم گرادیان نزولی» برای آموزش پارامترها در شبکهٔ عصبیِ RBF و شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی فارغ از تعداد ورودی‌ها از درجهٔ ۴ یعنی $O(m \times n \times T \times Epoch)$ می‌باشد؛ که m تعداد نُرون‌های لایهٔ میانی، n ابعاد ورودی‌ها، T تعداد نمونه‌های ورودی و $Epoch$ تعداد دفعات تکرار الگوریتم است[۳۵]. در این پژوهش سعی شده است یک روش دیگر که بتواند پارامترها را سریع‌تر و آسان‌تر از «گرادیان نزولی» آموزش دهد معرفی گردد. زیرا در روش «گرادیان نزولی»، همگرایی پارامترها به شدت وابسته به نرخ آموزشِ[10] مناسب است که اغلب یافتن آن بسیار دشوار می‌باشد[۳۶].

در روش پیشنهادی این مقاله که «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means[11]» نامیده می‌شود همگرایی پارامترها سریع‌تر و در تعداد دفعاتِ تکرار(مرحله)[12] کمتری[۲۳، ۳۷، ۴۴] صورت می‌گیرد. پیچیدگیِ «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» برای آموزش پارامترها در شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی بدون توجه به تعداد ورودی‌ها از درجهٔ ۳ یعنی $O(m \times T \times Epoch)$ می‌باشد؛ که m تعداد خوشه‌ها(یا همان تعداد نُرون‌های لایهٔ میانی)، T تعداد کلّ اشیاء(یا همان تعداد نمونه‌های ورودی) و $Epoch$ تعداد دفعات تکرار الگوریتم است[۳۷]. آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیله‌ی روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means»،

[1] Radial basis
[2] Estimation
[3] Time series prediction
[4] Hidden Layer
[5] Granular activation function having an uncertain mean and fixed standard deviation σ
[6] Granular activation function having an uncertain standard deviation σ and fixed mean
[7] Gradient descend
[8] Chain rule
[9] Local minimum
[10] Learning rate
[11] K-Means clustering algorithm
[12] Epoch

انعطاف‌پذیری سیستم را نسبت به آموزش با روش «گرادیان نزولی»، افزایش می‌دهد[۲۳، ۳۷].

از طرفی «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» در شناسایی و پیش‌بینیِ توابعِ آشوب با محدودیت‌هایی روبرو است؛ زیرا دو بردار ورودی که فاصلهٔ اقلیدسیِ[1] کوچکی دارند و ممکن است در لایهٔ پنهان در یک خوشه[2] قرار گیرند، می‌توانند در این گونه توابع خروجی‌هایِ دور از هم داشته باشند. مگر این که افق پیش‌بینی را در این توابع به قدری کوچک در نظر بگیریم تا دو بردار ورودی که فاصلهٔ اقلیدسی کوچکی دارند؛ خروجی‌هایِ نزدیک به هم تولید کنند[۲۷-۲۸]. به همین دلیل؛ بکار بردنِ «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» سبب می‌گردد که وزن‌هایِ لایهٔ خروجی بار بیشتری را در شناسایی و پیش‌بینیِ توابع آشوب تحمل نمایند[۳۷]. ولی در مورد شناساییِ سیستم‌هایِ غیرِ خطیِ پویا که آشوبی نیستند، «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» در تعداد تکرار کمتر عملکرد بهتری دارد.

عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، بوسیله شناساییِ «یک سیستمِ غیرِ خطیِ پویا با پنج ورودی[۶]» و پیش‌بینیِ «سریِ زمانیِ آشوبِ مکی گلاس[3] [۳۰]» مورد آزمایش قرار می‌گیرد[۲۷]. نویز به کار رفته دارای «نسبت سیگنال به نویز[4]» برابر صفر، پنج و ده خواهد بود که با شرایط بدون نویز مقایسه می‌گردد[۱۱].

از آنجا که در رابطه با آموزش پارامترهای لایهٔ میانیِ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، به کمک «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» و «گرادیان نزولی» در شرایط نویزی و بدون نویز و مقایسهٔ آن‌ها با یکدیگر و با دیگر شبکه‌هایِ عصبی و عصبی- فازی؛ پژوهشی انجام نشده است، این مقاله به‌منظور پاسخ به پرسش‌های زیر شکل گرفته است:

- شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ دو روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» یا «گرادیان نزولی»، و پارامترهای لایهٔ خروجی بوسیله‌ی روش «گرادیان نزولی» نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF با آموزش همهٔ پارامترها بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی»، در کدام یک از شرایط نویزی و بدون نویز بهتر عمل می‌کند؟
- ایجاد یک ساختار بازه‌ای در دو پارامتر الف) انحرافِ استانداردِ توابعِ فعال‌سازِ گرانولی که یک پارامتر غیرخطی لایهٔ میانی است و ب) وزن‌هایِ لایهٔ خروجی که یک پارامتر خطی لایهٔ خروجی است، چه تأثیری در افزایش کارایی سیستم در شرایط نویزی خواهد داشت؟
- در شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، آموزش پارامترهای غیرخطی لایهٔ میانی بوسیله‌ی روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» در مقایسه با «الگوریتم گرادیان نزولی» چه تفاوتی در شناساییِ سیستم‌هایِ غیرِ خطیِ پویا و پیش‌بینیِ توابعِ آشوب دارد؟ این تفاوت در خطایِ شناسایی و پیش‌بینی و زمان اجرایِ برنامه چگونه خواهد بود؟
- کارایی شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی در مدیریت عدم‌قطعیتِ ناشی از شرایط نویزی؛ نسبت به دیگر شبکه‌هایِ عصبی و عصبی- فازی چگونه است؟ آیا به کار بردن شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی نسبت به دیگر سیستم‌های هوشمند دارای مزیت است؟

۲- مرور کارهایِ انجام شده در زمینه نویز و کاهش اثرآن[5]

۲-۱ تعریف نویز

در یک تعریف کلی، به هر نوسان و تغییر ناخواسته که بر روی سیگنال‌های مورد اندازه‌گیری ظاهر شود، نویز گفته می‌شود. هر کمیّتی می‌تواند نویزی گردد[۱۴، ۱۶].

- در مدارهای الکتریکی بیشتر با نویر ولتاژ و جریان سر و کار داریم؛ این نویز ناشی از تغییراتِ دماییِ محیطِ انتقال انرژی و تاثیر آن بر روی حرکت الکترون‌ها است.
- در حوزهٔ امواج رادیویی و مایکروویو[6] با نویزهای الکترومغناطیسی و گاهی نیز با نویزی که ناشی از گرما یا تابش[7] و یون-های کم انرژی باشد روبرو هستیم.

در هر آزمایش دقیق و با کیفیت بالایی که انجام می‌شود؛ باید بتوان نویز محیط را پیش‌بینی و تأثیر آن را کم کرد. اهمیّت تحلیل نویز هنگامی کاملا نمایان می‌شود که متوجه می‌شویم کیفیت سیگنال اندازه‌گیری شده تنها به مقدار انرژی سیگنال بستگی ندارد بلکه به وسیلهٔ «نسبت سیگنال به نویز» تعیین می‌شود . نتیجه تحقیقات نشان می‌دهد که بهترین روش برای بهبود «نسبت سیگنال به نویز»، کاهش نویز است نه افزایش قدرت سیگنال[۱۰-۱۱، ۱۶].

۲-۲ فرآیند تولید نویز

نویز طبق تعریف، غیر قابل کنترل است و مقدار دقیق آن در آزمایش‌های گوناگون با هم متفاوت است. پس در واقع فرآیند تولید نویز از نوع فرآیندهای تصادفی است و معمولاً تابعِ توزیعِ احتمالِ[8] [۳۹] متغیّر تصادفی نویز را بر اساس قضیهٔ حد مرکزی[9] [۳۹] به شکل گاوسی یا

[1] Euclidean distance
[2] Cluster
[3] Mackey glass chaotic time series
[4] Signal to Noise Ratio(SNR)

[5] Noise Reduction
[6] Microwave
[7] Radiation
[8] Probability Distribution Function (PDF)
[9] نظریّه حدّ مرکزی بیان می‌کند که اگر تعداد نمونه‌های یک متغیّر تصادفی به سمت بی‌نهایت میل کند، تابعِ توزیعِ احتمالِ آن متغیر تصادفی به سوی توزیع نُرمال میل می‌کند.

نرمال در نظر می‌گیرند. البته در شرایطی که تعداد نمونه‌های؛ «متغیّرِ تصادفی» نویز کم باشد؛ ممکن است توزیع‌های دیگری نیز مدّ نظر قرار گیرد.

تصادفی بودن نویز سبب می‌شود که تابعِ توزیعِ احتمالِ آن از نوع «نُرمال یا گاوسیِ با میانگینِ صفر» و به صورت $\mathcal{N}(0,\sigma_n^2)$ در نظر گرفته شود[۹]. بنابراین برای توصیف نویز از مقادیر مربعِ آن استفاده می‌شود. مقدار مؤثر[1] نویز از جذر میانگین مربعات[2] آن به دست می‌آید. البته این پارامتر هیچ اطلاعاتی در مورد چگونگی تغییر مقدار نویز با زمان و یا اجزای فرکانسی آن نمی‌دهد. اگر ویژگی‌های آماری نویز مانند واریانس[3] یا انحرافِ استاندارد و یا مقدار مؤثر آن با زمان تغییر نکند به آن نویز ایستا[4] گفته می‌شود[۹].

در سیستم هایی که چند منبع نویز وجود داشته باشد نویز کلی می‌تواند به صورت مجموع نویزهای مختلف در نظر گرفته شود. اگر این نویزها مستقل[5] از یکدیگر باشند می‌توان مقدار مؤثر را به صورت جمع مقدارهای مؤثر تک تک منابع نویز در نظر گرفت[۳۹-۴۱].

۲-۳ انواع نویز

نویزها بیشتر بر اساس تغییرات زمانی و فرکانسی خود از یکدیگر متمایز می‌شوند. در شبکهٔ عصبیِ بر پایه توابعِ شعاعیِ گرانولی، با نویزهایی سروکار داریم که از نوع سیگنال‌های «گسستهٔ در زمانِ تصادفی[6]» می‌باشند. یک گروه مهم از این سیگنال‌ها، سیگنال‌های WSS[7] است[۴۳]. یک سیگنال «گسستهٔ در زمانِ تصادفی» مانند دنبالهٔ نویزیِ $\left(n_r^{(t)}\right)_{r\in N}$ را یک سیگنال WSS گویند اگر داشته باشیم:

$$E\left(n_r^{(t)}\right) = a\ constant\ value \quad \forall r\epsilon[-\infty \quad \infty] \qquad (۱)$$

$$E\left(n_p^{(t)} n_q^{(t)}\right) = E\left(n_{p+r}^{(t)} n_{q+r}^{(t)}\right), \quad \forall p,q,r\epsilon N \qquad (۲)$$

از فرمول‌هایِ (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که برای WSS بودن یک سیگنال «گسستهٔ در زمانِ تصادفی» مانند دنبالهٔ نویزیِ $\left(n_r^{(t)}\right)_{r\in N}$؛ میانگین آن به ازای هر مقدار r باید ثابت باشد.

$$E\left(\left(n_r^{(t)}\right)^2\right) = a\ constant\ value \Rightarrow Var\left(n_r^{(t)}\right) = a\ constant\ value \qquad (۳)$$

از فرمول (۳) نتیجه می‌گیریم که برای WSS بودن یک سیگنال «گسستهٔ در زمانِ تصادفی» مانند دنبالهٔ نویزیِ $\left(n_r^{(t)}\right)_{r\in N}$؛ واریانس آن به ازای هر مقدار r باید ثابت باشد. برخی از عمومی‌ترین نویزهای موجود، عبارتند از:

- **نویز سفید[8].** به یک دنبالهٔ نویزی مانند $\left(n_r^{(t)}\right)_{r\in N}$، نویز سفید گفته می‌شود اگر متغیر تصادفی $n_r^{(t)}$ در این دنباله؛ دارای میانگین صفر بوده و داشته باشیم:

$$E\left(\left(n_r^{(t)}\right)^2\right) = Var\left(n_r^{(t)}\right) = {\sigma_n}^2 = a\ constant\ value \qquad (۴)$$

تابع چگالی توان[9] و یا طیف توان[10] نویز سفید به فرکانس آن بستگی ندارد و دارای دامنهٔ ثابتی برابر ${\sigma_n}^2$ است که به آن توان نویز گفته می‌شود. البته این یک تعریف ایده‌آل است زیرا اگر از یک عدد ثابت نسبت به فرکانس انتگرال بگیریم، واریانس نویز (یا همان توان نویز) بی‌نهایت به دست می‌آید. نویز سفید به دو صورت ظاهر می شود؛ نویز دمایی[11] و اثر ساچمه‌ای[12].

- **آشفتگیِ هارمونیک[13].** آشفتگی‌های هارمونیک در واقع نویزهای تصادفی نیستند بلکه آشفتگی‌هایی هستند که از منابع نزدیک بر روی سیستم افتاده است. این نویزها می‌توانند به وسیله طراحی‌های مناسب حذف شوند. روش‌هایی که برای حذف این نویز استفاده می‌شوند عبارتند از؛ پوشش محافظ[14]، زمین کردن[15] مناسب و کاهش حساسیت سیستم[16] به نویز. از آن‌جا که آشفتگی‌های هارمونیک دارای فرکانس‌های مشخصی هستند، باعث ایجاد نوسانات نامیرا[17] در سیگنال و ایجاد ضربه[18] در طیف فرکانسی[19] می‌شوند. این رفتار تکین[20] باعث می‌شود که نوع آن‌ها با نویزهای دیگر فرق کند.

- **نویز صورتی[21] یا نویزِ $\frac{1}{f}$.** در بررسی سیستم‌ها؛ نویز واقعی سفید نیست بلکه «صورتی» است. به این معنا که دارای فرکانس قطع است. این فرکانس قطع باعث می‌شود که واریانس نویز محدود شود. طیف توان این نویز با آهنگِ $\frac{1}{f}$ کاهش پیدا می‌کند. توان نویزِ $\frac{1}{f}$ بستگی به نحوه تولید آن دارد و از وسیله‌ای به وسیله دیگر متفاوت است.

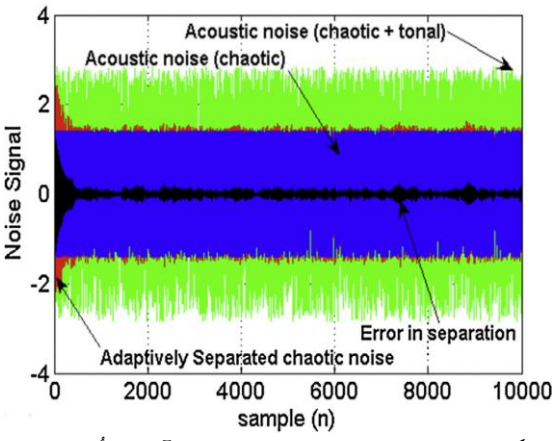
- **نویز آشوبی[22].** این نویز می‌تواند توسط ماشین‌هایی که دارای قسمت گردنده[23] و با لبه‌هایِ تیز[24] می‌باشند تولید گردد. معمولاً این نویز

---

[1] Effective
[2] Root Mean Square (RMS)
[3] واریانس معرف انرژی نویز است
[4] Static
[5] نویزهایی مستقل هستند که میانگین حاصل‌ضرب دو به دوی نویزها صفر شود
[6] Stochastic Discrete Time Signal
[7] Wide-Sense Stationary

[8] White Noise
[9] Power Spectral Density
[10] Power Spectrum
[11] Thermal Noise
[12] Shot Noise
[13] Harmonic Disturbance or Harmonic Oscillation
[14] Shield
[15] Earthing
[16] System Sensitivity Reduction
[17] Undamped Oscillations
[18] Impulse
[19] Frequency Spectrum
[20] Singularity Behavior
[21] Pink Noise or Flicker Noise
[22] Chaotic Noise
[23] Rotating part
[24] Blades

با یک تُن صدا[1] ترکیب می‌گردد که وابسته به سرعت چرخش قسمت گردان ماشین می‌باشد. بخش آشوبی نویز مربوط به برخورد لبه‌هایِ تیز به هوای اطراف می‌باشد[۹].



شکل ۱. نمودارِ تغییراتِ نویزِ حاصل از ترکیب بخش آشوبی و تُن صدا، پیش و پس از جداسازی این دو بخش، در دامنهٔ زمان[۹]

۲-۴ کاهش اثر نویز

پدیده نویز در کنترل سیستم‌های مختلف مشکلی عمومی است و سیستم‌هایِ هوشمند بویژه سیستم‌هایِ هوشمندِ نوعِ۲[2] [۶-۷، ۱۱] که در آن‌ها مدیریت عدم قطعیت به خوبی صورت می‌پذیرد؛ در این حیطه وارد شده‌اند. تشخیص نویز[3] و حذف نویز[4] در بسیاری از زمینه‌ها مانند پردازش تصویر در کنار کاهش اثر نویز از اهمیّت بالایی برخوردارند. با وجود پیشرفت در طراحی شبکه‌های عصبی، ارائه روش‌هایی که نیاز به دورهٔ آموزش کمتری دارند هنوز مفید است. برخی از این روش‌ها در این‌جا آورده شده است:

- استفاده از فیلتر غیرخطی «کاهش نویزِ ضربهٔ فازی[5]» [۱۳-۱۴].
- به کار بردن روش موجک[6] [۱۲].
- الگوریتم فیلتر خطی FXLMS[7] [۷].
- الگوریتم کنترل با فیلتر غیرخطی VFXLMS[8] [۱۵].
- انواع شبکه‌های عصبی مانند شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی [۱۸، ۲۰] و شبکهٔ عصبیِ ارتباط تابعی[9] [۹].
- سیستم‌های منطق فازی نوع۲[10] [۱۰-۱۱] که به عنوان نمونه می‌توان با شبکهٔ عصبی- فازی نوع۲ بازه‌ای[11] [۶-۷] آن را پیاده‌سازی نمود.

[1] Tonal
[2] Type 2 Intelligenet Systems
[3] Noise Detection
[4] Noise Canceling
[5] Fuzzy Impulse Noise Reduction Method (FINRM)
[6] Wavelet
[7] Filtered-X Least Mean Square
[8] Volterra Filtered-X Least Mean Square
[9] Functiona Link Artificial Neural Network (FLANN)
[10] Type-2 Fuzzy Logic Systems (T2FLSs)
[11] Interval Type-2 Fuzzy Neural Network

۳- معرفی شبکهٔ عصبیِ RBF

ماتریس n سطری $\boldsymbol{X}^{(t)}$، ورودی شبکهٔ عصبی است که به شکل یک دسته دادهٔ ورودی به آن وارد می‌شود. و ماتریس $\boldsymbol{N}^{(t)}$، نویز اضافه شده به این دسته دادهٔ ورودی می‌باشد. ماتریس $\boldsymbol{w}^{j,(t)}$ شامل وزن‌هایِ لایهٔ پنهانِ شبکه و ماتریس‌های $\boldsymbol{c}^{j,(t)}$ و $\boldsymbol{\sigma}^{j,(t)}$، به ترتیب شامل مقادیر مرکز و انحرافِ استانداردِ «توابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ نُرون j اُمِ لایهٔ پنهانِ شبکه[12]» می‌باشند. اندیس‌های j، r و t به صورت زیر تعریف می‌گردند[۲۳]:

- برای تعداد خوشه‌ها[13] یا تعداد نُرون‌های لایهٔ میانی داریم: $j = 1,2,\dots,m$
- برای ابعاد ورودی‌ها داریم: $r = 1,2,\dots,n$
- برای شماره نمونه‌های ورودی داریم: $t = 1,2,\dots,T$

هم‌چنین مقادیر اولیه‌ی مرکزِ توابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ نُرون‌هایِ لایهٔ پنهان؛ یعنی $\boldsymbol{c}^{j,(0)}$ معادل $\boldsymbol{w}^{j,(0)}$ در نظر گرفته می‌شود. تابع $\boldsymbol{\psi}$، تابعِ فعال سازِ گاوسیِ نُرون‌هایِ لایهٔ میانی است. نُرم بکار رفته در این‌جا نُرم اقلیدسی می‌باشد. خروجی اولیه‌ی نُرون j اُمِ لایهٔ میانی یعنی $o^{j,(0)}$ را می‌توان به وسیله فرمول زیر به‌دست آورد[۲۳- ۲۶]:

$$o^{j,(0)} = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(0)}+n_r^{(0)}-c_r^{j,(0)}}{\sigma_r^{j,(0)}}\right)^2\right] = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(u_r^{j,(0)}\right)^2\right] = \psi\left(d^{j,(0)}\right) = exp\left(-\frac{1}{2}d^{j,(0)}\right) \quad (۵)$$

شکل ماتریسی متغیرهای به کار رفته عبارت است از:

$$\boldsymbol{X}^{(t)} = \begin{bmatrix} x_1^{(t)} \\ x_2^{(t)} \\ \vdots \\ x_n^{(t)} \end{bmatrix}_{n\times 1}, \quad \boldsymbol{N}^{(t)} = \begin{bmatrix} n_1^{(t)} \\ n_2^{(t)} \\ \vdots \\ n_n^{(t)} \end{bmatrix}_{n\times 1}, \quad \boldsymbol{c}^{j,(t)} = \begin{bmatrix} c_1^{j,(t)} \\ c_2^{j,(t)} \\ \vdots \\ c_n^{j,(t)} \end{bmatrix}_{n\times 1} = \boldsymbol{w}^{j,(t)} = \begin{bmatrix} w_1^{j,(t)} \\ w_2^{j,(t)} \\ \vdots \\ w_n^{j,(t)} \end{bmatrix}_{n\times 1}, \quad \boldsymbol{\sigma}^{j,(t)} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{j,(t)} \\ \sigma_2^{j,(t)} \\ \vdots \\ \sigma_n^{j,(t)} \end{bmatrix}_{n\times 1} \quad (۶)$$

برای مقادیر وزن‌هایِ اتصالِ بین لایهٔ ورودی و لایهٔ پنهانِ شبکه؛ ماتریس زیر را خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{W}^{(t)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}^{1,(t)} & \boldsymbol{w}^{2,(t)} & \dots & \boldsymbol{w}^{m,(t)} \end{bmatrix}_{1\times m} = \begin{bmatrix} w_1^{1,(t)} & w_1^{2,(t)} & \dots & w_1^{m,(t)} \\ w_2^{1,(t)} & w_2^{2,(t)} & \dots & w_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n^{1,(t)} & w_n^{2,(t)} & \dots & w_n^{m,(t)} \end{bmatrix}_{n\times m} \quad (۷)$$

برای مقادیر مرکزِ توابعِ فعال‌سازِ نُرون‌هایِ لایهٔ پنهان؛ ماتریس زیر را خواهیم داشت:

[12] Gaussian activation functions of the jth neuron in the hidden layer of the neural network
[13] Clusters

$$\boldsymbol{C}^{(t)} = [\boldsymbol{c}^{1,(t)} \quad \boldsymbol{c}^{2,(t)} \quad \dots \quad \boldsymbol{c}^{m,(t)}]_{1\times m} = \begin{bmatrix} c_1^{1,(t)} & c_1^{2,(t)} & \dots & c_1^{m,(t)} \\ c_2^{1,(t)} & c_2^{2,(t)} & \dots & c_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_n^{1,(t)} & c_n^{2,(t)} & \dots & c_n^{m,(t)} \end{bmatrix}_{n\times m} \tag{۸}$$

و برای مقادیر انحرافِ استاندارد این نُرون‌ها؛ ماتریس زیر را خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(t)} = [\boldsymbol{\sigma}^{1,(t)} \quad \boldsymbol{\sigma}^{2,(t)} \quad \dots \quad \boldsymbol{\sigma}^{m,(t)}]_{1\times m} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{1,(t)} & \sigma_1^{2,(t)} & \dots & \sigma_1^{m,(t)} \\ \sigma_2^{1,(t)} & \sigma_2^{2,(t)} & \dots & \sigma_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_n^{1,(t)} & \sigma_n^{2,(t)} & \dots & \sigma_n^{m,(t)} \end{bmatrix}_{n\times m} \tag{۹}$$

خروجی لایهٔ پنهان شبکهٔ عصبی برای یک دسته دادهٔ ورودی برابر خواهد بود با:

$$\boldsymbol{O}^{(t)} = [o^{1,(t)} \ o^{2,(t)} \dots o^{m,(t)}] = [\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{1,(t)}, \boldsymbol{\sigma}^{1,(t)}) \ \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{2,(t)}, \boldsymbol{\sigma}^{2,(t)}) \dots \ \dots \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{m,(t)}, \boldsymbol{\sigma}^{m,(t)})] \tag{۱۰}$$

$$\boldsymbol{O}^{(t)} = \left[\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{1,(t)}}{\sigma_r^{1,(t)}}\right)^2\right] \ \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{2,(t)}}{\sigma_r^{2,(t)}}\right)^2\right] \dots \ \dots \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{m,(t)}}{\sigma_r^{m,(t)}}\right)^2\right]\right] \tag{۱۱}$$

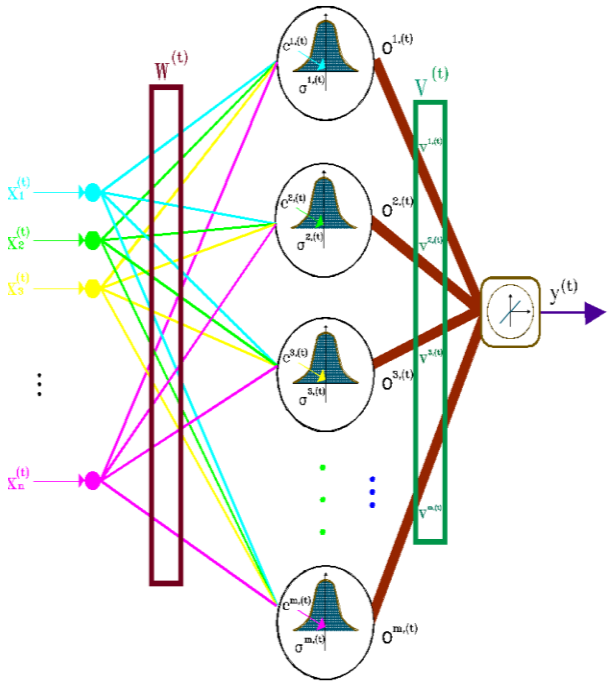
اکنون خروجی نهایی شبکهٔ عصبی برای یک نمونهٔ دادهٔ ورودی برابر خواهد بود با[۲۳]:

$$y_{\boldsymbol{\mathcal{N}}}{}^{(t)} = \sum_{j=1}^{m}\left(v^{j,(t)} \times o^{j,(t)}\right) \tag{۱۲}$$

آنجا که $v^{j,(t)}$، وزنِ اتصال بین لایهٔ میانی و لایهٔ خروجی برای j اُمین نُرون لایهٔ پنهان است و یک پارامتر خطی می‌باشد. در نهایت در یک فرمول کلی برای هر یک از $t = 1,2,\dots,T$ نمونهٔ دادهٔ ورودی خواهیم داشت[۲۳]:

$$y_{\boldsymbol{\mathcal{N}}}{}^{(t)} = \boldsymbol{G}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{C}^{(t)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(t)}, \boldsymbol{V}^{(t)}\right) = \sum_{j=1}^{m}\left[v^{j,(t)} \times \boldsymbol{\psi}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{j,(t)}, \boldsymbol{\sigma}^{j,(t)}\right)\right] = \sum_{j=1}^{m}\left(v^{j,(t)} \times o^{j,(t)}\right) \tag{۱۳}$$

که $\boldsymbol{V}^{(t)} = \begin{bmatrix} v^{1,(t)} \\ v^{2,(t)} \\ \vdots \\ v^{m,(t)} \end{bmatrix}_{m\times 1}$ ماتریس وزن‌های اتصالِ بین لایهٔ میانی و لایهٔ خروجی می‌باشد[۲۳].



شکل ۲. یک شبکهٔ عصبیِ RBF

۳-۱ روش‌های آموزش بکار رفته در شبکهٔ عصبیِ RBF

برای آموزش پارامترهایِ غیرخطیِ لایهٔ میانی که «مرکز» و «انحرافِ استانداردِ» توابعِ فعال‌سازِ گاوسی می‌باشند می‌توان از دو روش آموزش یکی از نوع آموزش بی‌سرپرست[1] [۳۳] یعنی «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means با m خوشه»[۲۳، ۳۷] و دیگری از نوع آموزش با سرپرست[2] [۳۳] یعنی «گرادیان نزولی» استفاده نمود[۲۳، ۳۵].

۳-۲ الگوریتم خوشه‌بندی K-Means با m خوشه

گام‌های الگوریتم برای آموزش «مرکزِ توابعِ فعال‌سازِ گاوسی» به شرح زیر است و کاملاً مشابه الگوریتم آموزش «انحرافِ استانداردِ آن‌ها» می‌باشد، جز آنکه در الگوریتم آموزش «انحرافِ استاندارد»، به جای «مرکزِ توابعِ فعال‌سازِ گاوسی» یعنی $c_r^{j,(t)}$، «انحرافِ استاندارد» یعنی $\sigma_r^{j,(t)}$ جایگزین می‌گردد[۲۳، ۳۷]:

۱. به دو پارامتر «مرکز» یا «انحرافِ استاندارد» توابعِ فعال‌سازِ گاوسی مربوط به نُرون‌های لایهٔ میانی، مقادیر تصادفی اولیه به شکل $c_r^{j,(0)}$ و $\sigma_r^{j,(0)}$ و در بازهٔ [0 1] نسبت می‌دهیم. برای این دو پارامتر یعنی $c_r^{j,(t)}$ و $\sigma_r^{j,(t)}$، اندیس‌های j، r و t همانند گذشته تعریف می‌گردند.

۲. بردار ورودی آموزشی جدید را اعمال می‌کنیم.

$$\boldsymbol{X}^{(t)} + \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)} = [(x_1^{(t)} + n_1^{(t)}) \ (x_2^{(t)} + n_2^{(t)}) \dots (x_n^{(t)} + n_n^{(t)})] \tag{۱۴}$$

[1] Unsupervisory Learning
[2] Supervisory Learning

۳. به یکی از دو روش زیر، تعلق بردار ورودی آموزشی جدید $\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}$ را به یک خوشه تعیین می‌کنیم.

۳-۱. نزدیکترین مرکزِ توابعِ فعال‌سازِ گاوسی؛ نسبت به بردار $\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}$ را به دست می‌آوریم. در این‌جا از فاصله اقلیدسی به عنوان معیار نزدیکی بین بردار ورودی $\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}$ و مرکز خوشه $\boldsymbol{c^{j,(t)}}$ به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$J_j^{(t)}=\sqrt{(\|\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}-\boldsymbol{c^{j,(t)}}\|_2)}=\sqrt{\sum_{r=1}^{n}\left(x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{j,(t)}\right)^2} \quad (۱۵)$$

۳-۲. تعلق «هر بردار ورودی به یک خوشه» را با استفاده از ماتریس تعلق[1] $\boldsymbol{U}$ به ابعاد $n\times m$ تعیین می‌کنیم. در این ماتریس دودویی، درایه $u_r^{j,(t)}$ برابر یک است اگر rاُمین داده بردار ورودی یعنی $x_r^{(t)}+n_r^{(t)}$، به گروه j تعلق داشته باشد و در غیر این‌صورت برابر صفر خواهد بود. این ماتریس می‌تواند به‌صورت زیر توصیف شود:

$$\boldsymbol{U^{(t)}}=\begin{bmatrix} u_1^{1,(t)} & u_1^{2,(t)} & \dots & u_1^{m,(t)} \\ u_2^{1,(t)} & u_2^{2,(t)} & \dots & u_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n^{1,(t)} & u_n^{2,(t)} & \dots & u_n^{m,(t)} \end{bmatrix}_{n\times m} \quad (۱۶)$$

که در آن داریم:

$$u_r^{j,(t)}=\begin{cases}1 & if \quad \left\|x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{j,(t)}\right\|_2\le\left\|x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{k,(t)}\right\|_2 \\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$$\forall\, k=1,2,\dots,m,\ \forall r=1,2,3,\dots,n \mid k\neq j \quad (۱۷)$$

ماتریس تعلق دودویی $\boldsymbol{U}$ لازم است که هر دو ویژگی (۱۸) و (۱۹) را داشته باشد.

$$\sum_{j=1}^{m}u_r^{j,(t)}=1 \qquad \forall r=1,2,3,\dots,n \quad (۱۸)$$

$$\sum_{r=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}u_r^{j,(t)}=n \quad (۱۹)$$

از آنجایی‌که هر بردار ورودی تنها می‌تواند به یک خوشه تعلق داشته باشد، با ضرب بردار ورودی آموزشی جدید $\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}$ در ماتریس تعلق $\boldsymbol{U}$ به ماتریس زیر می‌رسیم:

$$\left(\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}\right)\times\boldsymbol{U^{(t)}} = \left[\left(x_1^{(t)}+n_1^{(t)}\right)\ \left(x_2^{(t)}+n_2^{(t)}\right)\dots\left(x_n^{(t)}+n_n^{(t)}\right)\right]_{1\times n} \times\begin{bmatrix} u_1^{1,(t)} & u_1^{2,(t)} & \dots & u_1^{m,(t)} \\ u_2^{1,(t)} & u_2^{2,(t)} & \dots & u_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n^{1,(t)} & u_n^{2,(t)} & \dots & u_n^{m,(t)} \end{bmatrix}_{n\times m} \quad (۲۰)$$

$$\left(\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}\right)\times\boldsymbol{U^{(t)}} = \left[\left(x_1^{(t)}+n_1^{(t)}\right).u_1^{1,(t)}+\left(x_2^{(t)}+n_2^{(t)}\right).u_2^{1,(t)}+\dots+\left(x_n^{(t)}+n_n^{(t)}\right).u_n^{1,(t)}\ \left(x_1^{(t)}+n_1^{(t)}\right).u_1^{2,(t)}+\left(x_2^{(t)}+n_2^{(t)}\right).u_2^{2,(t)}+\dots+\left(x_n^{(t)}+n_n^{(t)}\right).u_n^{2,(t)}\ \dots\ \left(x_1^{(t)}+n_1^{(t)}\right).u_1^{m,(t)}+\left(x_2^{(t)}+n_2^{(t)}\right).u_2^{m,(t)}+\dots+\left(x_n^{(t)}+n_n^{(t)}\right).u_n^{m,(t)}\right] \quad (۲۱)$$

هر درایه ماتریس حاصلضرب مربوط به یک خوشه است و هر چه مقدار یک درایه بزرگتر باشد احتمال تعلق بردار ورودی به آن خوشه بیشتر می‌گردد. قطعی‌ترین حالت زمانی است که به جز یک درایه بقیه آن‌ها صفر باشند و بدترین وضعیت زمانی رخ می‌دهد که مقدار دو یا چند درایه مساوی گردد که در این صورت تعلق بردار ورودی به یکی از خوشه‌هایی که مقدار درایه مربوط به آن‌ها مساوی است، به صورت تصادفی تعیین می‌گردد.

۴. تابع هزینه می تواند توسط رابطه زیر تعریف گردد:

$$J^{(t)}=\sum_{j=1}^{m}J_j^{(t)}=\sum_{j=1}^{m}\left\|\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}-\boldsymbol{c^{j,(t)}}\right\|_2 =\sum_{j=1}^{m}\sqrt{\sum_{r=1}^{n}\left(x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{j,(t)}\right)^2} \quad (۲۲)$$

۵. مرکز خوشه $c^{j,(t)}$ را به کمک رابطهٔ (۲۳) و انحراف استاندارد خوشه $\sigma^{j,(t)}$ را به وسیلهٔ رابطهٔ (۲۴) تغییر می‌دهیم.

$$\boldsymbol{c^{j,(t+1)}}=\boldsymbol{c^{j,(t)}}+\lambda_c^{(t)}(t)(\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}-\boldsymbol{c^{j,(t)}}) \quad (۲۳)$$

$$\boldsymbol{\sigma^{j,(t+1)}}=\boldsymbol{\sigma^{j,(t)}}+\lambda_\sigma^{(t)}(t)(\boldsymbol{X^{(t)}}+\boldsymbol{\mathcal{N}^{(t)}}-\boldsymbol{\sigma^{j,(t)}}) \quad (۲۴)$$

پارامترهایِ $\lambda_c^{(t)}$ و $\lambda_\sigma^{(t)}$ ضرایب آموزش تطبیقی هستند که توسط یک تابع خطی از t به شکل زیر آموزش می‌بینند.

$$\lambda_c^{(t)}=\lambda_c^{(0)}(1-\tfrac{t}{T}) \quad (۲۵)$$

$$\lambda_\sigma^{(t)}=\lambda_\sigma^{(0)}(1-\tfrac{t}{T}) \quad (۲۶)$$

پارامترهایِ $\lambda_c^{(0)}$ و $\lambda_\sigma^{(0)}$ ضرایب آموزش تطبیقی اولیه، پارامتر t دورهٔ آموزشی فعلی و T تعداد کل تکرار برای آموزش است.

۶. شرط خاتمه حلقه[2] می‌تواند به یکی از سه شکل زیر در نظر گرفته شود که در صورت برقراری یکی از آن‌ها آموزش پایان می‌یابد و در غیر اینصورت به گام دو برمی‌گردیم.

الف) بعد از طی تعداد تعیین شده‌ای از تکرار.

ب) در صورتی‌که برای تابع هزینه مقدار معین بدست آمده باشد.

ج) بهبود تابع هزینه نسبت به تکرار قبلی کمتر از یک حد آستانه معین باشد.

[1] Membership matrix

[2] End of loop condition

۳-۱-۱ الگوریتم پس‌انتشار خطا با استفاده از گرادیان نزولی[1]

الگوریتم پس انتشار خطا برای n ورودی و m خوشه و یک خروجی، بر اساس مجموعِ مربعاتِ خطا به صورت زیر محاسبه می‌گردد در این الگوریتم نرخ آموزش می‌تواند برای تمام پارامترها یکسان یا متفاوت در نظر گرفته شود[۳۳- ۳۵].

$$e^{(t)} = d^{(t)} - y_{\mathcal{N}}{}^{(t)}\,, \qquad E^{(t)} = \frac{1}{2}\left(e^{(t)}\right)^2 \tag{۲۷}$$

برای وزن‌های لایهٔ خروجی که پارامترهای خطی می‌باشند داریم:

$$\Delta v^{j,(t)} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial v^{j,(t)}} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial y^{(t)}} \times \frac{\partial y^{(t)}}{\partial v^{j,(t)}} \tag{۲۸}$$

$$\Delta v^{j,(t)} = -\eta \times e^{(t)} \times (-1) \times o^{j,(t)} \tag{۲۹}$$

$$v^{j,(t+1)} = v^{j,(t)} + \Delta v^{j,(t)} = v^{j,(t)} + \eta e^{(t)} o^{j,(t)} \tag{۳۰}$$

برای پارامترهای لایهٔ میانی خواهیم داشت:

$$\Delta c_r^{j,(t)} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial c_r^{j,(t)}} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial y^{(t)}} \times \frac{\partial y^{(t)}}{\partial o^{j,(t)}} \times \frac{\partial o^{j,(t)}}{\partial d^{j,(t)}} \times \frac{\partial d^{j,(t)}}{\partial c_r^{j,(t)}} \tag{۳۱}$$

$$\Delta c_r^{j,(t)} = -\eta \times e^{(t)} \times (-1) \times v^{j,(t)} \times \frac{o^{j,(t)} \times d^{j,(t)}}{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}} \tag{۳۲}$$

$$c_r^{j,(t+1)} = c_r^{j,(t)} + \Delta c_r^{j,(t)} = c_r^{j,(t)} + \eta e^{(t)} v^{j,(t)} \frac{o^{j,(t)} \times d^{j,(t)}}{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}} \tag{۳۳}$$

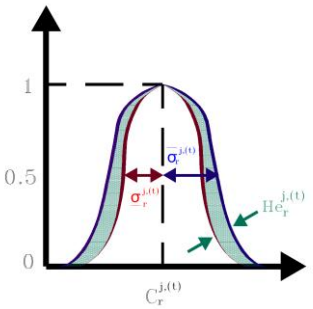
$$\Delta \sigma_r^{j,(t)} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial \sigma_r^{j,(t)}} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial y^{(t)}} \times \frac{\partial y^{(t)}}{\partial o^{j,(t)}} \times \frac{\partial o^{j,(t)}}{\partial d^{j,(t)}} \times \frac{\partial d^{j,(t)}}{\partial \sigma_r^{j,(t)}} \tag{۳۴}$$

$$\Delta \sigma_r^{j,(t)} = -\eta \times e^{(t)} \times (-1) \times v^{j,(t)} \times \frac{o^{j,(t)} \times d^{j,(t)}}{\sigma_r^{j,(t)}} \tag{۳۵}$$

$$\sigma_r^{j,(t+1)} = \sigma_r^{j,(t)} + \Delta \sigma_r^{j,(t)} = \sigma_r^{j,(t)} + \eta e^{(t)} v^{j} \frac{d^{j,(t)} \times o^{j,(t)}}{\sigma_r^{j,(t)}} \tag{۳۶}$$

۴- معرفی شبکهٔ عصبی بر پایه تابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولی

نمونه‌ای از تابع فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولی بکار رفته در نُرون‌های لایهٔ میانی، در شکلِ۳ نشان داده شده است. به این نوع توابع، تابعِ گاوسیِ مدلِ ابر[2] گفته می‌شود و دارای سه مشخصهٔ عددی می‌باشند. این سه مشخصهٔ عددی ۱) مرکز تابعِ گاوسی ۲) عدم قطعیت اندازه‌گیری شده و ۳) بالاترین مقدار عدم قطعیت هستند که به ترتیب و در ادامهٔ مطلب تعریف شده‌اند [۱۷-۲۱، ۲۳].



شکل۳. تابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولی در نُرون‌های لایهٔ میانی

۱. نمونه‌های دارای بیشترین تکرار را با $c_r^{j,(t)}$ نشان می دهند که مرکز یک تابعِ گاوسی است. در پیاده سازی، مراکز توابعِ گاوسی در یک ماتریس به نام $\left(mean^{(t)}\right)^T$ ذخیره می‌گردند. تعداد سطرهای این ماتریس همان تعداد ورودی‌های شبکهٔ عصبی و تعداد ستون‌های آن برابر تعداد نُرون‌های لایهٔ میانی است. این مقادیر بازه‌ای نیستند[۱۸، ۲۳].

$$\left(\boldsymbol{mean}^{(t)}\right)^T = \boldsymbol{C}^{(t)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}^{1,(t)} & \boldsymbol{c}^{2,(t)} & \dots & \boldsymbol{c}^{m,(t)} \end{bmatrix}_{1\times m} = \begin{bmatrix} c_1^{1,(t)} & c_1^{2,(t)} & \dots & c_1^{m,(t)} \\ c_2^{1,(t)} & c_2^{2,(t)} & \dots & c_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_n^{1,(t)} & c_n^{2,(t)} & \dots & c_n^{m,(t)} \end{bmatrix}_{n\times m} \tag{۳۷}$$

۲. عدم قطعیت اندازه‌گیری شده را با متغیر اِنتروپی[3] [۲۳] مُدل می‌کنند که در ارتباط با انحرافِ استاندارد است. انحرافِ استاندارد دارای مقادیر بازه‌ای است و کرانِ پائینِ آن در یک ماتریس به نام $\left(STDEVleft^{(t)}\right)^T$ و کرانِ بالا در ماتریس دیگری به نام $\left(STDEVright^{(t)}\right)^T$ ذخیره می‌گردد. در هر دو ماتریس تعداد سطرها همان تعداد ورودی‌های شبکهٔ عصبی و تعداد ستون‌ها تعداد نُرون‌های لایهٔ میانی است[۱۸، ۲۶]. هر چه میزان نویز تزریق شده به داده‌ها بیشتر باشد فاصله کرانِ پائینِ انحرافِ استاندارد از کرانِ بالایِ آن بیشتر می‌گردد و در نتیجه اِنتروپی بزرگتری خواهیم داشت که با پهن‌تر شدن تابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولی برای مدیریت عدم قطعیت بزرگتر همراه است[۴، ۵].

$$\left(\boldsymbol{STDEVleft}^{(t)}\right)^T = \underline{\boldsymbol{\Sigma}}^{(t)} = \begin{bmatrix} \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{1,(t)} & \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{2,(t)} & \dots & \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{m,(t)} \end{bmatrix}_{1\times m} = \begin{bmatrix} \underline{\sigma}_1^{1,(t)} & \underline{\sigma}_1^{2,(t)} & \dots & \underline{\sigma}_1^{m,(t)} \\ \underline{\sigma}_2^{1,(t)} & \underline{\sigma}_2^{2,(t)} & \dots & \underline{\sigma}_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{\sigma}_n^{1,(t)} & \underline{\sigma}_n^{2,(t)} & \dots & \underline{\sigma}_n^{m,(t)} \end{bmatrix}_{n\times m} \tag{۳۸}$$

[1] Error Back Propagation with Steepest Gradient Descent
[2] Cloud model
[3] Entropy (En)

$$\left(\boldsymbol{STDEVright}^{(t)}\right)^{T} = \overline{\boldsymbol{\Sigma}}^{(t)} = \begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{1,(t)} & \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{2,(t)} & \dots & \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{m,(t)}\end{bmatrix}_{1\times m} = \begin{bmatrix}\overline{\sigma}_1^{1,(t)} & \overline{\sigma}_1^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_1^{m,(t)} \\ \overline{\sigma}_2^{1,(t)} & \overline{\sigma}_2^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\sigma}_n^{1,(t)} & \overline{\sigma}_n^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_n^{m,(t)}\end{bmatrix}_{n\times m} \quad (۳۹)$$

$$\boldsymbol{Entropy}^{(t)} = \overline{\boldsymbol{\Sigma}}^{(t)} - \underline{\boldsymbol{\Sigma}}^{(t)} = \begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{1,(t)} & \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{2,(t)} & \dots & \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{m,(t)}\end{bmatrix}_{1\times m} - \begin{bmatrix}\underline{\boldsymbol{\sigma}}^{1,(t)} & \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{2,(t)} & \dots & \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{m,(t)}\end{bmatrix}_{1\times m} \quad (۴۰)$$

$$\boldsymbol{Entropy}^{(t)} = \begin{bmatrix}\overline{\sigma}_1^{1,(t)} & \overline{\sigma}_1^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_1^{m,(t)} \\ \overline{\sigma}_2^{1,(t)} & \overline{\sigma}_2^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\sigma}_n^{1,(t)} & \overline{\sigma}_n^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_n^{m,(t)}\end{bmatrix}_{n\times m} - \begin{bmatrix}\underline{\sigma}_1^{1,(t)} & \underline{\sigma}_1^{2,(t)} & \dots & \underline{\sigma}_1^{m,(t)} \\ \underline{\sigma}_2^{1,(t)} & \underline{\sigma}_2^{2,(t)} & \dots & \underline{\sigma}_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{\sigma}_n^{1,(t)} & \underline{\sigma}_n^{2,(t)} & \dots & \underline{\sigma}_n^{m,(t)}\end{bmatrix}_{n\times m} \quad (۴۱)$$

$$\boldsymbol{Entropy}^{(t)} = \begin{bmatrix}\overline{\sigma}_1^{1,(t)} - \underline{\sigma}_1^{1,(t)} & \overline{\sigma}_1^{2,(t)} - \underline{\sigma}_1^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_1^{m,(t)} - \underline{\sigma}_1^{m,(t)} \\ \overline{\sigma}_2^{1,(t)} - \underline{\sigma}_2^{1,(t)} & \overline{\sigma}_2^{2,(t)} - \underline{\sigma}_2^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_2^{m,(t)} - \underline{\sigma}_2^{m,(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\sigma}_n^{1,(t)} - \underline{\sigma}_n^{1,(t)} & \overline{\sigma}_n^{2,(t)} - \underline{\sigma}_n^{2,(t)} & \dots & \overline{\sigma}_n^{m,(t)} - \underline{\sigma}_n^{m,(t)}\end{bmatrix}_{n\times m} \quad (۴۲)$$

۳. بالاترین مقدار عدم قطعیت را با هایپر اِنتروپی[1] [۲۳] نشان می‌دهند. هنگامی‌که کران‌های پائین و بالای انحرافِ استاندارد یعنی مقادیر $\underline{\sigma}_r^{j,(t)}$ و $\overline{\sigma}_r^{j,(t)}$ برای هر تابعِ فعال‌سازِ گرانولی آموزش داده می‌شود، مقدار He تغییر می‌کند. البته مقادیر $\underline{\sigma}_r^{j,(t)}$ و $\overline{\sigma}_r^{j,(t)}$ در تابعِ فعال‌سازِ گرانولی، نسبت به خط افقی گذرنده از وسط محور عمودی سنجیده می‌شوند. مقدار He طبق شکل۲ در جایی بوجود می‌آید که تابعِ فعال‌سازِ گرانولی پهن‌ترین موقعیت خود را دارد. منطقی است که با مقدار قویتر نویز در مقادیر ورودی و پس از آموزش کران‌های پائین و بالای انحرافِ استاندارد، مقدار He بزرگتری بدست آید و برعکس مقدار ضعیف‌تر نویز مقدار He کوچکتری را نتیجه دهد. در واقع بازه‌ای بودن انحرافِ استاندارد و وزن‌های لایهٔ خروجی، عدم قطعیت حاصل از نویز در داده‌های ورودی را پوشش داده و ابزار غلبه بر آن‌ها را در اختیار شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی قرار می‌دهد[۶-۱۰].

همانطور که گفته شد، مقادیر مرکزِ توابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولیِ نُرون jاُم لایهٔ میانی، در یک بردار به نام $\boldsymbol{c}^{j,(t)}$ ذخیره می‌گردد که تعداد درایه‌های آن برابر تعداد ورودی‌های سیستم می‌باشد. درایه‌های این ماتریس مقادیر ثابت بوده و بازه‌ای نیستند. مقادیر انحرافِ استاندارد که نامعین می‌باشند و به صورت بازهٔ $[\ \underline{\sigma}_r^{j,(t)}\ \ \overline{\sigma}_r^{j,(t)}\ ]$ در نظر گرفته می‌شود نیز در دو ماتریس کرانِ پائین و کرانِ بالا نگهداری می‌گردند.

یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با استفاده از تابعِ گاوسیِ مُدل ابر، یک شبکهٔ عصبیِ گرانولی با مقادیر انحرافِ استانداردِ غیرقطعی[2] هم نامیده می‌شود[۵]. خروجی هر نُرون لایهٔ میانی در این شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی دارای کرانِ پائین وکرانِ بالا بوده و آن را می‌توان به صورت یک بازهٔ $[\ \underline{o}^{j,(t)}\ \ \overline{o}^{j,(t)}\ ]$ نشان داد. ماتریس‌های کرانِ پائین وکرانِ بالایِ خروجیِ لایهٔ پنهان شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی برای یک دسته دادهٔ ورودی برابر خواهد بود با[۲۳]:

$$\underline{\boldsymbol{O}}^{(t)} = \left[\underline{o}^{1,(t)}\ \ \underline{o}^{2,(t)} \dots \underline{o}^{m,(t)}\right] = \left[\boldsymbol{\psi}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{1,(t)}, \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{1,(t)}\right)\ \boldsymbol{\psi}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{2,(t)}, \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{2,(t)}\right) \dots \dots\ \boldsymbol{\psi}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{m,(t)}, \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{m,(t)}\right)\right] \quad (۴۳)$$

$$\underline{\boldsymbol{O}}^{(t)} = \left[\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{1,(t)}}{\underline{\sigma}_r^{1,(t)}}\right)^2\right]\ \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{2,(t)}}{\underline{\sigma}_r^{2,(t)}}\right)^2\right] \dots \dots \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{m,(t)}}{\underline{\sigma}_r^{m,(t)}}\right)^2\right]\right] \quad (۴۴)$$

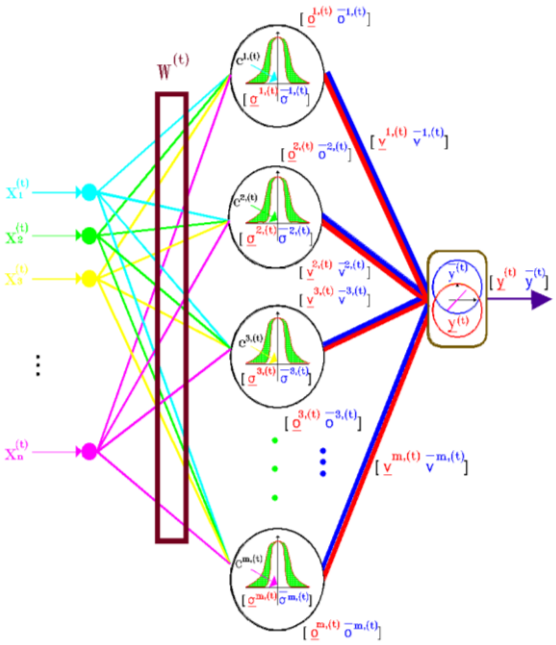
$$\overline{\boldsymbol{O}}^{(t)} = \left[\overline{o}^{1,(t)}\ \ \overline{o}^{2,(t)} \dots \overline{o}^{m,(t)}\right] = \left[\boldsymbol{\psi}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{1,(t)}, \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{1,(t)}\right)\ \boldsymbol{\psi}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{2,(t)}, \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{2,(t)}\right) \dots \dots\ \boldsymbol{\psi}\left(\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}, \boldsymbol{c}^{m,(t)}, \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{m,(t)}\right)\right] \quad (۴۵)$$

$$\overline{\boldsymbol{O}}^{(t)} = \left[\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{1,(t)}}{\overline{\sigma}_r^{1,(t)}}\right)^2\right]\ \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{2,(t)}}{\overline{\sigma}_r^{2,(t)}}\right)^2\right] \dots \dots \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{m,(t)}}{\overline{\sigma}_r^{m,(t)}}\right)^2\right]\right] \quad (۴۶)$$

در شکلِ۴ یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی که بر پایه توابعِ فعال‌سازِ گرانولی بنا گردیده، نشان داده شده است. در این شبکهٔ عصبی؛ انحرافِ استاندارد بازه‌ای در توابعِ فعال‌سازِ گرانولیِ لایهٔ پنهان و وزن‌های بازه‌ای در لایهٔ خروجی؛ انعطاف‌پذیری و پایداری آن در مقابل نویز را به مقدار زیادی افزایش می‌دهند.

[1] Hyper Entropy (He)

[2] Uncertain standard deviation



شکل۴. شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی بر پایه تابعِ فعال‌سازِ گرانولی

محاسبه کرانِ پائینِ خروجیِ یک تابعِ گاوسیِ گرانولی در لایهٔ میانی به شکل زیر است [۴، ۵، ۳۷]:

$$\underline{o}^{j,(t)} = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{j,(t)}}{\underline{\sigma}_r^{j,(t)}}\right)^2\right] = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2\right] = \psi\left(\overline{d}^{j,(t)}\right) = exp\left(-\frac{1}{2}\overline{d}^{j,(t)}\right) \quad (۴۷)$$

وجود کرانِ پائینِ انحرافِ استاندارد؛ به ازای «ورودی r اُم به نُرون jاُم لایهٔ پنهانِ شبکه» یعنی $\underline{\sigma}_r^{j,(t)}$؛ در مخرجِ کسرِ $\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{j,(t)}}{\underline{\sigma}_r^{j,(t)}}$ سبب بزرگ شدن آن و در نتیجه محاسبه $\overline{u}_r^{j,(t)}$ خواهد شد. با به توان دو رساندن و جمع کردن مقادیر $\overline{u}_r^{j,(t)}$ به ازای تمام ورودی‌هایِ $x_r^{(t)}+n_r^{(t)}$ با ابعاد $r = 1, 2, \ldots, n$ در نُرون jاُم لایهٔ پنهان، مقدار مثبت $\overline{d}^{j,(t)}$ به دست می‌آید. هنگامی‌که $\overline{d}^{j,(t)}$ در ضریب $-\frac{1}{2}$ ضرب واز حاصل‌ضرب تابع نمایی به صورت $exp\left(-\frac{1}{2}\overline{d}^{j,(t)}\right) = \frac{1}{e^{\left(\frac{1}{2}\overline{d}^{j,(t)}\right)}}$ گرفته می‌شود؛ به دلیل بزرگ شدن مخرج کسر، حاصل تقسیم کوچک شده و کرانِ پائینِ خروجیِ تابعِ گاوسیِ گرانولی یعنی $\underline{o}^{j,(t)}$ که مقداری مثبت است؛ به دست می‌آید.

اکنون برای محاسبه کرانِ بالایِ خروجیِ یک تابعِ گاوسیِ گرانولی خواهیم داشت[۴، ۵، ۳۸]:

$$\overline{o}^{j,(t)} = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{j,(t)}}{\overline{\sigma}_r^{j,(t)}}\right)^2\right] = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2\right] = \psi\left(\underline{d}^{j,(t)}\right) = exp\left(-\frac{1}{2}\underline{d}^{j,(t)}\right) \quad (۴۸)$$

وجود کرانِ بالایِ انحرافِ استاندارد؛ به ازای «ورودی r اُم به نُرون jاُم لایهٔ پنهانِ شبکه» یعنی $\overline{\sigma}_r^{j,(t)}$، در مخرجِ کسرِ $\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{j,(t)}}{\overline{\sigma}_r^{j,(t)}}$ سبب کوچک شدن آن و در نتیجه محاسبه $\underline{u}_r^{j,(t)}$ خواهد شد. با به توان دو رساندن و جمع کردن مقادیر $\underline{u}_r^{j,(t)}$ به ازای تمام ورودی‌هایِ $x_r^{(t)}+n_r^{(t)}$ با ابعاد $r = 1, 2, \ldots, n$ در نُرون jاُم لایهٔ پنهان، مقدار مثبت $\underline{d}^{j,(t)}$ به دست می‌آید. هنگامی‌که $\underline{d}^{j,(t)}$ در ضریب $-\frac{1}{2}$ ضرب واز حاصل‌ضرب تابعِ نمایی به صورت $exp\left(-\frac{1}{2}\underline{d}^{j,(t)}\right) = \frac{1}{e^{\left(\frac{1}{2}\underline{d}^{j,(t)}\right)}}$ گرفته می‌شود؛ به دلیل کوچک شدن مخرج کسر، حاصل تقسیم بزرگ شده و کرانِ بالایِ خروجیِ تابعِ گاوسیِ گرانولی یعنی $\overline{o}^{j,(t)}$ که مقداری مثبت است؛ به دست می‌آید.

همانطور که مشاهده می‌گردد گاوسی بودن یک تابعِ فعال‌سازِ گرانولی تضمین می‌کند که کرانِ پائین و کرانِ بالایِ خروجی آن همیشه مثبت باشد. پس هر مقدار متعلق به بازهٔ $[\underline{o}^{j,(t)}\ \ \overline{o}^{j,(t)}]$، مقداری مثبت خواهد بود.

از طرف دیگر با توجه به این‌که $s^{j,(t)}$ بازهٔ تغییرات «مرکزِ وزنِ اتصالِ بین لایهٔ میانی و لایهٔ خروجی برای jاُمین نُرون لایهٔ پنهان» یعنی $v^{j,(t)}$ می‌باشد. و از آنجا که در محاسبه کرانِ پائین و کرانِ بالایِ «وزن‌های بازه‌ای در لایهٔ خروجی» یعنی مقادیر $\underline{v}^{j,(t)}$ و $\overline{v}^{j,(t)}$ از «قدرمطلق بازهٔ این وزن‌ها» یعنی $|s^{j,(t)}|$، به صورت $\underline{v}^{j,(t)} = v^{j,(t)} - |s^{j,(t)}|$ و $\overline{v}^{j,(t)} = v^{j,(t)} + |s^{j,(t)}|$ استفاده گردیده است؛ تضمین می‌گردد که به ازای مقادیر منفی و مثبتِ «مرکزِ وزن‌هایِ بازه‌ای در لایهٔ خروجی» یعنی $v^{j,(t)}$، کرانِ پائینِ «وزن‌هایِ بازه‌ای در لایهٔ خروجی» یعنی مقدار $\underline{v}^{j,(t)}$ همیشه کوچکتر از کرانِ بالایِ «وزن‌هایِ بازه‌ای در لایهٔ خروجی» یعنی مقدار $\overline{v}^{j,(t)}$ باشد. یعنی همیشه رابطه نامساوی به صورت $\underline{v}^{j,(t)} < \overline{v}^{j,(t)}$ که معادل با رابطه نامساوی به شکل $v^{j,(t)} - |s^{j,(t)}| < v^{j,(t)} + |s^{j,(t)}|$ است؛ برقرار می‌باشد.

سرانجام؛ برای محاسبهٔ خروجیِ نهاییِ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی چهار حالت زیر ممکن است رخ دهد.

- حالت اوّل: اگر $v^{j,(t)} > 0$ و $v^{j,(t)} > |s^{j,(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{j,(t)}, \overline{v}^{j,(t)} > 0$ خواهد بود.
- حالت دوّم: اگر $v^{j,(t)} > 0$ و $v^{j,(t)} < |s^{j,(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{j,(t)} < 0$ و $\overline{v}^{j,(t)} > 0$ خواهد بود.
- حالت سوّم: اگر $v^{j,(t)} < 0$ و $|v^{j,(t)}| > |s^{j,(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{j,(t)}, \overline{v}^{j,(t)} < 0$ خواهد بود.
- حالت چهارم: اگر $v^{j,(t)} < 0$ و $|v^{j,(t)}| < |s^{j,(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{j,(t)} < 0$ و $\overline{v}^{j,(t)} > 0$ خواهد بود.

در حالت‌های اوّل، دوّم و چهارم، کرانِ پایین و کرانِ بالایِ خروجیِ نهاییِ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، به همراه پارامترهای خطی کرانِ پایین و کرانِ بالایِ لایهٔ خروجیِ شبکه به این صورت خواهد بود[۲۳]:

$$\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \sum_{j=1}^{m}\left(\underline{v}^{j,(t)} \times \underline{o}^{j,(t)}\right) = \sum_{j=1}^{m}\left[\left(v^{j,(t)} - \left|s^{j,(t)}\right|\right) \times \underline{o}^{j,(t)}\right] \quad (۴۹)$$

$$\overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \sum_{j=1}^{m}\left(\overline{v}^{j,(t)} \times \overline{o}^{j,(t)}\right) = \sum_{j=1}^{m}\left[\left(v^{j,(t)} + \left|s^{j,(t)}\right|\right) \times \overline{o}^{j,(t)}\right] \quad (۵۰)$$

در حالت سوّم به علت منفی بودن $\underline{v}^{j,(t)}$ و $\overline{v}^{j,(t)}$ و مثبت بودن $\underline{o}^{j,(t)}$ و $\overline{o}^{j,(t)}$، محاسبه کرانِ پایین و کران بالایِ خروجیِ نهاییِ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، به همراه پارامترهای خطی کرانِ پایین و کران بالایِ لایهٔ خروجیِ شبکه به این صورت خواهد بود:

$$\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \sum_{j=1}^{m}\left(\underline{v}^{j,(t)} \times \overline{o}^{j,(t)}\right) = \sum_{j=1}^{m}\left[\left(v^{j,(t)} - \left|s^{j,(t)}\right|\right) \times \overline{o}^{j,(t)}\right] \quad (۵۱)$$

$$\overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \sum_{j=1}^{m}\left(\overline{v}^{j,(t)} \times \underline{o}^{j,(t)}\right) = \sum_{j=1}^{m}\left[\left(v^{j,(t)} + \left|s^{j,(t)}\right|\right) \times \underline{o}^{j,(t)}\right] \quad (۵۲)$$

و خروجی نهایی از میانگین کرانِ پائین و کرانِ بالا از رابطه (۵۲) و یا به به فُرم تطبیق‌پذیر[1] از رابطه (۵۳) به دست می‌آید[۶]:

$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = \frac{\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} + \overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)}}{2} \quad (۵۳)$$

$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = \alpha_l \times \underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} + \alpha_u \times \overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} \quad (۵۴)$$

که در آن α_l و α_u به ترتیب پارامترهای تطبیقی کرانِ پائین و کرانِ بالایِ خروجی هستند.

۴-۱ الگوریتم خوشه‌بندی K-Means با m خوشه

گام‌های الگوریتم برای آموزش پارامترهای لایهٔ میانی شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، کاملاً مشابه الگوریتم آموزش برای نوع غیربازه‌ایِ این شبکهٔ عصبی می‌باشد. تنها تفاوت در این است که در این‌جا هر دو کرانِ پائین و کرانِ بالا در «انحراف استانداردِ توابعِ فعال‌سازِ گرانولی»به طور جداگانه آموزش می‌بینند. پس به جای دو پارامتر، سه پارامتر برای آموزش وجود دارد[۲۳، ۳۷].

۴-۲ الگوریتم پس‌انتشار خطای گرانولی[۳۳، ۳۵] با استفاده از گرادیان نزولی[2]

الگوریتم پس‌انتشار خطای گرانولی برای n ورودی و m خوشه و یک خروجی، بر اساس روش مجموع مربعات خطا به صورت زیر محاسبه می‌گردد[۴، ۵، ۳۸].

$$e^{(t)} = d^{(t)} - y_{\mathcal{N}}^{(t)}, \qquad E^{(t)} = \frac{1}{2}\left(e^{(t)}\right)^2,$$
$$e^{(t)} = d^{(t)} - \left(\frac{\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)}}{2} + \frac{\overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)}}{2}\right) \quad (۵۵)$$

وزن‌هایِ لایهٔ خروجی را به این صورت آموزش می‌دهیم که برای هر بازه یک «مقدار مرکزی[3]» و یک «مقدار تغییرات[4]» که می‌تواند در دو طرف مقدار مرکزی یکسان باشد[5] و یا یکسان نباشد[6]، در نظر می‌گیریم. پس دو پارامتر در لایهٔ خروجی آموزش می‌بینند که الف) مرکزِ وزن‌هایِ بازه‌ای و ب) بازهٔ وزن‌ها می‌باشند. برای مرکزِ وزن‌هایِ لایهٔ خروجی داریم:

$$\Delta v^{j,(t)} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial v^{j,(t)}} = \left(-\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \underline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \underline{y}^{(t)}}{\partial v^{j,(t)}}\right) + \left(-\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \overline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \overline{y}^{(t)}}{\partial v^{j,(t)}}\right) \quad (۵۶)$$

$$\Delta v^{j,(t)} = \left[-\eta \times e^{(t)} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \underline{o}^{j,(t)}\right] + \left[-\eta \times e^{(t)} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \overline{o}^{j,(t)}\right] \quad (۵۷)$$

$$\Delta v^{j,(t)} = \left(\frac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \underline{o}^{j,(t)}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \overline{o}^{j,(t)}\right) \quad (۵۸)$$

$$v^{j,(t+1)} = v^{j,(t)} + \Delta v^{j,(t)} = v^{j,(t)} + \eta e^{(t)} o^{j,(t)} \quad (۵۹)$$

و برای بازهٔ وزن‌هایِ لایهٔ خروجی داریم:

[1] Adaptive form

[2] Granular Error Back Propagation with Steepest Gradient Descent
[3] Midpoint
[4] Interval
[5] Symmetrical
[6] Asymmetrical

$$\Delta s^{j,(t)} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial s^{j,(t)}} = \left(-\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \underline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \underline{y}^{(t)}}{\partial s^{j,(t)}}\right) + \left(-\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \overline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \overline{y}^{(t)}}{\partial s^{j,(t)}}\right) \quad (۶۰)$$

$$\Delta s^{j,(t)} = \left[-\eta \times e^{(t)} \times (-\tfrac{1}{2}) \times \underline{o}^{j,(t)}\right] + \left[-\eta \times e^{(t)} \times (-\tfrac{1}{2}) \times \overline{o}^{j,(t)}\right] \quad (۶۱)$$

$$\Delta s^{j,(t)} = \left(\tfrac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \underline{o}^{j,(t)}\right) + \left(\tfrac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \overline{o}^{j,(t)}\right) \quad (۶۲)$$

$$s^{j,(t+1)} = s^{j,(t)} + \Delta s^{j,(t)} = s^{j,(t)} + \eta e^{(t)} o^{j,(t)} \quad (۶۳)$$

در لایهٔ میانی سه پارامتر وابسته به تابعِ فعال‌سازِ گرانولی آموزش می‌بینند که الف) مرکز دسته، ب) کرانِ پائینِ انحراف استاندارد و ج) کرانِ بالایِ انحراف استاندارد می‌باشند.

برای آموزش مرکزِ توابعِ گاوسی که از پارامترهای لایهٔ میانی است و با فرض $\overline{o}^{j,(t)} \geq \underline{o}^{j,(t)}$ و $\overline{d}^{j,(t)} \geq \underline{d}^{j,(t)}$ خواهیم داشت[۴، ۵، ۳۸]:

$$\Delta c_r^{j,(t)} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial c_r^{j,(t)}} = \left(-\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \underline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \underline{y}^{(t)}}{\partial \underline{o}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \underline{o}^{j,(t)}}{\partial \overline{d}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \overline{d}^{j,(t)}}{\partial c_r^{j,(t)}}\right) + \left(-\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \overline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \overline{y}^{(t)}}{\partial \overline{o}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \overline{o}^{j,(t)}}{\partial \underline{d}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \underline{d}^{j,(t)}}{\partial c_r^{j,(t)}}\right) \quad (۶۴)$$

$$\Delta c_r^{j,(t)} = \left[-\eta \times e^{(t)} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (v^{j,(t)} - s^{j,(t)}) \times \left(-\frac{1}{2} \times \underline{o}^{j,(t)}\right) \times \left(-2 \times \frac{\left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\left(x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}\right)}\right)\right] + \left[-\eta \times e^{(t)} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (v^{j,(t)} + s^{j,(t)}) \times \left(-\frac{1}{2} \times \overline{o}^{j,(t)}\right) \times \left(-2 \times \frac{\left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\left(x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}\right)}\right)\right] \quad (۶۵)$$

$$\Delta c_r^{j,(t)} = \left[\frac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \frac{\underline{v}^{j,(t)} \times \underline{o}^{j,(t)} \times \left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\left(x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}\right)}\right] + \left[\frac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \frac{\overline{v}^{j,(t)} \times \overline{o}^{j,(t)} \times \left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\left(x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}\right)}\right] \quad (۶۶)$$

$$\Delta c_r^{j,(t)} = \left[\frac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \frac{\left[\underline{v}^{j,(t)} \times \underline{o}^{j,(t)} \times \left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2\right] + \left[\overline{v}^{j,(t)} \times \overline{o}^{j,(t)} \times \left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2\right]}{\left(x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}\right)}\right] \quad (۶۷)$$

$$c_r^{j,(t+1)} = c_r^{j,(t)} + \Delta c_r^{j,(t)} = c_r^{j,(t)} + \frac{1}{2}\eta e^{(t)} \frac{\left[\underline{v}^{j,(t)} \times \underline{o}^{j,(t)} \times \left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2\right] + \left[\overline{v}^{j,(t)} \times \overline{o}^{j,(t)} \times \left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2\right]}{\left(x_r^{(t)} + n_r^{(t)} - c_r^{j,(t)}\right)} \quad (۶۸)$$

برای آموزش کرانِ پائینِ انحراف استاندارد که از پارامترهای لایهٔ میانی است با فرض $\overline{o}^{j,(t)} \geq \underline{o}^{j,(t)}$ و $\overline{d}^{j,(t)} \geq \underline{d}^{j,(t)}$، خواهیم داشت:

$$\Delta \underline{\sigma}_r^{j,(t)} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial \underline{\sigma}_r^{j,(t)}} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \underline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \underline{y}^{(t)}}{\partial \underline{o}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \underline{o}^{j,(t)}}{\partial \overline{d}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \overline{d}^{j,(t)}}{\partial \underline{\sigma}_r^{j,(t)}} \quad (۶۹)$$

$$\Delta \underline{\sigma}_r^{j,(t)} = -\eta \times e^{(t)} \times (-\tfrac{1}{2}) \times (v^{j,(t)} - s^{j,(t)}) \times \left(-\tfrac{1}{2} \times \underline{o}^{j,(t)}\right) \times \left[-2 \times \frac{\left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\underline{\sigma}_r^{j,(t)}}\right] = \tfrac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \underline{v}^{j,(t)} \times \frac{\underline{o}^{j,(t)} \times \left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\underline{\sigma}_r^{j,(t)}} \quad (۷۰)$$

$$\underline{\sigma}_r^{j,(t+1)} = \underline{\sigma}_r^{j,(t)} + \Delta \underline{\sigma}_r^{j,(t)} = \underline{\sigma}_r^{j,(t)} + \frac{1}{2}\eta e^{(t)} \underline{v}^{j,(t)} \frac{\underline{o}^{j,(t)} \times \left(\overline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\underline{\sigma}_r^{j,(t)}} \quad (۷۱)$$

برای آموزش کرانِ بالایِ انحراف استاندارد که از پارامترهای لایهٔ میانی است با فرض $\overline{o}^{j,(t)} \geq \underline{o}^{j,(t)}$ و $\overline{d}^{j,(t)} \geq \underline{d}^{j,(t)}$، خواهیم داشت:

$$\Delta \overline{\sigma}_r^{j,(t)} = -\eta \frac{\partial E^{(t)}}{\partial \overline{\sigma}_r^{j,(t)}} = -\eta \times \frac{\partial E^{(t)}}{\partial e^{(t)}} \times \frac{\partial e^{(t)}}{\partial \overline{y}^{(t)}} \times \frac{\partial \overline{y}^{(t)}}{\partial \overline{o}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \overline{o}^{j,(t)}}{\partial \underline{d}^{j,(t)}} \times \frac{\partial \underline{d}^{j,(t)}}{\partial \overline{\sigma}_r^{j,(t)}} \quad (۷۲)$$

$$\Delta\bar{\sigma}_r^{j,(t)} = -\eta \times e^{(t)} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(v^{j,(t)} + s^{j,(t)}\right) \times \left(-\frac{1}{2} \times \bar{\sigma}^{j,(t)}\right) \times \left(-2 \times \frac{\left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\bar{\sigma}_r^{j,(t)}}\right) = \frac{1}{2} \times \eta \times e^{(t)} \times \bar{v}^j \times \frac{\bar{\sigma}^{j,(t)} \times \left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\bar{\sigma}_r^{j,(t)}} \quad (۷۳)$$

$$\bar{\sigma}_r^{j,(t+1)} = \bar{\sigma}_r^{j,(t)} + \Delta\bar{\sigma}_r^{j,(t)} = \bar{\sigma}_r^{j,(t)} + \frac{1}{2}\eta e^{(t)} \bar{v}^{j,(t)} \frac{\bar{\sigma}^{j,(t)} \times \left(\underline{u}_r^{j,(t)}\right)^2}{\bar{\sigma}_r^{j,(t)}} \quad (۷۴)$$

۵- نتایج شبیه‌سازی

۵-۱ شناسایی سیستم غیر خطی پویای U شکل با پنج ورودی

هدف شناسایی «سیستم غیر خطی پویای U شکل با پنج ورودی» است که توسط معادلات زیر تولید می‌گردد[۶].

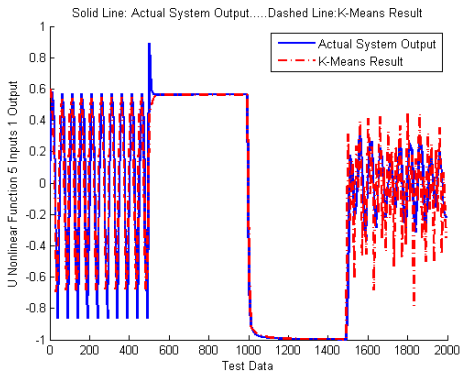
$$y_p(k+1) = f\left(y_p(k), y_p(k-1), y_p(k-2), u(k), u(k-1)\right) \quad (۷۵)$$

که در آن:

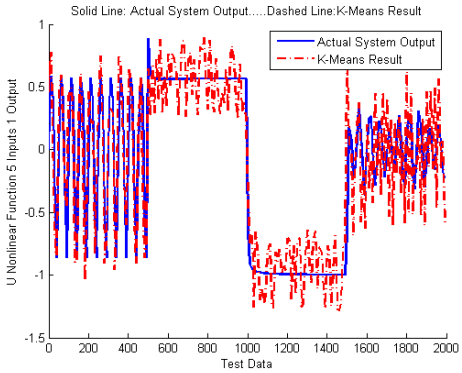
$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \frac{x_1 x_2 x_3 x_5 (x_3 - 1) + x_4}{1 + x_2^2 + x_3^2} \quad (۷۶)$$

$$u(k) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi k}{25}\right) & 0 < k < 500 \\ +1 & 500 \le k < 1000 \\ -1 & 1000 \le k < 1500 \\ 0.3\sin\left(\frac{\pi k}{25}\right) + 0.1\sin\left(\frac{\pi k}{32}\right) + 0.6\sin\left(\frac{\pi k}{10}\right) & 1500 \le k \le 2000 \end{cases} \quad (۷۷)$$

در شکل۵، رنگ «آبی و ممتد» نشان دهندهٔ خروجی واقعی سیستم و رنگ «قرمز و خط چین» نشان دهندهٔ شناسایی سیستم به کمک روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» است.



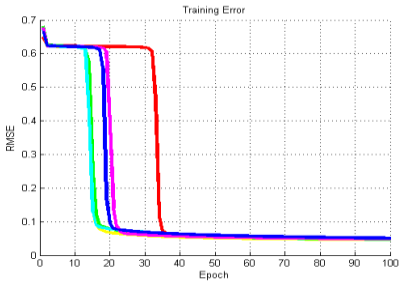
(الف)



(ب)

شکل۵. شناسایی «سیستم غیر خطی پویای U شکل با پنج ورودی» توسط شبکهٔ عصبی RBF گرانولی با ۲۰ نُرون لایهٔ میانی و الف) بدون نویز ب) $SNR=0$

در شکل۶ خطای آموزش شناسایی «سیستم غیر خطی پویای U شکل با پنج ورودی» برای ۶ بار اجرای برنامه آورده شده است.



شکل۶. خطای آموزش شناسایی «سیستم غیر خطی پویای U شکل با پنج ورودی» توسط شبکهٔ عصبی RBF گرانولی با ۲۰ نُرون لایهٔ میانی و $SNR=0$

تعداد داده‌های به‌کار رفته برای آموزش در این مثال ۱۵۰۰ داده است. در این مسأله ۴۴۲ داده به عنوان دادهٔ آزمایشی به کار رفته‌اند.

در جدول۱ نتایج شناسایی «سیستم غیر خطی پویای U شکل با پنج ورودی» توسط شبکهٔ عصبی RBF گرانولی و شبکهٔ عصبی RBF، برای ۱۰۰ بار تکرار الگوریتم آورده شده است.

جدول۱. نتایج شناسایی «سیستم غیر خطی پویای U شکل با پنج ورودی» توسط شبکهٔ عصبی RBF گرانولی و شبکهٔ عصبی RBF

SNR (دسی بِل)	خطا (RMS)	شبکهٔ عصبی RBF گرانولی						شبکهٔ عصبی RBF	
		گرادیان نزولی			K-Means			گرادیان نزولی	
		تعداد نُرون‌های لایهٔ پنهان			تعداد نُرون‌های لایهٔ			تعداد نُرون‌های لایهٔ	
		۱	۱۰	۲۰	۱۰	۲۰		۱۰	۲۰
۰	آموزش	۰/۳۷۸۳	۰/۰۶۷۲	۰/۰۶۴۹	۰/۰۷۱۲	۰/۰۷۰۰		۰/۱۸۷۶	۰/۱۷۷۵
	آزمون	۰/۵۱۳۴	۰/۴۳۳۴	۰/۴۳۱۰	۰/۴۳۷۶	۰/۴۳۶۵		۰/۶۳۹۲	۰/۶۰۴۵
۵	آموزش	۰/۲۷۸۱	۰/۰۶۱۹	۰/۰۵۸۰	۰/۰۶۰۵	۰/۰۵۵۸		۰/۱۵۸۴	۰/۱۵۵۵
	آزمون	۰/۳۸۴۶	۰/۳۵۵۳	۰/۳۵۲۶	۰/۳۵۴۲	۰/۳۵۱۵		۰/۴۴۴۱	۰/۴۴۰۰
۱۰	آموزش	۰/۲۳۵۰	۰/۰۵۷۵	۰/۰۵۳۳	۰/۰۵۵۵	۰/۰۵۰۰		۰/۱۰۵۰	۰/۰۹۷۵
	آزمون	۰/۳۳۹۴	۰/۲۰۶۹	۰/۲۰۴۱	۰/۲۰۵۴	۰/۲۰۳۰		۰/۳۰۲۸	۰/۲۸۰۰
بدون نویز	آموزش	۰/۲۲۲۱	۰/۰۴۹۲	۰/۰۴۶۷	۰/۰۴۳۲	۰/۰۴۰۰		۰/۰۴۷۰	۰/۰۴۴۵
	آزمون	۰/۳۰۵۶	۰/۰۵۷۲	۰/۰۵۳۲	۰/۰۵۵۱	۰/۰۵۰۵		۰/۰۵۶۰	۰/۰۵۲۱

همانطور که از نتایج مندرج در جدول۱ معلوم می‌گردد؛ در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز نیستند، عملکرد شبکهٔ عصبی RBF

گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه-بندی K-Means» نسبت به عملکرد همین شبکه با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» و شبکهٔ عصبیِ RBF با آموزش تمام پارامترها بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی»، تا حدّی بهتر می‌باشد. دلیل این مسأله این است که در شناساییِ سیستم‌هایِ غیرِ خطیِ پویا و در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز نیستند؛ تعیین تعلق یک دسته دادهٔ ورودی به یک خوشه به درستی و به سرعت صورت می‌پذیرد. و این تعیین دقیق خوشه در لایهٔ پنهان؛ مبنایِ شناساییِ درست و سریع در لایهٔ خروجی قرار خواهد گرفت. در حالیکه الگوریتم «گرادیان نزولی» به دلیل احتمال گیر افتادن در مینیمم محلّی و دشواری یافتن نرخ آموزش مناسب؛ در تعداد دفعاتِ تکرارِ مساوی، در شناساییِ سیستم‌هایِ غیرِ خطیِ پویا ضعیفتر عمل می‌کند.

در شرایط بدون نویز، برتری جزیی عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی»؛ به دلیل تقریب ناشی از محاسبات بازه‌ای است که روش «گرادیان نزولی» در شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی را با خطایِ حاصل از تقریب روبرو می‌سازد.

پس در شرایط بدون نویز، شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» بهترین عملکرد را دارد و پس از آن شبکهٔ عصبیِ RBF و در نهایت شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» قرار می‌گیرد.

در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز ضعیف و متوسط هستند نیز برتری روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» البته به مقدار کمتر[1]؛ ادامه می‌یابد. برتری کمتر «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» در حضور نویز به این دلیل است که هر چه دامنهٔ نویز بیشتر می‌گردد؛ تعیین تعلق دسته دادهٔ ورودی به یک خوشه مشکلتر می‌شود. ولی خطای بوجود آمده از این مسأله هنوز آن اندازه بزرگ نشده که بر نقاط ضعف الگوریتم «گرادیان نزولی» غلبه نماید.

هم‌چنین مشاهده می‌گردد که هر چه میزان نویز تزریق شده به داده‌ها بیشتر باشد؛ عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF بهتر می‌شود. علت این امر این است که خطایِ حاصل از تقریب در محاسبات بازه‌ای آنقدر بزرگ نیست که سردرگمی شبکهٔ عصبیِ RBF در مقابل داده‌های ورودی آغشته به نویز را جبران کند. در نتیجه خطایِ شناساییِ شبکهٔ عصبیِ RBF؛ با افزایش دامنهٔ نویز به سرعت بزرگتر می‌گردد و این شبکهٔ عصبی توانایی شناساییِ خود را هر چه بیشتر از دست می‌دهد.

پس در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز ضعیف و متوسط هستند؛ نیز شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» هم چنان بهترین عملکرد را دارد ولی پس از آن شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» و دست آخر شبکهٔ عصبیِ RBF قرار می‌گیرد.

نتایج موجود در جدول۱ همچنین نشان می‌دهد که در نویز با «نسبت سیگنال به نویز» برابر صفر، عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» بهتر از حالتی است که پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» آموزش می‌بینند. چرا که در هنگام وجود نویز قوی در دادهٔ ورودی، تعیین تعلق آن به یک خوشه دشوار می‌باشد و خطایِ بوجود آمده در تعیین خوشه بر تقریب ناشی از محاسبات بازه‌ای غلبه می‌یابد.

پس در وضعیت وجود نویز قوی در دادهٔ ورودی؛ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» بهترین عملکرد را دارد و پس از آن شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» و دست آخر شبکهٔ عصبیِ RBF قرار می‌گیرد.

جدول۲ مقایسهٔ نتایجِ شناساییِ «سیستمِ غیر خطیِ پویایِ U شکل با پنج ورودی» بوسیلهٔ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، با شبکهٔ عصبی- فازی که آموزش پارامترهای مقدّم و تالی در آن به دو روش «بهینه‌سازی گروهی ذرّات عمومی[2]» و «بهینه‌سازی گروهی ذرّات بهبود یافته[3]» صورت پذیرفته را نشان می‌دهد.[۳۶]

جدول۲. نتایج شناساییِ «سیستمِ غیر خطیِ پویایِ U شکل با پنج ورودی» توسط شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی و شبکه‌هایِ عصبی- فازی دیگر

SNR (دسی بل)	خطا (RMS)	شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی (۳۰ نُرون لایهٔ میانی) 100 epochs		شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی (۴۰ نُرون لایهٔ میانی) 100 epochs		شبکهٔ عصبی- فازی با آموزش پارامترهای مقدّم و تالی به روش «بهینه سازی گروهی ذرّات عمومی» 100 epochs	شبکهٔ عصبی- فازی با آموزش پارامترهای مقدّم و تالی به روش «بهینه سازی گروهی ذرّات بهبود یافته» 100 epochs
		گرادیان نزولی	K-Means	گرادیان نزولی	K-Means		
بدون نویز	آموزش	۰/۰۴۴۹	۰/۰۳۹۱	۰/۰۴۱۴	۰/۰۳۷۶	۰/۱۹۷	۰/۰۰۰۷۰
بدون نویز	آزمون	۰/۰۵۰۹	۰/۰۴۹۷	۰/۰۴۸۲	۰/۰۴۷۹	؟	؟

[1] این مقدار وابسته به دامنهٔ نویز است

[2] General Particular Swarm Organization (General PSO)
[3] Modified Particular Swarm Organization (Modified PSO)

خطایِ آزمون برای این شبکهٔ عصبی- فازی در دسترس نبود. ولی از مقایسهٔ خطایِ آموزش می‌توان پی برد که روند شناساییِ «سیستمِ غیر خطیِ پویایِ U شکل با پنج ورودی» بوسیلهٔ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی فارغ از نوع آموزش پارامترهایِ آن؛ نسبت به شبکهٔ عصبی- فازی با آموزش پارامترهای مقدّم و تالی به روش «بهینه‌سازی گروهی ذرّات عمومی» بهتر صورت می‌پذیرد.

هر چند که در ۱۰۰ بار تکرار الگوریتم، شبکهٔ عصبی- فازی با آموزش پارامترهای مقدّم و تالی به روش «بهینه‌سازی گروهی ذرّات بهبود یافته» توانایی بیشتری را در شناساییِ «سیستمِ غیر خطیِ پویایِ U شکل با پنج ورودی» نشان می‌دهد. ولی به علت زیاد بودن تعداد پارامترها و کندی الگوریتم‌هایِ تکاملی از جمله الگوریتم تکاملیِ «بهینه‌سازی گروهی ذرّات بهبود یافته»، به نظر می‌رسد که این الگوریتم‌ها باید زمان اجرایِ بزرگتری داشته باشند.

۵-۲ پیش‌بینیِ سریِ زمانیِ مکی‌گلاس با توجه به وجود نویز ورودی

این سریِ زمانی توسط معادلهٔ زیر تولید می‌گردد[۳۰].

$$\dot{x} = \frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t) \qquad (۷۸)$$

از ۱۲۰۱ داده تولید شده به وسیلهٔ این سریِ زمانی؛ تعداد ۸۴۰ داده به عنوان دادهٔ آموزشی[1] و ۳۵۲ تا به عنوان دادهٔ آزمایشی[2] به کار رفته‌اند.

جدول۳. نتایج پیش‌بینیِ سریِ زمانیِ مکی‌گلاس توسط شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی و شبکهٔ عصبیِ RBF

SNR (دسی بِل)	خطا (RMS)	شبکهٔ عصبی RBF گرانولی						شبکهٔ عصبی RBF	
		گرادیان نزولی			K-Means			گرادیان نزولی	
		تعداد نُرون‌های لایهٔ پنهان			تعداد نُرون‌های لایهٔ			تعداد نُرون‌های لایهٔ	
		۱	۱۰	۲۰	۱۰	۲۰		۱۰	۲۰
۰	آموزش	۰/۰۵۳۲	۰/۰۲۲۸	۰/۰۲۰۷	۰/۰۴۵۲	۰/۰۴۰۰		۰/۱۱۳۲	۰/۱۰۸۶
	آزمون	۰/۲۱۱۱	۰/۲۱۰۹	۰/۲۱۰۷	۰/۳۴۰۸	۰/۳۲۳۶		۰/۹۲۲۵	۰/۸۴۳۶
۵	آموزش	۰/۰۳۸۲	۰/۰۲۰۶	۰/۰۱۵۷	۰/۰۳۴۵	۰/۰۳۱۵		۰/۰۵۶۶	۰/۰۵۴۵
	آزمون	۰/۱۱۸۳	۰/۱۱۹۰	۰/۱۱۷۰	۰/۲۴۰۰	۰/۲۲۷۵		۰/۴۴۷۴	۰/۳۰۵۷
۱۰	آموزش	۰/۰۳۴۵	۰/۰۱۸۳	۰/۰۱۳۸	۰/۰۲۹۳	۰/۰۲۷۵		۰/۰۳۱۷	۰/۰۳۰۴
	آزمون	۰/۰۶۹۱	۰/۰۶۶۸	۰/۰۶۶۲	۰/۰۹۹۵	۰/۰۷۸۰		۰/۱۱۲۸	۰/۱۰۰۲
بدون نویز	آموزش	۰/۰۳۱۰	۰/۰۱۱۳	۰/۰۱۱۱	۰/۰۱۱۱	۰/۰۱۱۰		۰/۰۱۱۳	۰/۰۱۱۰
	آزمون	۰/۰۳۲۴	۰/۰۱۳۷	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۳۱	۰/۰۱۲۷		۰/۰۱۳۷	۰/۰۱۲۷

همانطور که از نتایج مندرج در جدول۳ معلوم می‌گردد؛ در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز نیستند، عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه-بندی K-Means» نسبت به عملکرد همین شبکه با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» و شبکهٔ عصبیِ RBF با آموزش تمام پارامترها بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی»، اندکی بهتر می‌باشد.

دلیل این مسأله این است که در پیش‌بینیِ توابع آشوب در افق زمانی بزرگ و در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز نیستند؛ تعیین تعلق یک دسته دادهٔ ورودی به یک خوشه در لایهٔ پنهان درست و سریع صورت می‌پذیرد. حال از آن جایی که در بحث پیش‌بینی فرض بر آن است که دو بردار ورودی که فاصلهٔ اقلیدسی کمی دارند؛ خروجی‌هایِ نزدیک به هم تولید کنند تا سیستم پیش‌بینی‌پذیر گردد. ولی در توابع آشوب در افق زمانی بزرگ، دو بردار ورودی که فاصلهٔ اقلیدسی کمی دارند؛ ممکن است که خروجی‌هایِ دور از هم تولید کنند. پس باید پارامترهایی همانند وزن‌هایِ بازه‌ای لایهٔ خروجی؛ درجهٔ آزادی شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی را به اندازه‌ای بالا ببرند که به کمک آموزش وزن-هایِ بازه‌ای لایهٔ خروجی؛ بتوان این ویژگی توابع آشوب را پوشش داد و تولید خروجی‌هایِ دور از هم را پیش‌بینی نمود. در نهایت در نبود نقاط ضعف روش «گرادیان نزولی» یعنی احتمال گیر افتادن در مینیمم محلّی و دشواری یافتن نرخ آموزش مناسب؛ برتری در شرایط فاقد نویز با روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» خواهد بود.

سرانجام در شبکهٔ عصبیِ RBF، به علت بازه‌ای نبودن وزن‌هایِ لایهٔ خروجی؛ انعطاف‌پذیری شبکهٔ عصبی برای پیش‌بینیِ تولید خروجی‌هایِ دور از هم در توابع آشوب؛ کمتر شده و همین مسأله وجود خطایِ ناشی از تقریب در محاسبات بازه‌ای در شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی را پوشش داده و دو شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» و شبکهٔ عصبیِ RBF با آموزش تمام پارامترها بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» را به نتایج مشابهی می‌رساند. در حالی که شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» به علت رهایی از روش «گرادیان نزولی» در آموزش پارامترهایِ لایهٔ پنهان؛ به نتایج بهتری دست پیدا می‌کند.

پس در شرایط بدون نویز، شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» بهترین عملکرد را دارد و پس از آن شبکهٔ عصبیِ RBF و شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» در یک رده قرار می‌گیرند.

علت برتری روش «گرادیان نزولی» در شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی؛ و در هنگام شناسایی و پیش‌بینیِ توابع آشوب در افق زمانی بزرگ؛ به ویژه در حضور نویز با «نسبت سیگنال به نویز» برابر صفر و پنج و تا حدّ کمتری ده، این است که چون در آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means»، و با حضور نویز متوسط و قوی و تا حدّی نویز ضعیف، تعیین تعلق دسته دادهٔ ورودی به یک خوشه به درستی و به سرعت صورت نگرفته است؛ پس آموزش وزن‌هایِ بازه‌ای لایهٔ خروجی در شناسایی و پیش‌بینیِ درست توابع آشوب کارساز نیست

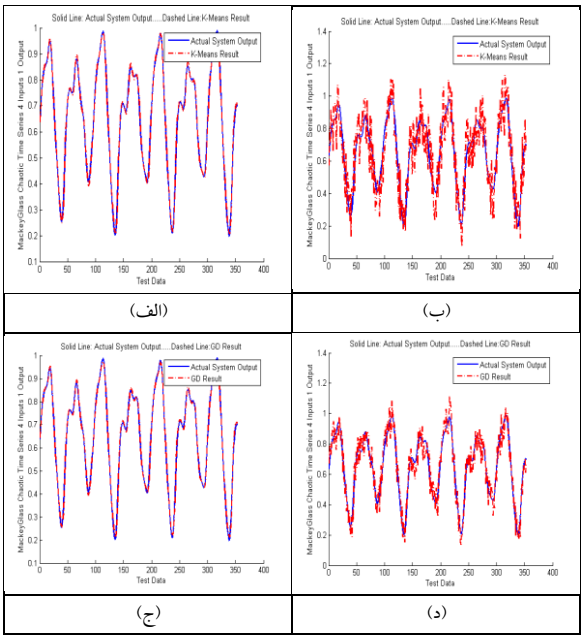
[1] Training data set
[2] Test data set

و زمان کافی برای آموزش این وزن‌ها در تعداد تکرار محدود الگوریتم وجود ندارد. از اینرو می‌توان گفت که خطایِ بوجود آمده در تعیین خوشه در «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means»، آنقدر بزرگ است که بر خطایِ تقریب ناشی از محاسبات بازه‌ای، در «الگوریتم گرادیان نزولی» برتری می‌یابد و روش «گرادیان نزولی» بهتر عمل می‌نماید.

سرانجام در مورد شبکهٔ عصبیِ RBF، می‌توان گفت که در مقابل داده‌های ورودی آغشته به نویز؛ دچار سردرگمی در شناسایی و پیش‌بینیِ توابع آشوب می‌گردد. زیرا به علت گرانولی نبودن توابعِ فعّال‌ساز در لایهٔ پنهان و بازه‌ای نبودن وزن‌هایِ لایهٔ خروجی، انعطاف پذیری کافی در مواجهه با نویز را ندارد.

پس در وضعیت وجود نویز در دادهٔ ورودی؛ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «گرادیان نزولی» بهترین عملکرد را دارد و پس از آن شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» و دست آخر شبکهٔ عصبیِ RBF قرار می‌گیرد.

در شکل۷؛ رنگ «آبی و ممتد» نشان دهندهٔ خروجی واقعی سیستم و رنگ «قرمز و خط چین» نشان دهندهٔ پیش‌بینیِ سریِ زمانیِ مکی‌گلاس توسط شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی به کمک «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» و «الگوریتم گرادیان نزولی» است. همانطور که انتظار می‌رود در وضعیت عدم وجود نویز در دادهٔ ورودی؛ «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» عملکرد بهتری دارد در حالی که در حضور نویز قوی در دادهٔ ورودی؛ عملکرد «الگوریتم گرادیان نزولی» بهتر می‌گردد.



شکل۷. پیش‌بینیِ سریِ زمانیِ مکی‌گلاس توسط شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با ۲۰ نُرون لایهٔ میانی و به روش الف) «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» و بدون نویز ب) «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» و SNR=0 ج) «الگوریتم گرادیان نزولی» و بدون نویز د) «الگوریتم گرادیان نزولی» و SNR=0

در جدول۴ مقایسهٔ خطایِ آزمونِ پیش‌بینیِ «سریِ زمانیِ مکی-گلاس»؛ توسط «شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی» با «سیستم‌های منطق فازی نوع۱ و نوع۲ [۱۱]»آورده شده است.

جدول۴. نتایج پیش‌بینیِ سریِ زمانیِ مکی‌گلاس توسط شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی و سیستم‌های منطق فازی نوع۱ و نوع۲

SNR (دسی بل)	خطا (RMS)		شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی (بیست نُرون لایهٔ میانی)		شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی (دویست نُرون لایهٔ میانی)		سیستم‌های منطق فازی		
			گرادیان نزولی	K-Means	گرادیان نزولی	K-Means	نوع۲		نوع۱
							تابع تعلق گاوسی	تابع تعلق الماس شکل	
۰	آزمون		۰/۲۱۰۷	۰/۳۳۶	۰/۱۱۰۵	۰/۲۰۱۵	۰/۱۴۲۹	۰/۱۴۲۲	۰/۱۵۱۷
۱۰	آزمون		۰/۰۶۶۲	۰/۰۷۸۰	۰/۰۱۲۱	۰/۰۱۱۸	۰/۰۸۳۸	۰/۰۹۳۵	۰/۰۹۵۳

همان طور که از مقایسهٔ نتایج مندرج در جدول۴ مشخص است؛ در حضور نویز ضعیف عملکرد «شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی» با هر دو روش آموزش؛ بهتر از «سیستم‌های منطق فازی نوع۱ و نوع۲» می‌باشد. که با توجه به بیشتر بودن تعداد پارامترهای آموزش دیده در «سیستم‌های منطق فازی نوع۱ و بویژه نوع۲» نسبت به «شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی»، و پیچیدگی بیشتر الگوریتم آموزشی آن‌ها، زمان اجرایِ برنامه در «سیستم‌های منطق فازی نوع۱ و نوع۲» به شدّت افزایش می‌یابد. و این موضوع برتری «شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی» را برجسته‌تر می‌سازد.

در حضور نویز قوی، عملکرد «شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی» با افزایش تعداد نُرون‌های لایهٔ میانی؛ می‌تواند نسبت به عملکرد «سیستم‌های منطق فازی نوع۱ و نوع۲» برتری یابد. زیرا با افزایش تعداد نُرون‌های لایهٔ میانی؛ درجهٔ آزادی سیستم با افزایش تعداد پارامترهای آموزش دیده؛ زیاد می‌گردد. به عنوان مثال با داشتن ۳۰۰ نُرون در لایهٔ پنهان، خطایِ آزمون برای روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means»، به ۰/۱۵ کاهش می‌یابد که از «سیستم‌های منطق فازی نوع۱» بهتر است. البته زمان اجرای برنامه به مقدار زیادی افزایش می‌یابد ولی در مقایسه با با زمان اجرایِ چند دقیقه‌ایِ «سیستم‌های منطق فازی نوع۲»، زمان اجرایِ کمتر از یک دقیقه(جدول۷) در شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی؛ مناسب به نظر می‌رسد.

در جدول۵ مقایسهٔ خطای آموزش پیش‌بینی «سری زمانی مکی-گلاس»؛ توسط «شبکهٔ عصبی RBF گرانولی» با «شبکهٔ عصبی RBF قوی با هرس و رشد نُرون‌های لایهٔ میانی [۱۶]» آورده شده است.

جدول۵. نتایج پیش‌بینی سری زمانی مکی گلاس توسط شبکهٔ عصبی RBF گرانولی و شبکهٔ عصبی RBF قوی با هرس و رشد نُرون‌های لایهٔ میانی

SNR (دسی بل) در قیاس با (درصد سطح نویز)	خطا (RMS)	شبکهٔ عصبی RBF گرانولی (ده نُرون لایهٔ میانی) 100 epochs		شبکهٔ عصبی RBF گرانولی (بیست نُرون لایهٔ میانی) 100 epochs		شبکهٔ عصبی RBF قوی با هرس و رشد نُرون‌های لایهٔ میانی (۲۸ نُرون لایهٔ میانی در مرحلهٔ آخر) 500 epochs	شبکهٔ عصبی RBF 100 epochs	
		گرادیان نزولی	K-Means	گرادیان نزولی	K-Means		ده نُرون لایهٔ میانی	بیست نُرون لایهٔ میانی
۵ > ٪۴۰	آموزش	۰/۰۲۰۶	۰/۰۳۴۵	۰/۰۱۵۷	۰/۰۳۱۵	/۰۴۷۲۸۵	۰/۰۵۶۶	۰/۰۵۴۵
۱۰ ≈ ٪۳۰	آموزش	۰/۰۱۸۳	۰/۰۲۹۳	۰/۰۱۳۸	۰/۰۲۷۵	/۰۲۷۰۳۵	۰/۰۳۱۷	۰/۰۳۰۴

خطای آزمون برای این شبکهٔ عصبی موجود نبود ولی از مقایسهٔ خطای آموزش می‌توان پی برد که روند پیش‌بینی «سری زمانی مکی-گلاس» بوسیلهٔ شبکهٔ عصبی RBF گرانولی فارغ از نوع آموزش پارامترهای آن؛ نسبت به «شبکهٔ عصبی RBF قوی با هرس و رشد نُرون-های لایهٔ میانی» بهتر صورت می‌پذیرد. و این برتری با قویتر شدن نویز، نمود بیشتری می‌یابد. علت این امر وجود تابع فعال‌ساز گرانولی در ساختار شبکهٔ عصبی RBF گرانولی است که با تنظیم «پارامترهای مربوط به پهنای عدم قطعیّت» یعنی کران پائین و کران بالای انحراف استاندارد؛ مدیریت عدم قطعیت در شبکهٔ عصبی RBF گرانولی را انجام می‌دهد.

در جدول۶ درصد پیشرفت عملکرد شبکهٔ عصبی RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبی RBF در هنگام کاهش میزان نویز تزریق شده به داده‌ها آورده شده است. در شبکهٔ عصبی RBF گرانولی، هر دو روش «گرادیان نزولی» و «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» برای آموزش پارامترهای لایهٔ میانی مد نظر قرار گرفته است. خطای آزمون مربوط به پیش‌بینی «سری زمانی آشوب مکی گلاس» می‌باشد و در توابع آشوب دیگر مانند «شناسایی جاذب لورنز[1] [۳۲]» و «شناسایی نگاشت آشوبگونه ایکدا[2]» و «شناسایی نگاشت هنون[3] [۳۱]» نیز انتظار این است که همین رفتار مشاهده گردد[۲۷-۳۲].

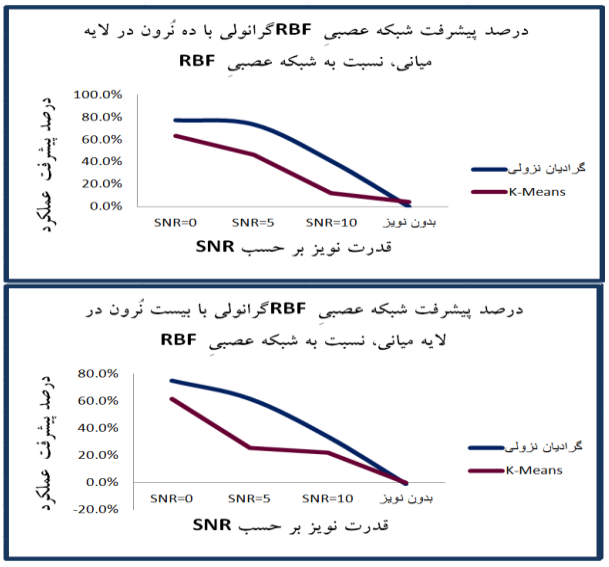
[1] Lorenz attractor
[2] Daisaku **Ikeda**
[3] Henon map

جدول۶. درصد بهبود عملکرد شبکهٔ عصبی RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبی RBF در پیش‌بینی سری زمانی آشوب مکی گلاس

SNR (دسی بل)	خطای آزمون (بیست نُرون لایهٔ میانی)			خطای آزمون (ده نُرون لایهٔ میانی)		
	شبکهٔ عصبی RBF گرانولی		شبکهٔ عصبی RBF	شبکهٔ عصبی RBF گرانولی		شبکهٔ عصبی RBF
	گرادیان نزولی	K-Means	گرادیان نزولی	گرادیان نزولی	K-Means	گرادیان نزولی
۰	/۲۱۰۷	۰/۳۲۳۶	/۸۴۳۶	۲۱۰۹	۰/۳۴۰۸	۰/۹۲۲۵
۵	/۱۱۷۰	۰/۲۲۷۵	/۳۰۵۷	۱۱۹۰	۰/۲۴۰۰	۰/۴۴۷۴
۱۰	/۰۶۶۲	۰/۰۷۸۰	/۱۰۰۲	/۰۶۶۸	۰/۰۹۹۵	۰/۱۱۲۸
بدون نویز	/۰۱۲۸	۰/۰۱۲۷	/۰۱۲۷	/۰۱۳۷	۰/۰۱۳۱	۰/۰۱۳۷

SNR (دسی بل)	درصد بهبود عملکرد		درصد بهبود	
	گرادیان نزولی	K-Means	گرادیان نزولی	K-Means
۰	٪۷۵/۰	٪۶۱/۶	۷۷/۱	٪۶۳/۱
۵	٪۶۱/۷	٪۲۵/۶	۷۳/۴	٪۴۶/۴
۱۰	٪۳۳/۹	٪۲۲/۲	۴۰/۸	٪۱۱/۸
بدون نویز	٪۰/۸-	٪۰	٪۰	٪۴/۴

در شکل۸ که مربوط به پیش‌بینی «سری زمانی آشوب مکی گلاس» می‌باشد، نمودار کاهش درصد پیشرفت عملکرد شبکهٔ عصبی RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبی RBF در هنگام کاهش میزان نویز تزریق شده به داده‌های ورودی و برای هر دو روش آموزشی؛ نشان داده شده است.



شکل۸. عملکرد شبکهٔ عصبی RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبی RBF

۵-۳ عوامل مؤثر بر زمان اجرایِ[1] برنامه

همان‌طور که از نتایج به دست آمده از شناساییِ «سیستمِ غیر خطیِ پویایِ U شکل با پنج ورودی» و پیش‌بینیِ «سریِ زمانیِ مکی‌گلاس» پیداست، روش «گرادیان نزولی» در حذف اثر نویز با دامنهٔ بالا[2] در بیشتر موارد نسبت به روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» بهتر عمل می‌کند. البته این بهتر بودن به قیمت حجم بالای محاسباتی که منجر به افزایش زمان اجرایِ برنامه می‌گردد به دست آمده است.

زمان اجرایِ برنامه، وابسته به الف) تعداد پارامترهایِ انتخاب شده برای آموزش ب) حجم محاسبات ج) برخی ویژگی‌هایِ روش آموزش مانند پیچیدگی الگوریتم آن؛ می‌باشد. به عنوان مثال با افزایش تعداد نُرون‌های لایهٔ پنهان؛ تعداد پارامترهایِ انتخاب شده برای آموزش و در نتیجه زمان اجرایِ برنامه بیشتر می‌گردد. هم‌چنین محاسبات بازه‌ای در لایهٔ پنهان و لایهٔ خروجی به شدّت بر حجم محاسبات می‌افزاید. این قبیل محاسبات در روش «گرادیان نزولی» حضور پر رنگتری دارند. و یا به دلیل کمتر بودن پیچیدگی «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» نسبت به «گرادیان نزولی»؛ آموزش شبکه به کمک این الگوریتم؛ زمان اجرایِ کمتری دارد. در جدول۷، نسبت زمان اجرایِ برنامه با روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» به زمان اجرایِ برنامه با روش «گرادیان نزولی» برای تعداد متفاوتی از نُرون‌های لایهٔ پنهان آورده شده است.

جدول۷. نسبت زمان اجرایِ برنامه با روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» به زمان اجرایِ برنامه با روش «گرادیان نزولی» (زمان‌ها بر حسب ثانیه است)

تعداد نُرون‌های لایهٔ پنهان	سیستمِ غیر خطیِ پویایِ U شکل با پنج ورودی	سریِ زمانیِ مکی‌گلاس
۲۰۰	$\frac{41.6}{120.1} = 0.35$	$\frac{30}{73.4} = 0.41$
۲۰	$\frac{14.2}{37.5} = 0.38$	$\frac{11.5}{26.7} = 0.43$
۱۰	$\frac{13.1}{33.4} = 0.39$	$\frac{10}{22.5} = 0.44$

۶- نتیجه‌گیری

همانطور که از نتایج معلوم می‌گردد صرفنظر از روش آموزش؛ عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF، در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز هستند بهتر می‌باشد. هم‌چنین مشاهده می‌گردد که هر چه میزان نویز تزریق شده به داده‌ها بیشتر باشد درصد بهبود عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر بازه‌ای بودن پارامترها سیستم را در مقابل نویز، قوی[3] می‌گرداند. این مسأله بدان سبب است که تابعِ فعال‌سازِ گرانولی در ساختار شبکهٔ عصبیِ RBF ، با تنظیم «پارامترهای مربوط به پهنایِ عدم قطعیّت[4]» یعنی کرانِ پائین و کرانِ بالای انحرافِ استاندارد، باعث کاهش حساسیت به تغییرات ورودی می‌شود. بنابراین توصیه می‌گردد که اگر نویز زیادی در داده‌ها وجود دارد با توجه به بهتر بودن عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF، از شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی استفاده شود. اما اگر نویز موجود؛ مقدار قابل توجهی نداشته باشد، با توجه به سادگی ساختار شبکهٔ عصبیِ RBF از این ساختار استفاده گردد. سادگی ساختار شبکهٔ عصبیِ RBF که به دلیل رهایی از محاسبات بازه‌ای در لایه‌هایِ میانی و خروجی می‌باشد، سبب کم شدن خطایِ ناشی از این محاسبات و هم‌چنین کاهش حجم محاسباتی برنامه می‌گردد. کم شدن مقدارِ تقریب در محاسبهٔ خروجی، می‌تواند در شرایط بدون نویز و به ویژه در شناساییِ سیستم‌هایِ غیر خطیِ پویا؛ منجر به اندکی بهبود در نتایج گردد.

از طرفی نتایج به دست آمده از شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی، در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز قوی نیستند؛ نشان دهندهٔ این است که عملکرد «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» در شناساییِ سیستم‌هایِ غیرِ خطیِ پویا که آشوبی نیستند بهتر است. البته برایِ شناسایی و پیش‌بینیِ توابع آشوب برایِ افق زمانی بزرگ، نتایج به دست آمده بیانگر آن است که عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ «الگوریتم گرادیان نزولی» عملکرد بهتری دارد. هر چند که «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» نیز در این شرایط با کیفیّت پایین‌تری کاربرد دارد.

با افزایش قدرت نویز در داده‌های ورودی برتری «الگوریتم گرادیان نزولی» به تدریج افزایش می‌یابد تا جایی که در نویز با «نسبت سیگنال به نویز» برابر صفر، عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیله‌ی روش «گرادیان نزولی»؛ برایِ شناساییِ سیستم‌هایِ غیرِ خطیِ پویا و شناسایی و پیش‌بینیِ توابع آشوب، بهتر از حالتی است که پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ روش «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» آموزش می‌بینند. چرا که در هنگام وجود نویز قوی در دادهٔ ورودی، تعیین تعلق آن به یک خوشه دشوار می‌باشد و خطایِ بوجود آمده در تعیین خوشه بر تقریب ناشی از محاسبات بازه‌ای غلبه می‌یابد.

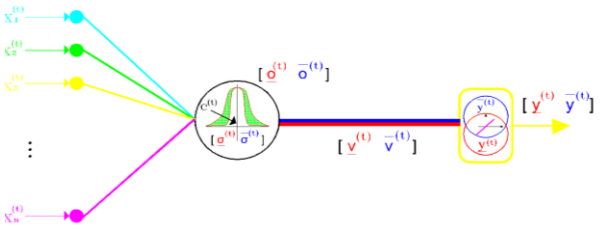
با این وجود، زمان اجرایِ برنامه با آموزش پارامترهای لایهٔ میانی بوسیلهٔ «الگوریتم خوشه‌بندی K-Means»،کمتر از روش گرادیان نزولی است. علت آن این است که مرتبهٔ پیچیدگی الگوریتم و حجم محاسباتی برنامه کاهش یافته و همگرایی پارامترها سریع‌تر صورت می‌پذیرد. از اینرو در شرایطی که داده‌های ورودی آغشته به نویز قوی نیستند؛ در تعداد مرحله مساوی، نسبت به روش «گرادیان نزولی»؛ به جواب بهتری خواهیم رسید.

[1] Run time
[2] High Amplitude
[3] Robust
[4] The parameters responsible for the width of uncertainly

۷- پیوست:اثبات بهبود یافتن عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF در شرایط نویزی

۷-۱ اثبات برای حالتی که یک نُرون در لایهٔ میانی وجود داشته باشد

برای اثبات بهبود یافتن عملکرد شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی نسبت به شبکهٔ عصبیِ RBF در شرایط نویزی؛ از یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با یک نُرون در لایهٔ میانی استفاده می‌کنیم. اثبات می‌گردد که هر چه میزان نویز تزریق شده به داده‌ها بیشتر باشد، شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با افزایش «فاصله کرانِ پائین انحرافِ استاندارد از کرانِ بالای آن» و در نتیجه افزایش «پهنای عدم قطعیت و یا همان تابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولی»، اثر نویز در خروجی شبکه را مهار می‌نماید. هم‌چنین هر چه میزان نویز تزریق شده به داده‌ها کمتر باشد ساختار شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی به شبکهٔ عصبیِ RBF نزدیکتر می‌شود تا در شرایط بدون نویز دو ساختار مشابه یکدیگر می‌گردند. البته این تغییر ساختار ناشی از بازه‌ای بودن دو پارامترِ سیستم، یکی «انحرافِ استاندارد تابعِ فعال‌سازِ گرانولی» در لایهٔ میانی؛ و دیگری «وزن‌های بازه‌ای» در لایهٔ خروجی؛ می‌باشد.



شکل۹. یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با یک نُرون در لایهٔ میانی

محاسبه کرانِ پائینِ خروجیِ یک تابعِ گاوسیِ گرانولی در لایهٔ میانی به شکل زیر است:

$$\underline{o}^{(t)} = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{(t)}}{\underline{\sigma}_r^{(t)}}\right)^2\right] = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\overline{u}^{(t)}\right)^2\right] = \psi\left(\overline{d}^{(t)}\right) = exp\left(-\frac{1}{2}\overline{d}^{(t)}\right) \quad (۷۹)$$

اکنون برای محاسبه کرانِ بالایِ خروجیِ یک تابعِ گاوسیِ گرانولی در لایهٔ میانی خواهیم داشت:

$$\overline{o}^{(t)} = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{(t)}}{\overline{\sigma}_r^{(t)}}\right)^2\right] = \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\underline{u}_r^{(t)}\right)^2\right] = \psi\left(\underline{d}^{(t)}\right) = exp\left(-\frac{1}{2}\underline{d}^{(t)}\right) \quad (۸۰)$$

همان‌طور که در محاسبه خروجیِ نهاییِ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی دیدیم؛ برای محاسبه خروجیِ نهاییِ این شبکه با یک نُرون هم چهار حالت زیر را خواهیم داشت.

- حالت اوّل: اگر $v^{(t)} > 0$ و $v^{(t)} > |s^{(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{(t)}, \overline{v}^{(t)} > 0$ خواهد بود.
- حالت دوّم: اگر $v^{(t)} > 0$ و $v^{(t)} < |s^{(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{(t)} < 0$ و $\overline{v}^{(t)} > 0$ خواهد بود.
- حالت سوّم: اگر $v^{(t)} < 0$ و $|v^{(t)}| > |s^{(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{(t)}, \overline{v}^{(t)} < 0$ خواهد بود.
- حالت چهارم: اگر $v^{(t)} < 0$ و $|v^{(t)}| < |s^{(t)}|$ باشد آن‌گاه $\underline{v}^{(t)} < 0$ و $\overline{v}^{(t)} > 0$ خواهد بود.

در حالت‌های اوّل، دوّم و چهارم، کرانِ پایین و کرانِ بالایِ خروجیِ نهاییِ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با یک نُرون، به همراه پارامترهای خطی کرانِ پایین و کرانِ بالایِ لایهٔ خروجیِ شبکه به این صورت خواهد بود:

$$\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \underline{v}^{(t)} \times \underline{o}^{(t)} = \left(v^{(t)} - |s^{(t)}|\right) \times \underline{o}^{(t)} \quad (۸۱)$$

$$\overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \overline{v}^{(t)} \times \overline{o}^{(t)} = \left(v^{(t)} + |s^{(t)}|\right) \times \overline{o}^{(t)} \quad (۸۲)$$

در حالت سوّم به علت منفی بودن $\underline{v}^{(t)}$ و $\overline{v}^{(t)}$ و مثبت بودن $\underline{o}^{(t)}$ و $\overline{o}^{(t)}$، محاسبه کرانِ پایین و کرانِ بالایِ خروجیِ نهاییِ شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با یک نُرون، به همراه پارامترهای خطی کرانِ پایین و کرانِ بالایِ لایهٔ خروجیِ شبکه به این صورت خواهد بود:

$$\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \underline{v}^{(t)} \times \underline{o}^{(t)} = \left(v^{(t)} - |s^{(t)}|\right) \times \overline{o}^{(t)} \quad (۸۳)$$

$$\overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} = \overline{v}^{(t)} \times \overline{o}^{(t)} = \left(v^{(t)} + |s^{(t)}|\right) \times \underline{o}^{(t)} \quad (۸۴)$$

و خروجی نهایی از میانگین کرانِ پائین و کرانِ بالا به دست می‌آید:

$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = \frac{\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} + \overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)}}{2} \quad (۸۵)$$

اکنون با سه فرض زیر اثبات را ارائه می‌کنیم:

- وزنِ لایهٔ خروجی، یعنی $v^{(t)}$ بازه‌ای نبوده و مساوی یک باشد، در آن صورت خواهیم داشت:

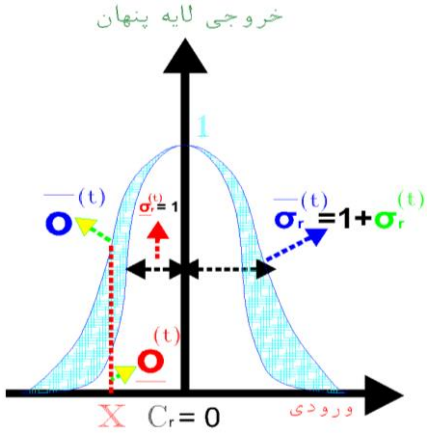
$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = \frac{\underline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)} + \overline{y_{\mathcal{N}}}^{(t)}}{2} = \frac{\left(\overline{v}^{(t)} \times \overline{o}^{(t)}\right) + \left(\underline{v}^{(t)} \times \underline{o}^{(t)}\right)}{2} = \frac{\overline{o}^{(t)} + \underline{o}^{(t)}}{2} = \frac{\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{(t)}}{\underline{\sigma}_r^{(t)}}\right)^2\right] + \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}-c_r^{(t)}}{\overline{\sigma}_r^{(t)}}\right)^2\right]}{2} \quad (۸۶)$$

- هم‌چنین مقدار اولیه‌ی مرکز تابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ نُرونِ لایهٔ پنهان یعنی c مساوی صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = \frac{\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}}{\underline{\sigma}_r^{(t)}}\right)^2\right]+\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}}{\overline{\sigma}_r^{(t)}}\right)^2\right]}{2} \quad (۸۷)$$

- کرانِ پائینِ انحراف استاندارد مساوی یک $(\underline{\sigma}_r^{(t)} = 1)$ و کرانِ بالایِ انحراف استاندارد به صورت $\overline{\sigma}_r^{(t)} = 1 + \sigma_r^{(t)}$ در نظر گرفته می‌شود که $\sigma_r^{(t)} = [0 \quad 3]$ بازهٔ تغییرات انحراف استاندارد با گام ۰/۰۱ خواهد بود.

$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = \frac{\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}}{1}\right)^2\right]+\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_r^{(t)}+n_r^{(t)}}{1+\sigma_r^{(t)}}\right)^2\right]}{2} = \frac{1}{2}\times \psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(x_r^{(t)}+n_r^{(t)}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\times\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\frac{\left(x_r^{(t)}+n_r^{(t)}\right)^2}{\left(1+\sigma_r^{(t)}\right)^2}\right] \quad (۸۸)$$



شکل ۱۰. تابعِ فعال‌سازِ گاوسیِ گرانولی در نُرون لایهٔ میانی و پیش از آغاز آموزش مرکز تابعِ فعال‌ساز

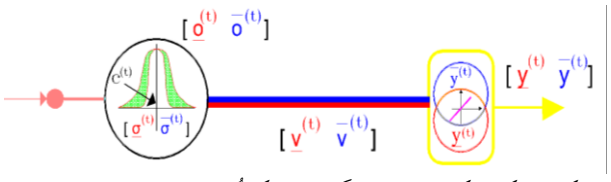
سپس خروجی شبکه بدون افزودن نویز ورودی و با فرضیات بالا و در نظر گرفتن بردار $\boldsymbol{X}$ به عنوان متغیر مستقل به شکل زیر به دست می‌آید:

$$y^{(t)} = f_{(t)}(\boldsymbol{X}) = f\left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, x_3^{(t)}, \cdots x_n^{(t)}\right) = \frac{1}{2}\times\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(x_r^{(t)}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\times\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\frac{\left(x_r^{(t)}\right)^2}{\left(1+\sigma_r^{(t)}\right)^2}\right] \quad (۸۹)$$

با افزودن نویز به داده‌ها، معادله خروجی به صورت زیر خواهد بود:

$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = f_{(t)}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\mathcal{N}}) = f\left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, x_3^{(t)}, \cdots x_n^{(t)}, n_1^{(t)}, n_2^{(t)}, n_3^{(t)}, \cdots, n_n^{(t)}\right) = \frac{1}{2}\times\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\left(x_r^{(t)}+n_r^{(t)}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\times\psi\left[\sum_{r=1}^{n}\frac{\left(x_r^{(t)}+n_r^{(t)}\right)^2}{\left(1+\sigma_r^{(t)}\right)^2}\right] \quad (۹۰)$$

اکنون برای کاهش تعداد متغیرها در تابع خروجی در وضعیت بدون نویز و نویزی، با فرض این‌که ابعاد بردار ورودی برابر یک باشد یعنی $n = 1$، اثبات را ادامه می‌دهیم:



شکل ۱۱. یک شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با یک نُرون در لایهٔ میانی و بردار یک بعدی ورودی

در این صورت خواهیم داشت:

$$y^{(t)} = f\left(x^{(t)}\right) = \frac{1}{2}\times\psi\left[\left(x^{(t)}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\times\psi\left[\frac{\left(x^{(t)}\right)^2}{\left(1+\sigma^{(t)}\right)^2}\right] \quad (۹۱)$$

$$y_{\mathcal{N}}^{(t)} = f\left(x^{(t)}, n^{(t)}\right) = \frac{1}{2}\times\psi\left[\left(x^{(t)}+n^{(t)}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\times\psi\left[\frac{\left(x^{(t)}+n^{(t)}\right)^2}{\left(1+\sigma^{(t)}\right)^2}\right] \quad (۹۲)$$

تفاضل این دو تابع، تابعی است که اختلال ایجاد شده بوسیلهٔ نویز[1] را نشان می‌دهد و عبارت است از:

$$DCN = \left|y_{\mathcal{N}}^{(t)} - y^{(t)}\right| = \frac{1}{2}\times\left|\psi\left[\left(x^{(t)}+n^{(t)}\right)^2\right]+\psi\left[\frac{\left(x^{(t)}+n^{(t)}\right)^2}{(1+\sigma^{(t)})^2}\right]-\psi\left[\left(x^{(t)}\right)^2\right]-\psi\left[\frac{\left(x^{(t)}\right)^2}{(1+\sigma^{(t)})^2}\right]\right| \quad (۹۳)$$

$$DCN = \frac{1}{2}\times\left|exp\left[\frac{-\left(x^{(t)}+n^{(t)}\right)^2}{2}\right]+exp\left[\frac{-\left(x^{(t)}+n^{(t)}\right)^2}{2(1+\sigma^{(t)})^2}\right]-exp\left[\frac{-\left(x^{(t)}\right)^2}{2}\right]-exp\left[\frac{-\left(x^{(t)}\right)^2}{2(1+\sigma^{(t)})^2}\right]\right| \quad (۹۴)$$

همان‌طور که در بخش۲ گفته شد؛ تابعِ توزیعِ احتمالِ گاوسی یا نرمال[2] بر اساس قضیه حد مرکزی از اهمیّت زیادی برخوردار است. اکنون «تابعِ توزیعِ احتمال» برای نویز ورودی را که به آن «تابعِ توزیع

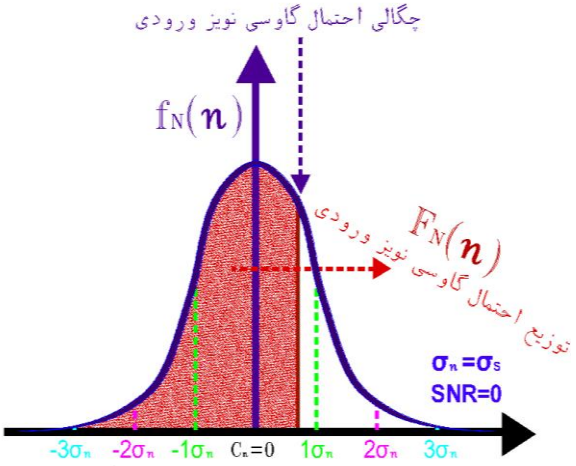
[1] Distortion Caused by Noise (DCN)
[2] Gaussian Probability Distribution Function (Gaussian PDF)

تجمعی[1]» نیز گفته می‌شود، از نوع «نُرمال یا گاوسیِ با میانگینِ صفر» و به صورت $\mathcal{N}(0,\sigma_n^2)$ در نظر می‌گیریم و به شکل زیر تعریف می‌نمائیم[۳۹-۴۱]:

$$F_{\mathcal{N}}(n)=\int_{-\infty}^{n} f_{\mathcal{N}}(z)dz=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times\sigma_n}\int_{-\infty}^{n}\psi\left(\frac{z^2}{\sigma_z^2}\right)dz=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times\sigma_n}\int_{-\infty}^{n}exp\left(-\frac{1}{2}\times\frac{z^2}{\sigma_z^2}\right)dz \quad (۹۵)$$

تابعِ چگالیِ احتمال[2] برای نویز ورودی به شکل زیر به دست می‌آید.

$$f_{\mathcal{N}}(n)=\frac{d}{dn}F_{\mathcal{N}}(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times\sigma_n}\psi\left(\frac{n^2}{\sigma_n^2}\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times\sigma_n}exp\left(-\frac{1}{2}\times\frac{n^2}{\sigma_n^2}\right) \quad (۹۶)$$



شکل۱۲. تابعِ توزیعِ احتمال و تابعِ چگالیِ احتمال گاوسی برای نویز ورودی

همان طور که در شکل۹ می‌بینیم، فرض بر این است که قدرت نویز زیاد بوده و با قدرت سیگنال برابر باشد یعنی خواهیم داشت $SNR=0\ (dB)$ و در نتیجه [۱۱]:

$$SNR=10\log_{10}\frac{\text{the variance of the signal}}{\text{the variance of the noise}}=10\log_{10}\frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}=0\rightarrow\sigma_s=\sigma_n \quad (۹۷)$$

آنجا که σ_s^2 واریانس سیگنال و σ_n^2 واریانس نویز می‌باشد. اکنون فرض می‌کنیم $\sigma_s=\sigma_n=\sigma'=0.33$ باشد، در آن صورت تابعِ چگالیِ احتمال برای نویز که در حالت گسسته به آن تابعِ جرمِ احتمال[3] گویند به شکل زیر ساده می‌گردد:

$$f_{\mathcal{N}}(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times\sigma'}exp\left(-\frac{1}{2}\times\frac{n^2}{\sigma'^2}\right)=\frac{1}{2.5\times0.33}e^{-\frac{n^2}{2\times0.33^2}}=\frac{1}{0.825}e^{-\frac{n^2}{0.2178}}=1.2e^{-4.6n^2} \quad (۹۸)$$

اکنون با فرض داشتن یک نمونه ورودی یعنی $T=1$، می‌توانیم تابع دو متغیره DCN را به یک تابع یک متغیره با متغیر مستقل n تبدیل نمائیم.

$$DCN=|y_{\mathcal{N}}-y|=\frac{1}{2}\times\left|exp\left[\frac{-(x+n)^2}{2}\right]+exp\left[\frac{-(x+n)^2}{2(1+\sigma)^2}\right]-exp\left[\frac{-x^2}{2}\right]-exp\left[\frac{-x^2}{2(1+\sigma)^2}\right]\right| \quad (۹۹)$$

متغیّر تصادفی n روی فضایِ احتمال[4] $(\Omega,\mathcal{F},P)$ تعریف می‌گردد که در آن داریم[۴۱]:

- Ω فضایِ نمونه[5] شامل مقادیر تصادفی نویز و در واقع همان نتایج به دست آمده از آزمایشات است.
- $\mathcal{F}$ فضایِ رویداد[6] و یا فضایِ فرآیندِ تصادفی[7] است که بخشی از فضایِ نمونه را در بر می‌گیرد و شامل رویدادهایی است که وقوع پذیرند و در واقع احتمال وقوع بزرگتر از صفر دارند. به عنوان مثال رویداد قرار گرفتن «بزرگی نویز در بازهٔ $[-0.6745\sigma_n\quad 0.6745\sigma_n]$» احتمال وقوع بالایی دارد.
- P تابعِ اندازهٔ احتمالِ رویداد[8] است که وظیفه آن اختصاص یک عدد حقیقی به رویداد می‌باشد و در واقع فضایِ رویداد را به فضای اعداد حقیقی نگاشت می‌کند. می‌توان از تابعِ چگالیِ احتمال به عنوان تابعِ اندازهٔ احتمالِ رویداد استفاده نمود.

مقدار مورد انتظار یا اُمید ریاضی برای اختلال ایجاد شده بوسیله نویز؛ عبارت است از:

$$E(\mathcal{N})=\int_{\Omega}DCN\times dP=\int_{-\infty}^{\infty}DCN\times f_{\mathcal{N}}(n)dn=\int_{-\infty}^{\infty}|y_{\mathcal{N}}-y|\times f_{\mathcal{N}}(n)dn \quad (۱۰۰)$$

با تقریب خوبی می‌توان حدود انتگرال‌گیری را به شکل زیر عوض نمود:

$$E(\mathcal{N})=\int_{-4\sigma}^{4\sigma}DCN\times f_{\mathcal{N}}(n)dn=\int_{-4\sigma}^{4\sigma}|y_{\mathcal{N}}-y|\times f_{\mathcal{N}}(n)dn \quad (۱۰۱)$$

می‌توان فرم پیوسته تابع اُمید ریاضی یعنی $E(\mathcal{N})$ را به صورت زیر گسسته نمود. در حالت گسسته این تابع از طریق جمع مقادیر نمونه‌ها و

[1] Cumulative Distribution Function (CDF)
[2] Probability Density Function (pdf)
[3] Probability Mass Function (pmf)
[4] Probability space
[5] Sample space
[6] Event space
[7] Stochastic Process space
[8] Event Probability Function

هنجارسازی[1] حاصل جمع نسبت به تعداد نمونه‌ها محاسبه می‌شود و یا می‌توان از تابعِ چگالیِ احتمال نویز ورودی به صورت زیر استفاده نمود.

$$E(\mathcal{N}) = \sum_{n=-4\sigma}^{n=4\sigma}(|y_{\mathcal{N}} - y| \times f_{\mathcal{N}}(n)\Delta n) \qquad (۱۰۲)$$

هر چه مقدار Δn را کوچکتر در نظر بگیریم دقت محاسبه $E(\mathcal{N})$ بیشتر خواهد بود. Δn را می‌توان برابر ۰/۰۰۱ یا ۰/۰۰۰۱ در نظر گرفت. اکنون تابع $E(\mathcal{N}^2)$ را به شکل زیر به دست می‌آوریم:

$$E(\mathcal{N}^2) = \int_{-4\sigma}^{4\sigma}(DCN)^2 \times f_{\mathcal{N}}(n)dn = \int_{-4\sigma}^{4\sigma}(y_{\mathcal{N}} - y)^2 \times f_{\mathcal{N}}(n)dn \qquad (۱۰۳)$$

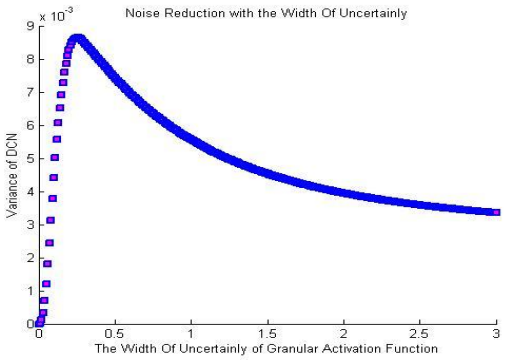
می‌توان فرم پیوسته تابع $E(\mathcal{N}^2)$ را به صورت زیر گسسته نمود:

$$E(\mathcal{N}^2) = \sum_{n=-4\sigma}^{n=4\sigma}[(y_{\mathcal{N}} - y)^2 \times f_{\mathcal{N}}(n)\Delta n] \qquad (۱۰۴)$$

واریانسِ تابعِ DCN، به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$Var(\mathcal{N}) = E(\mathcal{N}^2) - [E(\mathcal{N})]^2 \qquad (۱۰۵)$$

نمودار تغییرات واریانسِ تابعِ DCN بر حسب σ مانند شکل۱۰ به دست می‌آید. این شکل نشان می‌دهد که ابتدا با افزایش مقدار σ (تغییرِ انحراف استاندارد تابعِ فعال‌سازِ گرانولی) تا سطح $\sigma' = 0.33$ (انحراف استاندارد نویز)، واریانسِ تابعِ DCN افزایش می‌یابد. چرا که پهنای عدم قطعیت در تابعِ فعال‌سازِ گرانولی هنوز قدرت خنثی نمودن اثر نویز را ندارد و تغییرات مقدارنویز سبب تغییر اختلال ایجاد شده بوسیله نویز می‌گردد. که آن نیز به نوبه خود تغییر در واریانس این اختلال را در پی دارد که در این مرحله افزایشی می‌باشد. با افزایش بیشتر مقدار σ، پهنای عدم قطعیت در تابعِ فعال‌سازِ گرانولی بر نویز ورودی غلبه نموده و واریانسِ تابعِ DCN رو به کاهش می‌گذارد. کاهش واریانسِ تابعِ DCN به معنی آن است که با افزایش پهنای عدم قطعیت در تابعِ فعال‌سازِ گرانولی، مقدار تابعِ DCN حول میانگین آن پراکندگی کمتری دارد و چون تابعِ توزیعِ احتمالِ نویز ورودی، گاوسی یا نُرمال با میانگین صفر می‌باشد، پس تابعِ DCN بیشتر به سمت صفر میل کرده و در واقع اختلال ایجاد شده بوسیله نویز کاهش یافته است.



شکل۱۳. تغییرات واریانسِ تابعِ DCN بر حسب پهنای عدم قطعیت یعنی σ

[1] Normalizing

۷-۲ تعمیم اثبات فوق برای حالتی که m نُرون در لایهٔ میانی وجود داشته باشد

تعریف۱. فرآیندِ تصادفیِ شمارا[2] (با زمان گسسته[3]) روی فضایِ احتمالِ $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ عبارت است از دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مانند $\left(n_r^{(t)}\right)_{r\in N}$ روی این فضا و آن را به صورت $\left\{n_r^{(t)}\right\}_{r\in N}$ نشان می‌دهیم[۳۹].

قرارداد. از این پس منظور از $\mathbb{R}^\infty$ یعنی مجموعهٔ همهٔ دنباله‌هایِ اعداد حقیقی؛ و یا به عبارت دیگر مجموعهٔ همهٔ توابع از $\mathbb{N}$ به $\mathbb{R}$ که هر تابع می‌تواند یک دنباله را تولید کند. به عنوان مثال تابعِ نویزِ $n_r^{(t)} = f(r,t)$ با «تابعِ توزیعِ احتمالِ گاوسی» می‌تواند یکی از این توابع باشد[۳۸-۴۰].

تعریف۲. مجموعهٔ A در $\mathbb{R}^\infty$ را یک بازه با بُعد متناهی گوییم اگر $n \in N$ و بازه‌های متناهی و نامتناهی I_1 ، I_2 ، I_3 ، ... ، I_n موجود باشند که $A = \left\{\mathcal{N}^{(t)} \in \mathbb{R}^\infty:\ n_r^{(t)} \in I_r,\quad r = 1,2,\dots,n\right\}$. به عنوان مثال مقدار نویز افزوده شده به ورودی r اُم، یعنی $x_r^{(t)}$ که به صورت $n_r^{(t)}$ نشان داده می‌شود، در بازهٔ $n_r^{(t)} \in [-4\sigma_n \quad 4\sigma_n]$ که یک بازه با بُعد متناهی است قرار دارد. بُعد متناهی این بازه برابر بُعدِ بردارِ نویزِ ورودی یعنی $\mathcal{N}^{(t)} = \left[n_1^{(t)}\ n_2^{(t)} \dots n_n^{(t)}\right]$ می‌باشد. ردهٔ تمام بازه‌های با بُعد متناهی را با $\mathcal{G}_\infty$ نشان می‌دهند[۲۷].

تعریف۳. فرض می‌کنیم که مجموعهٔ B به صورت زیر تعریف گردد[۳۸-۴۰]:

$$B = \{\mathcal{X}^{(t)}, \mathcal{N}^{(t)} \in \mathbb{R}^\infty:\ \left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, x_3^{(t)}, \cdots x_n^{(t)}, n_1^{(t)}, n_2^{(t)}, n_3^{(t)}, \cdots, n_n^{(t)}\right) \in B_n\} \qquad (۱۰۶)$$

- مجموعهٔ B در $\mathbb{R}^\infty$ را یک استوانه[4] با بُعد متناهی گوییم.
- ردهٔ تمام استوانه‌های با بُعد متناهی با e_∞ نشان داده می‌شود که e_∞ یک میدان است.
- در این صورت e_∞ می‌تواند یک میدان سیگمایی[5] باشد.
- از دیدگاه احتمال، میدان سیگمایی را می‌توان به عنوان اطلاعات داده شدهٔ یک آزمایش در نظر گرفت.
- مجموعه‌های بُرل روی Ω و P از فضایِ احتمالِ $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ به شکل $\sigma(e_\infty)$ و $\sigma(\mathcal{G}_\infty)$ تعریف می‌گردند.

[2] Countable Stochstic Process
[3] Discrete Time
[4] Cylinder
[5] σ-field

- مجموعهٔ B_∞ را به صورت $B_\infty = \sigma(\mathcal{G}_\infty) = \sigma(e_\infty)$ تعریف می‌کنیم.

گزاره: اثبات می‌گردد که هر فرآیندِ تصادفی مانند فرآیندِ تصادفیِ شمارایِ $\{n_r^{(t)}\}_{r\in N}$، یک بردار تصادفی به صورت $\boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}: (\Omega, \mathcal{F}, P) \to (\mathbb{R}^\infty, B_\infty)$ به دست می‌دهد[۳۹-۴۱].

قضیهٔ توسیع کُلموگُرف[1]: فرض کنید که برای هر $n \in N$ یک اندازهٔ احتمالِ P_n روی $(\mathbb{R}^\infty, B)$ در دست است. می‌خواهیم یک اندازهٔ احتمالِ P روی $(\mathbb{R}^\infty, B_\infty)$ طوری بسازیم که تحدید P به B_n همان P_n شود. یعنی داشته باشیم[۳۹-۴۱]:

$$\forall B \epsilon B_n;\quad P\left(\left\{\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)} \in \mathbb{R}^\infty:\ \left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, x_3^{(t)}, \cdots x_n^{(t)}, n_1^{(t)}, n_2^{(t)}, n_3^{(t)}, \cdots, n_n^{(t)}\right) \in B\right\}\right) = P_n(B) \tag{۱۰۷}$$

می‌دانیم که $\mathcal{F} \subset \Omega$ است. اگر مجموعهٔ F را به عنوان مجموعه‌ای از درایه‌هایِ بردار $\boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)}$ در نظر بگیریم و F یک مجموعهٔ شمارا و زیر مجموعهٔ R باشد. و با توجه به این‌که می‌دانیم؛ دنبالهٔ $\left(n_r^{(t)}\right)_{r\in N}$ دنباله‌ای از متغیرهایِ تصادفی است آن‌گاه در صورت برقراری شرایط زیر:

- $P(.) \geq 0,$ (۱۰۸)
- $\sum_{n_{n+1}^{(t)} \in F} P\left(n_1^{(t)}, n_2^{(t)}, n_3^{(t)}, \cdots, n_{n+1}^{(t)}\right) = P\left(n_1^{(t)}, n_2^{(t)}, n_3^{(t)}, \cdots, n_n^{(t)}\right),$ (۱۰۹)
- $\sum_{n_1^{(t)} \in F} P\left(n_1^{(t)}\right) = 1,$ (۱۱۰)

فرآیندِ شمارایِ $\{x_r^{(t)}\}_{r\in N}$ که می‌تواند دارای ویژگی غیرخطی و یا آشوبی باشد؛ چنان موجود است که:

$$P\left(x_1^{(t)} \leftarrow x_1^{(t)} + n_1^{(t)}, \ldots, x_n^{(t)} \leftarrow x_n^{(t)} + n_n^{(t)}\right) = P\left(n_1^{(t)}, n_2^{(t)}, n_3^{(t)}, \cdots, n_n^{(t)}\right) \tag{۱۱۱}$$

برای تعمیم تعداد ورودی‌ها از یک ورودی به چند ورودی؛ از قضیهٔ توسیع کُلموگُرف و اثبات به کمک استقراءِ ریاضی؛ به شکل زیر استفاده می‌کنیم:

- اگر برای $1 \in N$ یک اندازهٔ احتمالِ P_1 روی $(\mathbb{R}^\infty, B)$ در دست داشته باشیم؛ می‌توانیم یک اندازهٔ احتمالِ P روی $(\mathbb{R}^\infty, B_\infty)$ طوری بسازیم که تحدید P به B_1 همان P_1 شود. یعنی داشته باشیم:

$$\forall B \epsilon B_1;\quad P\left(\left\{\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)} \in \mathbb{R}^\infty:\ \left(x_1^{(t)}, n_1^{(t)}\right) \in B\right\}\right) = P_1(B) \tag{۱۱۲}$$

- اگر برای $r \in N$ یک اندازهٔ احتمالِ P_r روی $(\mathbb{R}^\infty, B)$ در دست داشته باشیم؛ می‌توانیم یک اندازهٔ احتمالِ P روی $(\mathbb{R}^\infty, B_\infty)$ طوری بسازیم که تحدید P به B_r همان P_r شود. یعنی داشته باشیم:

$$\forall B \epsilon B_r;\quad P\left(\left\{\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)} \in \mathbb{R}^\infty:\ \left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, n_1^{(t)}, n_2^{(t)}\right) \in B\right\}\right) = P_r(B) \tag{۱۱۳}$$

- اگر برای $r+1 \in N$ یک اندازهٔ احتمالِ P_{r+1} روی $(\mathbb{R}^\infty, B)$ در دست داشته باشیم؛ می‌توانیم یک اندازهٔ احتمالِ P روی $(\mathbb{R}^\infty, B_\infty)$ طوری بسازیم که تحدید P به B_{r+1} همان P_{r+1} شود. یعنی داشته باشیم:

$$\forall B \epsilon B_{r+1};\quad P\left(\left\{\boldsymbol{X}^{(t)}, \boldsymbol{\mathcal{N}}^{(t)} \in \mathbb{R}^\infty:\ \left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, n_1^{(t)}, n_2^{(t)}\right) \in B\right\}\right) = P_{r+1}(B) \tag{۱۱۴}$$

پس با هر تعداد ورودی قادر به ساختن یک اندازهٔ احتمالِ P روی $(\mathbb{R}^\infty, B_\infty)$ خواهیم بود.

قضیهٔ وجود نگاشت[2] شبکهٔ عصبیِ پیشرو[3] کُلموگُرف: هر تابع پیوستهٔ $f\left(x^{(t)}, n^{(t)}\right): [0\quad 1]^n \to R^m$، را می‌توان به طور دقیق توسط یک شبکهٔ عصبی سه لایه‌ای پیشرو[4]، که دارای n نُرون در لایهٔ ورودی و $(2n+1)$ نُرون در لایهٔ پنهان و m نُرون در لایهٔ خروجی می‌باشد تحقق بخشید. طبق این قضیه چنین شبکه‌ای وجود دارد[۴۲].

قضیهٔ وجود نگاشت شبکهٔ عصبیِ پس‌انتشار[5] کُلموگُرف: برای هر تابع $f\left(x^{(t)}, n^{(t)}\right): [0\quad 1]^n \to R^m$، که L_2 باشد یعنی انتگرال $\int_{[0\quad 1]^n} \left|f\left(x^{(t)}, n^{(t)}\right)\right|^2 dx$ موجود باشد، یک شبکهٔ عصبیِ پس‌انتشار سه لایه وجود دارد که می‌تواند تابع f را با دقت میانگین مربع خطای یک عدد کسری ثابت مثبت به نام $0 < e < d$ تقریب بزند.

فضای L_2 شامل هر تابعی که در یک مسألهٔ عملی وجود دارد می‌شود. به عنوان نمونه شامل تمام توابع ناپیوسته که به صورت تکه‌ای نیز پیوسته هستند می‌شود. این قضیه ثابت می‌کند که همیشه سه لایه کافیست. هر چند در عمل استفاده از ۴ یا ۵ و یا حتی لایه‌های بیشتر مرسوم است. زیرا بسیاری از مسائل برای حل؛ توسط شبکهٔ سه لایه‌ای، نیازمند تعداد زیادی نُرون در لایهٔ پنهان خود می‌باشند. که این امر به کند شدن سرعت پردازش منجر می‌شود. بالاخره هر چند این قضیه تضمین می‌کند که شبکه‌های عصبی چند لایه با وزن‌های صحیح، قادر به نگاشت

[1] Kolmogorov

[2] Mapping
[3] Feed Forward Neural Network (FFNN)
[4] Feed forward three layers neural network
[5] Back Propagation Neural Network (BPNN)

و تقریب هر تابع L_2 دلخواه است؛ ولی در مورد رسیدن و یا نرسیدن به این وزن‌ها، هیچ قانون یادگیری تضمینی موجود نیست[۴۲].

پس وقتی یک شبکهٔ عصبیِ پس‌انتشار سه لایه مانند شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با یک نُرون در لایهٔ میانی و آموزش پارامترها به روش «گرادیان نزولی» بتواند با تقریب بهتری نسبت به یک شبکهٔ عصبیِ RBF با همان تعداد نُرون در لایهٔ میانی و همان روش آموزش؛ یک تابع غیرخطی یا آشوب را تحقق ببخشد، به طور حتم با چند نُرون در لایهٔ میانی نیز این برتری به وقوع خواهد پیوست. زیرا تابع غیرخطی و تابع آشوب به کار رفته؛ هر دو L_2 می‌باشند.

از طرفی دو قضیهٔ «وجود نگاشت شبکهٔ عصبیِ پیشرو کُلموگُرف» و «وجود نگاشت شبکهٔ عصبیِ پس‌انتشار کُلموگُرف» محدود به روش آموزش خاصّی نیستند؛ پس در تعمیم از دو نُرون به چند نُرون در لایهٔ میانی؛ می‌توان نتیجه گرفت که یک شبکهٔ عصبیِ پس‌انتشار سه لایه مانند شبکهٔ عصبیِ RBF گرانولی با آموزش پارامترها به روش ««الگوریتم خوشه‌بندی K-Means» بتواند با تقریب بهتری نسبت به یک شبکهٔ عصبیِ RBF با همان تعداد نُرون در لایهٔ میانی رفتار نماید.

مراجع

[1] X. Wu, Y. Wang, W. Liu, Z. Zhu, and Y. Tan, “Application of Nonlinear Filtering Trained RBF Networks to Multi-step Prediction of Time-series with Delayed Observations,” Journal of Information & Computational Science vol. 7: 3, pp. 385-393, 2011. Available at http://www.joics.com.

[2] M. Bahita, and K. Belarbi, “Neural Feedback Linearization Adaptive Control for Affine Nonlinear Systems Based on Neural Network Estimator,” Serbian Journal of Electrical Engineering vol. 8, no. 3, pp. 307-323, November 2011.

[3] D. R. Brillinger, “Time Series: Data Analysis and Theory,” vol. 36, Siam, 2001.

[4] Y. Yao, “Interval Sets and Interval-set Algebras,” In Cognitive Informatics, ICCI'09, 8th IEEE International Conference on, pp. 307-314, 2009.

[5] X. Gao, “Some properties of continuous uncertain measure,” International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, vol. 17, no. 3, pp. 419-426, 2009.

[6] C.-F. Juang, R.-B. Huang and Y.-Y. Lin, “A recurrent self-evolving interval type-2 fuzzy neural network for dynamic system processing,” Fuzzy Systems, IEEE Transactions on 17, no. 5, pp. 1092-1105, 2009.

[7] C.-F. Juang, and Y. W. Tsao, “A self-evolving interval type-2 fuzzy neural network with online structure and parameter learning,” IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 16, no. 6, pp. 1411-1424, December 2008.

[8] S. Guohua, L. Mingfeng, L. Teik C, “Enhanced Filtered-X Least Mean M-estimate Algorithm for Active Impulsive Noise Control,” Applied Acoustics, 90: pp. 31-41, 2015.

[9] B. Santosh Kumar, D. Debi Prasad, S. Bidyadhar, “Functional Link Artificial Neural Network Applied to Active Noise Control of a Mixture from Tonal and Chaotic Noise,” Applied Soft Computing, 23: pp. 51-60, 2014.

[10] M. Ahmadieh Khanesar, E. Kayacan, M. Teshnehlab, and O. Kaynak, “Analysis of the Noise Reduction Property of Type-2 Fuzzy Logic Systems Using a Novel Type-2 Membership Function,” IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Man, and Cybernetics-part B: Cybernetics, vol. 41, no. 5, October 2011.

[11] M. Ahmadieh Khanesar, M. Teshnehlab, E. Kayacan, and O. Kaynak, “A Novel Type-2 Fuzzy Membership Function: Application to the Prediction of Noisy Data,” In Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications (CIMSA), 2010 IEEE International Conference on, pp. 128-133. IEEE, 2010.

[12] B. Anja, et al, “Wavelet Based Noise Reduction in CT-images Using Correlation Analysis,” Medical Imaging, IEEE Transactions on, 27.12, pp. 1685-1703, 2008.

[13] S. Stefan, et al, “Fuzzy Random Impulse Noise Reduction Method,” Fuzzy Sets and Systems, 158.3, pp. 270-283, 2007.

[14] S. Stefan, et al, “A Fuzzy Impulse Noise Detection and Reduction Method,” Image Processing, IEEE Transactions on, 15.5, pp. 1153-1162, 2006.

[15] T. Li; J. Jean, “Adaptive Volterra Filters for Active Control of Nonlinear Noise Processes,” Signal Processing, IEEE Transactions on, 49.8, pp. 1667-1676, 2001.

[16] L. Chien-Cheng, Y.-C. Chiang, C.-Y. Shih and C.-L. Tsai, “Noisy Time-series Prediction Using M-estimator based Robust Radial Basis Function Neural Networks with Growing and Pruning Techniques,” Expert Systems with Applications 36, no. 3, 4717-4724, 2009.

[17] Y. Y. Yao, “Human-inspired Granular Computing,” Novel Developments in Granular Computing: Applications for Advanced Human Reasoning and Soft Computation, pp. 1-15, 2010.

[18] Z. Meciarova, “Granular Computing and its Applications in RBF with Cloud Activation Function,” Journal of Informational, Control and Management Systems, vol. 7, Issue 1, pp. 7-16, 2009.

[19] Y. Yao, and Z. Ning, "Granular Computing," Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering (2008).

[20] S. Dick, A. Tappenden, C. Badke, and O. Olarewaju, "A Novel Granular Neural Network Architecture," In Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS'07. Annual Meeting of the North American, pp. 42-47, IEEE, 2007.

[21] B. Andrzej, and W. Pedrycz, "The Roots of Granular Computing," In GrC, pp. 806-809, 2006.

[22] J. Abdi, B. Moshiri, and A. Khaki-Sedigh, "Comparison of RBF and MLP Neural Networks in Short-term Traffic Flow Forecasting," In Power, Control and Embedded Systems (ICPCES), 2010 International Conference on, pp. 1-4, IEEE, 2010.

[23] D. Marcek, M. Marcek, and J. Babel, "Granular RBF NN Approach and Statistical Methods Applied to Modeling and Forecasting High Frequency Data," International Journal of Computational Intelligence Systems, vol. 2, no. 4, pp. 353-364, December, 2009.

[24] G. B. Huang, P. Saratchandran, and N. Sundararajan, "A Generalized Growing and Pruning RBF (GGAP-RBF) Neural Network for Function Approximation," IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 16, no. 1, pp. 57-67, January 2005.

[25] N. Jankowski, and V. Kadirkamanathan, "Statistical Control of Growing and Pruning in RBF-Like Neural Networks," In Third Conference on Neural Networks and Their Applications, pp. 663-670, 1997.

[26] J.-S. Roger-Jang, and C.-T. Sun, "Functional Equivalence between Radial Basis Function Networks and Fuzzy Inference Systems," IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 4, no. 1, pp. 156-159, January 1993.

[27] C. H. Skiadas, and C. Skiadas, "Chaotic Modeling and Simulation: Analysis of Chaotic Models, Attractors and Forms," Chapman and Hall/CRC Press is an imprint of Taylor and Francis Group, LLC, 2009, ISBN: 978-1-4200-7900-5 (hardcover: alk. paper).

[28] J. Principe and J.-M. Kou, "Dynamic Modeling of Chaotic Time-series with Neural Networks," Advances in Neural Information Processing Systems, pp. 311-318, 1995.

[29] V. Isham, "Statistical Aspects of Chaos, A Review," in: Networks and Chaos-Statistical and Probabilistic Aspects," pp. 124-200, Springer US, 1993.

[30] M. C. Mackey, and L. Glass, "Oscillation and Chaos in Physiological Control System," Sicence 197, no. 4300, pp. 287-289, 1977.

[31] B. Henon, "A Two Dimensional Mapping with a Strange Attractor," Communications in Mathematical Physics, vol. 50, issue 1, pp. 69-77, 1976.

[32] E. N. Lorenz, "Deterministic Nonperiodic Flow," Journal of the Atmospheric Sciences 20, no. 2, pp. 130-141, 1963.

[33] M. Teshnehlab, and K. Watanabe, "Intelligent Control Based on Flexible Neural Networks," Kluwer Academic publisher, 1999.

[34] A. Lapedes, and R. Farber, "Nonlinear Signal Processing Using Neural Networks," IEEE Conference on Neural Information Processing System, Natural and Synthetic. Proc., Mag., pp. 422, 1987.

[35] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, "Learning Internal Representations by Back Propagation Errors," Nature, 323, pp. 533-536, 1986.

[36] V. Seydi Ghomsheh, M. Aliyari Shoorehdeli, and M. Teshnehlab, "Training ANFIS structure with modified PSO algorithm," 15th Mediterranean Conference on Control & Automation, July 27-29, 2007, Athens-Greece.

[37] D. Kukolj and E. Levi, "Identification of complex systems based on neural and Takagi-Sugeno fuzzy model," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern., vol. 34, no. 1, pp. 272–282, Feb. 2004

[38] V. Kreinovich, "From Interval and Probabilistic Granules to Granules of Higher Order," 2010.

[39] P. Billingsly, "Probability and Measure," John Wiley & Sons, 2008.

[40] S. Resnick, "Adventures in stochastic processes," Birkhäuser, Boston, 1992.

[41] A. Papoulis, and S. U. Pillai, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes." Tata McGraw-Hill Education, 2002.

[۴۲] خاکی‌صدیق، علی (۱۳۸۳). ارزیابی روش‌های پیش‌بینی قیمت سهام و ارائهٔ مُدل بهینه. پژوهشکدهٔ پولی و بانکی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران.

[۴۳] علیاری شوره دلی، مهدی، محمد تشنه لب و علی خاکی صدیق (۱۳۸۳). پیش‌بینی کوتاه مدت آلودگی هوا با کمک شبکه های عصبی پرسپترون چندلایه وخط حافظه دار تاخیر. ششمین کنفرانس سراسری سیستم های هوشمند، کرمان، دانشگاه شهید باهنر کرمان. http://www.civilica.com/Paper-ICS06-ICS06_025.html

[۴۴] ظهوری زنگنه، بختیار و عباس شولائی (۱۳۷۸). شبیه‌ساز(سیمولاتور) شبکه‌های HVDC/AC با گام بهینه. پانزدهمین کنفرانس بین المللی برق، تهران، شرکت توانیر، پژوهشگاه نیرو، http://www.civilica.com/Paper-PSC15-PSC15_067.html

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۳۹-۲۷

ردیابی زمان-محدود سرتاسری کلاس جامعی از سیستم‌های غیرخطی با استفاده از کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین

علی ابوئی[۱]، مسعود مروج خراسانی[۲]، محمد حائری[۳]

[۱]استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد، Aliabooee@yazd.ac.ir

[۲]فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شریف،M.Moravej.kh@gmail.com

[۳]استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شریف، Haeri@sina.sharif.edu

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۷/۳۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱۰/۱۳)

چکیده: در این مقاله، ردیابی زمان-محدود سرتاسری برای کلاس جامعی از سیستم‌های غیرخطی در حضور اغتشاش و عدم‌قطعیت مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرم در نظر گرفته شده برای سیستم‌های غیرخطی به صورت زنجیره‌ای از زیرسیستم‌های دو انتگرال‌گیره دارای اندرکنش می‌باشد که قابلیت توصیف دسته‌ی وسیعی از سیستم‌های عملی و فیزیکی را دارا است. در این راستا، از ترکیب روش کنترل تطبیقی با کنترل مد لغزشی ترمینال غیرتکین استفاده شده است که روش کنترل تطبیقی برای تعیین قوانین به‌روزرسانی ضرایب نامعلوم کران بالای نامحدود اغتشاش و عدم‌قطعیت به کار می‌رود. نتایج تحلیلی نشان می‌دهند که روش کنترلی ترکیبی پیشنهادی قادر است ورودی‌های کنترلی را چنان تعیین کند که متغیرهای حالت سیستم غیرخطی، مسیرهای دلخواه را پس از گذشت مدت زمان محدود به طور کامل و با خطای صفر ردیابی کنند. رابطه‌ای نیز برای تعیین زمان محدود اشاره شده ارائه می‌شود که با وجود پارامترهای دلخواه موجود در آن، می‌توان سرعت همگرایی مسئله ردیابی را افزایش داد. در انتها، نتایج حاصله بر روی دو سیستم فیزیکی واقعی شامل سیستم یاتاقان مغناطیسی رانشی و سیستم ربات دو لینکه مورد شبیه‌سازی قرار می‌گیرند تا درستی عملکرد روش کنترلی پیشنهادی آشکار گردد.

کلمات کلیدی: پایداری زمان-محدود سرتاسری، ردیابی زمان-محدود، کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین، زمان‌های نشست و رسیدن محدود.

Global Finite Time Tracking for a General Class of Nonlinear Systems Using Nonsingular Adaptive-Terminal Sliding Mode Control

Ali Abooee, Masoud Moravej Khorasani, Mohammad Haeri

Abstract: In this paper, the global finite time tracking problem of desired trajectories for a wide group of nonlinear systems subjected to unbounded disturbances and uncertainties is addressed. The considered class for nonlinear systems, containing a chain of interacting double integrator subsystems, can describe and model variety of practical systems. To tackle the mentioned problem, the adaptive control approach is incorporated with a nonsingular terminal sliding mode control and a new control method is suggested. Finite time adaptation laws are designed to estimate unknown constant coefficients of upper bound of uncertainties and disturbances within a finite time. Analytical studies demonstrate that by applying the proposed control scheme, tracking errors will converge to zero exactly after a tunable finite time. Also, a relation is presented for calculating an upper bound for the mentioned time which depends on initial conditions of the states and some arbitrary parameters. The convergence rate of the tracking errors could be tuned by proper choice of these parameters. Finally, analytical results are simulated on two practical systems including thrust active magnetic bearing (TAMB) and two-link robot manipulator to demonstrate the effectiveness of the suggested control technique.

Keywords: Global finite time stability, Finite time tracking, Nonsingular adaptive-terminal sliding mode control, Finite settling and reaching time.

۱- مقدمه

در بحث پایدارسازی مجانبی سیستم‌های غیرخطی، برای همگرائی متغیرهای حالت سیستم به سمت نقطه تعادل، مدت زمان بی‌نهایت لازم است. اما در بسیاری از کاربردهای عملی باید بعد از زمان محدودی که از قبل قابل‌تنظیم و پیش‌بینی است، متغیرهای حالت سیستم دقیقاً به سمت نقطه تعادل همگرا شود. این زمان با عنوان زمان نشست محدود[1] در [1-3] شناخته می‌شود و یکی از معیارهای طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های غیرخطی است که ارتباط مستقیمی با نرخ و سرعت همگرایی متغیرهای حالت دارد. با توجه به این انگیزش، اصطلاح و مفهوم پایداری زمان-محدود سرتاسری[2] توسط باهات[3] برای سیستم‌های غیرخطی تدوین و ارائه شده است [1, 2]. لازم به ذکر است که پایداری زمان-محدود سرتاسری مفهومی قوی‌تر و جامع‌تر از پایداری مجانبی سرتاسری است زیرا شرط لازم برای پایداری زمان-محدود، پایداری مجانبی می‌باشد. در ادامه مقاله، چنانچه ذکر و اشاره‌ای صورت نگیرد، منظور از پایداری زمان-محدود، همان نوع سرتاسری آن است و نوع محلی آن اصلاً مد نظر نیست.

از آنجایی که طراحی ورودی‌های کنترلی به منظور پایدارسازی زمان-محدود سیستم‌های غیرخطی بر اساس تعریف اولیه پایداری زمان-محدود، کاری سخت و دشوار می‌باشد، اخیراً یک لم کاربردی ارائه شده است که این لم، شرایط کافی را برای پایداری زمان-محدود پیشنهاد می‌دهد و به عنوان لم شبه لیاپانوف[4] شناخته می‌شود. لازم به ذکر است که لم مذکور، رابطه‌ای را برای تعیین زمان نشست محدود همگرائی ارائه می‌دهد که به شرایط اولیه سیستم و پارامترهای اختیاری در ورودی‌های کنترلی بستگی دارد [2, 3]. امروزه از این لم برای طراحی کنترل‌کننده‌های پایدارساز زمان-محدود سیستم‌های غیرخطی استفاده می‌شود. این لم در بخش بعدی مقاله ارائه و در جاهای مختلف آن مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرد.

در دهه اخیر پایدارسازی زمان-محدود در بسیاری از کاربردهای عملی جایگزین پایدارسازی مجانبی شده و پاسخ گذاری سریعتر و دقت بالاتری را فراهم می‌سازد. به عنوان نمونه می‌توان به مواردی همچون اجماع و شکل‌گیری زمان-محدود سیستم‌های چند عاملی[5] [4, 5]، ردیابی زمان-محدود انواع ربات‌ها [6-8]، پایدارسازی زمان-محدود سفینه فضایی صلب [9]، ردیابی زمان-محدود سیستم یاتاقان مغناطیسی فعال رانشی[6] [10]، هدایت زمان-محدود خلبان خودکار موشک[7] [11]، سنکرون‌سازی زمان-محدود سیستم‌های آشوبناک [12]، ردیابی زمان-محدود وسایل پرنده بدون سرنشین[8] [13]، پایدارسازی زمان-محدود سیستم‌های هایبرید [14]، پایدارسازی زمان-محدود سیستم‌های با ابعاد وسیع [15]، ردیابی زمان-محدود ژیروسکوپ‌های MEMS[9] [16]، سنکرون‌سازی زمان-محدود شبکه‌های عصبی بازگشتی[10] [17]، رویتگرهای غیرخطی زمان-محدود [18, 19] و ... اشاره کرد.

اخیراً بسیاری از مراجع به طراحی کنترل‌کننده‌های پایدارساز زمان-محدود برای سیستم‌های غیرخطی نامتغیر با زمان پرداخته‌اند که اغلب دارای کاستی‌های مشترکی می‌باشند. این طراحی‌ها معمولاً برای فرم‌های خاص و محدودکننده‌ای مانند سیستم‌های غیرخطی دو انتگرال‌گیر تک ورودی[11] [1, 3, 20-26]، سیستم‌های غیرخطی مرتبه کانونی تک ورودی[12] [2, 11, 26-29] و سیستم‌های غیرخطی هموژن [30][13] پیشنهاد شده‌اند. در کارهای انجام شده کمتر به اغتشاش و عدم‌قطعیت در سیستم‌ها توجه شده است [1-3, 21, 22, 27-31]. همچنین رابطه صریحی برای تعیین زمان محدود همگرایی و ارتباط آن با پارامترهای کنترل‌کننده ارائه نمی‌شود [1, 4, 10, 16, 17, 29, 30, 32, 33]. بنابراین برای کاهش این زمان، کاربر مجبور خواهد بود به صورت سعی و خطا پارامترهای کنترل‌کننده را تنظیم کند.

با مرور کلی مراجع [1-17, 20-25, 27-40] به این نکته می‌رسیم که سه رهیافت و روش کلی برای طراحی کنترل‌کننده به منظور پایدارسازی زمان-محدود انواع سیستم‌های غیرخطی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. رهیافت اول، استفاده از روش مستقیم و صریح لیاپانوف است که در مقابل عدم‌قطعیت و اغتشاش مقاوم نبوده و هیچ روندی برای پیدا کردن تابع لیاپانوف در اختیار کاربر قرار داده نمی‌شود [1, 3, 20-26]. در راستای تسهیل استفاده از این روش، تاکنون چندین لم کاربردی ارایه شده است که در بخش بعدی مقاله به طور خلاصه به آن‌ها اشاره خواهد شد. رهیافت دوم، استفاده از قضیه‌ای است که باهات در ارتباط با پایداری زمان-محدود سرتاسری سیستم‌های غیرخطی هموژن با درجه هموژنی منفی ارائه داده است [30, 32]. در واقع باهات نشان داده است که برای سیستم‌های غیرخطی هموژن با درجه منفی، پایداری مجانبی سرتاسری شرط کافی برای تضمین پایداری زمان-محدود سرتاسری است. بنابراین این رهیافت، برای پایدارسازی زمان-محدود دسته خاصی از سیستم‌های غیرخطی هموژن قابل استفاده می‌باشد. لازم به ذکر است که این رهیافت تنها پایداری زمان-محدود را به اثبات می‌رساند و هیچ رابطه‌ای را برای تعیین این زمان ارایه نمی‌دهد. رهیافت سوم، استفاده از روش کنترل مد لغزشی ترمینال[14] می‌باشد که یکی از مهمترین ویژگی‌های آن مقاوم بودن در برابر عدم‌قطعیت‌های سیستم، اغتشاش و تغییرات پارامترهای سیستم است [4, 6-10, 12, 15, 23, 34-47]. یکی از نقاط قوت روش سوم آن است که رابطه‌ای (البته محافظه‌کارانه) را برای

[1] Finite settling time
[2] Global finite time stability
[3] Bhat
[4] Lyapunov-like lemma
[5] Finite time consensus and formation of multi-agent systems
[6] Thrust Active Magnetic Bearing (TAMB)
[7] Finite time guidance of missile's autopilot
[8] Unmanned aerial vehicles
[9] MEMS gyroscope
[10] Recursive neural network
[11] Single input-double integrator nonlinear system
[12] Single input-canonical nonlinear system
[13] Homogenous nonlinear system
[14] Terminal sliding mode control

تخمین زمان پایدارسازی مشخص می‌سازد.

روش کنترل مد لغزشی ترمینال بر اساس اصول کنترل مد لغزشی معمولی پایه‌گذاری شده است که در آن سطوح لغزشی خطی با سطوح لغزشی غیرخطی جایگزین شده‌اند تا امکان پایدارسازی زمان-محدود فراهم گردد [6-10, 41-47]. در این روش کنترلی، ورودی‌ها به گونه‌ای طراحی می‌شوند تا بتوانند متغیرهای حالت سیستم غیرخطی را در زمان محدودی به دینامیک مد لغزشی برسانند که خود این دینامیک با توجه به سطوح لغزشی غیرخطی تعریف شده دارای پایداری زمان-محدود است. از آنجایی که در روش کنترل مد لغزشی ترمینال، از ترم‌های غیرخطی با توان‌های کسری منفی در ورودی‌های کنترلی و تعریف سطوح لغزشی استفاده می‌شود، پدیده‌ای به نام تکینه‌گی[15] ظاهر می‌شود که یکی از معایب اصلی این روش بوده و باعث می‌گردد که با نزدیک شدن متغیرهای حالت سیستم غیرخطی به نقطه تعادل، دامنه ورودی‌های کنترلی افزایش شدید داشته باشند. برای غلبه بر این عیب، روش کنترل مد لغزشی ترمینال غیرتکین[16] [41-43] ارائه شده است که مشابه با اغلب روش‌های کنترل لغزشی از پدیده نامطلوب چترینگ (وزوز) رنج می‌برد. در راستای حل این مشکل، محققین این روش را با کنترل لغزشی مرتبه دوم[17] [10, 15, 45, 46] ترکیب کرده و کنترل مد لغزشی ترمینال غیرتکین مرتبه دوم[18] [10, 46] را پیشنهاد داده‌اند.

در مقاله حاضر، ردیابی زمان-محدود مسیرهای دلخواه برای فرم جامعی از سیستم‌های غیرخطی در حضور اغتشاش و عدم‌قطعیت نامحدود مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرم انتخابی برای سیستم‌های غیرخطی، زنجیره‌ای از سیستم‌های دو انتگرال‌گیر است که با هم اندرکنش دارند. عدم‌قطعیت و اغتشاش سیستم به صورت جمعی در نظر گرفته می‌شوند که علاوه بر نامحدود بودن، همواره از یک تابع مثبت نامحدود کوچکتر می‌باشند. این تابع مثبت، ترکیبی از نرم‌های اقلیدسی بردار متغیرهای حالت با توان‌های مثبت مختلف است که ضرایب این ترکیب، ثابت و نامعلوم فرض می‌شوند. برای برآورده ساختن هدف ردیابی زمان-محدود، از روش پیشنهادی کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین استفاده می‌شود که قوانین به‌روزرسانی را نیز برای تخمین زمان-محدود ضرایب ثابت نامعلوم تابع مثبت ذکر شده، ارائه می‌دهد. روش کنترلی پیشنهادی، زمان محدود کلی‌ای را برای صفر شدن خطاهای ردیابی مسیرهای مورد نظر ارائه می‌دهد که خود مجموع دو زمان محدود است و هر کدام از این زمان‌ها به شرایط اولیه سیستم و پارامترهای اختیاری موجود در ورودی‌های کنترلی و سطوح لغزشی بستگی دارند. در انتها می‌توان نوآوری‌های این مقاله را به صورت فهرست‌وار به شرح زیر بیان کرد.

- ✓ در روش کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین پیشنهادی، سطوح لغزشی غیرخطی تعریف شده و سیگنال‌های کنترلی طراحی شده جز نکات ابتکاری مقاله می‌باشد.
- ✓ کلاس سیستم‌های غیرخطی مورد بررسی، قابلیت توصیف دسته وسیعی از سیستم‌های عملی را دارا است و پایدارسازی زمان-محدود سرتاسری این سیستم‌ها با فرض‌های در نظرگرفته شده، تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است.
- ✓ روش کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین پیشنهادی رابطه‌ای را برای زمان محدود ارائه می‌دهد که بعد از این زمان، متغیرهای حالت سیستم دقیقاً به سمت صفر (نقطه تعادل) همگرا می‌شوند. زمان اشاره شده به پارامترهای اختیاری در سیگنال‌های کنترلی و سطوح لغزشی بستگی دارد و می‌تواند توسط طراح تنظیم گردد.
- ✓ فرم اغتشاش و عدم قطعیت‌های بررسی شده می‌تواند انواع اغتشاش‌ها و عدم‌قطعیت‌های کران‌دار و غیرکران‌دار را پوشش می‌دهد.
- ✓ قوانین به‌روزرسانی برای تخمین زمان-محدود ضرایب نامعلوم کران بالای اغتشاش ارائه شده که پایدارسازی زمان-محدود سیستم در نظرگرفته شده را برآورده می‌سازد.

ساختار مقاله به شرح زیر است. تعاریف اولیه ریاضی، توصیف سیستم غیرخطی همراه با فرض‌های مرتبط و بیان مسئله ردیابی زمان-محدود در بخش دوم آورده و در دو زیربخش جداگانه ساماندهی می‌شوند. بخش سوم به معرفی و توضیح روابط تئوریک روش کنترلی پیشنهادی یعنی کنترل تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین به عنوان راه‌حلی برای مسئله ردیابی زمان-محدود اختصاص می‌یابد. نتایج اصلی مقاله در همین بخش سوم آورده می‌شوند که از دو زیربخش شامل معرفی سطوح لغزشی غیرخطی و طراحی ورودی‌های کنترلی تشکیل می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی روش کنترلی ترکیبی پیشنهادی بر روی دو سیستم فیزیکی واقعی در بخش چهارم ارائه می‌شوند. بخش پنجم نیز شامل جمع‌بندی مطالب و نتیجه‌گیری کلی از مقاله می‌باشد.

۲- مقدمات اولیه ریاضی و بیان مسئله

این بخش از مقاله، از دو زیربخش تشکیل شده است که زیربخش اول به تعاریف و مقدمات اولیه ریاضی اختصاص یافته است و زیربخش دوم به توصیف مسئله ردیابی زمان-محدود همراه با فرض‌ها و محدودیت‌های در نظر گرفته شده، می‌پردازد.

۲-۱ تعاریف و بیان لم‌های کاربردی

در این بخش، تعریف پایداری زمان-محدود سرتاسری و سه لم کاربردی ارائه می‌شود. که لم‌های اول و دوم، رهیافت‌هایی را برای اثبات پایداری زمان-محدود بیان می‌کنند و لم سوم، شامل دو نامساوی متداول است که در ادامه مقاله، از آن‌ها مکرراً استفاده خواهد شد.

تعریف ۱. سیستم غیرخطی نامتغیر با زمان (۱) را در نظر بگیرید که $f:\Gamma \to \Re^n$ تابع برداری پیوسته و $\Gamma \subseteq \Re^n$ همسایگی باز از نقطه تعادل $x=0$ است. فرض کنید که سیستم برای شرط اولیه دلخواه x_0، دارای پاسخ یکتای $x(t,x_0)$ است.

[15] Singularity
[16] Nonsingular terminal sliding mode control
[17] Second order sliding mode control
[18] Second order nonsingular terminal sliding mode control

$$\dot{x} = f(x), f(0) = 0, x \in \Gamma \subseteq \Re^n, x(0) = x_0 \quad (۱)$$

آنگاه نقطه تعادل $x = 0$ پایدار زمان-محدود محلی است اگر الف) نقطه تعادل باید در ناحیه $\hat{\Gamma}$، پایدار مجانبی محلی باشد که $\hat{\Gamma} \subseteq \Gamma$ یک همسایگی باز حول نقطه تعادل است و ب) برای هر شرط اولیه x_0، زمان محدود همگرایی $T(x_0): \hat{\Gamma} \setminus \{0\} \to [0, \infty)$ وجود داشته باشد طوری که $\lim_{t \to T(x_0)} x(t, x_0) \to 0$ برقرار و برای $t \geq T(x_0)$، $x(t, x_0) \equiv 0$ صادق باشد. در صورتی که $\Gamma = \Re^n$ باشد، آنگاه نقطه تعادل $x = 0$ پایدار زمان-محدود سرتاسری است [1, 2].

لم ۱. سیستم غیرخطی (۱) را با نقطه تعادل $x = 0$ و شرط اولیه x_0 در نظر بگیرید. نقطه تعادل $x = 0$ پایدار زمان-محدود محلی است اگر تابع مثبت پیوسته مشتق‌پذیر $V(x): \Gamma \subseteq \Re^n \to \Re$ چنان وجود داشته باشد که یکی از دو نامساوی (۲) یا (۳) را برای هر پاسخ یکتای $x(t, x_0)$، برآورده سازد. زمان‌های محدود همگرایی $T(x_0)$ مرتبط با هر کدام از نامساوی‌ها نیز در رابطه‌های (۲) و (۳) آورده شده‌اند. لازم به ذکر است که $\Gamma \subseteq \Re^n$ یک همسایگی باز حول نقطه تعادل $x = 0$ بوده و شرایط $\rho_1 > 0$، $0 < \rho_2 < 1$ و $\rho_3 > 0$ برای ضرایب برقرار است [2, 3].

$$\dot{V}(x) + \rho_1 V^{\rho_2}(x) \leq 0 \quad \forall x \in \Gamma \backslash \{0\},$$
$$T(x_0) \leq \left(\rho_1 (1 - \rho_2)\right)^{-1} V^{1-\rho_2}(x_0), \quad (۲)$$
$$\dot{V}(x) + \rho_1 V^{\rho_2}(x) + \rho_3 V(x) \leq 0, \forall x \in \Gamma \backslash \{0\},$$
$$T(x_0) \leq \left(\rho_3 (1 - \rho_2)\right)^{-1} \left(\ln\left(\rho_3 V^{1-\rho_2}(x_0) + \rho_1\right) - \ln \rho_1\right) \quad (۳)$$

لم ۲. سیستم غیرخطی اسکالر (۴) را در نظر بگیرید که α و β دو ضریب اختیاری مثبت هستند و اعداد فرد مثبت $\hbar$، $\eth$، ℓ و $\mho$، دو شرط $\hbar > \eth > 0$ و $0 < \ell < \mho$ را برآورده می‌سازند. آنگاه نقطه $x = 0$، پایدار زمان-محدود سرتاسری است.

$$\dot{x} = -\alpha x^{\frac{\hbar}{\eth}} - \beta x^{\frac{\ell}{\mho}}, \ x \in \Re, \ x(0) = x_0 \quad (۴)$$

علاوه بر این، زمان محدود همگرایی $T(x_0)$، از نامساوی زیر تبعیت می‌کند.

$$T(x_0) < \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\eth}{\hbar - \eth}\right) + \frac{1}{\beta}\left(\frac{\mho}{\mho - \ell}\right) \quad (۵)$$

چنانچه $\mathcal{E} \triangleq \frac{\mho(\hbar - \eth)}{\eth(\mho - \ell)} \leq 1$، باشد تخمین دقیق‌تری از زمان محدود همگرایی $T(x_0)$ (که دارای محافظه‌کاری کمتری است)، به فرم نامساوی زیر قابل بیان است [20, 23].

$$T(x_0) < \left(\frac{\mho}{\mho - \ell}\right)\left(\frac{1}{\alpha\mathcal{E}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} \arctan\left(\sqrt{\alpha/\beta}\right)\right). \quad (۶)$$

لم ۳. فرض کنید که $a_j, j = 1, \dots, n$ و $0 < \varpi < 1$ اعداد حقیقی باشند. آنگاه دو نامساوی زیر همواره برقرار هستند.

$$\sum_{j=1}^{n} \sqrt{|a_j|} \geq \sqrt{\sum_{j=1}^{n} |a_j|}, \quad \sum_{j=1}^{n} |a_j|^{1+\varpi} \geq \sqrt{\left(\sum_{j=1}^{n} |a_j|^2\right)^{1+\varpi}} \quad (۷)$$

۲-۲ توصیف سیستم غیرخطی، فرض‌ها و بیان مسئله ردیابی زمان-محدود

سیستم غیرخطی نامتغیر با زمان مستوی[19] (۸) را در نظر بگیرید که $x = [x_1 \ \ x_2 \ \ \dots \ \ x_n]^T$ و $v = [v_1 \ \ v_2 \ \ \dots \ \ v_n]^T$ بردار متغیرهای حالت سیستم هستند. $f(x, v) \in \Re^n$ برداری از توابع غیرخطی معلوم و هموار[20] $f_j(x, v), j = 1, \dots, n$ و $u = [u_1 \ \ u_2 \ \ \dots \ \ u_n]^T$ بردار ورودی‌های کنترلی است. در این رابطه، $g(x, v) \in \Re^{n \times n}$ ماتریسی قطری است که درایه‌های قطر اصلی آن توابع غیرخطی مشخص و هموار $g_j(x, v)$ با شرط $g_j(x, v) \neq 0$ می‌باشند. با دقت در رابطه (۸)، می‌توان فهمید این سیستم غیرخطی، زنجیره‌ای از n زیرسیستم دو انتگرال‌گیر است که با هم اندرکنش دارند.

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = f(x, v) + g(x, v)u + D(t, x, v) \end{cases} \quad (۸)$$

عدم‌قطعیت‌ها و اغتشاش‌های سیستم به صورت جمعی با ترم برداری $D(t, x, v) = [d_1 \ \ \cdots \ \ d_n] \in \Re^n$ بیان می‌شوند.

یادآوری ۱. از آنجایی که $u \in \Re^n$ و $g(x, v) \in \Re^{n \times n}$ می‌باشند، سیستم غیرخطی توصیف شده در (۸)، به طور کامل تحریک‌شده[21] است.

یادآوری ۲. سیستم غیرخطی (۸)، توانایی توصیف و مدل‌سازی تعداد زیادی از سیستم‌های فیزیکی و عملی واقعی همچون ربات‌ها [6, 8]، ژیروسکوپ‌های MEMS [16, 46]، سیستم وندرپل[22]، سیستم یاتاقان مغناطیسی رانشی [10]، ژیروسکوپ‌های آشوبناک [12]، مبدل‌های باک[23] DC به DC [34]، مسئله رهگیری میان موشک و هدف [31]، فرآیند فرود یک کاوشگر بر روی سطح جسم فضایی [36] و ...، را دارد.

در ادامه، فرض‌هایی که برای سیستم غیرخطی (۸) وجود دارد را بیان می‌کنیم.

فرض ۱. بردار اغتشاش و عدم‌قطعیت $D(t, x, v)$، نامساوی (۹) را برآورده می‌سازد که ضرایب $b_k, k = 0, 1, \dots, r$ و $c_m, m = 1, 2, \dots, r$ ثابت و نامعلوم هستند. همچنین پارامتر r می‌تواند توسط کاربر انتخاب شود که با انتخاب مناسب این پارامتر، اغلب اغتشاش‌ها و عدم‌قطعیت‌های موجود، قابل توصیف هستند.

$$\|D\| \leq \sum_{k=0}^{r} b_k \|x\|^k + \sum_{m=1}^{r} c_m \|v\|^m \quad (۹)$$

فرض ۲. همه متغیرهای حالت سیستم (۸) مشاهده‌پذیر هستند و برای طراحی ورودی‌های کنترلی در دسترس می‌باشند.

هدف کنترلی این مقاله آن است که با در نظرگرفتن فرض‌ها و محدودیت‌های ذکر شده، بردار ورودی‌های کنترلی $u \in \Re^n$ به گونه‌ای طراحی و تنظیم شود که متغیرهای حالت $x = [x_1 \ \ x_2 \ \ \cdots \ \ x_n]^T$ از سیستم غیرخطی (۸)، مسیرهای دلخواه $x_d = [x_{d_1} \ \ x_{d_2} \ \ \cdots \ \ x_{d_n}]^T$ را به صورت زمان-محدود ردیابی کند. باید به این موضوع توجه داشت که همراه با طراحی ورودی‌های کنترلی، باید وجود زمان محدود قابل تنظیمی به اثبات برسد که مطمئناً بعد از گذشت این زمان، تمامی خطاهای میان متغیرهای حالت و مسیرهای دلخواه مورد نظر دقیقاً صفر شده باشند. زمان محدود ذکر شده باید شامل پارامترهای قابل تنظیمی

[19] Affine nonlinear system

[20] Smooth
[21] Fully actuated system
[22] Van der Pol system
[23] Buck converter

باشد که کاربر بتواند این زمان را به دلخواه کم یا زیاد کند. با توجه به محدودیت‌ها و فرض‌های ذکر شده، از ترکیب دو روش کنترل لغزشی ترمینال غیرتکین و تطبیقی به گونه‌ای استفاده می‌شود که خواسته کنترلی ذکر شده برآورده شود. باید توجه داشت که بردار $v_d \in \Re^n$ به صورت $v_d = [v_{d_1} \;\; v_{d_2} \;\; \cdots \;\; v_{d_n}]^T$ می‌باشد که تساوی $\dot{x}_{d_j} = v_{d_j}, j = 1, \dots, n$ همواره برقرار است. لازم به ذکر است که کنترل تطبیقی به علت نامعلوم بودن ضرایب b_k و c_m (که در فرض ۱ وجود دارند) استفاده می‌شود و باید دقت داشت که استفاده از روش کنترل تطبیقی نباید زمان-محدود بودن روش ترکیبی پیشنهادی را زیر سوال ببرد.

فرض ۳. مسیرهای مورد نظر $x_{d_j},\ j = 1, \dots, n$ که توسط کاربر انتخاب می‌شوند، تا دو بار مشتق‌پذیر هستند یا به عبارتی دیگر این مسیرها عضو توابع کلاس $C^2[0, \infty)$ می‌باشند.

در ادامه، با تعریف خطاهای ردیابی به صورت $e_{x_j} = x_j - x_{d_j}$ و $e_{v_j} = v_j - v_{d_j}$ دینامیک خطای ردیابی برای سیستم غیرخطی (۸) به صورت (۱۰) نتیجه می‌شود. دو بردار $e_x = [e_{x_1} \;\; e_{x_2} \;\; \cdots \;\; e_{x_n}]^T$ و $e_v = [e_{v_1} \;\; e_{v_2} \;\; \cdots \;\; e_{v_n}]^T$ همان بردارهای خطاهای ردیابی سیستم هستند.

$$\begin{cases} \dot{e}_x = e_v \\ \dot{e}_v = f(x, v) + g(x, v)u + D(t, x, v) - \dot{v}_d \end{cases} \qquad (۱۰)$$

با توجه به فرض ۳ بردار $\dot{v}_d = [\dot{v}_{d_1} \;\; \dot{v}_{d_2} \;\; \cdots \;\; \dot{v}_{d_n}]^T$ وجود خواهد داشت. برای برآورده ساختن خواسته کنترلی توضیح داده شده، بردارهای کنترلی باید به گونه‌ای طراحی شوند که پایداری زمان-محدود سرتاسری سیستم خطای ردیابی (۱۰) برآورده شود.

۳- طراحی روش کنترلی تطبیقی-لغزشی ترمینال غیرتکین

همان‌طوری که در بخش قبلی ذکر شد، روش کنترل تطبیقی به منظور تخمین ضرایب ثابت نامعلوم b_k و c_m استفاده می‌شود و روش کنترل لغزشی ترمینال غیرتکین برای تضمین ردیابی زمان-محدود به کار برده می‌شود. در این مقاله، برای طراحی روش کنترل لغزشی ترمینال غیرتکین از تعمیم مفاهیم پایه و اولیه کنترل لغزشی استفاده می‌شود که شامل دو مرحله ۱- تعریف سطوح لغزشی مناسب با هدف پایداری دینامیک مد لغزشی و ۲- طراحی ورودی‌های کنترلی به منظور هدایت و رساندن سیستم غیرخطی به دینامیک مد لغزشی (تضمین وجود مد لغزشی) می‌باشد. در روش پیشنهادی، بردار سطوح لغزشی غیرخطی چنان تعریف شده‌اند که دینامیک مد لغزشی سیستم خطای ردیابی (۱۰) نه تنها به صورت مجانبی پایدار باشد بلکه دارای پایداری زمان-محدود همراه با زمان نشست محدود قابل تنظیم T_s باشد. سیگنال‌های کنترلی روش پیشنهادی نیز به صورتی طراحی شده‌اند تا قادر باشند که همه خطاهای ردیابی را در زمان محدود T_r بر روی سطوح لغزشی غیرخطی قرار دهند یا به عبارت دیگر ورودی‌های کنترلی باید بتواند در زمان محدود T_r، وجود دینامیک مد لغزشی تعریف شده برای سیستم (۱۰) را تضمین کنند. بنابراین می‌توان انتظار داشت که بعد از زمان محدود کلی T_t که مجموع دو زمان ذکر شده است، هدف ردیابی زمان-محدود برای سیستم غیرخطی (۸) تضمین شود.

غیرتکین بودن روش ارائه شده بدان معنی است که در حین فرآیند طراحی و تنظیم ورودی‌های کنترلی، باید این نکته را لحاظ کرد که همه سیگنال‌های کنترلی در تمامی زمان‌ها، محدود و کراندار باشند به ویژه در لحظاتی که خطاهای ردیابی به همسایگی صفر می‌رسند تا به عملگرها آسیبی نرسد. در واقع مطابق با غیرتکین بودن، انرژی سیگنال‌های کنترلی محدود بوده و پیاده‌سازی عملی و فیزیکی آن‌ها ممکن می‌گردد. با توجه به مطالب ذکر شده، دو بخش ۳-۱ و ۳-۲ به ترتیب به تعریف سطوح لغزشی غیرخطی و طراحی ورودی‌های کنترلی اختصاص یافته‌اند.

۳-۱ تعریف سطوح لغزشی غیرخطی

بردار سطوح لغزشی غیرخطی به فرم $s = [s_1 \;\; \cdots \;\; s_n]^T$ در نظر گرفته می‌شود که هر درایه $s_j,\ j = 1, \cdots, n$ با رابطه زیر تعریف می‌گردد و $\ell_j, \mho_j$ اعداد فرد مثبت اختیاری با شرایط $\ell_j < \mho_j < 2\ell_j$ می‌باشند.

$$s_j = e_{x_j} + \left(e_{v_j} \mathcal{L}(e_{x_j})\right)^{\frac{\mho_j}{\ell_j}}, \quad j = 1, \cdots, n \qquad (۱۱)$$

در این رابطه، تابع اسکالر و همواره مثبت $\mathcal{L}(.) \in \Re^+$، به صورت $\mathcal{L}(e_{x_j}) = \left(\beta_j + \alpha_j e_{x_j}^{(\hbar_j/\eth_j - \ell_j/\mho_j)}\right)^{-1}$ تعریف شده است که $\hbar_j, \eth_j$ اعداد فرد مثبت دلخواه با شرایط $\hbar_j > \eth_j$ و $\frac{\hbar_j}{\eth_j} - \frac{\ell_j}{\mho_j} > 1$ و ضرایب β_j, α_j اعداد مثبت اختیاری می‌باشند. لازم به ذکر است که شرایط $\ell_j < \mho_j < 2\ell_j$، $\hbar_j > \eth_j$ و $\frac{\hbar_j}{\eth_j} - \frac{\ell_j}{\mho_j} > 1$ برای ممانعت از رخ دادن پدیده تکینگی لازم می‌باشند و کاربر در هنگام تنظیم پارامترها باید به این شرایط توجه داشته باشد.

در قضیه ۱ اثبات می‌شود دینامیک مد لغزشی سیستم خطای (۱۰) که از تساوی برداری $s = 0$ حاصل می‌گردد، دارای پایداری زمان-محدود سرتاسری است.

قضیه ۱. سیستم خطای ردیابی (۱۰) را با سطوح لغزشی (۱۱) در نظر بگیرید. دینامیک مد لغزشی سیستم خطای ردیابی که از رابطه برداری $s = 0$ حاصل می‌گردد، دارای پایداری زمان-محدود سرتاسری است و تمامی خطاهای ردیابی e_{x_j} و e_{v_j} (قرار گرفته بر روی دینامیک مد لغزشی $s = 0$) در زمان‌هایی کمتر از زمان نشست محدود T_s به صفر همگرا می‌شوند و زمان نشست ذکر شده از نامساوی زیر تبعیت می‌کند.

$$T_s \le \max_j \left\{ \frac{1}{\alpha_j}\left(\frac{\eth_j}{\hbar_j - \eth_j}\right) + \frac{1}{\beta_j}\left(\frac{\mho_j}{\mho_j - \ell_j}\right) \right\} \qquad \blacksquare (۱۲)$$

اثبات. فرض کنید که ورودی‌های کنترلی که در ادامه طراحی و معرفی خواهند شد، وجود دینامیک مد لغزشی $s = 0$ را تضمین می‌کنند. بنابراین با توجه به $s = 0$، دینامیک مد لغزشی به صورت n زیرسیستم پایین نتیجه می‌گردند که این زیرسیستم‌ها با هم اندرکنشی ندارند.

$$\dot{e}_{x_j} = e_{v_j}, \;\; \dot{e}_{x_j} = -\alpha_j e_{x_j}^{\frac{\hbar_j}{\eth_j}} - \beta_j e_{x_j}^{\frac{\ell_j}{\mho_j}}, \;\; j = 1, \dots, n \qquad (۱۳)$$

بنابراین برای هر j امین زیرسیستم، با استناد به لم ۲ این نتیجه حاصل

می‌گردد که خطاهای ردیابی e_{x_j} و e_{v_j} در مدت زمان نشست محدود ${}_jT_s$ به سمت صفر همگرا می‌شوند. نامساوی (۱۴) کران بالای زمان نشست ${}_jT_s$ را بیان می‌کند.

$$ {}_jT_s \le \frac{1}{\alpha_j}\left(\frac{\eth_j}{\hbar_j-\eth_j}\right)+\frac{1}{\beta_j}\left(\frac{\mho_j}{\mho_j-\ell_j}\right) \qquad (۱۴)$$

بنابراین واضح است که برای لحظات بزرگتر از زمان نشست T_s ارائه شده در (۱۲)، همگی خطاهای ردیابی به سمت صفر همگرا شده‌اند و فلذا اثبات پایان می‌پذیرد. ■

یادآوری ۳. نامساوی (۱۲) نشان می‌دهد زمان نشست T_s به پارامترهای $\alpha_j,\beta_j,\mho_j,\hbar_j,\eth_j,\ell_j$ وابستگی دارد که در تعریف سطوح لغزشی (۱۱) مورد استفاده قرار گرفته‌اند. انتخاب و تنظیم مناسب این پارامترها می‌تواند زمان نشست T_s را کاهش دهد و باعث افزایش سرعت همگرایی بر روی دینامیک مد لغزشی شود.

یادآوری ۴. اگر پارامترهای $\mho_j,\hbar_j,\eth_j,\ell_j$ چنان انتخاب شوند که $\mathcal{E}_j \triangleq \frac{\mho_j(\hbar_j-\eth_j)}{\eth_j(\mho_j-\ell_j)} \le 1$ برای $j=1,\dots,n$ همواره برقرار باشد، می‌توان تخمین بهتری (با محافظه‌کاری کمتر) برای زمان نشست محدود T_s مطابق با نامساوی (۱۵) ارائه داد. اثبات این ادعا، کاملاً مشابه با روند اثبات قضیه ۱ بوده و با استفاده از نامساوی (۶) از لم ۲ امکان‌پذیر است.

$$ T_s \le \max_j\left\{\left(\frac{\mho_j}{\mho_j-\ell_j}\right)\left(\frac{1}{\alpha_j\mathcal{E}_j}+\frac{1}{\sqrt{\alpha_j\beta_j}}\arctan\left(\sqrt{\alpha_j/\beta_j}\right)\right)\right\} \qquad (۱۵)$$

۳-۲ طراحی ورودی‌های کنترلی و قوانین تخمین زمان-محدود پارامترهای نامعلوم

ورودی‌های کنترلی به صورت (۱۶) طراحی و تعیین شده‌اند تا با وجود عدم‌قطعیت‌ها و اغتشاش‌ها، خطاهای ردیابی را در مدت زمان محدود به دینامیک مد لغزشی $s=0$ (رابطه (۱۳)) برسانند.

$$ u_j = g_j^{-1}\left(-f_j(x,v)+\dot{v}_{d_j}+u_{r_j}+u_{m_j}\right) \qquad (۱۶)$$

ترم‌های u_{m_j} و u_{r_j} در رابطه‌های زیر تعریف شده‌اند.

$$ u_{m_j} = -\frac{\ell_j}{\mho_j}\left((e_{v_j})^{2-\frac{\mho_j}{\ell_j}}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{-\frac{\mho_j}{\ell_j}}\right) +\alpha_j(e_{v_j})^2\left(\frac{\hbar_j}{\eth_j}-\frac{\ell_j}{\mho_j}\right)(e_{x_j})^{\frac{\hbar_j}{\eth_j}-\frac{\ell_j}{\mho_j}-1}\mathcal{L}(e_{x_j}) \qquad (۱۷)$$

و

$$ u_{r_j} = -\frac{\ell_j}{\mho_j}\left((e_{v_j})^{2-\frac{\mho_j}{\ell_j}}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{-\frac{\mho_j}{\ell_j}}\right)\omega_j\operatorname{sgn}(s_je_{v_j}) -\left(\sum_{k=0}^{r}\hat{b}_k\|x\|^k+\sum_{m=1}^{r}\hat{c}_m\|v\|^m\right)\operatorname{sgn}(s_j) \qquad (۱۸)$$

در رابطه (۱۸)، $\operatorname{sgn}(s_je_{v_j})$ بیانگر تابع شناخته شده علامت با ورودی اسکالر $s_je_{v_j}$ است. انتخاب پارامترهای مثبت $\omega_j>0, j=1,\dots,n$ در اختیار کاربر قرار دارد. $\hat{b}_k$ و $\hat{c}_m$ تخمین پارامترهای ثابت نامعلوم c_m و b_k هستند که رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) قوانین به‌روزرسانی آن‌ها را نشان می‌دهد. در این قوانین، ضرایب دلخواه ξ_k و λ_m توسط طراح و با شرایط $\xi_k>1$ و $\lambda_m>1$ انتخاب می‌شوند.

$$ \dot{\hat{b}}_k = \xi_k\|x\|^k\max_j\left(\frac{\mho_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\mho_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\mho_j}{\ell_j}}\right)\sum_{j=1}^{n}|s_j|, \quad k=0,1,\dots,r \text{ with } \hat{b}_k(0)>0, \qquad (۱۹)$$

و

$$ \dot{\hat{c}}_m = \lambda_m\|v\|^m\max_j\left(\frac{\mho_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\mho_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\mho_j}{\ell_j}}\right)\sum_{j=1}^{n}|s_j|, \quad m=1,2,\dots,r \text{ with } \hat{c}_m(0)>0, \qquad (۲۰)$$

یادآوری ۵. از آنجایی که از توان‌های کسری مثبت در تعریف سطوح لغزشی (۱۱) استفاده شده است و توان‌های کسری منفی در طراحی ورودی‌های کنترلی (۱۶) الی (۲۰) وجود ندارند، روش کنترل پیشنهادی غیرتکین خواهد بود.

در ادامه، قضیه ۲ این ادعا را بیان می‌کند که کران‌های بالایی برای $\hat{b}_k$ و $\hat{c}_m$ وجود دارند.

قضیه ۲. سیستم خطای ردیابی (۱۰)، سطوح لغزشی (۱۱)، ورودی‌های کنترلی (۱۶) تا (۱۸) و قوانین به‌روزرسانی (۱۹) و (۲۰) را در نظر بگیرید. آنگاه، تخمین‌های $\hat{b}_k$ و $\hat{c}_m$ دارای کران‌های بالا هستند بدان معنی که مقادیر ثابت مثبت b_k^* و c_m^* چنان وجود دارند که نامساوی‌های $0<\hat{b}_k<b_k^*$ و $0<\hat{c}_m<c_m^*$ برای تمام لحظات برقرار هستند. ■

اثبات. مرجع [47] حالت کلی‌تر این قضیه را به اثبات رسانده است و برای پرهیز از تکرار و خلاصه‌نویسی از آوردن آن خودداری می‌کنیم. ■

فرض ۴. بدون از دست دادن کلیت، می‌توان مقادیر ثابت b_k^* و c_m^* را به فرم $b_k^*=b_{k_{\text{nom}}}+\eta_k$ و $c_m^*=c_{m_{\text{nom}}}+\gamma_m$ در نظر گرفت که $\eta_k\ge 0$ و $\gamma_m\ge 0$ پارامترهای دلخواه و آزاد می‌باشند. $b_{k_{\text{nom}}}$ و $c_{m_{\text{nom}}}$ مقادیر واقعی و اسمی تخمین‌های $\hat{b}_k$ و $\hat{c}_m$ هستند.

در ادامه، قضیه ۳ این ادعا را مطرح و به اثبات خواهد رساند که قوانین کنترلی پیشنهادی (۱۶) تا (۲۰) می‌توانند وجود دینامیک مد لغزشی $s=0$ (رابطه (۱۳)) را در مدت زمان محدودی تضمین کنند به طوری که برای لحظات بزرگتر از این زمان، دینامیک مد لغزشی همواره برقرار باشد.

قضیه ۳. سیستم خطای ردیابی (۱۰) را همراه با فرض‌های ۱ تا ۴ و سطوح لغزشی (۱۱) در نظر بگیرید. با اعمال ورودی‌های کنترلی (۱۶) تا (۱۸) و قوانین به‌روزرسانی (۱۹) و (۲۰) به سیستم غیرخطی (۸)، همه خطاهای ردیابی در مدت زمان محدود T_r به دینامیک مد لغزشی $s=0$ می‌رسند و برای لحظات $t\ge T_r$ وجود دینامیک مد لغزشی (رابطه (۱۳)) تضمین می‌گردد. زمان T_r از نامساوی زیر پیروی می‌کند.

$$ T_r \le \frac{\sqrt{\|s(0)\|^2+\sum_{m=1}^{r}|\hat{c}_m(0)-c_m^*|^2+\sum_{k=0}^{r}|\hat{b}_k(0)-b_k^*|^2}}{\min\{\Upsilon_{\min},\Omega,\Theta\}} \qquad (۲۱)$$

$$ \Upsilon_{\min} \triangleq \min_j\left(|e_{v_j}|\omega_j\right),$$

$$ \Omega \triangleq \left(\max_j\left(\frac{\mho_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\mho_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\mho_j}{\ell_j}}\right)\right)\left(\min_k(\xi_k-1)\|x\|^k\right)\sum_{j=1}^{n}|s_j|,$$

$$ \Theta \triangleq \left(\max_j\left(\frac{\mho_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\mho_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\mho_j}{\ell_j}}\right)\right)\left(\min_m(\lambda_m-1)\|v\|^m\right)\sum_{j=1}^{n}|s_j|. \ ■$$

اثبات. کاندیدای لیاپانوف را به صورت $V(s,\tilde{b}_k,\tilde{c}_m)=0.5\left(\sum_{j=1}^{n}|s_j|^2+\sum_{m=1}^{r}|\tilde{c}_m|^2+\sum_{k=0}^{r}|\tilde{b}_k|^2\right)$ انتخاب می‌کنیم که

متغیرهای $\tilde{b}_k$ و $\tilde{c}_m$ به صورت $\tilde{b}_k = \hat{b}_k - b_k^*$ و $\tilde{c}_m = \hat{c}_m - c_m^*$ تعریف شده‌اند. با مشتق‌گیری از سطوح لغزشی (۱۱) و جایگذاری $\dot{e}_{v_j}$ و u_j از (۱۰) و (۱۶)، مشتق درایه‌های بردار سطوح لغزشی s_j به صورت (۲۲) نتیجه می‌شود که در ادامه فرآیند اثبات از آن استفاده خواهیم کرد.

$$\dot{s}_j = \left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\right)\Big(d_j - \Big(\big(\textstyle\sum_{k=0}^{r}\hat{b}_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\hat{c}_m\|v\|^m\big)\mathrm{sgn}(s_j)\Big)\Big) - e_{v_j}\omega_j\mathrm{sgn}(s_j e_{v_j}) \quad (۲۲)$$

مشتق کاندیدای لیاپانوف معرفی شده به صورت زیر قابل بیان است.

$$\dot{V}(s,\tilde{b}_k,\tilde{c}_m) = \textstyle\sum_{j=1}^{n} s_j\dot{s}_j + \sum_{k=0}^{r}\tilde{b}_k\dot{\hat{b}}_k + \sum_{m=1}^{r}\tilde{c}_m\dot{\hat{c}}_m \quad (۲۳)$$

با جایگذاری $\dot{s}_j$، $\dot{\hat{b}}_k$ و $\dot{\hat{c}}_m$ در (۲۳)، تساوی زیر حاصل می‌شود.

$$\dot{V} = \textstyle\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\big(s_j d_j - \big(\sum_{k=0}^{r}\hat{b}_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\hat{c}_m\|v\|^m\big)|s_j|\big)\right) - \sum_{j=1}^{n}\omega_j|e_{v_j}||s_j|,$$
$$+\max_j\left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\right)\textstyle\sum_{j=1}^{n}|s_j|\big(\sum_{k=0}^{r}\tilde{b}_k\xi_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\tilde{c}_m\lambda_m\|v\|^m\big) \quad (۲۴)$$

با توجه به همواره مثبت بودن ترم $\frac{\upsilon_j}{\ell_j}e_{v_j}^{(\upsilon_j/\ell_j-1)}\mathcal{L}(e_{x_j})^{(\upsilon_j/\ell_j)}$ و در نظر گرفتن تعریف $\Upsilon_{\min}$، نامساوی زیر استخراج می‌شود.

$$\dot{V} \le -\Upsilon_{\min}\textstyle\sum_{j=1}^{n}|s_j| + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}|s_j|\Big(|d_j| - \big(\sum_{k=0}^{r}\hat{b}_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\hat{c}_m\|v\|^m\big)\Big)\right) +$$
$$+\max_j\left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\right)\textstyle\sum_{j=1}^{n}|s_j|\big(\sum_{k=0}^{r}\tilde{b}_k\xi_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\tilde{c}_m\lambda_m\|v\|^m\big) \quad (۲۵)$$

با در نظر گرفتن همزمان فرض‌های ۱ و ۴، می‌توان نامساوی $|d_j| \le \|D\| \le \sum_{k=0}^{r}b_k^*\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}c_m^*\|v\|^m$ را نتیجه گرفت. با اعمال این نامساوی به (۲۵) و در نظر گرفتن تعاریف ذکر شده $\tilde{b}_k = \hat{b}_k - b_k^*$ و $\tilde{c}_m = \hat{c}_m - c_m^*$ نامساوی (۲۶) بدست می‌آید. باید به این موضوع توجه داشت که با استناد به قضیه ۲، ترم‌های $\tilde{b}_k$ و $\tilde{c}_m$ همواره منفی هستند.

$$\dot{V} \le -\Upsilon_{\min}\textstyle\sum_{j=1}^{n}|s_j| - \max_j\left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\right)\big(\sum_{k=0}^{r}\tilde{b}_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\tilde{c}_m\|v\|^m\big)\sum_{j=1}^{n}|s_j| +$$
$$+\max_j\left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\right)\textstyle\sum_{j=1}^{n}|s_j|\big(\sum_{k=0}^{r}\tilde{b}_k\xi_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\tilde{c}_m\lambda_m\|v\|^m\big) \quad (۲۶)$$

در ادامه، با استناد به منفی بودن ترم‌های $\tilde{b}_k$ و $\tilde{c}_m$، رابطه (۲۶) به راحتی به نامساوی زیر قابل تبدیل است.

$$\dot{V} \le -\Upsilon_{\min}\textstyle\sum_{j=1}^{n}|s_j| - \max_j\left(\frac{\upsilon_j}{\ell_j}(e_{v_j})^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}-1}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\right)\sum_{j=1}^{n}|s_j|\big(\sum_{k=0}^{r}|\tilde{b}_k|(\xi_k - 1)\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}|\tilde{c}_m|(\lambda_m - 1)\|v\|^m\big) \quad (۲۷)$$

با در نظر گرفتن دو تعریف Ω و Θ، نامساوی (۲۷) به صورت زیر ساده می‌شود.

$$\dot{V} \le -\Upsilon_{\min}\|s\| - \Omega\textstyle\sum_{k=0}^{r}|\tilde{b}_k| - \Theta\sum_{m=1}^{r}|\tilde{c}_m| \quad (۲۸)$$

به سادگی می‌توان (۲۸) را به نامساوی (۲۹) تبدیل کرد.

$$\dot{V} \le -\sqrt{2}\big(\min\{\Upsilon_{\min},\Omega,\Theta\}\big) \times \left(\frac{\|s\|}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\textstyle\sum_{k=0}^{r}|\tilde{b}_k| + \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{m=1}^{r}|\tilde{b}_k|\right) \quad (۲۹)$$

با استفاده از لم ۳ و تعریف $\delta \triangleq \min\{\Upsilon_{\min},\Omega,\Theta\}$، نامساوی نهایی $\dot{V} \le -\sqrt{2}\delta V^{0.5}$ حاصل می‌گردد. حال در انتها با استناد به لم ۱ و انتخاب $\rho_2 = 0.5$ و $\rho_1 = \sqrt{2}\delta$، می‌توان نتیجه گرفت که در زمان محدود T_r (که توسط (۲۱) معرفی شده است) بردار s به سمت صفر همگرا شده و وجود دینامیک مد لغزشی $s = 0$ برای $t \ge T_r$ تضمین می‌شود و اثبات در اینجا پایان می‌پذیرد. ■

یادآوری ۶. ورودی‌های کنترلی پیشنهادی (۱۶) الی (۲۰) و زمان رسیدن محدود T_r، به پارامترهای مثبت دلخواه ω_j، ξ_k و λ_m بستگی دارند که تنظیم مناسب این ضرایب می‌تواند مقادیر معقولی را برای انرژی ورودی کنترلی و زمان T_r تامین کند.

یادآوری ۷. روش کنترلی پیشنهادی این مقاله می‌تواند هدف کنترلی توصیف شده (که همان ردیابی زمان-محدود است) را در مدت زمان محدود $T_t = T_r + T_s$ برآورده سازد که زمان‌های محدود T_r و T_s توسط روابط (۲۱) و (۱۲) یا (۱۵) تعیین می‌شوند.

یادآوری ۸. چنانچه پارامترهای b_k و c_m در رابطه (۹) معلوم و در دسترس کاربر باشند، برای اصلاح روش کنترلی پیشنهادی، فقط باید ورودی‌های کنترلی u_{r_j} را به صورت رابطه زیر

$$u_{r_j} = -\frac{\ell_j}{\upsilon_j}\left((e_{v_j})^{2-\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}(\mathcal{L}(e_{x_j}))^{-\frac{\upsilon_j}{\ell_j}}\right)\Big(\omega_j\mathrm{sgn}(s_j e_{v_j})\Big) - \Big(\big(\textstyle\sum_{k=0}^{r}b_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}c_m\|v\|^m\big)\mathrm{sgn}(s_j)\Big) \quad (۳۰)$$

اصلاح کرد که شامل هیچ قانون به‌روزرسانی برای پارامترها نیست و ورودی‌های کنترلی u_{m_j} بدون تغییر باقی می‌مانند. در این وضعیت، قضیه ۱ و اثبات آن هم‌چنان صادق است و قضیه ۲ به طور کامل حذف می‌گردد. در فرآیند اثبات قضیه ۳، کاندیدای پیشنهادی لیاپانوف به صورت $V = 0.5\sum_{j=1}^{n}|s_j|^2$ انتخاب می‌شود و با روالی مشابه، به همان نتایج قبلی خواهیم رسید. در این حالت زمان نشست محدود T_s از نامساوی‌های (۱۲) یا (۱۵) تخمین‌زده می‌شود و نامساوی مرتبط با زمان رسیدن محدود T_r به صورت $T_r \le \Upsilon_{\min}^{-1}\|s(0)\|$ اصلاح می‌گردد.

یادآوری ۹. به جای سطوح لغزشی تعریف شده در (۱۱)، می‌توان سطوح لغزشی غیرخطی دیگری را مطابق با

$$s = e_v + \int_0^t \mathrm{sig}^{\varrho_x}(e_v(\tau))d\tau + \int_0^t \mathrm{sig}^{\varrho_v}(\phi(e_x(\tau),e_v(\tau)))d\tau \quad (۳۱)$$

به کار برد که دو بردار $\varrho_x \in \Re^n$ و $\varrho_v \in \Re^n$ به صورت $\varrho_x = [\varrho_{x_1}\cdots\varrho_{x_n}]^T$ و $\varrho_v = [\varrho_{v_1}\cdots\varrho_{v_n}]^T$ در نظر گرفته شده‌اند. پارامترهای اختیاری $\varrho_{x_j}, j = 1,\dots,n$ در بازه $0 < \varrho_{x_j} < 1$ قرار دارند و پارامترهای ϱ_{v_j} از تساوی $\varrho_{v_j} = \varrho_{x_j}(2-\varrho_{x_j})^{-1}$ مشخص می‌گردند.

دو بردار $\mathrm{sig}^{\varrho_x}(e_v) \in \Re^n$ و $\mathrm{sig}^{\varrho_v}(\phi(e_x,e_v))$ به صورت زیر

تعریف می‌شوند.

$$\mathrm{sig}^{\varrho_x}(e_v) = [|e_{v_1}|^{\varrho_{x_1}}\mathrm{sgn}(e_{v_1}) \quad |e_{v_2}|^{\varrho_{x_2}}\mathrm{sgn}(e_{v_2}) \quad \dots \quad |e_{v_n}|^{\varrho_{x_n}}\mathrm{sgn}(e_{v_n})]^T,$$
$$\mathrm{sig}^{\varrho_v}(\phi(e_x,e_v)) = [|\phi_1|^{\varrho_{v_1}}\mathrm{sgn}(\phi_1) \quad |\phi_2|^{\varrho_{v_2}}\mathrm{sgn}(\phi_2) \quad \dots \quad |\phi_n|^{\varrho_{v_n}}\mathrm{sgn}(\phi_n)]^T,$$
$$\phi_j(e_{x_j},e_{v_j}) = e_{x_j} + (2-\varrho_{x_j})^{-1}|e_{v_j}|^{2-\varrho_{x_j}}\mathrm{sgn}(e_{v_j}) \qquad (۳۲)$$

در این حالت، دینامیک مد لغزشی $s = \dot{s} = 0$ دارای پایداری زمان محدود سرتاسری بوده و زمان نشست محدود T_s توسط نامساوی (۳۳) تعیین می‌گردد. اثبات این نکته در [36] وجود دارد.

$$T_s \le \max_j\left\{\left(o_j(1-\varrho_{x_j})\right)^{-1}(3-\varrho_{x_j})\left(V_j(e_{x_j}(0),e_{v_j}(0))\right)^{\frac{1-\varrho_{x_j}}{3-\varrho_{x_j}}}\right\} \qquad (۳۳)$$

$V_j(e_{x_j},e_{v_j})$ و o_j به صورت رابطه زیر تعریف می‌شوند که $\varkappa_j$ و $\wp_j$ دو پارامتر اختیاری با شرایط $0 < \varkappa_j < 1$ و $\wp_j > 1$ هستند.

$$V_j(e_{x_j},e_{v_j}) = \frac{2-\varrho_{x_j}}{3-\varrho_{x_j}}\left|\phi_j(e_{x_j},e_{v_j})\right|^{\frac{3-\varrho_{x_j}}{2-\varrho_{x_j}}} + \varkappa_j e_{v_j}\phi_j(e_{x_j},e_{v_j}) + \frac{\wp_j}{3-\varrho_{x_j}}|e_{v_j}|^{3-\varrho_{x_j}} \qquad (۳۴)$$
$$o_j = -\max_{(e_{x_j},e_{v_j})\in\{(e_{x_j},e_{v_j}):V_j(e_{x_j},e_{v_j})=1\}}\left\{\dot{V}_j(e_{x_j},e_{v_j})\right\},$$

ورودی‌های کنترلی $u \in \Re^n$ در رابطه زیر ارائه می‌گردد که ω_jها، پارامترهای دلخواه مثبت می‌باشند.

$$u = g^{-1}(-f(x,v) - \mathrm{sig}^{\varrho_x}(e_v) - \mathrm{sig}^{\varrho_v}(\phi(e_x,e_v)) + \dot{v}_d + u_r) \qquad (۳۵)$$

$$u_r = -\omega\mathrm{sgn}(s) - \left(\sum_{k=0}^{r}\hat{b}_k\|x\|^k + \sum_{m=1}^{r}\hat{c}_m\|v\|^m\right)\mathrm{sgn}(s),$$
$$\omega\mathrm{sgn}(s) = [\omega_1\mathrm{sgn}(s_1) \quad \omega_2\mathrm{sgn}(s_2) \quad \dots \quad \omega_n\mathrm{sgn}(s_n)]^T,$$
$$\mathrm{sgn}(s) = [\mathrm{sgn}(s_1) \quad \mathrm{sgn}(s_2) \quad \dots \quad \mathrm{sgn}(s_n)]^T,$$

$\hat{b}_k$ و $\hat{c}_m$ تخمین پارامترهای ثابت نامعلوم c_m و b_k هستند که رابطه (۳۶) قوانین به‌روزرسانی آن‌ها را نشان می‌دهد. در این قوانین، ضرایب دلخواه ξ_k و λ_m توسط طراح و با شرایط $\xi_k > 1$ و $\lambda_m > 1$ انتخاب می‌شوند.

$$\dot{\hat{b}}_k = \xi_k\|s\|\|x\|^k, k = 0,1,\dots,r \text{ with } \hat{b}_k(0) > 0,$$
$$\dot{\hat{c}}_m = \lambda_m\|s\|\|v\|^m, m = 1,2,\dots,r \text{ with } \hat{c}_m(0) > 0 \qquad (۳۶)$$

در این حالت زمان رسیدن محدود T_r توسط نامساوی (۳۷) قابل تخمین‌زدن می‌باشد که مقادیر ثابت مثبت b_k^* و c_m^* کران‌های بالای مقادیر تخمین زده شده $\hat{b}_k$ و $\hat{c}_m$ هستند. اثبات این مطلب کاملاً مشابه با قضیه‌های ۲ و ۳ همین مقاله می‌باشد.

$$T_r \le \left\{\frac{\sqrt{\|s(0)\|^2+\sum_{m=1}^{r}|\hat{c}_m(0)-c_m^*|^2+\sum_{k=0}^{r}|\hat{b}_k(0)-b_k^*|^2}}{\min\left\{\left(\min_j(\omega_j)\right),\left(\min_k(\|s\|(\xi_k-1)\|x\|^k)\right),\left(\min_m(\|s\|(\lambda_m-1)\|v\|^m)\right)\right\}}\right\} \qquad (۳۷)$$

یادآوری ۱۰. برای روش کنترلی ارائه شده، می‌توان سطوح لغزشی دیگری را به صورت زیر تعریف کرد که در آن، μ_{x_j} و μ_{v_j} پارامترهای آزاد با شرایط $\mu_{x_j} > \mu_{v_j} > 0$ و $j = 1,\dots,n$ هستند.

$$s = e_v + \int_0^t \mu_x\mathrm{sgn}(e_x(\tau))d\tau + \int_0^t \mu_v sgn(e_v(\tau))d\tau \qquad (۳۸)$$
$$\mu_x\mathrm{sgn}(e_x) = \left[\mu_{x_1}\mathrm{sgn}(e_{x_1}) \quad \mu_{x_2}\mathrm{sgn}(e_{x_2}) \quad \dots \quad \mu_{x_n}\mathrm{sgn}(e_{x_n})\right]^T,$$
$$\mu_v\mathrm{sgn}(e_v) = \left[\mu_{v_1}\mathrm{sgn}(e_{v_1}) \quad \mu_{v_2}\mathrm{sgn}(e_{v_2}) \quad \dots \quad \mu_{v_n}\mathrm{sgn}(e_{v_n})\right]^T,$$

می‌توان نشان داد که دینامیک مد لغزشی $s = \dot{s} = 0$ دارای پایداری زمان-محدود است و بعد از گذشت زمان محدود T_s که توسط (۳۹) بیان می‌شود، تمامی خطاهای e_{x_j} و e_{v_j} که روی دینامیک مد لغزشی $s = \dot{s} = 0$ قرار گرفته‌اند به سمت صفر همگرا می‌شوند. لازم به ذکر است که اثبات این موضوع در [35] آورده شده است.

$$T_s \le \max_j\left(2(\theta_j^*)^{-1}\sqrt{V_j\left(e_{x_j}(t=T_r),e_{v_j}(t=T_r)\right)}\right) \qquad (۳۹)$$

در این رابطه، تابع لیاپانوف V_j، به صورت زیر تعریف شده است و زمان محدود T_r توسط رابطه (۳۷) قابل بیان است.

$$V_j = \frac{1}{4}\begin{cases}\theta_j^2\left(\gamma_j^{-1}e_{v_j}\mathrm{sgn}(e_{x_j}) + p_j\sqrt{|e_{x_j}| + 0.5\gamma_j^{-1}e_{v_j}^2}\right)^2 & \text{if } e_{x_j}e_{v_j} \ne 0\\ (\bar{\theta}_j)^2e_{v_j}^2 & \text{if } e_{x_j} = 0\\ |e_{x_j}| & \text{if } e_{v_j} = 0\end{cases} \qquad (۴۰)$$

ثابت‌های γ_j، θ_j، p_j، $\bar{\theta}_j$ و θ_j^* با استفاده از تساوی‌ها و نامساوی زیر تعیین و انتخاب می‌گردند.

$$\gamma_j = \mu_{x_j} + \mu_{v_j}\mathrm{sgn}(e_{x_j}e_{v_j}),$$
$$p_j = \sqrt{2\gamma_j^{-1}}\left(\sqrt{2\gamma_j}\bar{\theta}_j - 1\right)^{-1}\mathrm{sgn}(e_{x_j}e_{v_j}),$$
$$\theta_j^* = \min_j(\theta_j), \quad \theta_j = \sqrt{0.5\gamma_j}\left|\sqrt{2\gamma_j}\bar{\theta}_j - 1\right|,$$
$$\left(\sqrt{2(\mu_{x_j}+\mu_{v_j})}\right)^{-1} < \bar{\theta}_j < \left(\sqrt{2(\mu_{x_j}-\mu_{v_j})}\right)^{-1} \qquad (۴۱)$$

ورودی‌های کنترلی $u \in \Re^n$ به صورت (۴۲) ارائه می‌شود تا وجود دینامیک مد لغزشی $s = \dot{s} = 0$ بعد از زمان محدود T_r که توسط رابطه (۳۷) داده شده تضمین شود. لازم به ذکر است که بردار u_r به کار رفته در (۴۲)، همان بردار u_r ذکر شده در (۳۵) است.

$$u = g^{-1}\left(-f(x,v) - \mu_x\mathrm{sgn}(e_x) - \mu_v\mathrm{sgn}(e_v) + \dot{v}_d + u_r\right) \qquad (۴۲)$$

یادآوری ۱۱. برای روش کنترلی ارائه شده، می‌توان سطوح لغزشی دیگری را نیز به صورت (۴۳) تعریف کرد که در این رابطه، $\hbar_j, \eth_j, \ell_j$ و $\mho_j$ و $\hbar_j > \eth_j$ و $\ell_j < \mho_j$ اعداد فرد مثبت دلخواه با شرایط برای $j = 1,\dots,n$ می‌باشند. همچنین، α_j و β_j اعداد مثبت دلخواه هستند. همه پارامترهای دلخواه ذکر شده، توسط طراح تنظیم می‌گردند.

$$s = e_v + \alpha(e_x)^{\Xi} + \beta(e_x)^{\Pi} \qquad (۴۳)$$
$$\alpha(e_x)^{\Xi} = \left[\alpha_1 e_{x_1}^{\frac{\hbar_1}{\eth_1}} \quad \dots \quad \alpha_n e_{x_n}^{\frac{\hbar_n}{\eth_n}}\right]^T,$$
$$\beta(e_x(\tau))^{\Pi} = \left[\beta_1 e_{x_1}^{\frac{\ell_1}{\mho_1}} \quad \dots \quad \beta_n e_{x_n}^{\frac{\ell_n}{\mho_n}}\right]^T.$$

مشابه با قضیه ۱ می‌توان نشان داد دینامیک مد لغزشی مرتبط با (۴۳) که از تساوی برداری $s = 0$ حاصل می‌گردد، دارای پایداری زمان-محدود سرتاسری است و خطاهای e_{x_j} و e_{v_j} قرار گرفته روی مد لغزشی $s = 0$، بعد از گذشت زمان نشست T_s که با رابطه (۱۲) یا (۱۵) قابل تخمین است، دقیقاً به سمت صفر همگرا می‌شوند.

ورودی‌های کنترلی به صورت (۴۴) تعیین شده‌اند تا خطاهای ردیابی را در مدت زمان محدود به دینامیک مد لغزشی $s = 0$ برسانند. بردارهای $\mathrm{sgn}(s)$، $\omega\mathrm{sgn}(s)$ و u_r در (۳۵) معرفی شده‌اند که انتخاب و تنظیم پارامترهای مثبت $\omega_j > 0, j = 1,\dots,n$ در اختیار کاربر قرار دارد.

$$u = g^{-1}\left(-f(x,v) - \frac{d}{dt}(\alpha(e_x)^{\Xi}) - \frac{d}{dt}(\beta(e_x)^{\Pi}) + \dot{v}_d + u_r\right) \qquad (۴۴)$$
$$\frac{d}{dt}(\alpha(e_x)^{\Xi}) = \left[\frac{\hbar_1}{\eth_1}\alpha_1 e_{v_1}e_{x_1}^{\frac{\hbar_1}{\eth_1}-1} \quad \dots \quad \frac{\hbar_n}{\eth_n}\alpha_n e_{v_n}e_{x_n}^{\frac{\hbar_n}{\eth_n}-1}\right]^T,$$
$$\frac{d}{dt}(\beta(e_x)^{\Pi}) = \left[\frac{\ell_1}{\mho_1}\beta_1 e_{v_1}e_{x_1}^{\frac{\ell_1}{\mho_1}-1} \quad \dots \quad \frac{\ell_n}{\mho_n}\beta_n e_{v_n}e_{x_n}^{\frac{\ell_n}{\mho_n}-1}\right]^T.$$

مشابه با قضیه ۳ می‌توان ثابت کرد با اعمال ورودی کنترلی (۴۴) به سیستم خطای ردیابی (۱۰)، خطاهای ردیابی e_{x_j} و e_{v_j} در مدت زمان

محدود T_r به دینامیک مد لغزشی $s = 0$ می‌رسند و بر روی این مد لغزشی باقی می‌مانند. زمان T_r نیز از نامساوی (۳۷) قابل حساب است. باید به این موضوع توجه داشت از آنجایی که توان‌های منفی $\frac{\ell_j}{\upsilon_j} - 1 < 0$ در ورودی‌های کنترلی (۴۴) مورد استفاده قرار گرفته است، پدیده تکینگی (سینگولاریتی) رخ خواهد داد.

یادآوری ۱۲. چنانچه شرط $g_j(x,v) \neq 0$ که در ابتدای مقاله به آن اشاره شد، برقرار نباشد آنگاه نمی‌توان از $g_j^{-1}(x,v)$ برای طراحی ورودی‌های کنترلی استفاده کرد. برای غلبه بر این مشکل، ورودی‌های کنترلی u_j (۱۶) به صورت (۴۵) تغییر می‌کنند که $\kappa_j > 0, j = 1, \dots, n$ پارامترهای دلخواه بوده و پیشنهاد می‌گردد تا حد ممکن کوچک انتخاب شوند. لازم به ذکر است که u_{m_j} و u_{r_j} قبلاً در (۱۷) و (۱۸) مشخص شده‌اند. در این وضعیت، اثبات قضیه‌های ۱ و ۲ بدون تغییر باقی خواهند ماند. در اثبات قضیه ۳ از رابطه $g_j^2(g_j^2 + \kappa_j)^{-1} = 1 - \kappa_j(g_j^2 + \kappa_j)^{-1}$ استفاده خواهد شد.

$$u_j = g_j^2\left(g_j^2 + \kappa_j\right)^{-1} u_{\zeta_j},\ \ u_{\zeta_j} = -f_j(x,v) + \dot{v}_{d_j} + u_{r_j} - \kappa_j(g_j^2 + \kappa_j)^{-1}|u_{\zeta_j}|\mathrm{sgn}(s_j) + u_{m_j} \qquad (۴۵)$$

یادآوری ۱۳. با توجه به جزئیات اثبات تئوری ۳، شرایط اولیه برای تخمین پارامترهای نامعلوم $\hat{b}_k$ و $\hat{c}_m$ باید اعداد بزرگتر از صفر ($\hat{b}_k(0) > 0$ و $\hat{c}_m(0) > 0$) انتخاب گردند. کاربر برای انتخاب شرایط اولیه ($\hat{b}_k(0)$ و $\hat{c}_m(0)$)، باید به این نکته توجه داشته باشد که اگر مقادیر اولیه فاصله بسیار زیادی با مقادیر نامی پارامترهای نامعلوم داشته باشند، زمان رسیدن (T_r ذکر شده در (۲۱)) بسیار بزرگ شده و عملاً پایدارسازی زمان-محدود به پایدارسازی مجانبی تبدیل می‌گردد.

۴- شبیه‌سازی روش کنترلی پیشنهادی بر روی دو سیستم عملی

در این بخش، نتایج تحلیلی مقاله را بر روی دو سیستم واقعی مورد شبیه‌سازی قرار می‌دهیم تا درستی و صحت عملکرد ورودی‌های کنترلی طراحی شده به منظور ردیابی زمان-محدود مشخص گردد. برای شبیه‌سازی اول از سیستم یاتاقان مغناطیسی فعال رانشی [10] استفاده شده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی در بخش ۴- ۱ ارائه می‌شوند. برای شبیه‌سازی دوم، سیستم ربات دو لینک [7] مورد استفاده قرار می‌گیرد و نتایج حاصل از شبیه‌سازی در بخش ۴-۲ آورده می‌شوند.

۴-۱ نتایج شبیه‌سازی سیستم TABM

یک شماتیکی کلی از اجزای تشکیل‌دهنده سیستم TABM در [10] وجود دارد. در این سیستم، یک دیسک رانشی محوری[24] به روتور متصل شده است که موقعیت روتور را در جهت محور z کنترل می‌کند. در این سیستم، فاصله هوایی میان دیسک رانشی محوری و یاتاقان مغناطیسی، موقعیت روتور نامیده شده و با z_{TD} نشان داده می‌شود. فاصله هوایی ذکر شده در حالت نامی برابر $z_o = 0.5$ میلیمتر است. این سیستم از دو سیم‌پیچ تشکیل شده است که بر روی استاتور بسته شده‌اند تا در هنگام عبور جریان مستقیم از آن‌ها، دو نیروی الکترومغناطیسی تولید شوند. در واقع با تغییر جریان مستقیم ذکر شده، نیروی‌های الکترومغناطیسی تولیدی تغییر کرده و روتور می‌تواند در فاصله هوایی حرکت کرده تا در موقعیت مناسب قرار گیرد. ولتاژ الکتریکی بایاس $E_o = 1.4$ ولت به هر دو یاتاقان مغناطیسی، اعمال می‌شود تا نیروی جاذبه الکترومغناطیسی یکسانی بر هر دو طرف دیسک رانشی محوری وارد گردد و دیسک در موقعیت مبنای خود یعنی همان $z_o = 0.5$ میلیمتر قرار گیرد. ولتاژ الکتریکی E_z (که همان ورودی کنترلی است) با ولتاژ بایاس اعمالی به یاتاقان بالایی جمع شده و از ولتاژ بایاس اعمالی به یاتاقان پایینی کم می‌شود. سیستم TABM دارای دو تقویت‌کننده توان در مسیر اعمال ولتاژ به دو سیم‌پیچ بالایی و پایینی است. تقویت‌کننده توان بالایی متناسب با ولتاژ اعمالی $E_o + E_z$ جریان $i_o + i_z$ و تقویت‌کننده توان پایینی متناسب با ولتاژ اعمالی $E_o - E_z$ جریان $i_o - i_z$ را تولید می‌کنند. i_o و i_z به ترتیب جریان بایاس و جریان ورودی کنترلی متناسب با ولتاژ بایاس $E_o = 1.4$ ولت و ولتاژ ورودی کنترلی E_z هستند. برای هر دو تقویت‌کننده، نسبت میان جریان خروجی و ولتاژ ورودی، 0.5 آمپر بر ولت است. با استفاده از قوانین نیوتن، معادله دینامیکی حاکم بر سیستم TABM به صورت (۴۶) قابل بیان است که در آن، $M = 2.565$ کیلوگرم جرم روتور و $C_f = 0.001$ ثابت اصطکاک می‌باشند. در این رابطه، ترم $D(t, z_{TD}, \dot{z}_{TD})$ بیانگر مجموع اغتشاش‌های بیرونی و عدم‌قطعیت‌های موجود در سیستم می‌باشد. هم‌چنین برآیند نیروی الکترومغناطیسی تولیدی توسط دو سیم‌پیچ بالایی و پایینی با نماد $F_{E_z,z_{TD}}$ نشان داده شده است که این نیروی برآیندی از رابطه $F_{E_z,z_{TD}} = h_E E_z + h_z z_{TD}$ محاسبه می‌شود و ثابت‌ها برابر با $h_E = 20$ نیوتن بر ولت و $h_z = 25.2$ نیوتن بر میلیمتر هستند [10].

هدف کنترلی برای این سیستم آن است که ورودی کنترلی E_z باید چنان طراحی گردد که موقعیت روتور یعنی z_{TD}، مسیر مورد نظر کاربر که با z_d نشان داده می‌شود را دنبال کرده و خطای ردیابی در مدت زمان محدودی به صفر برسد. ترم اغتشاش $D(t, z_{TD}, \dot{z}_{TD})$، نامساوی $\|D(t, z_{TD}, \dot{z}_{TD})\| \leq b_0 + b_1\|z_{TD}\| + c_1\|\dot{z}_{TD}\|$ را برآورده می‌سازد که ضرایب b_0، b_1 و c_1 ثابت و نامعلوم هستند.

$$\ddot{z}_{TD} = -\frac{C_f}{M}\dot{z}_{TD} + \frac{1}{M}F_{E_z,z_{TD}} + D(t, z_{TD}, \dot{z}_{TD}) \qquad (۴۶)$$

با انتخاب متغیرهای حالت سیستم به صورت $x = z_{TD}$، $v = \dot{z}_{TD}$ و ورودی کنترلی $u = E_z$ نمایش فضای حالت سیستم TABM به صورت (۴۷) استخراج می‌شود که در کلاس سیستم غیرخطی (۸) قرار دارد. با مقایسه (۴۷) و (۸)، $f(x,v) = M^{-1}(-C_f v + h_z x)$، $g(x,v) = M^{-1}h_E$ و $D(t,x,v) = D(t, z_{TD}, \dot{z}_{TD})$ نتیجه می‌شوند.

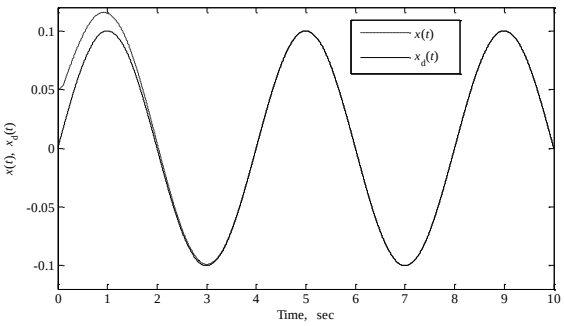
$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = -M^{-1}C_f v + M^{-1}h_z x + M^{-1}h_E u + D(t,x,v) \end{cases} \qquad (۴۷)$$

با تعریف خطاهای ردیابی e_x و e_v به صورت $e_x = z_{TD} - z_d = x - x_d$ و $e_v = \dot{z}_{TD} - \dot{z}_d = v - v_d$، ورودی کنترلی u با استناد به

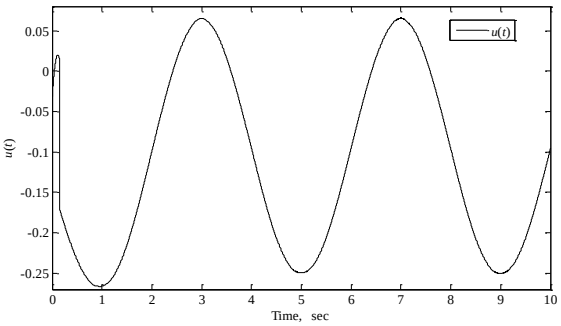
[24] Thrust disk

(۱۱) و (۱۶) الی (۲۰) به راحتی بدست می‌آید. برای انجام شبیه‌سازی، مسیر دلخواه روتور و ترم اغتشاش به صورت $z_d = x_d = 0.1\sin(0.5\pi t)$ میلیمتر و $D(t,x,v) = 0.5 + 0.1x + 0.1v$ انتخاب شده‌اند. ترم اغتشاش، رابطه $\|D(t,x,v)\| \le b_0 + b_1\|x\| + c_1\|v\|$ را ارضا می‌کند. ضرایب اختیاری α، β، $\hbar$، $\eth$، ℓ، $\mho$ و ω که به ترتیب در تعریف سطح لغزشی و ورودی کنترلی ظاهر می‌شوند به صورت $\alpha = 0.1$، $\beta = 0.5$، $\hbar = 13$، $\eth = 5$، $\ell = 9$، $\mho = 11$ و $\omega = 0.1$ مقداردهی شده‌اند. پارامترهای دلخواه ξ_1، ξ_2 و λ_1 که در قوانین به‌روزرسانی پارامترهای b_0، b_1 و c_1 وجود دارند به صورت $\xi_1 = 20,\ \xi_2 = 50$ و $\lambda_1 = 200$ منظور شده‌اند.

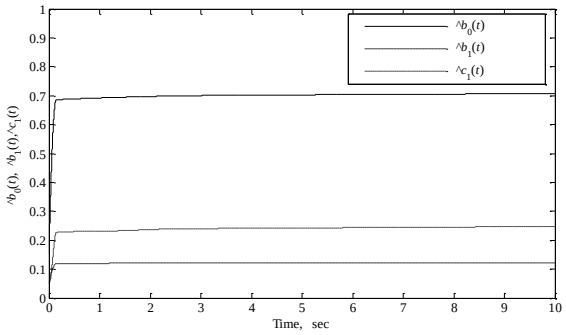
شکل‌های ۱ تا ۳ نتایج شبیه‌سازی سیستم TABM را برای مسیر مورد نظر $z_d = x_d = 0.1\sin(0.5\pi t)$ نشان می‌دهند که شرایط اولیه سیستم به صورت $z_{TD}(0) = 0.05$ و $\dot{z}_{TD}(0) = 0$ و شرایط اولیه تخمین پارامترهای نامعلوم به صورت $\hat{b}_0(0) = 0.25, \hat{b}_1(0) = \hat{c}_1(0) = 0.05$ انتخاب شده‌اند. شکل ۱ پاسخ‌های زمانی موقعیت روتور $x = z_{TD}(t)$ و مسیر دلخواه $z_d = x_d$ را نمایش می‌دهد. با دقت در این شکل، واضح است که هدف ردیابی زمان محدود برآورده شده است. شکل ۲ پاسخ زمانی ورودی کنترلی u و شکل ۳ پاسخ‌های زمانی تخمین‌های $\hat{b}_0(0)$، $\hat{b}_1(0)$ و $\hat{c}_1(0)$ را نشان می‌دهند.



شکل ۱. پاسخ‌های زمانی موقعیت روتور $z_{TD}(t) = x$ و مسیر دلخواه $z_d = x_d = 0.1\sin(0.5\pi t)$.



شکل ۲. پاسخ زمانی تلاش کنترلی $u(t) = E_z(t)$.



شکل ۳. پاسخ‌های زمانی تخمین‌های $\hat{b}_0(t)$، $\hat{b}_1(t)$ و $\hat{c}_1(t)$ برای سیستم TABM رابطه (۴۶).

۴-۲ نتایج شبیه‌سازی سیستم بازوی ربات دو لینکی

معادلات دینامیکی سیستم عملی بازوی ربات دو لینکی [7] را به صورت (۴۸) در نظر بگیرید که دارای دو درجه آزادی است و متغیرهای q_1 و q_2 بیانگر موقعیت‌های لینک‌های آن هستند. همچنین $\dot{q}_1$ و $\dot{q}_2$ سرعت‌ها و $\ddot{q}_1$ و $\ddot{q}_2$ شتاب‌های لینک‌های ربات را نشان می‌دهند. در (۴۸)، $\delta_1 = 3.1$، $\delta_2 = 9.5$، $\delta_3 = 0.24$ و $\delta_4 = 0.77$ مقادیر ثابت مرتبط با این ربات می‌باشند [7]. $\tau = [\tau_1\ \ \tau_2]^T$ بردار گشتاورهای اعمالی به مفصل‌های لینک‌های ربات است و دو عملگر (موتورهای الکتریکی) متصل به مفصل‌ها، این گشتاورها را تولید می‌کنند.

$$A\begin{bmatrix}\ddot{q}_1\\ \ddot{q}_2\end{bmatrix} + H\begin{bmatrix}\dot{q}_1^2\\ \dot{q}_2^2\end{bmatrix} + B(q_1,q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + G(q_1,q_2) = \begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\end{bmatrix} \qquad (۴۸)$$

$$A(q_1,q_2) = \begin{bmatrix}\delta_1 + 0.6\delta_4\cos(q_2) & \delta_3 + 0.3\delta_4\cos(q_2)\\ \delta_3 + 0.3\delta_4\cos(q_2) & \delta_3\end{bmatrix},$$

$$B(q_1,q_2) = \begin{bmatrix}-0.3\delta_4\cos(q_2)\\ 0\end{bmatrix},$$

$$H(q_1,q_2) = \begin{bmatrix}-0.3\delta_4\sin(q_2) & -0.3\delta_4\sin(q_2)\\ 0.3\delta_4\sin(q_2) & 0\end{bmatrix},$$

$$G(q_1,q_2) = \begin{bmatrix}9.8\delta_2\cos(q_1) + 9.8\delta_4\cos(q_1+q_2)\\ 9.8\delta_4\cos(q_1+q_2)\end{bmatrix}.$$

با انتخاب بردارهای متغیر حالت $x = [x_1\ \ x_2]^T = [q_1\ \ q_2]^T$، $v = \dot{q} = [v_1\ \ v_2]^T = [\dot{q}_1\ \ \dot{q}_2]^T$ و بردار گشتاورها $\tau = [\tau_1\ \ \tau_2]^T$، معادلات فضای حالت ربات به صورت (۸) تبدیل می‌شوند که بردارهای $f(x,v)$، $g(x,v)$ و u به صورت زیر قابل بیان می‌باشند که در آن $I_{2\times2}$ ماتریس همانی است.

$$f(x,v) = -A^{-1}(x)\left(H(x)\begin{bmatrix}v_1^2\\ v_2^2\end{bmatrix} + B(x)v_1v_2 + G(x)\right),$$

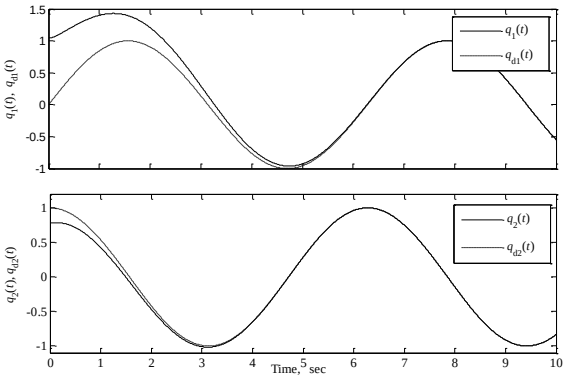
$$g(x,v) = I_{2\times2},\ u = A^{-1}(x)\tau \qquad (۴۹)$$

ترم برداری $D(t,x,v)$ نیز به عنوان اغتشاش‌های خارجی و عدم‌قطعیت‌های موجود به مدل ربات اضافه شده است. مسیرهای مورد نظر را به صورت $x_d = q_d = [x_{d_1} x_{d_2}]^T = [q_{d_1}\ q_{d_2}]^T = [\sin t\ \ \cos t]^T$ در نظر می‌گیریم که باید با طراحی مناسب گشتاورهای τ_1 و τ_2، وضعیت لینک‌های ربات $x_1 = q_1$ و $x_2 = q_2$ مسیرهای مورد نظر را در مدت زمان محدودی ردیابی کنند و پس از آن خطاهای ردیابی برای لینک‌ها به صفر همگرا شوند. در ادامه، بردار خطاهای ردیابی به صورت $e_x = [e_1\ e_2]^T = x - x_d$ و $e_v = [e_{v_1}\ e_{v_2}]^T = v - v_d$ تعریف می‌شوند و $D(t,x,v) = [d_1(t)\ d_2(t)]^T = 0.3[1\ \ \ 1]^T +$

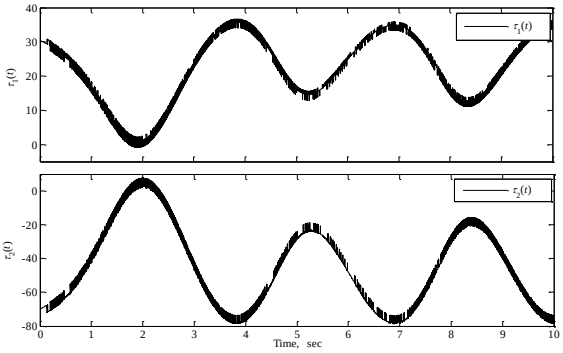
$0.15x + 0.1\,v$ بردار اغتشاش فرض می‌شود که $\|D(t,x,v)\| \le b_0 + b_1\|x\| + c_1\|v\|$ را برآورده می‌سازد و پارامترهای b_0، b_1 و c_1 در اختیار نیستند. برای نیل به هدف ردیابی، بردار سطوح لغزشی $s \in \Re^2$، بردار ورودی‌های کنترلی $u \in \Re^2$ و تخمین پارامترهای نامعلوم $\hat{b}_0$، $\hat{b}_1$ و $\hat{c}_1$ به ترتیب با استفاده از (۱۱) و (۱۶) الی (۲۰) بدست می‌آیند. بردار گشتاورهای نهایی که باید به ربات اعمال شود از طریق تساوی $\tau = A(x)u$ حاصل می‌گردد.

ضرایب و ثابت‌های دلخواه سطوح لغزشی غیرخطی، ورودی‌های کنترلی پیشنهادی و قوانین به روزرسانی پارامترهای نامعلوم به صورت $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.1$، $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$، $\hbar_1 = \hbar_2 = 13$، $\eth_1 = \eth_2 = 5$، $\ell_1 = \ell_2 = 9$، $\mho_1 = \mho_2 = 11$، $\omega_1 = \omega_2 = 2$ و $\xi_1 = 2\,, \xi_2 = 1.1\,,\ \lambda_1 = 5$ در نظرگرفته شده‌اند. برای شبیه‌سازی کامپیوتری، شرایط اولیه مرتبط با موقعیت‌ها (وضعیت‌ها) و سرعت‌های لینک‌های ربات به صورت $x(0) = q(0) = [\pi/3 \quad \pi/4]^T$ و $v(0) = \dot{q}(0) = [0 \quad 0]^T$ و شرایط اولیه پارامترهای نامعلوم به صورت $\hat{b}_0(0) = 0.15, \hat{b}_1(0) = 0.05,\ \hat{c}_1(0) = 0.02$ انتخاب شده‌اند.

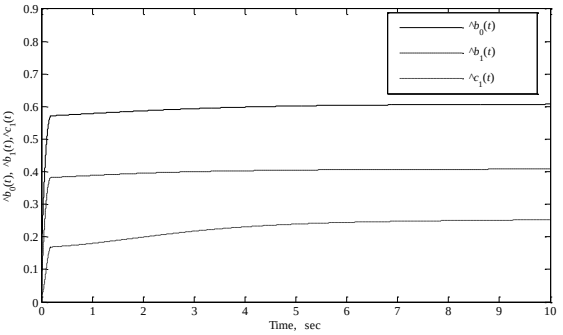
نتایج شبیه‌سازی مرتبط با مسئله ردیابی زمان-محدود ربات در شکل‌های ۴ تا ۶ آورده شده است. شکل ۴ پاسخ‌های زمانی $x_1 = q_1$ و $x_2 = q_2$ را همراه با مسیرهای مورد نظر $x_{d_1} = q_{d_1}$ و $x_{d_2} = q_{d_2}$ نشان می‌دهد که ردیابی زمان-محدود به خوبی برآورده شده است. پاسخ‌های زمانی گشتاورهای τ_1 و τ_2 و تخمین‌های $\hat{b}_0$، $\hat{b}_1$ و $\hat{c}_1$ به ترتیب در شکل‌های ۵ و ۶ به تصویر کشیده شده‌اند. همه نتایج شبیه‌سازی، عملکرد درست کنترل‌کننده‌های طراحی شده را تایید می‌کنند



شکل ۴. پاسخ‌های زمانی $q_1 = x_1$ و $q_2 = x_2$ همراه با مسیرهای مورد نظر $x_{d_1} = q_{d_1} = \sin t$ و $x_{d_2} = q_{d_2} = \cos t$.



شکل ۵. پاسخ‌های زمانی گشتاورهای τ_1 و τ_2.



شکل ۶. پاسخ‌های زمانی تخمین‌های $\hat{b}_0$، $\hat{b}_1$ و $\hat{c}_1$ برای مدل ربات رابطه (۴۸).

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، با ترکیب روش کنترل مد لغزشی ترمینال غیرتکین و کنترل تطبیقی، روش ابتکاری ارائه شد تا هدف ردیابی زمان-محدود را برای گروه خاصی از سیستم‌های غیرخطی که زنجیره‌ای از زیرسیستم‌های دو انتگرال‌گیر غیرمستقل بودند، فراهم سازد. سیستم غیرخطی مورد مطالعه، تحت تاثیر اغتشاش و عدم‌قطعیت با کران بالای نامحدود و نامعلوم بود که قوانین به‌روزرسانی برای تخمین زمان-محدود ضرایب این کران ارائه شد. به عنوان یکی از نوآوری‌های مقاله، رابطه‌ای حاصل شد که زمان محدود مورد نیاز برای صفر شدن خطاهای ردیابی و رسیدن تخمین ضرایب کران بالای اغتشاش به مقادیر ثابت، را مشخص می‌کرد. رابطه مذکور، وابستگی این زمان محدود را به شرایط اولیه سیستم و تعدادی پارامتر آزاد نشان می‌دهد که تنظیم مناسب این پارامترها، می‌تواند به عنوان رهیافتی برای بهبود سرعت همگرایی مسئله ردیابی در مطالعات بعدی مورد بررسی قرار گیرد. روش کنترلی پیشنهادی بر روی دو سیستم واقعی مورد شبیه‌سازی قرار گرفت که نتایج حاصله، کارایی آن را نشان دادند. به عنوان یکی از معایب مقاله، شرط رویت‌پذیری کامل و در دسترس بودن همه متغیرهای حالت سیستم غیرخطی بود که شرطی محدودکننده است. در ادامه مطالعات خود به دنبال طراحی رویتگر زمان-محدود کاهش مرتبه هستیم تا نیمی از متغیرهای حالت سیستم غیرخطی را تخمین بزند و این حالت‌های تخمینی جایگزین حالت‌های اندازه‌گیری شده در ورودی‌های کنترلی شوند و پایداری زمان-محدود سیستم

غیرخطی حلقه‌بسته مورد بازبینی و اثبات مجدد قرار گیرد.

مراجع

[1] S.P. Bhat and D.S. Bernstein, "Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 5, pp. 678-682, 1998.

[2] S.P. Bhat and D. S. Bernstein, "Finite-time stability of continuous autonomous systems," *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 38, no. 3, pp. 751-766, 2000.

[3] Y. Hong, J. Huang, and Y. Xu, "On an output feedback finite-time stabilization problem," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 2, pp. 305-309, 2001.

[4] S. Yu and X. Long, "Finite-time consensus for second-order multi-agent systems with disturbances by integral sliding mode," *Automatica*, vol. 54, no. 1, pp. 158-165, 2015.

[5] X. He, Q. Wang, and W. Yu, "Finite-time distributed cooperative attitude tracking control for multiple rigid spacecraft," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 256, no. 1, pp. 724-734, 2015.

[6] Y. Zhang, G. Liu, and B. Luo, "Finite-time cascaded tracking control approach for mobile robots," *Information Sciences*, vol. 284, no. 1, pp. 31-43, 2014.

[7] M. Galicki, "Finite-time control of robotic manipulators," *Automatica*, vol. 51, no. 1, pp. 49-54, 2015.

[8] S. Mondal and C. Mahanta, "Adaptive second order terminal sliding mode controller for robotic manipulators," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 4, pp. 2356-2377, 2014.

[9] K. Lu and Y. Xia, "Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence," *Automatica*, vol. 49, no. 12, pp. 3591-3599, 2013.

[10] S.Y. Chen and F.J. Lin, "Robust nonsingular terminal sliding mode control for nonlinear magnetic bearing system," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 19, no. 3, pp. 636-643, 2011.

[11] S. Sun, D. Zhou, and W. Hou, "A guidance law with finite time convergence accounting for autopilot lag," Aerospace *Science and Technology*, vol. 25, no. 1, pp. 132-137, 2013.

[12] Y. Chen, Z. Shi, and C. Lin, "Some criteria for the global finite-time synchronization of two Lorenz-Stenflo systems coupled by a new controller," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 38, no. 15, pp. 4078-4085, 2014.

[13] M.R. Mokhtari and B. Cherki, "A new robust control for minirotorcraft unmanned aerial vehicles," *ISA Transactions*, vol. 56, no. 1, pp. 86-101, 2015.

[14] G. Chen, Y. Yang, and J. Li, "Finite time stability of a class of hybrid dynamical systems," *IET Control Theory and Applications*, vol. 6, no. 1, pp. 8-13, 2012.

[15] S. Liu and L.Q. Chen, "Second-order terminal sliding mode control for networks synchronization," *Nonlinear Dynamics*, vol. 79, no. 1, pp. 205-213, 2015.

[16] J. Fei and W. Yan, "Adaptive control of MEMS gyroscope using global fast terminal sliding mode control and fuzzy-neural-network," *Nonlinear Dynamics*, vol. 78, no. 1, pp. 103-116, 2014.

[17] M. Jiang, S. Wang, J. Mei, and Y. Shen, "Finite-time synchronization control of a class of memristor-based recurrent neural networks," *Neural Networks*, vol. 63, no. 1, pp. 133-140, 2015.

[18] Y. Li and R.G. Sanfelice, "A finite-time convergent observer with robustness to piecewise-constant measurement noise," *Automatica*, vol. 57, no. 1, pp. 222-230, 2015.

[19] T. Menard, E. Moulay, and W. Perruquetti, "A global high-gain finite-time observer," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 6, pp. 1500-1506, 2010.

[20] Z. Zuo and L. Tie, "Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems," *International Journal of Systems Science*, doi: 10.1080/00207721.2014.925608, 2014.

[21] A. Polyakov, D. Efimov, and W. Perruquetti, "Finite-time and fixed-time stabilization: Implicit Lyapunov function approach," *Automatica*, vol. 51, no. 1, pp. 332-340, 2015.

[22] X.H. Zhang, K. Zhang, and X.J. Xie, "Finite-time output feedback stabilization of nonlinear high-order feedforward systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, no. 8, pp. 1794-1814, 2016.

[23] Z. Zuo, "Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks," *Automatica*, vol. 54, pp. 305-309, 2015.

[24] H.B. Oza, Y.V. Orlov, and S.K. Spurgeon, "Finite time stabilization of a perturbed double integrator with unilateral constraints," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 95, no. 1, pp. 200-212, 2014.

[25] Y. Su and C. Zheng, "Robust finite-time output feedback control of perturbed double integrator," *Automatica*, vol. 60, no. 1, pp. 86-91, 2015.

[26] H. Liu, T. Zhang, and X. Tian, "Continuous output-feedback finite-time control for a class of second-order nonlinear systems with disturbances," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, no. 2, pp. 218-234, 2016.

[27] J. Fu, R. Ma, and T. Chai, "Global finite-time stabilization of a class of switched nonlinear systems with the powers of positive odd rational numbers," *Automatica*, vol. 54, no. 1, pp. 360-373, 2015.

[28] Z.Y. Sun, L.R. Xue, and K. Zhang, "A new approach to finite-time adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear system," *Automatica*, vol. 58, no. 1, pp. 60-66, 2015.

[29] E. Moulay and W. Perruquetti, "Finite time stability conditions for non-autonomous continuous systems," *International Journal of Control*, vol. 81, no. 5, pp. 797-803, 2008.

[39] C.S. Chiu, "Derivative and integral terminal sliding mode control for a class of MIMO nonlinear systems," *Automatica*, vol. 48, no. 2, pp. 316-326, 2012.

[40] D. Zhao, S. Li, and F. Gao, "A new terminal sliding mode control for robotic manipulators," *International Journal of control*, vol. 82, no. 10, pp. 1804-1813, 2009.

[41] Y. Feng, X. Yu, and F. Han, "On nonsingular terminal sliding-mode control of nonlinear systems," *Automatica*, vol. 49, no. 6, 1715-1722, 2013.

[42] H. Bayramoglu and H. Komurcugil, "Nonsingular decoupled terminal sliding-mode control for a class of fourth-order nonlinear systems," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 18, no. 9, 2527-2539, 2013.

[43] J. Yang, S. Li, J. Su, and X. Yu, "Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances," *Automatica*, vol. 49, no. 7, 2287-2291, 2013.

[44] A. Levant and A. Michael, "Adjustment of high-order sliding mode controllers," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 19, no. 15, pp. 1657-1672, 2009.

[45] Y. Feng, F. Han, and X. Yu, "Chattering free full-order sliding-mode control," *Automatica*, vol. 50, no. 4, pp. 1310–1314, 2014.

[46] S. Zhankui and K. Sun, "Nonlinear and chaos control of a micro-electro-mechanical system by using second-order fast terminal sliding mode control," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 18, no. 9, pp. 2540-2548, 2013.

[47] F. Plestan, Y. Shtessel, V. Brégeault, and A. Poznyak, "New methodologies for adaptive sliding mode control," *International Journal of Control*, vol. 83, no. 9, pp. 1907-1919, 2010.

[30] S.P. Bhat and D.S. Bernstein, "Geometric homogeneity with applications to finite-time stability," *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 101-127, 2005.

[31] D. Zhou, S. Sun, and K.L. Teo, "Guidance laws with finite time convergence," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 32, no. 6, pp. 1838-1836, 2009.

[32] Q. Lan, S. Li, J. Yang, and L. Guo, "Finite-time control for soft landing on an asteroid based on line-of-sight angle," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 1, pp. 383-398, 2014.

[33] E. Moulay and W. Perruquetti, "Finite time stability and stabilization of a class of continuous systems," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 323, no. 2, pp. 1430-1443, 2006.

[34] H. Komurcugil, "Adaptive terminal sliding-mode control strategy for DC–DC buck converters," *ISA Transactions*, vol. 51, no. 6, pp. 673-681, 2012.

[35] A. Abooee, M. Moravej Khorasani, and M. Haeri "Free-chattering robust finite time tracking for connected double integrator nonlinear systems," *4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation*, (ICCIA 2016), Qazvin Islamic Azad University, Qazvin, Iran, January 27-28, pp. 301-306, 2016.

[36] A. Abooee, M. Moravej Khorasani, and M. Haeri "Finite-time guidance laws for landing process of a spacecraft subjected to disturbances," *4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation*, (ICCIA 2016), Qazvin Islamic Azad University, Qazvin, Iran, January 27-28, pp. 296-300, 2016.

[37] X. Liu and Y. Han, "Finite time control for MIMO nonlinear system based on higher-order sliding mode," *ISA Transactions*, vol. 53, no. 6, pp. 1838-1846, 2014.

[38] M. Ghasemi, S.G. Nersesov, and G. Clayton, "Finite-time tracking using sliding mode control," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 5, pp. 2966-2990, 2014.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۵۳-۴۱

توسعه سیستم کنترل پایداری الکترونیکی برای خودروهای الکتریکی با چهار موتور در چرخ

علیرضا امیرجمشیدی[۱]، جواد شریفی[۲]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی قم، alirezaamirjamshidy@gmail.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی قم، jv.sharifi@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۸/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱۰/۲۸)

چکیده: در این مقاله یک سیستم کنترل برای بهبود پایداری و فرمان‌پذیری خودرو الکتریکی تحت شرایط سخت رانندگی توسعه پیدا کرده است. در ابتدا ما یک سیستم کنترل لغزش را با استفاده از منطق فازی برای جلوگیری از سرخوردگی چرخ در هنگام ترمزگیری یا شتاب‌گیری شدید طراحی کرده و سپس برای بهبود پایداری خودرو در مانورهایی ناپایدارکننده خودرو، یک سیستم کنترل پایداری الکترونیکی را با استفاده از منطق فازی برای حفظ پایداری طراحی می‌کنیم. در شبیه‌سازی‌ها نرم افزار MATLAB چندین مانور راندن خودرو را به منظور بررسی کارآیی سیستم در حفظ پایداری خودرو انجام می‌دهیم. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که قانون کنترل و کنترل-کننده فازی طراحی شده می‌تواند پایداری و مانور پذیری خودرو را به طور قابل توجهی حفظ کند.

کلمات کلیدی: سیستم کنترل پایداری الکترونیکی، کنترلر فازی، گشتاور Yaw ، زاویه لغزش کناری خودرو

Development of Electronic Stability Control System for Electric Vehicle with Four Motors in each Wheel

Alireza Amirjamshidy, Javad Sharifi

Abstract: in this paper a control system is developed for stability improvement and steerability for electric vehicle in hard driving situations. At the first, we design a slide control system with fuzzy logic to prevent the wheels from sliding during of vehicle brakes or extreme acceleration. Then, we design an electronic stability control system based on fuzzy logic for vehicle to maintain stability on the situation of unstabalizing maneuvers. In MATLAB software simulations, we exert several driving car maneuvers to investigate the control system performance for vehicle stability maintenance. Simulation results show that control law and fuzzy controller can noteworthy retain car stability and maneuverability.

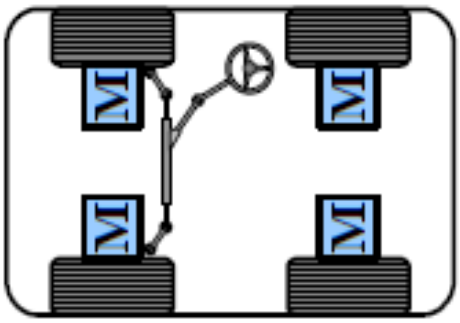
Keywords: electronic stability control system, fuzzy control, yaw torque, sideslip anglemotor.

۱- مقدمه

خودروهای الکتریکی با موتورهای نصب شده در چرخ، توجهات جهانی زیادی را نه تنها از نقطه نظر زیست محیطی بلکه از نظر کنترل حرکت خودرو جلب کرده‌اند. خودروهای الکتریکی امتیازات مثبتی نسبت به خودروهای احتراق داخلی دارند از جمله: (الف)- پاسخ گشتاور موتور الکتریکی دقیق و ۱۰ تا ۱۰۰ برابر سریعتر از موتورهای احتراق داخلی است که می‌تواند عملکرد کنترلی را در برخورد با لغزش چرخ و یا پایداری عرضی خودرو بالا ببرد. (ب)- می‌توان گشتاور موتور را به آسانی و با مشاهده جریان موتور اندازه گرفت. (پ)- موتور الکتریکی ارزان و کم‌حجم است و می‌توان آن را در هر چرخ تجهیز کرد که این ویژگی باعث عملکرد بالا درکنترل حرکت و پایداری خودرو می‌شود. (ت)- در موتور الکتریکی اختلافی بین شتاب‌گیری وترمزگیری وجود

ندارد و این ویژگی عملکردی بالا در کنترل پایداری خودرو ایجاد می‌کند.

به منظور استفاده وسیع از این خودروها، نسل آینده آن‌ها باید دارای امنیت باشد. استفاده از کنترل پایداری الکترونیکی[1] در خودروهای الکتریکی بسیار حائز اهمیت است. در حقیقت با نصب جعبه‌های سنگین باطری در این خودروها موقعیت مرکز ثقل خودرو به طور ناخواسته جابجا می‌شود و این موضوع خودرو را بیش‌فرمان می‌کند و این به معنی نیاز جدی این خودروها به سیستم‌های پایدار کننده اضافی چون ESC است. اگرچه خودروهای پیشرفته‌تر غیر برقی نیز به این سیستم مجهز هستند. ساختار خودروی استفاده شده در این مقاله همانند شکل (۱) است. یکی از مزایای این ساختار در این است که می‌توان گشتاورهای مستقل رانش و ترمزگیری را در هر ۴ چرخ به طور مستقل در اختیار داشت. در این ساختار هرکدام از موتورها به طور مستقیم به چرخ‌ها متصل شده‌اند که این امر موجب حذف سیستم دیفرانسیل خودرو برای انتقال گشتاور می‌شود.



شکل ۱: ساختار خودرو الکتریکی با چهار موتور الکتریکی در چهار چرخ

سیستم ESC به وسیله کاهش از دست رفتن کنترل راننده بر خودرو طی مانورهای سخت و اضطراری، به کاهش تصادفات کمک می‌کند. برای خودروهایی با سیستم رانش مستقل چندین سیستم کنترل ESC با استراژی‌های توزیع گشتاور مختلف، توسعه پیدا کرده و نقاط ضعف و قوتشان در مراجع [۸-۱] بررسی شده است. حال در این مقاله یک سیستم کنترل پایداری الکترونیکی برای خودروهای الکتریکی با گشتاورهای مستقل در هر چرخ ارائه شده است. این سیستم شامل یک کنترلگر منطق فازی است که با تشخیص شرایط ناپایداری خودرو، یک گشتاور اصلاحی چرخشی[2] برای بازگرداندن خودرو به مسیر مطلوب ایجاد می‌کند. و در ادامه یک توزیع کننده گشتاور طراحی شده است تا گشتاور اصلاحی خروجی مرحله‌ی قبل را با توجه به وضعیت‌های پیش آمده کم‌فرمانی یا بیش‌فرمانی و همچنین زاویه‌ی هدایت راننده به چرخ‌های مناسب در محورهای جلو یا عقب توزیع نماید. درضمن به منظور استفاده از حداکثر گشتاور چرخشی قابل ایجاد توسط خودرو، همزمان از گشتاور ترمزگیری و شتاب‌گیری در دو سمت خودرو برای حفظ پایداری خودرو بهره می‌برد. بر خلاف سیستم‌های ESC معمولی که فقط از گشتاور ترمزگیری برای حفظ پایداری خودرو استفاده می‌کنند. در نهایت نیز یک کنترلگر لغزش فازی که همزمان لغزش ناشی از ترمزگیری و هم درجا زدن ناشی از شتاب‌گیری سریع را کنترل می‌کند، طراحی شده است که در واقع ترکیبی از سیستم‌های ABS[3] و TCS[4] است. کنترلگر لغزش همچنین موجب بهبود عملکرد سیستم ESC که از گشتاور ترمزگیری و شتاب‌گیری برای حفظ پایداری خودرو استفاده می‌کند، می‌گردد و با ممانعت از به اشباع رسیدن نیروی تایر، موجب تاثیر بهتر این گشتاورها می‌شود.

ادامه این مقاله بر اساس زیر تقسیم بندی شده است. در بخش دوم مدل خودرو و چرخها مدلسازی و شبیه‌سازی شده است. در بخش سوم کنترل‌کننده لغزش برای خودرو طراحی شده است. در بخش چهارم به طراحی سیستم کنترل ESC پرداخته شده است. در نهایت در بخش پنجم نتایج کار آورده شده است.

۲- مدل‌سازی سیستم خودرو و چرخ‌ها

در این بخش به مدلسازی ریاضی خودرو و نیز چرخ‌ها می‌پردازیم. در بخش اول مدل خودرو و در بخش دو مدل چرخ‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۱ مدل خودرو

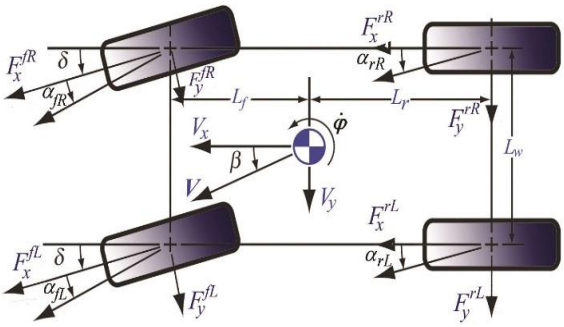
مدل خودرو استفاده شده در این مقاله مدلی با ۷ درجه آزادی برای بررسی عملکرد سیستم کنترلی می‌باشد. این مدل شامل ۳ درجه آزادی مربوط به حرکت‌های طولی، عرضی و حرکت دورانی حول محور z (yaw) و ۴ درجه آزادی نیز مربوط به حرکت دورانی ۴ چرخ خودرو می‌باشد، این مدل تاثیرات سیستم تعلیق خودرو را در نظر نگرفته و بنابراین حرکات دورانی حول محور x و حول محور y بدنه خودرو را بررسی نمی‌کند. در شکل۲، شماتیک این مدل نشان داده شده است. برای این مدل، معادلات حالت برای دینامیک خودرو بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$m(\dot{v}_x - \dot{\varphi} v_y) = F_{xrl} + F_{xrr} + (F_{xfl} + F_{xfr})\cos\delta - (F_{yfl} + F_{yfr})\sin\delta \quad (۱)$$

$$m(\dot{v}_y + \dot{\varphi} v_x) = F_{yrl} + F_{yrr} + (F_{xfl} + F_{xfr})\sin\delta + (F_{yfl} + F_{yfr})\cos\delta \quad (۲)$$

$$m(\dot{v}_x + \dot{\varphi} v_y) = F_{xrl} + F_{xrr} + (F_{xfl} + F_{xfr})\cos\delta - (F_{yfl} + F_{yfr})\sin\delta \quad (۳)$$

[1] Electronic Stability Control (ESC)
[2] YAW
[3] سیستم ترمز ضد قفل
[4] سیستم کنترل کشش



شکل ۲: مدل سطحی خودرو

که در معادلات بالا v_x بیانگر سرعت طولی خودرو ، v_y سرعت عرضی خودرو ، φ^0 میزان تغییرات حرکت yaw ، F_x و F_y بیانگر نیروی طولی و عرضی چرخ‌ها هستند. چهار چرخ خودرو با نام‌گذاری جلو-چپ(fL)[1]، جلو-راست(fR)[2]، عقب-چپ(rL)[3] و عقب-راست(rR)[4] مشخص می‌شوند. δ بیانگر زاویه هدایت ورودی و L_r,L_f بیانگر فاصله مرکز ثقل از محورهای جلو و عقب خودرو می‌باشد. m بیانگر جرم خودرو و L_w بیانگر عرض خودرو و I_Z گشتاور اینرسی حول محور yaw خودرو می‌باشد. حرکت دورانی چرخ ها نیز توسط معادلات زیر توصیف می‌شود:

$$J_w w^0 = T_{di,j} - T_{bi,j} - F_{xi,j}.r_{eff} \;;\; i = f,r \quad j = l,r \qquad (۴)$$

که در معادله بالا T_d اشاره به گشتاور رانش، T_b اشاره به گشتاور ترمزگیری، r_{eff} بیانگر شعاع چرخ و w بیانگر سرعت زاویه‌ای چرخ می‌باشد.

(الف)- حالت انتقال بار عمودی

بار عمودی وارد بر خودرو در اثر حرکت بین دو محور جلو و عقب تغییر می‌کند. مثلاً در هنگام ترمزگیری، بیشتر بار عمودی خودرو بر محور جلو وارد می‌شود. معادلات انتقال بار عمودی بر روی دو محور جلو و عقب به صورت زیر است:

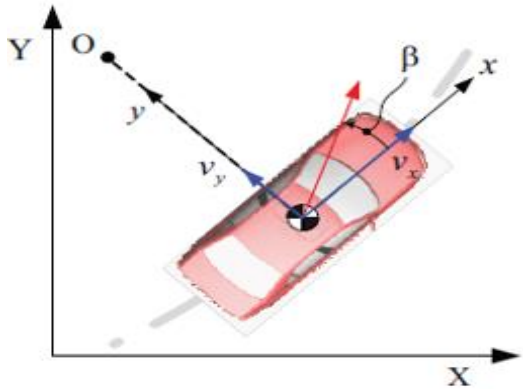
$$F_{zf} = \frac{mgL_r\cos\theta - ma_x h_{cog} - mgh_{cog}\sin\theta}{L_f + L_r} \qquad (۵)$$

$$F_{zr} = \frac{mgL_f\cos\theta + ma_x h_{cog} + mgh_{cog}\sin\theta}{L_f + L_r} \qquad (۶)$$

در معادلات بالا h_{cog} ارتفاع مرکز ثقل خودرو، a_x شتاب طولی خودرو، θ زاویه شیب مسیر حرکت و F_{zf} , F_{zr} به ترتیب بیانگر نیروی عمودی وارد بر محور جلو و نیروی عمودی وارد بر محور عقب می‌باشد.

(ب)- زاویه لغزش کناری خودرو B

به زاویه بین محور طولی خودرو و جهتی که خودرو در حال حرکت است زاویه لغزش کناری می‌گویند که مقدار آن را می‌توان از عبارت $B = \tan^{-1}\left(v_y / v_x\right)$ بدست آورد. شکل(۳)، این مساله را نشان می‌دهد.



شکل ۳: زاویه لغزش کناری خودرو

سرنشینان خودرو نسبت به زاویه لغزش کناری خودرو حساس هستند و به زاویه لغزش کناری کمتر تمایل دارند و احتمال بلقوه از دست رفتن کنترل خودرو، هنگامی که زاویه لغزش کناری بزرگ می‌شود، افزایش می‌یابد. بنابراین یکی از پارامترهای بررسی پایدار بودن خودرو می‌باشد وکنترل کامل خودرو می‌تواند با اطلاعات بدست آمده از لغزش کناری خودرو و تغییر سرعت حرکت yaw بدست آید.

(پ)- استفاده از زاویه لغزش کناری بعنوان یکی از ورودی‌های کنترلگر

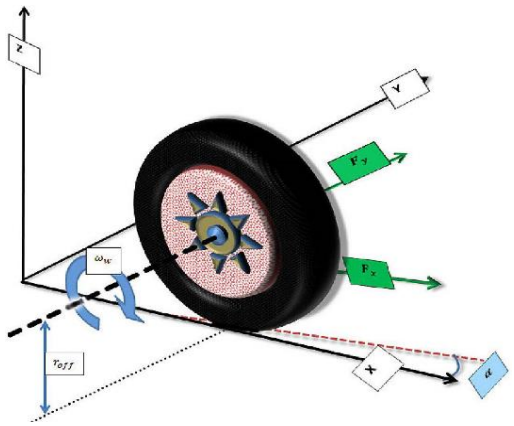
بطورکلی اطلاعات بدست آمده از پارامتر سرعت تغییر حرکت yaw به عنوان ورودی کنترلر کافی نیست و نمی‌تواند تمام شرایط ناپایداری در خودرو را نشان دهد به عنوان مثال هنگامی که خودرو بر روی سطح لغزنده از پهلو شروع به سرخوردن کند و سرخوردن به گونه‌ای باشد که تغییرات حرکت yaw خودرو ثابت بماند. در این شرایط کنترلری که تنها دارای یک ورودی yaw rate می‌باشد این شرایط ناپایداری را تشخیص نمی‌دهد ولی با وجود پارامتر ورودی زاویه لغزش کناری خودرو در شرایط سرخوردن بالا زاویه لغزش کناری خودرو افزایش می‌یابد و کنترلر ناپایداری را تشخیص می‌دهد. همچنین سرنشینان خودرو نسبت به زاویه لغزش کناری خودروحساس هستند و به زاویه لغزش کناری کمتر تمایل دارند و احتمال بلقوه از دست رفتن کنترل خودرو، هنگامی که زاویه لغزش کناری بزرگ می‌شود، افزایش می‌یابد. بنابراین کنترل کامل خودرو می‌تواند با اطلاعات بدست آمده از زاویه لغزش کناری خودرو و yaw rate می‌تواند بدست آید.

۲-۲ مدل چرخ

برای شبیه‌سازی چرخ خودرو از مدل چرخ مرجع داگ‌آف [۹] استفاده شده است. این مدل می‌تواند ترکیبی از نیروهای طولی وعرضی را برای شبیه‌سازی مدل خودرو فراهم کند. از مزایای این مدل، سادگی آن برای

[1] front-Left
[2] front-Right
[3] rear-Left
[4] rear-Right

شبیه‌سازی و همچنین استفاده از مقادیر مستقل برای سختی طولی چرخ C_σ و سختی گوشه چرخ C_α است.



شکل ۴: مدل چرخ خودرو

(الف)- زاویه لغزش چرخ

زاویه لغزش به عنوان زاویه بین جهت صفحه مرکز چرخ و جهت سرعت چرخ معرفی می‌شود و معمولا بر حسب رادیان محاسبه می‌شود:

$$\alpha_f = \delta - \frac{y^0 + L_f \varphi^0}{x^0}\ ,\ \alpha_r = -\frac{y^0 - L_r \varphi^0}{x^0} \qquad (۷)$$

(ب)- میزان لغزش چرخ

اختلاف بین سرعت طولی خودرو x^0 و سرعت دورانی چرخ، لغزش طولی نامیده می‌شود. لغزش طولی هر چرخ هنگام ترمزگیری عددی منفی و هنگام شتاب‌گیری عددی مثبت بین [۱-و۱] است. معادلات آن در عبارت (۸) آمده است:

$$S_{brake} = \frac{r_{eff} w_w - x^0}{x^0}$$
$$S_{accelerate} = \frac{r_{eff} w_w - x^0}{r_{eff} w_w} \qquad (۸)$$

حال میزان نیروی طولی و عرضی چرخ از معادلات زیر بدست می‌آید:

$$F_X = C_\sigma \frac{S}{S+1} f(\lambda)\ ,\ F_y = C_\sigma \frac{S}{S+1} f(\lambda) \qquad (۹)$$

در معادلات (۹) تابع $f(\lambda)$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f(\lambda) = \begin{cases} (2-\lambda)\lambda & if \quad \lambda < 1 \\ 1 & if \quad \lambda \geq 1 \end{cases}$$
$$\lambda = \frac{\mu F_z (1+S)}{2((C_\sigma S)^2 + (C_\alpha \tan\alpha)^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۱۰)$$

در عبارات بالا μ بیانگر ضریب اصطکاک چرخ و جاده و α زاویه لغزش چرخ است. معادلات بالا باید برای هر چرخ بطور جداگانه محاسبه شود.

(پ)- مشخصات خودروی مورد آزمایش

خودرو در نظر گرفته‌شده برای شبیه‌سازی یک خودروی الکتریکی با ۴ موتور الکتریکی مجزا در هر چرخ است. گشتاور تولیدی توسط موتورها مستقیم به چرخ‌ها وارد می‌شوند. عملیات ترمزگیری در چرخ‌ها توسط گشتاور منفی تولیدی توسط موتورها انجام می‌شود. بنابراین در این خودرو هر چرخ می‌تواند گشتاور رانش و ترمزگیری را مستقل از چرخ‌های دیگر خودرو وارد کند.

جدول ۱: مشخصات خودرو

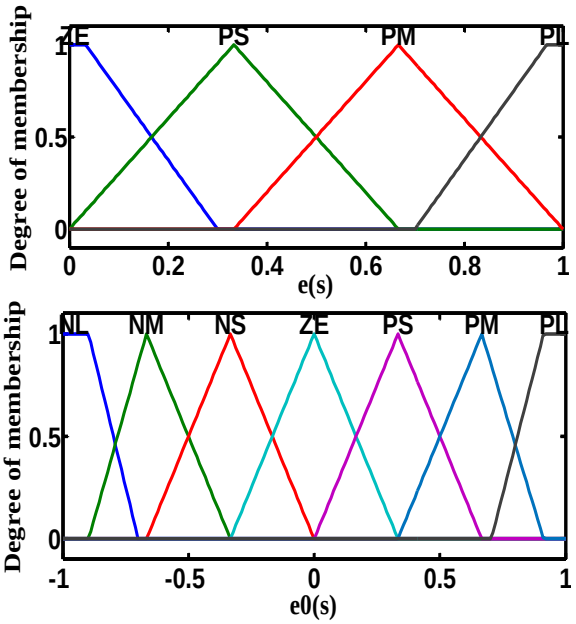
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
وزن خودرو	600 kg	L_f	1.18 m
h_{cog}	0.7 m	L_r	1.77 m
I_Z	1800 kg.m^2	L_w	1.5 m
J_w	1.26 kg.m^2	r_{eff}	0.302 m
حداکثر توان موتور	10.7 kw	حداکثر گشتاور موتور	400 Nm

۳- طراحی کنترل‌کننده لغزش خودرو

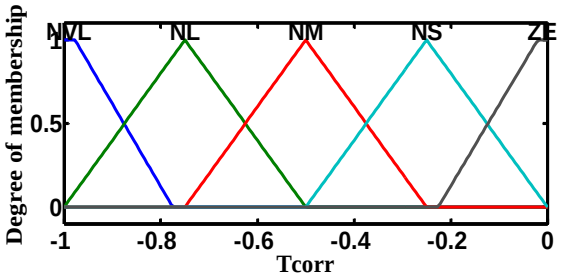
سیستم ESC بر روی سیستم پایه کنترل کننده لغزش[۱۰-۱۱] طراحی می‌شود. سیستم کنترل لغزش در هنگام ترمزگیری در صورتی که چرخ خودرو قفل و شروع به سرخوردن کند، با کاهش گشتاور ترمزگیری مانع از این امر می‌شود. در هنگام شتاب‌گیری شدید خودرو نیز با کم کردن گشتاور رانش و توزیع مناسب گشتاور در بین چرخ‌ها مانع از درجا زدن چرخ می‌شود. حال چون سیستم ESC گشتاور اصلاحی برای پایدار کردن خودرو را از طریق ترمزگیری یا شتاب‌گیری بر روی چرخی خاص انجام می‌دهد در صورت اعمال گشتاور بیش از حد، موجب لغزش و سرخوردگی چرخ می‌گردد که این امر موجب کاهش تاثیر گشتاور اصلاحی سیستم ESC و هم خود ممکن است موجب ناپایداری خودرو گردد. در این مقاله برای طراحی کنترل‌کننده لغزش از منطق فازی استفاده شده است. سیستم‌های کنترل فازی روش‌های استنتاجی مقاوم و منعطفی هستند که برای برخورد با مسائل کنترل، با دینامیک غیرخطی پیچیده مناسب هستند. از اینرو، برای کنترل دینامیکی خودرو که دارای رفتار ذاتی غیرخطی دارد، یک انتخاب ایده‌آل هستند. سیستم‌های کنترل فازی می‌توانند با اطلاعات ورودی غیردقیق کار کنند. در واقع می‌توان دانش متخصصین را در جملات زبانی فازی توصیف کرد که این برای ذات دینامیک خودرو و سیستم کنترل لغزش مناسب است.

پایگاه قوانین کنترل‌کننده لغزش فازی دارای دو ورودی میزان خطای لغزش $e(s)$ و میزان تغییرات خطای لغزش $e^0(s)$ و یک خروجی گشتاور اصلاحی موتور می‌باشد. میزان خطای لغزش چرخ به وسیله مقایسه لغزش واقعی چرخ با محدوده لغزش مطلوب که در اینجا ۱۵ درصد در نظر گرفته شده است محاسبه می‌شود. یعنی اگر لغزش چرخ

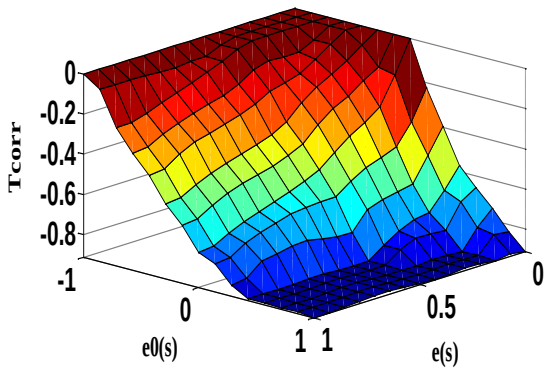
کمتر از این مقدار بود کنترلگر دخالتی نمی‌کند. ورودی e(s) دارای ۴ متغیر زبانی {ZE,PS,PM,PL} و ورودی $e^0(s)$ نیز دارای ۷ متغیر زبانی {NL,NM,NS,ZE,PS,PM,PL} و خروجی Tcorr دارای ۵ متغیر زبانی {NVL,NL,NM,NS,ZE} می‌باشد. نمادهای اشاره شده بیانگر NVL منفی خیلی بزرگ، NL منفی بزرگ، NM منفی متوسط،NS منفی کوچک، PS مثبت کوچک، PM مثبت متوسط، PL مثبت بزرگ، ZE صفر، می‌باشد.



شکل ۵: توابع عضویت متغیرهای ورودی



شکل ۶: توابع عضویت متغیر خروجی



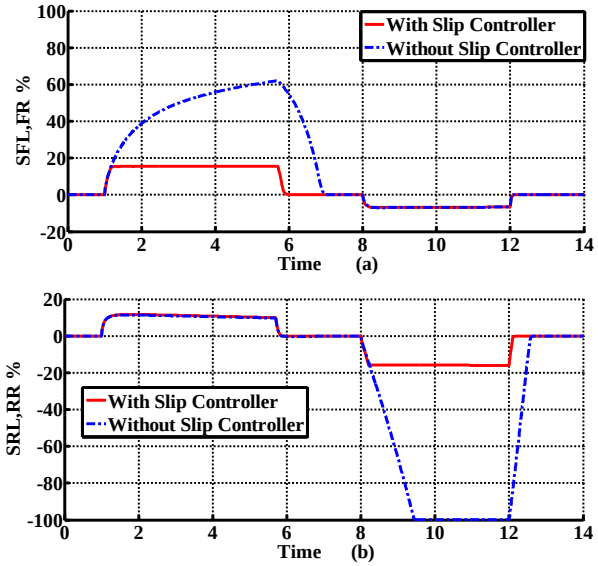
شکل ۷: سطح کنترل سیستم لغزش فازی

جدول ۲: قوانین فازی کنترل کننده لغزش

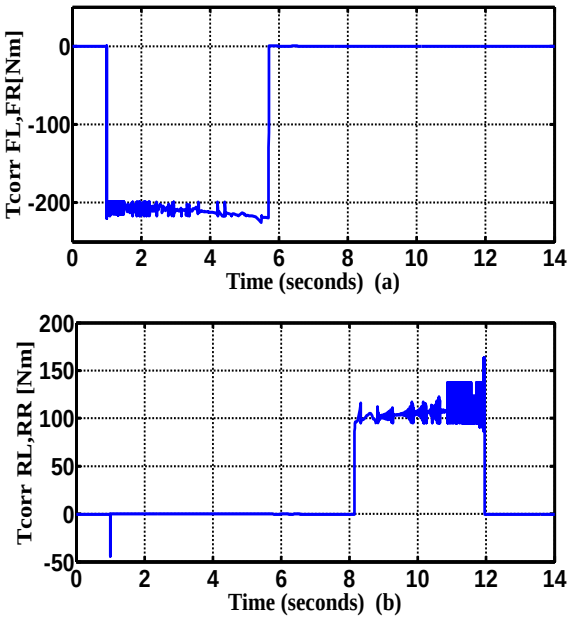
پایگاه قوانین Tcorr		e (s) ZE	PS	PM	PL
e ^{0}(s)	NL	ZE	ZE	ZE	ZE
	NM	ZE	ZE	ZE	NS
	NS	ZE	ZE	NS	NM
	ZE	ZE	NS	NM	NL
	PS	NM	NL	NVL	NVL
	PM	NL	NVL	NVL	NVL
	PL	NVL	NVL	NVL	NVL

۳-۱ ارزیابی عملکرد سیستم کنترل لغزش

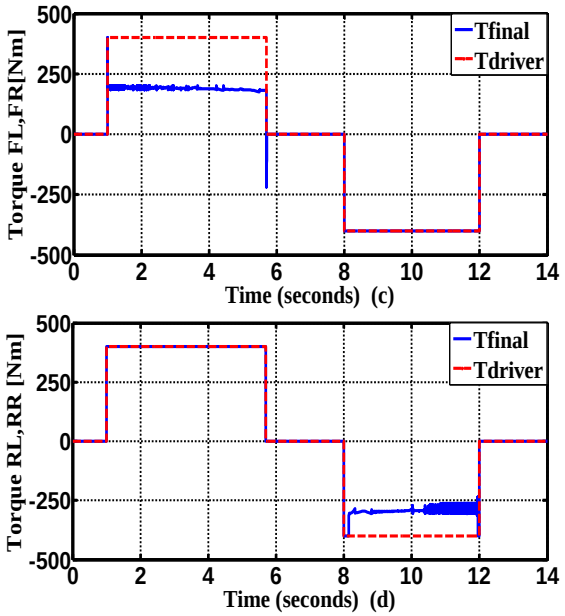
عملکرد سیستم کنترل لغزش فازی را با انجام دو مانور تست می‌کنیم. درآزمایش اول، ابتدا با شتاب‌گیری با گشتاور ماکزیمم ۴۰۰ نیوتن متر، سرعت خودرو را در مدت ۴/۷ ثانیه به ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت می‌رسانیم و سپس از ثانیه ۸ به بعد با گشتاور ماکزیمم ۴۰۰ نیوتن متر ترمزگیری می‌کنیم تا خودرو در مدت ۴ ثانیه به طور کامل متوقف شود. همانطور که از شکل‌های (۸-۱۰) مشخص است در هنگام شتاب‌گیری به دلیل انتقال بار عمودی بر محور عقب خودرو، میزان لغزش در چرخ‌های جلو افزایش می‌یابد که در این حالت کنترل‌کننده لغزش با کاهش گشتاور مثبت شتاب‌گیری چرخ‌های جلو، مانع از لغزش آن می‌شود. در هنگام ترمزگیری نیز به دلیل انتقال بار عمودی بر محور جلو خودرو، لغزش در چرخ‌های جلو کاهش و در چرخ‌های عقب افزایش می‌یابد و در این حالت نیز کنترل‌کننده لغزش با کاهش گشتاور منفی ترمزگیری در چرخ‌های عقب مانع از لغزش آن می‌شود.



شکل ۸: (a) درصد لغزش چرخ‌های جلو. (b) درص لغزش چرخ‌های عقب

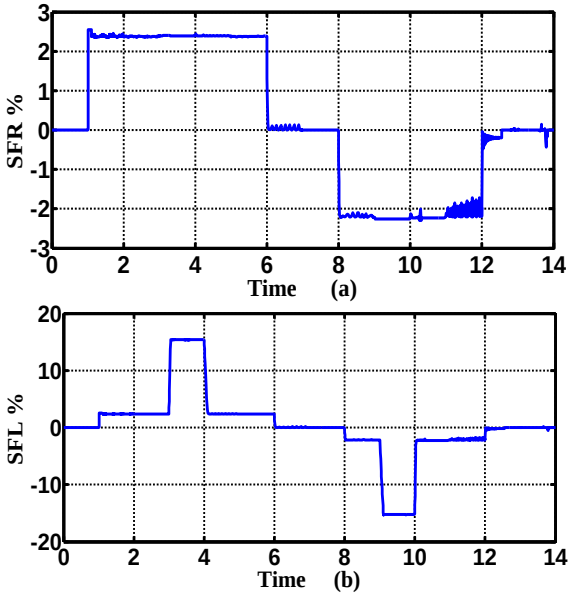


شکل ۹: تصاویر (a) و (b) به ترتیب مربوط به گشتاور اصلاحی خروجی کنترل کننده لغزش فازی برای چرخ‌های جلو و عقب می‌باشد

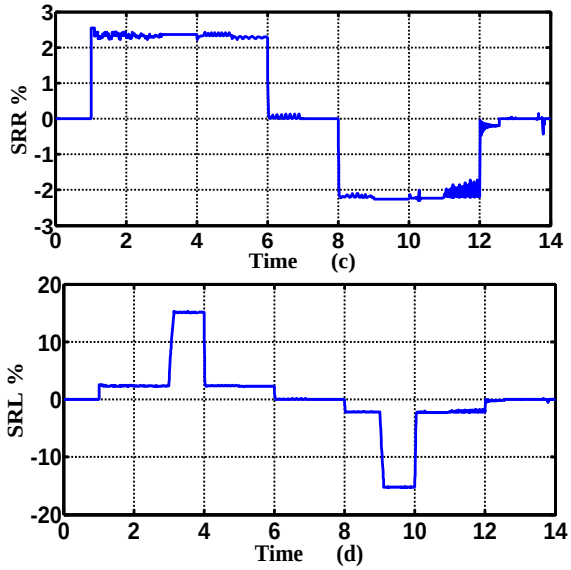


شکل ۱۰: تصاویر (c) و (d) به ترتیب مربوط به گشتاور موتور چرخ‌های جلو و عقب می‌باشد. در تصاویر بالا منحنی قرمز مربوط به گشتاور ورودی توسط راننده و منحنی آبی مربوط به گشتاور نهایی با وجود کنترل کننده لغزش است که می‌بایست توسط موتورهای الکتریکی تامین شود .

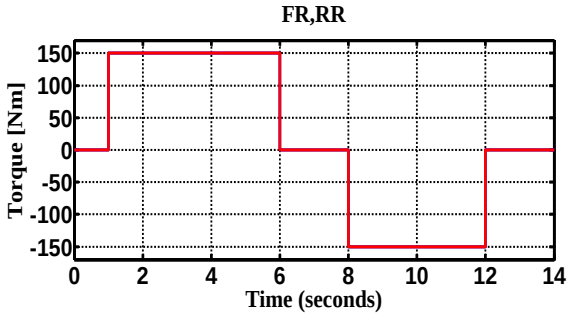
در آزمایش دوم ابتدا در هنگام شتابگیری با گشتاور ۱۵۰ نیوتن متر بین ثانیه ۳ و ۴ سمت چپ خودرو بر روی یک سطح لغزنده با ضریب اصطکاک $\mu = 0.2$ قرار می‌گیرد، سپس در هنگام ترمزگیری با همین گشتاور بین ثانیه‌های ۹ و ۱۰ سمت چپ خودرو بر روی همین سطح لغزنده قرار می‌گیرد.



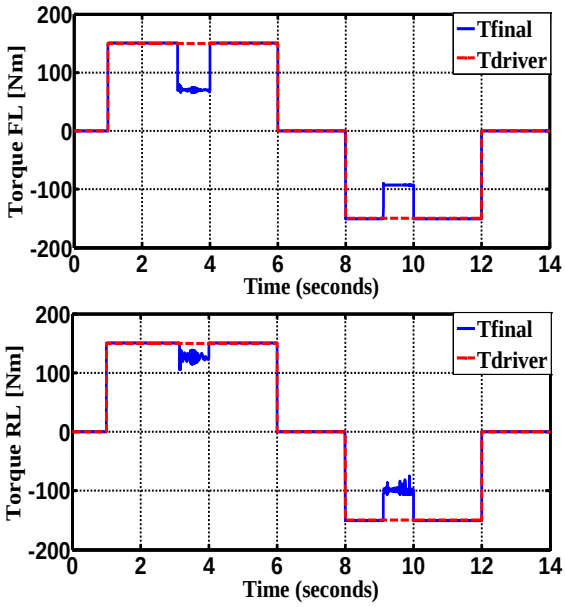
شکل ۱۱: نمودار (a) درصد لغزش چرخ جلو-راست و (b) درصد لغزش چرخ جلو-چپ



شکل ۱۲: نمودار (c) درصد لغزش چرخ عقب-راست و تصویر (d) درصد لغزش چرخ عقب-چپ



شکل ۱۳: گشتاور ورودی راننده که به دلیل لغزش کم چرخ‌ها، کنترلر لغزش در آن مداخله‌ای نمی‌کند و بایستی توسط موتورهای چرخهای سمت راست خودرو تامین گردد



شکل ۱۴: گشتاور ورودی راننده و گشتاور نهایی موتورهای الکتریکی نصب شده در چرخ‌ها با وجود کنترلر لغزش

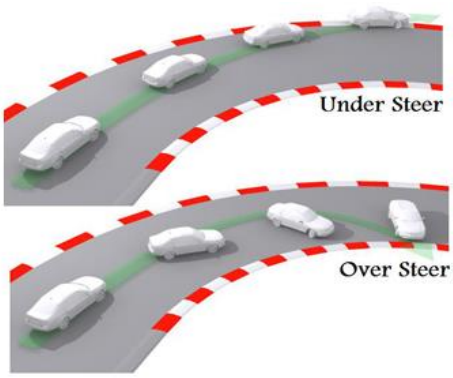
نتایج آزمایش دوم نشان می‌دهد که چون سمت چپ خودرو بر روی سطح لغزنده قرار می‌گیرد، لغزش چرخ‌های سمت چپ خودرو از حد مجاز فراتر می‌رود و کنترلر لغزش با کاهش گشتاورهای رانش و ترمزگیری ورودی توسط راننده، در سمت چپ خودرو مانع از لغزش بیش از حد چرخ‌های سمت چپ خودرو می‌گردد. چرخ‌های سمت راست خودرو نیز چون لغزش آن‌ها از حد مجاز فراتر نمی‌رود کنترلر لغزش هیچ مداخله‌ای نمی‌کند.

۴- طراحی سیستم کنترل ESC

سیستم کنترل پایداری الکترونیکی خودرو ESC یک سیستم کنترل فعال ایمنی خودرو است که پایداری عرضی خودرو را هنگام مواجه شدن با شرایط اضطراری بهبود می‌بخشد. دو نمونه از ناپایداری که برای یک خودرو ممکن است اتفاق بیافتد عبارتند از:

۱) کم‌فرمانی[1]: زمانی اتفاق می‌افتد که در هنگام پیچیدن به دلیل سرخوردن قسمت جلوی خودرو از مسیر اصلی خود خارج شود که این حالت توسط زاویه لغزش کناری کوچکتر و میزان حرکت yaw کمتر نسبت به ورودی هدایت راننده مشخص می‌شود.

۲) بیش‌فرمانی[2]: هنگامی اتفاق می‌افتد که یک خودرو در هنگام پیچیدن به دلیل سرخوردگی در قسمت عقب آن به طرف مرکز انحنای پیچ چرخش می‌کند و خودرو از مسیر مطلوب راننده منحرف شود و این حالت توسط زاویه لغزش کناری بزرگتر و میزان حرکت عرضی بیشتر مشخص می‌شود.

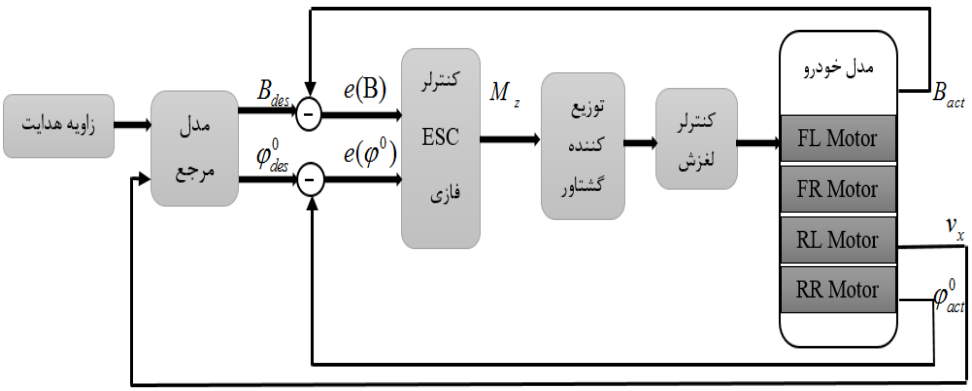


شکل ۱۵: تصاویر مربوط به کم‌فرمانی (بالا) و بیش‌فرمانی (پایین)

هر دو شرایط بالا نامطلوب هستند و به دلیل از دست رفتن کنترل راننده بر روی خودرو احتمال بروز حادثه را افزایش می‌دهند. حال برای غلبه بر این شرایط بایستی گشتاور yaw در خلاف جهت گشتاور وارد شده برخودرو تولید گردد. یکی از روش‌های ایجاد گشتاور yaw در خودرو اعمال گشتاور رانش یا ترمزگیری بر روی یک چرخ خاص می‌باشد. برای بررسی پایداری خودرو از دو متغیر میزان تغییرات حرکت yaw (φ^0) و زاویه لغزش کناری خودرو B که تاثیر زیادی در پایدار ماندن خودرو دارند استفاده شده است. بنابراین از خطای بین آن‌ها و مقادیر مطلوبشان به عنوان ورودی کنترل‌کننده فازی استفاده کردیم.

ساختار کلی کنترل‌کننده ESC در شکل (۱۶) نشان داده شده است که دارای ۳ لایه کنترلی است. لایه اول شامل یک کنترل‌کننده فازی برای محاسبه گشتاور اصلاحی yaw . لایه دوم شامل یک توزیع کننده گشتاور به منظور اختصاص گشتاور تولیدی لایه اول به چرخ‌های مناسب و لایه سوم شامل یک کنترل‌کننده لغزش می‌باشد.

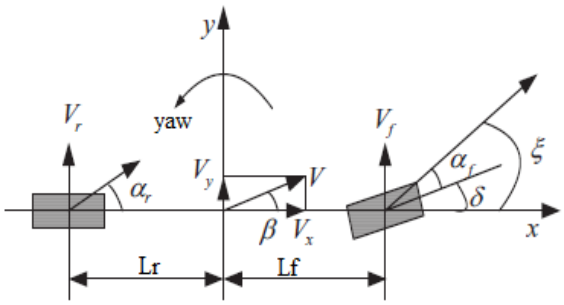
[1] Under steer
[2] Over steer



شکل ۱۶: ساختار کلی سیستم کنترل

۴-۱ مدل مرجع

برای محاسبه مقادیر مطلوب B_{des} و φ^0_{des} و مقایسه آن با مقادیر واقعی خودرو، از یک مدل مرجع دوچرخه [۳] با دو درجه آزادی استفاده شده که تابعی از پارامترهای خودرو، سرعت طولی خودرو و زاویه هدایت خودرو است. در این مدل چرخ‌های چپ و راست بر روی یک محور ادغام شده‌اند. در این مدل نیروهای طولی چرخ و تغییرات نیروهای عمودی چرخ‌ها در نظر گرفته نشده است. معادلات حالت مدل دوچرخه خطی شده‌اند بطوریکه فقط زوایای کوچک لغزش چرخ بررسی می‌شوند. داریم $\cos(\alpha)\approx 1$ و $\sin(\alpha)\approx\alpha$ و فرض شده است که این مدل در یک سرعت ثابت در داخل یک دایره با شعاع R برای بررسی نیروهای عرضی وارد شونده بر خودرو در حال حرکت است. شکل۱۷ این حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۱۷: مدل دوچرخه [۶]

$$\begin{cases} ma_y = F_{yf} + F_{yr} \\ I_z\varphi^{00} = L_f F_{yf} - L_r F_{yr} \end{cases} \quad (۱۱)$$

رفتار چرخ خطی در نظر گرفته می‌شود و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_{yf} = C_{\alpha f}.\alpha_f \\ F_{yr} = C_{\alpha r}.\alpha_r \end{cases} \quad (۱۲)$$

α_f و α_r زاویه لغزش چرخ جلو و عقب هستند و $C_{\alpha f}$ و $C_{\alpha r}$ سختی چرخ هنگام دور زدن برای چرخ‌های جلو و عقب است که آن را در اینجا مساوی فرض کرده‌ایم:

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta - \dfrac{v_y + L_f.\varphi^0}{V} \\ \alpha_r = \dfrac{v_y - L_r.\varphi^0}{V} \end{cases} \quad (۱۳)$$

حال میزان ایده‌آل حرکت زاویه انحراف yaw در مدل با دو درجه آزادی که به عنوان مدل مرجع استفاده شده است بصورت زیر بدست می‌آید:

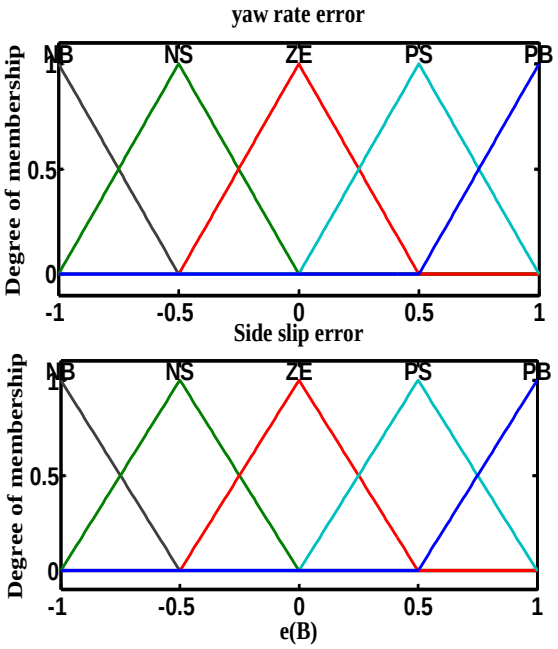
$$\varphi^0_{des} = \frac{V.\tan\delta}{L.\left(1+(\frac{V}{V_{ch}})^2\right)} \quad (۱۴)$$
$$, V_{ch}^2 = \frac{C_{\alpha f}C_{\alpha r}L^2}{m(C_{\alpha r}L_r - C_{\alpha f}L_f)}$$

بیشترین مقدار yaw توسط ضریب اصطکاک سطح محدود می‌شود. زیرا حداکثر شتاب عرضی ایجاد شده توسط خودرو نمی‌تواند از ضریب اصطکاک سطح بیشتر شود و رابطه $|a_y| \le \mu g$ برقرار است. بنابراین بیشترین میزان تغییر حرکت yaw توسط شرط $\varphi^0_{\lim} \le \mp\mu g v_x^{-1}$ محدود می‌شود. مقادیر زاویه لغزش کناری خودرو نیز عدد کوچکی است که برای سادگی مقدار مطلوب زاویه لغزش کناری خودرو را صفر در نظر می‌گیریم، یعنی $B_{des} = 0$.

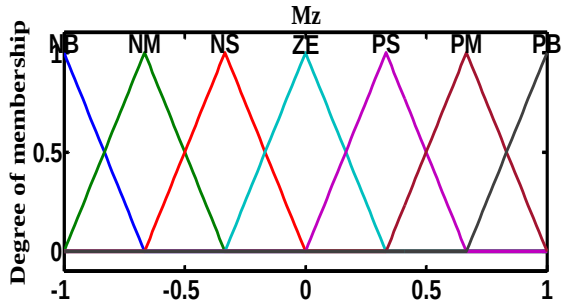
۴-۲ طراحی کنترل‌کننده ESC فازی

هدف اصلی سیستم ESC کم کردن خطای نرخ تغییر حرکت yaw و زاویه لغزش کناری می‌باشد تا پایداری مطلوب خودرو حفظ شود. بنابراین هدف از طراحی لایه اول از کنترل‌کننده، محاسبه گشتاور اصلاحی yaw برای حفظ پایداری عرضی خودرو می‌باشد. کنترل‌کننده منطق فازی دارای دو ورودی خطای نرخ حرکت yaw $\{e(\varphi^0) = \varphi^0_{des} - \varphi^0_{act}\}$ و خطای زاویه لغزش کناری $\{e(B) = B_{des} - B_{act}\}$ وخروجی آن نیز یک گشتاور اصلاحی yaw ، به نام M_z می‌باشد. ورودی‌های کنترل‌کننده فازی e(B) و

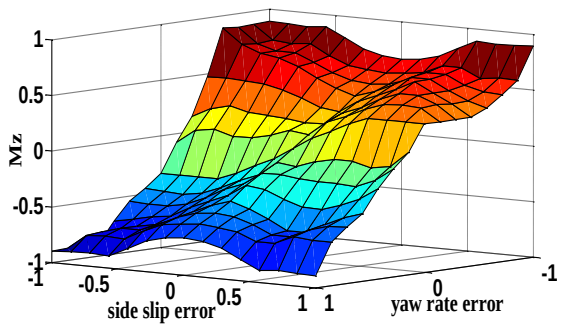
$e(\varphi^0)$ دارای ۵ متغیر زبانی {NB,NS,ZE,PS,PB} وخروجی آن دارای ۷ متغیر زبانی {NB,NM,NS,ZE,PS,PM,PB} می‌باشد. نمادهای اشاره‌شده بیانگر NB منفی بزرگ، NM منفی متوسط، NS منفی کوچک، ZE صفر، PS مثبت کوچک، PM مثبت متوسط، PB مثبت بزرگ می‌باشد.



شکل۱۸: توابع عضویت متغیرهای ورودی



شکل ۱۹: توابع عضویت متغیر خروجی



شکل ۲۰: سطح کنترل سیستم ESC فازی

جدول ۳: قوانین فازی سیستم ESC

پایگاه قوانین		e (B)				
M_z		NB	NS	ZE	PS	PB
$e(\varphi^0)$	NB	ZE	PS	PM	PB	PB
	NS	ZE	ZE	PS	PM	PB
	ZE	NM	NS	ZE	PS	PM
	PS	NB	NM	NS	ZE	ZE
	PB	NB	NB	NM	NS	ZE

برای کنترل‌کننده فازی از سیستم استنتاج فازی ممدانی استفاده شده است که به وسیله طرح قانون فازی زیر مشخص می‌شود: اگر $e(\varphi^0)$ برابر A است و e(B) برابر B است آنگاه M_z برابر C است. که A,B,C مجموعه‌های فازی تعریف شده بر روی محدوده ورودی و خروجی است. روش دی‌فازی‌ساز استفاده شده مرکزثقل است. توابع عضویت ورودی و خروجی بین [-1,1] نرمالیزه شده‌اند و خروجی کنترل‌کننده نیز توسط یک ضریب که به آزمون و خطا بدست آمده است غیر نرمالیزه می‌شود.

بعد از محاسبه گشتاور اصلاحی yaw توسط کنترل‌کننده فازی، نوبت توزیع مناسب گشتاور در چرخ‌های خودرو توسط موتورهای نصب شده در هر چرخ می‌باشد که این امر در لایه دوم کنترل‌کننده ESC یعنی توزیع‌کننده گشتاور انجام می‌شود. در این لایه با شناسایی شرایطی که خودرو در آن قرارگرفته مثل بیش فرمانی یا کم فرمانی و همچنین زاویه هدایت راننده و علامت $e(\varphi^0)$ و M_z، گشتاور مناسب را برای پایدار کردن خودرو به هر چرخ توزیع می‌کند. در این توزیع گشتاور به منظور استفاده از حداکثر گشتاور yaw که توسط خودرو تولید می‌شود، از ترمزگیری در یک چرخ در یک سمت خودرو و شتاب‌گیری در سمت دیگر آن استفاده شده است. همچنین در شرایط کم‌فرمانی که به دلیل سرخوردن محور جلو اتفاق می‌افتد این گشتاورها را فقط به محور عقب خودرو وارد می‌کند و در شرایط بیش فرمانی که به دلیل سر خوردن محور عقب رخ می‌دهد گشتاور را فقط به محور جلو وارد می‌کند تا تاثیر اعمال گشتاور بیشتر گردد. در جدول زیر نحوه تخصیص گشتاور به چرخ‌ها بر اساس موقعیتی که خودرو در آن قرارگرفته نشان داده شده است.

جدول ۴: نحوه تخصیص گشتاور به چرخ‌ها

RR شتاب‌گیری	RL ترمزگیری	وضعیت کم‌فرمانی	$M_z<0$	$\delta>0$	$e(\varphi^0)>0$	e(B)<0	des act Mz
FL شتاب‌گیری	FR ترمزگیری	وضعیت بیش‌فرمانی	$M_z>0$	$\delta>0$	$e(\varphi^0)<0$	e(B)>0	des act Mz
RL شتاب‌گیری	RR ترمزگیری	وضعیت کم‌فرمانی	$M_z>0$	$\delta<0$	$e(\varphi^0)<0$	e(B)>0	act des Mz
FR شتاب‌گیری	FL ترمزگیری	وضعیت بیش‌فرمانی	$M_z<0$	$\delta<0$	$e(\varphi^0)>0$	e(B)<0	des Mz act

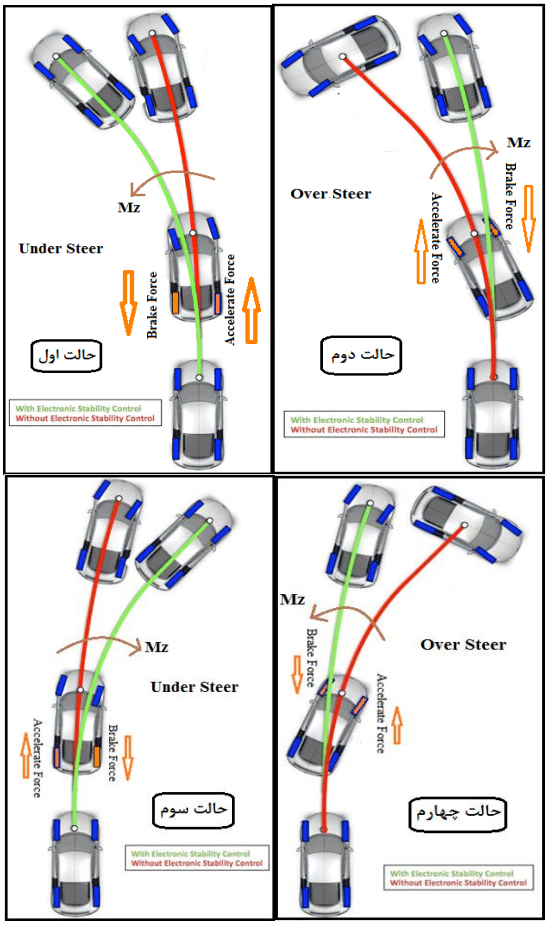
نحوه تشکیل قوانین کنترلگر فازی ESC و نیز لایه توزیع کننده گشتاور به صورت زیر می‌باشد:

حالت اول: ایجاد حالت کم فرمانی هنگام پیچیدن خودرو به سمت چپ. این حالت با $e(\varphi^0)>0$ و e(B)<0 مشخص می‌شود که برای کنترل آن می‌بایست خروجی کنترلگر گشتاور منفی yaw خلاف جهت عقربه‌های ساعت ایجاد نماید. این گشتاور در لایه توزیع کننده گشتاور به صورت چرخ عقب-راست شتاب‌گیری و عقب-چپ ترمزگیری توزیع می‌شود.

حال دوم: ایجاد حالت بیش فرمانی هنگام پیچیدن خودرو به سمت چپ. این حالت با $e(\varphi^0)<0$ و e(B)>0 مشخص می‌شود که برای کنترل آن می‌بایست خروجی کنترلگر گشتاور مثبت yaw در جهت عقربه‌های ساعت ایجاد کند. این گشتاور در لایه توزیع کننده گشتاور به صورت چرخ جلو-راست ترمزگیری و جلو-چپ شتاب‌گیری توزیع می‌شود.

حالت سوم: ایجاد حالت کم فرمانی هنگام پیچیدن خودرو به سمت راست. این حالت با $e(\varphi^0)<0$ و e(B)>0 مشخص می‌شود که برای کنترل آن می‌بایست خروجی کنترلگر گشتاور مثبت yaw در جهت عقربه‌های ساعت ایجاد نماید. این گشتاور در لایه توزیع کننده گشتاور به صورت چرخ عقب-راست ترمزگیری و عقب-چپ شتاب‌گیری توزیع می‌شود.

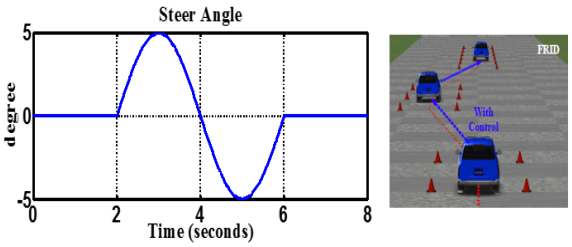
حالت چهارم: ایجاد حالت بیش فرمانی هنگام پیچیدن خودرو به سمت راست. این حالت با $e(\varphi^0)>0$ و e(B)<0 مشخص می‌شود که برای کنترل آن می‌بایست خروجی کنترلگر گشتاور منفی yaw خلاف جهت عقربه‌های ساعت ایجاد کند. این گشتاور در لایه توزیع‌کننده گشتاور به صورت چرخ جلو-راست شتاب‌گیری و جلو-چپ ترمزگیری توزیع می‌شود.



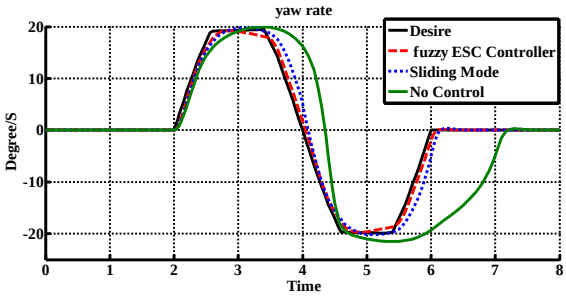
شکل ۲۱: نحوه عملکرد کنترلگر ESC

۴-۳ ارزیابی عملکرد سیستم کنترل ESC

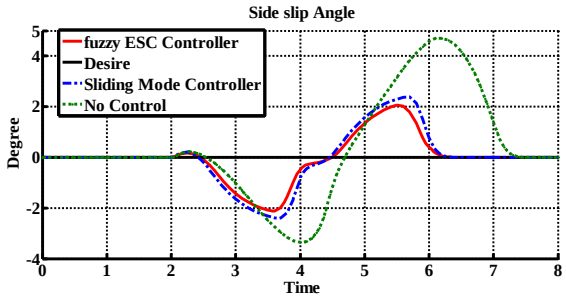
عملکرد سیستم کنترل ESC را با استفاده از یک مانور تغییر لاین تست می‌کنیم در این آزمایش خودرو با سرعت ثابت 90 کیلومتر بر ساعت بر روی جاده‌ای با ضریب اصطکاک 0.85 تغییر لاین انجام می‌دهد و دوباره به همان لاین برمی‌گردد. و برای بررسی روش پیشنهاد شده، نتایج با یک کنترلگر مد لغزشی مقایسه می‌گردد.[۱۲]



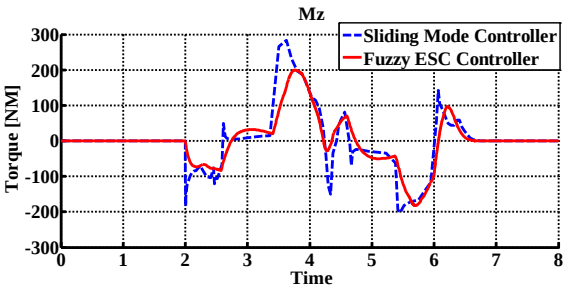
شکل ۲۲: زاویه هدایت خودرو



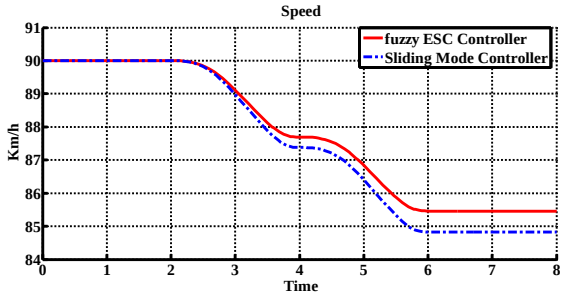
شکل ۲۳: میزان تغییر حرکت yaw خودرو



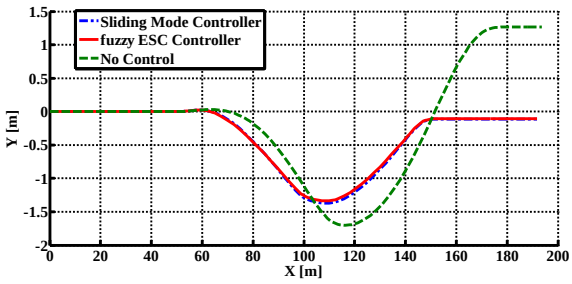
شکل ۲۴: زاویه لغزش کناری خودرو



شکل ۲۵: گشتاور اصلاحی خروجی کنترلرها

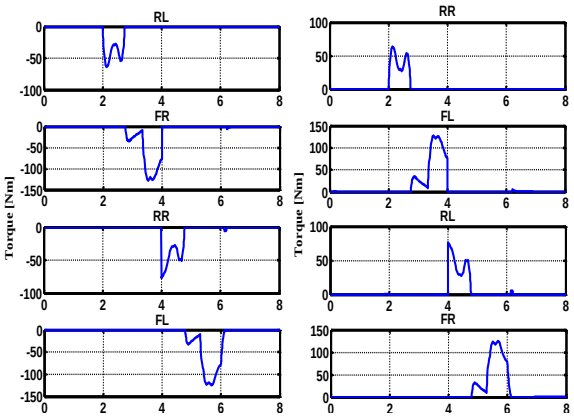


شکل ۲۶: تغییرات سرعت خودرو



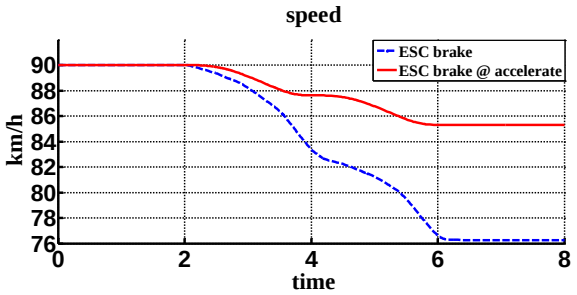
شکل ۲۷: تغییر موقعیت خودرو در صفحه x,y

تمام گشتاورهای ترمزگیری یا شتاب‌گیری توزیع شده در چرخ‌ها وارد کنترل‌کننده لغزش فازی در لایه سوم می‌شوند تا مانع از سرخوردگی یا قفل‌کردن چرخ خودرو در هنگام بکارگیری گشتاور اصلاحی سیستم ESC برای پایدار کردن خودرو شوند، زیرا سرخوردگی و یا قفل چرخ، سبب ناپایداری خودرو می‌شود. در ضمن کنترل‌کننده لغزش با جلوگیری از سرخوردگی چرخ‌ها موجب افزایش تاثیرگذاری گشتاور اصلاحی کنترلر ESC می‌شود.

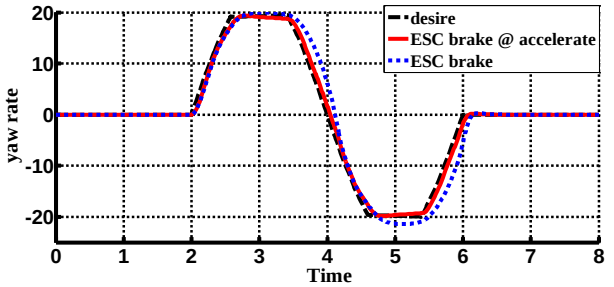


شکل ۲۸: نحوه توزیع گشتاور خروجی کنترلر ESC فازی نوع۲به موتورهای واقع شده در چرخ‌ها که تصاویر سمت راست مربوط به گشتاور شتاب‌گیری وارد بر چرخ‌ها و تصاویر سمت چپ مربوط به گشتاور ترمزگیری وارد بر چرخ‌ها می‌باشد.

همانطور که از تصاویر بالا مشخص است ابتدا کنترل‌کننده فازی با توجه به انحراف خودرو از نرخ yaw و زاویه لغزش کناری مطلوب خودرو در مدل مرجع بالا، برای پایدار نگه‌داشتن خودرو، یک گشتاور اصلاحی yaw تولید می‌کند. سپس در بخش توزیع گشتاور بر اساس زاویه هدایت ورودی راننده و علامت M_z و $e(\varphi^0)$، گشتاور اصلاحی خروجی سیستم فازی را به موتورهای واقع در چرخ‌ها توزیع می‌کند. به منظور استفاده از حداکثر گشتاور yaw قابل تولید توسط خودرو از ترمزگیری در یک سمت و شتاب‌گیری در چرخ نظیر سمت دیگر خودرو استفاده شده است به اینصورت که بعد از اختصاص دادن گشتاور اصلاحی تولیدی در کنترل‌کننده فازی به یک چرخ برای ترمزگیری یا شتاب‌گیری عکس آن گشتاور را نیز به چرخ نظیر سمت دیگر خودرو وارد می‌کنیم که این امر علاوه بر استفاده از حداکثر گشتاور اصلاحی قابل تولید توسط خودرو موجب می‌شود که سرعت خودرو کاهش کمتری یابد. در حالی که در سیستم‌های ESC سنتی که فقط از ترمزگیری برای ایجاد گشتاور yaw استفاده می‌کنند، در شرایط غیراضطراری به دلیل مداخله ترمزگیری در کار راننده، موجب کاهش بیشتر سرعت خودرو و ایجاد حس ناخوشایند در راننده می‌شود. ولی در سیستم ESC طراحی شده در این مقاله بدلیل استفاده توام از گشتاور ترمزگیری و شتاب‌گیری، موجب کاهش سرعت کمتری در خودرو می‌گردد، ضمن اینکه در مواقع اضطراری، به خوبی پایداری خودرو را حفظ می‌کند. درتصاویر زیر مقایسه سرعت و نرخ تغییر حرکت yaw خودرو را بین سیستم ESC طراحی شده در این مقاله که از گشتاور شتاب‌گیری و هم ترمزگیری استفاده کرده است را با سیستم ESC با همان کنترل‌کننده فازی سیستم قبل ولی با سیستم توزیع گشتاوری تنها با ترمزگیری را مشاهده می‌کنید. زاویه هدایت ورودی مانند آزمایش قبل می‌باشد.



شکل ۲۹: تغییرات سرعت خودرو



شکل ۳۰: میزان تغییر حرکت yaw خودرو

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک استراتژی کنترل پایداری جدید برای خودروی الکتریکی با گشتاورهای مستقل در هر چرخ ارائه شد. این سیستم با بکارگیری کنترل‌کننده فازی برای محاسبه گشتاور اصلاحی زاویه انحراف yaw و استفاده از یک توزیع‌کننده گشتاور جدید برای اختصاص گشتاور اصلاحی به موتورهای واقع در چرخ، و در نهایت ترکیب آن‌ها با کنترل کننده لغزش فازی طراحی شده برای بهبود عملکرد سیستم ESC، به خوبی توانست پایداری خودرو را در مانورهای اضطراری که آزمایش شد حفظ کند و خودرو را به مسیر مطلوب بازگرداند. همچنین کنترلگر ESC فازی در مقایسه با کنترلگر مد لغزشی که از همان سیستم توزیع گشتاور استفاده می‌کرد عملکرد بهتری نشان داد. همچنین کنترلگر لغزش طراحی شده لغزش ناشی از ترمزگیری و هم شتاب‌گیری را در حد مطلوب تعیین شده حفظ کرد. در نهایت نیز با استفاده از مداخله ترمزگیری و هم شتاب‌گیری در توزیع گشتاور موجب کاهش کمتر سرعت خودرو نسبت به سیستم‌های کنترل ESC که فقط از مداخله ترمزگیری استفاده می‌کنند شد. این امر از نقطه نظر راننده امر مهمی است. در نتیجه این سیستم می‌تواند هم امنیت خودرو و هم راحتی سرنشین را در هنگام رانندگی تضمین کند. همچنین تمام مطالعات انجام شده بیانگر مزایای خودروهای الکتریکی با نیرو محرکه مجزا در هر چرخ است. این نوع کنترل مجزا، هم موجب آسان و بهتر شدن فرآیند کنترل پایداری و هم موجب کاهش هزینه‌ها نسبت به خودروهای معمولی می‌شود.

مراجع

[1] Rengaraj, Chandrasekaran "Integration of Active Chassis Control System for Improved Vehicle Handling Performance". Doctoral thesis, University of sunderland 2012.

[2] K. Jalili, "Stability Control of Electric Vehicles With In-Wheel Motors" PhD Thesis ,University of Waterloo,Ontario,Canada 2010.

[3] J. L. giang, "control Algorithm of Combination with Logic gate and PID Control for Vehicle Electronic Stability Control" Jilin university chanchon, China IEEE 2010.

[4] Esmailzadeh,Goodarzi, "Directional Stability and Control of Four Wheel Independent drive electric Vehicles" Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran 2002.

[5] Y. Hou, J. Zhang, "Integrated Chassis Control Using ANFIS" International Conference on Automation and Logistics Qingdao,China 2008.

[6] L. Chu, X. Gao, "Coordinated of Electronic Stability Program and Active Front Steering" International Conference on Environmental Science and Engineering 2011.

[7] D.Yin and J-S.HU, “Active approach to electronic stability control for Front-wheel drive in-wheel motor electric vehicles” International Journal of Automotive Technology, Vol. 15, No. 6, pp.979-987 2014.

[8] L. Chu, M. faXu, Y. Zhang, " Vehicle Dynamics Control Based on Optimal Sliding Mode Control Theory" International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering.doi: 978-1-4244-7956-611 IEEE 2010.

[9] Dugoff, H., Fancher, P.S. and Segal, L., “Tire performance charecteristics affecting vehicle response to steering and braking control inputs,” Final Report, Contract CST-460, Office of Vehicle Systems Research, US National Bureau of Standards, 1969.

[10] H. Hongwen, J. Peng, R. Xiong and Hao Fan, ” An Acceleration Slip Regulation Strategy for Four-Wheel Drive Electric Vehicles Based on Sliding Mode Control” Energies, 7, 3748-3763; doi:10.3390/en7063748.2014.

[11] W. Lingfei, J. Gou, L. Wang and,Junzhi Zhang.” Acceleration Slip Regulation Strategy for Distributed Drive Electric Vehicles with Independent Front Axle Drive Motors” Energies, 8, 4043-4072; doi:10.3390/en8054043.2015.

[12] A. Hasan, M. Ektesabi, and Ajay Kapoor." A Suitable Electronic Stability Control SystemUsing Sliding Mode Controller for an In-wheelElectric Vehicle" Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists Vol I.2013.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۶۶-۵۵

کنترل نسبت‌های وظیفه در مبدل‌های سه فازه چند سطحی بمنظور کاهش تلفات سوئیچنگ

محمد جعفر مجیبیان[۱]، محمد توکلی بینا[۲]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، mojibian@ee.kntu.ac.ir

[۲] استاد دانشکده مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، tavakoli@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۹/۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱۱/۰۶)

چکیده: مبدلهای چند سطحی با تولید تعداد سطوح زیاد در ولتاژ خروجی قادر به تولید ولتاژهای AC با کیفیت بالا و THD کم می‌باشند. از این رو می‌توان آن‌ها را بعنوان ولتاژ ژنراتورهای با کیفیت در کاربردهای شبکه و سیستم‌های درایو به خوبی بکار گرفت. تاکنون تعداد زیادی تکنیک‌های مدولاسیون جدید بمنظور پشتیبانی از رشد فزاینده توپولوژی‌های مبدلهای چند سطحی معرفی شده‌اندکه هر کدام از این روش‌ها دارای مزایا و معایب خاص خود می‌باشند. این مقاله به ارائه یک تکنیک مدولاسیون جدید سینوسی برای کاربرد در مبدلهای چند سطحی دیفرانسیلی می‌پردازد. این تکنیک مدولاسیون بهینه بر مبنای مدلسازی مبدلهای چند سطحی با یک مبدل buck چند سطحی بنا شده است. با کاربرد معادلات پایه حاکم بر این مبدل و حل مساله بهینه سازی عرض پالس‌های مورد نیاز برای سوئیچ‌های مبدل برای سطوح مختلف از ولتاژ خروجی کنترل می‌شود. کنترل نسبت‌های وظیفه بصورت بهینه ضمن افزایش ضریب بهره لینک DC تاثیر مثبتی بر کاهش تلفات سوئیچنگ دارد. بمنظور ارزیابی تکنیک ارائه شده، روش مدولاسیون پیشنهادی بهمراه سه روش مدولاسیون معمول بر روی یک نمونه مبدل ۱۶ سطحی سه فازه پیاده‌سازی شده است. تحلیل نتایج نشان دهنده این موضوع می‌باشد که کاربرد روش مدولاسیون بهینه پیشنهادی باعث کاهش تلفات، بهبود THD و افزایش بهره لینک DC می‌شود.

کلمات کلیدی: مبدل‌های چند سطحی، ساختارهای کاهش یافته، کنترل نسبت‌های وظیفه، مدولاسیون افست ثابت، تزریق هارمونیک.

Duty Cycles Control in Three-phase Multilevel Converters for Switching Loss Reduction

Mohammad Jafar Mojibian, Mohammad Tavakoli Bina

Abstract: There are various modulation techniques for different topologies of multilevel converters that every technique has its own advantages as well as disadvantages in practice. This paper develops a new efficient modulating technique for three-phase differential multilevel converters that is based on using the concept of offset optimization and duty cycles control in a simple buck converter. The proposed modulation technique with achievement to full DC utilization reduces switching losses. To evaluate the suggested method, the modulation technique with three other conventional methods is implemented on an asymmetric 16–level converter. Comparative analysis for the experiments confirms that applying the presented technique on multilevel converter leads lower switching losses, better THD as well as optimal usage of the DC-link.

Keywords: multilevel converter, reduced structures, duty cycles control, fix offset modulation, harmonic injection.

۱- مقدمه

مبدلهای چند سطحی در کاربردهای مختلف صنعتی و بخصوص در کاربردهای ولتاژ متوسط و بالا در حال توسعه می‌باشند. توپولوژی‌های مختلف چند سطحی زیادی بمنظور رفع محدودیت‌های ولتاژی و جریانی سوئیچ‌های نیمه هادی ارائه شده است که نمونه‌هایی از آن‌ها را می‌توان در مراجع [۵]-[۱] مشاهده نمود. مبدل‌های چند سطحی ضمن رسیدن به سطح ولتاژهای بالا در خروجی، با داشتن تعداد سطوح زیاد، قادر به تولید شکل موج‌هایی با مشخصه‌های هارمونیکی خوب و THD پایین بدون افزایش فرکانس سوئیچنگ یا کاهش توان خروجی مبدل می‌باشند[۳]. مبدل‌های چند سطحی مبتنی بر منبع ولتاژ در بسیاری از کاربردهای صنعتی توان متوسط و بالا مانند سیستم‌های درایو با توان و سرعت بالا، انرژی‌های نو، ادوات FACTS ، منابع تغذیه کیفیت بالا، ادوات متصل شونده به شبکه و بسیاری از کاربرهای دیگر قابل استفاده می‌باشند [۷]-[۳]. همچنین مبدل‌های چند سطحی با دستیابی به توان‌های بالا قادر به اتصال منابع تجدید پذیر مانند توربین‌های بادی، پیل‌های سوختی و سلول‌های خورشیدی به شبکه می‌باشند[۳].

در سال‌های اخیر توپولوژی‌های چند سطحی زیادی مطرح شده‌اند و متناسب با آن تعداد زیادی تکنیک‌های مدولاسیون جدید بمنظور پشتیبانی از این رشد فزاینده معرفی شده است. تکنیک های LS-PWM و PS-PWM که دارای منشاء سینوسی بوده و بعنوان یک راه حل ساده برای تولید سیگنال‌های گیت درمبدل‌های چند سطحی محسوب می‌شوند یکی از تکنیک‌های مدولاسیون استفاده شده در صنعت می‌باشد که به سادگی روش‌های مبتنی برموج حامل بر می‌گردد[۳]. از دیگر روش‌های مدولاسیونی که بمنظور بهبود مشخصه های هارمونیکی معرفی شده و مبتنی بر آنالیز فوریه می باشند می‌توان به روش های SHE [۸] ، SHM [۹] و تکنیک‌های مبتنی بر بهینه سازی مدولاسیون عرض پالس [۱۰] اشاره نمود. از دیگر روش‌های مدولاسیون که دارای توانایی بکارگیری موثرتر درجات آزادی مبدلهای چند سطحی را دارد روش SVM می‌باشد[۱۱]. قابل ذکر است الگوریتم‌های مبتنی بر SVM چند سطحی خیلی در کاربردهای صنعتی بکار گرفته نشده‌اند. یک دلیل احتمالی استفاده از روش‌های PWM ، سادگی آن‌ها می‌باشد که با کاربرد یک رفرنس و سیگنال کریر و مقایسه کننده ساده قابل انجام است.(سادگی و هزینه کم) در حالی که SVM به یک الگوریتم با حداقل سه مرحله نیاز دارد[۳].

هدف اصلی این مقاله یافتن یک تکنیک مدولاسیون موثر برای مبدلهای چند سطحی DC-AC می‌باشد. مدلسازی و آنالیز مبدلهای چند سطحی سه فازه مبتنی بر منبع ولتاژ در قالب سه مبدل buck چند سطحی مستقل و کاربرد معادلات پایه حاکم بر چنین مبدلی منجر به دستیابی به یک تکنیک مدولاسیون بهینه و موثر شده است. در این مقاله ضمن ارائه تکنیک مدولاسیون پیشنهادی با نام افست بهینه شده، عملکرد آن با تکنیک مدولاسیون افست ثابت که بر مبنای روش‌های مدولاسیون کریر بیس سینوسی می‌باشد مقایسه شده است. علاوه بر آن روش مدولاسیون پیشنهادی با دیگر روش‌های مدولاسیون چند سطحی مانند SVM چند سطحی و روش تزریق هارمونیک سوم (THIPWM) مقایسه شده است.

بمنظور ارزیابی تکنیک مدولاسیون ارائه شده و مقایسه آن با سایر تکنیک‌ها، یک نمونه آزمایشگاهی از یک مبدل ۱۶ سطحی سه فاز برمبنای ساختار کاهش یافته B2 که در [۱۲] به عنوان یک ساختار بهینه کاهش یافته معرفی شده است استفاده شده است. این مبدل با ساختار نامتقارن در دو طبقه برای هر فاز طراحی شده است. تحلیل و مقایسه نتایج عملی ثبت شده نشان می‌دهد که تکنیک مدولاسیون پیشنهادی ضمن سادگی در اجرا با داشتن راندمان بالا، THD کم ، متوسط فرکانس سوئیچنگ پایین و رسیدن به ضریب بهره لینک DC حداکثری می‌تواند بعنوان یک تکنیک مدولاسیون موثر در مبدلهای چند سطحی مطرح شود.

۲- مدلسازی مبدلهای چند سطحی دیفرانسیلی

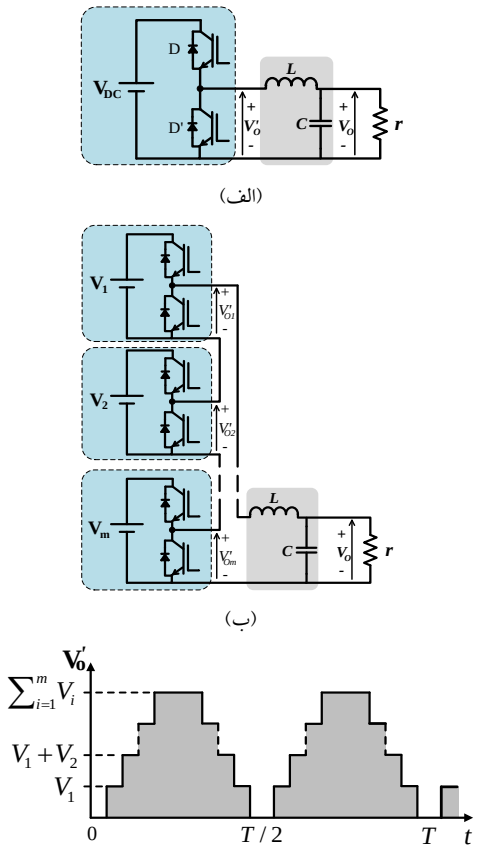
مبدل buck معمول نشان داده شده در شکل ۱-الف را در نظر بگیرید. بمنظور استفاده از تعدادی منابع ولتاژ پایین تر ، بخش DC ورودی این مبدل را می توان همانند شکل ۱-ب با تعداد m چاپر دو سطحی جایگزین نمود که دارای نسبت‌های وظیفه D(t) مشابه می‌باشد. در این فرض تمام منابع چاپرها با هم برابر فرض شده‌اند. همچنین مجموع ولتاژ این منبع‌ها مطابق رابطه (۱) برابر با ولتاژ منبع مبدل شکل ۱-الف یعنی V_{DC} می‌باشد.

$$\begin{aligned} &V_1 = V_i = V_{dc} \qquad i=2,\ldots,m \\ &V_{DC} = \sum_{i=1}^{m} V_i = m \times V_{dc} \\ &D_1(t) = D_2(t) = \ldots = D_m(t) = D(t) \end{aligned} \tag{۱}$$

در صورتی که نسبت وظیفه چاپرها با هم برابر نباشد مبدل شکل ۱-ب قادر به تولید m+1 سطح مختلف با پله‌های V_{dc} در طرف v_o' می‌باشد. همچنین در صورت برابر نبودن منابع چاپرها می‌توان با انتخاب صحیح سطح ولتاژ منبع‌ها بصورت نامتقارن با نسبت دودویی یا سه سه‌ای تعداد بیشتری سطح DC در خروجی تولید نمود[۱۲]. بدین ترتیب طرف DC ورودی مبدل شکل ۱-ب تبدیل به یک مبدل چند سطحی می‌شود که قادر به تولید سطوح مثبت ولتاژ بوده و در مبدلهایDC-AC چندسطحی مبتنی بر منبع ولتاژ مرسوم می‌باشد.

$$\begin{cases} \dfrac{V_{dN}}{V_{DC}} = D(t) = A\sin(\omega t) + A \\ 0 \le D(t) \le 1 \quad \Rightarrow \quad A \le 0.5 \end{cases} \tag{۲}$$

مبدل نشان داده شده در شکل ۱-الف در صورت داشتن نسبت وظیفه مطابق با رابطه (۲) قادر به تولید یک ولتاژ سینوسی با یک مقدار افست DC در خروجی خود با استفاده از روش‌های معمول PWM دو سطحی می‌باشد.

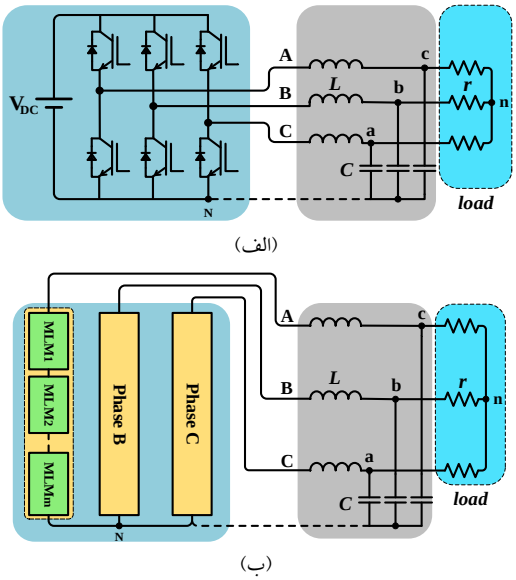


شکل۱: الف) کانورتر DC-DC معمول از نوع buck ب) کانورتر buck که بخش ورودی آن توسعه داده شده است ج) ولتاژخروجی بخشDC مبدل توسعه داده شده بصورت چند سطحی

مبدل توسعه یافته شکل ۱-ب نیز با استفاده از روش‌های PWM چند سطحی مانند تکنیک سوئیچنگ LS-PWM [۳] و یا تکنیک سوئیچنگ فاندامنتال (FFS) [۱۱] قادر به تولید ولتاژ چند سطحی با سطوح مثبت، مانند آنچه در شکل ۱-ج نشان داده شده است، در خروجی خود می‌باشد با این تفاوت که ولتاژ ورودی به فیلتر پایین گذر LC یعنی $v_o^{'}$ از حالت دو سطحی در مبدل buck معمول در شکل ۱- الف بصورت چند سطحی برای مبدل شکل ۱- ب تبدیل می‌شود. این امر ضمن کاهش اندازه فیلتر خروجی، فرکانس سوئیچنگ سوئیچ‌ها و تلفات را نیز کاهش می‌دهد. بنابراین می‌توان مبدل توسعه یافته نشان داده شده در شکل ۱-ب را بعنوان یک مبدل buck چند سطحی توصیف نمود که قادر به تولید شکل موج چند سطحی با اسکیل سینوسی با یک مقدار DC offset می‌باشد.

از ترکیب سه مبدل buck بصورت دیفرانسیلی مطابق شکل ۲-الف می‌توان به یک اینورتر سه فازه دست پیدا نمود. ولتاژ تحویلی به بار ناشی از تفاضل ولتاژ دو فاز می‌باشد که بدلیل مساوی بودن مقدار افست DC برای تمام فازها، بدون مقدار متوسط می‌باشد. چنین ترکیبی را نیز می‌توان برای مبدل buck چند سطحی توصیف شده نیز متصور شد. با این تفاوت که منابع DC بکار رفته برای هر فاز بجزء منابع پایین‌ترین ماژول باید از هم ایزوله باشند. چنین مبدلی در شکل ۲-ب نشان داده شده است.

قابل ذکر است که ماژول‌های چند سطحی (MLM) سری شده در هر فاز می توانند خود ترکیبی چند سطحی از چند منبع ایزوله که با سوئیچ یا دیود به خروجی هر ماژول متصل می‌شوند، باشند.



شکل۲: الف) شکل مداری اینورتر سه فازه ۲ سطحی ب) مبدل سه فازه چند سطحی دیفرانسیلی

۳- پیاده سازی تکنیک‌های مختلف مدولاسیون بر روی مبدل سه فاز

چندین تکنیک مدولاسیون برای مبدل‌های چند سطحی سه فازه معمول می‌باشد که از بین آنها می‌توان به مدولاسیون سینوسی مبتنی بر سیگنال‌های حامل چند سطحی وSVM اشاره نمود. روش‌های مبتنی بر سیگنال‌های حامل بدلیل سادگی در اجرا متداول ترند ولی دارای ضعف عمده محدود بودن اندیس مدولاسیون می‌باشند. ولی مدولاسیون SVM و تکنیک تزریق هارمونیک سوم (THIPWM) می‌توانند به اندیس مدولاسیون های بالاتر تا یک نیز دست پیدا کنند. در این بخش به معرفی سه روش مدولاسیون افست ثابت اجباری[1] (FOM)، THIPWM و SVM می‌پردازیم. سپس با معرفی مدولاسیون پیشنهادی موسوم به تکنیک مدولاسیون افست بهینه[2] (OOM)، تمامی تکنیک‌های مورد بحث از نظر تئوری و شیوه اجرا بر روی مبدل‌های چند سطحی سه فازه دیفرانسیلی، مورد ارزیابی قرار می گیرند.

۳-۱- تکنیک مدولاسیون سینوسی با افست ثابت اجباری

مبدل سه فازه buck دیفرانسیلی نشان داده شده در شکل ۲-الف را در نظر بگیرید. این مبدل از سه چاپر مستقل تشکیل شده است. از آنجایی

[1] - Fix offset modulation
[2] - Optimum offset modulation

که ولتاژ خط بار از تفاضل دو ولتاژ فاز حاصل می‌گردد و با توجه به برابر بودن مقدار افست DC برای همه فازها، هیچ مقدار متوسط به بار وارد نمی‌شود. یک راه حل ساده برای مدولاسیون، تولید سه PWM سینوسی مستقل با ۱۲۰ درجه شیفت در هر فاز می‌باشد. بمنظور استفاده از تکنیک مدولاسیون افست ثابت FOM می‌توان با اضافه نمودن یک مقدار ثابت برابر با دامنه شکل موج سینوسی مورد نظر، مطابق با رابطه ۳ به تولید سه شکل موج سینوسی در خروجی مبدل سه فازه نشان داده شده در شکل ۲-الف دست یافت.

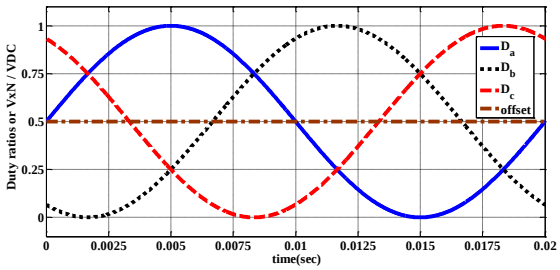
$$\begin{cases} \dfrac{V_{aN}}{V_{DC}} = D_a(t) = A\sin(\omega t) + A \\ \dfrac{V_{bN}}{V_{DC}} = D_b(t) = A\sin(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}) + A \\ \dfrac{V_{cN}}{V_{DC}} = D_c(t) = A\sin(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}) + A \\ 0 \le D(t) \le 1 \quad \Rightarrow \quad A \le 0.5 \end{cases} \tag{۳}$$

$$D(t) = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} V_{ij} \times d_{ij}}{V_{DC}} \tag{۴}$$

$$V_{DC} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} V_{ij} \tag{۵}$$

با توجه به مباحث مطرح شده در بخش ۲ و با مدل نمودن مبدل‌های سه فازه چند سطحی دیفرانسیلی بعنوان سه مبدل DC به DC چندسطحی ، رابطه (۳) را نیز می‌توان برای مبدل‌های چند سطحی سه فازه نیز در نظر گرفت. با ماژولار بودن طرف DC مبدل‌های چند سطحی، نسبت های وظیفه ماژول ها با هم متفاوت می‌باشند و نسبت وظیفه کل یعنی D(t) مطابق رابطه ۴ حاصل جمع نسبت های وظیفه تمام ماژول‌ها با هم سری شده در طرف DC می‌باشد. در (۴) V_{ij} ولتاژ منبع jام از ماژول چند سطحی iام و d_{ij} نسبت وظیفه مربوط به این منبع می باشد. m تعداد ماژول‌ها یا طبقات و n_i تعداد منابع موجود در ماژول چند سطحی iام می‌باشد. همچنین ولتاژ V_{DC} در رابطه ۳ جمع جبری ولتاژ تمامی منابع DC ایزوله بکار رفته در تمام ماژول‌های سری شده در یک فاز مطابق رابطه ۵ می‌باشد.

بر اساس محدودیت نسبت وظیفه بین ۰ و ۱ مقدار افست A به مقدار حداکثری ۰/۵ محدود می‌شود. در این صورت حداکثر دامنه ولتاژ خط که بر حسب V_{DC} نرمالیزه شده است به مقدار ۰/۸۶ محدود می‌شود. واضح است که کم شدن حدود ۱۳/۴ درصد از اندیس مدولاسیون بعنوان یک عیب عمده برای این تکنیک مدولاسیون مطرح می‌باشد. نسبت‌های وظیفه سه فازه با استفاده از روش افست ثابت اجباری طبق رابطه ۳ برای رسیدن به حداکثر اندیس مدولاسیون در A=۰/۵ در شکل ۳ نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود شکل موج‌ها دارای مقدار DC ثابت برابر با ۰/۵ می‌باشند. شکل موج‌های مرجع تولید شده با این روش را می‌توان برای تولید پالس سوئیچ‌ها با کاربرد یک سیگنال موج حامل برای مبدل دیفرانسیلی دو سطحی نشان داده شده در شکل ۲-الف و یا با کاربرد روش‌های چند سیگناله موج حامل مانند LS-PWM برای مبدل دیفرانسیلی چند سطحی نشان داده شده در شکل ۲-ب بکار برد.



شکل۳ : نسبت‌های وظیفه محاسبه شده از رابطه (۳) در روش مدولاسیون افست ثابت اجباری با حداکثر اندیس مدولاسیون (A=0.5)

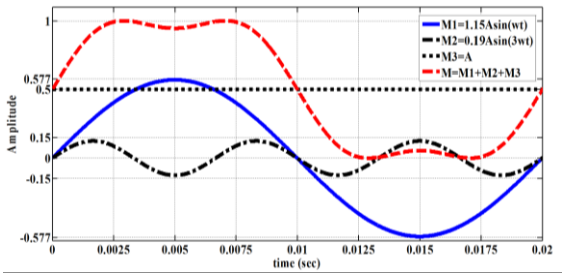
۳-۲- تکنیک مدولاسیون تزریق هارمونیک سوم

با توجه به محدودیت اندیس مدولاسیون در روش‌های سینوسی SPWM و بمنظور افزایش بهره بری مبدل‌های سه فازه تکنیک تزریق هارمونیک سوم معرفی شده است [۱۳] . در این روش بمنظور افزایش ضریب بهره استفاده از منابع طرف DC، در اندیس‌های مدولاسیون بالا، بجای استفاده از یک مرجع سینوسی برای مقایسه با شکل موج های مثلثی در روش‌های مبتنی بر سیگنال حامل، از ترکیب یک شکل موج سینوسی فاندامنتال با یک مولفه از هارمونیک سوم آن استفاده می‌شود. بمنظور استفاده از این تکنیک مدولاسیون در مبدل سه فازه دیفرانسیلی مورد بحث، با اضافه نمودن یک مقدار ثابت برابر با دامنه شکل موج سینوسی فاندامنتال، مطابق رابطه ۶ نسبت‌های وظیفه سه فازه بدست می‌آید. معادله ۶ درواقع شکل تغییر یافته معادله ۳ می باشد که در آن فقط یک جمله با هارمونیک سوم اضافه شده است. نحوه اضافه نمودن این مولفه در شکل ۴-الف نشان داده شده است. در واقع با اضافه نمودن مولفه هارمونیک سوم به مولفه اصلی اجازه داده می شود تا با رعایت محدودیت نسبت های وظیفه بین ۰ و ۱ به میزان ۱۵ درصد افزایش یابد.

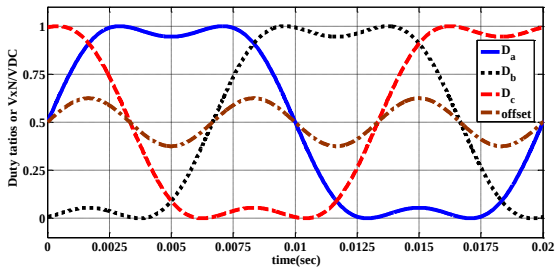
$$\begin{cases} \dfrac{V_{aN}}{V_{DC}} = D_a(t) = 1.155A\sin(\omega t) + 0.192A\sin(3\omega t) + A \\ \dfrac{V_{bN}}{V_{DC}} = D_b(t) = 1.155A\sin(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}) + 0.192A\sin(3\omega t) + A \\ \dfrac{V_{cN}}{V_{DC}} = D_c(t) = 1.155A\sin(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}) + 0.192A\sin(3\omega t) + A \\ \dfrac{V_{ab}}{V_{DC}} = D_a(t) - D_b(t) = 1.155A\sqrt{3}\sin(\omega t + \dfrac{\pi}{6}) \\ 0 \le D_{a,b,c}(t) \le 1 \quad \Rightarrow \quad A \le 0.5 \end{cases} \tag{۶}$$

از آنجایی که ولتاژ خط در طرف بار از تفاضل دو ولتاژ فاز حاصل می‌گردد و با توجه به برابر بودن مقدار افست DC برای همه فازها و همچنین هم فاز و هم دامنه بودن مولفه هارمونیک سوم تزریق شده به هر سه فاز، هیچ مقدار متوسط و یا هارمونیک سومی به بار اعمال نمی‌شود

که در این صورت ولتاژهای بار سینوسی خالص می‌باشند. با در نظر گرفتن A=۰/۵ بمنظور رسیدن به حداکثر ضریب بهره از رابطه (۶) ولتاژهای مرجع نرمالیزه شده (نسبت‌های وظیفه) جهت تولید در خروجی هر یک از فازها مبدل نسبت به نقطه N در شکل ۲ برای یک سیکل در روش مدولاسیون THIPWM در شکل ۴-ب نشان داده شده است. پر واضح است که رابطه ۶ یک افست متغییر با ضابطه‌ای سینوسی نسبت به مقدار افست ثابت که در روش FOM بکار برده می‌شود نشان می‌دهد.

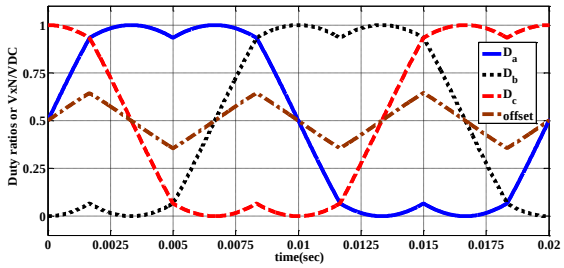


(الف)



(ب)

شکل۴ : تکنیک مدولاسیون THIPWM الف) چگونگی تزریق هارمونیک سوم به ولتاژ فاندامنتال مرجع ب) نسبت‌های وظیفه محاسبه شده از رابطه (۶) برای دستیابی به حداکثر اندیس مدولاسیون (A=0.5)



شکل۵ : ولتاژهای مرجع تولید شده با روش SVM برای دستیابی به حداکثر ضریب بهره در روش

۳-۳- تکنیک مدولاسیون مبتنی بر فضای برداری

یکی دیگر از روش‌های مدولاسیون که بمنظور پوشش دادن عیوب روش‌های معمول SPWM ارائه شده است روش مدولاسیون برداری می‌باشد که قادر به تولید حداکثر اندیس مدولاسیون می‌باشد. شاید بتوان مدولاسیون برداری را یکی از کارآمدترین روش‌های بهره برداری از مبدل‌های منبع ولتاژی سه فاز دانست. شکل موج های مرجع برای تولید حداکثر اندیس مدولاسیون در این روش مدولاسیون در شکل ۵ در یک سیکل نشان داده شده است [۱۴]. شکل موج های بدست آمده در این روش با آنچه که از طریق روش THIPWM حاصل شد دارای شباهت عمده با اندکی تفاوت در مولفه‌های هارمونیکی می‌باشند. این شکل موج‌های مرجع را همانند دو روش مدولاسیون قبل می‌توان برای تولید در مبدلهای چند سطحی سه فازه دیفرانسیلی با استفاده از تکنیک‌های سوئیچنگ مبتنی بر موج حامل بکار برد.

۳-۴- تکنیک مدولاسیون پیشنهادی: افست بهینه

۳-۴-۱- نیاز به پیشنهاد یک تکنیک مدولاسیون جدید و کارآمد

رابطه (۳) یک افست ثابت برای روش FOM با کاهش حدود ۱۴ درصد در ضریب بهره لینک DC نشان می‌دهد. در حالیکه روش‌های مدولاسیون THIPWM و SVM افست‌های غیر ثابت متغییر با زمان برای دستیابی به حداکثر ضریب بهره معرفی می‌کنند. بنابراین جستجوی یک روش مدولاسیون با افست متغییر با زمان می‌تواند مفید واقع شود. یک ایده ممکن است این باشد که این روش مدولاسیون فرضی را با شروطی بهینه نمود. مزایای بکارگیری این افست متغییر با زمان بهینه به شروط بهینه سازی و محدودیت‌های اعمالی و شرایط کنترلی بستگی دارد. برای مثال هنگامی که شکل موج افست کنترل می‌شود کاهش تلفات می‌تواند بعنوان یک هدف تعیین کننده بکار برود. بر همین اساس در ادامه یک روش مدولاسیون بهینه بر مبنای بهینه سازی و کنترل افست در مبدل سه فازه دیفرانسیلی مورد بحث بمنظور برآورده نمودن دو شرط افزایش ضریب اندیس مدولاسیون و کاهش تلفات سوئیچنگ ارائه می‌شود.

۳-۴-۲-پیشنهاد یک تکنیک مدولاسیون جدید افست بهینه

همانگونه که در بخش قبل ذکر شد کلید یافتن یک روش مدولاسیون بهینه، متغییر فرض نمودن مقدار افست و سپس کنترل آن با شروط مورد نظر می‌باشد. فرض کنید در رابطه ۳ بجای بخش افست ثابت A از یک مقدار نامشخص که نسبت به زمان متغییر است با نام X(t) استفاده شده است. در اینصورت رابطه ۳ را می توان به شکل (۷) بازنویسی نمود. حاصل جمع سه رابطه اول در (۷) منجر به رابطه ۸ می‌شود که از آن مشخص است که X(t) متناسب با متوسط نسبت های وظیفه در سه فاز می‌باشد.

$$\begin{cases} V_{aN}/V_{DC} = D_a(t) = A\sin(\omega t) + X(t) \\ V_{bN}/V_{DC} = D_b(t) = A\sin(\omega t - 2\pi/3) + X(t) \\ V_{cN}/V_{DC} = D_c(t) = A\sin(\omega t + 2\pi/3) + X(t) \\ 0 \le D_j(t) \le 1,\ j = a,b,c \end{cases} \quad (۷)$$

$$X(t) = \frac{D_a(t) + D_b(t) + D_c(t)}{3} = \frac{V_{aN}(t) + V_{bN}(t) + V_{cN}(t)}{3} \quad (۸)$$

در صورت مینیمم سازی تابع X(t) می‌توان مجموع تعداد سوئیچنگ‌ها را کنترل نمود که در این حالت تلفات سوئیچنگ نیز

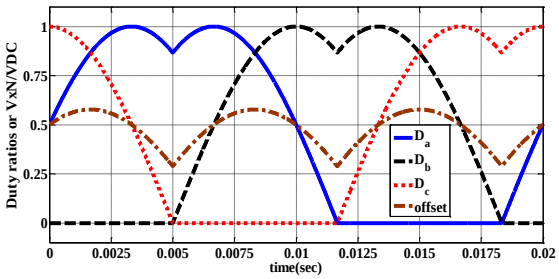
حداقل خواهد شد. همچنین با مینیمم شدن X(t) سهم بیشتری از نسبت های وظیفه در هر فاز به جمله سینوسی داده می شود که نتیجه آن افزایش ضریب بهره طرف DC می باشد. بدین ترتیب تابع هدف مساله بهینه سازی ، مطابق رابطه ۹، مینیمم نمودن جمع ولتاژهای سه فازه خروجی مبدل نسبت به پلاریته منفی پایین ترین منبع DC یعنی N در شکل ۲ و یا کنترل مجموع نسبت های وظیفه در سه فاز بمنظور مینیمم سازی می‌باشد. شروط این بهینه سازی تولید ولتاژهای سینوسی سه فاز در خروجی مبدل و داشتن ماکزیمم دامنه ولتاژخروجی مطابق با (۱۰) می‌باشد.

$$Minmize \quad Z(t)=D_a(t)+D_b(t)+D_c(t) \tag{۹}$$

$$\begin{cases} D_a(t)-D_b(t)=m\sin(\omega t+\frac{\pi}{6}) \\ D_a(t)-D_b(t)=m\sin(\omega t-\frac{\pi}{2}) \\ 0\le D_j(t)\le 1,\ j=a,b,c \\ m=\sqrt{3}A\ ,\quad A\ge 0.5 \end{cases} \tag{۱۰}$$

جدول۱ : پارامترهای وابسته و مقادیر بهینه شده حاصل از حل مساله بهینه سازی ۹ در ۸ نقطه از پریود T

زمان (ثانیه)	$\frac{D_a(t)}{A}$	$\frac{D_b(t)}{A}$	$\frac{D_c(t)}{A}$	$\frac{X(t)}{A}$
۰	۰/۸۶۶	۰	۱/۷۳	۰/۸۶۶
۰/۰۰۲۵	۱/۶۷۳	۰	۱/۲۲۴	۰/۹۴۷
۰/۰۰۵	۱/۵	۰	۰	۰/۵
۰/۰۰۷۵	۱/۶۷۳	۱/۲۲۴	۰	۰/۹۴۷
۰/۰۱	۰/۸۶۶	۱/۷۳	۰	۰/۸۶۶
۰/۰۱۲۵	۰	۱/۶۷۳	۰/۴۴۹	۰/۷۰۷
۰/۰۱۵	۰	۱/۵	۱/۵	۱
۰/۰۱۷۵	۰	۰/۴۴۹	۱/۶۷۳	۰/۷۰۷



شکل۶ : نسبت‌های وظیفه سه فازه محاسبه شده در تکنیک مدولاسیون افست بهینه در حداکثر اندیس مدولاسیون

مساله بهینه سازی ۹ برای هر لحظه از زمان t دارای جوابی منفرد می-باشد که باید برای تعدادی نقطه از سیکل فرکانس قدرت f_p حل شود. پارامترهای وابسته و مقادیر بهینه شده در حل مساله مینیمم سازی (۹) برای تعداد ۸ نقطه از سیکل قدرت با پریود T در جدول ۱ آورده شده است. بمنظور داشتن رزولیشن مناسب برای نسبت های وظیفه محاسبه شده ، کافیست تا برای یکبار مساله بهینه سازی برای تعداد نقاط کافی در یک سیکل قدرت انجام پذیرد. حل مساله بهینه سازی (۹) بمنظور داشتن دقت بالا در ۴۰۰۰ نقطه از سیکل قدرت با پریود T=0.02sec انجام شده است. نسبت های وظیفه محاسبه شده برای یک سیکل قدرت با فرکانس 50Hz و برای رسیدن به حداکثر بهره در شکل ۶ نشان داده شده است.

نتایج حاصل از بهینه سازی و کنترل نسبت‌های وظیفه بسیار قابل توجه می باشند زیرا مشخص است که مقدار نسبت وظیفه محاسبه شده در هر فاز برای یک سوم از سیکل قدرت صفر می باشند. این امر حاصل کنترل مجموع نسبت های وظیفه سه فاز در حل مساله بهینه سازی برای داشتن کمترین میزان سوئیچنگ در سیکل قدرت می باشد. بدین ترتیب در هر لحظه حداکثر دو فاز داری نسبت وظیفه غیر صفر می باشند و بصورت کلی می‌توان گفت که در مجموع سه فاز، به میزان ۳۳ درصد از پریود قدرت تغییر وضعیت سوئیچنگ وجود ندارد. با این حساب تلفات سوئیچنگ به میزان چشمگیری کاهش پیدا می‌کند. این امر یک مزیت عمده در روش مدولاسیون پیشنهادی نسبت به دیگر روش‌های مدولاسیون ضمن رسیدن به حداکثر ضریب بهره طرف DC می‌باشد.

۴- پیاده سازی عملی

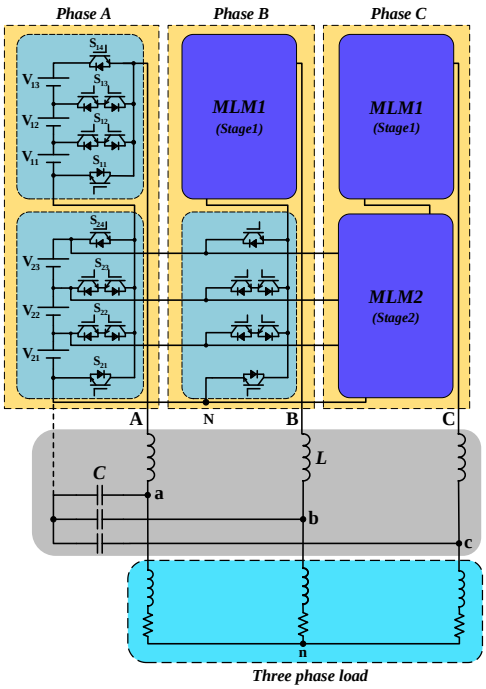
توپولوژی‌های متعدد و زیادی برای مبدل‌های چند سطحی مطرح می‌باشند که از گوناگونی و مشخصه‌های مختلفی برخوردارهستند. بر اساس کلاسه بندی مبدل‌های چند سطحی مبتنی برمنبع ولتاژ با ساختارهای کاهش یافته که در [۱۲] ارائه شده است، ساختار کاهش یافته B2 بعنوان بهینه‌ترین ساختار از نظر تعداد سوئیچ و مدارات گیت درایو معرفی شده است. ساختارهای نامتقارن نسبت به انواع متقارن خود قادر به تولید سطوح بیشتر با تعداد عناصر کمتری می‌باشند ولی در عوض دارای پیچیدگی‌های کنترلی بیشتری بوده و پیاده‌سازی روش‌های مدولاسیون برای آن‌ها پیچیده تر خواهد بود. بر این اساس به منظور اثبات کارایی روش مدولاسیون ارائه شده در این مقاله، مبدل چند سطحی مورد مطالعه از نوع ساختارهای نامتقارن و بر مبنای ساختار کاهش یافته B2 انتخاب شده است. مقایسه ساختارهای استاندارد ی مانند MMC ، CHB ، FC با ساختار B2 (که دارای تعدادی سوئیچ های دو طرفه bi-directional می باشد) نشان می دهد که ساختار های متداول به تعداد بیشتری سوئیچ و گیت درایو نیاز دارند [۱۲] جدول ۲ مبدل های متداول با تعداد ۱۵ سطح را با مبدل ۱۶ سطحی با ساختار B2 مقایسه می کند. در ادامه به طراحی یک مبدل ۱۶ سطحی سه فاز دیفرانسیلی از این ساختار می‌پردازیم.

جدول ۲ : مقایسه مبدل های متداول ۱۵ سطحی با مبدل ۱۶ سطحی با ساختار کاهش یافته B2

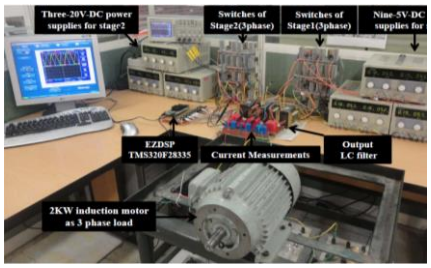
مبدل ها	MMC	CHB	FC	B2
سوئیچ های یکطرفه	۲۸	۲۸	۲۸	۴
سوئیچ های دوطرفه	۰	۰	۰	۴
مدارات گیت درایو	۲۸	۲۸	۲۸	۸
منابع تغذیه ایزوله	۱۴	۱۴	۱۵	۸

۴-۱- پیاده سازی مبدل سه فاز دیفرانسیلی B2

شکل ۷ یک مبدل ۱۶ سطحی طراحی شده بر اساس ساختار B2 نشان می‌دهد. هر فاز از این مبدل دارای دو ماژول چندسطحی با سه منبع مساوی بهمراه دو سوئیچ بدون جهت و دو سوئیچ تک جهت در هر ماژول می‌باشد. بمنظور تولید تعداد سطوح بیشتر ولتاژ، منابع طبقه دوم نسبت به طبقه اول بصورت نامتقارن با ضریب ۴ در نظر گرفته شده است. طبقه اول در هر فاز مبدل قادر به تولید ۴ سطح از ۰ تا $3V_{dc}$ با پله‌های V_{dc} می‌باشد. طبقه دوم نیز همین تعداد سطوح را از ۰ تا $12V_{dc}$ با پله‌های $4V_{dc}$ تولید می‌کند. بدین ترتیب در مجموع ۱۶ حالت مختلف از سطوح ولتاژ پدید می‌آید. وضعیت سوئیچ‌های هر فاز از این مبدل متناسب با هر سطح در جدول ۳ آورده شده است. لازم به ذکر است بدلیل اتصال سر منفی خروجی طبقه دوم در هر سه فاز به هم در نقطه N، منابع این طبقه می‌توانند بصورت مشترک برای هر سه فاز استفاده شوند ولی طبقه اول در هر فاز نیاز به سه منبع DC مجزا دارد. بنابراین تعداد کل منابع مورد نیاز در این طرح ۱۲ عدد خواهد بود.



شکل۷ : کانورتر سه فازه ۱۶ سطحی با استفاده از ترکیب دیفرانسیلی از ساختار B2 نامتقارن



شکل ۸ : نمونه آزمایشگاهی پیاده‌سازی شده از مبدل ۱۶ سطحی سه فازه بر اساس آنچه در شکل ۷ نشان داده شده است

یک نمونه آزمایشگاهی از مبدل ۱۶ سطحی سه فازه نشان داده شده در شکل ۷ جهت اجرا تکنیک‌های مدولاسیون مورد بحث و مقایسه عملکرد آن‌ها پیاده سازی شده است. در مدار قدرت این مبدل که در شکل ۸ نشان داده شده است از ۱۲ منبع تغذیه ایزوله آزمایشگاهی بعنوان منابع DC ورودی در سه فاز با دو طبقه در هر فاز، استفاده شده است، تعداد کل سوئیچ‌های بکار رفته با لحاظ نمودن دو سوئیچ در سوئیچ‌های بدون جهت، ۳۶ عدد به همراه تعداد ۲۴ عدد مدار گیت درایو ایزوله می‌باشد. با توجه به بالا بودن تعداد سطوح خروجی، یک مجموعه L-C سه فاز کوچک بعنوان فیلتر خروجی بکار رفته است و از یک موتور القایی بصورت بعنوان بار استفاده شده است. این موتور بصورت بدون بار بکار رفته است. مسلما با وجود پایین بودن سطح ولتاژ کاربردی که از منابع تغذیه آزمایشگاهی حاصل می شود موتور با سرعت کمتر از سرعت نامی و در توان مصرفی حدود ۲۰۰ کار خواهد کرد. پردازنده بکار رفته جهت محاسبه و تولید عرض پالس هر یک از سوئیچ‌ها از نوع DSP با شماره EZDSP TMS320F28335 می‌باشد. سایر جزئیات این نمونه آزمایشگاهی در جدول ۴ آورده شده است.

جدول۳: وضعیت های سوئیچینگ مبدل ۱۶ سطحی نشان داده شده در شکل ۷

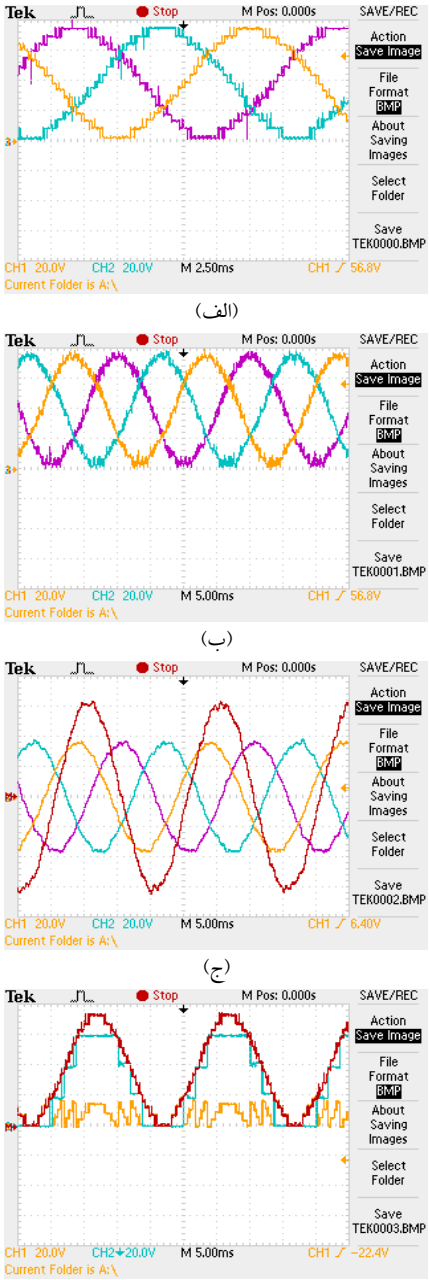
وضعیت سوئیچنگ								$\frac{V_{AN}}{V_{dc}}$
طبقه اول				طبقه دوم				
S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}	
۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱
۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۲
۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۳
۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۴
M	M	M	M	M	M	M	M	M
۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۱۴
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱۵

جدول ۴: مشخصات نمونه آزمایشگاهی از مبدل ۱۶ سطحی سه فازه نامتقارن

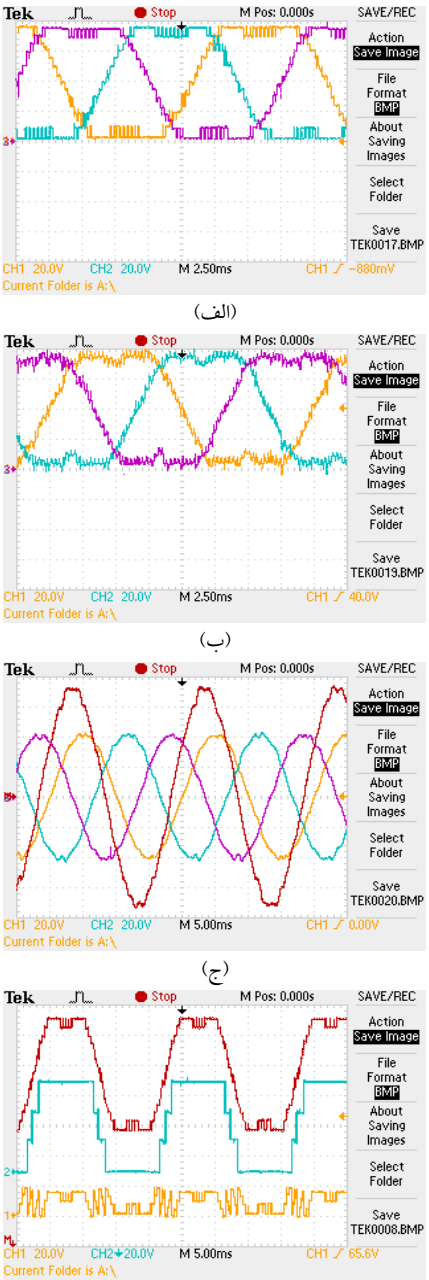
ردیف	عنوان		مشخصه	تعداد
۱	سوئیچ		IGBT- BUP314, 35 A, 1200 V	۳۶
۲	مدار گیت درایو		TLP 250, ±30 V, 1 A	۲۴
۳	پردازنده		EZDSP TMS320F28335	۱
۴	تکنیک سوئیچنگ		LS-PWM	--
۵	فرکانس کریر		3500Hz	--
۶	ولتاژ منابع تغذیه	طبقه۱	$V_{11}= V_{12}= V_{13}=V_{dc}=5V$	۹
		طبقه۲	$V_{21}= V_{22}= V_{23}=4V_{dc}=20V$	۳
۷	بار		موتور القایی	۱
۸	خازن فیلتر LC		20μF	۳
۹	سلف فیلتر LC		2mH	۳
۱۰	فرکانس فاندامنتال		50Hz	--

۴-۲- پیاده سازی تکنیک‌های مدولاسیون

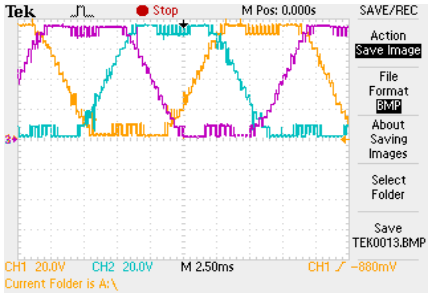
چهار روش مدولاسیون مورد بحث با کاربرد تکنیک سوئیچنگ LS-PWM بر روی نمونه آزمایشگاهی پیاده سازی شده است. با در نظر گرفتن علائم نشان داده شده در شکل ۷، شکل‌های ۹-۱۲ رفتار روش-های مدولاسیون مورد بررسی را نشان می‌دهند. هر شکل شامل چهار تصویر از شکل موج‌های سه فازه خروجی مبدل نسبت به نقطه N (V_{AN}, V_{BN}, V_{CN})، ولتاژهای سه فازه خروجی مبدل پس از عبور از سلف نسبت به نقطه N (V_{aN}, V_{bN}, V_{cN})، ولتاژهای سه فازه اعمالی به بار (V_{an}, V_{bn}, V_{cn}) و ولتاژ فاز به فاز بار V_{ab} به ترتیب می‌باشد. شکل موج-های نشان داده شده در قسمت (د) هر شکل ولتاژهای خروجی دو طبقه موجود در فاز A به همراه مجموع آن‌ها V_{AN} می‌باشد.



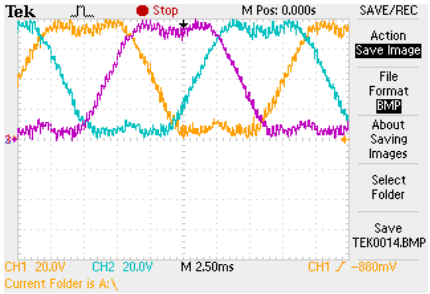
شکل۹ : نتایج عملی با کاربرد تکنیک مدولاسیون افست ثابت اجباری بر روی مبدل کلاس B2 (شکل۸) الف) V_{AN}, V_{BN}, V_{CN} ب) V_{aN}, V_{bN}, V_{cN} ج) V_{an}, V_{bn}, V_{cn} و V_{ab} د) ترکیب ولتاژ خروجی مبدل V_{AN} ناشی از ولتاژهای دو طبقه در فاز A



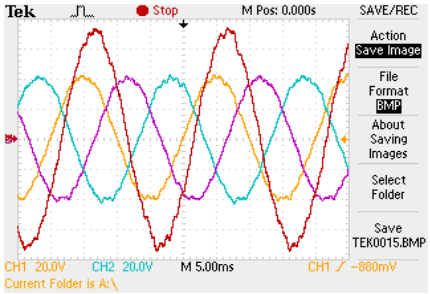
شکل۱۰ : نتایج عملی با کاربرد تکنیک مدولاسیون THIPWM الف) V_{AN}, V_{BN}, V_{CN} ب) V_{aN}, V_{bN}, V_{cN} ج) V_{an}, V_{bn}, V_{cn} و V_{ab} د) ترکیب ولتاژ خروجی مبدل V_{AN} ناشی از ولتاژهای دو طبقه در فاز A



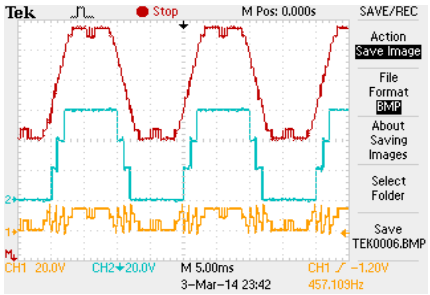
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

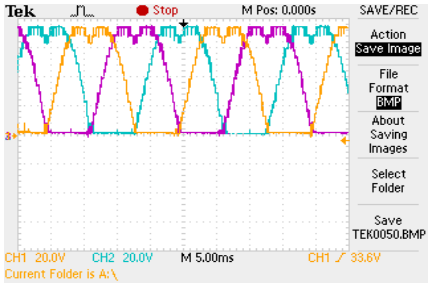
شکل۱۱ : نتایج عملی با کاربرد تکنیک مدولاسیون SVM
الف) V_{AN},V_{BN},V_{CN} ب) V_{aN},V_{bN},V_{cN} ج) V_{an},V_{bn},V_{cn} و V_{ab}
د) ترکیب ولتاژ خروجی مبدل V_{AN} ناشی از ولتاژهای دو طبقه در فاز A

۴-۳- مقایسه و بحث بر روی نتایج خروجی

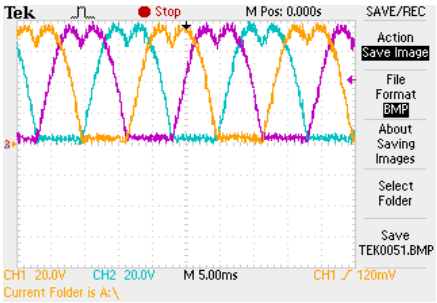
شکل‌های ۹ تا ۱۲ نتایج عملی از پیاده‌سازی تکنیک‌های مدولاسیون مورد بحث بر روی مبدل طراحی شده نشان می‌دهند، این تکنیک‌ها از نظر مواردی که در ادامه آورده خواهد شد قابل مقایسه می‌باشند.

- تعداد سطوح ولتاژ خروجی

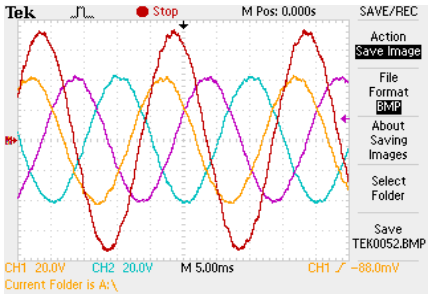
شکل‌های ۹-الف، ۱۰-الف، ۱۱-الف و ۱۲-الف بطور واضح نشاندهنده تولید ۱۶ سطح DC در خروجی مبدل می باشند. این در حالی



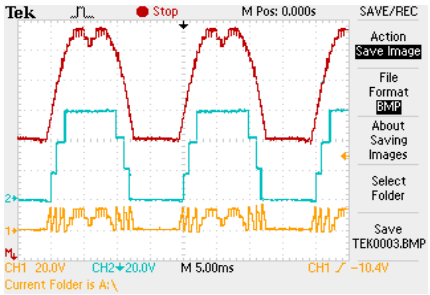
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل۱۲ : نتایج عملی با کاربرد تکنیک مدولاسیون OOM
الف) V_{AN},V_{BN},V_{CN} ب) V_{aN},V_{bN},V_{cN} ج) V_{an},V_{bn},V_{cn} و V_{ab} د) ترکیب ولتاژ خروجی مبدل V_{AN} ناشی از ولتاژهای دو طبقه در فاز A

است که شکل‌های ۹-ب، ۱۰-ب، ۱۱-ب و ۱۲-ب ولتاژهای فیلتر شده پس از عبور از سلف L را نشان می‌دهند. تمام چهار تکنیک بخوبی موفق بتولید ۱۶ سطح خروجی شده‌اند.

- مقایسه تلفات سوئیچنگ

در جدول ۵ تعداد قطع و وصل شدن سوئیچ‌های طبقه اول و دوم به همراه مجموع آن ها برای یک سیکل قدرت با بکارگیری روش‌های مدولاسیون مورد بررسی آورده شده است. متناسب با این تعداد قطع و وصل‌ها، فرکانس سوئیچنگ متوسط نیز محاسبه گردیده است.

جدول۵: مقایسه تعداد سوئیچنگ ها و فرکانس سوئیچنگ متوسط برای تکنیک‌های مدولاسیون مورد بررسی

تکنیک مدولاسیون		FOM	THI	SVM	OOM
تعداد سوئیچنگ	طبقه ۱	۲۷۰	۲۶۲	۲۵۴	۱۷۵
	طبقه ۲	۴۴	۲۰	۱۲	۱۲
	مجموع	۳۱۴	۲۸۲	۲۶۶	۱۸۷
فرکانس سوئیچنگ (kHz)	طبقه ۱	۱۳/۵	۱۳/۱	۱۲/۷	۸/۷۵
	طبقه ۲	۲/۲	۱	۰/۶	۰/۶
	مجموع	۱۵/۷	۱۴/۱	۱۳/۳	۹/۳۵

همانگونه که از جدول ۵ پیداست بدلیل تعداد زیاد عمل سوئیچنگ در هر سیکل و نداشتن هیچ عمل سوئیچنگ در یک سوم سیکل قدرت (وضعیت صفر) در روش مدولاسیون OOM، تعداد مجموع سوئیچنگ ها و فرکانس سوئیچنگ مجموع کمتر از ۶۶ درصد از دیگر روش های مدولاسیون مورد بررسی می باشد. این امر بدلیل تعداد سوئیچنگ زیاد در وضعیت صفر برای دیگر روش های مدولاسیون می باشد.

- توزیع ولتاژ/توان

بطور کلی در مبدل های چند سطحی با ساختارهای نامتقارن مساله تقسیم ولتاژ و توان بصورت نامساوی بین مدول ها وجود دارد و این موضوع ریشه در ذات چنین مبدل‌هایی دارد. اصولا بین میزان توزیع توان و ولتاژ طبقه رابطه‌ای مستقیم وجود دارد. مبدل انتخاب شده در این مقاله بمنظور پیاده سازی تکنیک های مدولاسیون مورد بررسی نیز از نوع نامتقارن با تعداد سوئیچ کمتر(کاهش یافته) نسبت به انواع متقارن می باشد [۱۲]. در این مبدل ولتاژ و توان در طبقه دوم بالاتر از طبقه اول می باشد. در جدول ۶ متوسط جریان و توزیع توان تمامی منابع و طبقات در یک فاز آورده شده است

جدول ۶: جریان متوسط و توزیع توان منابع تغذیه در یک فاز از مبدل ۱۶ سطحی سه فازه

پارامترها		جریان متوسط (A)	ولتاژ منبع (V)	توان متوسط (W)	توزیع توان (%)
طبقه اول	V_{11}	۰/۵۸	۵	۲/۹	۱/۷
	V_{12}	۰/۷۸	۵	۳/۹	۲/۲۷
	V_{13}	۰/۵۸	۵	۲/۹	۱/۷
	مجموع	۱/۹۴	۱۵	۹/۷	۵/۶۷
طبقه دوم	V_{21}	۲/۶۵	۲۰	۵۳	۳۰/۹
	V_{22}	۲/۷۸	۲۰	۵۵/۶	۳۲/۴۵
	V_{23}	۲/۶۵	۲۰	۵۳	۳۰/۹
	مجموع	۸/۰۸	۶۰	۱۶۱/۶	۹۴/۳۳

.همانگونه که مشاهده می شود ٪ ۹۴/۳۳ کل توان تامینی مربوط به سه منبع موجود در طبقه دوم می باشد که با فرکانس سوئیچنگ پایین کار می کند و ٪ ۵/۶۷ از کل توان سهم طبقه اول می باشد که با فرکانس سوئچینگ بالاتر کار می کند. بدین ترتیب توزیع توان و فرکانس سوئیچنگ بصورت متناسب بین دو طبقه برای تمام روش های مدولاسیون پیاده سازی شده، انجام شده است.

- ولتاژهای افست

از شکل‌های ۹-ج، ۱۰-ج، ۱۱-ج و ۱۲-ج بطور واضع مشخص است که ولتاژهای افست در شکل موج‌های الف و ب از شکل‌های ۹ تا ۱۲ در ولتاژ فاز و خط ظاهر نمی‌شود. در واقع هر چهار تکنیک مدولاسیون موفق به اعمال ولتاژهای AC به بار شده‌اند. شکل موج‌های افست نرمالیزه شده حاصل از چهار تکنیک مدولاسیون، در شکل ۱۳-الف نشان داده شده است. همانگونه که مشاهد می‌شود بجزء تکنیک FOM سه تکنیک دیگر دارای افست متغییر با زمان می‌باشند و این در حالی است که مقدار متوسط شکل موج‌های افست برای روش‌های SVPWM, THIPWM, FOM برابر با ۰/۵ می‌باشد در حالی این مقدار برای روش مدولاسیون افست بهینه کمتر از بقیه و برابر با ۰/۴۷۷۵ می-باشد. این امر خود نشان دهنده ی بهینه بودن روش مدولاسیون پیشنهادی می باشد زیرا کمتر بودن مقدار متوسط افست به معنی سهم بیشتری در اندازه ولتاژهای سینوسی خروجی می‌باشد.

- ولتاژهای common mode

شکل موج ولتاژهای common mode در خروجی مبدل، حاصل از نتایج عملی برای چهار تکنیک مدولاسیون در شکل ۱۳-ب نشان داده شده است. ولتاژ common mode تحت عنوان ولتاژ مشترکی که بر روی ترمینال سه فاز خروجی مبدل نسبت به نقطه N ظاهر می‌شود تعریف نمود[۱۵]. در حالی که دو تکنیک مدولاسیون THIPWM و SVPWM دارای ولتاژهای common mode تقریبا مشابه با مقدار متوسط برابر می-باشند، تکنیک افست بهینه از شکل موج ولتاژ common mode با شکل متفاوت و مقدار متوسط کمتر نسبت به بقیه تکنیک‌ها برخوردار است.

- ضریب بهره DC

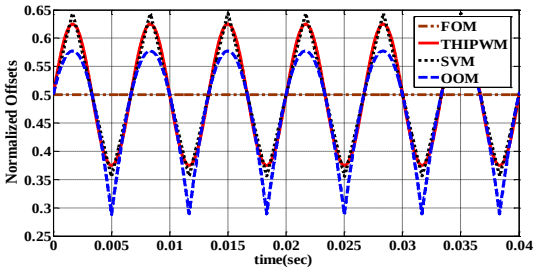
مجموع ولتاژ منابع در طرف DC برابر با ۷۵ ولت می‌باشد. ضریب بهره لینک DC (مقدار فاندامنتال ولتاژ خط به ولتاژ لینک DC) برای چهار تکنیک مدولاسیون بررسی شده در جدول ۷ آورده شده است. شکل ۹- ج حداکثر ولتاژ AC مدوله شده بر روی بار با کاربرد تکنیک افست ثابت ۶۲/۴ ولت نشان می‌دهد که معادل ضریب بهره ۸۳/۲ درصد می باشد. شکل ۱۰- ج و ۱۱-ج نشان دهنده حداکثر فاندامنتال ولتاژ خط و ضریب بهره DC ، ۷۱/۵ ولت و ۹۵/۳ درصد برای تکنیک THIPWM و ۷۳ ولت و ۹۷/۳ درصد برای تکنیک SVM به ترتیب می‌باشند. ماکزیمم ولتاژ خط برای تکنیک مدولاسیون افست بهینه بیش از سایر تکنیک های مورد بحث می‌باشد که این امر نشان دهنده بهبود ضریب بهره DC تا ۹۸ درصد می‌باشد.

جدول۷: مقایسه پارامترهای خروجی کانورتر ۱۶ سطحی حاصل از نتایج عملی

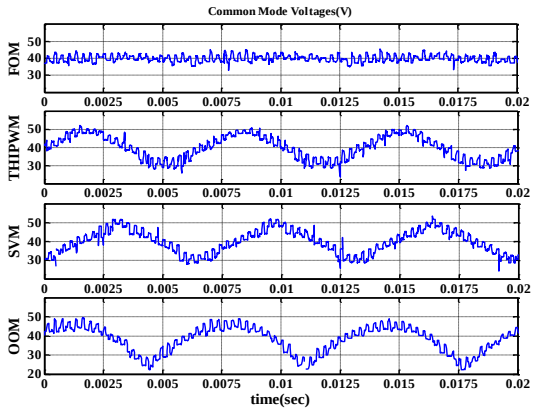
تکنیک مدولاسیون	ولتاژ فاندامنتال	THD (%)		ضریب بهره DC
		I_a	V_{ab}	
FOM	۶۲/۴	۵/۲	۴/۲	۸۳/۲
THIPWM	۷۱/۵	۶/۲	۵/۱	۹۵/۳
SVM	۷۳/۰	۵/۳	۵/۶	۹۷/۳
OOM	۷۳/۵	۳/۸	۲/۷	۹۸/۰

- اعوجاج

در جدول ۷ مقدار THD ولتاژ خروجی بر روی بار برای تمام چهار روش مدولاسیون مورد بحث آورده شده است. همچنین آنالیز هارمونیکی آن‌ها در شکل ۱۴ نشان داده شده است. پیداست که روش مدولاسیون افست بهینه بزرگترین مقدار فاندامنتال بهمراه کمترین مقدار THD را ارائه می دهد.

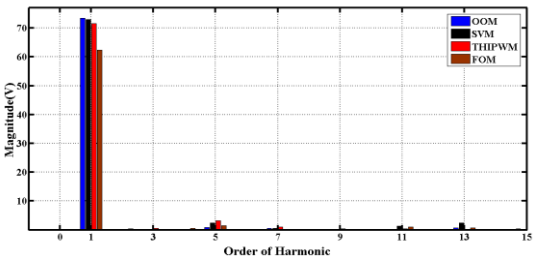


(الف)



(ب)

شکل ۱۳ : مقایسه چهار تکنیک مدولاسیون الف) افست های نرمالیزه شده ب) ولتاژ های common mode حاصل نتایج عملی



شکل ۱۴ : آنالیز هارمونیکی ولتاژ های خروجی بر روی بار (V_{ab}) حاصل از نتایج عملی

۵- نتیجه گیری

در این مقاله به آنالیز و مدل سازی مبدل‌های سه فازه چند سطحی تحت عنوان سه مبدل DC-DC چند سطحی مجزا برای تعمیم معادلات اساسی مبدل buck به آن‌ها پرداختیم. نشان داده شد که شکل موج افست نقش مهمی در تکنیک‌های مدولاسیون بازی می‌کند بطوری که اگر بتوان این پارامتر را بجای فرض مقدار ثابت با فرض متغیر با زمان در نظر گرفت و آنرا با شروطی بهینه کنترل نمود می‌توان به یک تکنیک مدولاسیون جدید و کارآمدی دست پیدا نمود. این تکنیک مدولاسیون موثر را مدولاسیون افست بهینه نام گذاری کردیم که قابل پیاده سازی بر روی تمامی مبدل‌های DC-AC سه فاز دو سطحی و چند سطحی متقارن و نامتقارن با ساختار دیفرانسیلی می باشد. از جمله مزایای این روش مدولاسیون می توان به رسیدن به اندیس مدولاسیون حداکثری، کاهش تلفات سوئیچنگ ، افزایش راندمان ضمن داشتن سادگی در اجرا و کم بودن حجم محاسبات اشاره نمود. به منظور مقایسه جامع دیگر روش‌های مدولاسیون مشابه، دو روش مدولاسیون SVM و THIPWM به همراه روش مدولاسیون افست ثابت و روش پیشنهادی بر روی یک نمونه کانورتر ۱۶ سطحی سه فازه با ساختار نامتقارن پیاده سازی شد. نتایج عملی حاکی از بهینه بودن تکنیک مدولاسیون پیشنهادی برای کانورترهای چند سطحی می باشد.

مراجع

[1] L. G. Franquelo, J. Rodriguez, J. I. Leon, S. Kouro, R. Portillo, and M. A. M. Prats, "The age of multilevel converters arrives," *IEEE Ind.Electron.*, vol. 2, no. 2, pp. 28–39, Jun. 2008.

[2] J. Rodriguez, L. G. Franquelo, S. Kouro, J. I. Leon, R. C. Portillo, M. A. M. Prats, and M. A. Perez, "Multilevel converters: An enabling technology for high-power applications," *Proc. IEEE*, vol. 97, no. 11, pp. 1786–1817, Nov. 2009.

[3] S. Kouro, M. Malinowski, K. Gopakumar, J. Pou, L. G. Franquelo, "Recent advances and industrial applications of multilevel converters," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 8, pp.2553-2580, Agu. 2010.

[4] G. P. Adam, I. A. Abdelsalam, K. H. Ahmed, B. W. Williams, "Hybrid Multilevel Converter With Cascaded H-bridge Cells for HVDC Applications: Operating Principle and Scalability," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol.30, no.1, pp. 65-77, Jan. 2015.

[5] J. Kolb, F. Kammerer, M. Gommeringer, M. Braun, "Cascaded Control System of the Modular Multilevel Converter for Feeding Variable-Speed Drives," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol.30, no.1, pp. 349-357, Jan. 2015.

[6] M. R. Islam, Y. Guo, J. Zhu, "A High-Frequency Link Multilevel Cascaded Medium-Voltage Converter for Direct Grid Integration of Renewable Energy Systems," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol.29, no.8, pp. 4167-4182, Aug. 2014.

[7] J. Liu, K. W. E. Cheng, Y. Ye, "A Cascaded Multilevel Inverter Based on Switched-Capacitor for High-Frequency AC Power Distribution System," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol.29, no.8, pp. 4219-4230, Aug. 2014.

[8] M. S. A. Dahidah, G. Konstantinou, V. G. Agelidis, "A Review of Multilevel Selective Harmonic Elimination PWM: Formulations, Solving Algorithms, Implementation and Applications," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 30, no. 8, pp. 4091-4106, Aug. 2015.

[9] J. Napoles, A. J. Watson, J. J. Padilla, J. I. Leon, L. G. Franquelo, P. W. Wheeler, M. A. Aguirre, "Selective Harmonic Mitigation Technique for Cascaded H-Bridge Converters With Nonequal DC Link Voltages," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 5, pp. 1963–1971, May. 2013.

[10] A. Edpuganti, A. K. Rathore, "Fundamental Switching Frequency Optimal Pulsewidth Modulation of Medium-Voltage Nine-Level Inverter," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, no. 7, pp. 4096–4104, Jul. 2015.

[11] Y. Deng, K. H. Teo, C. Duan, T. G. Habetler, R. G. Harley, "A Fast Generalized Space Vector Modulation Scheme for Multilevel Inverters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no.10, pp. 5204-5217, Oct. 2014.

[12] M. J. Mojibian and M.T.Bina, "Classification of multilevel converters with a modular reduced structure: implementing a prominent 31-level 5 kVA class B converter," *IET Power Electron.*, vol. 8, no. 1, pp. 20–32, Jan. 2015.

[13] B. Urmila, D. Subbarayudu, "Multilevel Inverters: A comparative study of pulse width modulation techniques," *International Journal of Scientific & Engineering Research*, vol. 1, no. 3, pp. 1-5, 2010.

[14] R.S. Kanchan, M.R. Baiju, K.K. Mohapatra, P.P. Ouseph and K. Gopakumar, "Space vector PWM signal generation for multilevel inverters using only the sampled amplitudes of reference phase voltages," *IET Electric Power Application*, vol. 152, no. 2, pp. 297 – 309, 2005.

[15] S. Karugaba, A. Muetze, O. Ojo, "On the Common-Mode Voltage in Multilevel Multiphase Single- and Double-Ended Diode-Clamped Voltage-Source Inverter Systems," *IEEE Trans. Ind. Application.*, vol. 48, no. 6, pp. 2079–2091, Nov- Dec. 2012.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۷۶-۶۷

تاثیر فیلترهای اکتیو و پسیو در کاهش ولتاژ القایی شفت ژنراتورهای سنکرون با استفاده از کنترلر و مقایسه آنها

محمود سمیعی مقدم [۱]، شکرالله شکری کجوری [۲]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، samiei@ee.kntu.ac.ir
[۲] استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، shokri@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۰۹/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱۱/۱۷)

چکیده: این مقاله بر روی کاهش ولتاژ القایی شفت با استفاده فیلترهای پسیو و اکتیو تمرکز نموده است. فیلتر پسیو از نوع RLC بوده و فیلتر اکتیو یک مبدل DC/DC باک کنترل شونده می باشد. فیلترهای پسیو و اکتیو در خروجی یکسوساز تریستوری قرار گرفته اند. از فیلترها به منظور کاهش پیک های فرکانس بالای ناشی از سوئیچینگ یکسوساز استفاده شده است. در سیستم تحریک استاتیک روشن و خاموش شدن تریستورها باعث ایجاد پیک های فرکانس بالا در خروجی DC یکسوساز می شوند. وجود این پیک های فرکانس بالا موجب بروز خازنهای پارازیتی در ژنراتور سنکرون می شود. خازنهای پارازیتی به روش FEM آنالیز و محاسبه شده اند. کاهش این پیک های فرکانس بالا موجب کاهش ولتاژ القایی شفت می شود. استفاده از مبدل باک به دلیل رفتار مینیمم فاز آن نسبت به دیگر مبدلها ترجیح داده شده است. در سیستم تحریک استاتیک ژنراتور سنکرون 5kw از یکسوساز شش پالسه تریستوری استفاده شده است. با توجه به اینکه دامنه ولتاژ شفت به فیلتر بخش DC یکسوساز وابسته است فیلترهای پسیو و اکتیو هر دو درکاهش ولتاژشفت نقش دارند اما مبدل باک کنترل شده به عنوان فیلتر اکتیو بیشترین کاهش ولتاژشفت را به همرا داشته است. لذا استفاده از فیلتری همچون مبدل باک می تواند ولتاژ شفت را با توجه به کارهای انجام شده قبلی به میزان قابل توجه ای کاهش دهد.نتایج شبیه سازی و ساخت موضوع فوق را به اثبات رسانده است. این کاهش ولتاژ منجر به افزایش طول عمر یاتاقانهای ژنراتورهای سنکرون می شود.

کلمات کلیدی: ولتاژ القایی شفت، فیلتر پسیو ، فیلتر اکتیو و سیستم تحریک استاتیک.

Effect of Active and Passive Filters on Induced Shaft Voltage on Synchronous Generators Using Controller: A Comparative Study

Mahmood Samiei-Moghaddam, Shokrollah Shokri Kojori

Abstract: In this paper, we investigate the reduction of shaft induced voltage using both active and passive filters. An RLC circuit for passive filter and a DC-DC buck converter for active filter is used which can remove the high-frequency spikes leading to the reduction in induced shaft voltage. Buck converter has a minimum-phase behavior and therefore is preferred to any other converters. A static excitation system using 6-pulse thyristor rectifier is employed for 5 kW synchronous generators. Active and passive filters are placed between rectifier and excitation winding of the synchronous generator. As simulation and experimental results show, both filters are capable to remove the parasitic capacitance efficaciously and so induced shaft voltage is mitigated significantly. However, in contrast to the passive filter, active filter shows the better performance to reducing the shaft induced voltage. This reduction can increase the life time of generator's bearing.

Keywords: Bearing current, Active filter, Induced shaft voltage, Passive filter, and Static excitation system.

۱- مقدمه

ولتاژهای شفت از جمله پدیده هایی هستند که در ماشین های دوار وجود دارند و منابع متفاوتی به نسبت های مختلف در بوجود آوردن این ولتاژ ها سهیم هستند. ولتاژهای شفت باعث بوجود آمدن جریان های عبوری از یاتاقان ها می گردد. این جریان ها از روغن یاتاقان ها عبور کرده و به مرور زمان با ایجاد حباب در آنها منجر به از کار افتادن آنها می شوند. دلیل اصلی ایجاد ولتاژ شفت سوئیچینگ ادوات الکترونیک قدرت می باشد. با انجام سوئیچینگ در سیستم تحریک استاتیک، خازنهای پارازیتی مسیرشان به شفت بسته شده و در آن ولتاژ القا می-نمایند.

عدم تقارن مغناطیسی، منابع الکترومغناطیسی، منابع الکترواستاتیکی و منابع ولتاژ خارجی که به سیم پیچ رتور اعمال می گردند چهارمنبع تولید ولتاژ شفت در ماشینهای گردان می باشد [۱]. در [۲-۳] یک فیلتر پسیو در خروجی اینورتر PWM به منظور کاهش ولتاژ مد مشترک و مد دیفرانسیلی که توسط اینورتر ایجاد می شود طراحی شده است. رفرنس [۴-۵] توسط فیلتر EMI نسبت به کاهش جریان یاتاقان و جریان نشتی زمین یک اینورتر PWM دیود کلمپ اقداماتی را انجام داده است. در رفرنس [۶] فیلتر پسیو مد مشترک به منظور کاهش ولتاژ شفت موتور و جریان یاتاقان موتور القایی که با اینورتر دو سطحی تغذیه می شود بکار برده شده است.

یک فیلتر EMI در [۷] برای اینورتر PWM که متشکل از دو فیلتر پسیو می باشد طراحی شده است. این فیلتر ها در خروجی اینورتر و موتور قرارداده شده که بتواند ولتاژهای مد مشترک ناشی از اینوتر، نقطه خنثی موتور و یکسوساز را جبران نماید. فیلتر هیبرید EMI برای جبران سازی ولتاژ مد مشترک اینورترها در [۸] نشان داده شده است. خازن فرکانس پایین و فیلتر LC سری استفاده شده در آن توانسته ولتاژ مد مشترک را کاهش دهد. رفرنس [۹] نشان می دهد که ولتاژ مد مشترک در خروجی اینورترهای منبع ولتاژ باعث ایجاد جریانهای یاتاقان می شود. سپس با استفاده از مدار الکترواستاتیکی نسبت به کاهش ولتاژ مد مشترک در ترمینالهای موتور و بعد از آن در رتور اقداماتی را انجام داده است.

کارهای مهمی برای درک علل پدیده ولتاژ شفت و جریان یاتاقان انجام پذیرفته است. سیستم تحریک استاتیک در طراحی ماشینهای سنکرون نقش اساسی دارد [۱۰]. در [۱۱] موتور القایی kw-15 توسط اینورتر PWM درایو شده و موجب ایجاد ولتاژ شفت شده است. نتایج آزمایشهای حاصل از ساخت نشان داده که خازنهای پارازیتی داخل موتور با ولتاژ فرکانس بالای مد مشترک که توسط اینورتر PWM ایجاد شده اند دلیل ایجاد ولتاژ شفت می باشند. یک نوع جدید از اینورتر در [۱۲] بررسی شده که نشان می دهد یکی از یاتاقان ها تحت جریان القایی قرار می گیرد. نتایج حاصل از ساخت نشان می دهد که جریانهای اندازه گیری شده و روابط فیزیکی تکنیک ارایه شده می توانندکاهش ولتاژ را تایید کنند.

یک روش مدولاسیون پهنای پالس در [۱۳] برای مبدلهای AC-DC-AC دو سطحی و سه سطحی به منظور کاهش ولتاژ مدمشترک این نوع مبدلها در ژنراتورهای القایی دو سو تغذیه قفس سنجابی شرح داده شده است. در [۱۴] یک روش برای محاسبه تاثیر ضخامت عایق یاتاقان به منظور کاهش جریان آن به عنوان تابعی از پارامترهای طراحی ماشین بررسی شده است. رفرنس [۱۵] نتایج تست بر روی ولتاژ شفت و جریان یاتاقان درایوهای ولتاژ بالا که با مدولاسیون پهنای پالس کار می کنند را نشان می دهد. در آن بیان شده که اینورترهای منبع ولتاژ PWM دلیل ایجاد جریانهای یاتاقان می باشند. رفرنس [۱۶] یک فیلتر پسیو جدید نصب شده در خروجی ترمینالهای اینورتر PWM را نشان می دهد. این فیلتر برای حذف ولتاژ مد مشترک و ولتاژ مد دیفرانسیلی که توسط اینورتر PWM ایجاد می شود استفاده شده است. در [۱۷] یک آنالیز سیستماتیک بر روی ولتاژ مد مشترک در توپولوژی های مختلف مبدلها ی بکار برده شده در درایوهای ac دوسطحی اینورترهای منبع ولتاژ، اینورترهای منبع جریان و اینورترهای چند سطحی شرح داده شده است. مولفان مقاله در رفرنس [۱۸] در مورد ولتاژ شفت بوجود آمده در موتور القایی توسط اینورتر مدولاسیون پهنای پالس بحث نموده اند.

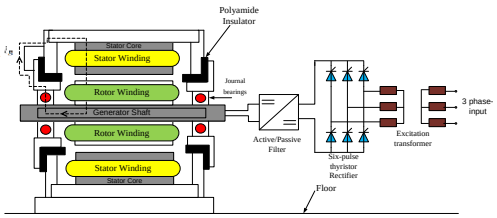
یک مدار معادل مد مشترک موتور القایی در [۱۹] آمده است. در آن اثر کاهش ولتاژ شفت را با یک روش جدید بیان نموده اند. با ولتاژ شفت محاسبه شده از مدار معادل و ولتاژ شفت اندازه گیری شده موتور توانسته اند درستی روش خود را تایید نمایند. در رفرنس [۲۰] یک روش عملی برای یافتن مدل فرکانس بالای به منظور پیشبینی جریان نشتی و ولتاژ شفت ماشین AC ارایه شده است. اثر ولتاژ های نقطه خنثی و سیم پیچی رتور بر روی ولتاژ شفت در [۲۱] بررسی شده است.

همانطور که ملاحظه گردید هیچ یک از مقالات ارایه شده در بالا آنالیز الکترواستاتیک ژنراتور سنکرون را مورد توجه قرار نداده اند. اثر خازنهای پارازیتی بر روی ولتاژ القایی شفت ژنراتور سنکرون در مقالات مرور شده نشان داده نشده است. در این مقاله یک روش جدید با در نظر گرفتن تمامی خازنهای پارازیتی ژنراتور سنکرون برای محاسبه ولتاژ شفت ارایه شده است. به منظور کاهش ولتاژ القایی شفت از فیلتر پسیو و اکتیو در خروجی یکسوساز تریستوری سیستم تحریک استاتیک ژنراتور سنکرون استفاده شده است.فیلتر پسیو از نوع RLC بوده و مبدل باک کنترل شونده به عنوان فیلتر اکتیو به منظور کاهش اسپایک های ناشی از سویچینگ یکسوساز در نظر گرفته شده است. مبدل باک به دلیل داشتن رفتار مینیم فاز بر دیگر مبدلها ترجیح داده شده است. این تحقیق منابع ولتاژ خارجی به سیم پیچی رتور که یکی از دلایل ایجاد ولتاژ شفت می باشد را مد نظر قرار داده است.

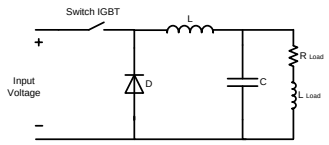
در ابتدا خازنهای پارازیتی ژنراتور به روش FEM با نرم افزار MAXWELL محاسبه می شوند، سپس سیستم تحریک استاتیک با نرم افزار متلب شبیه سازی شده و نتایج آن به همراه نتایج حاصل از ساخت برای اعتبار سنجی ارایه می گردد. در بخش دوم این مقاله مدلسازی سیتم پیشنهادی انجام پذیرفته و سپس در بخش سوم نتایج شبیه سازی ارایه شده است. در بخش چهارم نتایج حاصل از ساخت به همراه اعتبار سنجی آنها ارایه گردیده و نتیجه گیری نیز در بخش پنجم آمده است.

۲- مدلسازی سیستم تحریک استاتیک و فیلترها

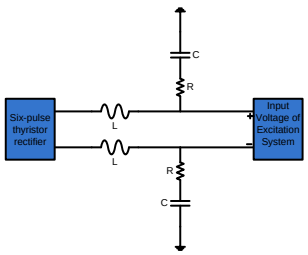
ساختار سیستم تحریک استاتیک در شکل (الف-۱) نشان داده شده است. این ساختار شامل ژنراتور سنکرون، یکسوساز شش پالسه تریستوری، ترانسفوماتور تحریک و فیلترها می باشد. در شکل (ب-۱) ساختار مبدل باک و در شکل (ج-۱) ساختار فیلتر پسیو پیشنهادی ارایه گردیده است.



(الف-۱)



(ب-۱)



(ج-۱)

شکل ۱: الف) ساختار سیستم تحریک استاتیک ژنراتور سنکرون
ب) ساختار مبدل باک ج) ساختار فیلتر اکتیو

۲-۱- محاسبه خازنهای پارازیتی

در این بخش خازنهای پارازیتی ژنراتور سنکرون ۵ کیلو وات با استفاده از مدلسازی عددی [۲۲-۲۳] به دست آمده اند. لیستی از سمبل-های بکار رفته در محاسبات خازنهای پارازیتی در قالب جدول (۱) معرفی گشته اند.

جدول ۱ : سمبلهای بکار برده شده برای محاسبه خازنهای پارازیتی

ردیف	سمبل	شرح سمبل
۱	ε_0	ضریب نفوذ پذیری خلا
۲	ε_R	ضریب نفوذ پذیری دی الکتریک
۳	R_B	شعاع ساچمه یاتاقان
۴	R_C	شعاع کلیریانس
۵	N_B	تعداد ساچمه
۶	C_B	خازن یاتاقان
۷	C_{SF}	خازن سیم پیچی استاتور به بدنه
۸	Ns	تعداد شیارهای استاتور
۹	L_S, W_D W_S	طول، عرض و ارتفاع هادی استاتور
۱۰	D	دی الکتریک
۱۱	K_{SF}	ضریب ثابت سیم پیچی استاتور به بدنه
۱۲	K_{SR}	ضریب ثابت استاتور به رتور
۱۳	N_R	تعداد هادی های رتور
۱۴	$W_R L_R$	طول و عرض رتور
۱۵	G	فاصله هوایی
۱۶	K_{RF}	ضریب ثابت رتور به بدنه
۱۷	R_S	شعاع داخلی استاتور
۱۸	R_R	شعاع خارجی رتور

برای بدست آوردن خازن یاتاقان از معادله (۱) استفاده می شود. خازن یاتاقان به ساختار هندسی یاتاقان، بار، سرعت، حرارت و مشخصات روغن وابسته است[۲۳].

$$C_b = \frac{N_b 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\left(\frac{1}{R_b}-\frac{1}{R_b+R_c}\right)} \quad (1)$$

در معادله (۱) N_b تعداد ساچمه های یاتاقان و R_b شعاع ساچمه و R_c شعاع کلیریانس می باشد. برای محاسبه این خازن می بایست ضریب دی الکتریک استفاده شده در یاتاقان را بدست آورد که در این ژنراتور از گریس در یاتاقانهای آن استفاده شده است.

برای محاسبه خازن سیم پیچی استاتور نسبت به بدنه از معادله (۲) استفاده می شود[۲۳].

$$C_{sf} = \frac{K_{sf} N_s \varepsilon_r \varepsilon_0 (W_d + W_s) L_s}{d} \quad (2)$$

همانطور که مشاهده می شود Ns تعدادشیارهای استاتور و L_s, W_d W_s به ترتیب طول، عرض و ارتفاع شیار استاتور می باشند. پارامتر d دی الکتریک سیم پیچ استاتور و $\varepsilon_0\varepsilon_r$ ضریب نفوذ پذیری خلا و دی الکتریک استفاده شده در سیم پیچی استاتور می باشد.در این معادله K_{sf} ضریب ثابت سیم پیچی استاتور به بدنه می باشد

محاسبه خازن استاتور به رتور با توجه به معادله (۳) انجام می پذیرد[۲۴].

$$C_{sr} = \frac{K_{sr} N_r \varepsilon_0 W_r L_r}{g} \quad (3)$$

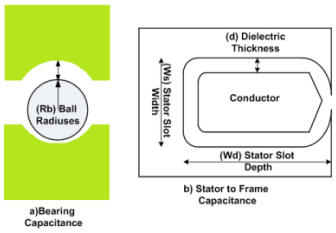
در این معادله N_r تعداد هادی های موازی رتور می باشند. L_r طول رتور و W_r عرض رتور است. پارامتر g فاصله هوایی بین استاتور و رتور بوده و K_{sr} ضریب ثابت استاتور به رتور است.

معادله (۴) نحوه محاسبه خازن رتور به بدنه را نشان می دهد[۲۴].

$$C_{rf} = \frac{K_{rf} \pi \varepsilon_0 L_r}{\ln(\frac{R_s}{R_r})} \quad (4)$$

در این معادله R_s شعاع داخلی استاتور و R_r شعاع خارجی رتور می باشند. پارامتر K_{rf} نیز ضریب ثابت رتور نسبت به بدنه می باشد.

در شکل (۲) نحوه بررسی ابعاد خازنهای پارازیتی ژنراتور سنکرون آمده است.



شکل ۲: ساختار بخش هایی از ژنراتور سنکرون برای محاسبه خازنهای پارارزیتی

۲-۲- مدل سازی فیلتر اکتیو

مقادیر مبدل باک طبق یک سری روابط ریاضی که در زیر آورده شده است طراحی شده اند. این مقادیر باید به گونه‌ای انتخاب شوند که در معادله (۵) و (۶) صدق کنند.

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} << \omega_n \quad (5)$$

$$\frac{1}{RC} << \frac{\omega_n}{Q} \quad (6)$$

L مقدار سلف، C مقدار خازن و ω_n مقدار فرکانس زاویه‌ای مبدل باک می‌باشد. رابطه (۶) رابطه میان مقاومت و خازن می‌باشد.

ω_n از رابطه(۷) بدست می‌آید. در این رابطه T_s پریود سوئیچینگ می‌باشد.

$$\omega_n = \frac{\pi}{T_s} \quad (7)$$

برای بدست آوردن مقدار ریپل خروجی مبدل باک از رابطه (۸) استفاده می شود.

$$\Delta V_0 = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{1}{C}\frac{1}{2}\frac{\Delta I_L}{2}\frac{T_s}{2} \quad (8)$$

$$\Delta I_L = \frac{V_0}{L}(1-D)T_s \quad (9)$$

با جایگذاری Δ_{IL} در رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = \frac{1}{8}\frac{T_s^2(1-D)}{LC} = \frac{\pi^2}{2}(1-D)\left(\frac{f_c}{f_s}\right)^2 \quad (10)$$

که در آن f_s فرکانس سوئیچینگ و fc فرکانس گوشه می باشد و از رابطه زیر بدست می آید

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (11).$$

رابطه(۱۰) نشان می‌دهد که ریپل ولتاژ خروجی را می‌توان با انتخاب فرکانس گوشه fc در فیلتر پایین گذر خروجی به شکلی انتخاب نمود که $fc << f_s$ باشد تا بتوان آن‌را به حداقل مقدار خود رساند. بنابراین می‌توانیم با تبدیل اسپایکهای حاصل از سوئیچینگ به ریپل با دامنه بسیار کم در خروجی یکسوساز تریستوری اثر خازنهای پارازیتی را کم نمود تا به تبع آن دامنه ولتاژ شفت نیز کاهش یابد. مبدل باک کنترل شونده به عنوان فیلتر اکتیو به منظور کاهش ولتاژ القایی شفت در نظر گرفته شده است. مبدل باک به دلیل داشتن رفتار مینیم فاز بر دیگر مبدلها ترجیح داده شده است.

۲-۳- مدل سازی فیلتر پسیو

هارمونیکها در بیشتر ادوات الکترونیک قدرت بر اثر سویچینگ مبدلها بوجود می آیند. آنالیز هارمونیکها نقش اساسی در سیستمهای کنترل را دارند.

اگر ولتاژ اعمال شده به فیلتر را با V و جریان عبوری از آن را با I نمایش دهیم، با فرض اینکه ω_0 سرعت زاویه ای در فرکانس اصلی و ω_r سرعت زاویه ای در فرکانس تشدید مربوط به مرتبه هارمونیکی n ام باشند، روابط الکتریکی حاکم بر این نوع فیلتر را می توان به صورت زیر نوشت[۱۶]:

$$\left.\begin{aligned} X_L &= L\omega_0 \\ X_C &= \frac{1}{C\omega_0} \\ (n\omega_0)^2 &= \frac{1}{LC} \end{aligned}\right\} \Rightarrow X_L = \frac{1}{n^2} X_C \quad (12)$$

$$Q_{ST} = \frac{n.X_L}{R} \quad (13)$$

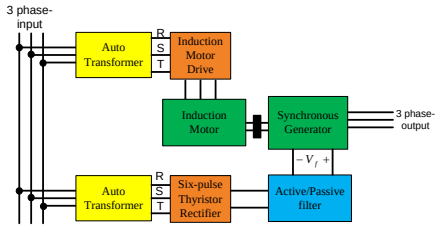
$$|I| = \frac{|V|}{\sqrt{R^2 + (X_c - X_L)^2}} \quad (14)$$

این فیلتر پایین گذر RLC به صورت متقارن در خروجی یکسوساز تریستوری مطابق شکل (۱) قرار می گیرد. کیفیت فیلتر طبق رابطه (۱۳) به صورت نسبت امپدانس سلفی فیلتر در فرکانس تشدید به مقاومت آن تعریف می گردد.

۳- شبیه سازی و نتایج حاصله

نتایج شبیه سازی در این بخش شرح داده شده است. بر این اساس در شکل (۳) شماتیک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده مورد مطالعه توسط نرم افزار متلب نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می-شود از شبکه سه فاز برای تغذیه اینورتر موتور القایی استفاده شده است.

استفاده از اینورتر به منظور راه اندازی نرم موتور القایی می باشد. موتور القایی به عنوان محرک اولیه ژنراتور سنکرون بوده و برای تغذیه DC این ژنراتور از یکسوساز شش پالسه تریستوری استفاده گردیده است. نتایج شبیه سازی بر اساس اعمال فیلتر پسیو و اکتیو در خروجی یکسوساز سیستم تحریک استاتیک بوده است.



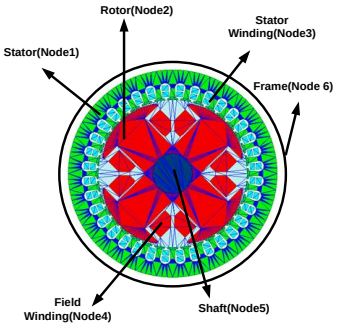
شکل ۳: شماتیک دیاگرام سیستم شبیه سازی

۳-۱ محاسبه خازنهای پارازیتی

برای محاسبه خازنهای پارازیتی ژنراتور سنکرون 5kw از نرم افزار MAXWELL به روش FEM استفاده شده است. با استفاده از نرم افزار Maxwell در حالت دو بعدی، ظرفیت خازنی بین دو هادی با شبیه سازی میدان الکتریکی ناشی از اختلاف پتانسیل اعمالی بدست می-آید.

$$C = \frac{2w_e}{v^2} \quad (15)$$

با محاسبه انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی، ظرفیت خازنی متناظر به این صورت رابطه (۱۵) قابل محاسبه است:



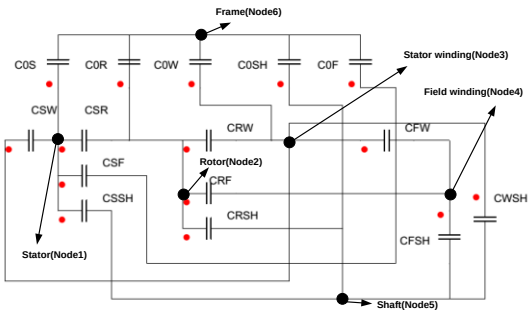
شکل ۴: گره بندی ژنراتور سنکرون به منظور محاسبه خازنهای پارازیتی

با گره بندی ژنراتور می‌توان خازنهای پارازیتی متقابل بین هر دو گره را بدست آورد. بنابراین ژنراتور به ۶ گره (نود) شامل استاتور، رتور، سیم پیچی استاتور، سیم پیچی رتور، شفت و قاب ژنراتور تقسیم بندی می شود. شکل (۴) هر یک از این قسمت ها را به صورت جداگانه نشان می‌دهد. پس از انجام گره بندی ژنراتور اکنون باید خازنهای پارازیتی متقابل هر یک از گره ها محاسبه شود. آنالیز الکترواستاتیک ژنراتور سنکرون توسط نرم افزار MAXWELL انجام شده و نتایج آن در جدول ۲ نشان داده شده است. در این جدول اندیس های S و W و R و SH و F و 0 به ترتیب استاتور، سیم پیچی استاتور، رتور، شفت، سیم پیچی میدان و فریم می باشند.

جدول ۲: مقادیر خازنهای پارازیتی

ردیف	خازنهای متقابل	مقدار خازن پارازیتی (pF)
۱	C_{SW}	8207.3
۲	C_{SR}	3480.7
۳	C_{SSH}	2319.3
۴	C_{SF}	1035.3
۵	C_{0R}	333.26
۶	C_{0S}	367.74
۷	C_{0W}	352.33
۸	C_{0F}	273.51
۹	C_{0SH}	332.68
۱۰	C_{RW}	2449
۱۱	C_{RF}	1418.2
۱۲	C_{RSH}	758.09
۱۳	C_{FW}	918.18
۱۴	C_{WSH}	2446.6
۱۵	C_{FSH}	1418.1

برای بررسی کاملتر ولتاژ شفت ناشی از سیستم تحریک استاتیک ژنراتور سنکرون می بایست اثرات خازنهای پارازیتی را بطور کامل در نظر گرفت. لذا توسعه مدلهای ارایه شده قبلی ضروری به نظر می رسد. برای انجام این کار می بایست تحلیل الکترواستاتیکی ژنراتور سنکرون بطور کامل انجام شود. در شکل (۵) خازنهای پارازیتی متقابل شش گره در ژنراتور سنکرون نشان داده شده است. با در نظر گرفتن گره ها می-توان کلیه خازنهای پارازیتی متقابل آنها را بدست آورد.



شکل ۵: خازنهای پارازیتی متقابل شش گره ژنراتور سنکرون

مقادیر جدول ۳ در واقع عناصر یک مبدل باک غیر ایده آل می-باشند. در مبدلهای الکترونیک قدرت ایده آل از در نظر گرفتن ESR(Equal Series Resistance) خازن و سلف و تلفات عناصر نیمه هادی صرف نظر می شود. دراین مقاله برای نزدیک کردن شبیه سازی ها به نتایج تجربی ، این پارامترها در شبیه سازی نیز در نظر گرفته شده است. در مبدل باک از کنترلر مد لغزشی برای کنترل ولتاژ خروجی استفاده شده است که این موضوع دینامیک مبدل را در پاسخ

به اغتشاشات بهتر نموده است. سطح لغزش کلید زنی سوئیچ است زیرا کنترل آن در دو سمت سطح لغزش در نظر گرفته می‌شود. با بسط دینامیکی معادله (۱۶) خواهیم داشت [۲۴]:

$$\dot{X} = f(x,t,u) \quad (16)$$

$$\dot{\sigma}(x) = C^T \dot{x} \cong 0 \quad (17)$$

با توجه به رابطه (۱۷) خواهیم داشت:

$$\dot{\sigma}(x) = \begin{cases} C^T Ax + C^T Bu^+ + C^T D < 0 & \text{for} \quad \sigma(x) > 0 \\ C^T Ax + C^T Bu^- + C^T D > 0 & \text{for} \quad \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (18)$$

اگر در مبدل باک نقطه کار روی سطح لغزش $\sigma(x)=0$ باشد سیستم در مد لغزشی است.

$$\sigma(x) = c_1 x_1 + \dot{x}_1 \approx 0 \quad (19)$$

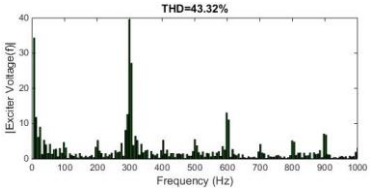
لذا خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \lambda_1(x) \cong \left(c_1 - \frac{1}{R_L C}\right) x_2 - \frac{1}{LC} x_1 - \frac{V_{ref}}{LC} < 0 & for \quad \sigma(x) > 0 \\ \lambda_2(x) \cong \left(c_1 - \frac{1}{R_L C}\right) x_2 - \frac{1}{LC} x_1 - \frac{Vin - V_{ref}}{LC} > 0 & for \quad \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (20)$$

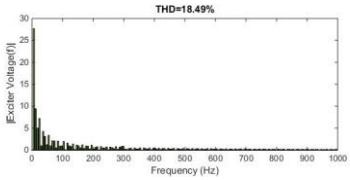
جدول ۳: پارامترهای فیلتراکتیو و پسیو

ردیف		پارامتر	مقدار
۱	فیلتر اکتیو	L (Inductance)	430 H
۲		R_L (Inductance resistance)	20 $m\Omega$
۳		C (Capacitor)	660 F
۴		R_C (resistance of capacitor)	80 $m\Omega$
۵		R_t (resistance in the transistor)	20 $m\Omega$
۶		R_D (diode resistor)	16 $m\Omega$
۷		V_g (input voltage)	15 V
۸		V_o (output voltage)	30 V
۹		T_s (switching period)	20 μs
۱	فیلتر پسیو	R (Resistance)	70 Ω
۲		L (Inductance)	560 H
۳		C (Capacitor)	470 F

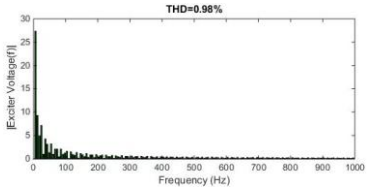
در شکل (۶) نتایج شبیه سازی مربوط به THD ولتاژ ورودی سیم پیچی تحریک در حالتهای بدون فیلتر، با فیلتر پسیو و با فیلتر اکتیو نشان داده شده است.



(الف-۶)



(ب-۶)

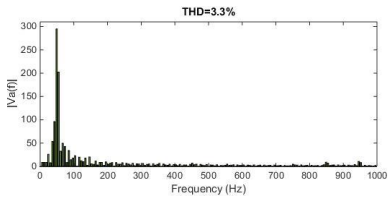


(ج-۶)

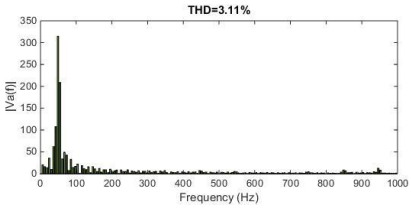
شکل ۶: نتایج شبیه سازی ولتاژ ورودی سیم پیچ تحریک الف) بدون فیلتر ب) با فیلتر پسیو ج) با فیلتر اکتیو

همان گونه که مشاهده می شود مقدار THD ولتاژ تحریک با استفاده از فیلتر اکتیو دارای مقدار بسیار کمی بوده که نشان دهنده عملکرد کنترلی مناسب مبدل باک در کاهش پیکهای فرکانس بالای سوئیچینگ تحریک استایک می باشد. کاهش پیک های فرکانس بالای ولتاژ ورودی سیم پیچ تحریک باعث کاهش اثر خازنهای پارازیتی و به تبع آن کاهش ولتاژ شفت ژنراتور سنکرون می گردد. خازنهای پارازیتی خازنهای مجازی هستند که در فرکانسهای بالا مسیرشان به سمت شفت بسته شده و موجب القای ولتاژ می شوند.

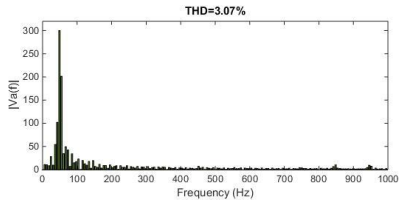
شکل (۷) نتایج شبیه سازی THD ولتاژ فاز"a" ژنراتور سنکرون را در حالتهای بدون فیلتر، با فیلتر پسیو و با فیلتر اکتیو نشان می دهد. همان طور که ملاحظه می شود THD ولتاژ فاز"a" در حالت بدون فیلتر 3.3% بوده و با فیلتر پسیو .3.11% و با اعمال فیلتر اکتیو به مقدار 3.07% رسیده است. بنابراین اثر خازنهای پارازیتی توسط فیلتر اکتیو به کمترین مقدار خود رسیده است.



(الف-۷)



(ب-۷)

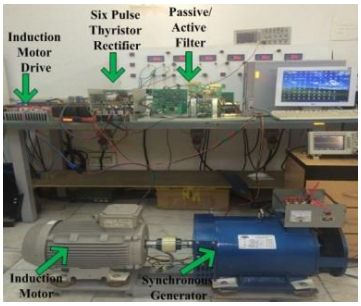


(ج-۷)

شکل ۷: نتایج شبیه سازی ولتاژ فاز"a" ژنراتور سنکرون الف) بدون فیلتر ب) با فیلتر پسیو ج) با فیلتر اکتیو

۴- ۴-نتایج حاصل از ساخت

شکل (۸) نمایی از تجهیزات ساخته شده آزمایشگاهی را نشان می دهد. این تجهیزات شامل درایو ، ژنراتور سنکرون 5kw، یکسوساز کنترل شونده تریستوری و فیلترها می باشد.



شکل ۸: نمای تجهیزات حاصل از ساخت

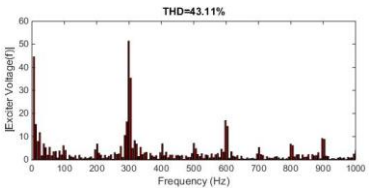
ابتدا ولتاژ سه فاز شبکه توسط اتو ترانسفورماتور کاهش یافته و سپس یکسوساز دیودی را تغذیه می کند. ولتاژ DC خروجی این یکسوساز به اینورتر دوسطحی که با مدولاسیون فضای برداری SVM کنترل می شود اعمال می گردد. وظیفه اینورتر راه اندازی نرم موتور القایی با کنترل ولتاژ و فرکانس آن می باشد.

از یک ترانس کاهنده AC/AC برای تغذیه یکسوساز شش پالسه تریستوری استفاده شده است. با کنترل زاویه آتش تریستورها می توان ولتاژ خروجی یکسوساز را کنترل نمود. با توجه به اینکه در نیروگاه های بزرگ از یکسوساز تریستوری استفاده می شود لذا برای ایجاد یک سیستم تحریک استاتیک در مقیاس کوچکتر از یکسوساز تریستوری استفاده شده است. ولتاژ DC خروجی یکسوساز به عنوان ولتاژ ورودی سیم پیچ تحریک می باشد.

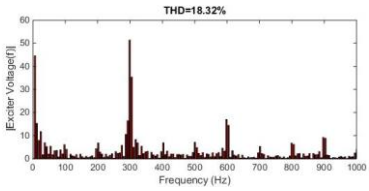
چون یاتاقانهای این ژنراتور به بدنه آن متصل هستند می بایست برای اندازه گیری ولتاژ شفت، لایه خارجی یاتاقان که به بدنه متصل است عایق بندی شود این کار توسط عایق پلی آمید مطابق شکل (۹) مقاله انجام شده است.با انجام این کار می توان ولتاژ هایی را که بر روی شفت بر اثر خازنهای پارازیتی القا می شوند را اندازه گیری نمود.

شکل ۹: نحوه عایق سازی یاتاقانهای ژنراتور

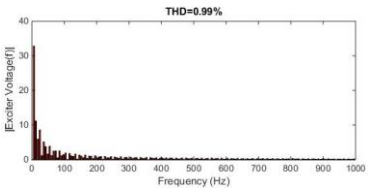
در شکل (۱۰) نتایج حاصل از ساخت مربوط به THD ولتاژ ورودی سیم پیچی تحریک در حالتهای بدون فیلتر، با فیلتر پسیو و با فیلتر اکتیو نشان داده شده است. دامنه ولتاژ القایی شفت به فیلتر های بخش DC یکسوساز وابسته است. بنابراین هر چقدر پیک های فرکانس بالاو ریپلهای ورودی به سیم پیچ تحریک ژنراتور سنکرون کاهش یابد اثر خازنهای پارازیتی کمتر شده و به تبع آن ولتاژ القایی شفت نیز کاهش می یابد. کاهش THD ولتاژ سیم پیچ تحریک توسط مبدل کنترل شونده باک دارای بیشترین مقدار بوده که نشان می دهد مبدل باک در کاهش اثر خازنهای پارازیتی نقش بسیار مهمی را ایفا نموده است. همانطور که مشاهده می شود نتایج بدست آمده حاصل از ساخت نتایج شبیه سازی را تایید می نماید.



(الف-۱۰)



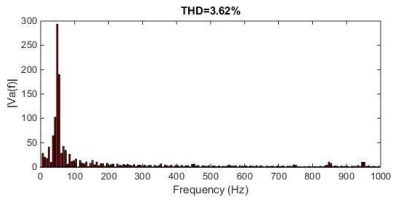
(ب-۱۰)



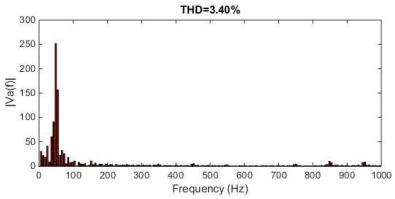
(ج-۱۰)

شکل ۱۰: نتایج حاصل از ساخت ولتاژ ورودی سیم پیچ تحریک الف) بدون فیلتر ب) با فیلتر پسیو ج) با فیلتر اکتیو

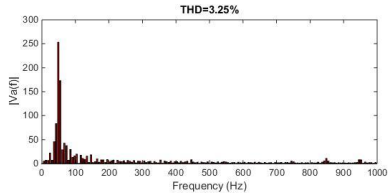
شکل (۱۱) نتایج حاصل از ساخت THD ولتاژ فاز"a" ژنراتور سنکرون را در حالتهای بدون فیلتر، با فیلتر پسیو و با فیلتر اکتیو نشان می دهد. کاهش THD به معنای کاهش پیک های فرکانس بالا می باشد. همان طور که ملاحظه می شود THD ولتاژ فاز"a" با فیلتر پسیو دارای کمترین مقدار است. بنابراین اثر خازنهای پارازیتی توسط فیلتر اکتیو به کمترین مقدار خود رسیده است.



(الف-۱۱)



(ب-۱۱)



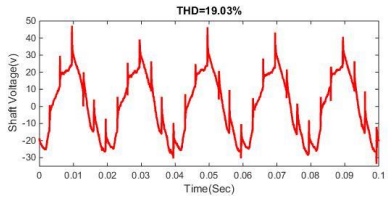
(ج-۱۱)

شکل ۱۱ : نتایج حاصل ازساخت ولتاژ فاز"a" ژنراتور سنکرون
الف) بدون فیلتر ب) با فیلتر پسیو ج) با فیلتر اکتیو

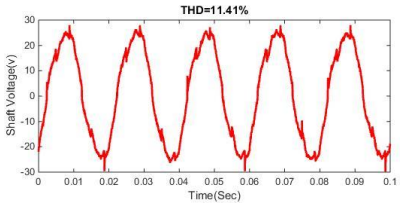
اندازه گیری ولتاژ شفت در هنگام چرخش رتور با استفاده از یک تسمه مسی که به دور رتور ژنراتور سنکرون پیچیده شده و آن تسمه نیز توسط یک فنر به بدنه محکم شده است انجام می شود. ولتاژ شفت نسبت به زمین آزمایشگاه توسط اسیلوسکوپ دیجیتال TDS2014 اندازه گیری شده است. در شکل (۱۲) ولتاژ های شفت نسبت به زمین آزمایشگاه در حالتهای بدون فیلتر، با فیلتر پسیو و با فیلتر اکتیو را نشان می‌دهد.

دامنه ولتاژ القایی شفت به فیلتر های بخش DC یکسوساز وابسته است. اسپایک های ناشی از روشن و خاموش شدن تریستورهای یکسوساز موجب ایجاد پیک های فرکانس بالا می شوند.با استفاده از مبدل باک این اسپایکها تبدیل به ریپلهایی با دامنه بسیار کم می شوند. اعمال این ولتاژ DC باریپل کم موجب کم اثر شدن خازنهای پارازیتی شده و دامنه ولتاژ القایی شفت را بطور موثری کاهش می دهد.

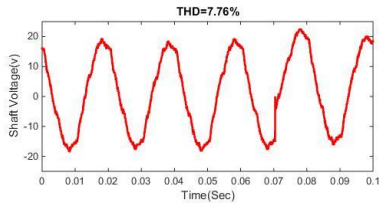
همانگونه که مشاهده گردید با مدولاسیون مناسب و کنترل ولتاژ خروجی مبدل باک می توان مقدار ولتاژ القایی شفت را به طور موثری کاهش داد. کنترل سیکل وظیفه سوئیچ مبدل باک باعث ثابت نگاه داشتن ولتاژ خروجی مبدل شده است.



(الف-۱۲)



(ب-۱۲)



(ج-۱۲)

شکل ۱۲ : ولتاژ شفت الف) بدون فیلتر ب) با فیلتر پسیو ج) با فیلتر اکتیو

در جدول (۴) مقادیر ولتاژ های شفت به همراه مقدار THD آن نشان داده شده است. مقدار دامنه ولتاژ شفت در حالتی که فیلتر در خروجی یکسوساز اعمال نشود به مقدار 80.8 ولت می رسد. در حالیکه با اعمال فیلتر پسیو این ولتاژ به مقدار 58.4 ولت کاهش می یابد. مقدار ولتاژ شفت با اعمال فیلتر اکتیو به مقدار 40.8 ولت کاهش یافته است. همانگونه که در شکل (الف-۱۲) مشاهده می شود پیک های فرکانس بالا با فرکانس 300Hz در یک پریود ولتاژ شفت حضور دارند.با اعمال فیلتر اکتیو این پیک های فرکانس بالا به کمترین مقدار خود رسیده است.

جدول ۴: مقایسه ولتاژ شفت و THD آن در حالتهای با و بدون فیلتر

موضوع	بدون فیلتر	با فیلتر پسیو	با فیلتر اکتیو
ولتاژ شفت (ولت)	80.8	58.4	40.8
THD ولتاژ شفت (٪)	19.3%	11.41 %	7.76%

با استفاده از فیلتر می توان پیک های فرکانس بالای سوئیچینگ یکسوساز تریستوری را کاهش داد. در حقیقت با کاهش این پیک های فرکانس بالا مسیر خازنهای پارازیتی متصل شده به شفت ژنراتور سنکرون بای پس می گردند لذا ولتاژ القایی شفت کاهش می یابد. این نکته قابل ذکر است که مبدل باک به عنوان فیلتر اکتیو بیشترین اثر را در کاهش ولتاژ شفت داشته است. این موضوع در نتایج شبیه سازی و ساخت به اثبات رسیده است.

۸- نتیجه‌گیری

دلالیل ایجاد ولتاژ شفت چهار منبع می باشد که در مقدمه بیان شده است. سیستم تحریک استاتیک بیشترین تاثیر را در ایجاد ولتاژ القایی شفت دارد. بنابراین حفاظت ژنراتورهای سنکرون باکاهش ولتاژ القایی شفت و جریان یاتاقان به مقدار مجاز ضروری به نظر می رسد. در سیستم تحریک استاتیک روشن و خاموش شدن تریستورها باعث ایجاد پیک های فرکانس بالا در خروجی DC یکسوساز می شوند. اثر این پیک های فرکانس بالا موجب بروز خازنهای پارازیتی در ژنراتور سنکرون می شود. وقتی مسیر خازنهای پارازیتی به شفت ژنراتور بسته شوند، بر روی آن ولتاژ القا می گردد. در این مقاله برای کاهش ولتاژ شفت ژنراتور سنکرون از فیلترهای پسیو و اکتیو در خروجی یکسوساز تریستوری استفاده شده است.

با توجه به اینکه دامنه ولتاژ شفت به فیلتر بخش DC یکسوساز وابسته است لذا استفاده از فیلتری همچون مبدل باک می تواند ولتاژ شفت را به میزان قابل توجه ای کاهش دهد. فیلترهای پسیو و اکتیو هر دو درکاهش ولتاژشفت نقش دارند اما مبدل باک کنترل شده که به عنوان فیلتر اکتیو در خروجی یکسوساز سیستم تحریک قرار داده شده است بیشترین کاهش ولتاژشفت را داشته است. مبدل باک به دلیل رفتار مینیمم فاز آن نسبت به دیگر مبدلها ترجیح داده شده است. خازنهای پارازیتی به روش FEM آنالیز و محاسبه شده اند. نتایج شبیه سازی و ساخت نشان می دهد فیلتر اکتیو تاثیر بیشتری در کاهش ولتاژ شفت ژنراتور دارد. این کاهش ولتاژ منجر به افزایش طول عمر یاتاقانهای ژنراتورهای سنکرون می شود.

مراجع

[1] R.K. Golkhandan, M.T. Bina, M.A. Golkar, A complete excitation-shaft-bearing model to overcome the shaft induced voltage and bearing current, Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference (PEDSTC), (2011) 362-366.

[2] Xu Dianguo; Gao Qiang; Wang Wei, "Design of a Passive Filter to Reduce Common-Mode and Differential-Mode Voltage Generated by Voltage-Source PWM Inverter," in IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference on , vol., no., pp.2483-2487, 6-10 Nov. 2006

[3] Gao Qiang; Xu Dianguo, "A New Approach to Mitigate CM and DM Voltage dv/dt Value in PWM Inverter Drive Motor Systems," in Applied Power Electronics Conference, APEC 2007 - Twenty Second Annual IEEE , vol., no., pp.1212-1216, Feb. 25 2007-March 1 2007

[4] Akagi, H.; Tamura, S., "A Passive EMI Filter for Eliminating Both Bearing Current and Ground Leakage Current From an Inverter-Driven Motor," in Power Electronics, IEEE Transactions on , vol.21, no.5, pp.1459-1469, Sept. 2006

[5] Akagi, H.; Tamura, S., "A Passive EMI Filter for Eliminating Both Bearing Current and Ground Leakage Current from an Inverter-Driven Motor," in Power Electronics Specialists Conference, 2005. PESC '05. IEEE 36th , vol., no., pp.2442-2450, 16-16 June 2005

[6] Kalaiselvi, J.; Srinivas, S., "Passive common mode filter for reducing shaft voltage, ground current, bearing current in dual two level inverter fed open end winding induction motor," in Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), 2014 International Conference on , vol., no., pp.595-600, 22-24 May 2014

[7] Esmaeli, A., "Mitigation of the adverse effects of PWM inverter through passive cancellation method," in Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2006. ISSCAA 2006. 1st International Symposium on , vol., no., pp.5 pp.-751, 19-21 Jan. 2006

[8] Pairodamonchai, P.; Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S., "Design and Implementation of a Hybrid Output EMI Filter for High-Frequency Common-Mode Voltage Compensation in PWM Inverters," in Industry Applications, IEEE Transactions on , vol.45, no.5, pp.1647-1659, Sept.-oct. 2009

[9] Hyypio, D., "Mitigation of bearing electro-erosion of inverter-fed motors through passive common-mode voltage suppression," in Industry Applications, IEEE Transactions on , vol.41, no.2, pp.576-583, March-April 2005

[10] A. Kumar Datta, M. Dubey, S. Jain, Modelling and Simulation of Static Excitation System in Synchronous Machine Operation and Investigation of Shaft Voltage, Advances in Electrical Engineering journal, (2014).

[11] U.T. shami, H. Akagi, Experimental Discussions on a Shaft End-to-End Voltage Appearing in an Inverter-Driven Motor, IEEE Trans. Power Electron, 24 (6) (2009) 1532-1540.

[12] A. Muetze, On a new type of inverter-Induced bearing current in large drives with one journal Bearing, IEEE Trans. Ind. Appl. 46 (1) (2010) 240-248.

[13] M.E. Adabi, A. Vahedi, A survey of shaft voltage reduction strategies for induction generators in wind energy applications, Renewable Energy, 50 (2013) 177-187.

[14] A. Muetze, A. Binder, Calculation of influence of insulated bearings and insulated inner bearing seats on circulating bearing currents in machines of inverter-based drive systems, IEEE Trans. Ind. Appl. 42 (4) (2006) 965-972.

[15] F. Wang, Motor shaft voltages and bearing currents and their reduction in multilevel medium-voltage PWM voltage-source-inverter drive applications, IEEE Trans. Ind. Appl.36 (5), (2000) 1336-1341.

[16] X. Dianguo, G. Qiang, W. Wei, Design of a passive filter to reduce common-mode and differential-mode voltage generated by voltage-source PWM inverter, IEEE Industrial Electronics, IECON (2006).

[17] W. Sanmin, N. Zargari, W. Bin, S. Rizzo, Comparison and mitigation of common mode voltage in power converter topologies, Industry Applications Conference, (2004). 3 1852-1857 vol.3.

[18] U.T. Shami, H. Akagi, Identification and discussion of the origin of a shaft end-to-end voltage in an inverter-driven motor, IEEE Trans. Power Electron, 25 (6) (2010) 1615-1625.

[19] Y. Isomura, K. Yamamoto, S.Morimoto, T. Maetani,; A. Watanabe, K. Nakano, Study of the further reduction of shaft voltage of brushless DC motor with insulated rotor driven by PWM inverter, Power Electronics and Drive Systems (PEDS), (2013), 1184-1189.

[20] F.Zare, Practical approach to model electric motors for electromagnetic interference and shaft voltage analysis, IET Electr. Power Appl. 4 (9) (2010) 727-738.

[21] J.Adabi, F.Zare, A. Ghosh, End-winding effect on shaft voltage in AC generators, Power Electronics and Applications, (2009). 10, 8-10.

[22] D. Busse, J.Erdman, R.J. Kerkman, D. Schlegel, G. Skibinski, System electrical parameters and their effects on bearing currents, IEEE Trans. Ind. Appl.33 (2) (1997) 577-584.

[23] W. H. Hayt, Engineering Electromagnetics, 5th ed. New York:McGraw-Hill, 1989.

[24] Hao-Ran Wang; Guo-Rong Zhu; Dong-Hua Zhang; Wei Chen; Yu Chen"On The Practical Design of a Single-Stage Single-Switch Isolated PFC Regulator Based on Sliding Mode Control" IEEE conf.Power Electron, vol.1, pp.719-724, 2012.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۸۵-۷۷

تحلیل پایداری سیستم‌های سوئیچ‌شوندهٔ خطی گسسته‌زمان با در نظر گرفتن تاخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری

نصراله اعظم بالغی[۱]، محمدحسین شفیعی[۲]

[۱]دانشجوی دکتری، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، n.baleghi@sutech.ac.ir
[۲]استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، Shafiei@sutech.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۹/۲۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱۲/۱)

چکیده: در این مقاله شرایط پایداری برای یک سیستم سوئیچ‌شوندهٔ خطی گسسته‌زمان در حضور عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. تاخیر به‌صورت متغیر با زمان اما محدود فرض شده و براساس تابعی‌های لیاپانوف، شروط کافی جهت تعیین حد بالای مجاز برای تاخیر زمانی مورد جستجو قرار می‌گیرد. علاوه براین، روش زمان سکون میانگین که یکی از ابزارهای موثر جهت بررسی پایداری در سیستم‌های سوئیچ‌شونده است، جهت استخراج این شروط مورد استفاده قرار می‌گیرد. شروط بدست‌آمده، شرایطی برای سیگنال کلیدزنی مشخص می‌سازد که هیچ وابستگی به عدم قطعیت موجود در سیستم ندارد. درحقیقت، در این مقاله برای نخستین بار تحلیل پایداری یک سیستم سوئیچ‌شونده خطی گسسته‌زمان دارای تاخیر و با فرض عدم قطعیت پارامتری ارائه می شود. در نهایت جهت تائید نتایج تئوری این مقاله، یک مثال عددی آورده می‌شود.

کلمات کلیدی: سیستم‌های سوئیچ‌شونده خطی گسسته‌زمان، تحلیل پایداری، عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی.

Stability Analysis of Discrete-time Switched Linear Systems in the Presence of Time-delay and Parametric Uncertainties

Nasrollah Azam Baleghi, Mohammad Hossein Shafiei

Abstract: This paper studies the stability conditions of discrete-time switched linear systems in the presence of parametric uncertainties and time-delay. The time-varying delay is assumed to be unknown but bounded. Based on the discrete Lyapunov functional, sufficient conditions are investigated to determine the upper bound of admissible time-delay. Furthermore, the average dwell time method that is an effective tool for stability analysis of switched systems is used to derive the exponential stability conditions. These conditions characterize the switching signal that does not depend on any uncertainties. Finally, numerical example is provided to verify the theoretical results.

Keywords: Discrete-time switched linear systems, Stability Analysis, Parametric Uncertainty and Time-delay.

۱- مقدمه

سیستم‌های سوئیچ‌شونده یکی از زیرمجموعه‌های پرکاربرد در بین سیستم‌های هیبرید[1] بوده، به‌طوری‌که مدل‌سازی دسته وسیعی از سیستم‌های فیزیکی قابل ارائه در این فرم است. از آن جمله می‌توان سیستم‌های الکترونیک قدرت، فرآیندهای شیمیایی، سیستم‌های کنترل شبکه، صنایع اتومبیل و... را نام برد [۱-۳]. این نوع از سیستم‌ها، از

[1] Hybrid Systems

تعدادی زیرسیستم که توسط یک قانون کلیدزنی[1] فعال می‌شوند، تشکیل می‌شود. زیرمجموعه‌های دیگری نیز برای سیستم‌های هیبرید نظیر مدل‌های خطی‌تبار تکه‌ای[2]، سیستم‌های مکمل[3]، مدل‌های دینامیکی منطقی مرکب[4] و... ارائه شده‌است [۴].

وجود تاخیر زمانی در بسیاری از سیستم‌های عملی خصوصاً سیستم‌های سوئیچ‌شونده، امری معمول بوده که موجب ناپایداری و کاهش کارآیی در سیستم‌های کنترلی می‌شود [۵]. سیستم‌های سوئیچ‌شوندهٔ دارای تاخیر زمانی، کاربردهای گوناگونی در مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های عملی نظیر سیستم‌های کنترل شبکه [۶]، کنترل پرواز [۷]، فرآیند تصفیهٔ آب [۸-۹] و ... دارند. اصولاً در مراجع، دو رویکرد در مواجه با تحلیل پایداری برای سیستم‌های دارای تاخیر زمانی مورد بررسی قرار گرفته است [۱۰]. در رویکرد اول که تحلیل پایداری مستقل از تاخیر[5] است، پایداری سیستم به ازای تمامی محدودهٔ تاخیر زمانی ارزیابی می‌شود. در این حالت هیچگونه اطلاعاتی از تاخیر زمانی، در تحلیل مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. رویکرد دوم، تحلیل پایداری وابسته به تاخیر[6] است. در این حالت، حدود بالا و پایین تاخیر زمانی و در بعضی حالات، تغییرات زمانی آن در تحلیل پایداری مورد استفاده قرار می‌گیرد. رویکرد اول به دلیل عدم استفاده از اطلاعات مربوط به تاخیر زمانی، از محافظه‌کاری بیشتری برخوردار است [۱۰]. بنابراین بیشتر محققین بر روی رویکرد دوم متمرکز شده و تحلیل پایداری را در این حالت مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۱-۱۳]. از جمله مهمترین روش‌های رایج مورد استفاده در هر دو رویکرد در بررسی پایداری سیستم‌های دارای تاخیر زمانی، دو روش تابع لیاپانوف-رزومخین[7] و تابعیِ لیاپانوف-کراسووسکی[8] می‌باشند. روش تابعیِ لیاپانوف-کراسووسکی دارای محافظه‌کاری کمتری نسبت به روش لیاپانوف-رزومخین بوده [۱۴-۱۵]، بنابراین در طیف گسترده‌ای از مطالعات، نظیر کنترل پیش‌بین و ردیابی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۶]. نکته اصلی در استفاده از روش تابعیِ لیاپانوف-کراسووسکی، ساخت تابعی‌های مشخص است و مهمترین مزیتی که دارد این است که شرایط کافی برای پایداری سیستم‌های دارای تاخیر زمانی را می‌توان در غالب نامساوی‌های ماتریسی خطی بیان نمود [۱۷].

از سویی دیگر، یکی از مسائل اساسی در تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده، مقاوم بودن آن است. وجود عدم قطعیت، جزء جدایی‌ناپذیر در سیستم‌های دینامیکی است. از این رو بررسی تاثیر آن بر سیستم، جایگاه مهمی در علم کنترل دارد. مدل‌سازی تقریبی سیستم‌ها و تغییر پارامترهای فیزیکی آنها با مرور زمان، باعث به‌وجود آمدن تغییر در ماتریس‌های ساختار موجود در مدل سیستم می‌شود. عدم قطعیت پارامتری[9] که از نوع عدم قطعیت‌های ساختاریافته[10] است، یکی از انواع مهم عدم قطعیت در سیستم‌ها است. در سیستم‌های سوئیچ شونده با توجه به اینکه از تعدادی زیرسیستم تشکیل شده‌است، عدم قطعیت در هر مدل می‌تواند به صورت جداگانه وجود داشته باشد. دو دسته اساسی از عدم قطعیت در سیستم‌های سوئیچ شونده که در مقالات مورد بررسی قرار گرفته‌اند، عبارتند از: عدم قطعیت چند وجهی[11] و عدم قطعیت دارای نرم محدود[12]. عدم قطعیت پارامتری را می‌توان با محافظه‌کاری بیشتر به عدم قطعیت چند وجهی تبدیل نمود. اما این محافظه‌کاری بیشتر، باعث از دست رفتن اطلاعات در مورد عدم قطعیت موجود در پارامترهای سیستم می‌شود. گرچه مقالات زیادی در مورد دو نوع عدم قطعیت چند وجهی و عدم قطعیت نرم‌محدود وجود دارد [۱۸-۲۲]، اما در زمینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده دارای عدم قطعیت پارامتری کارهای بسیار کمی صورت گرفته‌است [۲۳ -۲۴].

در سیستم‌های سوئیچ‌شونده به‌خاطر خاصیت کلیدزنی و ایجاد رفتارهای پیچیده، بررسی پایداری از اهمیت بالایی برخوردار است. از سال ۱۹۹۰ تا به امروز، بررسی پایداری این نوع از سیستم‌ها مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته‌است [۲۵-۲۷]. عموماً تا به امروز سه مساله در تحلیل پایداری و طراحی، برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده مورد توجه بوده‌است [۲۸]: ۱- پیدا نمودن شرایط پایداری تحت کلیدزنی دلخواه، ۲- شناسایی سیگنال‌های کلیدزنی پایدارساز برای زیرمجموعه‌های پایدار، ۳- ساخت یک سیگنال کلیدزنی پایدارساز. روش‌های موثر زیادی در مقالات برای حل این سه مساله ارائه شده است؛ بعنوان مثال، روش تابع لیاپانوف چندگانه [۲۹-۳۰]، روش تابع لیاپانوف تکه‌ای [۳۱-۳۲]، روش تابع لیاپانوف سوئیچ‌شونده [۳۳-۳۴] و روش زمان سکون میانگین[13] [۳۵-۳۹]، از انواع مهم روش‌های بررسی پایداری می‌باشند. در مقایسه با نتایجی که در حل مسائل اول و سوم بدست‌آمده است، پژوهش‌های کمتری در مورد حل مساله دوم برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده دارای تاخیر زمانی وجود دارد. مساله دوم به پیدانمودن سیگنال‌های کلیدزنی پایدارساز در سیستم‌های سوئیچ‌شونده‌ای می‌پردازد که تمامی زیرسیستم‌ها پایدارند. اصولاً اگر کلیدزنی به‌قدرکافی آهسته انجام گیرد، پایداری سیستم تضمین می‌شود [۲۸]. همچنین می‌دانیم که زمان سکون و زمان سکون میانگین، دو ابزار مفید برای بررسی آهسته بودن کلیدزنی‌ها می‌باشند. با استفاده از روش بررسی زمان سکون میانگین، مسالهٔ پایداری برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده پیوسته‌زمان و گسسته‌زمان دارای تاخیر زمانی در [۴۰-۴۱] مورد بررسی قرار گرفته‌است. اما در زمینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده‌ای که به‌صورت همزمان

[1] Switching rule
[2] Piecewise affine models
[3] Complementarity Systems
[4] Mixed logical dynamic models
[5] Delay-independent stability analysis
[6] Delay-dependent stability analysis
[7] Lyapunov–Razumikhin function
[8] Lyapunov–Krasovskii functional
[9] Parametric uncertainty
[10] Structured uncertainty
[11] Polytopic uncertainty
[12] Norm-bounded uncertainty
[13] Average dwell time method

دارای عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی می‌باشند، تحقیقی صورت نگرفته است.

در این مقاله تحلیل پایداری برای یک سیستم سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان در حضور تاخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری مورد بررسی قرار می‌گیرد. با استفاده از تابعی‌های لیاپانوف و روش بررسی زمان سکون میانگین، به بررسی حل مسالهٔ دوم پرداخته می‌شود. نوآوری‌های این مقاله را می‌توان در دو حوزه بیان نمود. در اولین گام، شرایط پایداری در حضور عدم قطعیت براساس نامساوی‌های ماتریسی خطی تعیین می‌شود. به‌طوری‌که حد بالای مجاز برای تاخیر زمانی، با استفاده از ساخت تابعی‌های لیاپانوف و استفاده از ابزار تبدیل متغیر حالت تعیین می‌گردد. در گام بعد، براساس روش زمان سکون میانگین، یک کلاس از سیگنال‌های کلیدزنی که پایداری سیستم را تضمین می‌کنند، شناسایی می‌شود. در مجموع این شروط بیان می‌کنند که اگر تمامی زیرسیستم‌ها پایدار نمائی باشند و زمان سکون میانگین برای سیگنال کلیدزنی نیز از حد مشخصی بزرگتر باشد، آنگاه پایداری نمائی سیستم سوئیچ‌شونده حفظ خواهد شد. همچنین نشان داده می‌شود، چنانچه نامساوی‌های ماتریسی برای یک حالت خاص دارای جواب باشند، آنگاه پایداری تحت کلیدزنی دلخواه نیز تضمین خواهد شد.

در ادامه مقاله، در بخش بعد تعریف مساله و تعدادی لم که در نتایج بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرند، ارائه می‌شود. بخش سوم که شامل نتایج اصلی این مقاله است، به بررسی شروط کافی برای پایداری پرداخته وشامل یک قضیه در همین راستا است. جهت بررسی و تائید نتایج، در بخش چهارم یک مثال عددی آورده می‌شود. در نهایت، نتیجه‌گیری این مقاله در بخش آخر ارائه می‌شود.

۲- بیان مساله

سیستم سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان و دارای تاخیر زمانی زیر را در نظر بگیرید:

$$S_{\sigma(k)}: \begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}x(k-d(k)) \\ x(l) = \phi(l), \quad l = k_0 - \bar{d}, k_0 - \bar{d} + 1, \dots, k_0 \end{cases} \qquad (۱)$$

که در آن $x(k) \in R^n$ حالت سیستم، $\phi(l)$ یک تابع اولیهٔ برداری، k_0 زمان اولیه و $d(k)$ که $0 \le d(k) \le \bar{d}$ تاخیر زمانی موجود در سیستم می‌باشند. ماتریس‌های A_i و B_i با $i = 1, \dots, m$ ماتریس‌های دارای عدم قطعیت سیستم بوده که در ادامه معرفی می‌شوند. همچنین $\sigma(k) : Z \to M = \{1, \dots, m\}$ یک سیگنال کلیدزنی بوده که m یک عدد صحیح محدود و Z مجموعه اعداد صحیح مثبت می‌باشند.

زیرسیستم‌های مربوط به سیستم (۱) را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$S_i: \begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i x(k-d(k)) \quad i \in M, \\ x_{k_0}(l) = x(k_0 + l), \quad l = -\bar{d}, -\bar{d}+1, \dots, 0 \end{cases} \qquad (۲)$$

که در آن ماتریس‌های A_i و B_i ماتریس‌های دارای عدم قطعیت پارامتری بوده و به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$A_i = A_i^0 + \sum_{j=1}^{r} \delta p_j E_j^i , \qquad (۳)$$

$$B_i = B_i^0 + \sum_{j=1}^{r} \delta p_j F_j^i . \qquad (۴)$$

در ماتریس‌های بالا، A_i^0 و B_i^0، ماتریس‌هایی ثابت و معین، r تعداد عدم قطعیت‌های پارامتری و $\delta p_j \in [-e_j, e_j]$ که $j = 1, \dots, r$، انحراف موجود مربوط به پارامتر عدم قطعیت jام در ماتریس‌های A_i^0 و B_i^0 است. ماتریس‌های E_j^i و F_j^i ماتریس‌های ساختار عدم قطعیت با پارامترهای مشخص بوده و نشان می‌دهند که ماتریس‌های A_i^0 و B_i^0 تا چه حد به پارامتر عدم قطعیت δp_j وابسته می‌باشند. هنگامی که عدم قطعیت وجود نداشته باشد، ماتریس‌های E_j^i و F_j^i صفر می‌باشند.

تعاریف و لم‌های زیر در نتایج آتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. زمان سکون میانگین در سیستم‌های سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف ۱ [۳۸-۳۹]: فرض کنید برای هر $k \ge k_0$ و هر سیگنال کلیدزنی $\sigma(\tau)$ که $k_0 < \tau < k$، تعداد کلیدزنی‌ها با N_σ نشان داده شود. اگر برای یک $N_0 \ge 0$ و $T_a > 0$ نامساوی $N_\sigma \le N_0 + \frac{k-k_0}{T_a}$ برقرار باشد، آنگاه T_a به عنوان زمان سکون میانگین سیگنال کلیدزنی تعریف می‌شود. همچنین در این رابطه، N_0 باند چترینگ سیگنال است.

در ادامه بدون از دست‌دادن کلیت تعریف و جهت سادگی فرض می‌کنیم که $N_0 = 0$.

تعریف ۲ [۴۱]: سیستم (۱) را پایدار نمائی گویند، اگر برای هر شرط اولیهٔ $(k_0, \phi) \in R^+ \times C^n$، جواب‌های سیستم در رابطه زیر صدق کنند:

$$\|x(k)\| \le c\lambda^{-(k-k_0)} \|\phi\|_L, \quad \forall\, k \ge k_0 \qquad (۵)$$

که در آن $\|\phi\|_L = sup_{k_0-\bar{d} \le l \le k_0} \|\phi(l)\|$ و $c > 0$ ضریب محو و $\lambda > 1$ نرخ محو می‌باشند.

لم ۱(لم شور) [۴۲]: نامساوی زیر

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{bmatrix} < 0, \qquad (۶)$$

که در آن $Q(x)$ و $R(x)$ ماتریس‌های متقارن و $R(x)$ غیرتکین است، معادل روابط زیر

$$R(x) < 0, \quad Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) < 0 \qquad (۷)$$

است.

لم ۲ [۴۳]: برای هر ماتریس معین مثبت P، حالت‌های زیر معادلند:

- برای هر بردار $x \in R^n$ داریم: $x^T P x > 0$.
- تمام مقادیر ویژه ماتریس P، مثبت هستند.

- برای ماتریس غیرتکین B داریم: $P = B^T B$

لم ۳ : برای ماتریس‌های $X_i \in \mathbb{R}^{n\times m}$ که $i = 1, \dots r$ و هر ماتریس معین مثبت P، نامساوی‌های زیر برقرار می‌باشند:

$$X_1^T P X_2 + X_2^T P X_1 \;\le\; X_1^T P X_1 + X_2^T P X_2 \qquad (۸)$$

و همچنین

$$(X_1 + \cdots + X_r)^T P (X_1 + \cdots + X_r) \le r(X_1^T P X_1 + \cdots + X_r^T P X_r) \qquad (۹)$$

اثبات: ماتریس H را به‌صورت

$$H := X_1^T P X_1 + X_2^T P X_2 - X_1^T P X_2 - X_2^T P X_1$$

در نظر بگیرید. برطبق لم قبل، می‌توان ماتریس معین مثبت P را به‌صورت $P = B^T B$ در نظر گرفت. اکنون برای هر بردار v، بردارهای $v_i := BX_i v,\ i = 1,2$ را در نظر بگیرید. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} v^T H v &= v_1^T v_1 + v_2^T v_2 - v_1^T v_2 - v_2^T v_1 \\ &= (v_1 - v_2)^T (v_1 - v_2) \ge 0 \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

بنابراین ماتریس H یک ماتریس نیمه معین مثبت خواهد بود. با بسط این ماتریس، نامساوی (۸) اثبات می‌شود. نامساوی (۹) نیز با استفاده از جایگذاری نامساوی (۸) قابل اثبات است. بنابراین اثبات کامل می‌شود.■

۳- تحلیل پایداری

در این بخش، شروط کافی جهت پایداری سیستم سوئیچ‌شوندهٔ گسسته‌زمان و دارای تاخیر زمانی (۱) با در نظر گرفتن ماتریس‌های دارای عدم قطعیت پارامتری (۴)-(۳) بدست می‌آید. در ابتدا تخمینی از کاهش تابعیِ لیاپانوف در نظر گرفته‌شده به‌همراه تبدیل متغیر حالت، بدست می‌آید. در ادامه با استفاده از تعریف زمان سکون میانگین، شروط اصلی برای پایداری سیستم مشخص می‌گردد. نشان داده می‌شود که اگر تمامی زیرسیستم‌ها پایدار باشند و زمان سکون میانگین برای سیگنال کلیدزنی نیز از حد مشخصی بزرگتر باشد، آنگاه سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری (۴)-(۳) پایدار خواهد بود. در ادامه این نتایج، در قالب قضیه زیر بیان می‌گردد.

قضیه ۱- برای یک کمیت مشخص $\lambda > 1$، تغییرات $\delta p_j \in [-e_j,\ e_j]$ که $j = 1, \dots, r$ و هر تاخیر زمانی متغیر با زمان $d(k)$ که $0 \le d(k) \le \bar{d}$، اگر ماتریس‌های معین مثبت $P_i > 0, Q_i > 0$ برای $i \in M$ وجود داشته باشند به نحوی که نامساوی‌های

$$\begin{bmatrix} \Pi_{1i} & 0 & \bar{r}\bar{A}_i^T P_i \\ * & \Pi_{2i} & \bar{r}\bar{B}_i^T P_i \\ * & * & -P_i \end{bmatrix} < 0 \qquad (۱۱)$$

که در آن

$$\Pi_{1i} = \bar{r}^2\left(1 - \lambda^{-\bar{d}}\right)\left(\bar{A}_i^T P_i \bar{A}_i\right) + \sum_{j=1}^{r} \left(\bar{E}_j^i\right)^T P_i \bar{E}_j^i - P_i + Q_i,$$

$$\Pi_{2i} = \sum_{j=1}^{r} \left(F_j^i\right)^T P_i F_j^i - Q_i$$

با $\bar{A}_i = \lambda A_i$، $\bar{B}_i = \lambda^{\bar{d}+1} B_i$، $\bar{r} = \sqrt{(2r+1)}$، $\bar{E}_j^i = \bar{r}\lambda e_j E_j^i$ و $\bar{F}_j^i = \bar{r}\lambda^{\bar{d}+1} e_j F_j^i$ برقرار باشند، آنگاه برای تابعیِ لیاپانوف

$$\begin{aligned} V_i(k) &= x^T(k) P_i x(k) \\ &+ \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} \lambda^{2(s-k)} x^T(s) Q_i x(s), \end{aligned} \qquad (۱۲)$$

در راستای سیستم (۲) داریم:

$$V_i(k) \le \lambda^{-2(k-k_0)} V_i(k_0), \qquad k \ge k_0 \qquad (۱۳)$$

همچنین اگر ثابت $\mu \ge 1$ وجود داشته باشد به نحوی که نامساوی‌های

$$P_\alpha \le \mu P_\beta, \quad Q_\alpha \le \mu Q_\beta, \qquad \forall\, \alpha, \beta \in M \qquad (۱۴)$$

برقرار باشند، آنگاه سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) با نرخ محو λ^ρ که $\rho = -\frac{\ln \mu}{2T_a \ln \lambda} + 1$، پایدار نمائی بوده و زمان سکون میانگین سیستم نیز $T_a > T_a^* = \frac{\ln \mu}{2 \ln \lambda}$ است.

اثبات- با استفاده از تبدیل حالت $x(k) = \lambda^{-(k-k_0)}\xi(k)$ و تعریف $\tilde{B}_i = \lambda^{d(k)+1} B_i$، سیستم (۲) را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \bar{A}_i \xi(k) + \tilde{B}_i \xi(k - d(k)), & i \in M, \\ \xi_{k_0}(l) = \xi(k_0 + l) = \lambda^l x_{k_0}(l), \end{cases} \qquad (۱۵)$$

که در آن $\bar{A}_i = \lambda A_i$. حال تابعیِ لیاپانوف زیر را برای سیستم بالا انتخاب می‌کنیم:

$$W_i(k) = \xi^T(k) P_i \xi(k) + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} \xi^T(s) Q_i \xi(s) \qquad (۱۶)$$

که در آن $P_i > 0, Q_i > 0$ می‌باشند. از آنجایی که $0 \le d(k) \le \bar{d}$ داریم:

$$\sum_{s=k+1-d(k+1)}^{k-1} \xi^T(s) Q_i \xi(s) \le \sum_{s=k+1-d(k)}^{k-1} \xi^T(s) Q_i \xi(s) \qquad (۱۷)$$

بنابراین برای $\Delta W_i(k)$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta W_i(k) &= W_i(k+1) - W_i(k) \\ &= \xi^T(k+1) P_i \xi(k+1) - \xi^T(k) P_i \xi(k) \\ &\quad + \xi^T(k) Q_i \xi(k) - \xi^T(k \\ &\quad - d(k)) Q_i \xi(k - d(k)) \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

با جایگذاری ماتریس‌های دارای عدم قطعیت (۴)-(۳) و همچنین (۱۵) در عبارت بالا، داریم:

$$\begin{aligned}\Delta W_i(k) = &\left(\left(\bar{A}_i^0 + \lambda\sum_{j=1}^{r}\delta p_j\, E_j^i\right)\xi(k) + \left(\tilde{B}_i^0 + \lambda^{d(k)+1}\sum_{j=1}^{r}\delta p_j F_j^i\right)\xi(k-d(k))\right)^T P_i\left(\left(\bar{A}_i^0 + \lambda\sum_{j=1}^{r}\delta p_j E_j^i\right)\xi(k) + \left(\tilde{B}_i^0 + \lambda^{d(k)+1}\sum_{j=1}^{r}\delta p_j F_j^i\right)\xi(k-d(k))\right) - \xi^T(k)P_i\xi(k) \\ &+ \xi^T(k)Q_i\xi(k) - \xi^T(k-d(k))Q_i\xi(k-d(k))\end{aligned} \tag{۱۹}$$

که در آن $\bar{A}_i^0 = \lambda A_i^0$ و $\tilde{B}_i^0 = \lambda^{d(k)+1}B_i^0$.

با استفاده از لم ۳ و در نظرگرفتن $\delta p_j \in [-e_j, e_j]$ برای $j = 1, \dots, r$ داریم:

$$\begin{aligned}\Delta W_i(k) \le\ & \eta^T(k)\begin{bmatrix}\bar{r}(\bar{A}_i^0)^T \\ \bar{r}(\tilde{B}_i^0)^T\end{bmatrix}P_i[\bar{r}\bar{A}_i^0 \quad \tilde{B}_i^0]\eta(k) \\ &+\eta^T(k)\begin{bmatrix}\sum_{j=1}^{r}(\bar{E}_j^i)^T P_i\bar{E}_j^i - P_i + Q_i & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^{r}(F_j^i)^T P_i F_j^i - Q_i\end{bmatrix}\eta(k)\end{aligned} \tag{۲۰}$$

که در آن $\eta(k) = [\xi^T(k), \xi^T(k-d(k))]^T$، $\bar{r} = \sqrt{(2r+1)}$، $\bar{E}_j^i = \bar{r}\lambda^{\bar{d}+1}e_j F_j^i$ و $\bar{E}_j^i = \bar{r}\lambda e_j E_j^i$ می‌باشند.

همچنین از روابط $\tilde{B}_i = \lambda^{d(k)-\bar{d}}\bar{B}_i$، $\lambda > 1$ و $0 \le d(k) \le \bar{d}$ داریم:

$$\begin{aligned}\eta^T(k)\begin{bmatrix}\bar{A}_i^T \\ \tilde{B}_i^T\end{bmatrix}P_i[\bar{A}_i \quad \tilde{B}_i]\eta(k) &= \xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k) + 2\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\tilde{B}_i\xi(k-d(k)) + \xi^T(k-d(k))\tilde{B}_i^T P_i\tilde{B}_i\xi(k-d(k)) \\ &= \lambda^{d(k)-\bar{d}}[\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k) + 2\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k)) + \xi^T(k-d(k))\bar{B}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k))] \\ &\quad + (1-\lambda^{\bar{d}-\bar{d}})\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k) + (\lambda^{2(d(k)-\bar{d})} - \lambda^{d(k)-\bar{d}})\xi^T(k-d(k))\bar{B}_i^T P_i\bar{B}_i\xi(k-d(k)) \\ &\le \eta^T(k)\begin{bmatrix}\bar{A}_i^T \\ \bar{B}_i^T\end{bmatrix}P_i[\bar{A}_i \quad \bar{B}_i]\eta(k) + (1-\lambda^{-\bar{d}})\xi^T(k)\bar{A}_i^T P_i\bar{A}_i\xi(k)\end{aligned} \tag{۲۱}$$

با جایگذاری رابطهٔ بالا در (۲۰) داریم:

$$\Delta W_i(k) \le \eta^T(k)\,\Omega_i\,\eta(k) \tag{۲۲}$$

که در آن

$$\Omega_i = \begin{bmatrix}\bar{r}\bar{A}_i^T \\ \bar{r}\bar{B}_i^T\end{bmatrix}P_i[\bar{r}\bar{A}_i \quad \bar{r}\bar{B}_i] + \begin{bmatrix}\Pi_{1i} & 0 \\ 0 & \Pi_{2i}\end{bmatrix}$$

با استفاده از لم ۱، نامساوی‌های (۱۱) با عبارت $\Omega_i < 0$ معادل می‌شود. بنابراین در صورت برقراری این نامساوی‌ها، عبارت $\Delta W_i(k) \le 0$ را می‌توان نتیجه گرفت که دلالت بر این دارد که به ازای هر $k \ge k_0$ داریم: $W_i(k) \le W_i(k_0)$.

همچنین از تابعیِ لیاپانوف (۱۲) داریم:

$$\begin{aligned}V_i(k) &= \lambda^{-2(k-k_0)}\xi^T(k)P_i\xi(k) + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1}\lambda^{2(s-k)}\lambda^{-2(s-k_0)}\xi^T(s)Q_i\xi(s) \\ &= \lambda^{-2(k-k_0)}\xi^T(k)P_i\xi(k) + \lambda^{-2(k-k_0)}\sum_{s=k-d(k)}^{k-1}\xi^T(s)Q_i\xi(s) \\ &= \lambda^{-2(k-k_0)}W_i(k)\end{aligned} \tag{۲۳}$$

با استفاده از این واقعیت که $W_i(k_0) = V_i(k_0)$، داریم:

$$\lambda^{2(k-k_0)}V_i(\mathrm{k}) = W_i(k) \le W_i(k_0) = V_i(k_0).$$

لذا می‌توان نتیجه گرفت که

$$V_i(k) \le \lambda^{-2(k-k_0)}V_i(k_0) \tag{۲۴}$$

حال، تابعیِ لیاپانوف زیر را برای سیستم (۱) انتخاب می‌کنیم:

$$V_{\sigma(k)}(k) = x^T(k)P_{\sigma(k)}x(k) + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1}\lambda^{2(s-k)}x^T(s)Q_{\sigma(k)}x(s) \tag{۲۵}$$

که در آن $P_i > 0, Q_i > 0$ جواب‌های نامساوی‌های (۱۱) و (۱۴) می‌باشند.

برای عدد صحیح $k \ge 1$ و سیگنال کلیدزنی $\sigma(\tau)$، اعداد $k_1 < \cdots < k_t$ مشخص‌کنندهٔ لحظات کلیدزنی $\sigma(\tau)$ برای $k_0 < \tau < k$ می‌باشند. همچنین مجموعه

$$\{x(k_0); (i_0, k_0), (i_1, k_1), \dots, (i_t, k_t), (i_{t+1}, k)\}$$

مشخص‌کنندهٔ دنباله کلیدزنی است، بدین معنی که زیرسیستم i_jام هنگامی که $k_j < \tau < k_{j+1}$، فعال است. حال اگر نامساوی‌های (۱۱) برقرار باشند، با استفاده از تخمین کاهشی (۲۴) داریم:

$$V_i(k) \le \lambda^{-2(k-k_t)}V_i(k_t) \tag{۲۶}$$

همچنین با استفاده از روابط (۱۴) برای تابعیِ لیاپانوف (۲۵) داریم:

$$\begin{aligned}V_{\sigma(k_t)}(k_t) &= x^T(k_t)P_{\sigma(k_t)}x(k_t) + \sum_{s=k_t-d(k)}^{k_t-1}\lambda^{2(s-k_t)}x^T(s)Q_{\sigma(k_t)}x(s) \\ &\le x^T(k_t)\mu P_{\sigma(k_t-1)}x(k_t) + \sum_{s=k_t-d(k)}^{k_t-1}\lambda^{2(s-k_t)}x^T(s)\mu Q_{\sigma(k_t-1)}x(s) \\ &= \mu V_{\sigma(k_t-1)}(k_t)\end{aligned} \tag{۲۷}$$

بنابراین با استفاده از رابطهٔ بالا و رابطه $\sigma(k_t-1)=\sigma(k_{t-1})$، داریم:

$$\begin{aligned} V_{\sigma(k)}(k) &\le \lambda^{-2(k-k_t)}V_{\sigma(k_t)}(k_t) \\ &\le \lambda^{-2(k-k_t)}\mu V_{\sigma(k_t-1)}(k_t) \\ &\le \lambda^{-2(k-k_t)}\lambda^{-2(k_t-k_{t-1})}\mu V_{\sigma(k_{t-1})}(k_{t-1}) \end{aligned} \tag{۲۸}$$

با تکرار k_t از k_{t-1} تا k_0 داریم:

$$V_{\sigma(k)}(k) \le \lambda^{-2(k-k_0)}\mu^{N_\sigma}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \tag{۲۹}$$

همچنین با استفاده از تعریف زمان سکون میانگین داریم:

$$\begin{aligned} V_{\sigma(k)}(k) &\le \lambda^{-2(k-k_0)}\lambda^{N_\sigma\frac{ln\mu}{ln\lambda}}\ V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &= \lambda^{-2(k-k_0)}\lambda^{-2(k-k_0)\frac{N_\sigma}{-2(k-k_0)ln\lambda}\frac{ln\mu}{ln\lambda}}\ V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &\le \lambda^{-2(k-k_0)(-\frac{ln\mu}{2T_a ln\lambda}+1)}\ V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &= (\lambda^\rho)^{-2(k-k_0)}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \end{aligned} \tag{۳۰}$$

که در آن $\rho=-\frac{\ln\mu}{2T_a\ln\lambda}+1$ است. بنابراین از نامساوی بالا داریم:

$$\begin{aligned} \beta_1\|x(k)\|^2 &\le V_{\sigma(k)}(k) \\ V_{\sigma(k)}(k) &\le (\lambda^\rho)^{-2(k-k_0)}V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ &\le (\lambda^\rho)^{-2(k-k_0)}\beta_2\|\phi\|_L^2 \end{aligned} \tag{۳۱}$$

که در آن $\beta_2=\max_{i\in M}\{\lambda_{max}(P_i)\}+\bar{d}\max_{i\in M}\{\lambda_{max}(Q_i)\}$ و $\beta_1=\min_{i\in M}\{\lambda_{min}(P_i)\}$ می‌باشند.

در نتیجه، رابطهٔ $\|x(k)\|\le\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}(\lambda^\rho)^{-(k-k_0)}\|\phi\|_L$ را می‌توان نتیجه گرفت. از سویی دیگر، شرط $T_a>T_a^*=\frac{\ln\mu}{2\ \ln\lambda}$ و $\lambda>1$ تضمین می‌کند که $\lambda^\rho>1$ باشد. بنابراین با استفاده از تعریف ۲ نتیجه می‌گیریم که سیستم (۱) پایدار نمائی بوده و لذا اثبات کامل می‌شود. ■

توضیح ۱- نامساوی‌های (۱۱) وابسته به حد بالای تاخیر زمانی $\bar{d}$ و نرخ محو λ می‌باشند. چنین شرطی با استفاده همزمان از تابعیِ لیاپانوف و روش تبدیل متغیر حالت بدست آمده است. برای کمیت μ در نامساوی‌های (۱۴) نیز، حد بالای تاخیر زمانی توسط تعدادی نامساوی ماتریسی محدود شده‌است که بایستی بطور همزمان حل شوند. بنابراین برای حل مساله، نمی‌توان حد بالای تاخیر زمانی را ماکزیمم در نظر گرفت. در این حالت می‌توان از یک الگوریتم جستجوی یک‌بعدی برای بدست آوردن حد بالای تاخیر زمانی استفاده نمود، به‌طوری‌که پایداری نمائی سیستم (۱) نیز برقرار باشد. بنابراین در ابتدا پارامتر μ را بزرگ انتخاب می‌کنیم. همچنین مقدار اولیهٔ $\bar{d}$ را برابر یک در نظر می‌گیریم. سپس این پارامتر را یک واحد، یک واحد افزایش می‌دهیم تا جایی‌که نامساوی‌های (۱۱) و (۱۴) دارای جواب باشند. بایستی توجه داشت که حد بالای تاخیر زمانی ارتباط نزدیکی با نرخ محو دارد. به‌طوری‌که مقدار کوچکتر نرخ محو باعث دستیابی به حد بالای بزرگتری از تاخیر زمانی می‌شود.

نتیجه ۱- نامساوی‌های (۱۴) وابسته به پارامتر μ می‌باشند. بر طبق رابطهٔ $T_a>T_a^*=\frac{\ln\mu}{2\ \ln\lambda}$، اگر نامساوی‌ها به ازای $\mu=1$ دارای جواب باشند، آنگاه سیگنال کلیدزنی می‌تواند به‌صورت اختیاری انتخاب شود. در این حالت سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) در حضور عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی، به ازای تمامی سیگنال‌های کلیدزنی پایدار خواهد بود.

۴- مثال عددی

سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) را با ماتریس‌های زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3\delta p_1 \\ -0.2 & 0.1+\delta p_2 \end{bmatrix} \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0.1+\delta p_2 & 0 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0.2 & -0.4 \\ \delta p_2 & -0.1+\delta p_1 \end{bmatrix} \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1+\delta p_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۳۲}$$

تغییر پارامترها در ماتریس‌های بالا، به‌صورت $\delta p_1\in[-0.1,0.1]$ و $\delta p_2\in[-0.2,0.2]$ در نظرگرفته می‌شود. این سیستم یک سیستم سوئیچ‌شونده با دو زیرسیستم $S_i,\ i=1,2$ است. لذا، ماتریس‌های نامی سیستم در روابط (۴)-(۳) به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} A_1^0 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ -0.2 & 0.1 \end{bmatrix} \\ B_1^0 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix} \\ A_2^0 &= \begin{bmatrix} 0.2 & -0.4 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} \\ B_2^0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۳۳}$$

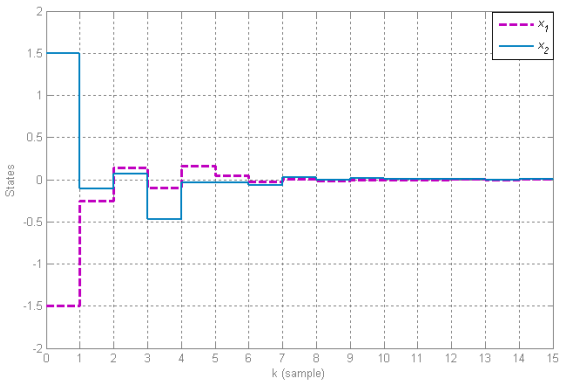
همچنین برای ماتریس‌های ساختار عدم قطعیت نیز داریم:

$$\begin{aligned} E_1^1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ E_1^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ \ E_2^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ F_1^1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \ F_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ F_1^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \ F_2^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۳۴}$$

حال با استفاده از قضیه ۱ به بررسی پایداری سیستم می‌پردازیم. نامساوی‌های (۱۱) و (۱۴) برای $\lambda = 1.01$ به ازای $\bar{d} = 4$ و $\mu = 1$ دارای جواب‌هایی به‌صورت زیر می‌باشند:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1.1299 & -0.2924 \\ -0.2924 & 0.9699 \end{bmatrix}$$
$$P_2 = \begin{bmatrix} 1.6204 & -0.8200 \\ -0.8200 & 3.0803 \end{bmatrix}$$
$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.2898 & -0.0742 \\ -0.0742 & 0.5146 \end{bmatrix} \qquad (۳۵)$$
$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.4890 & -0.0470 \\ -0.0470 & 1.2051 \end{bmatrix}$$

بنابراین سیستم سوئیچ‌شوندهٔ (۱) با ماتریس‌های (۳۲) و تغییر پارامترهای مشخص‌شده، به ازای $0 \le d(k) \le 4$ و سیگنال کلیدزنی دلخواه، پایدار نمائی است. جهت شبیه‌سازی، عدم قطعیت‌های مثال را به صورت $\delta p_1 = 0.1\sin(k)$ و $\delta p_2 = 0.2\sin(k)$ در نظر می‌گیریم. در صورتی که کلیدزنی به صورت $S_1, S_2, S_1, S_2, \ldots$ انتخاب گردد، برای تاخیر زمانی $d = 2$ حالات سیستم در شکل ۱ نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، سیستم (۱) با ماتریس‌های (۳۲) و عدم قطعیت در نظر گرفته‌شده، پایدار مقاوم است.



شکل ۱: حالات سیستم در مثال عددی

۵- نتیجه‌گیری

عدم قطعیت پارامتری به‌دلیل پیچیدگی‌های تحلیل، کمتر در مقالات مورد بررسی قرار گرفته و عموماً با تبدیل به انواع دیگر عدم قطعیت، تحلیل پایداری سیستم انجام می‌شود. در این مقاله پایداری یک سیستم سوئیچ‌شوندهٔ خطی گسسته‌زمان در حضور عدم قطعیت پارامتری و تاخیر زمانی مورد بررسی قرار گرفت. تاخیر زمانی و عدم قطعیت، به‌صورت متغیر با زمان در نظر گرفته شد. در ابتدا، شرایط پایداری در حضور عدم قطعیت براساس نامساوی‌های ماتریسی خطی تعیین شد. به‌طوری‌که حد بالای مجاز برای تاخیر زمانی، با استفاده از ساخت تابعی‌های لیاپانوف و استفاده از ابزار تبدیل متغیر حالت تعیین گردید. در گام بعد، براساس روش زمان سکون میانگین، یک کلاس از سیگنال‌های کلیدزنی جهت تضمین پایداری سیستم، شناسایی شد. مزیت تحلیل ارائه شده در این مقاله در اینست که چنانچه نامساوی‌های ماتریسی برای یک حالت خاص دارای جواب باشند، آنگاه پایداری تحت کلیدزنی دلخواه نیز تضمین خواهد شد. علاوه‌بر این، تحلیل پایداری ارائه شده، می‌تواند در سیستم‌های بدون تاخیر زمانی که بخاطر مشکلات عملی، دارای تاخیر در اعمال سیگنال کنترلی هستند نیز مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

[1] M. Donkers, W. Heemels, N. Wouw and L. Hetel, “Stability analysis of networked control systems using a switched linear systems approach,” IEEE Trans. Auto. Control, vol. 56, no. 9, pp. 2101-2115, 2011.

[2] M. Oishi and C. Tomlin, “Switched nonlinear control of a VSTOL aircraft,” In Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2685-2690, 1999.

[3] S. Pettersson and B. Lennartson, “Stability of hybrid systems using LMIs: a gear-box application,” In Hybrid Systems: Computation and Control, Springer Berlin Heidelberg, pp. 381-395, 2000.

[4] B. De Schutter, W.P.M.H. Heemels, J. Lunze and C. Prieur, “Survey of modeling, analysis, and control of hybrid systems,” Handbook of Hybrid Systems Control Theory, Tools, Applications, pp. 31-55, 2009.

[5] M.S. Mahmoud, Switched time-delay systems, Springer US, 2010.

[6] S.L. Dai, H. Lin and S.S. Ge, “Robust stability of discrete-time switched delay systems and its application to network-based reliable control,” In American Control Conference, IEEE, ACC'09, pp. 2367-2372, 2009.

[7] C. Shen, Y. Ban, G.M. Dimirovski, and Y.W. Jing, “Robust delay-dependent stability and stabilization of polytopic systems with time-delay and its application to flight control,” American Control Conference, IEEE, pp. 1624-1629, 2008.

[8] M.S. Mahmoud, “Switched delay-dependent control policy for water-quality systems,” IET control theory & applications, 3(12), pp. 1599-1610, 2009.

[9] D. Wang, P. Shi, W. Wang and H.R. Karimi, “Non-fragile H∞ control for switched stochastic delay systems with application to water quality process,” International Journal of Robust and Nonlinear Control, 24(11), pp. 1677-1693, 2014.

[10] Wu, M., He, Y. and She, JH., Stability analysis and robust control of time-delay systems. Science Press/Springer, Beijing/Berlin, 2010.

[11] P. Yan and H. Ozbay, "Stability analysis of switched time delay systems," SIAM Journal on Control and Optimization, vol. 47, no. 2, pp. 936–949, 2008.

[12] S. Kim, S.A. Campbell and X.Z. Liu, "Stability of a class of linear switching systems with time delay," IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 53, no.2, pp. 384–393, 2006.

[13] V.N. Phat and K. Ratchagit, "Stability and stabilization of switched linear discrete-time systems with interval time-varying delay," Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 5, no. 4, pp. 605–612, 2011.

[14] E. Fridman, M. Dambrine and N. Yeganefar, "On input-to-state stability of systems with time-delay: a matrix inequalities approach," Automatica, 44(9), pp. 2364–2369, 2008.

[15] P. Pepe and Z.P. Jiang, "A Lyapunov–Krasovskii methodology for ISS and iISS of time-delay systems," Systems and Control Letters, 55(12), pp. 1006–1014, 2006.

[16] Y. Xia, L. Li, G. Liu and P. Shi, "H∞ predictive control of networked control systems," International Journal of Control, 84(6), pp. 1080–1097, 2011.

[17] E. Fridman, Introduction to time-delay systems: Analysis and control, Springer, 2014.

[18] Y.G. Sun, L.Wang and G. Xie, "Delay-dependent robust stability and stabilization for discrete-time switched systems with mode-dependent time-varying delays," Applied Mathematics and Computation, vol. 180, no. 2, pp. 428-435, 2006.

[19] J. Liu, X. Liu and W.C. Xie, "Delay-dependent robust control for uncertain switched systems with time-delay," Nonlinear Analysis: Hybrid Systems 2, no. 1, pp. 81-95, 2008.

[20] M. Rajchakit, and G. Rajchakit, "LMI approach to robust stability and stabilization of nonlinear uncertain discrete-time systems with convex polytopic uncertainties," Advances in Difference Equations, vol. 1, pp. 1-14, 2012.

[21] M. Kermani and A. Sakly, "On stability analysis of discrete-time uncertain switched nonlinear time-delay systems," Advances in Difference Equations, vol. 1, pp. 1-22, 2014.

[22] J.D. Chen, I.Te. Wu, C.H. Lien, C.T. Lee, R.S. Chen and K.W. Yu, "Robust Exponential Stability for Uncertain Discrete-Time Switched Systems with Interval Time-Varying Delay through a Switching Signal," Journal of Applied Research and Technology, vol. 12, no. 6, pp. 1187-1197, 2014.

[23] M.A. Bagherzadeh, J. Ghaisari, J. Askari, and M. Mojiri, "Robust Stabilization of Switched Linear Systems, Based on State Observer Dwell Time," Journal of Control, (In persian), Vol. 8, No. 4, Winter 2015.

[24] M.A. Bagherzadeh, J. Ghaisari, and J. Askari, "Exponential Stability of Uncertain Switched Linear Systems," Iranian Journal of Science and Technology Transactions of Electrical Engineering 39, pp. 79-91, 2015.

[25] D. Liberzon, Switching in systems and control, Boston, MA: Birkhauser, 2003.

[26] Z.D. Sun, and S.S. Ge, Switched linear systems control and design, Springer, 2004.

[27] H. Lin and P.J. Antsaklis, "Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results," IEEE Transactions on Automatic Control, 54(2), pp. 308–322, 2009.

[28] D. Liberzon, "Basic Problems in stability and design of switched systems," IEEE Control Systems Magazine, 19(5), pp. 59-70, 1999.

[29] M.S. Branicky, "Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems," IEEE Transactions on Automatic Control, 43(4), pp. 475-482, 1998.

[30] N.H. EI Farral, P. Mhaskar and P.D. Christofides, "Output feedback control of switched nonlinear systems using multiple Lyapunov functions," Systems and Control Letters, 54(1), pp. 1163-1182, 2005.

[31] M. Johansson and A. Rantzer, "Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems," IEEE Transactions on Automatic Control, 43(4), pp. 555-559, 1998.

[32] M.A. Wicks, P. Peleties and R.A. De Carlo, "Construction of piecewise Lyapunov functions for stabilizing switched systems," In Proceedings of the 33rd IEEE conference on decision and control, pp. 3492-3497, 1994.

[33] J. Daafouz, P. Riedinger and C. Iung, "Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach," IEEE Transactions on Automatic Control, 47(11), pp. 1883-1887, 2002.

[34] D.S. Du, B. Jiang, P. Shi and S.S. Zhou, "H∞ filtering of discrete-time switched systems with state delays via switched Lyapunov function approach," IEEE Transactions on Automatic Control, 52(8), pp. 1520-1525, 2007.

[35] J.P. Hespanha and A.S. Morse, "Stability of switched systems with average dwell time," In Proceedings of the 38th IEEE conference on decision and control, pp. 2655-2660, 1999.

[36] Y. Song, J. Fan, M. Fei and T.C. Yang, "Robust H∞ control of discrete switched system with time delay," Applied Mathematics and Computation, 205(1), pp.159-169, 2008.

[37] H. Tshii and B.A. Francis, "Stabilizing a linear system by switching control with dwell-time," IEEE Transactions on Automatic Control, 47(2), pp.1962-1973, 2002.

[38] G.S. Zhai, B. Hu, K. Yasuda and A. Michel, "Qualitative analysis of discrete-time switched systems," In Proceedings of the American control conference, pp. 1880-1885, 2002.

[39] L.X. Zhang, E.K. Boukas and P. Shi, "Exponential H∞ filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell time: A -dependent approach," International Journal of Robust and Nonlinear Control, 18(11), pp. 1188-1207, 2008.

[40] X.M. Sun, J. Zhao and D. J. Hill, "Stability and L2 gain analysis for switched delay systems: A delay-dependent method," Automatica, 42(10), pp. 1769-1774, 2006.

[41] W.A. Zhang and L. Yu, "Stability analysis for discrete-time switched time-delay systems," Automatica, vol. 45, no. 10, pp. 2265–2271, 2009.

[42] S. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM Studies in Applied Mathematics, vol. 15, 1994.

[43] Carl D. Meyer, Matrix analysis and applied linear algebra, Siam, 2000.

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control
(ISSN 2008-8345)

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 9, No. 4, Winter 2016.

Publisher: **I**ranian **S**ociety of **I**nstrumentation and **C**ontrol **E**ngineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliyari@kntu.ac.ir

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Moosavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Prof. M. Golkar, Prof. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Sh., Dr. M. Arvan , Prof. M. Tavakoli-Bina, Dr. M. Ahmadieh-Khanehsar, Dr. F. Farivar, Dr. M. Ayati.

The ISICE Board of Director:

Prof. Masoud Shafiee., Dr. Mohammad Reza Jahed Motlagh, Prof. Iraj Goodarznia, Prof. Behzad Moshiri, Prof. Ali Akbar Safavi, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Iman Mohammadzaman, Dr. Ali Ashrafmodarres, Ali Kiani.

Site Manager: Nasibeh Farahani

Page Editor: Kiyan Khaloozadeh

I S I C E

Journal of Control

ISSN 2008-8345

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology

Vol. 9, No. 4, Winter 2016

Contents

Proposing Interval Activation Functions in Radial Basis Function Neural Network to Predict Nonlinear Dynamic Systems 1
Allahyar Zohoori Zangeneh, Mohammad Teshnehlab, Mojtaba Ahmadieh Khanesar

Global Finite Time Tracking for a General Class of Nonlinear Systems Using Nonsingular Adaptive-Terminal Sliding Mode Control 27
Ali Abooee, Masoud Moravej Khorasani, Mohammad Haeri

Development of Electronic Stability Control System for Electric Vehicle with Four Motors in each Wheel 41
Alireza Amirjamshidy, Javad Sharifi

Duty Cycles Control in Three-phase Multilevel Converters for Switching Loss Reduction 55
Mohammad Jafar Mojibian, Mohammad Tavakoli Bina

Effect of Active and Passive Filters on Induced Shaft Voltage on Synchronous Generators Using Controller: A Comparative Study 67
Mahmood Samiei-Moghaddam, Shokrollah Shokri Kojori

Stability Analysis of Discrete-time Switched Linear Systems in the Presence of Time-delay and Parametric Uncertainties 77
Nasrollah Azam Baleghi, Mohammad Hossein Shafiei

www.joc-isice.ir