

نشریه علمی - پژوهشی
انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
جلد ۵، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۰

فهرست مقالات

۱

تحلیل پایداری فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته در محیط تصادفی

حسین بیک زاده، حمیدرضا تقی‌راد

۱۲

پایدارسازی و کنترل سیستم‌های خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی:
دیدگاه مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی

حامد ملااحمدیان کاسب، علی کریم پور، ناصر پریز

۲۲

شناسایی و پیش‌بینی سیستم غیرخطی کوره دوار سیمان با استفاده از شبکه عصبی - فازی و انتخاب ورودی-
ها به کمک الگوریتم ژنتیک

آرمینا فاطمی مقدم، آرش شریفی، محمد تشنه لب

۳۴

روش جدید حل مسئله سنتز H_1 با استفاده از الگوریتم بهینه سازی اجتماع پرندگان

علی لاری، علیرضا خسروی

۴۴

یک تکنیک مدولاسیون جایگزین برای مدولاسیون SVM متداول: کاهش حجم محاسبات

محمد توسلی، محمد توکلی بینا، مسعود علی اکبر گلکار

۵۲

کنترل معکوس تطبیقی سیستم‌های دینامیکی غیرخطی با شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲

جعفر طاووسی، محمدعلی بادامچی زاده، سحرانه قائمی

۶۰

کنترل مقاوم و شکل‌دهی مجموعه نامعینی حاصل از شناسایی سیستم

وحید آیین‌فر، حمیدرضا مؤمنی



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

جلد ۵، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۰

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیک: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، دکتر حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی

دبیر اجرایی: دکتر حمید خالوزاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد) - دکتر حمید خالوزاده (دانشیار) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد) - پروفسور علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، دکتر حمید خالوزاده، دکتر حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، دکتر سید علی اکبر موسویان، دکتر محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، دکتر سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، دکتر محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، پروفسور مسعود شفیعی، دکتر حمیدرضا مومنی، دکتر حمید خالوزاده، دکتر مهرداد جوادی، دکتر داود کریم زادگان، مهندس علی کیانی.

تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، خیابان عباس موسوی (فرصت)، پلاک ۷۱، طبقه دوم، اتاق ۲۴۱

فکس: ۸۸۳۲۴۹۷۹

تلفن: ۸۸۱۳۰۰۲

صندوق پستی: ۱۵۸۱۵-۳۵۹۵

www.isice.ir

نشریه علمی- پژوهشی (ISC) کنترل وابسته به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" و "دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی" تنها نشریه تخصصی در زمینه مهندسی کنترل و ابزار دقیق است.

این مجله که بصورت فصلنامه منتشر می شود و تا کنون ۱۳ شماره آن به چاپ رسیده، با استقبال فراوان جامعه علمی دانشگاهی و مهندسان شاغل در صنایع گوناگون روبرو شده است و هم اکنون از مجلات منظم و پربار تخصصی در سطح علمی محسوب می گردد. تعداد مقالات دریافتی جهت بررسی و چاپ از دانشگاهها و مراکز علمی- پژوهشی سرتاسر کشور به خوبی نمایانگر این مدعا است. جایگاه این مجله در زمینه های مختلف علمی و فن آوری داخل کشور به خوبی توسط محققان و اندیشمندان این حوزه ها شناخته شده است و بدیهی است که چاپ به هنگام و با کیفیت بالای این مجله تخصصی می تواند گام بلندی در راستای توسعه پایدار علمی کشور باشد.

در یازدهمین جشنواره تجلیل از پژوهشگران و فناوران برتر که در تاریخ هفتم دی ماه ۱۳۸۹ برگزار گردید، مجله کنترل به عنوان نشریه علمی برتر در زمینه فنی و مهندسی معرفی شد. خداوند علیم و حکیم را برای دست یابی به این رتبه علمی با وجود تعداد زیادی مجله ی علمی و پژوهشی در حوزه فنی و مهندسی در داخل کشور، شکر گزاریم. بدیهی است که چاپ به هنگام و با کیفیت بالای این مجله تخصصی می تواند گام بلندی در راستای توسعه پایدار علمی کشور باشد.

از آنجا که این نشریه برای داوری و چاپ مقالات هزینه ای را از ارسال کنندگان مقالات دریافت نمی نماید، لذا برای حفظ کیفیت و روند رو به رشد آن نیاز به حمایت مالی دارد که در این خصوص موسسات و شرکتهای زیر از جمله حامیان این شماره مجله بوده اند که در اینجا از ایشان تشکر و قدردانی بعمل می آید.

یارگران این شماره

- شرکت پتروشیمی امیر کبیر
- شرکت پلیمر آریاساسول
- شرکت پتروشیمی لاله
- شرکت جابون
- شرکت پتروشیمی پردیس
- شرکت سپهر انرژی
- شرکت فیرم کو
- شرکت مهندسی سنس

فهرست مقالات

- ۱ تحلیل پایداری فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته در محیط تصادفی
حسین بیک زاده، حمیدرضا تقی‌راد
- ۱۲ پایداری و کنترل سیستم‌های خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی: دیدگاه مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی
حامد ملااحمدیان کاسب، علی کریم پور، ناصر پریر
- ۲۲ شناسایی و پیش‌بینی سیستم غیرخطی کوره دوار سیمان با استفاده از شبکه عصبی - فازی و انتخاب ورودی‌ها به کمک الگوریتم ژنتیک
آرمیتا فاطمی مقدم، آرش شریفی، محمد تشنه لب
- ۳۴ روش جدید حل مسئله سنتز II با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع پرندگان
علی لاری، علیرضا خسروی
- ۴۴ یک تکنیک مدولاسیون جایگزین برای مدولاسیون SVM متداول: کاهش حجم محاسبات
محمد توسلی، محمد توکلی بینا، مسعود علی اکبر گلکار
- ۵۲ کنترل معکوس تطبیقی سیستم‌های دینامیکی غیرخطی با شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲
جعفر طاووسی، محمدعلی بادامچی زاده، سحرانه قائمی
- ۶۰ کنترل مقاوم و شکل‌دهی مجموعه نامعینی حاصل از شناسایی سیستم
وحید آیین‌فر، حمیدرضا مؤمنی

مجله کنترل، مجله ای علمی - پژوهشی است که در برگیرنده تازه ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم ها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم های کنترل هوشمند، سیستم های کنترل تصادفی، سیستم های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم های ابعاد وسیع، سیستم های کنترل چندمنغیره.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستم های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم های کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستم های ایمنی و تشخیص خطا، تحلیل و طراحی سیستم های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم ها، سیستم های کنترل پیچیده، سیستم های زمان حقیقی و سیستم های کنترل سوپروایزری.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستم های هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۵) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- (۶) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
- (۷) مهندسی پزشکی.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ B Zar و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پست الکترونیک (email) نویسنده عهده دار مکاتبات در برگه مستقلى چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی می باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال میگردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصرأ محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس: control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

تحلیل پایداری فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته در محیط تصادفی

حسین بیگ زاده^۱، حمیدرضا تقی راد^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

^۲ دانشیار گروه کنترل و سیستم، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۲/۲۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۷/۲۲)

چکیده: تا کنون به کارگیری رؤیت گر SDRE و تحلیل پایداری و عملکرد آن در محیط قطعی و بدون نویز مورد توجه محققان قرار گرفته، اما در عمل وجود نامعینی فرآیند و نویز اندازه گیری غیر قابل اجتناب است. در این مقاله با توجه به دست آوردهای حاصل برای پایداری فیلتر کالمن-باسی و نتایج مربوط به تحلیل پایداری اتفاقی در مسائل تخمین غیرخطی، به تحلیل رفتار خطای تخمین یک فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته پرداخته شده است. در تحلیل پایداری ارائه شده شرایط کافی به منظور کراندار باقی ماندن خطای تخمین این فیلتر با تعبیر میانگین مربعات ارائه شده است. همچنین نشان داده شده است که اگر خطای تخمین اولیه و اندازه ترم های نویز مزاحم هر دو به اندازه کافی کوچک باشند، این شرایط محقق می شوند. این یافته های تئوری از طریق شبیه سازی یک سیستم غیر خطی نمونه راست آزمایی شده اند.

کلمات کلیدی: رؤیت گر غیر خطی، رؤیت گر SDRE، پایداری اتفاقی سیستم های غیر خطی، فیلتر تفاضلی زمان-گسسته، تحلیل پایداری، کراندار با تعبیر میانگین مربعات.

Stability Analysis of Discrete-Time SDRE Filter in Stochastic Domain

Hossein Beikzadeh, Hamid D. Taghirad

Abstract: Stability of SDRE observers is usually analyzed in a deterministic framework, where the performance of the observer is not perturbed by external noises. However, plant uncertainty and measurement noises are not negligible in real implementations. In this paper based on the stability results developed for Kalman-Bucy filters and stochastic stability analysis of nonlinear systems, the stability of an SDRE filter is analyzed in discrete-time domain. Sufficient conditions are given to limit the estimation errors in sense of mean-squared measure. Furthermore, it is shown that in practical situations there exist feasible regions to satisfy the stability conditions, provided that the initial error and the norm of plant uncertainty and measurement noises are sufficiently small. Finally, the stability conditions are verified through simulation of a typical nonlinear system.

Keywords: Nonlinear observer, SDRE observer, stochastic stability of nonlinear systems, discrete-time nonlinear observer, stability analysis, bound of mean squared error.

۱- مقدمه

می‌رسد. این موضوع در این مقاله با گسترش فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته و به کارگیری تئوری تحلیل پایداری فرآیندهای اتفاقی انجام شده است. در این مقاله به توجه به دست‌آوردهای حاصل برای پایداری فیلتر کالمن-بسی و نتایج مربوط به تحلیل پایداری اتفاقی در مسائل تخمین غیرخطی، به تحلیل رفتار خطای تخمین یک فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته پرداخته شده است. در تحلیل پایداری ارائه شده شرایط کافی به منظور کراندار باقی ماندن خطای تخمین این فیلتر با تعبیر میانگین مربعات ارائه شده و همچنین نشان داده شده است اگر خطای تخمین اولیه و اندازه ترم‌های نویز مزاحم هر دو به اندازه کافی کوچک باشند، این شرایط محقق می‌شوند. در پایان نیز، این یافته‌های نظری از طریق شبیه‌سازی یک سیستم غیرخطی نمونه راست آزمایی شده اند.

۲- مقدمات ریاضی

پیش از بررسی خواص همگرایی فیلتر SDRE در یک محیط تصادفی، ابتدا به مرور مفاهیم و قضایای مورد نیاز از ریاضیات اتفاقی می‌پردازیم.

۲-۱ شرایط شبه لیاپانوف برای پایداری اتفاقی

شرایط لیاپانوف برای پایداری معادلات دیفرانسیل یا تفاضلی اتفاقی توسط افرادی همچون Zakai, Kushner, Wonham و غیره ارائه شده است (به [۱۱] و مقالاتی که در آن ارجاع داده شده رجوع شود). همچنین روش‌های مختلفی برای تعریف پایداری یا همگرایی فرآیندهای اتفاقی وجود دارد، که به منظور جلوگیری از سردرگمی میان این تعاریف متعدد، تعاریفی را در ادامه بیان می‌کنیم که در تحلیل پایداری اتفاقی سیستم مورد نظر استفاده خواهد شد. با الهام از معیار مرسوم حداقل میانگین مربعات در نظریه تخمین، پایداری فرآیندهای اتفاقی زمان-پیوسته و زمان-گسسته به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند [12].

تعریف ۱- مبدا سیستم اتفاقی پیوسته $e(t)$ پایدار مجانبی با تعبیر میانگین مربعات نامیده می‌شود، اگر ثابت‌های $\eta > 0$ و $\nu \geq 0$ و $\vartheta > 0$ داشته باشند به گونه‌ای که

$$E\{\|e(t)\|^2\} \leq \nu + \eta \|e(0)\|^2 e^{-\vartheta t} \quad (1)$$

آنگاه فرایند $e(t)$ کراندار نمایی با تعبیر میانگین مربعات و نمای ϑ خوانده می‌شود.

تعریف ۲- مبدا فرایند اتفاقی گسسته e_k پایدار مجانبی با تعبیر میانگین مربعات گفته می‌شود، اگر ثابت‌های $\eta > 0$ و $\nu \geq 0$ و $0 < \vartheta \leq 1$ داشته باشند به گونه‌ای که رابطه (۲) برقرار باشد. آنگاه فرایند e_k کراندار نمایی با تعبیر میانگین مربعات و نمای ϑ نامیده می‌شود.

در سال‌های اخیر، روش‌های طراحی بر پایه حل معادله ریکاتی وابسته به حالت (SDRE^۱) به صورت روزافزونی در دسته وسیعی از مسائل عملی به کار رفته‌اند [۲، ۱]. در حقیقت، روش SDRE را می‌توان به عنوان همتای غیرخطی روش طراحی شناخته شده LQR^۲ برای سیستم‌های خطی در نظر گرفت [۳]. به طور مشخص، این روش از نمایش مستقیم معادلات غیرخطی در یک ساختار شبه خطی با ماتریس‌های ضرایب وابسته به حالت بهره می‌برد [۴]. بدین ترتیب در حالت چند متغیره، نمایش SDC^۳ یکتا نبوده و این نمایش درجات آزادی اضافی را فراهم می‌سازد که می‌تواند برای حل مشکلاتی نظیر عملکرد نامناسب، تکینگی و یا از دست رفتن رؤیت‌پذیری در روش‌های سنتی فیلترکردن همچون فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF)، به کار رود [۵، ۶]. رؤیت‌گر SDDRE^۴ تفاضلی زمان-گسسته نیز به صورت مجزا در مراجع [۸، ۷] مورد مطالعه قرار گرفته و دو دسته شرایط کافی متمایز برای پایداری مجانبی آن بدست آمده است. البته این مجموعه شرایط به طور کامل وابسته به نتایج شبیه‌سازی بوده و در ضمن محدود به سیستم‌های بدون ورودی است. علاوه، تمامی نتایج تئوری مذکور منحصر به فرآیندهای قطعی غیرخطی است و در کلیه نتایج بدست آمده فرض شده است که مدل سیستم کاملاً معلوم است. اعمال رؤیت‌گرهای SDRE مرسوم به سیستم‌های اتفاقی نیز که در کاربردهای عملی مورد توجه است، نیازمند داشتن اطلاعات دقیق از خصوصیات آماری سیگنال‌های نویز می‌باشد. اما در کاربردهای عملی اغلب اوقات اطلاعات آماری ناقصی از نامعینی مدل و سیگنال‌های نویز وجود دارد که به صورت بالقوه می‌تواند سبب ایجاد خطاهای تخمین بیش از اندازه شود.

پیشرفت‌های تئوری قابل توجهی در رابطه با کنترل‌کننده SDRE و خصوصیات پایداری مجانبی سیستم فیدبک با در اختیار داشتن تمام حالت-ها، حاصل شده است [۹، ۱۰]. با این وجود، تلاش‌های بسیار محدود و ناچیزی درباره مطالعه جنبه‌های تئوری رؤیت‌گر SDRE صورت گرفته و مسائلی همچون پایداری و همگرایی فیلتر در حضور نویز و قوام آن در مقابل نامعینی‌ها و ورودی‌های اغتشاش بدون تحلیل باقی مانده است. همچنین معمولاً به کارگیری رؤیت‌گر SDRE و تحلیل پایداری و عملکرد آن در یک محیط قطعی و بدون نویز طرف توجه محققان بوده است و غالب پژوهش‌های نظری در رابطه با این فیلتر و انواع آن فقط در محیط-هایی که بتوان اثر نویز را نادیده گرفت، قابل استفاده است. وجود سیگنال-های نویز چه به صورت نامعینی فرآیند و چه به صورت نویز اندازه‌گیری، در عمل واقعیتی اجتناب ناپذیر است، بنابراین علاوه بر نتایج موجود مطالعه شکل عمومی غیرخطی رؤیت‌گر در یک چهارچوب اتفاقی ضروری به نظر

^۱ State dependent Ricatti equation^۲ Linear quadratic regulator^۳ State dependent coefficient^۴ State dependent discrete Ricatti equation

■ **اثبات** - این لم از [۱۵] و [۱۱، قضیه ۲] نتیجه می شود.

توجه کنید که این لم حاوی شرایطی شبه لیاپانوف برای پایداری اتفاقی است. به لحاظ شهودی می توان گفت اگر شرط (۵) تحقق یابد، انرژی سیگنال e_k به طور دلخواه افزایش نخواهد یافت.

نکته ۳: با به کار بردن

$$\sum_{i=1}^{k-1} (1-\lambda)^i \leq \sum_{i=1}^{\infty} (1-\lambda)^i = \frac{1}{\lambda} \quad (۷)$$

نامساوی (۶) به فرم زیر قابل بازنویسی است

$$E\{\|e_k\|^2\} \leq \frac{\bar{v}}{v} E\{\|e_0\|^2\} (1-\lambda)^k + \frac{\mu}{v\lambda} \quad (۸)$$

۲- طراحی رؤیت گر غیرخطی اتفاقی در حالت کلی

یک سیستم غیرخطی را که با معادله دیفرانسیل اتفاقی زیر توصیف می شود را در نظر بگیرید:

$$dx(t) = f(x(t))dt + \sigma_1(x(t))dw(t) \quad (۹)$$

که معادله مشاهده آن عبارت است از:

$$dy(t) = h(x(t))dt + \sigma_2(x(t))dv(t) \quad (۱۰)$$

و در آن $x(t)$ و $f(x(t))$ بردارهای n -بعدی، $y(t)$ و $h(x(t))$ بردارهای m -بعدی و $f(\cdot)$ و $h(\cdot)$ به طور پیوسته مشتق پذیر هستند. همچنین، $w(t)$ و $v(t)$ به ترتیب فرآیندهای حرکت براونی استاندارد ناهمبسته با ابعاد q و r بوده، و $\sigma_1(x(t))$ و $\sigma_2(x(t))$ توابع ماتریسی با ابعاد مناسب می باشند. هدف طراحی یک تخمین گر حالت برای سیستم (۹) با استفاده از خروجی $y(t)$ از (۱۰) است، به گونه ای که اختلاف بین خروجی رؤیت گر $z(t)$ و حالت سیستم $x(t)$ با تعبیر میانگین مربعات کراندار نمایی باشد. خروجی رؤیت گر می تواند به عنوان تخمین حالت سیستم به کار رود. در حالت کلی، چنین رؤیت گری را می توان توسط هر معادله دیفرانسیل اتفاقی به فرم زیر توصیف کرد.

$$dz(t) = g_1(z(t), y(t))dt + g_2(z(t), y(t))dy(t) \quad (۱۱)$$

Tarn و Rasis در [12]، با در نظر گرفتن حالت خاص زیر از رؤیت گر (۱۱) به فرم

$$dz(t) = f(z(t))dt + K[dy(t) - h(z(t))dt] \quad (۱۲)$$

که در آن K یک ماتریس $n \times m$ است، با انتخاب تابع لیاپانوف

$$V(e(t)) = (x(t) - z(t))^T Q (x(t) - z(t)),$$

$$E\{\|e_k\|^2\} \leq v + \eta \|e_0\|^2 (1-g)^k \quad (۲)$$

نکته ۱: تعریف ۱ یا ۲ لزوما دلالت بر کاهش $E\{\|e(t)\|^2\}$ برای همه زمانها را ندارد، بلکه تنها بیان می دارد که کران به صورت نمایی کاهش پیدا می کند. در ضمن، زمانی که $t \rightarrow \infty$ ، میانگین مربعات فرآیند با مقدار v $E\{\|e(\infty)\|^2\} \leq v$ محدود می گردد، که ثابت v به نویزی که عملکرد سیستم را مختل می سازد، بستگی دارد.

نکته ۲: اگر $v = 0$ باشد و یا به عبارتی اگر

$$E\{\|e(t)\|^2\} \leq \eta \|e(0)\|^2 e^{-\alpha t} \quad \left(\text{or } E\{\|e_k\|^2\} \leq \eta \|e_0\|^2 (1-g)^k \right)$$

آنگاه $e(t)$ (یا e_k) با تعبیر میانگین مربعات به سمت صفر میل می کند، که این حالت بیانگر همگرایی احتمالی نیز خواهد بود. در تکمیل مفهوم کراندار بودن احتمالی، اشاره به تعریف زیر نیز مفید به نظر می رسد.

تعریف ۳- فرآیند اتفاقی گسسته e_k با احتمال واحد کراندار است، اگر شرط (۳) با احتمال واحد برقرار بماند.

$$\sup_{k \geq 0} \|e_k\| < \infty \quad (۳)$$

همان گونه که مشخص است، تشخیص پایداری یا کراندار بودن یک فرآیند اتفاقی صرفا براساس تعاریف فوق، در حالت کلی کاری دشوار خواهد بود. به همین دلیل، در [۱۲] شرایطی شبه لیاپانوف برای بررسی پایداری اتفاقی با تعبیر میانگین مربعات ارائه شده که این تحلیل را میسر می سازد. لم زیر که نتیجه متعارفی درباره کراندار بودن فرآیندهای اتفاقی است، این شرایط را برای سیستم های اتفاقی زمان-گسسته بیان می کند. این لم اساس تحلیل پایداری انجام شده در [۱۳]، [۱۴] و نیز مبنای تحلیل خطای تخمین در این مقاله می باشد. نظیر این لم برای فرآیندهای اتفاقی زمان-پیوسته نیز وجود دارد.

لم ۱- فرض کنید e_k یک فرآیند اتفاقی باشد و تابع لیاپانوف اتفاقی $V_k(e_k)$ و همین طور اعداد حقیقی $\bar{v}, v, \mu > 0$ و $0 < \lambda \leq 1$ وجود داشته باشند به نحوی که

$$v \|e_k\|^2 \leq V_k(e_k) \leq \bar{v} \|e_k\|^2 \quad (۴)$$

$$E\{V_{k+1}(e_{k+1})|e_k\} - V_k(e_k) \leq \mu - \lambda V_k(e_k) \quad (۵)$$

همواره برآورده شوند. آنگاه فرآیند اتفاقی e_k کراندار نمایی با تعبیر میانگین مربعات (تعریف ۲) بوده و برای هر $k \geq 0$ داریم:

$$E\{\|e_k\|^2\} \leq \frac{\bar{v}}{v} E\{\|e_0\|^2\} (1-\lambda)^k + \frac{\mu}{v} \sum_{i=1}^{k-1} (1-\lambda)^i \quad (۶)$$

بعلاوه، این فرآیند اتفاقی با احتمال واحد کراندار نیز هست.

$$x_{k+1} = A(x_k)x_k + B(x_k)u_k + G_k w_k \quad (۱۶)$$

$$y_k = C(x_k)x_k + D_k v_k \quad (۱۷)$$

که در آن، $A(x_k)$ ، $B(x_k)$ و $C(x_k)$ به ترتیب توابع ماتریسی گسسته $n \times n$ ، $n \times m$ و $l \times n$ هستند. برای سیستم دینامیکی داده شده با (۱۶) و (۱۷)، تخمین گر حالت زیر را معرفی می کنیم

$$\hat{x}_{k+1} = A(\hat{x}_k)\hat{x}_k + B(\hat{x}_k)u_k + L_k [y_k - C(\hat{x}_k)\hat{x}_k] \quad (۱۸)$$

که بهره رؤیت گر L_k یک فرآیند اتفاقی ماتریسی از مرتبه $n \times l$ و $\hat{x}_k$ معرف بردار حالت تخمین زده شده است. اکنون می توان با در نظر گرفتن دوگان تکنیک کنترلی SDRE زمان-گسسته و حذف فرض افق زمان نامحدود، فیلتر SDRE تفاضلی را فرمول بندی نمود. بنابراین تابع هزینه

$$J(\tilde{x}_k, \tilde{u}_k) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N (\tilde{x}_k^T Q_k \tilde{x}_k + \tilde{u}_k^T R_k \tilde{u}_k) \quad (۱۹)$$

متناظر با سیستم دوگان که با دینامیک حالت زیر توصیف می شود

$$\tilde{x}_{k+1} = A^T(\tilde{x}_k)\tilde{x}_k + C^T(\tilde{x}_k)\tilde{u}_k \quad (۲۰)$$

را در نظر بگیرد. توجه شود که در (۱۹) افق زمان محدود رؤیت گر بوده، و در (۲۰) $Q_k \in R^{n \times n}$ یک ماتریس مثبت معین متقارن متغیر با زمان و $R_k \in R^{l \times l}$ یک ماتریس مثبت معین متغیر با زمان می باشد. با الهام گیری از روش طراحی رؤیت گر برای سیستم های خطی و به منظور حداقل کردن تابع هزینه فوق، بهره رؤیت گر، L_k در معادله (۱۸)، را به صورت زیر انتخاب می کنیم

$$L_k = A(\hat{x}_k)P_k C^T(\hat{x}_k) [C(\hat{x}_k)P_k C^T(\hat{x}_k) + R_k]^{-1} \quad (۲۱)$$

و P_k از طریق معادله ریکاتی تفاضلی وابسته به حالت زیر به روز می شود

$$P_{k+1} = A(\hat{x}_k)P_k A^T(\hat{x}_k) - A(\hat{x}_k)P_k C^T(\hat{x}_k) [C(\hat{x}_k)P_k C^T(\hat{x}_k) + R_k]^{-1} C(\hat{x}_k)P_k A^T(\hat{x}_k) + Q_k \quad (۲۲)$$

نکته ۴: مشابه حالت زمان-پیوسته، اگر $A_1(x_k)$ و $A_2(x_k)$ دو نمایش متمایز از $f(x_k)$ باشند، این دو می توانند ترکیب شده و یک نمایش جدید را ایجاد کنند.

$$A(x_k, \alpha) = \alpha A_1(x_k) + (1-\alpha)A_2(x_k) \quad (۲۳)$$

این درجات آزادی اضافی، بیشمار نمایش را ممکن می سازد، که می تواند برای بهبود عملکرد فیلتر و دوری از رؤیت ناپذیری به کار رود [۴].

نکته ۵: مشابه فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF)، در فرمول بندی معمول به نام-های به روزرسانی بازگشتی یک مرحله ای^۱ و به روزرسانی بازگشتی دو

که در آن Q یک ماتریس متقارن مثبت معین است، شرایط کافی برای کراندار نمایی بودن خطای تخمین رؤیت گر $(e(t) = x(t) - z(t))$ را استخراج نموده اند. البته این شرایط مابین ماتریس ثابت K و توابع f و h در نمایش (۹) و (۱۰) بدست آمده اند و روش سیستماتیکی برای انتخاب K ارائه نمی دهد. رؤیت گر SDDRE را می توان در قالب معادله (۱۱) به فرم زیر نمایش داد:

$$dz(t) = A(z(t))z(t)dt + K(t)[dy(t) - C(z(t))z(t)dt] \quad (۱۳)$$

که در این حالت

$$g_1(z(t), y(t)) = A(z(t))z(t) - K(t)C(z(t))z(t) \quad \text{و}$$

$g_2(z(t), y(t)) = K(t)$ می باشد. در این حالت بهره رؤیت گر که با معادلات زیر داده می شود [۱۱]،

$$L(\hat{x}) = \Gamma(\hat{x})C^T(\hat{x})V^{-1}, \\ \dot{\Gamma} = \Gamma(\hat{x})A^T(\hat{x}) + A(\hat{x})\Gamma(\hat{x}) - \Gamma(\hat{x})C^T(\hat{x})V^{-1}C^T(\hat{x})\Gamma(\hat{x}) + U$$

که برخلاف (۱۲) وابسته به زمان است و لذا بدست آوردن شرایطی که کراندار بودن خطای رؤیت گر را تضمین کند به سادگی آنچه در [۱۱] صورت گرفته است، نخواهد بود. در بخش آتی با گسترش شکل زمان-گسسته رؤیت گر SDDRE فیلتر پیشنهادی را معرفی نموده و شرایط پایداری این رؤیت گر در یک محیط اتفاقی را تحلیل خواهیم نمود.

۳- پایداری اتفاقی فیلتر SDDRE زمان-گسسته

۳-۱ فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته

سیستم زمان-گسسته غیرخطی اتفاقی زیر را که نسبت به سیگنال ورودی افاین است را در نظر بگیرید

$$x_{k+1} = f(x_k) + g(x_k)u_k + G_k w_k \quad (۱۴)$$

$$y_k = h(x_k) + D_k v_k \quad (۱۵)$$

که $x_k \in R^n$ حالت، $u_k \in R^m$ ورودی و $y_k \in R^l$ خروجی سیستم می باشد. علاوه بر این، v_k و w_k که به ترتیب نویز اندازه گیری و فرآیند نامیده می شوند، نویزهای سفید R^q و R^p -بعدی ناهمبسته با میانگین صفر و کوواریانس واحد هستند. D_k و G_k ماتریس های متغیر با زمان از مرتبه $l \times q$ و $n \times p$ می باشند. برای سادگی حالت اولیه ثابت x_0 با احتمال واحد را در نظر می گیریم. فرض کنید که توابع غیرخطی $f(x_k)$ و $h(x_k)$ متعلق به C^1 بوده و دینامیک غیرخطی (۱۴) و (۱۵) را بتوان در

قالب نمایش SDC زیر قرار داد:

¹ One-step recursive update

$$s(x_k, \hat{x}_k) = [C(x_k) - C(\hat{x}_k)]x_k \quad (33)$$

هدف این مقاله تحلیل دینامیک خطا در (۲۹) است. پیش از اقدام به این کار، ابتدا یک بحث مقدماتی در خصوص کران‌های پاسخ معادله ریکاتی (۲۲) ارائه می‌شود.

۳-۲ کران‌های معادله ریکاتی وابسته به حالت

در این بخش نشان می‌دهیم رابطه نزدیکی میان کران‌دار بودن پاسخ معادله ریکاتی (۲۲) با خواص رویت‌پذیری و آشکاری‌پذیری سیستم مورد مشاهده وجود دارد. ابتدا نکته زیر را مد نظر قرار دهید.

نکته ۷: در ادامه، ماتریس‌های وابسته به حالتی که در فرمول‌بندی فیلتر ظاهر می‌شوند را با ماتریس‌های وابسته به زمان زیر نمایش می‌دهیم

$$A_k \leftarrow A(\hat{x}_k) \quad B_k \leftarrow B(\hat{x}_k) \quad C_k \leftarrow C(\hat{x}_k) \quad (34)$$

توجه شود که این نمایش صرفاً برای سهولت نشان‌گذاری صورت گرفته و این حقیقت که این ماتریس‌ها با استفاده از بردار حالت $\hat{x}_k$ بدست می‌آیند، مد نظر باقی خواهند ماند.

تعریف ۴- ماتریس‌های متغیر با زمان C_k و A_k را در نظر می‌گیریم. گرامیان رویت‌پذیری با معادله زیر داده می‌شود [۱۶]:

$$M_{k+a,k} = \sum_{i=k}^{k+a} \Phi^{-T}(i,k) C_i^T C_i \Phi(i,k) \quad (35)$$

برای هر عدد صحیحی همچون $a > 0$ با فرض $\Phi(k,k) = I$ و برای $i > k$

$$\Phi(i,k) = A_{i-1} \dots A_k \quad (36)$$

ماتریس‌های A_k و C_k ، $k \geq 0$ ، شرط رویت‌پذیری یکنواخت را برآورده می‌کنند در صورتی که اعداد حقیقی $\bar{m}, \underline{m} > 0$ و عدد صحیح $a > 0$ موجود باشند به گونه‌ای که نامساوی زیر تحقق یابد:

$$\underline{m}I \leq M_{k+a,k} \leq \bar{m}I \quad (37)$$

لم ۲- پاسخ P_k معادله ریکاتی (۲۲) کراندار است، بدین معنی که اعداد حقیقی $\underline{p}, \bar{p} > 0$ موجوداند به نحوی که

$$\underline{p}I \leq P_k \leq \bar{p}I \quad (38)$$

در صورتی که شرایط زیر برآورده شوند.

(۱) اعداد حقیقی $\underline{q}, \bar{q}, \underline{r}, \bar{r} > 0$ وجود دارند به گونه‌ای که

$$\underline{q}I \leq Q_k \leq \bar{q}I \quad \text{و} \quad \underline{r}I \leq R_k \leq \bar{r}I$$

(۲) ماتریس‌های A_k و C_k شرط رویت‌پذیری یکنواخت را برآورده کنند.

(۳) ماتریس حالت اولیه P_0 مثبت معین انتخاب شود.

مرحله‌ای^۱، برای فیلتر SDRF تفاضلی زمان-گسسته موجود است. ساختار بازگشتی یک مرحله‌ای آن چیزی است که در اینجا ارائه گردید و با معادلات (۱۸)، (۲۱) و (۲۲) داده می‌شود. ساختار بازگشتی دو مرحله‌ای در یک محیط قطعی، در [۶] و نیز در [۸] مورد بحث قرار گرفته است. توجه کنید که اگرچه ممکن است این دو فرمول‌بندی عملکرد و رفتار گذرای متفاوتی داشته باشند، اما خصوصیات همگرایی آنها یکسان خواهد بود.

نکته ۶: یک انتخاب مرسوم برای Q_k و R_k ماتریس‌های کوواریانس نویزهای اندازه‌گیری و نامعینی سیستم در (۱۴) و (۱۵) می‌باشد، به عبارت دیگر

$$Q_k = G_k G_k^T \quad (24)$$

$$R_k = D_k D_k^T \quad (25)$$

البته این تنها انتخاب ممکن نیست و هر ماتریس مثبت معین دیگری به عنوان پارامتر طراحی نیز می‌تواند جایگزین شود. به ویژه در تخمین حالت سیستم-های قطعی بدون نویز، در این مورد $D_k D_k^T = G_k G_k^T = 0$ می‌باشد. اگر خطای تخمین را به صورت زیر تعریف کنیم

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \quad (26)$$

با کم کردن (۱۸) از (۱۶) دینامیک خطا حاصل می‌شود

$$e_{k+1} = A(x_k)x_k + B(x_k)u_k + G_k w_k - A(\hat{x}_k)\hat{x}_k - B(\hat{x}_k)u_k - L_k [C(x_k)x_k + D_k v_k - C(\hat{x}_k)\hat{x}_k] \quad (27)$$

با اضافه و کم کردن $A(\hat{x}_k)x_k$ به کل معادله و اضافه و کم کردن $C(\hat{x}_k)x_k$ به داخل کروشه خواهیم داشت

$$e_{k+1} = A(\hat{x}_k)x_k - A(\hat{x}_k)\hat{x}_k + A(x_k)x_k - A(\hat{x}_k)x_k + [B(x_k) - B(\hat{x}_k)]u_k + G_k w_k - L_k [C(\hat{x}_k)x_k - C(\hat{x}_k)\hat{x}_k + C(x_k)x_k - C(\hat{x}_k)x_k + D_k v_k] \quad (28)$$

به این ترتیب می‌توان دینامیک خطا را به صورت زیر بازنویسی نمود

$$e_{k+1} = [A(\hat{x}_k) - L_k C(\hat{x}_k)]e_k + \phi_k + \chi_k \quad (29)$$

که ϕ_k و χ_k به ترتیب ترم‌های آزاد از نویز و دارای نویز در (۲۸) را در بر می‌گیرند

$$\phi_k = d(x_k, \hat{x}_k, u_k) - L_k s(x_k, \hat{x}_k) \quad (30)$$

$$\chi_k = G_k w_k - L_k D_k v_k \quad (31)$$

و توابع غیرخطی $d(x_k, \hat{x}_k, u_k)$ و $s(x_k, \hat{x}_k)$ با معادلات زیر تعیین می‌گردند

$$d(x_k, \hat{x}_k, u_k) = [A(x_k) - A(\hat{x}_k)]x_k + [B(x_k) - B(\hat{x}_k)]u_k \quad (32)$$

¹ Two-step recursive update

$$\|C(x_k) - C(\hat{x}_k)\| \leq k_C \|x_k - \hat{x}_k\|^2 \quad (45)$$

همچنین فرض کنید $\|x_k - \hat{x}_k\| \leq \varepsilon_A$ ، $\|x_k - \hat{x}_k\| \leq \varepsilon$ و $\|x_k - \hat{x}_k\| \leq \varepsilon_C$ و $k_A, k_B, k_C > 0$. اکنون با این پیش‌نیازها، قادر به بیان قضیه اصلی این مقاله می‌باشیم، که شرایط کافی برای پایداری اتفاقی خطای تخمین را نشان می‌دهد.

قضیه ۱- سیستم غیرخطی اتفاقی داده شده با (۱۶) و (۱۷) را به همراه فیلتر SDRE تفاضلی تعریف شده با (۱۸)–(۲۲) و ماتریس‌های مثبت معین Q_k و R_k در نظر بگیرید. فرض کنید شرایط ۱ تا ۴ برقرار باشند. آنگاه خطای تخمین داده شده با (۲۹) با تعبیر میانگین مربعات کراندار نمایی و نیز با احتمال واحد کراندار است، مشروط بر آنکه خطای تخمین اولیه شرط

$$\|e_0\| \leq \varepsilon \quad (46)$$

را برآورده سازد و ماتریس‌های کوواریانس ترم‌های نویز توسط

$$G_k G_k^T \leq \delta I \quad (47)$$

$$D_k D_k^T \leq \delta I \quad (48)$$

کراندار باشند، که در آن $\varepsilon, \delta > 0$ اعداد حقیقی مثبت هستند.

نکته ۸: با توجه به لم ۲، در صورتیکه سیستم خاصیت رؤیت‌پذیری معینی را برآورده کند، آنگاه فرض ۲ تحقق یافته و می‌توان برقراری نامساوی (۴۱) را از پیش تصدیق کرد.

نکته ۹: می‌توان نامساوی‌های (۴۳) تا (۴۵) را به صورت شرایط لیپ‌شیتز محلی با توان دو تعبیر نمود. تحقق این نامساوی‌ها در حالت کلی کار دشواری خواهد بود. البته، درجات آزادی اضافی که بواسطه یکتا نبودن نمایش SDC فراهم می‌گردد، می‌تواند در برآورده کردن فرض ۴ مفید واقع شود.

اثبات قضیه ۱- تابع لیاپانوف مرسوم زیر را انتخاب می‌کنیم

$$V_k(e_k) = e_k^T \Pi_k e_k \quad (49)$$

با فرض $\Pi_k = P_k^{-1}$ ، به خاطر مثبت معین بودن P_k (فرض ۲) این ماتریس حتما وجود دارد. از نامساوی (۴۱) داریم

$$\frac{1}{\bar{p}} \|e_k\|^2 \leq V_k(e_k) \leq \frac{1}{\underline{p}} \|e_k\|^2 \quad (50)$$

به عبارت دیگر (۴) با $\underline{p} = 1/\bar{p}$ و $\bar{p} = 1/\underline{p}$ برقرار است. برای اثبات کراندار بودن خطای تخمین با استفاده از لم ۱، نیازمند محاسبه یک حد بالا مشابه (۵) برای $E\{V_{k+1}(e_{k+1})|e_k\}$ هستیم. با توجه به (۲۹) داریم

اثبات- این لم مستقیماً از [۱۵] استنباط می‌شود و در [۱۳] نیز، در مورد پاسخ معادله ریکاتی EKF به کار رفته است. ■

توجه شود که اگر ماتریس‌های متغیر با زمان A_k و C_k نظیر آنچه در EKF صورت می‌گیرد از خطی‌سازی معادلات حول حالت تخمینی بدست آمده باشند، آنگاه شرط رؤیت‌پذیری یکنواخت را می‌توان برحسب شرط رتبه رؤیت‌پذیری غیرخطی بیان کرد. اما در این حالت که ماتریس‌های متغیر با زمان A_k و C_k از تبدیل معادلات به فرم SDC حاصل می‌شوند، برقراری این ارتباط با این سادگی نیست. بدین ترتیب مشاهده می‌شود که کراندار بودن P_k با خواص رؤیت‌پذیری سیستم ارتباط مستقیم پیدا می‌کند. این کراندارای یکی از فرضیات کلیدی است که در بخش بعد برای تحلیل پایداری مورد استفاده قرار گرفته است.

۳-۳- کراندار بودن خطای تخمین

در این بخش تحلیل پایداری فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته ارائه خواهد شد. به منظور تحلیل خطا، ابتدا فرضیات زیر را در نظر بگیرید.

فرض ۱- اعداد حقیقی مثبت $\bar{a}, \bar{c} > 0$ وجود دارند به گونه‌ای که، برای هر $k \geq 0$ ماتریس‌های A_k و C_k از بالا کراندار باشند

$$\|A_k\| \leq \bar{a} \quad (39)$$

$$\|C_k\| \leq \bar{c} \quad (40)$$

و افزون بر آن، برای هر $k \geq 0$ ناویژه باشد.

فرض ۲- برای هر پاسخ $\hat{x}_k$ از معادله تفاضلی رؤیت‌گر (۱۸)، پاسخ P_k از معادله ریکاتی تفاضلی وابسته به حالت (۲۲) برای هر $k \geq 0$ اعداد حقیقی مثبت $\underline{p}, \bar{p} > 0$ ، با

$$\underline{p}I \leq P_k \leq \bar{p}I \quad (41)$$

کراندار است.

فرض ۳- اعداد حقیقی $\sigma, \rho > 0$ موجوداند به نحوی که برای هر $k \geq 0$

$$\|x_k\| \leq \sigma, \|u_k\| \leq \rho \quad (42)$$

فرض ۴- نمایش SDC به گونه‌ای انتخاب شود که برای همه $x_k, \hat{x}_k \in \mathbb{R}^n$ و هر $k \geq 0$ نامساوی‌های زیر برآورده شوند:

$$\|A(x_k) - A(\hat{x}_k)\| \leq k_A \|x_k - \hat{x}_k\|^2 \quad (43)$$

$$\|B(x_k) - B(\hat{x}_k)\| \leq k_B \|x_k - \hat{x}_k\|^2 \quad (44)$$

$$L_k C_k P_k (A_k - L_k C_k)^T = A_k [A_k^{-1} L_k C_k] \cdot \quad (58)$$

$$[A_k^{-1} (A_k - L_k C_k) P_k]^T; \quad A_k^T \geq 0$$

برقرار است. جایگزینی (58) در (54) منجر می شود به

$$P_{k+1} \geq (A_k - L_k C_k) P_k (A_k - L_k C_k)^T + Q_k \quad (59)$$

نامساوی (56) بیانگر آن است که $(A_k - L_k C_k)^{-1}$ وجود دارد و لذا می توان نوشت

$$P_{k+1} \geq (A_k - L_k C_k) \cdot \quad (60)$$

$$[P_k + (A_k - L_k C_k)^{-1} Q_k (A_k - L_k C_k)^{-T}] (A_k - L_k C_k)^T$$

با استناد به مثبت معین بودن ماتریس های Q_k و R_k و $qI \leq Q_k$ و همچنین $rI \leq R_k$ ، و با توجه به (18) و نامساوی های (39) تا (41) و همچنین داریم

$$\|L_k\| \leq \frac{1}{\bar{a} \bar{p} \bar{c}} \frac{1}{r} \quad (61)$$

به این ترتیب نامساوی زیر از (60) بدست می آید

$$P_{k+1} \geq (A_k - L_k C_k) \left[P_k + \frac{q}{(\bar{a} + \bar{a} \bar{p} \bar{c}^2 / r)^2} I \right] (A_k - L_k C_k)^T \quad (62)$$

با معکوس گرفتن از طرفین نامساوی فوق (از آنجا که $P_k \geq pI$ و $(A_k - L_k C_k)$ ناویژه هستند این عمل مجاز است)، سپس ضرب از چپ و راست به ترتیب در $(A_k - L_k C_k)^T$ و $(A_k - L_k C_k)$ ، و با به کار بردن نامساوی (41) و قرار دادن $\Pi_k = P_k^{-1}$ نهایتاً خواهیم داشت

$$(A_k - L_k C_k)^T \Pi_{k+1} (A_k - L_k C_k) \leq \left(1 + \frac{q}{\bar{p}(\bar{a} + \bar{a} \bar{p} \bar{c}^2 / r)^2} \right)^{-1} \Pi_k \quad (63)$$

به عبارت دیگر نامساوی (49) با

$$1 - \lambda = \left[1 + \frac{q}{\bar{p}(\bar{a} + \bar{a} \bar{p} \bar{c}^2 / r)^2} \right]^{-1} \quad (64)$$

محقق می شود. ■

لم 4- اگر فرضیات قضیه 1 برآورده شوند و L_k و φ_k به ترتیب با (21) و (30) داده شوند، آنگاه اعداد حقیقی $\varepsilon', \kappa_\varphi > 0$ وجود دارند به نحوی

$$\|e_k\| \leq \varepsilon' \quad \text{که برای}$$

$$\varphi_k^T \Pi_{k+1} [2(A_k - L_k C_k) e_k + \varphi_k] \leq \kappa_\varphi \|e_k\|^3 \quad (65)$$

اثبات- از (21)، (39) تا (41)، و $C_k P_k C_k^T > 0$ داریم

$$\|L_k\| \leq \frac{1}{\bar{a} \bar{p} \bar{c}} \frac{1}{r} \quad (66)$$

جایگزینی در (30) نتیجه می دهد

$$V_{k+1}(e_{k+1}) = [e_k^T (A_k - L_k C_k)^T + \varphi_k^T + \chi_k^T] \Pi_{k+1} \quad (51)$$

$$[(A_k - L_k C_k) e_k + \varphi_k + \chi_k]$$

$$= e_k^T (A_k - L_k C_k)^T \Pi_{k+1} (A_k - L_k C_k) e_k +$$

$$\varphi_k^T \Pi_{k+1} [2(A_k - L_k C_k) e_k + \varphi_k]$$

$$+ 2\chi_k^T \Pi_{k+1} [(A_k - L_k C_k) e_k + \varphi_k] + \chi_k^T \Pi_{k+1} \chi_k$$

در بسط تساوی فوق از متقارن بودن ماتریس Π_{k+1} بهره برده ایم. با گرفتن

امید ریاضی شرطی $E\{V_{k+1}(e_{k+1})|e_k\}$ از طرفین (51) و در نظر گرفتن

خاصیت نویز سفید، مشاهده می شود که ترم

$$E\{\chi_k^T \Pi_{k+1} [(A_k - L_k C_k) e_k + \varphi_k]\} e_k\}$$

صفر است. علت این امر آن است که نه $\Pi_{k+1} = P_{k+1}^{-1}$ و نه A_k, C_k, φ_k

و e_k هیچ کدام به v_k یا w_k بستگی ندارند. به این ترتیب برای دست-

یابی به هدف خود، نیازمند محاسبه سه ترم باقی مانده $E\{\chi_k^T \Pi_{k+1} \chi_k\}$

$$\varphi_k^T \Pi_{k+1} [2(A_k - L_k C_k) e_k + \varphi_k] \text{ و } (A_k - L_k C_k)^T \Pi_{k+1} (A_k - L_k C_k)$$

هستیم. این محاسبات در لم های 3 تا 5 انجام شده اند.

لم 3- تحت شرایط قضیه 1، عدد حقیقی $0 < \lambda < 1$ وجود دارد به گونه-

ای که $\Pi_k = P_k^{-1}$ برای $k \geq 0$ و L_k داده شده با معادله (21)،

نامساوی زیر را ارضا کنند:

$$(A_k - L_k C_k)^T \Pi_{k+1} (A_k - L_k C_k) \leq (1 - \lambda) \Pi_k \quad (52)$$

اثبات- از (21) و (22) داریم

$$P_{k+1} = A_k P_k A_k^T + Q_k - A_k P_k C_k^T L_k^T \quad (53)$$

مرتب سازی دوباره جملات نتیجه می دهد

$$P_{k+1} = (A_k - L_k C_k) P_k (A_k - L_k C_k)^T + Q_k + L_k C_k P_k (A_k - L_k C_k)^T \quad (54)$$

اکنون توجه خود را به عبارت $L_k C_k P_k (A_k - L_k C_k)^T$ در سمت راست

(54) معطوف می کنیم. با در نظر گرفتن (21) می توان نشان داد که

$$A_k^{-1} (A_k - L_k C_k) P_k = P_k - P_k C_k^T (C_k P_k C_k^T + R_k)^{-1} C_k P_k \quad (55)$$

یک ماتریس متقارن است، و با به کار بردن لم معکوس سازی ماتریس نتیجه

می گیریم

$$A_k^{-1} (A_k - L_k C_k) P_k = (P_k^{-1} + C_k^T R_k^{-1} C_k)^{-1} > 0 \quad (56)$$

چرا که $P_k^{-1} > 0$ است. بعلاوه، با توجه به (21) و دانستن این که $P_k > 0$

و $R_k > 0$ هستند داریم

$$A_k^{-1} L_k C_k = P_k C_k^T (C_k P_k C_k^T + R_k)^{-1} C_k \geq 0 \quad (57)$$

با ترکیب (56) و (57) و استفاده از $P_k = P_k^T$ ، ثابت می شود که

$$g_k = w_k^T G_k^T \Pi_{k+1} G_k w_k + v_k^T D_k^T L_k^T \Pi_{k+1} L_k D_k v_k \quad (۷۶)$$

از (۷۱)، فرضیات قضیه و $C_k P_k C_k^T > 0$ داریم:

$$\|L_k\| \leq \overline{apc} \frac{1}{r} \quad (۷۷)$$

در نتیجه با توجه به نامساوی فوق، رابطه (۷۲) و فرض $\Pi_k = P_k^{-1}$ می توان نوشت

$$g_k \leq \frac{1}{p} w_k^T G_k^T G_k w_k + \frac{\bar{a}^2 \bar{c}^2 \bar{p}^2}{p \underline{r}^2} v_k^T D_k^T D_k v_k \quad (۷۸)$$

از آنجا که هر دو طرف (۷۸) اسکالر هستند، می توان از سمت راست (۷۸) بدون تغییر مقدار آن trace گرفت:

$$g_k \leq \frac{1}{p} \text{tr}(w_k^T G_k^T G_k w_k) + \frac{\bar{a}^2 \bar{c}^2 \bar{p}^2}{p \underline{r}^2} \text{tr}(v_k^T D_k^T D_k v_k) \quad (۷۹)$$

به موجب معادله ماتریسی شناخته شده

$$\text{tr}(\Gamma \Delta) = \text{tr}(\Delta \Gamma) \quad (۸۰)$$

که Γ و Δ چنان ماتریس هایی هستند که به ضرب ماتریسی و عملیات trace فوق معنی می دهند، داریم

$$g_k \leq \frac{1}{p} \text{tr}(G_k w_k w_k^T G_k^T) + \frac{\bar{a}^2 \bar{c}^2 \bar{p}^2}{p \underline{r}^2} \text{tr}(D_k v_k v_k^T D_k^T) \quad (۸۱)$$

و محاسبه مقدار میانگین منجر می شود به

$$E\{g_k\} \leq \frac{1}{p} \text{tr}(G_k E\{w_k w_k^T\} G_k^T) + \frac{\bar{a}^2 \bar{c}^2 \bar{p}^2}{p \underline{r}^2} \text{tr}(D_k E\{v_k v_k^T\} D_k^T) \quad (۸۲)$$

در رابطه فوق از این واقعیت که D_k و G_k ماتریس هایی معین هستند استفاده شده است. چون v_k و w_k نویزهای سفید استاندارد فرض شده اند، داریم

$$\begin{aligned} E\{w_k w_k^T\} &= I \\ E\{v_k v_k^T\} &= I \end{aligned} \quad (۸۳)$$

بنابراین می توان نوشت

$$E\{s_k^T \Pi_{k+1} s_k\} = E\{g_k\} \leq \frac{1}{p} \text{tr}(G_k G_k^T) + \frac{\bar{a}^2 \bar{c}^2 \bar{p}^2}{p \underline{r}^2} \text{tr}(D_k D_k^T) \quad (۸۴)$$

با توجه به شرایط (۴۷) و (۴۸) در قضیه ۱ نتیجه می شود

$$\begin{aligned} \text{tr}(G_k G_k^T) &\leq \delta \text{tr}(I_n) = n\delta \\ \text{tr}(D_k D_k^T) &\leq \delta \text{tr}(I_m) = l\delta \end{aligned} \quad (۸۵)$$

$$\|\varphi_k\| \leq \|d(x_k, \hat{x}_k, u_k)\| + \overline{apc} \frac{1}{r} \|s(x_k, \hat{x}_k)\| \quad (۶۷)$$

توابع غیرخطی $d(x_k, \hat{x}_k, u_k)$ و $s(x_k, \hat{x}_k)$ در (۳۲) و (۳۳) را در نظر بگیرد. اکنون با توجه به فرض ۴ و با استفاده از نامساوی های (۴۲) داریم

$$\begin{aligned} \|d(x_k, \hat{x}_k, u_k)\| &\leq \| [A(x_k) - A(\hat{x}_k)] x_k \| + \\ &\| [B(x_k) - B(\hat{x}_k)] u_k \| \leq (k_A \sigma + k_B \rho) \|x_k - \hat{x}_k\|^2 \end{aligned} \quad (۶۸)$$

$$\|s(x_k, \hat{x}_k)\| = \| [C(x_k) - C(\hat{x}_k)] x_k \| \leq k_C \sigma \|x_k - \hat{x}_k\|^2 \quad (۶۹)$$

با انتخاب $\varepsilon' = \min(\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C)$ و به کمک (۶۸) و (۶۹)، می توان نامساوی (۶۷) را به صورت زیر بازنویسی نمود

$$\|\varphi_k\| \leq (k_A \sigma + k_B \rho) \|e_k\|^2 + \overline{apc} \frac{1}{r} k_C \sigma \|e_k\|^2 \quad (۷۰)$$

به ازای $\|e_k\| \leq \varepsilon'$ به عبارت دیگر

$$\|\varphi_k\| \leq \kappa' \|e_k\|^2 \quad (۷۱)$$

با

$$\kappa' = (k_A \sigma + k_B \rho) + \overline{apc} \frac{1}{r} k_C \sigma \quad (۷۲)$$

دقت کنید که در (۷۰) از تعریف خطای تخمین (۲۶) استفاده شده است. به این ترتیب از (۷۰)، فرضیات ۱ و ۲، و همچنین مثبت معین بودن ماتریس R_k نتیجه می گیریم

$$\begin{aligned} \varphi_k^T \Pi_{k+1} [2(A_k - L_k C_k) e_k + \varphi_k] &\leq \\ \kappa' \|e_k\|^2 \frac{1}{p} \left[2 \left(\bar{a} + \overline{apc} \frac{1}{r} \bar{c} \right) \|e_k\| + \kappa' \varepsilon' \|e_k\| \right] \end{aligned} \quad (۷۳)$$

با $\Pi_k = P_k^{-1}$ و برای $\|e_k\| \leq \varepsilon'$ به عبارت دیگر نامساوی (۶۵) با

$$\kappa_\varphi = \kappa' \frac{1}{p} \left[2 \left(\bar{a} + \overline{apc} \frac{1}{r} \bar{c} \right) + \kappa' \varepsilon' \right] \quad (۷۴)$$

برآورده می شود. ■

لم ۵- اگر فرضیات قضیه ۱ برقرار باشند و L_k و χ_k به ترتیب با (۲۱) و (۳۱) داده شوند، آنگاه عدد حقیقی مثبت $\kappa_\chi > 0$ مستقل از δ وجود دارد به شکلی که

$$E\{\chi_k^T \Pi_{k+1} \chi_k\} \leq \kappa_\chi \delta \quad (۷۵)$$

از آنجا که v_k و w_k ناممبسته هستند، امید ریاضی جمله هایی که v_k و w_k را با هم شامل می شوند صفر خواهد بود و لذا روی ترم های زیر از $\chi_k^T \Pi_{k+1} \chi_k$ متمرکز می شویم

$$\bar{p} + 1 / \left(1 + \underline{q} / \bar{p} (\bar{a} + \bar{a} \bar{p} \bar{c}^2 / \underline{r})^2 \right) < 1 \quad (92)$$

اثبات قضیه ۱ را می توان برای این حالت تغییر داد.

۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش، برای نشان دادن اهمیت شرایطی که در بخش قبلی برای پایداری فیلتر بدست آمد، فیلتر SDRE تفاضلی را به یک سیستم نمونه اعمال کرده و به کمک شبیه سازی عددی به بررسی رفتار خطای تخمین می پردازیم. برای این منظور یک سیستم غیرخطی اتفاقی و بدون ورودی، $u_k \equiv 0$ ، که با (۱۴) و (۱۵) داده می شود را به ازای

$$f(x_k) = \begin{bmatrix} x_{1,k} + \tau x_{2,k} \\ (1 - \tau)x_{2,k} + \tau(x_{1,k}^2 x_{2,k} + x_{2,k}^3 - x_{1,k}) \end{bmatrix} \quad (93)$$

$$h(x_k) = \begin{bmatrix} x_{1,k} + x_{2,k} \\ x_{1,k} x_{2,k} \end{bmatrix} \quad (94)$$

در نظر بگیرید. دقت شود که $\tau = 10^{-2}$ زمان نمونه برداری است. از میان انتخاب های ممکن متفاوت، $f(x_k)$ را به شکل زیر نمایش می دهیم

$$f(x_k) = A(x_k)x_k = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ -\tau & 1 + \tau(x_{1,k}^2 + x_{2,k}^2 - 1) \end{bmatrix} x_k \quad (95)$$

می توان نشان داد که، سیستم مورد نظر برای $\hat{x}_{1,k} = \hat{x}_{2,k}$ نسبت به الگوریتم EKF رؤیت ناپذیر بوده و در چنین وضعیتی هیچ کاری در قبال این مشکل نمی توان انجام داد. حال آنکه با به کار بردن فیلتر SDRE، دو نمایش SDC متمایز برای تابع مشاهده غیرخطی $h(x_k)$ خواهیم داشت:

$$C_1(x_k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & x_{1,k} \end{bmatrix} \quad C_2(x_k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ x_{2,k} & 0 \end{bmatrix} \quad (96)$$

که این دو نمایش می توانند ترکیب شده و ماتریس اندازه گیری وابسته به حالت زیر را شکل دهند

$$C(x_k, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha x_{2,k} & (1 - \alpha)x_{1,k} \end{bmatrix} \quad (97)$$

در این نمایش جدید، می توان مقدار α را به گونه ای انتخاب نمود که از رؤیت ناپذیری ممانعت به عمل آید. در واقع، ماتریس های $A(x_k)$ و $C(x_k, \alpha)$ مفروض در (۹۴) و (۹۶) شرط رؤیت پذیری یکنواخت را تضمین کرده و لذا بنا به لم ۲، پاسخ معادله ریکاتی تفاضلی (۲۲) کراندار و مثبت معین خواهد بود. گذشته از این، به سادگی می توان نشان داد که فرض ۴ با این نمایش SDC تحقق می یابد.

که l و n به ترتیب تعداد سطرهای G_k و D_k می باشند. به این ترتیب با تعریف

$$\kappa_{\chi} = \frac{n}{\bar{p}} + \frac{\bar{a}^2 \bar{c}^2 \bar{p}^2 m}{\underline{p} r^2} \quad (98)$$

و با (۸۴) خواهیم داشت

$$E\{\chi_k^T \Pi_{k+1} \chi_k\} \leq \kappa_{\chi} \delta \quad (99)$$

که همان نامساوی (۷۵) مطلوب است.

اکنون با توجه به نتایجی که در لم های فوق حاصل شد، می توان به ادامه اثبات قضیه ۱ پرداخت.

ادامه اثبات قضیه ۱- معادله (۵۱) و کران های بدست آمده در لم های ۳ تا ۵ را در نظر بگیرید، به این ترتیب داریم

$$E\{V_{k+1}(e_{k+1})|e_k\} \leq (1 - \lambda)V_k(e_k) + \kappa_{\varphi} \|e_k\|^3 + \kappa_{\chi} \delta \quad (100)$$

برای $\|e_k\| \leq \varepsilon'$ با تعریف

$$\varepsilon = \min(\varepsilon', \frac{\lambda}{2\bar{p}\kappa_{\varphi}}) \quad (101)$$

و با توجه به (۴۹) و (۵۰)، برای $\|e_k\| \leq \varepsilon$ خواهیم داشت

$$\kappa_{\varphi} \|e_k\| \|e_k\|^2 \leq \frac{\lambda}{2\bar{p}} \|e_k\|^2 \leq \frac{\lambda}{2} V_k(e_k) \quad (102)$$

جایگزینی (۹۰) در (۸۸) برای $\|e_k\| \leq \varepsilon$ نتیجه می دهد.

$$E\{V_{k+1}(e_{k+1})|e_k\} - V_k(e_k) \leq -\frac{\lambda}{2} V_k(e_k) + \kappa_{\chi} \delta \quad (103)$$

بنابراین، با داشتن (۵۰) و (۹۱) می توان لم ۱ را به ازای $\|e_0\| \leq \varepsilon$ ، $\mu = \kappa_{\chi} \delta$ و $\bar{v} = 1/\underline{p}$ ، $\underline{v} = 1/\bar{p}$ خطای تخمین e_k در معادله (۲۹) با تغییر میانگین مربعات کراندار نمای بوده و با احتمال واحد کراندار است.

نکته ۱۰: قضیه ۱ شرایط کافی برای تضمین کراندار نمایی بودن خطای تخمین را فراهم می کند. بعلاوه، از آنجایی که کران ها با استفاده از عملگرهای نرم بدست می آیند، این شرایط محافظه کارانه نیز خواهند بود. البته، اثبات این قضیه یک روش سودمند برای تعیین کران خطای تخمین براساس نامساوی (۶) و با پارامترهای $\|e_0\| \leq \varepsilon$ ، $\bar{v} = 1/\underline{p}$ ، $\underline{v} = 1/\bar{p}$ و $\mu = \kappa_{\chi} \delta$ ارائه می دهد.

نکته ۱۱: می توان نشان داد که، نامساوی های (۴۳) تا (۴۵) در فرض ۴ می تواند به شرایط لپ شیتز استاندارد با توان واحد کاهش یابند، مادامی که خطای تخمین همچنان کراندار باقی می ماند، مشروط بر آنکه علاوه بر فرضیات قضیه ۱ داشته باشیم

Design Parameters	Q_k	R_k	P_0	α
Value	diag(0.05,0.1)	100I ₂	I ₂	0.8

و نویز اندازه گیری کوچک، $D_k = I_2$ و $\hat{x}_0 = [0.3 \ 0.3]^T$

شکل ۲: نرم خطای تخمین به ازای خطای تخمین اولیه و نویز اندازه گیری کوچک

در این مقاله، یک فیلتر SDRE تفاضلی زمان-گسسته برای حل مسائل تخمین حالت غیرخطی عمومی در یک محیط تصادفی در نظر گرفته شده و رفتار خطای آن تحلیل شده است. همچنین نشان داده شده است که خطای تخمین تحت قیود مشخصی با تعبیر میانگین مربعات کراندار نمایی و با احتمال واحد کراندار است. این شرایط عبارتند از آن که نمایش SDC یک شرط لب‌شیتز معین را ارضا کند، پاسخ معادله ریکاتی تفاضلی وابسته به حالت مثبت معین و کراندار باقی بماند، و علاوه بر آن خطای تخمین اولیه و همین‌طور سیگنال‌های نویز مخرب به اندازه کافی کوچک باشند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که اگر هر یک از خطای تخمین اولیه یا ترم‌های

- [13] K. Reif, S. Gunther, E. Yaz and R. Unbehauen, "Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, pp. 714-728, 1999.
- [14] J. Xu, G.M. Dimirovski, Y. Jinx and C. Shen, "UKF design and stability for nonlinear stochastic systems with correlated noises," In Proc. of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, 2007.
- [15] T. Morozan, "Stability of stochastic discrete systems," *Journal of Mathematics Analysis and Application*, vol. 23, pp. 1-9, 1968
- [16] I. C. Baik, K. H. Kim and M. J. Youn, "Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 8, no. 1, Jan. 2000.

نویز بزرگ باشند، واگرایی خطای تخمین محتمل خواهد بود. از آنجا که تاکنون تحلیل پایداری و همگرایی فیلتر SDRE فقط در محیط‌های قطعی (فاقد نویز) با ساختاری خاص صورت گرفته است این چهارچوب ارائه شده می‌تواند تأثیر قابل توجهی در توسعه فیلترهای SDRE در کاربردهای واقعی بگذارد. نکته چشمگیر آن است که در مقایسه با نتایج موجود، هیچ شرط محدود کننده قابل توجهی بر روی معادلات غیرخطی سیستم و نمایش SDC آن تحمیل نشده است.

مراجع

- [1] H. T. Banks, Hae-Dae Kwon, J. A. Toivanen, and H. T. Tran, "A state-dependent Riccati equation-based estimator approach for HIV feedback control," *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 27, no. 2, pp. 93-121, Feb. 2006.
- [2] A. Nemra, and N. Aouf, "Robust INS/GPS Sensor Fusion for UAV Localization Using SDRE Nonlinear Filtering," *IEEE Sensors Journal*, vol. 10, no. 4, pp. 789 - 798, 2010.
- [3] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*, MIT Press, Cambridge, 2001.
- [4] C. P. Mracek, J. R. Cloutier, and C. A. D'Souza, "A new technique for nonlinear estimation," Proc. of the 1996 IEEE Int. Conf. on Control Applications, Dearborn, MI, pp. 338-343, 1996.
- [5] J. R. Cloutier, C. A. D'Souza, and C. P. Mracek, "Nonlinear regulation and H_∞ control via the state-dependent Riccati equation technique; part 1, theory; part 2, examples," In Proc. of the 1st Int. Conf. on Nonlinear problems in Aviation and Aerospace, Daytona Beach, FL, 1996

[۶] حسین بیک زاده و حمید رضا تقی راد، طراحی رویت گر نمایی برای سیستم‌های غیر خطی بر اساس معادله ریکاتی وابسته به حالت SDRE، مجله کنترل، جلد ۴، شماره ۴، صفحات ۱۴-۲۳، زمستان ۱۳۹۰.

- [7] C. M. Ewing, "An analysis of the state-dependent Riccati equation nonlinear estimation technique," In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Denver, CO, 2000.
- [8] C. Jaganath, A. Ridley, and D. S. Bernstein, "A SDRE-based asymptotic observer for nonlinear discrete-time systems," Proc. of the 2005 American Control Conference, Portland, OR, pp. 3630-3635, 2005
- [9] H. T. Banks, B. M. Lewis, and H. T. Tran, "Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent Riccati equation approach", *Computational Optimization and Applications*, vol. 37, no. 2, pp. 177-218, March 2007.
- [10] Tayfun Çimen, "Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method," *Annual Reviews in Control*, Vol. 34, Issue 1, pp. 32-51, April 2010.
- [11] E. Wong, *Stochastic processes in information and dynamical systems*, McGraw-Hill, New York, 1971.
- [12] T. J Tarn and Y. Rasis, "Observers for nonlinear stochastic systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-21, pp. 441-448, 1976

پایدارسازی و کنترل سیستم‌های خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی: دیدگاه مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی

حامد ملااحمدیان کاسب^۱، علی کریم پور^۲، ناصر پریرز^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، ha_mo779@stu-mail.um.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، karimpour@um.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، n-pariz@um.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۲/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۶/۳)

چکیده: کلاس خاصی از سیستم‌های سوئیچ شونده خطی دارای قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی بوده و در مدل‌سازی دسته وسیعی از سیستم‌ها قابل استفاده هستند. در این مقاله روشی جهت تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای این کلاس از سیستم‌های هائیرید ارائه شده است. روش پیشنهادی مبتنی بر طراحی بر اساس تابع لیپانف مربعی می‌باشد. مساله تحلیل پایداری و طراحی در مورد این سیستم‌ها به حل یک مساله بهینه‌سازی محدب از نوع نامساوی‌های ماتریسی خطی منجر شده است. نتایج شبیه‌سازی بر روی مبدل dc-dc باک، کارآیی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم خطی سوئیچ شونده، قانون کلیدزنی مقید، تابع لیپانف مربعی، نامساوی ماتریسی خطی.

Stabilization and Control of Switched Linear Systems with State-Input Logic Constrained: LMI Approach

Hamed Molla-Ahmadian, Ali Karimpour, Naser Pariz

Abstract: The class of switched linear systems with state-input logic constrained can be used for modeling of many systems. This article presents a new stability analysis and controller design method for this class of hybrid systems. Proposed method is based on quadratic lyapunov function. Computational approach for stability analysis and design is convex optimization (Linear Matrix Inequality type). Simulation results on dc-dc buck converter show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Switched Linear Systems, Constrained Switching Law, Quadratic Lyapunov Function, Linear Matrix Inequality.

کلاسی خاصی از سیستم‌های هائیرید، سیستم‌های سوئیچ شونده خطی با قانون کلیدزنی مقید می‌باشند. این قید می‌تواند به صورت، قید در حداقل زمان بین کلیدزنی‌ها (dwell time) [۲ و ۳]، نرخ کلیدزنی [۳]، کلیدزنی بر حسب متغیرهای حالت [۴] و ترتیب کلیدزنی [۵] باشد. کلاسی خاص مورد بررسی در این مقاله، سیستم‌های سوئیچ شونده خطی با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی می‌باشد. مبدل‌های الکترونیک

۱- مقدمه

سیستم‌های هائیرید، دسته ای خاص از سیستم‌ها است که نسبت به زمان پیوسته یا گسسته بوده و دارای پیشامدهای گسسته می‌باشند و در مدل‌سازی دسته وسیعی از سیستم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱].

طراحی قانون کلیدزنی سیستم مورد بررسی به یک مساله بهینه‌سازی محدب و به فرم LMI.

در بخش ۲ کلاس مورد نظر این مقاله معرفی و مدل آن بیان می‌شود. در بخش ۳ مروری بر سیستم‌های PWA و تکنیک‌های پایدارسازی و کنترل آنها صورت گرفته است. در بخش ۴ روش پیشنهادی جهت پایدارسازی و کنترل معرفی می‌گردد. در بخش ۵، تحلیل پایداری روش پیشنهادی ارائه گردیده است. در بخش ۶ نتایج شبیه‌سازی ارائه شده و نهایتاً در بخش ۷ نتیجه‌گیری مقاله ارائه شده است.

۲- کلاس سیستم‌های خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی

در این بخش به بیان ریاضی این دسته از سیستم‌ها می‌پردازیم. سیستم‌های هابیرید در حالت کلی [۱۶] به صورت

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), i(t), u(t)) \\ y(t) &= g(x(t), i(t), u(t)) \\ i(t^+) &= \phi(x(t), i(t), u(t), S(t))\end{aligned}\quad (1)$$

قابل بیان هستند. در این رابطه، $x(t)$ ، $i(t)$ ، $u(t)$ ، $S(t)$ به ترتیب متغیر خروجی، بردار ورودی منطقی، ورودی پیوسته، شماره زیر سیستم و حالات سیستم می‌باشند. در این رابطه $S = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{M_s}]^T$ ، $S_i \in \{0, 1\}$ ، $i = 1, 2, \dots, M_s$ ، $x(t) \in R^n$ بوده و M_s و M نیز به ترتیب تعداد ورودی منطقی و زیر سیستم‌ها می‌باشند. به طور معمول دو نوع کلیدزنی دلخواه و مقید در مورد سیستم‌های هابیرید می‌تواند رخ دهد. نوع خاصی از کلیدزنی مقید بر اساس متغیرهای حالت می‌باشد و دارای توصیف ریاضی

$$x \in \{x | H_j^T x - g_j < 0\} \Leftrightarrow \phi(x) = j \quad (2)$$

می‌باشد که در این رابطه j شماره زیرسیستم فعال، n تعداد متغیرهای حالت، p_j تعداد مرزهای توصیف کننده مش j -ام و $H_j \in R^{p_j \times n}$ ، $g_j \in R^{p_j \times 1}$ ، $j = 1, 2, \dots, M$ می‌باشد. منظور از مش در این مقاله ناحیه‌ای محدب از فضای حالت می‌باشد که با رابطه (۲) توصیف شده و منظور از کلیدزنی مقید به حالات سیستم، قیدی به فرم رابطه (۲) می‌باشد.

سیستم مورد بررسی در این مقاله به صورت

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_i x(t) + b_i \\ y(t) &= C_i x(t) + d_i \\ i(t^+) &= \phi(i(t), S(t), x(t))\end{aligned}\quad (3)$$

می‌باشد که x متغیر حالت، y خروجی، i شماره زیر سیستم فعال ($1 \leq i \leq M$)، S بردار ورودی منطقی، n تعداد متغیر حالت، $A_i \in R^{n \times n}$ ، $b_i \in R^{n \times 1}$ ، $C_i \in R^{1 \times n}$ ، $d_i \in R$ می‌باشند. همچنین قانون کلیدزنی (ϕ) به صورت زیر مشخص می‌گردد:

قدرت پایه چون باک و بوست در وضعیت کاری ناپیوسته و مبدل رزونانسی سری نمونه ای از این سیستم‌ها می‌باشند. مساله تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای کلاس مورد نظر با اهمیت بوده و کار تحقیقاتی که به این مساله پرداخته باشد، توسط نویسندگان رویت نشده است.

دو کلاس معروف از سیستم‌های هابیرید، سیستم تکه‌ای افاین (PWA) [۱، ۴ و ۶] و سیستم سوئیچ شونده خطی (SLS) بدون قید در قانون کلیدزنی [۷] می‌باشند. در ادامه هر جا از واژه SLS استفاده شده است، منظور سیستم سوئیچ شونده خطی بدون قید در قانون کلیدزنی می‌باشد. سیستم PWA دارای زیر سیستم‌های افاین و قانون کلیدزنی مقید به متغیرهای حالت می‌باشد. SLS دارای زیرسیستم‌های خطی بوده و بر اساس یک ورودی منطقی زیرسیستم فعال انتخاب می‌گردد. سیستم مورد بررسی در این مقاله دارای قانون کلیدزنی می‌باشد که ترکیبی از قانون کلیدزنی سیستم PWA و SLS می‌باشد.

تحلیل پایداری سیستم‌های PWA به طور معمول به وسیله توابع لیپانف چندگانه (MLF) صورت می‌گیرد. روش مورد استفاده بدین صورت است که به هر زیرسیستم یا ناحیه از فضای حالت یک تابع شبه لیپانف نسبت داده می‌شود. مشکل اصلی در به کارگیری MLF یافتن تابع شبه لیپانف مناسب می‌باشد. تابع لیپانف مربعی یک کاندیدای مناسب است، که در [۶ و ۸] شرایط پایداری آن برحسب نامساوی ماتریسی خطی (LMI) بیان شده است. پایداری تکه‌ای مربعی این سیستم‌ها در [۴] بررسی شده است. پایدارسازی SLS از دیگر مسائل با اهمیت است که روش‌های مختلفی برای آن ارائه گردیده است [۹]. پایدارسازی مربعی به کمک روش تصویر کمینه در [۱۰] ارائه شده است. این روش بر روی سیستم‌های غیرخطی نیز قابل استفاده است.

با توجه به قابلیت مدل‌سازی در فرم دینامیک-منطق ترکیبی (MLD) [۱۱]، امکان تبدیل فرم کلاس مورد بررسی به این فرم جهت تحلیل و طراحی میسر می‌باشد، ولی کار تحقیقاتی قابل ملاحظه‌ای در این زمینه رویت نشده است. کنترل کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل (MPC) یا جهت کنترل سیستم‌های MLD استفاده شده است [۱۲]. این کنترل کننده دارای پیچیدگی محاسباتی بالایی بوده و پیاده‌سازی آن مشکل می‌باشد. در [۱۳] یک راه حل محاسباتی مبتنی بر جدول داده‌ها جهت پیاده سازی زمان-واقعی این روش کنترلی ارائه شده است. مبدل‌های باک و بوست در وضعیت هدایت ناپیوسته در [۱۴ و ۱۵] به وسیله MLD مدل و کنترل شده‌اند. تبدیل معادلات مبدل‌ها به فرم MLD دارای پیچیدگی محاسباتی بالا بوده و کنترل آن نیز پیچیده می‌باشد. روش معرفی شده در این مقاله بدون تبدیل فرم سیستم، به کمک تابع لیپانف مربعی، مساله پایداری و طراحی کنترل کننده را حل می‌نماید.

نوآوری‌های اصلی این مقاله عبارتند از: ۱- ارائه قضیه‌هایی جهت تحلیل پایداری و طراحی قانون کلیدزنی پایدار برای سیستم خطی سوئیچ شونده مقید به حالت-ورودی منطقی، ۲- تبدیل مساله تحلیل پایداری و

جهت تحلیل پایداری از تابع لیپانوفی به فرم

$$V(x) = \sum_{i=1}^M \beta_i(x) V_i(x), V(x) > 0 \quad (9)$$

$$V_i(x) = x^T P_i x + 2q_i^T x + r_i$$

که P_i متقارن و مثبت معین بوده و $\beta_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in R_i \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, i=1,2,\dots,M$ استفاده می‌گردد. در معادله (۹) می‌توان V_i را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$V_i(x) = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_i & q_i \\ q_i^T & r_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

مشتق زمانی $V_i(x)$ به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\frac{d}{dt} V_i(x) = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i & P_i \bar{b}_i + \bar{A}_i^T q_i \\ \bar{b}_i^T P_i + q_i^T \bar{A}_i & 2\bar{b}_i^T q_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

تابع لیپانف (۹) دارای نرخ همگرایی α_i در هر مش بوده و برای ثابت $\varepsilon \geq 0$ داریم:

$$x \in R_i \Rightarrow \begin{cases} V_i(x) > \varepsilon \|x - x_{cl}^i\|_2 \\ \frac{d}{dt} V_i(x) < -\alpha_i V_i(x) \end{cases} \quad (12)$$

شرط‌های رابطه (۱۲) خیلی محافظه کارانه بوده و منجر به شرط مثبت بودن تابع لیپانف و منفی بودن مشتق آن در کل فضا برای هر اندیس i می‌شود. به منظور کاهش محافظه کاری در ادامه شرایط راحت‌تر بیان شده‌اند. به کمک (۸)، (۱۰)، و S-procedure [۱۸، ۱۹، ۲۰]، شرط مثبت بودن تابع لیپانف با نرخ همگرایی α_i در مش R_i وجود ماتریس‌های $P_i > 0$ ، q_i ، r_i و ماتریس‌های Z_i و Λ_i با درایه‌های تماماً مثبت است به نحوی که [۱۷]:

$$\begin{bmatrix} P_i - \varepsilon I_n - \bar{H}_i^T Z_i \bar{H}_i & q_i + \varepsilon x_{cl}^i + \bar{H}_i^T Z_i \bar{g}_i \\ q_i^T + \varepsilon x_{cl}^{iT} + \bar{g}_i^T Z_i \bar{H}_i & r_i - \varepsilon x_{cl}^{iT} x_{cl}^i - \bar{g}_i^T Z_i \bar{g}_i \end{bmatrix} > 0 \quad (13)$$

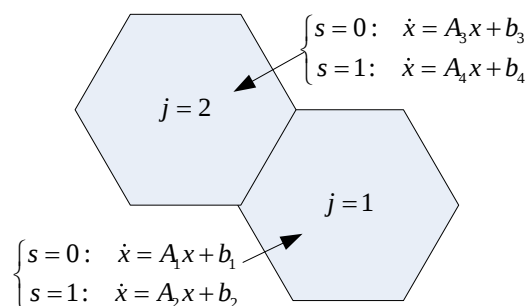
شرط منفی بودن مشتق تابع لیپانف نیز به صورت زیر حاصل می‌شود [۱۷]:

$$\begin{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i + \\ \bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{H}_i + \alpha_i P_i \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{l} P_i \bar{b}_i + \bar{A}_i^T q_i - \\ \bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i + \alpha_i q_i \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} \bar{b}_i^T P_i + q_i^T \bar{A}_i - \\ \bar{g}_i^T \Lambda_i \bar{H}_i + \alpha_i q_i^T \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{l} 2\bar{b}_i^T q_i + \bar{g}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i + \\ \alpha_i r_i \end{array} \right\} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

که در این روابط $\bar{H}_i = [0 \ h_{i1} \ h_{i2} \ \dots \ h_{ip_i}]^T$ ماتریس همانی و $\bar{g}_i = [1 \ g_{i1} \ g_{i2} \ \dots \ g_{ip_i}]^T$ است. در [۱۷] قضیه مربوط به طراحی کنترل کننده به حل یک سری نامساوی ماتریسی دو جمله‌ای (BMI) منجر شده است.

$$\phi(i(t), S(t), x(t)) = i: \quad H_j^T x - g_j < 0 \ \& \ S = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{M_s}]^T \quad (4)$$

در این رابطه M_s تعداد ورودی‌های منطقی ($1 \leq k \leq M_s$) مقدار ورودی منطقی k -ام، p_j تعداد مرزهای توصیف کننده مش j -ام، $H_j \in R^{n \times p_j}$ تعداد مش‌ها، $1 \leq j \leq M_{mesh}$ و $g_j \in R^{p_j \times 1}$ است. زیر سیستم فعال بر حسب ناحیه قرارگیری متغیرهای حالت و مقادیر ورودی‌های منطقی، مشخص می‌گردد. در اینجا ورودی کنترل شونده همان ورودی منطقی می‌باشد. تعداد کل زیر سیستم‌ها نیز توسط رابطه (۵) مشخص می‌گردد:



شکل ۱: توصیف گرافیکی سیستم‌های مورد بررسی (در حالت خاص:

$$(M_{mesh} = 2 \text{ و } M_s = 1)$$

$$M = 2^{M_s} M_{mesh} \quad (5)$$

۳- پایداری تکه‌ای مربعی سیستم‌های PWA

در این بخش متغیرهای معمول مورد استفاده در تعریف سیستم PWA و پیش‌نیازهای تئوری مورد نیاز ارائه شده است. یک سیستم PWA به صورت زیر توصیف می‌گردد [۴]:

$$\dot{x} = A_i x + B_i u + b_i, x \in R_i, i=1,2,\dots,M \quad (6)$$

که M تعداد مش‌ها بوده و مش i -ام با R_i توصیف می‌گردد. مش‌های R_i ، زیرمجموعه χ بوده ($R_i \subseteq \chi \subseteq R^n$) و آن را افزایش می‌کنند. در اینجا مساله پایداری کلاس کنترل کننده‌هایی به فرم $u = K_i x + m_i$ در مش R_i مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این شرایط سیستم حلقه بسته به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{x} = (A_i + B_i K_i) x + B_i m_i + b_i \triangleq \bar{A}_i x + \bar{b}_i \quad (7)$$

مش‌ها به صورت چندوجهی‌های محدب در نظر گرفته می‌شوند لذا می‌توان گفت که هر مش R_i از تقاطع p_i ابرصفحه در فضای R^n تشکیل می‌شود و می‌توان آن را به صورت زیر نشان داد:

$$R_i = \{H_i^T x - g_i < 0\} \\ H_i = [h_{i1} \ h_{i2} \ \dots \ h_{ip_i}] \\ g_i = [g_{i1} \ g_{i2} \ \dots \ g_{ip_i}]^T \quad (8)$$

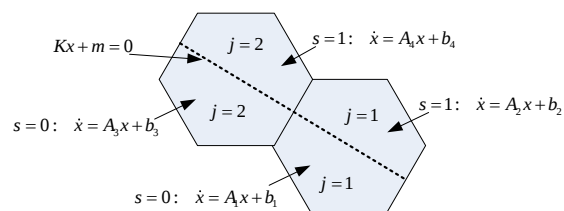
۴- روش پیشنهادی جهت کنترل کلاس معرفی شده

ایده اساسی ارائه روشی جهت تبدیل سیستم خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی به سیستم PWA می‌باشد. این روش با مش بندی فضای حالت و تخصیص هر مقدار مجاز ورودی منطقی به یک ناحیه صورت می‌گیرد. به منظور توضیح ایده مطرح شده، حالت خاصی که سیستم تنها دارای یک ورودی منطقی است در نظر گرفته می‌شود.

$$\dot{x} = A_i x + b_i, \quad i = \varphi(x, s), \quad s = 0, 1 \quad (15)$$

هدف طراحی متغیر منطقی در هر ناحیه از فضای حالت می‌باشد، یعنی:

$$s = v(x), \quad x \in R^n \quad (16)$$



شکل ۲: سیستم مورد بررسی بعد از اعمال روش پیشنهادی (در حالت خاص):

$$(M_{mesh} = 2 \text{ و } M_s = 1)$$

در واقع تعیین تابع $v(x)$ به معنای مشخص کردن مرز کلیدزنی در صفحه حالت می‌باشد. با در نظر گرفتن مرزی به فرم یک ابرصفحه، متغیر منطقی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$s = \text{step}(Kx + m) \quad (17)$$

شکل ۲ ایده اساسی تبدیل یک سیستم سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی به PWA را برای یک ورودی منطقی نشان می‌دهد. در این شکل یک سمت مرز کلیدزنی، ورودی منطقی $s = 1$ و سمت دیگر $s = 0$ فرض گردیده است. در این شرایط متغیر طراحی ماتریس‌های ضرایب مرز کلیدزنی (K, m) می‌باشند. در سیستم حاصل از روش پیشنهادی با تغییر مرز کلیدزنی، متغیرهای حالت کنترل می‌گردند. مزیت این روش تغییر حوزه طراحی از فضای متغیرهای منطقی به متغیرهای پیوسته می‌باشد. سیستم حاصل از روش پیشنهادی یک سیستم PWA غیر متداول می‌باشد، زیرا متغیر طراحی به جای وارد شدن در دینامیک سیستم در مرز بین دینامیک‌ها ظاهر می‌شود. در ادامه روشی محاسباتی جهت تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای سیستم مورد نظر ارائه می‌گردد.

۵- پایداری روش پیشنهادی

ابتدا یک سیستم ساده با دو زیرسیستم و بدون قید در قانون کلیدزنی در نظر گرفته و در ادامه به حالت کلی تر تعمیم می‌دهیم.

۱-۵ پایداری سیستم خطی سوئیچ شونده بدون قید در قانون کلیدزنی

سیستم سوئیچ شونده خطی افاین به صورت

$$\dot{x} = A_i x + b_i, \quad i = 1, 2, \quad x \in R^n, A_i \in R^{n \times n}, b_i \in R^n \quad (18)$$

در نظر گرفته می‌شود، که i شماره زیر سیستم فعال بوده و آزادانه انتخاب می‌گردد. در این صورت کنترل کننده عبارت از تعیین مرز کلیدزنی به صورت

$$i = \text{step}(Kx + m) + 1 \quad (19)$$

می‌باشد. سیستم (۱۸) به همراه کنترل کننده (۱۹) تبدیل به یک سیستم PWA به فرم زیر می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, \quad i = 1, 2 \\ i = 1 &\Leftrightarrow Kx + m < 0 \\ i = 2 &\Leftrightarrow Kx + m > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

سیستم حاصل دارای دو مش می‌باشد. این مساله به طور غیر مستقیم به کمک قضیه مرجع [۱۷] و حل یک دسته معادلات BMI قابل تحلیل است. مزیت روش پیشنهادی این مقاله، محذب بودن مساله بهینه‌سازی و طراحی مستقیم کنترل کننده توسط تعیین K و m می‌باشد.

قضیه ۱: سیستم (۱۸) تحت کنترل کننده (۱۹) پایدار مجانبی سرتاسری است اگر روابط LMI زیر دارای جواب باشند.

$$\begin{bmatrix} P & q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ q^T & r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & Y_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & 0 & Y_i \end{bmatrix} > 0, Y_i > 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} -A_i^T P - \\ PA_i - \alpha_i P \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} -Pb_i - \\ A_i^T q - \alpha_i q \end{Bmatrix} & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ \begin{Bmatrix} -b_i^T P - \\ q^T A_i - \alpha_i q^T \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} -2b_i^T q - \\ \alpha_i r \end{Bmatrix} & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & W_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & 0 & W_i \end{bmatrix} > 0, \quad (22)$$

$W_i > 0$

در روابط فوق $\alpha_i > 0, i = 1, 2$ اسکالر ثابت دلخواه، متغیرهای $P \in R^{n \times n}, q \in R^n, r \in R$ متغیرهای بهینه‌سازی، متغیرهای بهینه‌سازی $0 < Y_i = Y_i^T \in R^{2 \times 2}, 0 < W_i = W_i^T \in R^{2 \times 2}$ با عناصر ماتریس معکوس تماماً مثبت و $\bar{H}_i \in R^{2 \times n}, \bar{g}_i \in R^2$

متغیرهای بهینه‌سازی فرم‌دار به صورت

$$\bar{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -K \end{bmatrix}, \bar{g}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ m \end{bmatrix}, \bar{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix}, \bar{g}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -m \end{bmatrix} \text{ می‌باشد.}$$

اثبات: برای اثبات پایداری مجانبی، تابع لیپانف زیر برای همه نواحی تعریف می‌گردد:

$$V(x) = x^T P x + 2q^T x + r \quad (23)$$

که P یک ماتریس متقارن است. نظر به پیوستگی تابع لیپانف فوق، باید برقراری شرایط مثبت بودن تابع لیپانف و منفی بودن مشتق آن بررسی گردند. تابع لیپانف (۲۳) دارای نرخ همگرایی a_i در R_i می‌باشد اگر

$$x \in R_i \Rightarrow \frac{d}{dt} V(x) < -\alpha_i V(x) \quad (24)$$

بر طبق [۱] در صورتی $\hat{x} \in R_i$ است که رابطه

$$\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{H}_i^T Z_i \bar{H}_i & -\bar{H}_i^T Z_i \bar{g}_i \\ -(\bar{H}_i^T Z_i \bar{g}_i)^T & \bar{g}_i^T Z_i \bar{g}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} > 0 \quad (25)$$

برقرار باشد که در این رابطه Z_i ماتریس متقارن با عناصر تماماً مثبت و

$$\bar{H}_1 = \begin{bmatrix} 0^{1 \times n} \\ -K \end{bmatrix}, \bar{g}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ m \end{bmatrix}, \bar{H}_2 = \begin{bmatrix} 0^{1 \times n} \\ K \end{bmatrix}, \bar{g}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -m \end{bmatrix} \text{ می‌باشد.}$$

به کمک توصیف مش (۲۵) و S-procedure [۱۸، ۱۹ و ۲۰]، شرط مثبت بودن تابع لیپانف و منفی بودن مشتق آن وجود ماتریس‌های $P, q > 0$ و r است به نحوی که روابط زیر برقرار باشند [۱۷]:

$$\begin{bmatrix} P - \bar{H}_i^T Z_i \bar{H}_i & q + \bar{H}_i^T Z_i \bar{g}_i \\ q^T + \bar{g}_i^T Z_i \bar{H}_i & r - \bar{g}_i^T Z_i \bar{g}_i \end{bmatrix} > 0 \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} A_i^T P + P A_i + \\ P A_i - \alpha_i P \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} P b_i + A_i^T q + \\ \alpha_i q - \bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i \end{matrix} \right\} \\ \left\{ \begin{matrix} -b_i^T P - \\ q^T A_i - \alpha_i q^T \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} -2b_i^T q - \alpha_i r + \\ \bar{g}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i \end{matrix} \right\} \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

که در روابط فوق تمام عناصر ماتریس‌های Z_i و Λ_i مثبت هستند. در ضمن در صورت برقراری روابط فوق علاوه بر تضمین پایداری می‌توان نشان داد که نرخ همگرایی در هر مش R_i برابر α_i است. نامساوی (۲۵) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Z_i & 0 \\ 0 & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} > 0 \quad (28)$$

به کمک رابطه (۲۸)، روابط (۲۶) و (۲۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} P & q \\ q^T & r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Z_i & 0 \\ 0 & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix} > 0 \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i + \alpha_i P & P b_i + A_i^T q + \alpha_i q \\ b_i^T P + q^T A_i + \alpha_i q^T & 2b_i^T q + \alpha_i r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Lambda_i & 0 \\ 0 & \Lambda_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix} > 0 \quad (30)$$

در ادامه فرض می‌شود که Z_i و Λ_i علاوه بر مثبت بودن عناصر آنها، معکوس پذیر بوده و Z_i^{-1} و Λ_i^{-1} مثبت معین می‌باشند. بنا به schur complement [۲۰]، از روابط فوق نتیجه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} P & q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ q^T & r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & Z_i^{-1} & 0 \\ \bar{H}_i^T & -\bar{g}_i^T & 0 & Z_i^{-1} \end{bmatrix} > 0, Z_i^{-1} > 0 \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} -A_i^T P - \\ P A_i - \alpha_i P \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} -P b_i - \\ A_i^T q - \alpha_i q \end{matrix} \right\} & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ \left\{ \begin{matrix} -b_i^T P - \\ q^T A_i - \alpha_i q^T \end{matrix} \right\} & -2b_i^T q - \alpha_i r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & \Lambda_i^{-1} & 0 \\ \bar{H}_i^T & -\bar{g}_i^T & 0 & \Lambda_i^{-1} \end{bmatrix} > 0, \Lambda_i^{-1} > 0 \quad (32)$$

و با تعریف $Z_i = Y_i^{-1}$ و $\Lambda_i = W_i^{-1}$ معادلات فوق به فرم LMI زیر تبدیل می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} P & q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ q^T & r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & Y_i & 0 \\ \bar{H}_i^T & -\bar{g}_i^T & 0 & Y_i \end{bmatrix} > 0, Y_i > 0 \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} -A_i^T P - \\ P A_i - \alpha_i P \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} -P b_i - \\ A_i^T q - \alpha_i q \end{matrix} \right\} & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ \left\{ \begin{matrix} -b_i^T P - \\ q^T A_i - \alpha_i q^T \end{matrix} \right\} & -2b_i^T q - \alpha_i r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & W_i & 0 \\ \bar{H}_i^T & -\bar{g}_i^T & 0 & W_i \end{bmatrix} > 0, W_i > 0 \quad (34)$$

در نتیجه پایداری ثابت می‌گردد. این پایداری مجانبی است زیرا $\alpha_i > 0$ است، همچنین سرتاسری می‌باشد زیرا تابع لیپانف برای R^n این ویژگی‌ها را برآورده می‌سازد.

$$\begin{bmatrix} P & q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ q^T & r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & Y_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & 0 & Y_i \end{bmatrix} > 0, Y_i > 0 \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} -A_i^T P - \\ PA_i - \alpha_i P \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} -Pb_i - \\ A_i^T q - \alpha_i q \end{Bmatrix} & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ \begin{Bmatrix} -b_i^T P - \\ q^T A_i - \alpha_i q^T \end{Bmatrix} & -2b_i^T q - \alpha_i r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & W_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & 0 & W_i \end{bmatrix} > 0, \quad (39)$$

$$W_i > 0$$

که در این روابط $\alpha_i > 0$ اسکالر ثابت دلخواه،
 $P \in R^{n \times n}, q \in R^n, r \in R$ متغیرهای بهینه‌سازی،
 $0 < Y_i = Y_i^T, 0 < W_i = W_i^T$ متغیرهای بهینه‌سازی با عناصر تماماً
 مثبت برای معکوس آنها، K, m ماتریس‌های کنترل کننده و
 $\bar{H}_i \in R^{3 \times n}, \bar{g}_i \in R^3$ متغیرهای بهینه‌سازی فرم‌دار به صورت

$$\begin{cases} i = 2j - 1: \bar{H}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ H_j^T \\ -K_j \end{bmatrix}, \bar{g}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ g_j \\ m_j \end{bmatrix} \\ i = 2j: \bar{H}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ H_j^T \\ K_j \end{bmatrix}, \bar{g}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ g_j \\ -m_j \end{bmatrix} \end{cases}$$

می‌باشند.

اثبات: تنها کافی است در قضیه ۱ برای مقادیر فرد i

$$\begin{bmatrix} H_j^T \\ -K_j \end{bmatrix} \rightarrow H_j^T, \begin{bmatrix} g_j \\ m_j \end{bmatrix} \rightarrow g_j$$

و برای مقادیر زوج i

$$\begin{bmatrix} H_j^T \\ K_j \end{bmatrix} \rightarrow H_j^T, \begin{bmatrix} g_j \\ -m_j \end{bmatrix} \rightarrow g_j$$

صورت گیرد.

در ادامه قضیه قبلی برای حالتی که تعداد ورودی منطقی دلخواه
 است، تعمیم می‌یابد. سیستم خطی سوئیچ شونده با قید کلیدزنی حالت-

ورودی منطقی با M_s ورودی منطقی به صورت

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, i = 1, 2, \dots, M \\ \varphi(\cdot) &= i : H_j^T x - g_j < 0, j = 1, 2, \dots, M_{mesh} \\ S &\in \{S_1, S_2, \dots, S_{2M_s}\} \end{aligned} \quad (40)$$

قابل بیان است. کنترل کننده زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$S = \text{msign}(K_j x) \quad (41)$$

که تابع msign به صورت

نکته ۱: اگر قضیه به ازای a_i های مختلف اجرا گردد به نحوی که
 $\bar{a} = \min_{i=1,2} a_i$ بیشینه گردد در این صورت سیستمی با نرخ همگرایی
 بیشینه فراهم می‌گردد.

نکته ۲: مثبت بودن عناصر ماتریس‌های Y_i^{-1} و W_i^{-1} معادل با مثبت
 بودن عناصر قطر اصلی و منفی بودن عناصر قطر فرعی ماتریس‌های Y_i
 و W_i است. که شرط اخیر به سادگی در قالب روابط LMI قابل بیان
 است.

نکته ۳: در این مساله $P, q, r, Y_i, W_i, \bar{H}_1, \bar{g}_1, \bar{H}_2, \bar{g}_2$ پارامترهای
 تنظیم و هدف محاسبه K و m می‌باشد.

نکته ۴: قضیه ۱ به منظور طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های PWA
 قابل کاربرد است.

۲-۵ قضیه پایدارسازی و طراحی در حالت کلیدزنی مقید بین
 M زیر سیستم

سیستم خطی سوئیچ شونده با قید کلیدزنی حالت-ورودی منطقی با
 فرض یک ورودی منطقی به صورت

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, M_{mesh} \\ \varphi(\cdot) &= i : H_j^T x - g_j < 0, s = 0, 1 \end{aligned} \quad (35)$$

قابل بیان است. این رابطه با فرض استفاده از کنترل کننده پیشنهادی به
 صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, M_{mesh} \\ \varphi(\cdot) &= i : H_j^T x - g_j < 0, s = \text{step}(K_j x + m_j) \end{aligned} \quad (36)$$

یا به عبارت دیگر

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, M_{mesh}, \\ \begin{cases} s = 1: \begin{bmatrix} H_j^T \\ -K_j \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} g_j \\ m_j \end{bmatrix} < 0 \\ s = 0: \begin{bmatrix} H_j^T \\ K_j \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} g_j \\ -m_j \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (37)$$

قضیه ۱ برای شرایطی که قید بر روی قانون کلیدزنی وجود دارد و سیستم
 دارای یک ورودی منطقی است به صورت زیر تعمیم می‌یابد.

قضیه ۲: سیستم

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, M_{mesh} \\ \varphi(\cdot) &= i : H_j^T x - g_j < 0, s = 0, 1 \end{aligned}$$

تحت کنترل کننده

$$s = \text{step}(K_j x + m_j)$$

پایدار مجانبی سرتاسری می‌باشد، اگر روابط LMI زیر دارای جواب
 باشند.

$$\begin{bmatrix} P & q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ q^T & r & -\bar{U}_i^T & -\bar{U}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i & Y_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i & 0 & Y_i \end{bmatrix} > 0, Y_i > 0 \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} -A_i^T P - \\ PA_i - \alpha_i P \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} -Pb_i - \\ A_i^T q - \alpha_i q \end{Bmatrix} & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ \begin{Bmatrix} -b_i^T P - \\ q^T A_i - \alpha_i q^T \end{Bmatrix} & -2b_i^T q - \alpha_i r & -\bar{U}_i^T & -\bar{U}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i & W_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i^T & 0 & W_i \end{bmatrix} > 0, \quad (47)$$

$$W_i > 0$$

که در این روابط، $\alpha_i > 0$ دارای مقدار ثابت، P, q, r متغیرهای بهینه سازی، Y_i, W_i متغیرهای بهینه سازی با عناصر تماماً مثبت برای معکوس آنها و $\bar{H}_i, \bar{U}_i$ متغیرهای بهینه سازی فرم دار به صورت:

$$\begin{aligned} \bar{H}_i &= [0 \quad H_j \quad -K_j^T \quad K_j^T]^T, \\ \bar{U}_i &= [1 \quad g_j^T \quad -U_{j,l-1}^T \quad U_{j,l}^T]^T, \\ i &= 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, M_{mesh}, l = 1, 2, \dots, 2^{M_s} \end{aligned}$$

می‌باشند. همچنین مقادیر ثابتی فرض می‌گردند.

اثبات: سیستم (۴۰) با فرض کنترل کننده (۴۱) به صورت

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, i = 1, 2, \dots, M \\ i = j : \bar{H}_i x - \bar{U}_i &< 0 \\ U_{\min} &< U_1 < U_2 < \dots < U_{M-1} < +U, \\ U_0 &= -U, U_N = U_{\max} \\ \bar{H}_i &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\tilde{J}_j \\ -K_j \\ K_j \end{bmatrix}, \bar{U}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ g_j \\ -U_{j,l-1} \\ U_{j,l} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, M, \\ j &= 1, 2, \dots, M_{mesh}, l = 1, 2, \dots, 2^{M_s} \end{aligned} \quad (48)$$

بیان می‌شود. شرط توصیف مش i -ام به صورت زیر می‌باشد [۱]:

$$R_i = \left\{ x \left[\begin{array}{c} x \\ x \\ 1 \end{array} \right]^T \begin{bmatrix} \bar{H}_i^T Z_i \bar{H}_i & -\bar{H}_i^T Z_i \bar{U}_i \\ -(\bar{H}_i^T Z_i \bar{U}_i)^T & \bar{U}_i^T Z_i \bar{U}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ 1 \end{bmatrix} > 0 \right\} \quad (49)$$

که

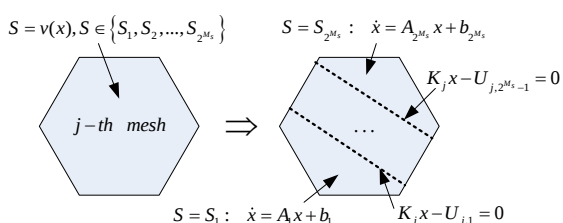
$$Z_i = \begin{bmatrix} z_{00}^i & z_{01}^i & \cdot & \cdot & z_{0n}^i \\ z_{10}^i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_{1n}^i & \cdot & \cdot & \cdot & z_{nn}^i \end{bmatrix}$$

و همه عناصر Z_i مثبت هستند. همچنین (۴۱) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned} msign : [U_{\min}, U_{\max}] &\rightarrow \{0, 1\}^{M_s} \\ msign(v) &= \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T & U_{\min} \leq v < U_1 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T & U_1 \leq v < U_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T & U_{2^{M_s}-1} \leq v < U_{\max} \end{cases} \quad (42) \\ U_{\min} &< U_1 < U_2 < \dots < U_{2^{M_s}-1} < U_{\max}, \\ U_0 &= U_{\min}, U_{2^{M_s}} = U_{\max} \end{aligned}$$

تعریف می‌گردد، این تابع، تعمیم *step* می‌باشد. در این رابطه $U_{\min}$ و $U_{\max}$ دو عدد دلخواه و بقیه اندیس‌های U_i متغیر می‌باشند. با فرض کنترل کننده (۴۱)، توصیف سیستم (۴۰) و تعریف تابع *msign* نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_j x + b_j, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, M_{mesh}, \\ l &= 1, 2, \dots, 2^{M_s} \\ \begin{bmatrix} H_j & -K_j^T & K_j^T \end{bmatrix}^T x - \begin{bmatrix} g_j^T & -U_{j,l-1}^T & U_{j,l}^T \end{bmatrix}^T &< 0 \quad (43) \end{aligned}$$



شکل ۳: نحوه تخصیص بردار ورودی منطقی (S) در روش پیشنهادی (برای مش شماره j)

در شکل ۳ نحوه تخصیص بردار ورودی منطقی (S) در روش پیشنهادی برای یکی از مش‌های سیستم مورد بررسی، نشان داده شده است. همه بحث‌های بخش ۵-۱ با ماتریس‌های:

$$\begin{aligned} \bar{H}_i &= [0 \quad H_j \quad -K_j^T \quad K_j^T]^T, \\ \bar{U}_i &= [1 \quad g_j^T \quad -U_{j,l-1}^T \quad U_{j,l}^T]^T, i = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (44)$$

قابل بیان است و قضیه ۲ به صورت زیر تعمیم می‌یابد.

قضیه ۳: سیستم (۴۰)، تحت کنترل کننده (۴۱) پایدار مجانبی سرتاسری است اگر LMI زیر جواب داشته باشد. در این شرایط با حل مساله بهینه سازی، ماتریس‌های کنترل کننده ($K_j, U_{jl}, j = 1, 2, \dots, M_{mesh}$) طراحی می‌گردند.

$$\begin{aligned} U_{\min,j} &< U_{j,1} < U_{j,2} < \dots < U_{j,N-1} < +U_{\max,j}, \\ U_{j,0} &= U_{\min,j}, U_{j,N} = U_{\max,j} \end{aligned} \quad (45)$$

تکته ۵: یک مبدل الکترونیک قدرت با بیش از یک کلید نیمه‌هادی

تمام کنترل شونده مثالی از کاربرد قضیه ۳ می‌باشد.

تکته ۶: به منظور دستیابی به یک پاسخ با خطای حالت دائمی صفر،

می‌بایست معادله کلیدزنی با فرض $e = x_{ref} - x$ به صورت

$$s = \text{msign}(K_j e) = \text{msign}(-K_j x + K_j x_{ref}) \quad (57)$$

در نظر گرفته شود. در این شرایط روند ارائه شده در قضیه ۳ با

جایگذاری $-K_j \rightarrow K_j, K_j x_{ref} \rightarrow m_j$ قابل استفاده است.

تکته ۶: الگوریتم زیر فرآیند پایدارسازی و طراحی کنترل کننده برای

کلاس مورد بررسی را ارائه می‌نماید:

گام ۱: مدل‌سازی سیستم مورد بررسی در فرم سیستم سوئیچ شونده

خطی مقید به حالت-ورودی منطقی، در این گام مطابق رابطه (۳) و (۴)،

ماتریس‌های A_i, b_i, C_i, d_i و قانون کلیدزنی $\phi(i(t), s(t), x(t))$

مشخص می‌شوند.

گام ۲: مش بندی فضای حالت و تخصیص ورودی منطقی به هر مش

(یعنی $s = \text{msign}(K_j x)$).

گام ۳: استفاده از قضیه تعمیم یافته شماره ۳ و طراحی قانون کلیدزنی

پایدارساز

۶- نتایج شبیه‌سازی

یک مبدل باک با معادلات سیستم و کنترل کننده پایدارساز

پیشنهادی به صورت زیر در نظر بگیریم.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + b_i, i=1,2,3,4 \\ H_j x - g_j &< 0, s = \text{msign}(K_j(x - x_{ref})) \\ H_1 &= H_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \\ H_3 &= H_4 = \begin{bmatrix} +1 & 0 \end{bmatrix} \\ g_j &= 0, j=1,2 \end{aligned}$$

در جدول ۱ ماتریس‌های رابطه فوق تعریف شده اند. سیستم اولیه دارای

دو مش می‌باشد و بعد از قرار گرفتن کنترل کننده پیشنهادی تعداد آن به

چهار عدد افزایش می‌یابد. در نتیجه به کمک قضیه ۲ می‌بایست متغیر

$K_1 = K_2$ طراحی گردد (برای سادگی در هر دو مش از یک مرز

کلیدزنی استفاده شده است) همچنین داریم:

$$\begin{aligned} j=1 &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x > 0 \\ j=2 &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} x > 0 \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} \bar{H}_1 = \bar{H}_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -K_1 & 1 \end{bmatrix}, \bar{H}_2 = \bar{H}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ K_1 & 1 \end{bmatrix}, \\ m_1 = m_3 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -K_1 x_{ref} \end{bmatrix}, m_2 = m_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ K_1 x_{ref} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

با استفاده از پارامترهای جدول ۲ شبیه سازی صورت گرفته است. با حل

LMI مربوطه به کمک جعبه ابزار Robust Control نرم افزار MATLAB

نتیجه زیر حاصل گردیده است:

$$\begin{bmatrix} \bar{H}_i^T Z_i \bar{H}_i & -\bar{H}_i^T Z_i \bar{U}_i \\ -(\bar{H}_i^T Z_i \bar{U}_i)^T & \bar{U}_i^T Z_i \bar{U}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{U}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0.5Z_i & 0 \\ 0 & 0.5Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{U}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i \end{bmatrix} > 0 \quad (50)$$

تابع لیپانف و مشتق آن را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V_i(x) = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P & q \\ q^T & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\frac{d}{dt} V(x) = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i & P b_i + A_i^T q \\ b_i^T P + q^T A_i & 2b_i^T q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

به کمک (۵۱)، (۵۲) و S-procedure، شرط مثبت بودن تابع لیپانف با

نرخ همگرایی α_i در مش R_i وجود ماتریس‌های $P > 0, q, r$ و

ماتریس‌های Z_i و Λ_i با دارا یه‌های تماماً مثبت است به نحوی که:

$$\begin{bmatrix} P & q \\ q^T & r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{U}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Z_i & 0 \\ 0 & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{U}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i \end{bmatrix} > 0 \quad (53)$$

به طور مشابه شرط منفی بودن مشتق تابع لیپانف به صورت زیر حاصل

می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i + \alpha_i P & P b_i + A_i^T q + \alpha_i q \\ b_i^T P + q^T A_i + \alpha_i q^T & 2b_i^T q + \alpha_i r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{U}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Z_i & 0 \\ 0 & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{U}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i \end{bmatrix} < 0 \quad (54)$$

با فرض معکوس پذیری و مثبت معین بودن ماتریس‌های Z_i و Λ_i و بنا به

schur complement روابط (۵۳) و (۵۴) به صورت زیر قابل

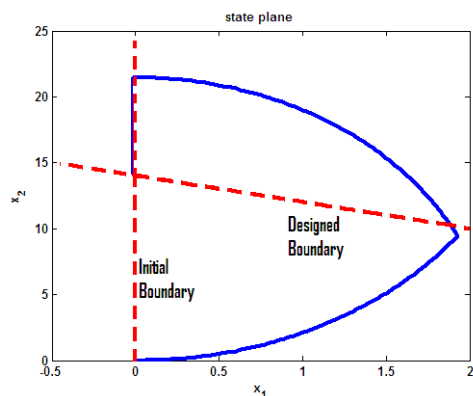
بازنویسی هستند:

$$\begin{bmatrix} P & q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ q^T & r & -\bar{U}_i^T & -\bar{U}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i & Z_i^{-1} & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{U}_i & 0 & Z_i^{-1} \end{bmatrix} > 0, Y_i > 0 \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} \left\{ -A_i^T P - \right\} & \left\{ -P b_i - \right\} & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ \left\{ P A_i - \alpha_i P \right\} & \left\{ A_i^T q - \alpha_i q \right\} & -\bar{U}_i^T & -\bar{U}_i^T \\ \left\{ -b_i^T P - \right\} & \left\{ -2b_i^T q - \right\} & \Lambda_i^{-1} & 0 \\ \left\{ q^T A_i - \alpha_i q^T \right\} & \left\{ \alpha_i r \right\} & 0 & \Lambda_i^{-1} \end{bmatrix} > 0, \quad (56)$$

$W_i > 0$

و با تعریف $\Lambda_i = W_i^{-1}$ و $Z_i = Y_i^{-1}$ حکم ثابت می‌شود.



شکل ۵: نمودار صفحه حالت به همراه مرز ذاتی و طراحی شده

$$K_1 = K_2 = 10^{-8} \times [-0.4263 \quad -0.2185]$$

نتایج شبیه سازی در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است. در شکل ۴ نمودار تغییرات متغیر خروجی رسم شده است. پاسخ دارای خطای حالت دائمی صفر و فراجش قابل ملاحظه‌ای می‌باشد، اما راهکار معرفی شده در این مقاله صرفاً پایدارسازی است و مساله بهینه‌سازی پاسخ گذرا هدف این مقاله نمی‌باشد. در شکل ۵ نمودار صفحه حالت به همراه مرز ذاتی و طراحی شده سیستم نشان داده است. در بالای مرز طراحی شده، ورودی منطقی ۱ و در پایین آن صفر می‌باشد. در این شکل فضای حالت به چهار مش تقسیم شده است و در هر مش یکی از چهار زیرسیستم فعال می‌باشد.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله روشی جدید جهت طراحی کنترل کننده و پایدارسازی کلاس سیستم‌های خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی

جدول ۱: ماتریس‌های توصیف کننده مبدل باک به همراه شرط فعال شدن هر

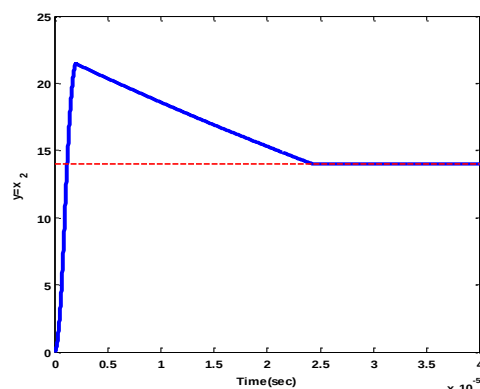
زیرسیستم

i	1	2	3	4
A_i	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$
b_i	$\begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} & 0 \end{bmatrix}^T$	$[0 \quad 0]^T$	$[0 \quad 0]^T$	$[0 \quad 0]^T$
$\varphi(\cdot)$	$s=1, \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x > 0$	$s=0, \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x > 0$	$s=1, \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x < 0$	$s=0, \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x < 0$
C_i	$[0 \quad 1]$	$[0 \quad 1]$	$[0 \quad 1]$	$[0 \quad 1]$

جدول ۲: ماتریس‌های توصیف کننده مبدل باک به همراه شرط فعال شدن هر

زیرسیستم

متغیر	نماد	مقدار	واحد
مقاومت بار	R	1000	Ω
سلف فیلتر	L	10μ	H
خازن خروجی	C	$100n$	F
ولتاژ تغذیه	V_g	24	V
ولتاژ خروجی مطلوب	$X_{2,ref}$	14	V
جریان سلف مطلوب	$X_{1,ref}$	0.014	A



شکل ۴: نمودار تغییرات خروجی

مراجع

- [12] A. Beccuti, S. Mariethoz, S. Cliquennois, S. Wang, and M. Morari, "Explicit model predictive control of DC-DC switched mode power supplies with extended Kalman filtering," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 56, no. 3, pp. 1864–1874, 2009.
- [13] A. Bemporad, F. Borrelli, and M. Morari, "Model predictive control based on linear programming—The explicit solution," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 47, pp. 1974–1985, 2002.
- [14] Mohammad Hejri and Hossein Mokhtari, "Global hybrid modeling and control of a buck converter: A novel concept," International Journal of Circuit Theory and Applications, vol. 37, pp. 968–986, 2009.
- [15] Mohammad Hejri and Hossein Mokhtari, "Hybrid predictive control of a DC–DC boost converter in both continuous and discontinuous current modes of operation," Optimal Control Applications and Methods, 2010.
- [16] Luca Greco, "Stability and Stabilization Issues in Switched Systems," PHD thesis, Bioingegneria, Robotica e Sistemi di Automazione Industriale - Ciclo XVII, 2005.
- [17] L. Rodrigues and J.P. How, "Observer-based control of piecewise-affine systems," Internat. J. Control, vol. 76, pp. 459–477, 2003.
- [18] F. Uhlig, "A recurring theorem about pairs of quadratic forms and extentions: A survey," Linear Algebra and Applications, vol. 25, pp. 219–237, 1979.
- [19] V. A. Yakubovich, "The S procedure in non-linear control theory," Vestnik Leningrad Univ. Math, vol. 4, pp. 73–93, 1977, In Russian.
- [20] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Philadelphia, The SIAM press, 1994.
- [1] L. Rodrigues, "Dynamic Output Feedback Controller Synthesis for Piecewise Affine Systems," PhD Thesis, Stanford university, June 2002.
- [2] M. de la Sen and A. Ibeas, "Stability Results for Switched Linear Systems with Constant Discrete Delays," Mathematical Problems in Engineering, vol. 2008, 2008.
- [3] Robert Shorten, Fabian Wirth, Oliver Mason, Kai Wulff, Christopher King, "Stability Criteria for Switched and Hybrid Systems," SIAM REVIEW, vol. 49, no. 4, pp. 545–592, 2007.
- [4] A. Rantzer and M. Johansson, "Piecewise linear quadratic optimal control," IEEE Trans. Automat. Control, vol. 45, no. 4, pp. 629–637, Apr. 2000.
- [5] S. S. Ge and Zhendong Sun, "Switched Controllability via Bumpless Transfer Input and Constrained Switching," IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 53, no. 7, 2008.
- [6] M. Johansson, Piecewise Linear Control Systems—A Computational Approach, New York: Springer-Verla, vol. 284, 2002.
- [7] Zhendong Sun, Shuzhi S. Ge, Switched Linear Systems: Control and Design, Springer-Verlag Publication, 2004.
- [8] S. Pettersson and B. Lennartson, "Hybrid system stability and robustness verification using linear matrix inequalities," Inter. J. Control, vol. 75, no. 16–17, pp. 1335–1355, 2002.
- [9] Hai Lin, and Panos J. Antsaklis, "Stability and Stabilizability of Switched Linear Systems: A Survey of Recent Results," IEEE Trans. Automatic Control, vol. 54, no. 2, 2009.
- [10] S. Pettersson and B. Lennartson, "Stabilization of hybrid systems using a min-projection strategy," in Proc. Amer. Control Conf, pp. 223–228, 2001.
- [11] A. Bemporad and M. Morari, "Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints," Automatica, vol. 35, no. 3, pp. 407–427, 1999.

شناسایی و پیش بینی سیستم غیرخطی کوره دوار سیمان با استفاده از شبکه عصبی - فازی و انتخاب ورودی ها به کمک الگوریتم ژنتیک

آرمیتا فاطمی مقدم^۱، آرش شریفی^۲، محمد تشنه لب^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکترونیک، گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران،

Armitafatemimoghadam@gmail.com

^۲ مربی، گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، A.sharifi@srbiau.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Teshnehlabb@eetd.kut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۳/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۶/۵)

چکیده: با توجه به اهمیت کوره دوار سیمان در صنعت و عدم وجود یک مدل قابل قبول برای آن، شناسایی و پیش بینی وضعیت کوره از ملزومات شبیه سازی و اتوماسیون سیستم کوره دوار سیمان می باشد. کوره دوار سیمان یک سیستم غیرخطی و متغیر با زمان می باشد. در این نوشتار به منظور شناسایی و پیش بینی وضعیت کوره دوار سیمان از شبکه عصبی- فازی تطبیقی ANFIS استفاده شده است. از آنجا که داده های استخراج شده مرتبط با سیستم واقعی است، لذا انجام عملیات پیش پردازش بر روی داده های موجود یکی از مهمترین و دشوارترین مراحل شناسایی می باشد. علاوه بر ورودیهای سیستم، دینامیک های سیستم که از روش لیشیتز انتخاب شده با تأخیر خالص سیستم با یک گام عقب تر به عنوان ورودی های شبکه عصبی- فازی اعمال شده است. با توجه به مسأله تعداد قوانین در سیستم فازی در زمان حضور تعداد زیادی متغیر ورودی و همچنین با وجود زیاد بودن تعداد ورودیها مورد نیاز برای اعمال آنها به شبکه عصبی- فازی، از الگوریتم ژنتیک بعنوان روش انتخاب ویژگی به منظور کاهش تعداد متغیرهای ورودی سیستم فازی استفاده شده است. نتایج حاصل از اعمال روش مطرح شده بر روی داده های واقعی کوره دوار سیمان ساوه نشان دهنده کارایی بالای روش ارائه شده در پیش بینی عملکرد این سیستم صنعتی و غیرخطی دارد.

کلمات کلیدی: شناسایی سیستم، انتخاب ویژگی، کوره دوار سیمان، شبکه عصبی- فازی ANFIS و الگوریتم ژنتیک.

Prediction and Identification of Nonlinear Rotary Cement Kiln System with Neuro-Fuzzy ANFIS Network by Using Feature Selection with Genetic Algorithm

Armita Fatemimoghadam, Arash Sharifi, Mohammad Teshnehlabb

Abstract: Due to the status of Rotary Kiln Cements (RKC)s in different industries and lack of a mature model for these systems, identification and prediction of the Kiln system are necessary for any simulation and automation approaches. Intrinsically, RKC)s are non-linear and time-variant systems. This paper proposes a novel approach of using ANFIS to predict the status of a RKC system in a scale of few minutes in advance. Since the data used in this research has been extracted from a real system, pre-analysis of data is one of the critical parts of identification process. In addition to the system inputs, dynamic of the system which has been selected according to the LIPSCHITZ method with a system's genuine delay are applied as inputs for Neural Network system

with one step phase lag. Genetic algorithm has been utilized as a characteristic selection and phasor rules reduction method due to the existing challenges on the number of rules in phasor systems specifically with a large number of variables to be applied to the Neural Network. To verify the performance of the proposed identification and prediction method on a non-linear industrial system, simulation results have been carried out on a real data extracted from SAVEH Cement Company.

Keywords: System Identification, Feature Selection, Cement Rotary Kiln, Algorithm Genetic.

۱- مقدمه

بیش از یک میلیارد تن سیمان هر ساله در سر تاسر جهان تولید می-شود و کوره سیمان قلب این پروسه تولید می-باشد. بالا رفتن کارایی در بهره بروری از کوره دوار سیمان به عنوان اصلی ترین مرحله صرفه جویی در انرژی و خارج کردن گازهای گلخانه‌ای در تولید سیمان، هسته مرکزی پروسه تکنولوژی تولید سیمان است. کوره دوار سیمان، مهمترین بخش از کارخانه سیمان است که کلینکر سیمان در آن تولید می-شود. کوره دوار سیمان، یک سیستم پارامتر گسترده و غیرخطی متغیر با زمان است که رفتار غیر خطی و دینامیکی آن منجر به فعل و انفعالات شیمیایی اش می-شود. در واحد صنعتی تولید سیمان، برای تولید کلینکر سیمان، مواد در کوره دوار با افزایش دما با یکدیگر ترکیب شده تا پس از واکنشهای صورت گرفته در نهایت منجر به تولید کلینکر سیمان - شود [۱].

تلاشهایی به منظور شناسایی برای نیل به اهدافی همچون کنترل، پیش‌بینی و شبیه‌سازی این سیستم پیچیده انجام شده است، با این وجود مدل دقیق و صحیحی که بیانگر رفتار دینامیکی و پیچیدگی‌های موجود در سیستم غیر خطی کوره باشد، بدست نیامده است. اگرچه نتایج حائز اهمیتی در سالهای گذشته بدست آمده است، اما می‌توان مشاهده نمود که بسیاری عوامل با عدم قطعیت در بیان مدل‌های ارائه شده مواجه بوده است. هیچ یک از مدل‌های فرضی نام برده شده برای کوره بعنوان ابزار پیش‌بینی برای عملیات کوره کافی نیستند. بنابراین تلاشهای بیشتری برای دستیابی به مدلی که بتواند رفتار کوره را به صورت کامل نشان دهد باید صورت پذیرد. چنین مدلی برای صنعت سیمان بعنوان یک ابزار مفید بسیار حائز اهمیت خواهد بود.

یکی از راهکارهای مناسب در روشهای شناسایی و مدل‌سازی، شبکه‌های عصبی مصنوعی است که در بسیاری از سیستم‌های غیر خطی با رفتار های دینامیکی پیچیده مورد استفاده قرار می‌گیرد. پژوهشهای بسیاری روی کاربرد های مختلف شبکه‌های عصبی در زمینه شناسایی سیستم بر روی عملکرد سیستم‌های ساده و خطی و همچنین سیستم‌های پیچیده و غیرخطی صورت گرفته است. ک. پازند رفتار مکانیکی بدنه کوره را با استفاده از شبکه‌های عصبی در سال ۲۰۰۹ شبیه سازی نموده [۲] و مدلی مکانیکی برای کل بدنه کوره، به منظور پیش‌بینی دو متغیر مکانیکی حائز اهمیت که ماکزیمم تنش نامی و تغییر شکل هر بخش از بدنه کوره می‌باشند را ارائه داده است. کنترل مدل پیش‌بین کوره دوار

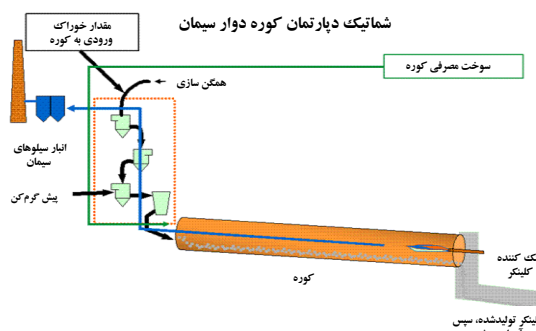
سیمان، هسته اصلی پژوهش استادلر در سال ۲۰۱۰ بود که توانست درجه حرارت تمام کوره را که به عنوان پارامتر مؤثر تولید کلینکر انتخاب کرده بود، در طول پروسه تولید سیمان پایدار نگه دارد [۳]. شایان ذکر است که این پژوهش تنها یکی از پارامترهای مؤثر روی وضعیت کوره دوار سیمان را مورد بررسی قرار داده است.

با توجه به قابلیت‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی در مدل‌سازی و پیش‌بینی سیستم‌های پیچیده خطی و غیر خطی، این روش در تحقیقات اخیر برای شناسایی و کنترل کوره دوار سیمان ارائه شده است [۴-۶]. در پیش‌بینی و کنترل وضعیت کوره دوار سیمان عوامل بسیاری به علت غیرخطی بودن سیستم، دارا بودن تأخیر خالص در سیستم، ابعادی با اندازه بالا و همچنین چند ورودی-چند خروجی بودن اصل سیستم دخیل هستند که به همین علت فرآیند شناسایی و پیش‌بینی وضعیت کوره را با دشواری‌های بسیاری همراه می‌سازد. یکی از روشهای بکار رفته مدل ARX است که بدلیل ضعیف بودن نتایج بدست آمده از تخمین در فرکانس‌های پایین و میانی در مدل‌سازی، این مدل برای کاربردهایی مثل پیش‌بینی و کنترل فرآیندهای صنعتی و پیچیده نتوانست کارآمد واقع شود. در روش OE معیار خطای خروجی^۱ به عنوان تابع هزینه استفاده می‌شود که بدلیل آنکه خطای مشاهده شده مستقیماً خود را در خروجی نشان می‌دهد، مدل به نوع ساختار بسیار حساس است که این امر چندان مطلوب نیست.

در این پژوهش به منظور شناسایی سیستم کوره دوار سیمان با داده های ورودی و خروجی در نظر گرفته شده، از شبکه‌های ANFIS با ترکیب منطق فازی و شبکه‌های عصبی که ابزاری قدرتمند برای شناسایی و پیش‌بینی بسیاری از سیستم‌های پیچیده هستند، برای افزایش دقت سیستم در افق پیش‌بینی جلوتر استفاده شده است. آماده سازی داده‌ها یک امر قاطع و مهم در امر شناسایی و پیش‌بینی وضعیت کوره می‌باشد بنابراین ضروری است که داده‌های مناسب همچون تأخیر خالص سیستم بدست آمده و به سیستم شناسایی اعمال شود. با توجه به پیچیدگی کوره دوار سیمان و وجود تعداد زیاد متغیرهای ورودی، استفاده مستقیم از ورودی‌های موجود به منظور استفاده در سیستم فازی مقدور نبوده و سبب ایجاد مشکل ابعاد در سیستم فازی تولیدی خواهد شد، به نحوی که سیستم تولید شده عملاً قابلیت پیاده سازی و اعمال در سیستم واقعی را نخواهد داشت. از همین رو در این پژوهش سعی شده است تا با استفاده

¹ Output Error

نظر مدل دینامیکی بر حسب دینامیک‌های موجود یک سیستم پارامتر گسترده محسوب می‌شود [۱۴]. در شکل (۱) دپارتمان کوره سیمان آورده شده است.



شکل ۱: مجموعه کوره دوار سیمان [۱۵]

در امر شناسایی سیستم، خروجی‌ها متغیرهایی هستند که برای طراحان جالب و همواره حائز اهمیت بوده و متغیرهای خروجی متأثر از رفتار متغیرهای ورودی می‌باشند. سیستم کوره دوار سیمان یک فرآیند چند ورودی-چند خروجی می‌باشد و مطابق با نظر کارشناسان خبره صنعت، متغیرهای ورودی و خروجی این سیستم به قرار زیر می‌باشد. متغیرهای ورودی و علائم اختصاری آنها در جدول (۱) و متغیرهای خروجی و علائم اختصاری آنها در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول ۱: علائم اختصاری به کار رفته برای متغیرهای ورودی

نام کامل متغیرهای ورودی	نام لاتین متغیر	اختصار
مقدار خوراک ورودی به کوره	Material	Mat
سوخت مصرفی کوره	Fuel	Fuel
دور کوره	Kiln Speed	KS
دور فن	ID. Fan	ID. Fan speed
فشار هوای ورودی به کوره	Air Pressure	AP

جدول ۲: علائم اختصاری به کار رفته برای متغیرهای خروجی

نام کامل متغیرهای خروجی	نام لاتین متغیر	اختصار
جریان کشی کوره	Kiln Ampere	KA
گاز مونوکسید کربن ایجاد شده	CO	CO
درجه حرارت عقب کوره	Back End Temperature	BE
درجه حرارت پیش گرم کن	Pre-heater Temperature	PRE

۳- آماده‌سازی داده‌ها

انتخاب داده‌ها برای شناسایی سیستم در حین پیاده‌سازی، به هیچ عنوان شبیه به داده‌های مناسب برای استفاده بلادرنگ در شناسایی الگوریتم نیست [۷]. موارد محتمل بسیاری در ناکارآمدی داده‌ها دخیل است که عبارت‌اند از:

۱. اغتشاشات فرکانس بالا در داده برداری

از الگوریتم ژنتیک به انتخاب زیر مجموعه‌ای موثر و مناسب از متغیرهای ورودی پرداخته شود تا ضمن حفظ کارایی سیستم فازی، مواردی همچون شفافیت و تفسیر پذیری در سیستم ایجاد شده نیز حفظ شوند.

این مقاله در بر گیرنده بخشهای زیر می‌باشد: در بخش دوم، سیستم کوره دوار سیمان و پارامترهای موثر انتخاب شده بعنوان متغیرهای ورودی و خروجی توضیح داده می‌شود. بخش سوم شامل آماده سازی داده‌ها و مراحل پیش پردازش داده‌ها می‌باشد. پس از آن در بخش چهارم با توضیحاتی در باب روش مدل هوشمند ترکیبی بکار گرفته شده و نحوه انتخاب ورودی‌های مناسب با استفاده از الگوریتم ژنتیک، به فرآیند شناسایی کوره دوار سیمان پرداخته شده است. ارائه و ارزیابی نتایج بدست آمده در بخش پنجم نشان داده شده است و نتایج بدست آمده در بخش پایانی جمع بندی شده است.

۲- کوره دوار سیمان

کوره سیمان یکی از کلیدی ترین تجهیزات در صنعت سیمان می‌باشد که برای تبدیل مواد کلسینه شده به کلینکر سیمان کاربرد دارد. کوره های سیمان برای مرحله پیرو فرآیند تولید پرتلند و دیگر سیمان های هیدرولیک استفاده می شود. با افزایش دما در کوره، واکنش هایی در مخلوط، اتفاق می افتد که در ابتدا سبب تغییر شکل مواد معدنی رسی به اکسید هایشان می شود، سپس کربنات کلسیم با اکسید سیلیسیم واکنش داده و سیلیکات کلسیم شکل می گیرد و نهایتاً کلسیم باقی مانده تغییر شکل داده و به اکسید کلسیم و دی اکسید کربن تبدیل می شود.

کوره دوار شامل یک لوله استوانه‌ای است که از صفحات فولادی ساخته شده است و درون آن با آجر نسوز پوشیده شده است. شیب لوله ۱ تا ۴ درجه است و به آهستگی حدود ۳۰ تا ۲۵۰ دور بر ساعت حول محور خود دوران می کند. مخلوط از انتهای بالای آن تغذیه می شود و دوران کوره باعث حرکت منظم ذرات تا انتهای دیگر آن می شود. در انتهای دیگر (انتهای پایین) سوخت به شکل گاز، نفت یا سوخت جامد پودری از طریق لوله سوزان به درون کوره دمیده می شود که یک شعله هم مرکز با قسمت پایین لوله کوره تولید می کند. هنگامی که مواد به شعله می رسند، به حداکثر دمای خود نایل می شوند. البته قبل از رسیدن به کولر، هوا ابتدا از درون کولر و سپس از درون کوره برای انجام احتراق سوخت عبور داده می شود. در کولر، هوا با سرد کردن کلینکر داغ، گرم می شود، که دمای آن قبل از ورود به کوره ممکن است به ۴۰۰ تا ۸۰۰ درجه برسد که باعث احتراق موثرتر و سریعتر سوخت می شود.

کوره سیمان به طور ۲۴ ساعته در شبانه روز در حال کار می باشد و به ندرت حدود ۲ یا ۳ روز در سال برای برقراری اصول نگهداری کوره متوقف می شود. پژوهشگران و دست اندرکاران صنعت سیمان به خوبی واقفند که کوره دوار سیمان یکی از پیچیده ترین راکتورهای حرارتی در صنایع است و تحلیل و آنالیز رفتار فرآیند پخت در کوره دوار سیمان بسیار پیچیده بوده و با دشواریهایی همراه است [۱۴]. کوره دوار سیمان از

۲. از دست رفتن برخی داده ها در حین فرآیند نمونه برداری
۳. وجود انحراف از صفر، اغتشاشات فرکانس پایین و رفتار احتمالی تناوبی سیستم

داده هایی که در دسترس داریم، حاصل نمونه برداری ۱۲ هفته کاری بطور مداوم و ۲۴ ساعته شبانه روزی و به ازای هر ثانیه از وضعیت کوره دوار سیمان از کارخانه سیمان ساوه می باشد. از آنجا که داده های استخراج شده مرتبط با سیستم واقعی می باشد، این داده ها نیازمند عملیات پیش پردازش به جهت گسسته سازی، رفع نویز، فیلترینگ، کاهش سطوح قله ها و تصحیح مقدار انحراف از صفر می باشد. لذا انجام عملیات پیش پردازش بر روی داده های موجود به منظور حصول داده هایی مناسب جهت اعمال به سیستم شناسایی ضروری می باشد. در این تحقیق آماده سازی داده ها شامل مراحل پیش پردازش زیر است:

۳-۱- کاهش تعداد نمونه ها

میدانیم که نمونه برداری از سیگنال های پیوسته در سیستم های کنترل دیجیتال، باعث از بین رفتن اطلاعات می شود. بنابراین لازم است که فرکانس نمونه برداری اطلاعات به نحوی انتخاب شود که در محتوی اطلاعاتی داده های نمونه برداری شده مشکلی ایجاد نشود. در تئوری پردازش سیگنال گسسته اثبات می شود که حداقل فرکانس نمونه برداری می باید دو برابر پهنای باند فرکانسی سیگنال نمونه برداری شده، باشد تا بتوان سیگنال پیوسته را از سیگنال نمونه برداری شده بازسازی نمود [۸]. داشتن نمونه های زیاد از داده ها باعث پاره ای مشکلات در فرآیند شناسایی می گردد، بطوریکه با تعداد نمونه های بیش از حد علاوه بر سخت شدن فرآیند شناسایی، به زمان بیشتری جهت آموزش نیاز داریم. در این پروژه برای بدست آوردن فرکانس نمونه برداری از پیش پردازش و روش کوچکترین ثابت زمانی استفاده شده است. با بررسی های انجام شده مشخص شده است که کوچکترین ثابت زمانی سیستم تقریباً ۳ دقیقه می باشد [۱۰]. لذا با توجه به رابطه (۱) که در زیر آمده است از هر ۶۰ ثانیه یک نمونه برداشته شده است.

اگر $\tau_{\min}$ کوچکترین ثابت زمانی سیستم باشد، می توان زمان نمونه برداری را به صورت زیر انتخاب کرد:

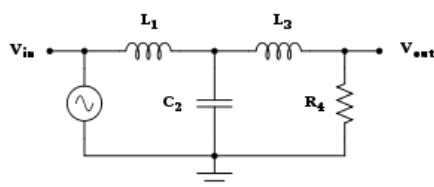
$$T_s = \frac{\tau_{\min}}{3} \text{ (Sec)} \quad (1)$$

۳-۲- فیلترینگ

برطرف کردن تغییرات شدید پیک ها و هموار سازی داده ها در حل مسأله شناسایی بسیار اهمیت دارد. این تغییرات ناگهانی بدلیل عملیات حسگرها و کارتهای اتصال داده رخ می دهد [۸]. لازم است بخاطر داشته باشیم که داده های بکار رفته در این پروژه در زمانی که این کارخانه در

حال کار بوده جمع آوری شده است. برای حل این مشکل، داده ها از فیلتر مناسبی که می تواند سیگنال نویز را از سیگنال اصلی حذف کند، می گذرد. نتایج به ما نشان داده که داده هایی که از فیلتر میان گذر عبور کنند، سیگنال نویز بر روی سیگنال اصلی باقی می ماند و در نتیجه کاربردی برای داده های این سیستم ندارد. چنانچه باند میانی فیلتر میان گذر را کوتاه کنیم، این امر می تواند سیگنال نویز را حذف کند، ولی چون سبب تغییر شکل سیگنال می شود، در اصل، حالت ماندگار سیستم را از بین برده و بنابراین فیلتر مناسبی برای داده های این پروژه نمی باشد. چنانچه فیلتر بالا گذر استفاده شود، حالت ماندگار سیستم و برخی از قله های لازم در داده های مورد نظر، از بین رفته و فقط فرکانس های بالا که همان نویزهای سیستم می باشند، در سیستم باقی می ماند. اما با انتخاب یک فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع مناسب، ضمن حفظ حالت ماندگار سیستم، سبب حذف نویزهای فرکانس های بالا شده [۹] و همچنین قادر به بازسازی ویژگی های اصلی سیگنال می باشد. فیلتر باترورث مرتبه سوم که جهت حذف مقدار بایاس یا مقدار dc و حفظ حالت ماندگار سیستم می باشد، همانطور که در شکل (۲) آورده شده است، از یک فیلتر باترورث مرتبه یک و یک فیلتر باترورث مرتبه دو که بصورت سری تحقیق می یابند استفاده می شود.

در حالت کلی تابع تبدیل یک فیلتر باترورث مرتبه سه با توجه به رابطه (۲) بصورت زیر بیان می شود:



شکل (۲): فیلتر باترورث پایین گذر مرتبه سه

در این پروژه فیلتر پایین گذر باترورث^۱ مرتبه سوم با باند گذر ۰.۰۱۵ هرتز را، انتخاب کرده که بدون تحت تأثیر قرار دادن سیگنال های ورودی، امکان حذف نویز و سیگنال های توزیعی از سیگنال اصلی را دارا می باشد.

۳-۳- تخمین تأخیر

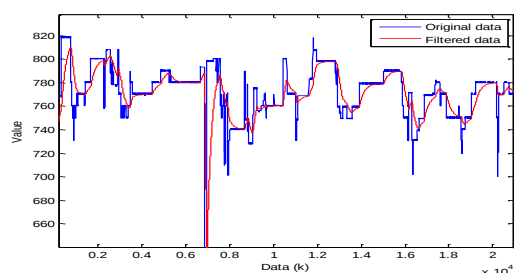
به منظور شناسایی فرآیند، تأخیر خالص سیستم، اولین پارامتر مهمی است که باید مشخص گردد. در غیر این صورت تمام مراحل شناسایی دچار مشکل خواهد شد. تحقیقی که سابقاً در این باره انجام شده است [۱۰] قبلاً این هدف را به درستی نشان گرفته است. در [۱۰] روش عددی لپشیتز برای تخمین تأخیر ورودی سیستم مدل کوره اعمال شده است. در جدول (۳) تخمین تأخیر برای هر یک از ورودی ها بر حسب دقیقه آورده شده است.

¹ Butterworth Low-pass Filter

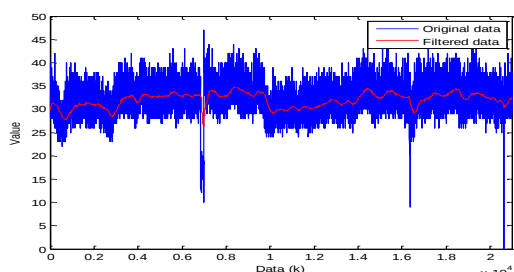
جدول ۳: نمایش تأخیر ورودی‌ها و خروجی‌ها نسبت به هم بر حسب دقیقه [۱۰]

ورودی‌ها	خروجی‌ها	جریان کشی	مقدار گاز CO	درجه حرارت عقب کوره	درجه حرارت پیش گرمکن
مقدار خوراک ورودی	۳۰	۱۵	۱۸	۳۰	
سوخت مصرفی کوره	۰	۶	۴	۱۰	
دور کوره	۰	۶	۳۷	۴۲	
دور فن	۳۰	۰	۰	۶	
فشار هوای ورودی	۳۰	۲	۰	۶	

پ: متغیر سرعت کوره (KS)



ت: متغیر سرعت فن کوره (ID.Fan)



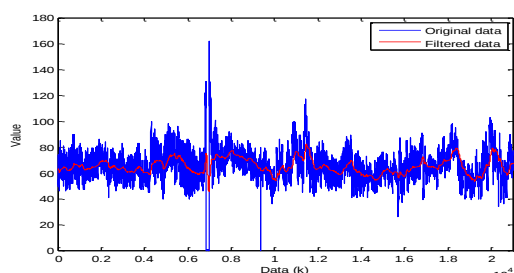
ث: متغیر فشار هوای ثانویه (AP)

شکل ۳: داده‌های فیلتر شده و داده‌های واقعی شامل (الف الی ث) به ازای

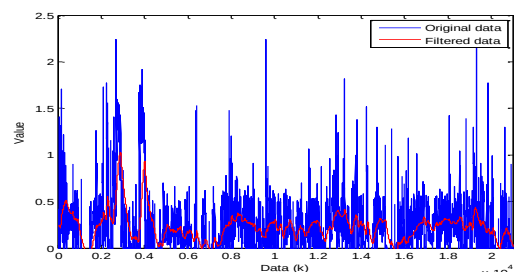
پنج متغیر ورودی

شکل (۴) داده‌های فیلتر شده و داده‌های واقعی از متغیرهای خروجی

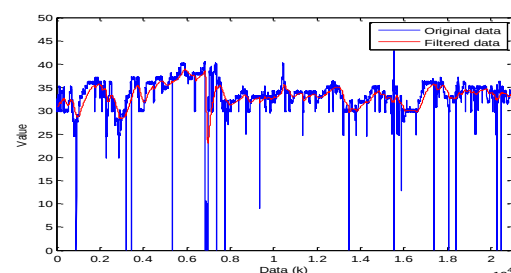
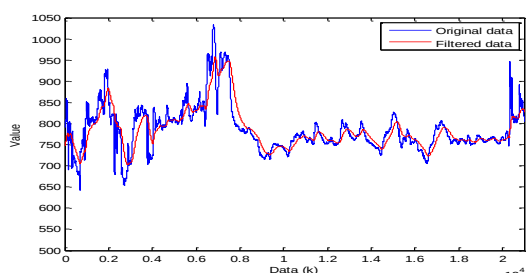
را نشان می‌دهد.



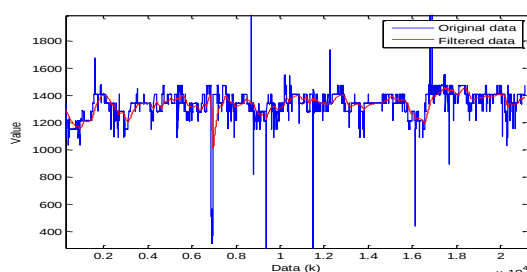
الف: متغیر جریان کشی کوره (KA)



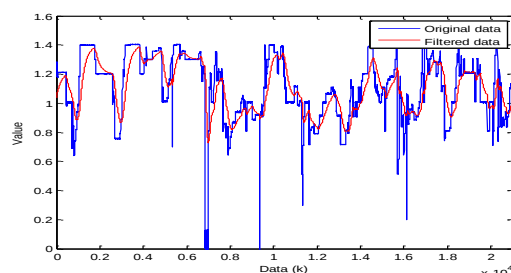
ب: متغیر مقدار گاز مونوکسید کربن ایجاد شده در کوره (CO)

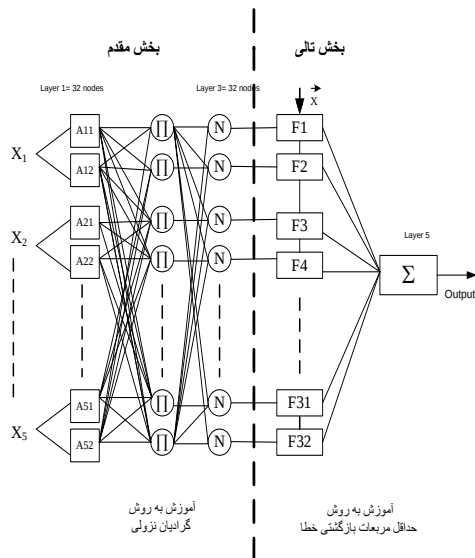


الف: متغیر خوراک ورودی کوره (Mat)



ب: متغیر سوخت مصرفی کوره (Fuel)





شکل ۵: ساختار شبکه عصبی - فازی تطبیقی ANFIS

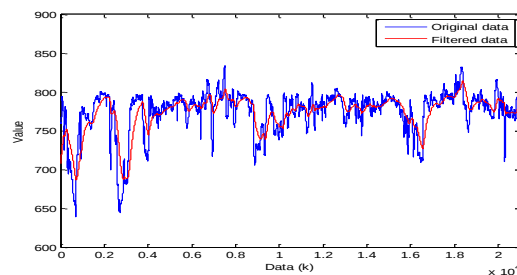
لایه های دوم تا پنجم. الگوریتم آموزش به شکل یک الگوریتم ترکیبی^۱ که شامل دو روش مختلف برای آموزش پارامترهای یادگیری می باشد، مورد استفاده قرار می گیرد. پارامترهای تابع تعلق برای یک تابع گوسی شامل: پارامتر انحراف از معیار تابع گوسی و مرکز دسته تابع گوسی می باشند. سیستم یادگیری ANFIS به این صورت است که چون رابطه پارامترهای لایه چهارم تا خروجی نهایی یک رابطه خطی است، بنابراین در تخمین آنها می توان از الگوریتم کمترین مربعات خطا استفاده نمود و پارامترهای لایه اول نیز مطابق معمول شبکه های تطبیقی، از طریق پس انتشار خطا و الگوریتم های گرادینت شیب، قابل یادگیری هستند. همانطور که قبل تر در شکل (۵) نشان داده شده، در این نوع آموزش بخش مقدم، توسط روش گرادینت نزولی و بخش تالی، توسط روش حداقل مربعات خطا آموزش داده می شوند. لازم به توضیح است که لایه های اول تا سوم در ساختار ANFIS بخش مقدم و لایه های چهارم و پنجم، بخش تالی نامیده می شوند [۱۰].

هدف، آموزش سیستم فازی $f(x)$ است به نحوی که خطای تطبیق زیر به حداقل سوق پیدا کند.

$$E_p = \frac{1}{2} [e_f]^2 \quad (3)$$

اگر یک سیستم فازی به صورت (۴) فرض شود، هدف در آموزش به روش گرادینت نزولی برای بخش مقدم بدین معنی است که می بایست پارامترهای $\bar{x}_i^l$ و σ_i^l تعیین شوند، به نحوی که E_p کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.

پ: متغیر درجه حرارت عقب کوره (BE)



ت: متغیر درجه حرارت پیش گرمکن (PRE)

شکل ۴: داده های فیلتر شده و داده های واقعی شامل (الف الی ت) به ازای چهار متغیر خروجی

۴- روش توسعه یافته عصبی - فازی ANFIS

سیستم عصبی - فازی، سیستمی است که در آن از الگوریتم های آموزشی شبکه های عصبی برای تنظیم پارامترهای سیستم استنتاج فازی استفاده می شود. در این میان، شبکه های ANFIS با ترکیب منطق فازی و شبکه های عصبی، ابزاری قدرتمند برای شناسایی و پیش بینی بسیاری از سیستم های پیچیده هستند که کاربردهای مختلفی چون پیش بینی، بهینه سازی، تشخیص خطا، کلاس بندی، شناسایی الگو، طراحی کنترل کننده - ها را دارا می باشند. مزیت بکارگیری این نوع از شبکه ها قدرت بسیار بالای آنها در تعیین کردن و تقریب زدن مدل غیرخطی مربوط به تابعی از متغیرهای ورودی و خروجی است که بواسطه تعدادی داده آموزشی ارائه شده است. شبکه ANFIS را می توان مجموعه ای از قوانین اگر - آنگاه به فرم زیر تعریف نمود [۱۱]:

اگر $x_1, A_1^i, x_2, A_2^i, \dots, x_n, A_n^i$ باشد،

$$\text{آنگاه: } F^i(k) = \alpha_0^i + \alpha_1^i X_1 + \alpha_2^i X_2 + \dots + \alpha_n^i X_n$$

در این رابطه $i=1,2,\dots,n$ ورودی های شبکه، A مجموعه های فازی، تعداد قواعد فازی و $l=1,2,\dots,M$ خروجی شبکه فازی می باشد. شکل (۵) ساختار شبکه ANFIS را به ازاء پنج ورودی و یک خروجی که برای هر ورودی دو تابع تعلق اختصاص داده شده است را نشان می دهد.

۴-۱- یادگیری شبکه عصبی - فازی ANFIS

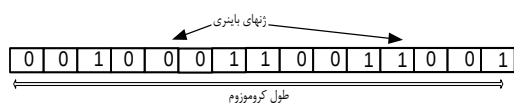
الگوریتم آموزش در شبکه های ANFIS شامل آموزش پارامترهای که به آموزش نیاز دارند، عبارتند از پارامترهای تابع تعلق و نیز وزن های

¹ Hybrid

در این مقاله هدف انجام شناسایی و پیش بینی وضعیت کوره دوار سیمان با استفاده از شبکه ANFIS می باشد. لازم به ذکر است اگرچه ویژگی های مناسب شبکه ANFIS این ساختار را به ساختاری مناسب برای طراحی خودکار سیستم فازی کوره دوار سیمان، تبدیل نموده است، این سیستم در کاربردهایی با ابعاد ورودی بالا بعلا محدودیت حافظه ایجاد شده قابل پیاده سازی نمی باشد. در این پروژه تعداد متغیرهای ورودی برای حل مسئله ۱۵ متغیر ورودی می باشد که با در نظر گرفتن تنها دو تابع تعلق برای هر ورودی، تعداد کل قواعد فازی ایجاد شده برابر با $2^{15}=32768$ قانون فازی خواهد بود که عملاً هیچ سیستمی قادر به پیاده سازی این تعداد قانون و مدیریت ساختار شبکه نخواهد بود. (در این حالت تعداد پارامترهای آموزش پذیر برابر با ۵۲۴۳۴۸ پارامتر خواهد بود). بنابراین توسط یکی از روشهای انتخاب ویژگی، تعداد ورودی های اعمالی به سیستم کاهش داده می شود، که برای رسیدن به هدف انتخاب زیر مجموعه ای مناسب از داده های ورودی با کمترین تعداد ویژگی و بیشترین بازده شناسایی، در این پروژه از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است که در بخش بعدی به اختصار مورد بررسی قرار گرفته است.

۲-۴- انتخاب ورودی های ویژه با استفاده از الگوریتم ژنتیک

یکی از روشهای انتخاب ویژگی، استفاده از الگوریتم ژنتیک می باشد [۱۲]. در این روش بعد فضای ورودی به عنوان طول رشته کروموزوم در نظر گرفته می شود. برای ساختن جمعیت اولیه ابتدا به صورت تصادفی به هر ژن مقادیر صفر و یک نسبت داده می شود. شکل (۷) یک نمونه از کروموزوم های مورد استفاده در انتخاب ویژگی در الگوریتم ژنتیک را نشان می دهد.



شکل ۷: یک نمونه از کروموزوم های مورد استفاده در انتخاب ویژگی در الگوریتم ژنتیک

در این ساختار مقادیر ژن ها به صورت باینری بوده، بطوریکه صفر برای ژنی در نظر گرفته می شود که می باید حذف شود و در صورتی که یک ویژگی انتخاب شود، عدد یک به آن ژن نسبت داده می شود. شماره های منتصب به ژن های دارای مقادیر یک، که در Index ذخیره می شوند، نشان دهنده شماره ویژگی انتخاب شده در فرآیند انتخاب ورودی ها به کمک الگوریتم ژنتیک می باشند که از میان تعداد ۱۵ ویژگی کلی انتخاب شده است [۱۲] و [۱۳]. از همین رو در این پروژه از الگوریتم ژنتیک به منظور انتخاب ورودی های مناسب و برخورد با مساله رشد تعداد قوانین در سیستم های فازی استفاده شده است.

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^M F^l \left(\prod_{i=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right)}{\sum_{l=1}^M \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right]} \quad (4)$$

که $l=1,2,\dots,M$ تعداد قواعد فازی و $i=1,2,\dots,n$ تعداد ورودی های فازی می باشد.

برای تعیین میانگین تابع گوسین، $\bar{x}_i^l$ ، مطابق زیر عمل می شود:

$$\bar{x}_i^l(k+1) = \bar{x}_i^l(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial \bar{x}_i^l} \quad (5)$$

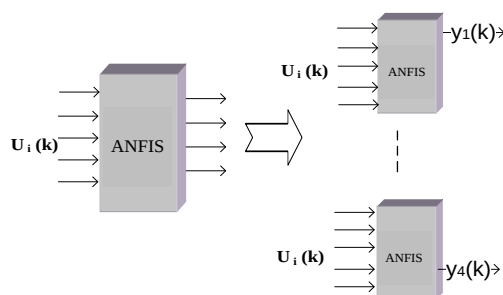
$k=0,1,2,\dots$ گام آموزش و η یک عدد ثابت بوده که طول گام را

مشخص می کند. به همین ترتیب انحراف تابع گوسین، σ_i^l ، بدست می آید:

$$\sigma_i^l(k+1) = \sigma_i^l(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial \sigma_i^l} \quad (6)$$

سیستم های فازی سیستم هایی مبتنی بر دانش هستند که قابلیت مدل سازی مسائل با استفاده از قواعد اگر-آنگاه فازی را دارند. در مسائل با زیاد شدن تعداد ورودی های سیستم فازی، تعداد قواعد بصورت نمایی رشد پیدا کرده، بنابراین طراحی سیستم فازی امکان پذیر نبوده و می باید به سمت روش های طراحی خودکار سیستم عصبی حرکت کرد. شبکه ANFIS یکی از روش های طراحی خودکار سیستم فازی و حصول قواعد فازی بر اساس داده های آموزشی می باشد.

شناسایی کوره دوار سیمان با متغیرهای ارائه شده، شناسایی یک سیستم پنج ورودی و چهار خروجی می باشد. ولی با توجه به اینکه شناسایی یک سیستم چند ورودی-چند خروجی^۱ کاری دشوار است و علاوه بر آن جواب های بدست آمده نیز چندان قابل قبول نمی باشد، عمل شناسایی سیستم مطابق شکل (۶) به صورت چند سیستم چند ورودی-تک خروجی^۲ در نظر گرفته شده است. مدل بدست آمده تا آنجا که می شود باید رفتاری نزدیک تر به رفتار فرآیند داشته باشد. کیفیت مدل سازی توسط بدست آوردن یک تابع خطا که بین y و $\hat{y}$ می باشد، سنجیده می شود که این خطا برای تنظیم کردن پارامترهای مدل استفاده می شود.

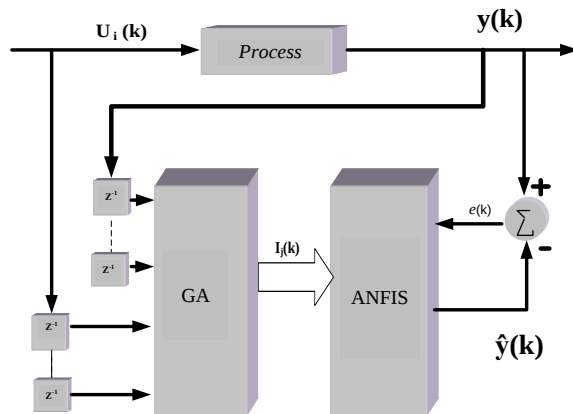


شکل ۶: تبدیل شبکه شناسایی چند ورودی-چند خروجی به شبکه چند ورودی-تک خروجی

¹ Multi Input Multi Output(MIMO)

² Multi Input Single Output(MISO)

کروموزوم می باشد و بنابراین اهمیت توابع (f_1) و (f_2) توسط ضریب تعادل هر کدام تعیین می شود.



شکل ۸: بلوک دیاگرام فرآیند شناسایی با استفاده از شبکه عصبی-فازی ANFIS به همراه انتخاب ورودیهای ویژه بوسیله الگوریتم ژنتیک

جدول (۴) پارامترهای اصلی در الگوریتم ژنتیک استفاده شده را، در فرآیند شناسایی کوره دوار سیمان با استفاده از شبکه ANFIS به همراه انتخاب ورودیها بوسیله الگوریتم ژنتیک، نمایش می دهد. قابل ذکر است که در هر چرخه اجرای الگوریتم ژنتیک، کلیه کروموزومهای موجود در جمعیت بررسی شده و بهترین نتایج حاصل به عنوان جمعیت جدید برای نسل بعدی انتخاب می شوند. در پایان بهترین کروموزوم موجود به عنوان بهترین ترکیب از ورودیهای منتخب گزینش شده و بهترین شبکه نیز ساختار ANFIS متناظر با این دسته از ورودیها می باشد.

جدول ۴: پارامترهای استفاده شده در الگوریتم ژنتیک در شناسایی با ANFIS

نام پارامتر	اختصار	مقدار پارامترها
اندازه جمعیت	Pop_Size	۱۲
تعداد تکرار	Max_Gen	۲۰
نرخ برش ^۱	Pc	۰.۵
نرخ جهش ^۲	Pm	۰.۱
وزن	W_1	۱
وزن	W_2	۱۰ ^۴
تعداد ویژگی انتخاب شده	N	۵

^۱ Crossover Rate

^۲ Mutation Rate

در روش مطرح شده در استفاده از الگوریتم ژنتیک، برای انتخاب ورودی در ساختار عصبی، محدودیت تعداد متغیرهای انتخاب شده وجود نداشت و از تعداد ۱ تا ۱۵ متغیر ورودی توانایی انتخاب شدن داشتند. اما در سیستم فازی ANFIS با توجه به رشد تعداد قواعد، تعداد ویژگیهای انتخاب شده می باید در یک حد قابل قبول محدود شده تا مشکل رشد نمایی تعداد قواعد و پارامترهای شبکه ایجاد نشود. از همین رو تعداد ویژگیهای انتخاب شده برای هر حالت مستقل بصورت آزمون و خطا برابر با ۵ در نظر گرفته شده است و برای هر ورودی نیز تعداد ۲ تابع تعلق مد نظر قرار گرفته است. در این حالت، حداکثر تعداد قوانین برابر با ۳۲ قانون فازی خواهد بود و کل پارامترهای آموزش پذیر ۲۱۲ پارامتر شامل مراکز دسته، واریانس و پارامترهای بخش تالی خواهد بود. در این حالت ساختار شبکه فازی ایجاد شده کوچک بوده و ضمن حفظ کارایی، قابلیت حفظ دو مقوله تفسیر پذیری و شفافیت را نیز خواهد داشت. به منظور تغییر دادن ساختار ورودیهای شبکه ANFIS، از الگوریتم ژنتیک استفاده شده، در اولین گام از اجرای الگوریتم و تولید مجموعه پاسخهای تصادفی اولیه، بر روی تک تک کروموزومها بررسی انجام شده و در کروموزومهایی که تعداد ویژگیهای انتخاب شده بیش از پنج ویژگی می باشد تعدادی را به تصادف صفر کرده تا حداکثر تعداد ویژگیها برابر با پنج شود. این امر بصورت کنترل شده، به منظور جلوگیری از صفر شدن تعداد ویژگیهای انتخاب شده انجام می شود. تعداد ورودیهای در نظر گرفته شده برای هر سیستم فازی برابر با تعداد ویژگیهای انتخاب شده می باشند. در ادامه و به منظور ارزیابی هر کروموزوم موجود در جمعیت، تعداد دو تابع هدف متفاوت در نظر گرفته می شود. اولین تابع هدف (f_1) ، خطای شناسایی سیستم کوره دوار سیمان است و دومین تابع هدف تعداد ویژگیهای استفاده شده در هر کروموزوم (f_2) می باشد. در این حالت نیز هدف به دست آوردن بهترین شناسایی با کمترین تعداد ویژگی (در اینجا حداکثر ۵ ویژگی) می باشد تا بدین ترتیب علاوه بر حفظ سادگی مدل، قابلیت آن در پیش بینی فعالیت کوره سیمان نیز حفظ شود. شکل (۸) بلوک دیاگرام استفاده از الگوریتم ژنتیک به منظور انتخاب ویژگی برای شناساگر ANFIS را نشان می دهد. در این شکل، در بخش الگوریتم ژنتیک علاوه بر انجام عملیات برش، جهش و انتخاب که به صورت روال عادی انجام می شود، یک بخش کنترل بر روی تعداد ویژگی در جهت اصلاح کروموزومهایی با تعداد ویژگی بیش از پنج نیز وجود دارد. در این حالت به منظور تبدیل مسئله فوق به یک مسئله قابل حل توسط الگوریتم ژنتیک، تابع برازش به فرم زیر تعریف می شود:

$$W_1 f_1 + W_2 f_2 = \text{تابع برازندگی} \quad (۷)$$

که در رابطه فوق وزن های W_1 و W_2 به منظور ایجاد تعادل میان خطای حاصل از شناسایی و تعداد ویژگیهای انتخاب شده در هر

۵- نتایج شبیه سازی

در این بخش نتایج شبیه سازی‌های خروجی‌های کوره دوار سیمان، برای چهار مدل $MISO_1$ الی $MISO_4$ که به ترتیب نشان دهنده خروجی‌های جریان کشی کوره، مونوکسید کربن تولید شده در کوره، درجه حرارت عقب کوره و درجه حرارت پیش گرم کن می‌باشد، گزارش شده است. نتایج ارائه شده، حاصل اجرای مدل‌های مطرح شده با استفاده از ساختار شبکه عصبی MLP و همچنین استفاده از الگوریتم ژنتیک به منظور انتخاب ویژگی‌های موثر همراه با استفاده از دو ساختار شبکه عصبی MLP و ساختار عصبی-فازی ANFIS می‌باشند. برای انجام این شبیه سازی‌ها، داده‌های آموزش را برابر هفته اول نمونه برداری و ۳۰٪ از هفته دوم در نظر گرفته شده است و از مابقی داده‌های باقی‌مانده به عنوان داده آزمون مورد استفاده قرار گرفته است. لازم به یادآوری است که اطلاعات ورودی به دو بخش آموزش و آزمون تقسیم می‌شوند و سپس شبکه با داده‌های آموزش، آموزش داده شده و در مرحله نهایی با داده‌های آزمون خروجی شبکه بدست می‌آید.

در این شبیه سازی‌ها، در ساختار عصبی-فازی ANFIS، با توجه به رابطه بیان شده در (۷) و با توجه به اینکه از داده‌های نرمال شده استفاده شده است، به منظور ایجاد توازن مناسب میان خطای ناشی از شناسایی تعداد ویژگی‌های انتخابی، وزن مربوط به تابع هدف خطای شناسایی (W_2) ، به میزان 10^2 در نظر گرفته شده است. همچنین قابل ذکر است که وزن W_1 بر اساس نوع خروجی مورد بررسی و بازه خطای تولید شده در هر مساله به صورت متفاوت و به صورت تجربی در نظر گرفته شده است. در جدول (۵) (الف الی ت)، خطای MSE^1 برای داده‌های آزمون که بیانگر دقت نتایج حاصل برای شناسایی و پیش بینی خروجی‌های کوره دوار سیمان، با استفاده از داده‌های آزمون در سه روش متفاوت که به تفکیک در ردیف‌ها مشهود است، گزارش شده است. در جداول ارائه داده شده، منظور از $Pred.h$ افق پیش بینی در نظر گرفته شده بر حسب دقیقه می‌باشد. در این جداول، چهار افق ۱، ۵، ۱۰ و ۱۵ دقیقه بعنوان نمونه‌هایی از افق‌های پیش‌بینی مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۵: خطای MSE برای داده‌های آزمون برای خروجی‌های اول تا چهارم

کوره دوار سیمان با استفاده از سه روش مطرح شده، GA+ANFIS،

GA+MLP، MLP

الف) خروجی اول $MISO_1$ جریان کشی کوره (KA)

Pred.h (min)	1	5	10	15
MLP	2.68E-01	1.21E+00	3.64E+00	2.17E+01
GA + MLP	1.66E-01	7.92E-01	4.96E-01	7.08E-01
GA +ANFIS	2.25E-01	1.06E+00	3.17E-01	4.29E-01

ب) خروجی دوم $MISO_2$ گاز مونوکسید کربن تولید شده در کوره (CO)

Pred.h (min)	1	5	10	15
MLP	2.08E-02	8.04E-01	3.80E-01	1.27E+01
GA + MLP	7.73E-02	5.57E-01	1.88E-01	7.11E-01
GA +ANFIS	2.03E-03	3.49E-03	2.81E-03	2.41E-03

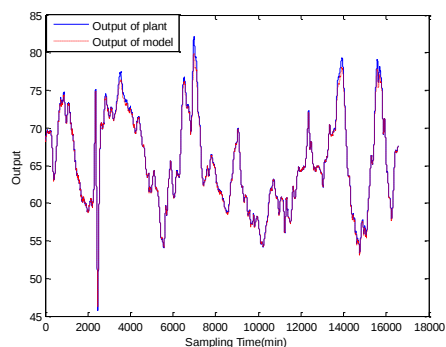
پ) خروجی سوم $MISO_3$ درجه حرارت عقب کوره (BE)

Pred.h (min)	1	5	10	15
MLP	1.57E-01	2.96E+00	4.62E+00	2.75E+01
GA + MLP	5.41E-01	2.61E+00	1.89E+00	1.03E+01
ANFIS+GA	3.92E+01	6.10E+00	6.35E+01	2.00E+01

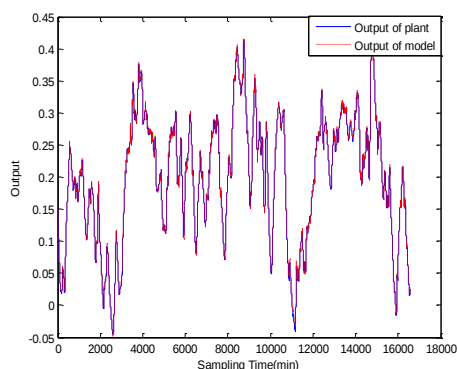
ت) خروجی چهارم $MISO_4$ درجه حرارت پیش گرم کن (Pre)

Pred.h (min)	1	5	10	15
MLP	3.30E-01	6.13E-01	2.57E+00	1.72E+01
GA + MLP	9.79E-01	4.70E-02	3.66E+00	2.08E+00
GA +ANFIS	7.25E-01	7.55E-01	8.25E-01	1.00E+00

در ادامه، نمودارهای ترسیم شده در شکل (۹) خروجی ناشی از افق پیش‌بینی ۵ دقیقه جلوتر را به ترتیب برای خروجی‌های اول تا چهارم کوره دوار سیمان در شکل‌های (الف الی ت) با استفاده از ساختار عصبی-فازی ANFIS به همراه انتخاب کننده ویژگی ژنتیک نمایش می‌دهد.



الف) خروجی اول $MISO_1$ جریان کشی کوره (KA)



ب) خروجی دوم $MISO_2$ گاز مونوکسید کربن تولید شده در کوره (CO)

¹ Mean Square Error

انتخاب ورودی ها با الگوریتم ژنتیک، تنها با انتخاب ۵ ویژگی در هر کروموزوم از ورودی ها بر اساس آنچه در بخش ۲-۴ بیان شد، به عمل شناسایی و پیش بینی وضعیت کوره دوار سیمان گزارش شده است.

جدول ۶: اسامی ورودی های اعمال شده همراه با شماره اندیس مربوطه

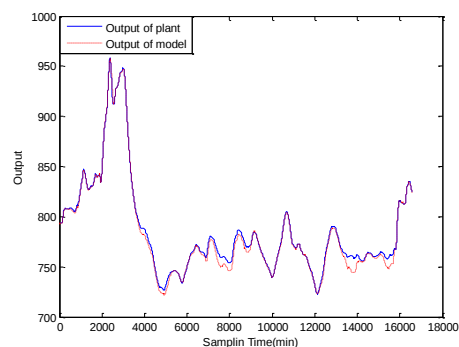
اندیس	توضیح
۱	ورودی مقدار خوراک ورودی به کوره همراه با تأخیر خالص سیستم
۲	ورودی ذکر شده در اندیس (۱) با یک گام تأخیر
۳	ورودی سوخت مصرفی کوره همراه با تأخیر خالص سیستم
۴	ورودی ذکر شده در اندیس (۳) با یک گام تأخیر
۵	ورودی دور کوره همراه با تأخیر خالص سیستم
۶	ورودی ذکر شده در اندیس (۵) با یک گام تأخیر
۷	ورودی دور فن کوره همراه با تأخیر خالص سیستم
۸	ورودی ذکر شده در اندیس (۷) با یک گام تأخیر
۹	ورودی فشار هوای ورودی به کوره همراه با تأخیر خالص سیستم
۱۰	ورودی ذکر شده در اندیس (۹) با یک گام تأخیر
۱۱	خروجی واقعی سیستم با یک گام تأخیر
۱۲	خروجی واقعی سیستم با دو گام تأخیر
۱۳	خروجی واقعی سیستم با سه گام تأخیر
۱۴	خروجی واقعی سیستم با چهار گام تأخیر
۱۵	خروجی واقعی سیستم با پنج گام تأخیر

جدول ۷: اندیس های انتخاب شده توسط الگوریتم ژنتیک با استفاده از دو روش شبکه عصبی و سیستم عصبی-فازی برای خروجی های اول تا چهارم کوره دوار سیمان

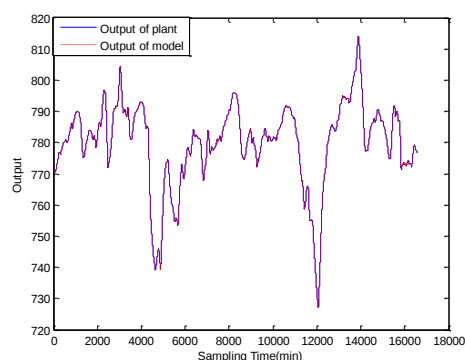
الف) خروجی اول $MISO_1$ جریان کشتی کوره (KA)				
Pred.h (min)	1	5	10	15
GA + MLP	1, 2, 7, 8, 9, 10, 11	1, 5, 7, 8, 11, 12	3, 4, 6, 7, 9, 13	2, 3, 5, 7, 8, 9, 12
GA +ANFIS	6, 11, 12, 13	3, 5, 6, 11, 12	4, 5, 8, 11, 13	3, 5, 7, 11, 12

ب) خروجی دوم $MISO_2$ گاز مونوکسید کربن تولید شده در کوره (CO)				
Pred.h (min)	1	5	10	15
GA + MLP	1, 6, 8, 10, 11, 12	1, 3, 6, 8, 11, 12, 13	1, 5, 7, 8, 10, 11, 14	1, 2, 5, 7, 8, 10, 14
GA +ANFIS	1, 2, 11, 12	1, 2, 5, 11, 12	1, 2, 11, 12, 14	1, 2, 4, 11, 12

پ) خروجی سوم $MISO_3$ درجه حرارت عقب کوره (BE)				
Pred.h (min)	1	5	10	15
GA + MLP	2, 3, 5, 6, 7, 9, 12, 13	3, 5, 6, 8, 9, 11, 13	1, 2, 3, 4, 5, 9, 11, 13	1, 5, 7, 10, 11, 12, 13
GA +ANFIS	7, 8, 11, 13	7, 9, 11, 13	4, 6, 9, 11, 13	4, 8, 10, 11, 12



پ) خروجی سوم $MISO_3$ درجه حرارت عقب کوره (BE)



ت) خروجی چهارم $MISO_4$ درجه حرارت پیش گرم کن (Pre)

شکل ۹: عملکرد سیستم عصبی-فازی برای داده های آزمون برای خروجی های اول تا چهارم کوره دوار سیمان در دومین افق پیش بینی برابر ۵ دقیقه در هریک از شبیه سازی های انجام شده، ورودی های اعمالی که ویژگی های انتخاب شده توسط الگوریتم ژنتیک می باشند به ترتیب شامل: ورودی های واقعی سیستم کوره دوار سیمان همراه با تأخیر خالص سیستم، دینامیک ورودی های واقعی سیستم با یک گام تأخیر و در نهایت خروجی های واقعی سیستم تا ۵ گام عقب تر می باشند که در مجموع تعداد ۱۵ متغیر ورودی را تشکیل داده که اسامی این متغیرهای با شماره اندیس مربوطه در جدول (۶) نمایش داده شده است. نتایج حاصل از پیاده سازی الگوریتم ژنتیک به منظور انتخاب زیر مجموعه مناسبی از ویژگی های موثر برای دو روش شبکه عصبی و سیستم عصبی-فازی برای خروجی های اول تا چهارم کوره دوار سیمان به ترتیب در جدول (۷) (الف الی ت) نشان داده شده است که اندیس های نامبرده بر اساس موارد مطرح شده در جدول (۶) ارائه شده اند. لازم به ذکر است که تأخیر خالص ورودی ها بر هریک از خروجی های مورد نظر بر حسب دقیقه، در جدول (۳) آورده شده است. در این حالت الگوریتم ژنتیک به منظور انتخاب زیر مجموعه ای مناسب از ورودی ها با کمترین تعداد ویژگی و بیشترین بازده شناسایی برای داده های آزمون، مورد استفاده قرار می دهیم. در استفاده از الگوریتم ژنتیک برای انتخاب ورودی های مناسب در ساختار عصبی محدودیت تعداد متغیرهای انتخاب شده وجود نداشت و از تعداد ۱ تا ۱۵ متغیر ورودی توانایی انتخاب شدن داشتند، در حالیکه نتایج شبیه سازی خروجی های کوره دوار سیمان با استفاده از ساختار ANFIS به همراه

ت(خروجی چهارم MISO₄ درجه حرارت پیش گرم کن (Pre)

Pred.h (min)	1	5	10	15
GA + MLP	1, 2, 6, 9, 10, 12, 13	2, 7, 8, 9, 11, 12	1, 2, 4, 7, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 15
GA +ANFIS	5, 7, 11, 12	4, 6, 11, 12, 15	4, 6, 11, 12, 15	4, 6, 11, 12, 15

نخستین مراتب اهمیت در صنعت قرار داشته است. یکی از اهمیت‌های بسیار زیاد نتایج برگرفته از این پژوهش، کاربرد‌های متفاوت روش‌های عصبی و عصبی-فازی به جهت پیش‌بینی، شبیه-سازی و شناسایی سیستم-های پیچیده در صنعت است.

به منظور شناسایی این فرآیند، زمان نمونه برداری مناسب، برطرف کردن نویز، نرمالیزه کردن داده‌ها و تخمین تأخیر ورودی‌ها امری ضروری است. از طرف دیگر بدون انتخاب پارامترهای مناسب و مؤثر شناسایی خوبی روی سیستم صورت نخواهد پذیرفت. بعد از انجام عملیات پیش-پردازش روی داده‌ها و بدست آوردن داده‌های غنی شده، شواهد برآمده از این پژوهش نشان دهنده رفتار مناسبی بین داده‌های بدست آمده از داده‌های واقعی ضبط شده در کوره سیمان می‌باشد. در این نوشتار برای تعیین اثر روش عصبی-فازی بعنوان روشی شناخته شده برای مدل‌سازی فازی، یک سیستم استنتاج فازی با توپولوژی ANFIS مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به مسأله رشد نمایی تعداد قوانین در سیستم فازی، تعداد متغیرهای انتخابی را به پنج متغیر محدود نمودیم و در نهایت توانستیم با وجود محدود بودن تعداد ورودی‌ها، شناساگر کارآمدی برای شناسایی فرآیند کوره دوار سیمان که از مدل‌های دنیای واقعی با درجه پیچیدگی بالا می‌باشد را با توانایی انعطاف پذیری مناسب ایجاد نماییم. علاوه بر اینکه خروجی حاصل از مدل، خروجی سیستم واقعی را به خوبی ردیابی می‌کند، توانسته با حداقل تعداد ممکن و قوانین فازی موجود شناسایی و پیش‌بینی مناسبی را در چهار افق پیش‌بینی ۱۰، ۵، ۱ و ۱۵ دقیقه جلوتر داشته باشیم که این امر برای کنترل و طراحی کنترل کننده‌ها امری ضروری و مفید است.

در هر حال روش‌های ارائه شده و بکار رفته در این پژوهش ممکن است قابلیت استفاده در شناساگرهای دیگری در سیستم‌های غیر خطی دینامیکی مشابه و مهم در صنعت مانند کوره رنگ و غیره قابل اعمال باشد.

با توجه به نتایج فوق قابل مشاهده است، شناسایی‌های انجام گرفته در افق‌های پیش‌بینی مختلف و برای ورودی‌های متفاوت کوره دوار سیمان، از نظر تعداد ویژگی انتخاب شده، نوع ویژگی و خطای حاصل با یکدیگر متفاوت می‌باشد که این مسأله به علت رویه متفاوت در نظر گرفته شده برای انتخاب ویژگی‌ها با استفاده از روش‌های مختلف می-باشد. همچنین مشاهده می‌شود که تعداد ورودی‌های مؤثر انتخاب شده در هر شبیه سازی با افق پیش‌بینی متناظر دارای یک روند منطقی بین تعداد ورودی‌های ویژه انتخاب شده و افق‌های متفاوت پیش‌بینی دیده وجود داشته که با افزایش افق پیش‌بینی تعداد متغیرهای ورودی نیز عموماً افزایش پیدا می‌کنند.

در پایان بر اساس موارد نشان داده شده در جداول نتایج و شکل‌های خروجی، کاملاً مشهود است که نتایج حاصل به واسطه استفاده از ساختار شبکه عصبی-فازی ANFIS به همراه روش انتخاب ویژگی ژنتیک به لحاظ تعداد پارامترهای انتخابی و نیز نتایج حاصل دارای برتری بالایی نسبت به دو روش استفاده از ساختار عصبی MLP می‌باشد، به نحوی که روش مطرح شده قابلیت مناسبی در پیش‌بینی عملکرد کوره دوار سیمان داشته و با توجه به تعداد کم متغیرهای ورودی انتخاب شده، موجب افزایش پیچیدگی سیستم فازی نشده و سیستم حاصل از دو مقوله شفافیت و تفسیر پذیری مناسب به سبب تعداد کم قوانین فازی برخوردار می‌باشد. همچنین نتایج حاصل گواه بر این امر می‌باشد که مدل پیشنهادی توانسته است بطور شایسته‌ای خروجی‌های واقعی فرآیند را تا افق پیش‌بینی ۱۵ دقیقه جلوتر به درستی تعقیب کند.

۶- نتیجه گیری

در این نوشتار شناسایی و پیش‌بینی، فرآیند کوره دوار سیمان بعنوان یک سیستم پیچیده غیرخطی متغیر با زمان تحقیق و بررسی قرار گرفت. همانطور که اشاره شد استفاده از مجموعه کلی متغیرهای ورودی سبب و پیچیدگی فراوان ساختاری و حافظه شبکه عصبی-فازی و ایجاد پارامترهای زیادی خواهد شد که این امر سبب می‌شود تا پیاده سازی ساختار عصبی-فازی غیرممکن بنظر می‌رسد. لذا در این پژوهش با استفاده از الگوریتم ژنتیک و انجام مجموعه‌ای از پیش پردازش‌های مناسب به روش قابل قبولی برای شناسایی و پیش‌بینی دست یافتیم. بر اساس الگوریتم ژنتیک ورودی‌های مؤثر در هر مدل را از میان ورودی‌های مناسب انتخاب نمودیم که این روش باعث کاهش تعداد ورودی‌ها و همچنین کاهش ساختار شبکه عصبی-فازی گردید که در نتیجه باعث کاهش تعداد قوانین فازی شد. شناسایی چنین سیستم‌هایی همیشه در

مراجع

- [۱] م. عزیزیان، "تکنولوژی پخت سیمان"، چاپ سوم، شرکت مهندسی و قطعات سیمان ایران ۱۳۸۵.
- [2] K. Pazand, M. Shariat Panahi and M. Pourabdoli, "Simulating the mechanical behavior of rotary cement kiln using artificial neyral networks", Elsevier Ltd. Material and Design, Vol.30, pp. 3486-3473, 2009.
- [3] K. S. Stadler, J. Poland and E. Gallestey, "Model predictive Control of a rotary cement kiln", Elsevier Ltd. Control Engineering practice, 2010.
- [4] G. Noshirvani, A. Fatahi, B. N. Araabi and M. Azizi, "Comparison of Rotary Cement Kiln Identified Models", Proceedind of the IEEE International Conference on Control and Automation, pp. 1290-1295, 2009.

-
- [11] J. R. Jang, "ANFIS: Adaptive Network based Fuzzy Interface System," IEEE Tran. System, Man and Cybernetics, Vol. 23, No. 3, 1993, pp. 665-685, 1993.
- [12] Ho-Duck Kim, Chang-Hyun Park, Hyun-Chang Yang, and Kwee-Bo Sim, "Genetic Algorithm Based Feature Selection Method Development for Pattern Recognition," in SICE-ICASE International Joint Conference, 2006.
- [13] Z. Sun, G. Bebis and R. Miller, "Object Detection Using Feature Selection," Elsevier Ltd. Pattern Recognition, Vol. 37, pp. 2165-2176, 2004.
- [14] A. Fatemimoghadam, "Identification and prediction of a cement rotary Klin using fuzzy neural networks mid feature selection by Genetic Algorithm", MSc Thesis (in persian), Science and researches branch of Islamic Azad University, Tehran, Iran, 2010.
- [15] www.wikipedia.com
- [5] M. Fallahpour, A. Fatehi, B.N. Araabi and M. Azizi, "A Neuro-Fuzzy Controller for Rotary Cement kiln," the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11, 2008.
- [6] I. Makaremi, A. Fatehi and B.N. Araabi, "Lipschitz Numbers: A Medium for Delay Estimation," 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, July 6-11, 2008.
- [7] Nelles. Nonlinear System Identification. Springer publication, 2000.
- [8] M. Fallahpour, A. Fatahi, B. N. Araabi and M. Azizi, "Identification of Rotary Cement Kiln by Neural Networks", Proceedind of the 8th Conference on Intelligent Systems(CIS), Mashhad, Iran, 2007.
- [9] L. Ljung, "System Identification Theory for the Users", 2nd Edition, Prentice-Hall, 1999.
- [10] I. Makaremi, A. Fatehi and B.N. Araabi, "Abnormal condition detection in cement rotary kiln with system identification methods", Elsevier Ltd. Journal of Process Control, Vol 19, pp. 1538-1545, 2009.
-

روش جدید حل مسئله سنتز μ با استفاده از الگوریتم بهینه سازی اجتماع پرندگان

علی لاری^۱، علیرضا خسروی^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، a.lari@stu.nit.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، akhosravi@nit.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۳/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۶/۲۶)

چکیده: طراحی کنترل کننده به روش سنتز μ ، مسئله ای است که بدلیل مشکلات موجود در محاسبه مقادیر ویژه ساختار یافته هنوز به طور کامل حل نشده است. رایج ترین روش حل مسئله سنتز μ تکرار D-K نام دارد. با وجود آنکه این روش، حل کامل مسئله سنتز μ نیست ولی کنترل کننده های بدست آمده از آن به لحاظ معیارهای پایداری و عملکرد از قویترین روشهای کنترل مقاوم هستند. از سوی دیگر بالا بودن درجه کنترل کننده، مهمترین اشکال روش تکرار D-K است. در این مقاله از یک الگوریتم بهینه سازی سیر تکاملی به نام الگوریتم بهینه سازی اجتماع پرندگان، به منظور طراحی یک کنترل کننده مقاوم استفاده شده است. هدف آنستکه حلی برای مسئله سنتز μ پیدا شود که در میزان پایداری و عملکرد مقاوم، نسبت به کنترل کننده هم درجه (درجه کاهش یافته) بدست آمده از روش تکرار D-K، وضعیت بهتری داشته باشد. به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، از آن برای طراحی کنترل کننده یک سیستم محک جرم-فنر-میراگر استفاده می شود. نتایج شبیه سازی مویید آنستکه کنترل کننده های بدست آمده با این روش از نظر پایداری و عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته بسیار کاراتر از کنترل کننده های تکرار D-K هم درجه هستند.

کلمات کلیدی: کنترل مقاوم، سنتز μ ، مقادیر ویژه ساختاریافته، الگوریتم اجتماع پرندگان

A New Solution for μ Synthesis Problem Using Particle Swarm Optimization Algorithm

Ali Lari, Alireza Khosravi

Abstract: The μ synthesis problem has not been completely solved, and this is attributed to existing challenges and issues in calculation of the structure singular value. The most common solution for μ Synthesis problem is called D-K Iteration. Even though this specific method is not the complete solution for the μ Synthesis, but the controllers obtained through this method have proven to be one of the most complete forms of robust control technique, based on robust stability and performance. One of the major disadvantages with the D-K Iteration is a high order controller. In this paper an evolutionary algorithm called PSO has been used to design a robust controller. The main objective is to find a solution for μ Synthesis that can better improve the robust stability and performance compared to same order (reduced order) controller obtained through D-K Iteration. To evaluate the proposed algorithm, it has been used on the mass-spring-damper benchmark system. The simulation results from the proposed algorithm show that this method has a more robust stability and performance for closed loop systems than the same order controllers obtained through D-K Iteration.

Keywords: robust control, μ synthesis, structured singular value, particle swarm optimization algorithm.

۱- مقدمه

برای بدست آوردن مقادیر ویژه ساختار یافته یا μ یک ماتریس، لازم است تا ساختار ماتریس عدم قطعیت مرتبط با آن را بدانیم. μ یک ماتریس در واقع کوچکترین (بر حسب بزرگترین مقدار منفرد) عدم قطعیتی را محاسبه می کند که سبب ناپایداری آن می شود. اگر ساختار ماتریس عدم قطعیت را قطری بلوکی در نظر بگیریم، می توان بلوک های عدم قطعیت را به دو دسته بلوک های کامل و بلوک های اسکالر تقسیم کرد. بدست آوردن مقادیر ویژه ساختار یافته یک ماتریس با توجه به نحوه مدلسازی عدم قطعیت، مسئله ای است که هنوز به طور کامل حل نشده است. البته قضایایی وجود دارند که می توان از آنها برای محاسبه حدود بالا و پایین μ استفاده کرد. بر طبق این قضایا، حد بالای μ تنها برای ساختارهای عدم قطعیتی که جمع وزندار بلوک های اسکالر و کامل آنها از حد معینی بالاتر نرود، با مقدار μ ماتریس برابر می شود. در صورتیکه حد پایین برای همه ساختارهای عدم قطعیت، با مقدار μ ماتریس برابر می شود. لازم بذکر است مسئله محاسبه حد پایین μ ، بدلیل داشتن ماکزیمم های محلی زیاد به سختی قابل حل است.

در کنترل مقاوم از مقادیر ویژه ساختار یافته به عنوان معیاری برای بررسی پایداری و عملکرد مقاوم یک سیستم حلقه بسته استفاده می شود. طراحی کنترل کننده با استفاده از این معیار مسئله سنتز μ نامیده می شود. در حقیقت مسئله سنتز μ هنوز به طور کامل حل نشده است [۱]. البته روشی به نام تکرار D-K وجود دارد که از آن برای حل مسئله سنتز μ استفاده می شود. کنترل کننده طراحی شده با این روش، پایداری و عملکرد سیستم حلقه بسته را بر اساس معیار μ تضمین می کند. روش تکرار D-K بهترین عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته را که متناظر با مینیمم سازی معیار عملکرد μ می باشد با استفاده از کنترل کننده پایدارساز K و ماتریس مقیاس شده D بدست می آورد. این روش مسئله مینیمم سازی را در دو حالت مختلف انجام می دهد. در حالت اول مینیمم سازی روی ماتریس D انجام می شود و کنترل کننده K ثابت نگه داشته می شود. در حالت دیگر مینیمم سازی روی کنترل کننده K انجام می شود و ماتریس D ثابت نگه داشته می شود. در این روش مقادیر ویژه ساختار یافته با استفاده از حد بالای μ محاسبه می شوند. با توجه به آنچه که در مورد محاسبه حد بالای μ بیان شد می توان نتیجه گرفت که روش تکرار D-K حل دقیق مسئله سنتز μ نیست. با این وجود کنترل کننده های بدست آمده از روش تکرار D-K به لحاظ معیارهای پایداری و عملکرد از قویترین روشهای در کنترل مقاوم هستند. این مطلب انگیزه را برای بدست آوردن جواب های بهتر برای مسئله سنتز μ تقویت می کند.

روش تکرار D-K مانند غالب روش های کنترل مقاوم، با مشکل بالا بودن درجه کنترل کننده مواجه است. کنترل کننده های با درجه بالا هر چند که معیارهای پایداری و عملکرد سیستم حلقه بسته را به شکل بهتری برآورده می سازند ولی بعلاوه بالا بردن درجه پیچیدگی سیستم حلقه بسته و مشکلات موجود در ساخت، کمتر به لحاظ عملی مورد توجه قرار می

گیرند. به دلایل ذکر شده، برای کنترل کننده های مرتبه بالا ناگزیر به استفاده از روشهای کاهش مرتبه می باشیم تا کنترل کننده هایی با خواص مشابه اما با درجه پایین تر بدست آوریم [۲]. این عمل سبب می شود تا بعضی از اهداف طراحی تضعیف شود و یا حتی از دست برود. برای حل این مشکل، این مقاله روشی بر اساس الگوریتم های سیر تکاملی ارائه نموده است.

بطور کلی کاربرد الگوریتم های سیر تکاملی در دهه اخیر در زمینه کنترل بسیار افزایش یافته است. تنوع این کاربردها را می توان در طراحی یک کنترل کننده ساده مانند PID [۳] تا کنترل کننده های با ساختار پیچیده تر [۴] مشاهده کرد. این الگوریتم ها در روش های کنترل مقاوم نیز به کار گرفته شده اند و بعضاً نتایج بسیار مطلوبی حاصل شده است [۵،۶،۷،۸،۹]. بدلیل آنکه در این رویکرد، مرتبه کنترل کننده توسط طراح مشخص می شود به کاهش مرتبه کنترل کننده نیازی نمی باشد.

الگوریتم اجتماع پرندگان یکی از الگوریتم های سیر تکاملی است که در ابتدا توسط کندی و ابرهارت ارائه شد [۱۰]. این الگوریتم یک الگوریتم بهینه سازی جمعیت محور است که از رفتار اجتماعی و حرکت دسته جمعی پرندگان الهام گرفته شده است. الگوریتم اجتماع پرندگان به لحاظ همگرایی یک الگوریتم سریع است و پیاده سازی عملی آن به دلیل جستجوی جهت دار و محاسبات ساده، آسان می باشد [۱۱،۱۲]. الگوریتم های بهینه سازی سیر تکاملی نسبت به انواع الگوریتم های بهینه سازی سنتی سه ویژگی مهم دارند. اول اینکه آنها به حدس اولیه وابسته نیستند. دوم آنکه به علت آنکه ماهیت تصادفی دارند در تله های محلی گیر نمی کنند و سوم آنکه در آنها نیازی به محاسبه گرادیان تابع هزینه نداریم [۱۳]. الگوریتم سیر تکاملی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است الگوریتم اجتماع پرندگان است.

در این مقاله روشی بر اساس الگوریتم های سیر تکاملی ارائه شده است تا در حل مسئله سنتز μ مورد استفاده قرار گیرد. در این روش مسئله سنتز μ به یک مسئله مینیمم سازی مقید تبدیل می شود که قید آن شرط پایداری است و عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته، تابع معیاری است که بدنبال مینیمم سازی آن هستیم. در این مسئله بهینه سازی، میزان پایداری و عملکرد مقاوم با معیار μ سنجیده می شود. روش ارائه شده به لحاظ نظری بسیار ساده تر از روش تکرار D-K است. این روش، کوچکترین کنترل کننده به لحاظ مرتبه را بدست می آورد که در شرایط پایداری و عملکرد مقاوم صدق کند. بنابراین نیازی به کاهش مرتبه کنترل کننده ندارد.

به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، از آن برای طراحی کنترل کننده یک سیستم محک جرم-فنر-میراگر استفاده می شود. علت انتخاب این سیستم این است که بسیاری از سیستمهای دنیای واقعی را می توان با این سیستم مدل کرد. نتایج شبیه سازی مویده آنتسکه الگوریتم پیشنهادی به لحاظ معیارهای پایداری و عملکرد مقاوم از کنترل کننده هم درجه (کاهش مرتبه یافته) حاصله از روش تکرار D-K شرایط به مراتب

قضیه ۲: حد پایین μ در معادله (۳)، به ازای تمام ساختارهای ماتریس عدم قطعیت با مقدار μ ماتریس برابر است.

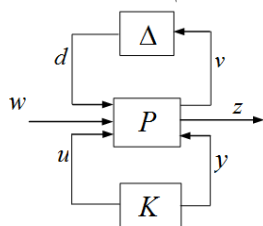
$$\max_{U \in \mathcal{U}} \rho(MU) = \mu_{\Delta}(M) \quad (۱)$$

مشکل استفاده از حد پایین برای محاسبه μ این است که این مسئله بهینه سازی معمولاً ماکزیمم های محلی زیادی دارد. بنابراین احتمال همگرایی این مسئله کم است. بطور کلی محاسبه حد بالای μ از محاسبه حد پایین ساده تر است [۱۱]. مشکل استفاده از حد بالا این است که برخلاف حد پایین، این حد تنها زمانی که تعداد بلوک های عدم قطعیت اسکالر تکراری (S) و بلوک های کامل (F) طبق ساختار معادله (۱) در رابطه $2S + F \leq 3$ صدق کنند با مقدار μ ماتریس برابر می شود.

۲-۱- بررسی پایداری و عملکرد سیستم حلقه بسته بر

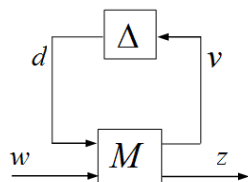
حسب معیار μ

هر سیستم شامل عدم قطعیت حلقه بسته را می توان به صورت ساختار شکل ۱ در آورد. در این شکل Δ ماتریس عدم قطعیت است، P ماتریس تابع تبدیل حلقه باز نامی است و K کنترل کننده است. همچنین ورودیهای خارجی مانند سیگنالهای مرجع، اغتشاش و نویز را نشان می دهد، z نشان دهنده خروجی خطا است که معمولاً شامل خطای ردیابی، خروجی تنظیم کننده و غیره می شود، سیگنالهای v و d هم ترتیب سیگنالهای خروجی و ورودی عدم قطعیت های دینامیک سیستم هستند.



شکل ۱: ساختار کلی مورد استفاده در سیستم های شامل عدم قطعیت

شکل ۲: ساختار کلی نشان داده شده در شکل قبلی را به طور ساده-تری نمایش می دهد. در این شکل ماتریس M از طریق رابطه $M(P, K) = F_l(P, K)$ به ماتریس P و K در شکل ۱ ارتباط پیدا می کند. در این رابطه $F_l(P, K)$ تبدیل کسری خطی پایینی می باشد.



شکل ۲: ساختار ساده شده

می توان ماتریس M را طبق رابطه (۷) تقسیم بندی کرد. در این تقسیم بندی ماتریس M_{11} جهت بررسی پایداری مقاوم و ماتریس M جهت بررسی عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته مورد استفاده قرار می گیرد.

بهتری دارد. حتی در بعضی موارد کنترل کننده مرتبه پایین بدست آمده از روش پیشنهادی نتایج مطلوب تری از کنترل کننده تکرار $D-K$ مرتبه بالا نشان می دهد.

ادامه این مقاله به ترتیب زیر سازماندهی شده است: بخش دوم به بیان شکل کلی مسئله سنتز μ می پردازد. در بخش سوم الگوریتم اجتماع پرندگان توضیح داده می شود. کاربرد الگوریتم اجتماع پرندگان در پیدا کردن حلی برای مسئله سنتز μ در بخش چهارم مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش پنجم نتایج شبیه سازیها ارائه شده است و سرانجام نتیجه گیری در بخش ۶ بیان شده است.

۲- تعریف مسئله سنتز μ

برای تعریف مسئله سنتز μ ، باید در ابتدا به مرور مفاهیم مقادیر ویژه ساختار یافته و ماتریس عدم قطعیت پردازیم. ماتریس عدم قطعیت $\Delta \in \mathbb{C}^{n \times n}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} \text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_F], \\ \delta_i \in \mathbb{C}, \Delta_j \in \mathbb{C}^{m_j \times m_j} \end{array} \right\} \quad (۱)$$

همانگونه که مشاهده می شود ماتریس عدم قطعیت Δ یک ماتریس قطری بلوکی است که در آن دو نوع بلوک عدم قطعیت وجود دارد: بلوک اسکالر تکراری δ_i و بلوک کامل Δ_j . مقادیر ویژه ساختار یافته μ برای ماتریس M و ماتریس عدم قطعیت Δ به صورت زیر تعریف می شود [۱].

$$\mu_{\Delta}(M) := \frac{1}{\min \{ \bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0 \}} \quad (۲)$$

در صورتیکه هیچ مقداری از $\Delta \in \Delta$ ، $I - M\Delta$ را منفرد نسازد آنگاه $\mu_{\Delta}(M) := 0$.

در ادامه، قضایای ۱ و ۲ مهمترین قضایایی هستند که در بدست آوردن حدود بالا و پایین μ مورد استفاده قرار می گیرند.

قضیه ۱: می توان حد بالا و حد پایینی طبق نامساوی زیر برای μ در نظر گرفت.

$$\max_{U \in \mathcal{U}} \rho(MU) \leq \mu_{\Delta}(M) \leq \inf_{D \in \mathcal{D}} \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (۳)$$

در نامساوی ۳، $\bar{\sigma}$ بزرگترین مقدار منفرد و ρ ، بزرگترین اندازه را در میان مقادیر ویژه ماتریس محاسبه می کند (شعاع طیفی). همچنین در این رابطه داریم:

$$\mathcal{U} = \{ U \in \Delta : UU^* = I_n \} \quad (۴)$$

$$\mathcal{D} = \left\{ \text{diag} [D_1, \dots, D_S, d_1 I_{m_1}, \dots, d_{F-1} I_{m_{F-1}}, I_{m_F}], \right. \\ \left. D_i \in \mathbb{C}^{r_i \times r_i}, D_i = D_i^* > 0, d_j \in \mathbb{R}, d_j > 0 \right\} \quad (۵)$$

در اینجا هم بدون از دست دادن کلیت مسئله، فرض می کنیم که عدم قطعیت ها نرمالیزه اند. با این فرض، ساختار استاندارد شکل ۴ پایدار مقاوم است اگر $\mu_{\Delta}(M(s)) < 1$ (یا $\|M\|_{\mu} < 1$).

طراحی کنترل کننده با استفاده از معیارهای پایداری و عملکرد مقاوم ذکر شده، مسئله سنتز μ نام دارد. رایج ترین روش حل مسئله سنتز μ تکرار D-K نام دارد. کنترل کننده طراحی شده با این روش، پایداری و عملکرد سیستم حلقه بسته را بر اساس معیار μ تضمین می کند. مبنای محاسبه در این روش حد بالا و بر اساس قضیه ۱ می باشد. روش تکرار D-K با یک الگوریتم تکرار می نیم معادله زیر را محاسبه می کند. این معادله مربوط به عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته است.

$$\inf_{K(s)} \sup_{w \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta}[M(P, K)(jw)] \quad (11)$$

این روش بر اساس حل مسئله بهینه سازی رابطه (۱۲) است. در این رابطه مسئله بهینه سازی برای کنترل کننده پایدارساز K و ماتریس مقیاس شده قطری و ثابت D انجام می شود.

$$\inf_{K(s)} \sup_{w \in \mathbb{R}} \inf_{D \in \mathbb{D}} \bar{\sigma}[DM(P, K)D^{-1}(jw)] \quad (12)$$

در این معادله مجموعه ماتریس مقیاس شده D در رابطه (۵) تعریف شده است. دلیل استفاده از این رابطه، با توجه به قضیه ۱ و حد بالای رابطه (۳) واضح می باشد. روش تکرار D-K مسئله مینیم سازی در رابطه فوق را برای دو حالت مختلف انجام می دهد. در حالت اول حداقل سازی روی D انجام می شود و در حالت دیگر حداقل سازی روی K انجام می شود و ماتریس D ثابت نگه داشته می شود. با توجه به آنچه در مورد حد بالای μ بیان شد می توان گفت که روش تکرار D-K بهترین حل مسئله سنتز μ نیست. با این وجود کنترل کننده های بدست آمده از روش تکرار D-K به لحاظ معیارهای پایداری و عملکرد از قویترین روشهای کنترل مقاوم هستند. این مطلب انگیزه را برای بدست آوردن جواب های بهتر برای حل مسئله سنتز μ تقویت می کند.

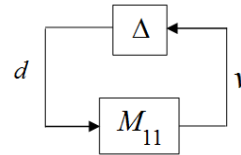
مهمترین اشکال در روش تکرار D-K بالا بودن درجه کنترل کننده است. بنابراین برای کنترل کننده مرتبه بالای بدست آمده ناگزیر هستیم تا از روشهای کاهش مرتبه استفاده کنیم تا کنترل کننده هایی با خواص مشابه اما با درجه پایین تر بدست آوریم. این عمل سبب می شود تا بعضی از اهداف طراحی تضعیف شود و یا حتی از دست برود. در این مقاله روشی ارائه می شود که مسئله سنتز μ را با کنترل کننده های مرتبه پایین حل می کند و نیازی به کاهش مرتبه کنترل کننده ندارد.

۳- الگوریتم اجتماع پرندگان

الگوریتم اجتماع پرندگان الگوریتمی است که بر اساس رفتار اجتماعی پرندگان بنا نهاده شده است. این الگوریتم توسط کندی و ابرهارت ارائه شد [۱۰]. در الگوریتم اجتماع پرندگان هر پرنده ای در میان جمعیت یک ذره نام دارد. این ذره باید در طول مسیری که طی می

$$\begin{bmatrix} v \\ z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} d \\ w \end{bmatrix} \quad (7)$$

با توجه به رابطه فوق ساختار مورد استفاده در بررسی پایداری سیستم حلقه بسته بر حسب معیار μ در شکل ۳ نشان داده شده است.

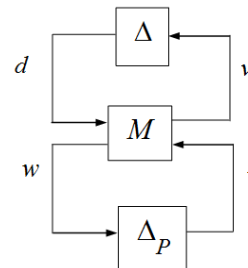


شکل ۳: ساختار استاندارد جهت تست پایداری مقاوم

چنانچه M_{11} ماتریس تابع تبدیل حلقه بسته باشد که با توجه به مجموعه عدم قطعیت Δ شکل داده شده است، مقادیر ویژه ساختار یافته $M_{11}(s)$ در رابطه زیر نشان دهنده پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته است. این رابطه نتیجه ای از کاربرد قضیه بهره کوچک می باشد.

$$\mu_{\Delta}(M_{11}(s)) := \sup_{w \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta}(M_{11}(jw)) \quad (8)$$

بدون از دست دادن کلیت مسئله، فرض می کنیم که عدم قطعیت ها نرمالیزه شده اند. با این فرض می توان گفت: ساختار استاندارد شکل ۳ پایدار مقاوم است اگر $\mu_{\Delta}(M_{11}(s)) < 1$ و پایدار باشد و $\mu_{\Delta}(M_{11}(s)) < 1$ (یا $\|M_{11}\|_{\mu} < 1$).



شکل ۴: ساختار استاندارد جهت تست عملکرد مقاوم

تضعیف سیگنال خروجی Z نسبت به سیگنال ورودی W را می توان به عنوان عملکرد مقاوم تعبیر کرد. اگر عملکرد مقاوم را، با توجه به ساختار شکل ۴ مورد بررسی قرار دهیم، عملکرد مقاوم، معادل مسئله پایداری مقاوم شکل ۲ است با این تفاوت که ماتریس عدم قطعیت Δ باید با ماتریس عدم قطعیت $\tilde{\Delta}$ در رابطه (۹) جایگزین شود. به این ترتیب مقادیر ویژه ساختار یافته ماتریس M با عدم قطعیت $\tilde{\Delta}$ در رابطه (۱۰) نشان دهنده عملکرد سیستم حلقه بسته است.

$$\tilde{\Delta} \in \tilde{\Delta} := \left\{ \text{diag} \{ \Delta, \Delta_P \} : \Delta \in B\Delta, \|\Delta_P\|_{\infty} \leq 1 \right\} \quad (9)$$

$$B\Delta = \left\{ \Delta \in \Delta : \bar{\sigma}(\Delta) \leq 1 \right\}$$

$$\mu_{\tilde{\Delta}}[M(s)] := \sup_{w \in \mathbb{R}} \mu_{\tilde{\Delta}}(M(jw)) \quad (10)$$

۴- کاربرد الگوریتم اجتماع پرندگان در حل

مسئله سنتز μ

برای استفاده از الگوریتم اجتماع پرندگان در حل مسئله سنتز μ ، در ابتدا بایستی این مسئله را به شکل یک مسئله بهینه سازی در آوریم. برای این کار مسئله سنتز μ را با توجه به ساختاری که در بخش ۲ معرفی شد به شکل رابطه (۱۷) می نویسیم.

$$\min_{K(s)} \|M(s)\|_{\mu} \quad (17)$$

$$\text{such that: } \|M_{11}(s)\|_{\mu} < 1$$

به این ترتیب مسئله سنتز μ به یک مسئله بهینه سازی مقید تبدیل می شود که قید آن پایداری بر حسب معیار μ می باشد. مبنای محاسبه نرم μ در معادله ۱۷ مانند روش D-K حد بالای آن می باشد. برای حل این مسئله، درجه کنترل کننده را از یک شروع می کنیم و تا زمانیکه به کنترل کننده با مشخصات مطلوب برسیم درجه آن را یک واحد یک واحد افزایش می دهیم. شکل کلی کنترل کننده از مرتبه n را به صورت زیر انتخاب می کنیم.

$$\frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (18)$$

به این ترتیب پارامترهای مجهول به صورت بردار $[a_{n-1}, \dots, a_0, b_n, \dots, b_0]$ در می آیند.

الگوریتم پیشنهادی دارای مراحل زیر می باشد:

گام اول: درجه کنترل کننده را ۱ انتخاب کنید.

گام دوم: ضرایب تابع تبدیل کنترل کننده را مطابق رابطه (۱۸) به عنوان ذرات در نظر بگیرید.

گام سوم: پارامترهای الگوریتم اجتماع پرندگان مانند جمعیت ذرات، مقدار اولیه و نهایی پارامترهای w, C_1, C_2 ، محدودیت در فضای جستجو، محدودیت در سرعت ذرات و تعداد دفعات تکرار الگوریتم را تعیین کنید.

گام چهارم: یک جمعیت اولیه از ذرات که در قید پایداری مسئله صدق می کنند بدست آورید.

گام پنجم: تابع هزینه که همان عملکرد سیستم حلقه بسته طبق معیار μ است را برای این ذرات بدست آورید و P_{id} و P_{gd} را تعیین کنید.

گام ششم: مکان ذرات و سرعت آنها را طبق معادلات (۱۳) و (۱۴) بروز کنید. البته در این مرحله باید قیدهای موجود در محدوده فضای جستجو و سرعت ذرات را بر روی سرعت ها و مکان های بدست آمده اعمال کنیم.

کند همواره بهترین حلی که خودش بدست آورده و بهترین حلی که جمعیت بدست آورده را در ذهن داشته باشد. هر ذره با حرکت در فضای جستجو اطلاعاتش را با ذرات دیگر از طریق معادلات (۱۳) و (۱۴) مبادله می کند.

$$V_{id} = wV_{id} + c_1 r_1 (P_{id} - X_{id}) + c_2 r_2 (P_{gd} - X_{id}) \quad (13)$$

$$X_{id} = X_{id} + V_{id}, \quad \text{for } d = 1, 2, \dots, N \quad i = 1, 2, \dots, S \quad (14)$$

در این معادلات X_{id} مکان فعلی ذره، P_{id} بهترین تجربه شخصی ذره و P_{gd} بهترین تجربه دسته ذرات است. C_1 و C_2 پارامترهای فردی و اجتماعی هستند و ضرایب شتاب نامیده می شوند، r_1 و r_2 اعداد تصادفی بین ۰ و ۱ هستند و w وزن اینرسی است که جهت متعادل کردن قابلیت های جستجوی محلی و کلی استفاده می شود. یک وزن اینرسی بزرگ امکان جستجوی کلی را فراهم می کند در حالیکه یک وزن اینرسی کوچک امکان جستجوی محلی را ممکن می سازد. در یک مطالعه تجربی روی الگوریتم اجتماع پرندگان [۱۵] شی و ابرهاریت ادعا کردند که یک وزن اینرسی که بصورت خطی کاهش پیدا می کند می تواند قابلیت جستجوی محلی را، نسبت به حالتی که وزن اینرسی ثابت باشد، بهبود بخشد. بنابراین یک تابع وزن اینرسی را می توان به صورت رابطه (۱۵) نشان داد.

$$w = (iter_{max} - iter_{cur}) \cdot \left(\frac{w_{initial} - w_{final}}{iter_{max}} \right) + w_{final} \quad (15)$$

در این معادله $w_{initial}$ و w_{final} بترتیب مقادیر وزن اینرسی را در ابتدا و انتهای الگوریتم نشان می دهند، $iter_{max}$ تعداد تکرار الگوریتم و $iter_{cur}$ تکراری است که الگوریتم در حال حاضر در آن قرار دارد. به هر ترتیب، ممکن است به خاطر استفاده از وزن اینرسی کاهشی خطی، قابلیت جستجوی کلی در انتهای اجرای برنامه مناسب نباشد. این مسئله سبب می شود که در مسائل بهینه سازی پیچیده، امکان دسترسی به جواب مناسب فراهم نشود. این مشکل را می توان با اعمال ضرایب شتاب متغیر حل کرد. سوگاتان در [۱۶] از الگوریتم بهینه سازی استفاده کرد که در آن ضرایب شتاب به صورت خطی با افزایش تعداد تکرار کاهش پیدا می کردند. اما این روش نسبت به ضرایب شتاب ثابت جواب بهینه تری را ارائه نمی دهد. رانتاورا در [۱۷] همگرایی ذرات به سمت می نیمم کلی را با انتخاب ضریب C_1 به صورت یک تابع کاهشی از شماره تکرار الگوریتم و ضریب C_2 به صورت تابع افزایشی از تکرار الگوریتم، بهبود بخشید. در این صورت ضرایب شتاب به صورت زیر قابل بیان هستند.

$$C_1 = C_{1s} + iter_{cur} (C_{1e} - C_{1s}) / iter_{max} \quad (16)$$

$$C_2 = C_{2s} + iter_{cur} (C_{2e} - C_{2s}) / iter_{max}$$

در معادله فوق C_{1s} و C_{2s} مقادیر اولیه توابع C_1 و C_2 هستند و C_{1e} و C_{2e} مقادیر نهایی این توابع را نشان می دهند.

کنیم. کنترل کننده مرتبه ۴ کوچکترین کنترل کننده به لحاظ مرتبه است که معیارهای پایداری و عملکرد μ را برآورده می کند. این دو کنترل کننده در جدول ۲ مورد بررسی قرار گرفته اند.

جدول ۲: بررسی کنترل کننده های تکرار D-K و تکرار D-K کاهش مرتبه یافته

معیار	معیار	روش
عملکرد μ	پایداری μ	
۰/۹۶۴۷	۰/۴۶۲۹	کنترل کننده تکرار D-K از مرتبه ۲۰
۰/۹۷۰۹	۰/۴۶۴۴	کنترل کننده تکرار D-K (مرتبه کاهش یافته) از مرتبه ۴

روش ارائه شده در این مقاله منجر به بدست آمدن کنترل کننده ای از مرتبه دوم می شود اما به منظور بررسی کاملتر، کنترل کننده های بدست آمده از روش تکرار D-K که مرتبه آنها به ۱، ۲ و ۳ کاهش یافته است را با کنترل کننده های بدست آمده از روش پیشنهادی مقایسه می کنیم. جدول ۳ این مقایسه را برای تمامی این کنترل کننده ها به همراه کنترل کننده های جدول ۲ انجام می دهد.

جدول ۳: مقایسه کنترل کننده های کاهش مرتبه یافته روش تکرار D-K و روش پیشنهادی

معیار	معیار	تابع تبدیل	نوع کنترل-کننده
عملکرد μ	پایداری μ		
۴/۸۱۰۳	۰/۹۴۱۵	$\frac{1/71S + 0/52}{S}$	مرتبه ۱ پیشنهادی
بینهایت	بینهایت	$\frac{1/94S + 3/31}{S}$	مرتبه ۱ تکرار D-K
۰/۹۷۵۵	۰/۴۰۱۴	$\frac{22/17S^2 + 15/51S + 12/33}{S^2 + 2/08S}$	مرتبه ۲ پیشنهادی
۱۱/۶۱۵۸	۲/۵۴۵۶	$\frac{-14/24S^2 + 1927S + 341/2}{S^2 + 107/4S + 1/13}$	مرتبه ۲ تکرار D-K
۰/۹۶۴۶	۰/۴۰۰۴	$\frac{16/71S^2 + 25/00S^2 + 14/04S + 8/60}{S^2 + 2/80S^2 + 1/71S}$	مرتبه ۳ پیشنهادی
۱/۰۲۴۱	۰/۴۷۹۴	$\frac{-1/44S^2 + 449/2S^2 + 659/9S + 266/5}{S^2 + 13/37S^2 + 82/79S + 1/10}$	مرتبه ۳ تکرار D-K
۰/۹۷۰۹	۰/۴۶۴۴	تابع تبدیل از مرتبه ۴	مرتبه ۴ تکرار D-K
۰/۹۶۴۷	۰/۴۶۲۹	تابع تبدیل از مرتبه ۲۰	مرتبه ۲۰ تکرار D-K

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\bar{k}}{m} & -\frac{\bar{c}}{m} \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{k}}{m} & -\frac{\bar{c}}{m} \\ 0 & \bar{k} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -p_m & -\frac{p_c}{m} & -\frac{p_k}{m} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} -p_m & -\frac{p_c}{m} & -\frac{p_k}{m} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

با توجه به این ساختارها و طبق مطالب بخش ۲ براحتی می توان معیارهای پایداری و عملکرد را بدست آورد.

۶- نتایج شبیه سازی

برای بررسی کارایی روش پیشنهادی در حل مسئله سنتر μ ، از آن به منظور طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم جرم-فنر-میراگر استفاده می کنیم. مشخصات این سیستم شامل عدم قطعیت در بخش قبلی توصیف شد. نتایج شبیه سازی بوسیله کامپیوتری با Quad2Core Cpu با فرکانس 2.66GHz و حافظه 1GB RAM و در متلب 7.11.0 (R2010b) بدست آمده است. زمان متوسط محاسباتی هر اجرای برنامه حدود ۶۰۰ ثانیه می باشد. جدول ۱ پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم اجتماع پرندگان و مقادیر آنها را نشان می دهد.

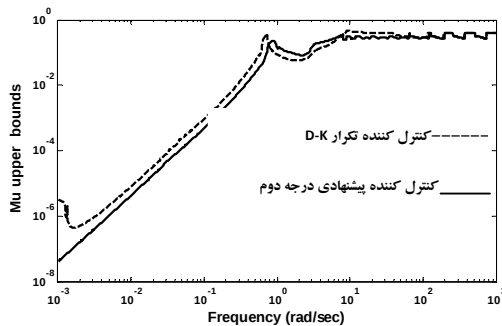
جدول ۱: پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم اجتماع پرندگان و مقادیر آنها

پارامتر الگوریتم	مقدار	پارامتر الگوریتم	مقدار
جمعیت ذرات	۴۰	w_{final}	۰/۴
تعداد تکرار	۱۲۰	C_{1e}	۰/۵
محدوده ذرات	[۰ ۳۰]	C_{1s}	۱/۵
محدوده سرعت	[۰ ۳]	C_{2e}	۱/۵
$w_{initial}$	۱	C_{2s}	۰/۵

۶-۱- نگاهی کلی به نتایج الگوریتم پیشنهادی در مقایسه

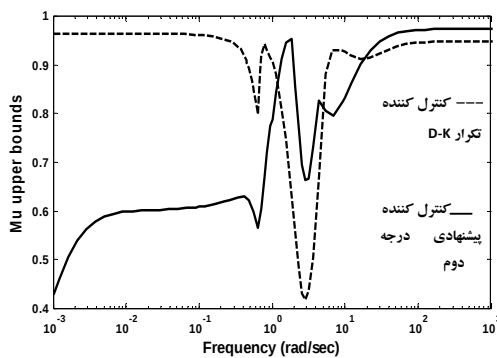
با روش تکرار D-K

کنترل کننده بدست آمده از روش تکرار D-K، کنترل کننده ای از مرتبه ۲۰ می باشد. درجه این کنترل کننده بسیار بالا می باشد لذا با روشهای کاهش مرتبه، آن را به کنترل کننده ای از مرتبه ۴ تبدیل می



شکل ۹: مقایسه معیار پایداری کنترل کننده تکرار D-K مرتبه ۲۰ و کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی

از شکل ۹ می توان دریافت که در بیشتر بازه فرکانسی کنترل کننده پیشنهادی نسبت به کنترل کننده تکرار D-K به لحاظ پایداری مقاوم تر است. شکل ۱۰ به مقایسه عملکرد مقاوم این دو کنترل کننده می پردازد. همانطوریکه از این شکل مشاهده می شود در بسیاری از بازه های فرکانسی، عملکرد کنترل کننده مرتبه دوم از کنترل کننده تکرار D-K مقاوم تر است.



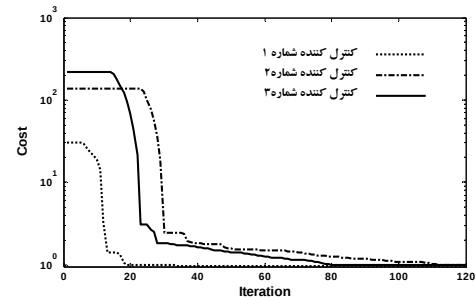
شکل ۱۰: مقایسه معیار پایداری کنترل کننده تکرار D-K مرتبه ۲۰ و کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی

۶-۳- بررسی نتایج در حوزه زمان

در این بخش به تحلیل سیستم های حلقه بسته در حوزه زمان می پردازیم. به این منظور پاسخ سیستم های حلقه بسته نامی به ورودیهای پله و پالسی مورد بررسی قرار گرفته است. شکل های ۱۱ و ۱۲ پاسخ پله سیستم های حلقه بسته با هر دو کنترل کننده را، مقایسه می کند. شکل ۱۱ پاسخ خروجی مربوط به سیگنال مرجع ورودی و شکل ۱۲ پاسخ خروجی مربوط به سیگنال اغتشاش ورودی است.

این شکل ها نشان می دهند که سیستم حلقه بسته با کنترل کننده تکرار D-K بالازدگی کمتری نسبت به کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی دارد اما سرعت پاسخ کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی به مراتب بهتر است.

نحوه همگرایی الگوریتم سیر تکاملی برای جمعیت های اولیه مختلف در شکل ۸ نشان داده شده است. این منحنی ها، مربوط به ساختار کنترل کننده مرتبه دوم می باشد که نحوه همگرایی آن در ۳ بار اجرای برنامه به نمایش درآمده است. این نمودارها نشان می دهند که جمعیت های اولیه مختلف در همگرایی الگوریتم به مقدار نهایی تأثیری ندارد.



شکل ۸: همگرایی الگوریتم سیر تکاملی برای ساختار کنترل کننده مرتبه دوم

از مشاهده نتایج جداول ۲ و ۳ می توان نتیجه گرفت که کنترل کننده های بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی، بسیار کاراتر از کنترل کننده های کاهش مرتبه یافته تکرار D-K می باشند. نکته جالبی که در جدول ۳ می توان مشاهده نمود این است که کنترل کننده مرتبه سوم بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی هم در معیار پایداری و هم عملکرد مقاوم، بهتر از کنترل کننده تکرار D-K از مرتبه ۲۰ عمل می کند. این مسئله دلیلی بر کارایی و برتری این روش نسبت به روش تکرار D-K در مثال مورد بررسی است.

به هر ترتیب به دلیل مزایای استفاده از کنترل کننده های مرتبه پایین تر، در ادامه کنترل کننده مرتبه دوم بدست آمده از روش پیشنهادی را با کنترل کننده تکرار D-K از مرتبه ۲۰ مقایسه می کنیم. این مقایسه را ابتدا در حوزه فرکانس و سپس در حوزه زمان انجام می دهیم.

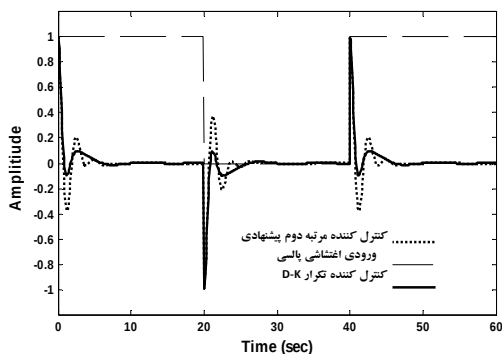
۶-۲- بررسی نتایج در حوزه فرکانس

با توجه به جدول ۳، تابع تبدیل کنترل کننده پیشنهادی مرتبه دوم،

$$K(s) = \frac{22/15s^2 + 15/51s + 12/33}{s^2 + 2/0.8s}$$

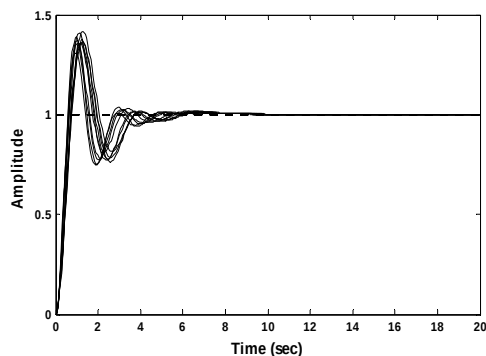
به صورت

کنترل کننده معیارهای پایداری و عملکرد ۱۱ را برآورده می سازد. بر اساس نتایج این جدول، سیستم حلقه بسته با کنترل کننده مرتبه دوم نسبت به کنترل کننده تکرار D-K از نظر پایداری مقاوم تر است و عملکرد مقاوم آن کمی ضعیف تر از کنترل کننده تکرار D-K می باشد. شکل های ۹ و ۱۰ به مقایسه پایداری و عملکرد مقاوم این دو کنترل کننده در بازه فرکانسی می پردازند.

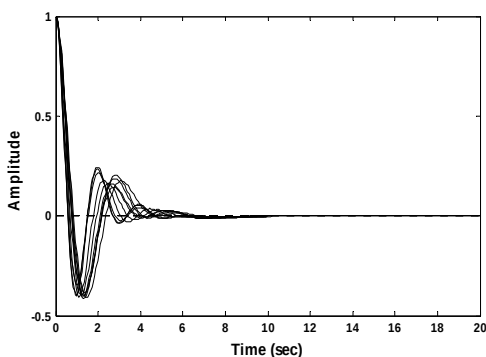


شکل ۱۴: مقایسه پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده تکرار D-K مرتبه ۲۰ و کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی به ورودی اغتشاش پالسی

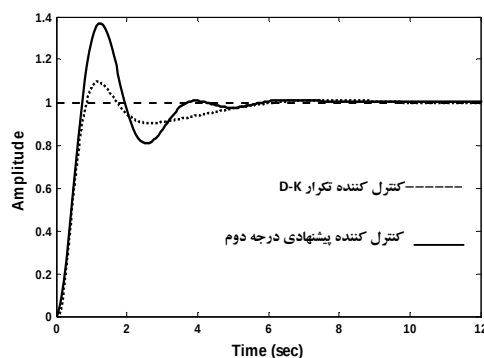
بررسی شکل ها نشان می دهد پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پالسی سیگنال مرجع برای کنترل کننده مرتبه دوم بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی دارای سرعت بهتری است. اما میزان بالازدگی آن بیشتر از کنترل کننده D-K است. در مورد حذف اغتشاش و پاسخ به ورودی پالسی اغتشاش نیز شرایط مشابهی وجود دارد.



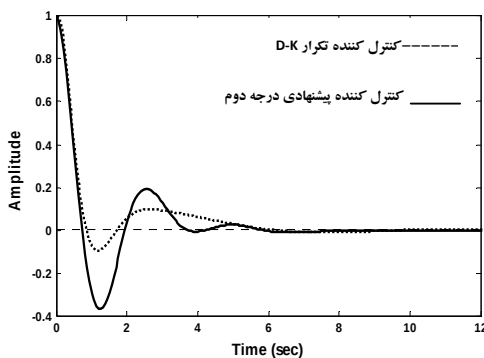
شکل ۱۵: پاسخ پله سیستم حلقه بسته با کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی به ورودی مرجع پله در حضور عدم قطعیت دینامیک سیستم



شکل ۱۶: پاسخ پله سیستم حلقه بسته با کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی به ورودی اغتشاش پله در حضور عدم قطعیت دینامیک سیستم

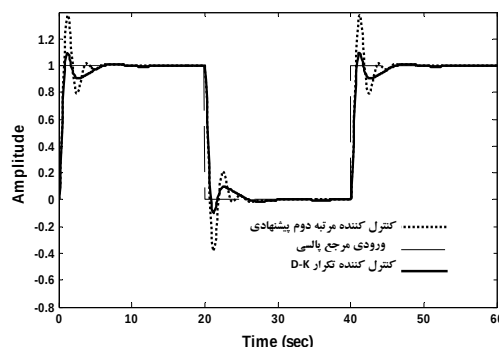


شکل ۱۱: مقایسه پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده تکرار D-K مرتبه ۲۰ و کنترل کننده مرتبه ۲ پیشنهادی به ورودی پله سیگنال مرجع



شکل ۱۲: مقایسه پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده تکرار D-K مرتبه ۲۰ و کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی به ورودی پله اغتشاش

به منظور بررسی بیشتر، پاسخ ورودی پالسی سیستم های حلقه بسته با هر دو کنترل کننده مقایسه شده است. شکل ۱۳ پاسخ خروجی مربوط به سیگنال مرجع ورودی و شکل ۱۴ پاسخ خروجی مربوط به سیگنال اغتشاش ورودی است.



شکل ۱۳: مقایسه پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده تکرار D-K مرتبه ۲۰ و کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی به ورودی پالسی سیگنال مرجع

- [6] Ho, S.J., Ho, S.Y., Hung, M.H., Shu, L.S., Huang, H.L., 2005, "Designing Structure-Specified Mixed H_2/H_∞ Optimal Controllers Using an Intelligent Genetic Algorithm IGA", IEEE Trans. On Control Systems, 13(6): 1119-24.
- [7] S. Kaitwanidvilai and M. Parnichkun, "Design of Structured Controller Satisfying H Infinite Loop Shaping using Evolutionary Optimization: Application to a Pneumatic Robot Arm", Engineering Letters, 2008, pp.193-201.
- [8] M. Zamini, N. Sadati and M. Karimi Ghartemai, "Design of an H_∞ PID Controller Using Particle Swarm Optimization", International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 7, no. 2, pp.273-280, 2009.
- [9] Ramzy S. Ali Al-Waily, "Design of Robust Mixed H_2/H_∞ PID Controller Using Particle Swarm Optimization ", IJACT : International Journal of Advancements in Computing Technology, vol. 2, no. 5, pp. 53 - 60, 2010.
- [10] Kennedy, J., Eberhart, R., 1995, "Particle swarm optimization", In Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, 1942-1948.
- [11] Kao, C. C., Chuang, C. W., Fung, R. F., 2006, "The self-tuning PID control in a slider-crank mechanism system by applying particle swarm optimization approach". Mechatronics, 16(8): 513-522.
- [12] Mukherjee, V., Ghoshal, S. P., 2007, "Intelligent particle swarm optimized fuzzy PID controller for AVR system", Electric Power Systems Research, 77(12), 1689-1698.
- [13] Modares, H., NaghibiSistani, M., 2010, "Solving nonlinear optimal control problems using a hybrid IPSO-SQP algorithm", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 24, 476-484.
- [14] Gu, Da.Wei., Petkov, Petko.Hristov., Konstantinov, Mihail.Mihaylov., "Robust Control Design with Matlab", Springer, February 2005.
- [15] Shi, Y., Eberhart, R.C., 1998, "Parameter selection in particle swarm optimization", In: Evolutionary Programming VII. Proc. EP98, pp. 591-600. Springer, New York.
- [16] Suganthan, P.N., 1999, "Particle Swarm Optimizer with Neighborhood Operator", in Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Washington D.C.: IEEE Press, pp. 1958-1962.
- [17] Ratnaweera, A., Halgamuge, S.K., Watson, H.C., 2004, "Self_Organizing Hierarchical Particle Swarm Optimizer with Time_Varying Acceleration Coefficients", IEEE Transactions on Evolutionary Computation 8 (3), 240-255.

در شکل ۱۵ پاسخ پله ورودی مرجع سیستم حلقه بسته با کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی، در حضور عدم قطعیت های موجود در دینامیک سیستم نشان داده شده است. از مقایسه با شکل ۶ می توان دید که سیستم حلقه بسته با کنترل کننده مرتبه دوم پیشنهادی، در برابر عدم قطعیت های دینامیک سیستم کاملاً مقاوم است. همچنین شکل ۱۶ پاسخ پله ورودی اغتشاش را برای همین شرایط نشان می دهد. این شکل نیز بیانگر حذف اغتشاش پله در خروجی سیستم برای مقادیر مختلف عدم قطعیت است.

۷- نتیجه گیری

این مقاله روشی برای حل مسئله سنتز H_2 بر اساس الگوریتم سیر تکاملی ارائه نموده است. روش تکرار D-K که یک حل تقریبی مسئله سنتز H_2 است، معمولاً به طراحی کنترل کننده های مرتبه بالا منجر می شود. بنابراین ناگزیر به استفاده از روش های کاهش مرتبه می شویم که سبب تضعیف و یا حتی از دست دادن اهداف طراحی می شود. حل مسئله سنتز H_2 به کمک الگوریتم اجتماع پرندگان نیازی به کاهش مرتبه کنترل کننده ندارد و نتیجه این حل، کوچکترین کنترل کننده به لحاظ مرتبه است که در معیارهای پایداری و عملکرد H_2 صدق می کند. از یک سیستم جرم-فنر-میراگر شامل عدم قطعیت، جهت بررسی کارایی روش پیشنهادی استفاده شده است. نتایج شبیه سازی ها نشان می دهند که کنترل کننده های بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با کنترل کننده های هم درجه (درجه کاهش مرتبه یافته) روش تکرار D-K، به لحاظ پایداری و عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته دارای کارایی بهتر و مطلوب تری می باشند. در میان کنترل کننده های بدست آمده از روش پیشنهادی، حتی می توان کنترل کننده هایی پیدا نمود که نسبت به کنترل کننده روش تکرار D-K مرتبه بالاتر پایداری و عملکرد مقاوم وضعیت بهتری داشته باشند.

مراجع

- [1] Zhou, Kemin., Doyle, John., Essentials of Robust Control, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1998.
- [2] Karimaghaee, P., Noroozi, Navid., 2011, "Frequency Weighted Discrete-Time Controller Order Reduction Using Bilinear Transformation", Journal of Electrical Engineering, Vol. 62, NO. 1, 2011, 44-48.
- [3] Wei-Der, C., Shun-Peng, S., 2010, "PID controller design of nonlinear systems using an improved particle swarm optimization approach", Commun Nonlinear Sci Numer Simulat 15, 3632-3639.
- [4] Kaitwanidvilai, S., Olanthichachet, P., 2011, "Robust loop shaping-fuzzy gain scheduling control of a servo-pneumatic system using particle swarm optimization approach", Mechatronics 21, 11-21.
- [5] Chen, B.S., Cheng, Y.M., Lee, C.H., 1995, "A Genetic Approach to Mixed H_2/H_∞ Optimal PID Control", IEEE Trans, On Control Systems, p. 51-60.

یک تکنیک مدولاسیون جایگزین برای مدولاسیون SVM متداول: کاهش حجم محاسبات

محمد توسلی^۱، محمد توکلی بینا^۲، مسعود علی اکبر گلکار^۳

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، tavasoli@ee.kntu.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، tavakoli_bina@ieee.org

^۳ استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، golkar@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۴/۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۶/۲۷)

چکیده: SVM یک تکنیک مدولاسیون شناخته شده برای مبدل های قدرت با توان متوسط و ولتاژ بالا می باشد. باید توجه داشت که تمام فرآیند مدولاسیون برای هدف پیاده سازی می تواند زمان بر باشد که علت آن یافتن موقعیت بردار مرجع به علاوه اجرای محاسبات ضروری برای مدولاسیون می باشد. علاوه بر آن با افزایش تعداد سطوح در مبدل های چند سطحی، زمان این محاسبات برای SVM های متداول افزایش می یابد. این مقاله یک تکنیک مدولاسیون را که بر روی دو ولتاژ خط مستقل، متمرکز می شود، معرفی می کند به نحوی که به طور مستقیم از ولتاژهای خط در فرآیند یافتن بردارهای سوئیچینگ و نسبت وظیفه های آنها استفاده می کند. مدولاسیون پیشنهادی نه تنها سریع و ساده می باشد بلکه به فرآیند جایابی بردار مرجع که برای مدولاسیون SVM متداول دارای نقش حیاتی است، احتیاجی ندارد. با ارائه دو مثال صحت روش ارائه شده با استفاده از نرم افزار MATLAB مورد بررسی قرار می گیرد.

کلمات کلیدی: مدولاسیون SVM، تکنیک جایابی بردار مرجع، مدولاسیون تک فاز، مدولاسیون چند سطحی

A Comprehensive Alternative for the Conventional SVM: Reduction Computation Cost

Mohammad Tavasoli, Mohammad Tavakoli Bina, Masoud Ali Akbar Golkar

Abstract: The SVM is the well known technique for power converters with medium power and high voltage. However, the whole modulating procedure could be time-consuming for implementation purposes because of seeking the location of the reference vector in addition to performing so many necessary computations. Furthermore, computational cost for conventional SVM rises when level numbers of the multilevel converters increases. This paper proposes a modulation technique that directly concentrates on a three-phase system, engaging two independent line voltages in the procedure of finding switching states and their duty ratios. Interestingly, the proposed method is not only simple and fast, but also nearly eliminates the procedure of positioning the reference vector for multilevel converters that is vital for the conventional SVM. Through examples and simulations, the validity of the proposed method in modulation process is demonstrated.

Keywords: SVM modulation, positioning technique of reference vector, single-phase modulation, multilevel modulation

مبدل های چند سطحی مزایای قابل توجهی در کاربردهای توان متوسط و ولتاژ بالا دارند [۱]. در مقایسه با ادوات دو سطحی، از اتصالات سری

۱- مقدمه

سیگنال مرجع می باشد. این روش به علت حجم کم محاسبات، برای پیاده سازی، ساده و سریع می باشد. به علاوه سه IDM مستقل در [۶] برای پیاده سازی یک تکنیک مدولاسیون سه فاز سریع و ساده برای مبدل های چند سطحی بکار گرفته شده است.

با این حال در روش ارائه شده در [۶] می توان نشان داد که حداقل ولتاژ سمت DC به منظور تولید ولتاژ مرجع در سمت AC نسبت به تکنیک SVM متداول بیشتر است. این سطح ولتاژ بیشتر در سمت DC به نوبه خود باعث افزایش THD تکنیک مدولاسیون می شود. به علاوه این روش، ایده ای برای تولید بردارهای افزوده ارائه نمی کند.

یک الگوریتم SVM سریع در [۷] پیشنهاد شده که بر خلاف روش های گفته شده به جای استفاده از ولتاژهای فاز برای تولید سیگنال های مرجع سه فاز از ولتاژهای خط مرجع به طور مستقیم برای دستیابی به بردارهای سوئیچینگ استفاده می کند. در این الگوریتم ولتاژهای خط با استفاده از یک تبدیل ماتریسی تبدیل به بردار ولتاژ $V_{ref}(g,h)$ می شوند. سپس با استفاده از مولفه های بردار $V_{ref}(g,h)$ و جزء صحیح آن ها، بردارهای سوئیچینگ مجاور بردار مرجع و نسبت وظیفه آنها محاسبه می شوند. مشکل عمده این روش این است که از دنباله بردارهای سوئیچینگ غیر بهینه استفاده می کند [۸].

این مقاله، روشی برای حذف جایابی بردار مرجع در مدولاسیون SVM و دسترسی مستقیم به بردارهای سوئیچینگ و نسبت وظیفه آنها پیشنهاد می کند به طوری که نتایج روش ارائه شده منطبق بر نتایج روش SVM متداول می باشد.

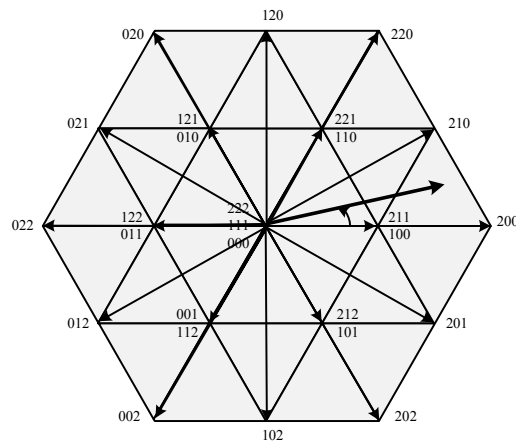
۲- تکنیک مدولاسیون پیشنهادی

بر خلاف روش SVM متداول، روش پیشنهادی به دنبال پیاده سازی ولتاژهای خط مستقل در سمت AC مبدل است که دارای کارکردی معادل روش SVM متداول می باشد. برای پیاده سازی روش ارائه شده ابتدا بردار مرجع خط مبدل تولید می شود، سپس با استفاده از این بردار، بردارهای سوئیچینگ مجاور بردار مرجع در فضای روش ارائه شده تعیین می شوند و نسبت وظیفه بردارها با توجه به رابطه ولت-ثانیه بدست می آیند. روش پیشنهادی با دنبال کردن ۴ گام در ادامه آورده شده است.

گام ۱) تولید بردار مرجع

شکل ۲ یک مبدل Diode Clamp سه سطحی را نشان می دهد. با توجه به این شکل، می توان ولتاژهای خط E_{ac} و E_{bc} ، تولید شده در سمت AC را بر حسب توابع سوئیچینگ فازها، برای یک مبدل N سطحی به صورت رابطه (۱) بیان کرد.

سوئیچ ها پرهیز می شود و کیفیت ولتاژ خروجی بهبود می یابد. در این رابطه پیچیدگی استراتژی مدولاسیون و نیز تعداد سوئیچ ها در این مبدل ها افزایش یافته است [۲]. روش متداول در پیاده سازی PWM دیجیتالی، تکنیک SVM است. SVM متداول از تبدیل موسوم به $\alpha\beta$ برای پیاده سازی یک ولتاژ مرجع در سمت AC مبدل های الکترونیک قدرت استفاده می کند. بردارهای سوئیچینگ و بردار مرجع انتقال یافته برای یافتن نسبت وظیفه ها به منظور ساخت بردار مرجع مقایسه می شوند. شکل ۱ دیاگرام یک SVM سه سطحی را نشان می دهد که شامل ۵ بردار حالت فعال، دو بردار افزوده و سه بردار صفر برای هر یک ششم می باشد. بردار ولتاژ مرجع به وسیله این بردارهای سوئیچینگ (حالت های سوئیچینگ) قابل تحلیل می باشد.



شکل ۱: نمایش SVM سه سطحی

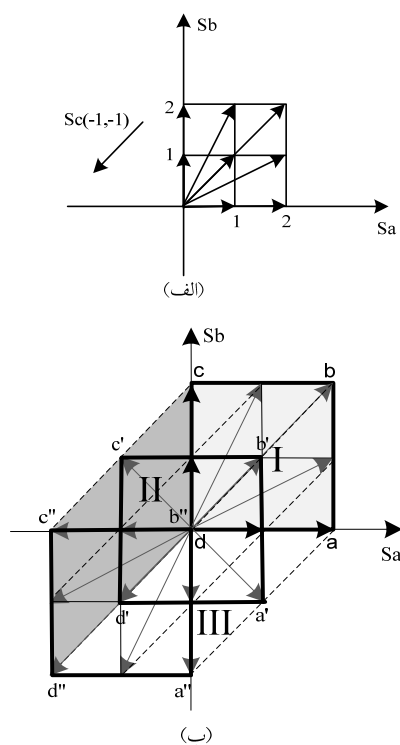
باید توجه داشت که تمام فرآیند مدولاسیون برای هدف پیاده سازی می تواند زمان بر باشد که علت آن یافتن موقعیت بردار مرجع به علاوه اجرای محاسبات ضروری برای مدولاسیون، محدودیت های مدولاتور از جهت ماکزیم پهنای باند کنترلر و فرکانس سوئیچینگ می باشد. علاوه بر آن با افزایش تعداد سطوح در مبدل های چند سطحی، زمان محاسبات در SVM متداول افزایش می یابد. به هر حال کاهش در زمان پروسه مدولاتور باعث بهره برداری بهتر از مزیت های مبدل چند سطحی می شود [۳]، [۴]. با کاهش زمان محاسبات مدولاسیون، می توان زمان نمونه برداری را کاهش و کیفیت ولتاژ خروجی را افزایش داد.

یک تکنیک جایابی سریع اما پیچیده در [۳] برای یافتن موقعیت بردار مرجع در میان مثلث های موجود در داخل دیاگرام SVM معرفی شده است. این مقاله برای یک مبدل n سطحی، یک ماتریس مختلط $1 \times (n-1)^2$ به منظور جایابی انتهای بردار مرجع پیشنهاد می کند، به طوری که شماره سطری از ماتریس مختلط که دارای قسمت حقیقی و موهومی منفی باشد، برابر شماره مثلث مورد نظر در فضای SVM است. در [۵] مدولاتور تک فاز IDM که می تواند در مبدل های چند سطحی تک فاز به کار گرفته شود، استفاده شده است. این روش بر مبنای متوسط گیری از نزدیکترین سطوح ولتاژ به ولتاژ مرجع برای تولید

دیاگرام شش ضلعی نامنتظم LVV که معادل نمودار شش ضلعی منتظم SVM متداول می‌باشد، با استفاده از روش عنوان شده، بدست آمد. باید توجه داشت که می‌توان یک تناظر یک به یک بین اجزاء این دو دیاگرام برقرار کرد.

$$\frac{2}{V_{dc}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (3)$$

در شکل ۴ وضعیت‌های سوئیچینگ مربوط به یک مبدل چهار سطحی با تعمیم روش ارائه شده، رسم شده است.



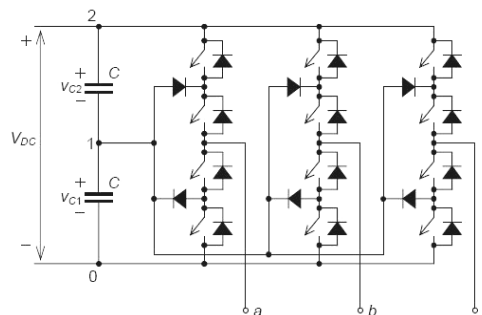
شکل ۳: تعیین فضای حالت‌های سوئیچینگ الف) مکان هندسی حالت‌های سوئیچینگ (S_a, S_b) ب) مکان هندسی حالت‌های سوئیچینگ (S_a, S_b, S_c) در فضای دو بعدی

گام ۳) تشخیص ناحیه مربوط به بردار مرجع

شکل ۳-ب به سه ناحیه I و II و III تقسیم شده است، به طوری که هر ناحیه به وسیله شرایط جدول ۱ تعیین می‌شود. با توجه به جدول ۱ و معادله (۲) مشخص می‌شود که اندیس متغیرهای روابط مربوط به نواحی، به صورت دوره ای تکرار می‌شوند، این بدین معناست که می‌توان معادلات و بردارها را تنها در یک ناحیه مشخص کرد و با استفاده از یک تبدیل دوره ای به سایر نواحی تعمیم داد. از این رو، محاسبات

$$\begin{bmatrix} E_{ac} \\ E_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a - E_c \\ E_b - E_c \end{bmatrix} = \frac{V_{dc}}{N-1} \begin{bmatrix} S_a - S_c \\ S_b - S_c \end{bmatrix} = \frac{V_{dc}}{N-1} \begin{bmatrix} S_{ac} \\ S_{bc} \end{bmatrix} \quad S_x = \{0, 1, \dots, N-1\} \quad x = a, b, c \quad (1)$$

در معادله (۱) مجموع ولتاژ خازن‌های سمت DC می‌باشد که ولتاژ هر کدام $\frac{V_{dc}}{N-1}$ فرض شده است. با توجه به شکل ۲ منظور از نسبت دادن اعداد ۰، ۱ و ...، N-1 به تابع سوئیچینگ هر فاز، اتصال خروجی هر فاز به گره متناظر با آن عدد می‌باشد.



شکل ۲: مبدل Diode Clamp سه سطحی

در ادامه برای توضیح روش پیشنهادی، N را برابر ۳ در نظر می‌گیریم در این صورت $S_x = \{0, 1, 2\}$ خواهد بود. برای نمایش بردارهای سوئیچینگ در این حالت، معادله (۱) را به صورت معادله (۲) بازنویسی می‌شود.

$$\frac{2}{V_{dc}} \begin{bmatrix} E_a - E_c \\ E_b - E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \end{bmatrix} - S_c \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

گام ۲) تولید فضای LVV

برای پیاده سازی ولتاژ مرجع در سمت AC با استفاده از حالت‌های سوئیچینگ، ابتدا باید فضای برداری را که می‌توان با استفاده از رابطه (۲) در نظر گرفت، تحلیل کنیم. بدین منظور ابتدا مکان هندسی نقاط

$\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \end{bmatrix}$ با توجه حوزه مقادیر توابع سوئیچینگ S_a و S_b در نظر گرفته شده که به صورت یک مربع می‌باشد و در شکل ۳-الف آورده شده است. سپس این نقاط را با بردار $S_c \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ در صفحه منتقل می‌کنیم. دو مربع $a'b'c'd'$ و $a''b''c''d''$ در شکل ۳-ب، نمایش انتقال مکان هندسی نقاط $\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \end{bmatrix}$ می‌باشند. شکل حاصل نمایش فضای برداری ولتاژهای خط مبدل (LVV) با در نظر گرفتن حالت‌های سوئیچینگ فازها می‌باشد. بردارهای سوئیچینگ فضای LVV متناظر با بردارهای فضای SVM متداول می‌باشند، علت این امر آن است که روش پیشنهادی همانند روش متداول SVM از یک نگاشت خطی استفاده می‌کند که در معادله (۳) آورده شده است. بدین ترتیب

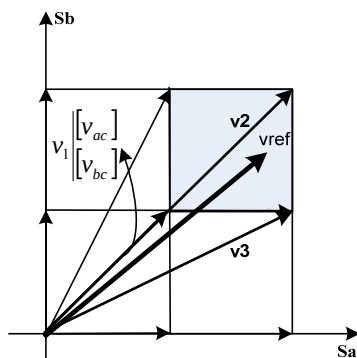
$$\frac{2}{v_{dc}} \begin{bmatrix} E_{a,ref} - E_{c,ref} \\ E_{b,ref} - E_{c,ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{ac1} \\ s_{bc1} \end{bmatrix} D_1 + \begin{bmatrix} s_{ac2} \\ s_{bc2} \end{bmatrix} D_2 + \begin{bmatrix} s_{ac3} \\ s_{bc3} \end{bmatrix} D_3 = v_1 D_1 + v_2 D_2 + v_3 D_3 \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} s_{ac} \\ s_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_a - s_c \\ s_b - s_c \end{bmatrix} \quad D_i = \frac{T_i}{T_s}; i=1,2,3$$

در رابطه (۴)، D_i نسبت وظیفه بردار سوئیچینگ v_i می باشد. متغیرهای v_{ac} و v_{bc} نیز به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\begin{bmatrix} v_{ac} \\ v_{bc} \end{bmatrix} = \frac{2}{v_{dc}} \begin{bmatrix} E_{a,ref} - E_{c,ref} \\ E_{b,ref} - E_{c,ref} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

اگر بردار مرجع در ناحیه I فرض شود، نوک این بردار در یک مربع کوچکتر، محصور می شود که در شکل ۵ به صورت سایه دار نشان داده شده است. معادله (۶) مختصات نقاط انتهایی قطر اصلی مربع کوچکتر را که متناظر با بردارهای سوئیچینگ می باشند، بیان می کند. [X] نماد جزء صحیح X می باشد)



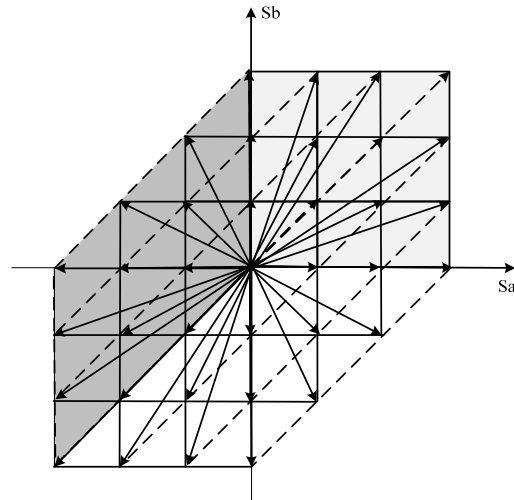
شکل ۵: نمایش بردار مرجع در ناحیه I به همراه بردارهای سوئیچینگ مجاور و نسبت وظیفه های آنها

$$v_1 \begin{bmatrix} \lfloor v_{ac} \rfloor \\ \lfloor v_{bc} \rfloor \end{bmatrix} \quad v_2 \begin{bmatrix} \lfloor v_{ac} \rfloor + 1 \\ \lfloor v_{bc} \rfloor + 1 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

باید توجه کرد که برای ساخت بردار مرجع از بردارهای مجاور و نزدیکتر استفاده می شود. به منظور یافتن بردار سوم، با استفاده متغیر Sign موقعیت بردار مرجع نسبت به قطر اصلی مربع مشخص می شود. در معادله (۸) به کمک این متغیر، مختصات بردار سوئیچینگ سوم آورده شده است. با استفاده از بردارهای سوئیچینگ محاسبه شده و رابطه ولت-ثانیه، در معادله (۹) نسبت های وظیفه بردارهای سوئیچینگ محاسبه می شوند.

$$sign = v_{ac} - \lfloor v_{ac} \rfloor - (v_{bc} - \lfloor v_{bc} \rfloor) \quad (۷)$$

تماماً در ناحیه I انجام می شوند و در آخر به ناحیه اولیه خود منتقل می شوند. این تبدیلات دوره ای در جدول ۲ آمده است.



شکل ۴: فضای LVV چهار سطحی

جدول ۱: شرایط مرزهای هر ناحیه

ناحیه	شرایط	
I	$E_{ac} \geq 0$	$E_{bc} \geq 0$
II	$E_{ba} \geq 0$	$E_{ca} \geq 0$
III	$E_{cb} \geq 0$	$E_{ab} \geq 0$

جدول ۲: تبدیلات دوره ای مربوط به تبدیل نواحی II و III به ناحیه I

ناحیه	تبدیل		
II	$a \rightarrow c$	$b \rightarrow a$	$c \rightarrow b$
III	$a \rightarrow b$	$b \rightarrow c$	$c \rightarrow a$

در ادامه فرض می شود بردار مرجع در ناحیه I قرار دارد. پس از انجام محاسبات، باید از تبدیلات معکوس جدول ۳ برای تصحیح مولفه های بردارهای سوئیچینگ، استفاده کرد.

جدول ۳: تبدیلات دوره ای معکوس

ناحیه	تبدیلات معکوس		
II	$a \rightarrow b$	$b \rightarrow c$	$c \rightarrow a$
III	$a \rightarrow c$	$b \rightarrow a$	$c \rightarrow b$

گام ۴) محاسبه بردارهای سوئیچینگ و نسبت وظیفه آنها

برای پیاده سازی ولتاژ مرجع از معادله (۴) که بیان کننده برابری ولت-ثانیه سیگنال های سمت DC و AC میدل است، استفاده می شود. برای برقراری این رابطه، همانند روش SVM از سه بردار سوئیچینگ مجاور بردار مرجع استفاده شده است.

یکی از دو بردار تابع سوئیچینگ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ یا $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد. با مقایسه شکل

های ۲ و ۳- می توان بردارهای افزوده متناظر با هر بردار را در نمودار LVV دست یافت. با توجه به مختصات بردارهای توابع سوئیچینگ در شکل ۲، مشخص می شود که با اضافه کردن اعداد صحیح در محدوده مجاز به مولفه های بردار S_{abc} که در معادله (۱۰) معرفی شده اند، می توان به سایر بردارهای افزوده متناظر با آن بردارها دست یافت. در معادله (۱۱) بردار F به منظور محاسبه محدوده مجاز برای اضافه کردن اعداد صحیح به بردار S_{abc} به منظور بدست آوردن بردارهای افزوده مربوط یک بردار سوئیچینگ تعریف شده است.

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N-1-[v_{ac}] \\ N-1-[v_{bc}] \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$F_{\min} = \min\{F_1, F_2\} \quad k \in \{0, 1, \dots, F_{\min}\}$$

$$S_{abc, \text{Redundant}} = S_{abc} + k \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

به وسیله مولفه های پارامتر F می توان حداکثر مقداری را که می توان به مولفه های بردار S_{abc} به منظور محاسبه بردارهای افزوده اضافه کرد، بدست آورد.

۴- نتایج شبیه سازی

با استفاده از شبیه ساز MATLAB، روش پیشنهادی برای تولید یک سه فاز متعادل در خروجی مبدل های سه سطحی و پنج سطحی با فرکانس مدولاتور ۱/۵kHz، فرکانس ۵۰Hz و اندیس مدولاسیون ۰/۹۵ بکار گرفته می شود. شکل ۶ نمودار متغیرهای $\begin{bmatrix} v_{ac} \\ v_{bc} \end{bmatrix}$ که در معادله (۱۳) معرفی شده، در فضای LVV نشان می دهد.

$$\begin{bmatrix} v_{ac} \\ v_{bc} \end{bmatrix} = \frac{2v_m}{v_{dc}} \begin{bmatrix} \cos(\omega_0 t) - \cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3}) - \cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$v_m = 0.95 \times 220 = 209(v)$$

مشاهده می شود که در این فضا مکان هندسی بردار مرجع سه فاز متعادل در یک سیکل منبع، به صورت بیضی است، در صورتی که با استفاده از تبدیل $\alpha\beta$ مکان هندسی سه فاز متعادل به شکل یک دایره می باشد. این تفاوت به علت استفاده از نگاشت های متفاوت است.

$$v_3 = \begin{cases} \begin{bmatrix} [v_{ac}] + 1 \\ [v_{bc}] \end{bmatrix} & \text{if } \text{Sign} \geq 0 \\ \begin{bmatrix} [v_{ac}] \\ [v_{bc}] + 1 \end{bmatrix} & \text{if } \text{Sign} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \begin{cases} D_1 = 1 - (v_{ac} - [v_{ac}]) \\ D_2 = v_{bc} - [v_{bc}] \end{cases} & \text{if } \text{Sign} \geq 0 \\ \begin{cases} D_1 = v_{ac} - [v_{ac}] \\ D_2 = 1 - (v_{bc} - [v_{bc}]) \end{cases} & \text{if } \text{Sign} < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$D_3 = |\text{Sign}|$$

حال با توجه به بردارهای سوئیچینگ بدست آمده در فضای LVV به محاسبه توابع سوئیچینگ فازها می پردازیم. با دقت در شکل ۳-ب می توان به سادگی دریافت که در ناحیه I می توان تابع S_c را برابر صفر فرض کرد. با این فرض توابع سوئیچینگ فازها برای سه بردار سوئیچینگ S_{abc} به صورت معادله (۱۰) بیان می شوند.

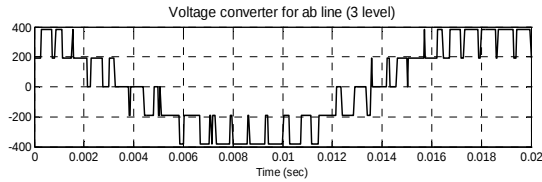
$$S_{abc1} = \begin{bmatrix} s_{a1} \\ s_{b1} \\ s_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [v_{ac}] \\ [v_{bc}] \\ 0 \end{bmatrix} \quad S_{abc2} = \begin{bmatrix} [v_{ac}] + 1 \\ [v_{bc}] + 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$S_{abc3} = \begin{bmatrix} [v_{ac}] + 1 \\ [v_{bc}] \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad S_{abc3} = \begin{bmatrix} [v_{ac}] \\ [v_{bc}] + 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

انتخاب توابع سوئیچینگ و نسبت وظیفه آنها با استفاده از روش پیشنهادی با نتایج حاصل از روش های متداول SVM، یکسان است که در بخش شبیه سازی با ارائه مثال هایی به این موضوع پرداخته می شود. از مزایای روش پیشنهادی، سرعت بالای اجرا، حجم محاسبات کم و تعمیم پذیری آسان آن به مبدل های چند سطحی می باشد، به طوری که با افزایش تعداد سطوح، حجم محاسبات مدولاتور ثابت می ماند. لازم به ذکر است به علت در نظر گرفتن مناسب متغیرها در این روش، بردارهای محاسبه شده برای پیاده سازی بردار مرجع، حداقل کلیدزنی لازم را فراهم می کنند، به طوری که همیشه یک فاز در هر بازه سوئیچینگ دارای تابع سوئیچینگ ثابت می باشد.

۳- بردارهای افزوده

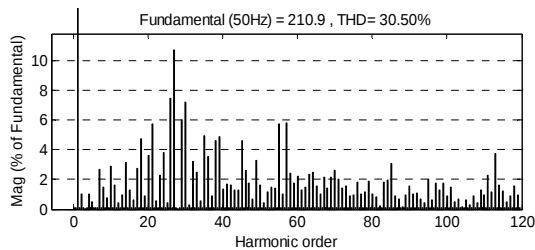
بردارهای افزوده، بردارهای سوئیچینگ متفاوتی هستند که ولتاژهای خط یکسان ولی با مولفه صفر متفاوت در خروجی مبدل تولید می کنند. به علاوه این بردارها دارای ولتاژ فاز یکسانی نیز در خروجی مبدل سه فاز می باشند. به عنوان مثال در شکل ۳-ب، بردار $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ می تواند نتیجه



(ب)

شکل ۸: ولتاژ خط ab مبدل سه سطحی الف) ولتاژ مرجع ب) ولتاژ مبدل

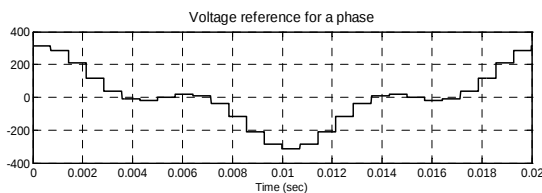
در ادامه سیگنال مرجع دیگری که شامل هارمونی سوم فرکانس اصلی می‌باشد، در نظر گرفته شده که در معادله (۱۴) آمده است. قابل ذکر است این هارمونی به گونه‌ای به مولفه اصلی ولتاژ مرجع اضافه شده که توالی صفر ولتاژ، صفر باقی بماند. علت این امر آن است که در ولتاژ خروجی مبدل سه ساق، مولفه توالی صفر تولید نمی‌شود.



شکل ۹: درصد نسبی هارمونیک های ولتاژ فاز نسبت به فرکانس اصلی برای مبدل سه سطحی

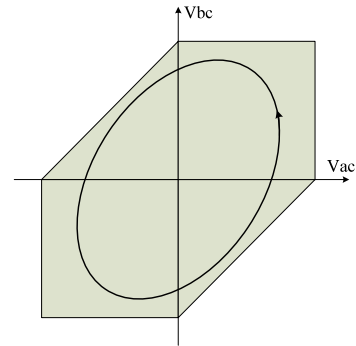
$$\begin{bmatrix} E_{a,ref} \\ E_{b,ref} \\ E_{c,ref} \end{bmatrix} = v_m \begin{bmatrix} \cos(\omega_0 t) + 0.5 \cos(3\omega_0 t) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3}) + 0.5 \cos(3\omega_0 t - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{3}) + 0.5 \cos(3\omega_0 t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (14)$$

شکل ۱۰-الف و ب و شکل ۱۱-الف و ب به ترتیب ولتاژ فاز a و ولتاژ خط خروجی یک مبدل پنج سطحی به همراه سیگنال مرجعشان را برای ولتاژ مرجع معادله (۱۴) نشان می‌دهند.

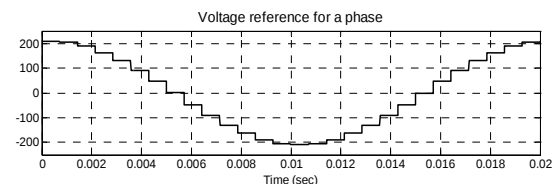


(الف)

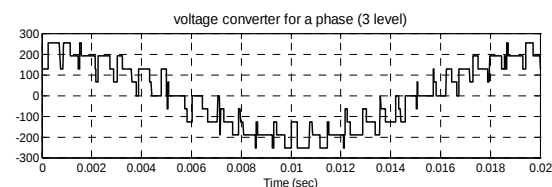
شکل ۷-الف و ب و شکل ۸-الف و ب به ترتیب ولتاژ فاز a و ولتاژ خط خروجی یک مبدل سه سطحی به همراه سیگنال مرجع شان را نشان می‌دهند. در شکل ۹ درصد نسبی هارمونیک های ولتاژ فاز نسبت به فرکانس اصلی برای مبدل سه سطحی، آورده شده است به طوری که دامنه مولفه اصلی ولتاژ فاز برابر ۲۱۱ ولت و THD سیگنال خروجی ۳۰/۵٪ می‌باشد. در این حالت مدولاتور دارای طیفی فرکانسی مناسبی بوده و سیگنال مرجع را با تغییرات عرض پالس خروجی به طور قابل قبولی دنبال کرده است. قابل ذکر است که THD خروجی مدولاسیون SVM نسبت به مدولاسیون های دیگر کمتر می‌باشد، از این رو THD سیگنال خروجی روش ارائه شده همانند SVM متداول پایین است.



شکل ۱۰: نمودار مکان هندسی بردار $\begin{bmatrix} V_{ac} \\ V_{bc} \end{bmatrix}$ برای تولید یک سه فاز متعادل

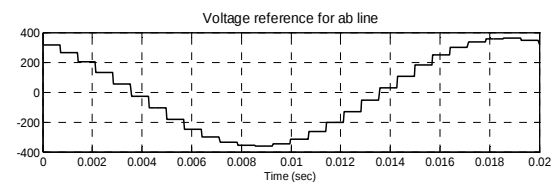


(الف)

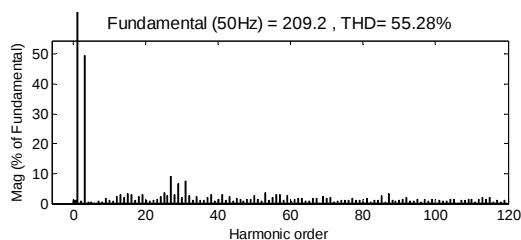


(ب)

شکل ۱۱: ولتاژ فاز a مبدل سه سطحی الف) ولتاژ مرجع ب) ولتاژ مبدل



(الف)



شکل ۱۲: درصد نسبی هارمونیک های ولتاژ فاز نسبت به فرکانس اصلی برای مبدل پنج سطحی

تکنیک SVM دو بعدی متداول دنباله سوئیچینگ متشکل از S_1 ، S_2 و S_3 را تعیین می کند که یکی از آنها یک بردار افزوده است و D_1 ، D_2 و D_3 به ترتیب نسبت های وظیفه آنها می باشند.

$$\begin{aligned} s_1, s_2, s_3 &= 100/211, 200, 210 \\ D_1 &= 0.227 \quad D_2 = 0.157 \quad D_3 = 0.616 \end{aligned} \quad (16)$$

به طور مشابه این مثال می تواند به تکنیک مدولاسیون پیشنهادی اعمال شود. در معادله (۱۷) ولتاژهای نرمالیزه شده V_{ac} و V_{bc} محاسبه شده اند. با توجه به اینکه این دو ولتاژ مثبت هستند، بردار مرجع در ناحیه I قرار دارد و نیازی به انتقال بردار مرجع نمی باشد.

$$\begin{bmatrix} v_{ac} \\ v_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.773 \\ 0.6165 \end{bmatrix} v_{dc} \quad (17)$$

بردارهای V_1 ، V_2 و V_3 و نیز نسبت های وظیفه آنها با استفاده از متغیر Sign، در معادله (۱۸) تعیین شده اند.

$$\begin{aligned} v_1, v_2 &= 10, 21 \\ sign &= 0.1565 \quad v_3 = 20 \\ D_1 &= 0.227 \quad D_2 = 0.6165 \quad D_3 = 0.1565 \end{aligned} \quad (18)$$

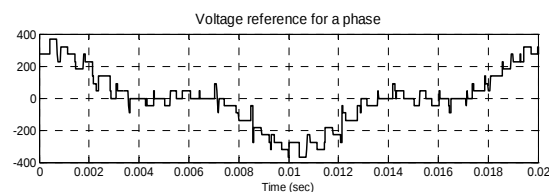
در نتیجه می توان بردارهای سوئیچینگ مربوط به فاز و همچنین بردار افزوده را با توجه به الگوریتم روش پیشنهادی محاسبه کرد.

$$s_{abc1}, s_{abc2}, s_{abc3} = 100/211, 210, 200 \quad (19)$$

با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده می شود عملکرد روش پیشنهادی و مدولاسیون SVM متداول مشابه می باشد و نتایج یکسانی به دست می دهند. اختلاف ناچیز موجود بین روابط به دست آمده ناشی از تقریب به کار گرفته شده می باشد.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک روش مستقیم و سریع برای محاسبه بردارهای سوئیچینگ و نسبت های وظیفه آنها با استفاده از ولتاژهای خط مستقل ارائه گردید. این روش مستقل از تعداد سطوح مبدل چند سطحی است و با افزایش سطوح، حجم محاسبات مدولاتور ثابت می ماند. همچنین



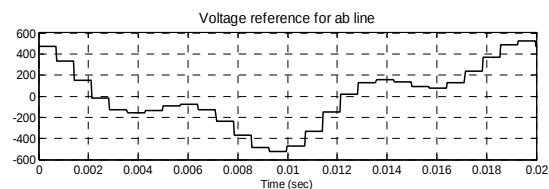
(ب)

شکل ۱۰: ولتاژ فاز a مبدل پنج سطحی برای مرجع دوم (الف) ولتاژ مرجع (ب) ولتاژ مبدل

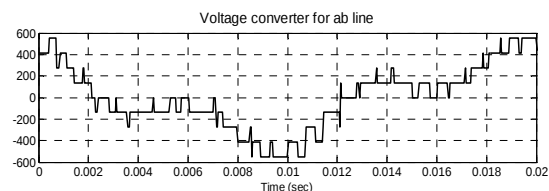
شکل ۱۲ طیف فرکانسی ولتاژ فاز خروجی مبدل پنج سطحی را برای ولتاژ مرجع دوم نشان می دهد در این شکل هارمونیک های نزدیک به مضارب فرکانس سوئیچینگ دامنه قابل توجهی نسبت به سایر هارمونیک های اعوجاجی دارند که می توان با تنظیم فیلترهای پایین گذر اثر آنها را در خروجی مبدل کاهش داد. با توجه به این طیف ملاحظه می شود که ولتاژ فاز مبدل، دامنه هارمونی های موج مرجع را با دقت خوبی در خروجی مبدل تولید کرده است.

برای بررسی بیشتر به بیان یک مثال عددی می پردازیم. ولتاژهای خط مرجع یک مبدل سه فاز در یک لحظه خاص، در معادله (۱۵) داده شده است [۷].

$$\begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_{ca} \end{bmatrix} = 1.8v_{dc} \begin{bmatrix} 0.643 \\ 0.342 \\ -0.985 \end{bmatrix} \quad (15)$$



(الف)



(ب)

شکل ۱۱: ولتاژ خط ab مبدل پنج سطحی برای مرجع دوم (الف) ولتاژ مرجع (ب) ولتاژ مبدل

- theory and DSP-implementation", IET Electr. Power Appl., 2007, 1, (6), pp. 915-925.
- [4] Lai, J.S., and Peng, F.Z.; "Multilevel converters-a new breed of power converters", IEEE Trans. Ind. Appl., 1996, 32, (3), pp. 509-517
- [5] Jin-seok Oh, Sun Ho Jin, Jong-Ho Lee.; "Fast Space vector Modoulation without NTV Identification for Multilevel Inverters", 2007 Second IEEE Conference On Industrial Electronics and Application.
- [6] Jose I. Leon, Sergio Vazquez, Juan A. Sanchez, Ramon Portillo, Leopoldo G. Franquelo, Juan M. Carrasco and Eugenio Dominguez; "Conventional Space-Vector Modulation Techniques Versus the Single-Phase Modulator for Multilevel Converters", IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 57, No. 7, July 2010.
- [7] Nikola Celanovic, Dushan Boroyevich.; "A Fast Space-Vector Modulation Algorithm for Multilevel Three-Phase Converters", IEEE Transactions On Industry Applications, Vol. 37, No. 2, March/April 2001
- [8] J. Pou, P. Rodríguez, D. Boroyevich, R. Pindado, and I. Candela, H.; "Efficient Space-Vector Modulation Algorithm for Multilevel Converters with Low Switching Frequencies in the Devices", IEEE Trans. Ind., 2005, pp. 1582-1588

دنباله سوئیچینگ به دست آمده توسط روش پیشنهادی از نظر تعداد سوئیچینگ در هر سیکل بهینه می‌باشد. به علاوه بردارهای افزوده به سادگی با بکارگیری روش ارائه شده قابل محاسبه‌اند. از مزایای این روش می‌توان به استفاده از حداقل فرکانس سوئیچینگ و در نتیجه کاهش تلفات سوئیچینگ، حداکثر بهره‌برداری از لینک DC و قابلیت تعمیم آن به سطوح بالاتر اشاره کرد. با ارائه شبیه سازی روش پیشنهادی بر روی مدل های سه سطحی و پنج سطحی و مشاهده نتایج مربوط به ولتاژ خروجی مدل و همچنین طیف هارمونیک مربوط به آن، صحت روش پیشنهادی بررسی شده است. در آخر با ارائه یک مثال عددی و مقایسه نتایج آن با مقالات پیشین، انطباق این روش با نتایج این مقالات مشاهده شد.

مراجع

- [1] Lai, J.S., and Peng, F.Z.; "Multilevel inverters: a survey of topologies, controls, and applications", IEEE Trans. Ind. Electron., 2002, 49, pp. 724-738
- [2] Marchesoni, M., and Tenca, P.; "Theoretical and practical limits in multilevel MPC inverters with passive front ends", 9th European Power Electronics and Applications (EPE'01), Graz, Austria, September 2001, pp. p.1-p.12
- [3] M. Tavakoli Bina.; "Generalized direct positioning approach for multilevel space vector modulation:

کنترل معکوس تطبیقی سیستم‌های دینامیکی غیر خطی با شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲

جعفر طاووسی^۱، محمدعلی بادامچی زاده^۲، سحرانه قائمی^۳

^۱ کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، jtavoosii88@ms.tabrizu.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، {mbadamchi, ghaemi}@tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۴/۲۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۶/۲۸)

چکیده: شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ توانایی بالایی در شناسایی و کنترل سیستم‌های غیرخطی، سیستم‌های تغییرپذیر با زمان و نیز سیستم‌های دارای نامعینی دارند. در این مقاله روش طراحی کنترل کننده معکوس تطبیقی عصبی فازی نوع-۲ جهت کنترل برخط سیستم‌های دینامیکی غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا ساختار کلاسی از شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ بازه‌ای مدل T-S نمایش داده می‌شود. این شبکه هفت لایه دارد که عملیات فازی‌سازی توسط دو لایه اول که شامل عصب‌های فازی نوع-۲ و با نامعینی در مرکز توابع عضویت گوسی هستند، انجام می‌شود. لایه سوم لایه قواعد است و در لایه چهارم عملیات کاهش مرتبه توسط گره‌های تطبیقی انجام می‌شود. لایه‌های پنجم، ششم و هفتم به ترتیب لایه قسمت نتیجه، لایه محاسبه مرکز ثقل قواعد و لایه خروجی است. برای آموزش شبکه از الگوریتم گرادیان کاهشی با نرخ آموزش تطبیقی استفاده شده است. نهایتاً در قسمت شبیه‌سازی کنترل معکوس تطبیقی برخط با شبکه عصبی فازی نوع-۲ فاصله‌ای مدل T-S و شبکه عصبی فازی تطبیقی (ANFIS) برای سیستم دینامیکی غیرخطی دمای آب هم با پارامترهای معین و هم با پارامترهای نامعین با هم مقایسه شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادی می‌باشد.

کلمات کلیدی: شبکه عصبی فازی نوع-۲، کنترل معکوس تطبیقی، سیستم دمای آب حمام

Adaptive Inverse Control of Nonlinear Dynamical System Using Type-2 Fuzzy Neural Networks

Jafar Tavoosi, Mohammad Ali Badamchizadeh, Sehraneh Ghaemi

Abstract: Type-2 fuzzy neural networks have a good ability in identification and control of nonlinear systems, time varying systems and also system with uncertainties. In this paper a new method for designing adaptive inverse type 2 fuzzy neural controllers for online control of nonlinear dynamical system has been introduced. The proposed network has seven layers that the first two layers consist of type-2 fuzzy neurons with uncertainty in mean of Gaussian membership functions, are used for fuzzification part. Third layer is the fuzzy rules layers. Reduction type is done in fourth layer with adaptive nodes. Reminder layers are used for consequent left-right firing points, two end-points and output of network respectively. In this paper, gradient descent with adaptive learning rate backpropagation is used for learning phase. Finally, Type-2 online Sugeno fuzzy neural network is used for tracking control of nonlinear dynamical water bath temperature system. Results are compared with Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System (ANFIS). Simulation results show the proposed method has a good efficiency.

Keywords: Type-2 Fuzzy Neural Networks, Adaptive Inverse Control, Water Bath Temperature System.

۱- مقدمه

امروزه رشد روزافزون هوش محاسباتی و الگوریتم‌های هوشمند بر هیچ کس پوشیده نیست. پس از معرفی منطق فازی توسط زاده و ارائه اولین کاربرد منطق فازی در کنترل، سیستم‌های هوشمند با محوریت منطق فازی جایگاه خود را در بسیاری از علوم به ویژه در کنترل پیدا کرده‌اند. ده سال بعد از معرفی منطق فازی، زاده طی مقاله‌ای منطق فازی نوع-۲ را معرفی کرد. با معرفی منطق فازی نوع-۲، یک سری نواقص منطق فازی نوع-۱ برطرف گردید. در منطق فازی نوع-۱، درجه عضویت یک عدد غیر فازی و حقیقی است که تعیین دقیق این عدد در برخی مسائل دشوار است، اما در منطق فازی نوع-۲، درجه عضویت یک عدد فازی است. به عنوان مثال در مواردی که متغیرهای زبانی غیردقیق و نامعین باشند یا نتیجه‌های مختلفی که ممکن است از یک سری شرط‌های نزدیک هم گرفته شده باشند، منطق فازی نوع-۲ می‌تواند کارگشا باشد [۱].

نطق فازی نوع-۲ با قابلیت‌ها و انعطاف‌پذیری بیشتر نسبت به منطق فازی نوع-۱، در ده سال اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در [۲]، منطق و سیستم‌های فازی نوع-۲ با جزئیات مورد بحث قرار گرفته است. در [۳] سه ساختار مختلف از شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ ارائه شده است. در این مرجع دو روش فازی‌سازی (عصب فازی نوع-۲ و گره تطبیقی) و دو روش کاهش مرتبه (الگوریتم KM و لایه‌های تطبیقی) بیان شده و برای آموزش شبکه از روش گرادیان کاهش استفاده شده است. در [۴] از شبکه عصبی فازی نوع-۲ با روش خوشه‌بندی فازی برای شناسایی ساختاری و نیز بروزرسانی پارامترهای قسمت شرط و از الگوریتم گرادیان برای بروزرسانی پارامترهای قسمت نتیجه استفاده شده است، همچنین در این مرجع ذکر شده است که روش خوشه‌بندی فازی برای شناسایی و کنترل برخط مناسب نیست. در چند سال اخیر روش‌های مختلفی برای آموزش شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ از قبیل الگوریتم ژنتیک [۵] و PSO [۶] پیشنهاد شده است. با گسترش تحقیقات در زمینه سیستم‌های فازی نوع-۲، این سیستم‌ها کاربردهای گسترده‌ای نیز پیدا کرده‌اند که از جمله آنها می‌توان به پیش‌بینی سری‌های زمانی [۷]، کنترل موتور خطی [۸]، برابر سازی کانال‌های غیرخطی تغییرپذیر با زمان [۹]، کنترل مد لغزشی [۱۰] تشخیص الگو [۱۱] و کنترل ربات [۱۲] اشاره کرد. در [۱۳] از روش کنترل معکوس و کنترل‌کننده عصبی فازی نوع-۲ جهت کنترل CDPM^۱ پیشنهاد شده است. در این حالت از شبکه عصبی فازی نوع-۲ بازه‌ای جهت شناسایی معکوس سیستم و سپس از شبکه آموزش‌دیده به صورت کنترل‌کننده خارج از خط استفاده شده است. در [۱۴] روش کنترل معکوس با ANFIS در روش کنترل فازی جهت کنترل سطح آب داخل مخزن مقایسه شده‌اند. در این مرجع نشان

داده شده است که پاسخ کنترل معکوس با ANFIS بدون خطای حالت ماندگار و سریع‌تر از کنترل‌کننده فازی است.

در این مقاله ابتدا منطق و سیستم‌های فازی نوع-۲ به طور مختصر معرفی می‌شوند، سپس یک ساختار شبکه عصبی فازی نوع-۲ مدل T-S ارائه خواهد شد، سپس روش طراحی کنترل‌کننده معکوس عصبی فازی نوع-۲ جهت کنترل سیستم‌های دینامیکی غیرخطی مطرح می‌شود. در نهایت سیستم دینامیکی غیرخطی دمای آب حمام^۲ بیان شده و با روش کنترل معکوس تطبیقی و به صورت برخط با کنترل‌کننده عصبی فازی نوع-۲ مدل T-S کنترل می‌شود.

۲- منطق و سیستم‌های فازی نوع-۲

یک مجموعه فازی نوع-۲ در حالت کلی به صورت رابطه (۱) نشان

داده می‌شود [۱۵].

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x = \frac{\int_{x \in X} \left[\int_{\mu \in J_x} \frac{f_x(\mu)}{\mu} \right]}{x} \quad (1)$$

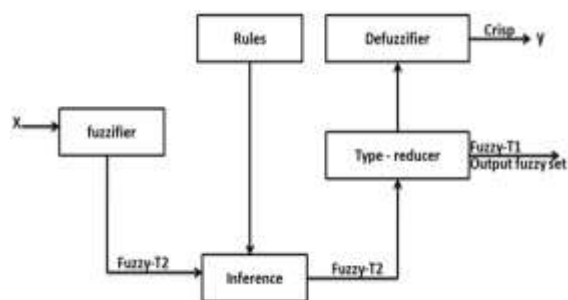
در رابطه (۱)، $\tilde{A}$ یک مجموعه فازی نوع-۲، $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت اولیه، J_x مجموعه درجات عضویت اولیه از $x \in X$ و $f_x(\mu) \in [0,1]$ تابع عضویت ثانویه است. نمایش یک عدد فازی نوع-۲ کلی به صورت سه بعدی است و محاسبات این نوع سیستم‌ها بسیار زیاد و مشکل است. به منظور ساده‌سازی محاسبات مجموعه‌های فازی نوع-۲ کلی، مجموعه‌های فازی نوع-۲ بازه‌ای تعریف می‌شود. مجموعه‌های فازی نوع-۲ بازه‌ای حالت خاصی از مجموعه‌های فازی نوع-۲ کلی هستند. زمانی که حالت زیر برقرار باشد،

$$f_x(\mu) = 1, \forall \mu \in J_x \subseteq [0,1]$$

در این حالت توابع عضویت اولیه به صورت مجموعه‌ای از فواصل می‌باشند. برای نشان دادن یک تابع عضویت فازی نوع-۲ بازه‌ای گوسی دو حالت مرکز نامعین و انحراف معیار نامعین مطرح می‌شود. در حالت مرکز نامعین، مرکز تابع عضویت گوسی یک عدد واحد نیست، بلکه هر عددی در یک بازه محدود مثل $[m_1, m_2]$ می‌تواند باشد در این حالت انحراف معیار (عرض) تابع گوسی عدد ثابت σ است. در حالت عرض نامعین، عرض تابع عضویت گوسی، عددی در یک بازه محدود

^۲ Water Bath Temperature System^۱ Cable-Driven Parallel Mechanism

مهم در سیستم‌های فازی نوع-۲ است [۱۶]. ساختار یک سیستم فازی نوع-۲ در شکل (۲) نشان داده شده است.

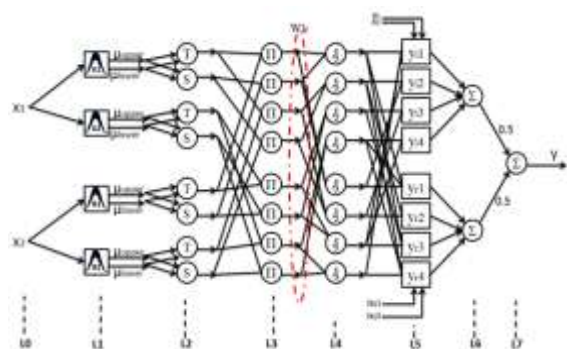


شکل (۲): ساختار سیستم فازی نوع-۲

همانطور که در شکل (۲) ملاحظه می‌شود، ساختار یک سیستم فازی نوع-۲ همانند یک سیستم فازی نوع-۱ است که فقط بلوک "کاهش مرتبه" را اضافه دارد.

۳- شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ مدل T-S

در شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ مدل T-S همانند شبکه‌های نوع-۱، خروجی به صورت یک چند جمله‌ای از ورودی هاست با این تفاوت که در نوع-۱، خروجی و ضرایب آن مقدار عددی بودند ولی در نوع-۲، خروجی و ضرایب آن اعداد فازی هستند [۱۷]. شبکه عصبی فازی نوع-۲ پیشنهادی دارای ۷ لایه است که در دو لایه اول و در قسمت شرط از یک عصب فازی نوع-۲ فاصله‌ای جهت فازی‌سازی استفاده شده است. کاهش مرتبه هم در لایه چهارم و با وزن‌های تطبیقی انجام می‌شود. در شکل (۳)، نمایی از این شبکه نشان داده شده است.



شکل (۳): ساختار یک شبکه عصبی فازی نوع-۲ مدل TSK

یک قاعده فازی برای مدل T-S نوع-۲ به صورت زیر نوشته می‌شود:

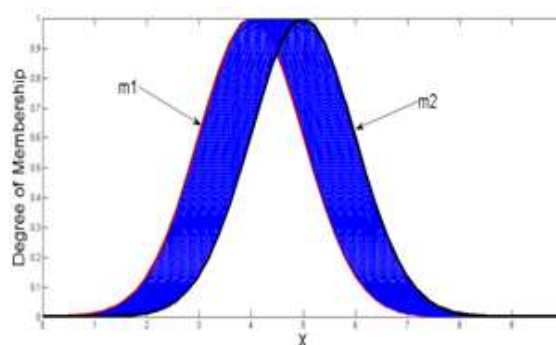
$R^k: \text{If } x_1 \text{ is } \tilde{A}_1^k \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } \tilde{A}_n^k \text{ Then}$

$$\tilde{y}_k = C_{k,0} + C_{k,1}x_1 + \dots + C_{k,n}x_n$$

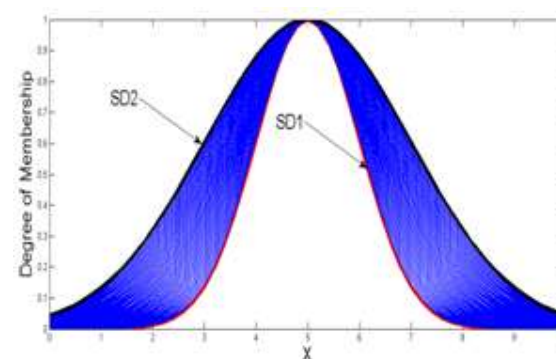
در قاعده بالا $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ورودی‌های سیستم،

$\{\tilde{A}_1^k, \tilde{A}_2^k, \dots, \tilde{A}_n^k\}$ توابع عضویت فازی نوع-۲، $\tilde{y}_k$ خروجی

مثل $[\sigma_1, \sigma_2]$ می‌تواند بوده و مرکز تابع گوسی عدد ثابت m است. شکل (۱)، نشان‌دهنده هر دو حالت بیان شده می‌باشد.



الف



ب

شکل (۱): تابع عضویت گوسی فازی نوع-۲ در حالت نامعینی در مرکز (الف) و نامعینی در عرض (ب)

ناحیه نامعینی در توابع فازی نوع-۲ را FOU' می‌نامند [۵]. در شکل (۱) ناحیه هاشورخورده FOU توابع عضویت نوع-۲ هستند. در سیستم‌های فازی نوع-۲ به حد پایین تابع عضویت، تابع عضویت پایینی^۲ و به حد بالای تابع عضویت، تابع عضویت بالایی^۳ گفته می‌شود.

تفاوت عمده سیستم‌های فازی نوع-۱ و نوع-۲ در شکل تابع عضویت آنها می‌باشد. برای محاسبه خروجی در سیستم‌های فازی نوع-۱، با توجه به اینکه خروجی این سیستم‌ها مجموعه فازی نوع-۱ است، با فازی‌زدایی، یک مقدار عددی بدست می‌آید. اما در سیستم‌های فازی نوع-۲، خروجی سیستم یک مجموعه فازی نوع-۲ است. بنابراین پس از یک مرتبه فازی‌زدایی از یک مجموعه فازی نوع-۲، یک مجموعه فازی نوع-۱ بدست خواهد آمد. عملیات تبدیل یک مجموعه فازی نوع-۲ به یک مجموعه فازی نوع اول را "کاهش مرتبه" می‌نامند، که بحثی بسیار

¹ Footprint of uncertainty

² Lower membership function

³ Upper membership function

لایه ۵: این لایه را لایه قسمت نتیجه می‌نامند.

$$y_l^k = \sum_{i=1}^n c_{k,i} x_i + c_{k,0} - \sum_{i=1}^n s_{k,i} |x_i| - s_{k,0} \quad (8)$$

$$y_r^k = \sum_{i=1}^n c_{k,i} x_i + c_{k,0} + \sum_{i=1}^n s_{k,i} |x_i| + s_{k,0} \quad (9)$$

لایه ۶: این لایه دو گره دارد که مرکز ثقل قسمت نتیجه تمام قواعد

را محاسبه می‌کند.

$$\hat{y}_l = \frac{\sum_{k=1}^M f_l^k y_l^k}{\sum_{k=1}^M f_l^k} \quad (10)$$

$$\hat{y}_r = \frac{\sum_{k=1}^M f_r^k y_r^k}{\sum_{k=1}^M f_r^k} \quad (11)$$

لایه ۷: این لایه یک گره دارد که خروجی را محاسبه می‌کند.

$$\hat{y} = \frac{\hat{y}_r + \hat{y}_l}{2} \quad (12)$$

برای آموزش این شبکه از الگوریتم پس انتشار خطا استفاده شده است. در این روش به ازای هر ورودی، خروجی شبکه محاسبه می‌شود و سپس خطا محاسبه می‌گردد. ابتدا فرض کنید جفت داده ورودی-خروجی یادگیری شبکه به صورت $\{(x_p : t_p)\} \forall p = 1, \dots, q$ در اختیار باشد. خطای خروجی شبکه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_p = t_p - \hat{y}_p \quad (13)$$

$$E_p = \frac{1}{2} e_p^2 = \frac{1}{2} (t_p - \hat{y}_p)^2 \quad (14)$$

$$E = \sum_{p=1}^q E_p \quad (15)$$

در رابطه فوق q تعداد کل جفت داده‌های آموزش است. در روابط (۱۶) تا (۲۶) روابط بروزرسانی پارامترهای مجهول شبکه عصبی فازی نوع-۲ بازه‌ای مدل $T-S$ بیان شده است. در روابط (۱۶) تا (۱۹)، روابط بروزرسانی وزن‌های لایه چهارم که برای کاهش مرتبه استفاده می‌شوند، بیان شده است.

$$\begin{aligned} w_{l,i}^{new} &= w_{l,i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p \\ &* \frac{y_l^k - \hat{y}_l}{\sum_{j=1}^M f_l^j} * \frac{f_l^k - f_l^j}{w_{l,i}^{old} + w_{l,i}^{new}} \end{aligned} \quad (16)$$

سیستم و یک عدد فازی است و

$$C_{k,i} \in [c_{k,i} - s_{k,i}, c_{k,i} + s_{k,i}], i = 1, 2, \dots, n$$

مجموعه‌های فازی نوع اول و ضرایب خطی قسمت نتیجه هستند که در

آن $c_{k,i}$ مرکز و $s_{k,i}$ عرض توابع عضویت گوسی $C_{k,i}$ هستند.

اکنون به بررسی لایه به لایه این ساختار پرداخته می‌شود.

لایه صفر: این لایه، لایه ورودی است. در این لایه به تعداد

ورودی‌ها گره وجود دارد.

لایه ۱: این لایه، لایه فازی ساز است. خروجی این لایه به صورت

زیر است:

$${}^1\mu_{k,i}(x_i, [\sigma_{k,i}, {}^1m_{k,i}]) = e^{-0.5 \left(\frac{x_i - {}^1m_{k,i}}{\sigma_{k,i}} \right)^2} \quad (2)$$

$${}^2\mu_{k,i}(x_i, [\sigma_{k,i}, {}^2m_{k,i}]) = e^{-0.5 \left(\frac{x_i - {}^2m_{k,i}}{\sigma_{k,i}} \right)^2} \quad (3)$$

در روابط (۲) و (۳)، x_i ورودی شبکه، ${}^1m_{k,i}$ و ${}^2m_{k,i}$ به ترتیب حد پایین و حد بالای مرکز تابع عضویت گوسی، $\sigma_{k,i}$ عرض تابع عضویت گوسی و ${}^1\mu_{k,i}$ و ${}^2\mu_{k,i}$ نیز به ترتیب درجه عضویت مربوط به ${}^1m_{k,i}$ و ${}^2m_{k,i}$ هستند.

لایه ۲: در این لایه با استفاده از نرم- T و نرم- S ، خروجی یک

عصب فازی نوع-۲ که حد بالا و حد پایین تابع عضویت است، محاسبه می‌شود.

$$\underline{\mu}_{k,i}(x_i) = {}^1\mu_{k,i}(x_i) \times {}^2\mu_{k,i}(x_i) \quad (4)$$

$$\bar{\mu}_{k,i}(x_i) = {}^1\mu_{k,i}(x_i) + {}^2\mu_{k,i}(x_i) - \underline{\mu}_{k,i}(x_i) \quad (5)$$

لایه ۳: این لایه، لایه قواعد است. در این لایه عملیات AND فازی

به صورت زیر انجام می‌شود.

$$f_l^k = \prod_{i=1}^n \underline{\mu}_{k,i}; \bar{f}^k = \prod_{i=1}^n \bar{\mu}_{k,i} \quad (6)$$

لایه ۴: در این لایه با استفاده از گره‌های تطبیقی وزن‌دار، عمل

کاهش مرتبه انجام می‌شود و مقادیر راست و چپ نقاط آتش آنها به

صورت زیر محاسبه می‌شود.

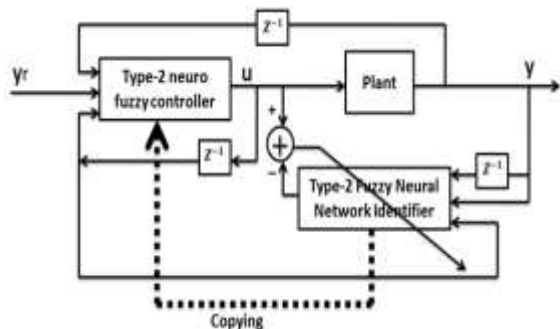
$$\begin{aligned} f_l^k &= \frac{\bar{w}_l^k \bar{f}^k + w_l^k f_l^k}{\bar{w}_l^k + w_l^k} \\ f_r^k &= \frac{\bar{w}_r^k \bar{f}^k + w_r^k f_l^k}{\bar{w}_r^k + w_r^k} \end{aligned} \quad (7)$$

بنابراین با اعمال هر ورودی $\{x_p : t_p\} \forall p=1, \dots, q$ ابتدا با معادلات (۲) تا (۱۲) خروجی شبکه محاسبه شده، و خطا از (۱۳) محاسبه می‌شود و در نهایت جهت کاهش خطای سیستم واقعی و شبکه عصبی فازی نوع-۲، با روابط (۱۶) تا (۲۶)، پارامترهای مجهول شبکه تنظیم می‌شوند.

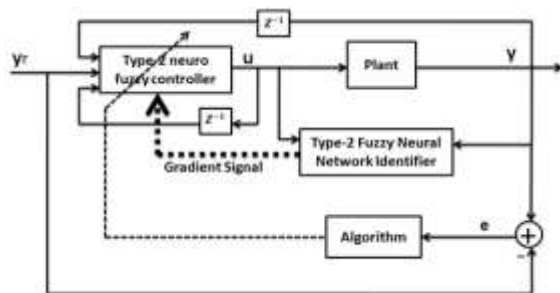
۴- طراحی کنترل‌کننده معکوس عصبی فازی نوع-۲

توانایی شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ در تقریب توابع، امکان شناسایی و کنترل بسیاری از سیستم‌ها را به این شبکه‌ها داده است. در این قسمت دو روش مختلف طراحی کنترل‌کننده‌های معکوس تطبیقی عصبی فازی نوع-۲ ارائه می‌شود.

دو ساختار معرفی شده در شکل (۴) و شکل (۵) نشان داده شده‌اند.



شکل (۴). کنترل معکوس تطبیقی (ساختار اول)



شکل (۵). کنترل معکوس تطبیقی (ساختار دوم)

در هر دو ساختار، Y خروجی سیستم، u سیگنال کنترلی و Y_r سیگنال مرجع است. همانطور که ملاحظه می‌شود، از دو شبکه عصبی فازی نوع-۲، یکی به عنوان شناساگر و دیگری به عنوان کنترل‌کننده استفاده شده است. از شبکه شناساگر به منظور تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده استفاده می‌شود. در ساختار اول (شکل (۴))، یک شبکه عصبی فازی نوع-۲ مدل معکوس سیستم را شناسایی می‌کند و همزمان به عنوان کنترل‌کننده نیز عمل می‌کند. در این ساختار هدف کاهش سیگنال کنترلی و در نتیجه کاهش اختلاف بین سیگنال مرجع و خروجی سیستم است. در ساختار دوم (شکل (۵))، یک شبکه عصبی فازی نوع-۲ شناساگر، گرادیان

$$\begin{aligned} \bar{w}_l^{new,k} &= \bar{w}_l^{old,k} + \eta * 0.5 * e_p \\ & * \frac{y_l^k - \hat{y}_l^k * \bar{f}_l^k - f_l^k}{\sum_{j=1}^M f_l^j * \bar{w}_l^k + \underline{w}_l^k} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \underline{w}_r^{new,k} &= \underline{w}_r^{old,k} + \eta * 0.5 * e_p \\ & * \frac{y_r^k - \hat{y}_r^k * \underline{f}_r^k - f_r^k}{\sum_{j=1}^M f_r^j * \bar{w}_r^k + \underline{w}_r^k} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_r^{new,k} &= \bar{w}_r^{old,k} + \eta * 0.5 * e_p \\ & * \frac{y_r^k - \hat{y}_r^k * \bar{f}_r^k - f_r^k}{\sum_{j=1}^M f_r^j * \bar{w}_r^k + \underline{w}_r^k} \end{aligned} \quad (19)$$

در روابط فوق $k = 1, 2, \dots, M$ تعداد قواعد است. در روابط

(۲۰) تا (۲۳) بروزرسانی پارامترهای قسمت نتیجه بیان شده است.

$$\begin{aligned} c_{k,i}^{new} &= c_{k,i}^{old} + \eta 0.5 e_p \\ & \left[\frac{f_r^k}{\sum_{k=1}^M f_r^k} + \frac{f_l^k}{\sum_{k=1}^M f_l^k} \right] x_i \end{aligned} \quad (20)$$

$$c_{k,0}^{new} = c_{k,0}^{old} + \eta 0.5 e_p \left[\frac{f_r^k}{\sum_{k=1}^M f_r^k} + \frac{f_l^k}{\sum_{k=1}^M f_l^k} \right] \quad (21)$$

$$\begin{aligned} s_{k,i}^{new} &= s_{k,i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p * \\ & \left[\frac{f_r^k}{\sum_{k=1}^M f_r^k} - \frac{f_l^k}{\sum_{k=1}^M f_l^k} \right] * |x_i| \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} s_{k,0}^{new} &= s_{k,0}^{old} + \eta * 0.5 * e_p * \\ & \left[\frac{f_r^k}{\sum_{k=1}^M f_r^k} - \frac{f_l^k}{\sum_{k=1}^M f_l^k} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

روابط بروزرسانی پارامترهای قسمت شرط یعنی مرکز و انحراف

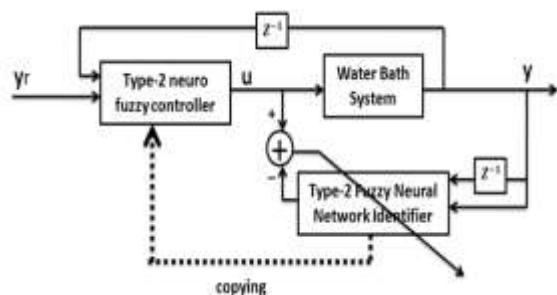
معیار توابع عضویت گوسی به صورت روابط (۲۴) تا (۲۶) است.

$$\begin{aligned} m_{k,i}^{new} &= m_{k,i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p * \\ & \left[\frac{y_l^k - \hat{y}_l^k * \frac{\partial f_l^k}{\partial m_{k,i}}}{\sum_{j=1}^M f_l^j * \frac{\partial f_l^k}{\partial m_{k,i}}} + \frac{y_r^k - \hat{y}_r^k * \frac{\partial f_r^k}{\partial m_{k,i}}}{\sum_{j=1}^M f_r^j * \frac{\partial f_r^k}{\partial m_{k,i}}} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} m_{k,i}^{new} &= m_{k,i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p * \\ & \left[\frac{y_l^k - \hat{y}_l^k * \frac{\partial f_l^k}{\partial m_{k,i}}}{\sum_{j=1}^M f_l^j * \frac{\partial f_l^k}{\partial m_{k,i}}} + \frac{y_r^k - \hat{y}_r^k * \frac{\partial f_r^k}{\partial m_{k,i}}}{\sum_{j=1}^M f_r^j * \frac{\partial f_r^k}{\partial m_{k,i}}} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{k,i}^{new} &= \sigma_{k,i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p * \\ & \left[\frac{y_l^k - \hat{y}_l^k * \frac{\partial f_l^k}{\partial \sigma_{k,i}}}{\sum_{j=1}^M f_l^j * \frac{\partial f_l^k}{\partial \sigma_{k,i}}} + \frac{y_r^k - \hat{y}_r^k * \frac{\partial f_r^k}{\partial \sigma_{k,i}}}{\sum_{j=1}^M f_r^j * \frac{\partial f_r^k}{\partial \sigma_{k,i}}} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

استفاده شده جهت کنترل دمای آب حمام در شکل (۶) نشان داده شده است.

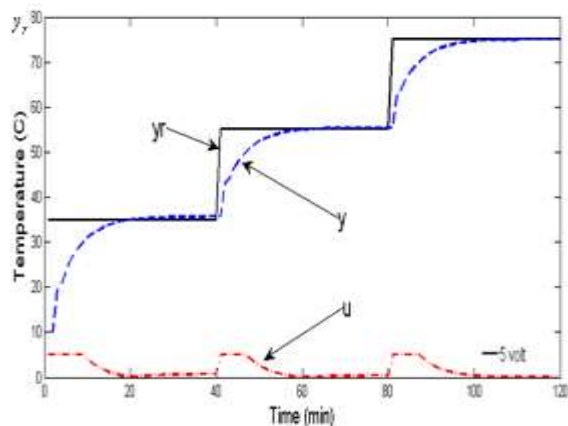


شکل (۶). ساختار کنترل معکوس دمای آب حمام

در ساختار کنترل معکوس استفاده شده جهت کنترل دمای آب حمام (شکل (۶)) ورودی‌های شبکه عصبی فازی نوع-۲ شناساگر $y(k-1)$ و $y(k)$ و ورودی‌های کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲، $y_r(k)$ و $y_r(k-1)$ هستند. برای هر کدام از ورودی‌ها سه تابع عضویت گوسی نوع-۲ با نامعینی در مرکز در نظر گرفته شده است. در اینجا با انتخاب بهینه سه قاعده از نه قاعده، می‌توان تعداد قواعد را کاهش داد. با کاهش تعداد قواعد، تعداد پارامترهای قسمت نتیجه کاهش یافته سرعت شبکه عصبی فازی نوع-۲ در کاربردهای برخط افزایش می‌یابد. سیگنال دمای مرجع به صورت رابطه (۲۹) در نظر گرفته شده است [۲۳].

$$y_r(k) = \begin{cases} 35 & 0 \leq k \leq 40 \text{ (min)} \\ 55 & 41 \leq k \leq 80 \text{ (min)} \\ 75 & 82 \leq k \leq 120 \text{ (min)} \end{cases} \quad (28)$$

در اینجا هدف این است که دمای خروجی سیستم آب حمام، سیگنال دمای مرجع y_r را دنبال کند. در شکل (۷) سیگنال مرجع (y_r) و سیگنال خروجی سیستم کنترل شده با کنترل کننده معکوس تطبیقی عصبی فازی نوع-۲ (y) نشان داده شده است.



شکل (۷). سیگنال مرجع y_r و سیگنال خروجی سیستم کنترل شده با

کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲

خروجی به ورودی سیستم $(\frac{\partial y}{\partial u})$ را هر لحظه محاسبه می‌کند. در اینجا از خطای بین خروجی سیستم و سیگنال مرجع (خروجی مطلوب) و نیز مقدار گرادیان $(\frac{\partial y}{\partial u})$ برای آموزش برخط شبکه عصبی فازی نوع-۲ کنترل کننده استفاده می‌شود [۱۸].

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت ابتدا سیستم دمای آب حمام، که یک سیستم دینامیکی غیرخطی است، معرفی می‌شود و سپس با روش کنترل معکوس (ساختار اول) و به صورت برخط کنترل می‌شود. در [۱۹] با استفاده از کنترل کننده معکوس عصبی فازی بازگشتی پیاده شده بر روی تراشه FPGA، دمای آب حمام کنترل شده است. در این مرجع کنترل معکوس دمای آب با استفاده از کنترل کننده عصبی فازی بازگشتی و با شبکه عصبی با هم مقایسه شده‌اند و برتری سیستم عصبی فازی ارائه شده به شبکه عصبی در کنترل معکوس دمای آب نشان داده شده است. در [۲۰] کنترل معکوس دمای آب با استفاده از کنترل فازی و کنترل عصبی فازی تطبیقی (ANFIS) با هم مقایسه شده‌اند. در این مرجع نشان داده شده است که عملکرد کنترل عصبی فازی تطبیقی در دنبال کردن سیگنال مرجع از کنترل فازی مناسب‌تر است.

معادلات سیستم دمای آب حمام به صورت رابطه (۲۷) بیان می‌شوند [۲۱].

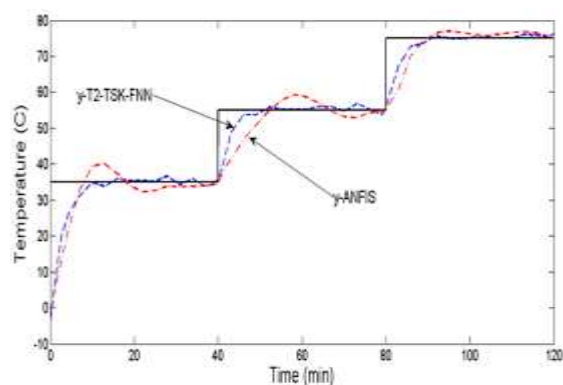
$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{u(t)}{C} + \frac{Y_0 - y(t)}{RC} \quad (27)$$

در رابطه (۲۷) $y(t)$ دمای خروجی سیستم بر حسب درجه سانتیگراد، $u(t)$ نرخ حرارت ورودی به سیستم، Y_0 دمای اتاق، C ظرفیت گرمایی سیستم و R مقاومت حرارتی بین سیستم و محیط اطراف آن است. اگر فرض شود C و R مقادیر ثابت باشند، آنگاه رابطه (۲۷) را می‌توان به صورت رابطه (۲۸) بازنویسی کرد.

$$y(k+1) = e^{-\alpha T_s} y(k) + \frac{\beta}{1 + e^{(0.5y(k) - 40)}} u(k) + (1 - e^{-\alpha T_s}) Y_0 \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)، $\beta = 8 \times 10^{-3}$ ، $\alpha = 1.0015 \times 10^{-4}$ و $Y_0 = 25.0^\circ\text{C}$ است، که این مقادیر از یک سیستم واقعی بدست آمده‌اند [۲۲]. دوره نمونه‌برداری $T_s = 30$ انتخاب می‌گردد. در اینجا $u(k)$ به صورت سیگنال ولتاژ محدود شده از صفر تا پنج ولت است. ساختار کنترل معکوس

کنترل معکوس سیستم آب حمام با پارامترهای نامعین نشان داده شده است.



شکل (۱۰) کارایی سیستم عصبی فازی تطبیقی (ANFIS) و کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲ برای کنترل معکوس سیستم آب حمام با پارامترهای نامعین

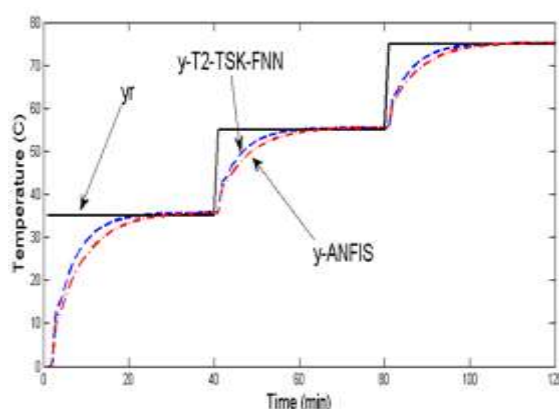
همانطور که در شکل (۱۰) ملاحظه می‌شود، کنترل کننده عصبی فازی تطبیقی (ANFIS) در مقابله با پارامترهای نامعین دچار نوسان شده و بخوبی نتوانسته است که سیگنال دمای مرجع را دنبال کند اما در مقابل کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲ با توجه به منطق فازی نوع-۲ بکار گرفته شده در این کنترل کننده، به خوبی توانسته است در مقابل تغییرات زیاد پارامترها سیگنال دمای مرجع را دنبال کند.

در این مقاله به دلیل استفاده از منطق فازی نوع-۲، نامعینی دینامیک معکوس سیستم به خوبی مدل می‌شود و هرچه دقت شناسایی دینامیک معکوس بیشتر باشد، خطای دنبال کردن در روش کنترل معکوس کمتر خواهد بود. نتایج بدست آمده در این مقاله نشان می‌دهد که پاسخ سیستم بسیار سریع‌تر از روش‌های پیشنهادی در [۲۱-۱۹] و [۲۳] است و سریع‌تر بودن پاسخ منجر به کاهش سیگنال کنترلی می‌شود و همچنین خطای دنبال کردن در مقایسه با مراجع مذکور کمتر است.

۶- نتیجه گیری

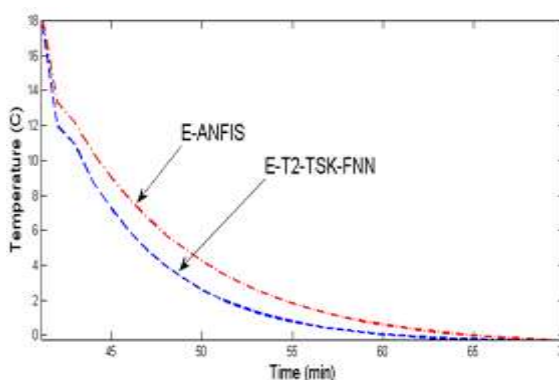
در این مقاله از شبکه عصبی فازی نوع-۲ مدل T-S جهت کنترل معکوس تطبیقی برخط سیستم دمای آب استفاده شد. در این روش که دانش قبلی از سیستم را نیاز ندارد، همزمان شبکه عصبی فازی نوع-۲ دینامیک معکوس سیستم را شناسایی کرده و شبکه در حال آموزش به عنوان کنترل کننده مورد استفاده قرار می‌گیرد. جهت ساده‌سازی ساختار و گسترش کاربردهای برخط این شبکه هم در شناسایی و هم در کنترل از الگوریتم کاهش قواعد (از ۹ قاعده به ۳ قاعده) استفاده شد. توانایی مدل کردن نامعینی‌ها، کارایی شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ را در شناسایی دینامیک معکوس سیستم‌ها نسبت به شبکه‌های عصبی فازی نوع-۱ افزایش داده است. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده برتری شبکه عصبی فازی

در شکل (۸) کارایی سیستم عصبی فازی تطبیقی (ANFIS) و کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲ برای کنترل معکوس سیستم آب حمام نشان داده شده است.



شکل (۸) سیگنال مرجع y_r ، سیگنال خروجی سیستم کنترل شده با کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲ و سیگنال خروجی سیستم کنترل شده با کنترل کننده عصبی فازی تطبیقی (ANFIS)

در شکل (۹) منحنی خطای کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲ و کنترل کننده بر اساس ANFIS در بازه زمانی ۴۰ تا ۷۰ دقیقه نشان داده شده است.



شکل (۹) منحنی خطای کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲ و کنترل کننده بر اساس ANFIS در بازه زمانی ۴۰ تا ۷۰ دقیقه

در اینجا برای نشان دادن توانایی کنترل کننده ارائه شده در مقابله با نامعینی‌ها، فرض می‌شود مقادیر α و β ثابت نبوده و هرکدام در محدوده‌ای متغیر باشند. فرض می‌شود که α از 8.5×10^{-5} تا 1.15×10^{-4} یعنی معادل 15% حالتی که ثابت در نظر گرفته شده بود، هر لحظه به صورت تصادفی تغییر کند. همچنین β از 6.88×10^{-3} تا 1.03×10^{-2} یعنی معادل 20% حالتی که ثابت در نظر گرفته شده بود، متغیر باشد. در شکل (۱۰) کارایی سیستم عصبی فازی تطبیقی (ANFIS) و کنترل کننده عصبی فازی نوع-۲ برای

- [12] Hagrass H.A., 2004, "A hierarchical type-2 fuzzy logic control architecture for autonomous mobile robots", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 12, No. 4, Pages: 524-539.
- [13] LI Ch.-D., YI J.-Q., YU Y. and ZHAO D.-B., 2010, "Inverse Control of Cable-driven Parallel Mechanism Using Type-2 Fuzzy Neural Network", ACTA AUTOMATICA SINICA, Vol. 36, No. 3, Pages: 459-464.
- [14] Kadhim H. H., May 2011, "Self Learning of ANFIS Inverse Control using Iterative Learning Technique", International Journal of Computer Applications, Vol. 21, No. 8, Pages: 24-29.
- [15] Roger Jang W.-H., Yeh C.-Y. and Lee S.-J., 2009, "General Type-2 Fuzzy Neural Network with Hybrid Learning for Function Approximation", IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Korea.
- [16] Karnik N. N., Mendel J. M. and Liang Q., 1999, "Type-2 Fuzzy Logic Systems", IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol. 7, No. 6, Pages: 643-658.
- [17] Singh M., Srivastava S., Hanmandlu M., Gupta J.R.P., 2009, "Type-2 fuzzy wavelet networks (T2FWN) for system identification using fuzzy differential and Lyapunov stability algorithm", Applied Soft Computing, Vol. 9, Pages: 977-989.
- [18] Li J. and Jinshou Y., 2002, "Nonlinear Hybrid Adaptive Inverse Control Using Neural Fuzzy System And Its Application To CSTR Systems", Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, Shanghai, P.R.China.
- [19] Juang C.-F. and Chen J.-S., 2006, "Water Bath Temperature Control by a Recurrent Fuzzy Controller and Its FPGA Implementation", IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol. 53, No. 3, Pages: 941-949.
- [20] Mangar L. O., Rathee V., 2009, "A Comparative Study between Fuzzy Logic Control and Adaptive Neuro-Fuzzy Control for Water Bath System", Second International Conference on Emerging Trends in Engineering and Technology, ICETET.
- [21] Lin C.-T., Juang C.-F., Li C.-P., 2000, "Water bath temperature control with a neural fuzzy inference network", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 111, Pages: 285-306.
- [22] Tanomaru J., Omatu S., 1992, "Process control by on-line trained neural controllers", IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol. 39, No.6, Pages: 511-521.
- [23] Lin C.-J., Lee C.-Y. and Chin C.-C., 2006, "Temperature control using neuro-fuzzy controllers with compensatory operations and wavelet neural networks", Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, Vol. 17, Pages: 145-157.
- نوع-۲ مدل T-S به ANFIS در کنترل معکوس تطبیقی دمای آب جهت دنبال کردن سیگنال دمای مرجع است.
- ### مراجع
- [1] Castro J. R., Castillo O., Martínez L. G., 2007, "Interval Type-2 Fuzzy Logic Toolbox", Engineering Letters, EL_15_1_14, Pages: 1-15.
- [2] Castillo O. and Melin P., Type-2 Fuzzy Logic: Theory and Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008.
- [3] Castro J. R., Castillo O., Melin P., Rodríguez-Díaz A., 2009, "A hybrid learning algorithm for a class of interval type-2 fuzzy neural networks", journal of Information Sciences, Vol. 179, Pages: 2175-2193.
- [4] Abiyev R. H., Kaynak O., Alshanebleh T., Mamedov F., 2011, "A Type-2 Neuro-Fuzzy System Based on Clustering and Gradient Techniques Applied to System Identification and Channel Equalization", Applied Soft Computing, Vol. 11, Pages: 1396-1406.
- [5] Martínez R., Castillo O., Aguilar L. T., 2009, "Optimization of interval type-2 fuzzy logic controllers for a perturbed autonomous wheeled mobile robot using genetic algorithms", Information Sciences, Vol. 179, Pages: 2158-2174.
- [6] Kwun Oh S., Jang H.J., Pedrycz W., 2011, "A comparative experimental study of type-1/type-2 fuzzy cascade controller based on genetic algorithms and particle swarm optimization", Expert Systems with Applications, Vol. 38, Pages: 11217-11229.
- [7] Karnik N.N., Mendel J.M., 1999, "Application of type-2 fuzzy logic systems to forecasting of time-series", Information Sciences, Vol. 120, Pages: 89-111.
- [8] Lin F.-J., Shieh P.-H., Hung Y.-C., 2008, "An intelligent control for linear ultrasonic motor using interval type-2 fuzzy neural network", IET Electric Power Applications, Vol. 2, No. 1, Pages: 32-41.
- [9] Liang Q., Mendel J.M., 2000, "Equalization of nonlinear time-varying channels using type-2 fuzzy adaptive filters", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 8, No. 5, Pages: 551-563.
- [10] Lin T.-C., 2010, "Based on interval type-2 fuzzy-neural network direct adaptive sliding mode control for SISO nonlinear systems", Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, Vol. 15, Pages: 4084-4099.
- [11] Hwang C., Rhee F.C.-H., 2007, "Uncertain fuzzy clustering: interval type-2 fuzzy approach to C-means", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 15, No. 1, Pages: 107-120.

کنترل مقاوم و شکل دهی مجموعه نامعینی حاصل از شناسایی سیستم

وحید آیین فر^۱، حمیدرضا مؤمنی^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، V.Aeinfar@Modares.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، Momeni_h@Modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۸/۲۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۶/۳۰)

چکیده: یک نقطه ضعف مهم در ارتباط با طراحی کنترل کننده مقاوم برای مدل های به دست آمده از شناسایی به روش خطای پیش بینی این است که روش های طراحی کنترل مقاوم بسیار قلیلی مستقیماً با نواحی عدم قطعیت بیضوی، به دست آمده از آزمایش شناسایی سیستم سازگار هستند. مدل های به دست آمده از آزمایش شناسایی سیستم در چارچوب خطای پیش بینی در یک مجموعه عدم قطعیت بیضوی جای می گیرند. در این مقاله یک روش توام طراحی سیگنال ورودی/کنترل کننده مقاوم ارائه می شود که پایداری سیستم حلقه بسته و ارضای کارایی مقاوم مورد نظر را با استفاده از مدل های به دست آمده از داده های آزمایش تضمین کند. از پارامتری کردن بعد محدود طیف سیگنال ورودی برای نمایش مسئله طراحی ورودی به صورت یک مسئله بهینه سازی محدب استفاده شده است. همچنین از روش طراحی کنترل کننده مقاوم H_∞ برای سیستم های با عدم قطعیت بیضوی استفاده شده و ویژگی های H_∞ داده شده بر روی تابع تبدیل حلقه بسته به صورت شروط کافی بر روی سیگنال ورودی مورد استفاده در آزمایش شناسایی سیستم تعبیر می گردند.

کلمات کلیدی: شناسایی برای کنترل، کنترل مقاوم، عدم قطعیت بیضوی، بهینه سازی محدب، بهینه سازی LMI.

Robust Control and Uncertainty Set Shaping Obtained by System Identification

Vahid Aeinfar, Hamidreza Momeni

Abstract: An important shortcoming about designing robust control for models generated from prediction error identification is that very few control design methods directly match the ellipsoidal parametric uncertainty regions that are generated by such identification methods. Models obtained from identification experiments in prediction error framework lie in an ellipsoid uncertainty region. In this contribution we present a joint robust control/input design procedure which guaranties stability and prescribed closed-loop performance using models identified from experimental data. Finite dimensional parameterization of the input spectrum is used to represent the input design problem as a convex optimization. A method for fixed-order H_∞ controller design for systems with ellipsoidal uncertainty is used and given H_∞ specifications on the closed-loop transfer function are translated into sufficient requirements on the input signal used to identify the system.

Keywords: Identification for Control, Robust Control, Ellipsoidal Uncertainty, Convex Optimization, LMI Optimization.

۱- مقدمه

که با این هدف ارائه شده اند، هدف کلی توانایی طراحی کنترل کننده ای است که پایداری و کارایی مقاوم از پیش تعیین شده ای را برای مدل های به دست آمده از داده های آزمایشگاهی تضمین کند.

در این مقاله با ارائه روشی کاربردی، شناسایی سیستم در چارچوب خطای پیش بینی به تئوری کنترل مقاوم مرتبط شده است. در سایر مقالاتی

و کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت در شناسایی سیستم ارائه شده‌است، در [۱۲] نیز یک روش برای طراحی توام کنترل‌کننده مقاوم و سیگنال ورودی در شناسایی سیستم ارائه شده است. در دو روش فوق از یک ماتریس لیاپانوف و چند جمله‌ای مرکزی ثابت برای همه مدل‌های درون مجموعه عدم قطعیت در طراحی کنترل‌کننده مرتبه ثابت استفاده شده‌است که به محافظه‌کاری منجر می‌شود.

در این مقاله از ایده ارائه شده در [۶] برای پارامتری کردن مسئله طراحی ورودی و نمایش به صورت LMI و ایده ارائه شده در [۷] برای طراحی کنترل‌کننده مقاوم مرتبه ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی استفاده شده و روشی کاربردی برای طراحی توام سیگنال ورودی و کنترل مقاوم در شناسایی سیستم ارائه شده است.

در ادامه مقاله، مقدمات هر دو مبحث طراحی ورودی در شناسایی سیستم و همچنین طراحی کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی در بخش دوم بیان شده‌اند. در بخش سوم، روش توام برای طراحی همزمان سیگنال ورودی و کنترل مقاوم در شناسایی سیستم ارائه شده است. بخش چهارم حاوی نتایج عددی شبیه‌سازی روش ارائه شده بر روی یک سیستم واقعی و مقایسه با روش‌های موجود بوده و کارایی این روش را اثبات می‌کند. در بخش پنجم نیز نتیجه‌گیری و نکات پایانی ارائه شده‌است.

۲- پیش نیازها و تعریف مسئله

۱.۲ طراحی ورودی در شناسایی سیستم

برای طراحی ورودی در شناسایی سیستم به هدف طراحی کنترل‌کننده در سیستم‌های گسسته‌زمان، خطی، تغییر ناپذیر با زمان تک ورودی-تک خروجی، فرض کنید که سیستم توسط

$$M: y(t) = G(z, \theta)u(t) + H(z, \theta)e(t) \quad (1)$$

تعریف می‌شود که در آن، $y(t)$ خروجی، $u(t)$ ورودی و $e(t)$ نویز سفید با میانگین صفر و واریانس محدود می‌باشد. دینامیک سیستم و نویز به ترتیب توسط توابع تبدیل $G(z, \theta)$ و $H(z, \theta)$ مدل می‌شوند که با استفاده از بردار پارامترها $\theta \in \Theta \subset R^n$ پارامتری شده‌اند. در این مسئله حالتی را در نظر می‌گیریم که مدل به اندازه کافی کارآمد است که بتواند دینامیک سیستم واقعی S را شناسایی کند. به عبارت دیگر سیستم واقعی به مجموعه مدل تعلق داشته باشد ($S \in M$) تعلق سیستم واقعی به مجموعه مدل به این معنی است که یک بردار پارامتر $\bar{\theta}$ وجود داشته باشد که $G(\bar{\theta}) = G_0$ و $H(\bar{\theta}) = H_0$ در روابط فوق G_0 نشان دهنده تابع تبدیل سیستم واقعی و H_0 یک تابع تبدیل مونیک (Monic) پایدار و معکوساً پایدار است و رابطه $\lambda_0 = |H_0(e^{j\omega})|^2$ را برآورده می‌کند. $\Phi_v(\omega)$ نیز طیف نویز جمع‌شونده با خروجی و λ_0 یک مقدار ثابت است که می‌تواند به عنوان واریانس e در نظر گرفته شود، [۶].

مدل‌های به‌دست آمده از آزمایش شناسایی سیستم به دلیل وجود نویز اندازه‌گیری و همچنین ناپیچینی‌های موجود در ساختار مدل دارای عدم قطعیت می‌باشند، [۱]. اگر مدل یک سیستم دقیق باشد، این مدل برای همه کاربردها بهینه می‌باشد. اما اگر مدل تنها تقریبی از سیستم واقعی باشد، کیفیت مدل باید به کاربرد مورد نظر مدل وابسته باشد. بر این اساس، طراحی آزمایش با در نظر گرفتن هدفی که مدل قرار است برای آن مورد استفاده قرار گیرد معنا می‌یابد. به عبارت دیگر باید تضمین کنیم که توزیع خطای مدل به گونه‌ای باشد که بر هدف مورد نظر ما زیاد تأثیر گذار نباشد. مطالب فوق ما را به سمت مبحث شناسایی هدفدار راهنمایی کرده و به ما اجازه می‌دهد که مسئله شناسایی سیستم را به عنوان یک مسئله طراحی در نظر بگیریم، [۲]. به عنوان مثال فرض کنید هدف شناسایی سیستم $G_0(s) = \frac{1}{s+1}$ بوده و پس از انجام آزمایش شناسایی سیستم، مدل $G(s) = \frac{1}{s}$ از سیستم به‌دست آمده است. حال اگر کاربرد مدل دستیابی به دینامیک واقعی سیستم باشد، مدل به‌دست آمده از سیستم برای این منظور مناسب نمی‌باشد. ولی اگر هدف از شناسایی سیستم، طراحی یک کنترل‌کننده دینامیک با بهره بالا باشد، مدل به‌دست آمده کاملاً مناسب بوده و نیازی به صرف هزینه بیشتر برای دستیابی به مدل دقیقتر نمی‌باشد.

در [۳] یک روش بازگشتی طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی ارائه شده‌است. در [۴] نشان داده شده‌است که مسئله کنترل مقاوم برای عدم قطعیت بیضوی می‌تواند به صورت یک مسئله بهینه‌سازی محدب بیان شود. مسئله طراحی کنترل‌کننده مرتبه ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت بیضوی در [۵ و ۱۱] بررسی شده‌اند. در این مسائل تنها پایداری سیستم نامعین تحقیق شده است. در [۶] روشی برای نمایش مسائل طراحی ورودی در چارچوب خطای پیش‌بینی به عنوان مسائل بهینه‌سازی محدب ارائه شده‌است و از لم KYP برای نمایش به صورت نامساوی ماتریسی خطی (LMI) استفاده شده است. مسئله طراحی کنترل‌کننده فیدبک حالت H_∞ برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری نیز در [۱] ارائه شده است. در [۱] فرض شده‌است که تنها یکی از ماتریس‌های فضای حالت A یا C به پارامترهای نامعین وابسته باشد. علاوه بر این از یک ماتریس لیاپانوف مشترک برای همه سیستم‌ها درون مجموعه مدل استفاده شده‌است که به محافظه‌کاری شدیدی منجر می‌شود. در [۷] مسئله طراحی کنترل‌کننده مرتبه ثابت H_∞ برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی بر اساس یک تابع لیاپانوف پارامتری مورد بررسی قرار گرفته و با استفاده از مفهوم اکیدا حقیقی مثبت (SPR) در مورد توابع تبدیل، یک روش طراحی کنترل مقاوم مرتبه‌ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی بر اساس جواب یک دسته از نامساوی‌های ماتریسی خطی ارائه شده‌است. در [۸] روشی برای طراحی کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی و روشی برای طراحی توام سیگنال ورودی

خواص مجانبی (۲) برای حالتی که $S \in M$ و برای N به اندازه کافی بزرگ، ایجاب می‌کند که تخمین پارامتر به طور تقریبی با احتمال p در درون ناحیه عدم قطعیت بیضوی زیر قرار گیرد، [۹].

$$U_\theta = \{\theta \mid N(\theta - \bar{\theta})^T P^{-1}(\bar{\theta})(\theta - \bar{\theta}) \leq \chi(n, p)\} \quad (۴)$$

رابطه (۳) برای معکوس ماتریس کواریانس $P^{-1}(\bar{\theta})$ نشان می‌دهد که طیف ورودی تنها کمیت وابسته به ورودی است که می‌تواند بر روی ماتریس کواریانس تخمین، $P(\bar{\theta})$ تأثیر گذار باشد و برای معیارهای کیفی وابسته به $P(\bar{\theta})$ ، طیف ورودی تنها کمیتی است که می‌تواند برای برقراری محدودیت‌های کیفی مورد استفاده قرار گیرد.

طیف سیگنال ورودی u طبق رابطه زیر تعریف می‌گردد

$$\Phi_u(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{|k|} e^{-j\omega k} \quad (۵)$$

که در آن

$$r_k = Eu(t)u(t-k) \quad (۶)$$

ضرایب همبستگی می‌باشند. با تغییر مناسب توابع پایه می‌توان رابطه (۵) را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\Phi_u(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{c}_{|k|} B_k(e^{j\omega}) \quad (۷)$$

که توابع پایه $\{B_k\}_{k=0}^{\infty}$ توابع تبدیل کسری پایدار و سره بوده و ضرایب $\tilde{c}_k$ نیز باید به گونه‌ای باشند که

$$\Phi_u(\omega) \geq 0, \forall \omega \quad (۸)$$

با این وجود، استفاده از تعداد نامتناهی پارامتر غیرعملی می‌باشد و این پارامتری کردن باید به گونه‌ای محدود گردد. یک راه حل استفاده از پارامتری کردن بعد محدود می‌باشد، یعنی:

$$\Phi_u = \sum_{k=-(M-1)}^M \tilde{c}_{|k|} B_k \quad (۹)$$

که M یک عدد صحیح مثبت است. این نوع از پارامتری کردن در [۶] به عنوان "پارامتری کردن بعد محدود طیف ورودی" نامگذاری و نشان داده شده‌است که به جای پارامتری کردن طیف ورودی، می‌توان از پارامتری کردن قسمت حقیقی مثبت آن استفاده کرد، یعنی:

با نمایش تخمین پارامترها بر اساس N سری داده‌های ورودی-خروجی به صورت $\hat{\theta}_N$ ، نتایج مهمی در ارتباط با خواص مجانبی تخمین پارامترها به دست می‌آید که عبارتند از، [۹].

$$\begin{aligned} \sqrt{N}(\hat{\theta}_N - \bar{\theta}) &\rightarrow N(0, P(\bar{\theta})) \text{ as } N \rightarrow \infty \\ \lim_{N \rightarrow \infty} NE(\hat{\theta}_N - \bar{\theta})(\hat{\theta}_N - \bar{\theta})^T &= P(\bar{\theta}) \\ P(\bar{\theta}) &= \lambda_0 [E[\psi(t, \bar{\theta})\psi^T(t, \bar{\theta})]] \\ \psi(t, \bar{\theta}) &= \frac{d}{d\theta} \hat{y}(t, \bar{\theta}) \end{aligned} \quad (۲)$$

این نتایج نشان می‌دهد که اگر سیستم واقعی درون مجموعه مدل قرار داشته باشد، تخمین پارامترها به سمت پارامترهای سیستم واقعی میل می‌کند و ماتریس کواریانس خطای تخمین با نسبت $1/N$ کاهش می‌یابد. با این وجود تعداد داده‌های آزمایش تنها کمیتی نیست که بر صحت تخمین تأثیر گذار است. با در نظر گرفتن عملیات حلقه-باز، معکوس ماتریس کواریانس، $P^{-1}(\bar{\theta})$ ، تابعی خوش تعریف (Affine) از طیف ورودی بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود، [۹]

$$P^{-1}(\bar{\theta}) = \frac{1}{2\pi\lambda_0} \int_{-\pi}^{\pi} F_u(e^{j\omega}, \bar{\theta}) \Phi_u(\omega) F_u^*(e^{j\omega}, \bar{\theta}) d\omega + R_0(\bar{\theta}) \quad (۳)$$

$$R_0(\bar{\theta}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F_e(e^{j\omega}, \bar{\theta}) F_e^*(e^{j\omega}, \bar{\theta}) d\omega$$

$$\text{که در آن } F_u(\bar{\theta}) = H^{-1}(\bar{\theta}) \frac{dG(\bar{\theta})}{d\theta} \text{ و } F_e(\bar{\theta}) = H^{-1}(\bar{\theta}) \frac{dH(\bar{\theta})}{d\theta}$$

رابطه (۳) به خوبی نشان می‌دهد که چگونه واریانس خطا به طیف سیگنال ورودی بستگی دارد. بر این اساس ورودی‌های با طیف‌های متفاوت به طرق مختلفی واریانس خطا را تحت تأثیر قرار می‌دهند. بنابراین رابطه (۳) رابطه‌ای بسیار مفید در بحث طراحی ورودی می‌باشد. در حالت حلقه-باز، طیف ورودی تنها کمیتی است که می‌توان از آن برای شکل دادن به ماتریس کواریانس مجانبی استفاده کرد، [۶]

با توجه به رابطه (۳)، معکوس ماتریس کواریانس به واسطه $\bar{\theta}$ به سیستم واقعی وابسته است که در کاربردهای عملی این موضوع به یک نقطه ضعف در مسئله طراحی ورودی تبدیل می‌شود. برای حل این مشکل در کاربردهای عملی، می‌توان روش طراحی بهینه را با یک روش دو مرحله‌ای جایگزین نمود. در مرحله اول با استفاده از سیگنال‌های معمول و کلاسیک شناسایی سیستم مانند نویز سفید یا سیگنال‌های باینری شبه تصادفی (PRBS) یک مدل اولیه از سیستم تخمین می‌زنیم. در مرحله دوم مدل تخمینی به دست آمده از مرحله اول را جایگزین سیستم واقعی در مسئله طراحی ورودی می‌کنیم.

که در آن $N(z, \theta)$ و $M(z, \theta)$ دوچندجمله‌ای و پارامتر $\theta = [\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_{n-1}]^T \in R^n$ برداری است که G را پارامتری می‌کند. عدم قطعیت مدل توسط ناحیه عدم قطعیت پارامتری بیضوی نمایش داده می‌شود و پارامترها در درون یک بیضی به مرکز تخمین نامی $\bar{\theta}$ قرار می‌گیرند. این ناحیه عدم قطعیت بیضوی توسط رابطه زیر تعریف می‌گردد.

$$U = \{\theta | (\theta - \bar{\theta})^T R_e (\theta - \bar{\theta}) \leq 1\} \quad (15)$$

برای ساده سازی روابط، متغیر $\Delta = [\theta^T \ 1]^T$ را در نظر بگیرید. بنابراین مجموعه عدم قطعیت عبارت است از:

$$U = \{\Delta | \Delta^T U_0 \Delta \geq 0\} \quad (16)$$

که در آن:

$$U_0 = \begin{pmatrix} -R_e & R_e \bar{\theta} \\ \bar{\theta}^T R_e & 1 - \bar{\theta}^T R_e \bar{\theta} \end{pmatrix} \quad (17)$$

سیستم حلقه بسته استاندارد فیدبک واحد را در نظر بگیرید، در اینجا هدف طراحی کنترل‌کننده مرتبه ثابت

$$K(z) = \frac{X(z)}{Y(z)} = \frac{x_0 z^m + x_1 z^{m-1} + \dots + x_m}{z^m + y_1 z^{m-1} + \dots + y_m} \quad (18)$$

به گونه‌ای است که سیستم حلقه-بسته پایدار شده و کارایی H_∞ زیر تضمین گردد.

$$\|W(z)V(z, \Delta)\|_\infty = \left\| \frac{S(z, \Delta)}{L(z, \Delta)} \right\|_\infty < \gamma \quad (19)$$

که $V(z, \Delta)$ می‌تواند هر تابع تبدیل حلقه بسته‌ای مانند تابع حساسیت، مکمل حساسیت و یا تابع حساسیت ورودی و $W(z)$ نیز یک فیلتر وزنه مناسب می‌باشد. با در نظر گرفتن مفهوم SPR بودن ارائه شده در لم ۱، تعریف زیر در [۱۰] ارائه شده است.

تعریف ۱: دو تابع تبدیل SPR هم‌مرتبه $H_1(z)$ و $H_2(z)$ با تحقق‌های فضای حالت (A_1, B_1, C_1, D_1) و (A_2, B_2, C_2, D_2) را SPR با تابع لیپانوف مشترک یا CL-SPR می‌نامند اگر H_1 و H_2 نامساوی لم KYP (نامساوی (۱۱)) را با یک ماتریس لیپانوف Q برآورده سازند، [۱۰].

لم ۳: [۱۰] چندجمله‌ای $S(z)$ و دو چندجمله‌ای هم‌مرتبه $L(z)$ و $E(z)$ (چند جمله‌ای مرکزی) را در نظر بگیرید. آنگاه $\|S(z)/L(z)\|_\infty < \gamma$ اگر توابع تبدیل زیر CL-SPR باشند.

$$\begin{aligned} \Phi_u(\omega) &= \Psi(e^{j\omega}) + \Psi^*(e^{j\omega}) \\ \Psi(e^{j\omega}) &= \sum_{k=0}^{M-1} \tilde{c}_k B_k(e^{j\omega}) \end{aligned} \quad (10)$$

با در نظر گرفتن پارامتری کردن قسمت حقیقی مثبت، می‌توان از مفهوم SPR بودن برای برقراری شرط (۸) برای طیف ورودی استفاده نمود و در نتیجه لم KYP کاربرد پیدا می‌کند.

لم ۱: [۶] تابع تبدیل $SPR, H(z) = C(zI - A)^{-1}B + D$ است اگر و فقط اگر ماتریس $Q = Q^T > 0$ وجود داشته باشد که:

$$K(Q, \{A, B, C, D\}) = \begin{bmatrix} Q - A^T Q A & C^T - A^T Q B \\ C - B^T Q A & D + D^T - B^T Q B \end{bmatrix} > 0 \quad (11)$$

در اینجا با در نظر گرفتن تحقق فضای حالت کانونی کنترل‌کننده $\{A, B, C, D\}$ از $\Psi_u(\omega)$ ، ماتریس‌های حالت و ورودی A و B مقادیر ثابت بوده و می‌توان از لم KYP برای نمایش شرط مثبت بودن (۸) به صورت LMI استفاده نمود.

با استفاده از پارامتری کردن بعد محدود طیف ورودی به فرم (۱۰)، ثابت شده است که می‌توان معکوس ماتریس کواریانس $P^{-1}(\bar{\theta})$ را نیز به صورت تابع خوش تعریفی از متغیرهای پارامتری‌کننده طیف ورودی نوشت.

لم ۲: [۶] فرض کنید طیف ورودی توسط متغیرهای $\tilde{c}_k$ به صورت رابطه (۱۰) پارامتری شده است. سپس معکوس ماتریس کواریانس نیز توسط همین متغیرها به صورت زیر پارامتری می‌شود.

$$P^{-1}(\bar{\theta}) = R_0(\bar{\theta}) + \sum_{k=0}^{M-1} \tilde{c}_k B_k^p(\bar{\theta}) \quad (12)$$

که در آن:

$$B_k^p(\bar{\theta}) = \frac{1}{2\pi\lambda_0} \int_{-\pi}^{\pi} F_u(e^{j\omega}, \bar{\theta}) [B_k(e^{j\omega}) + B_k^*(e^{j\omega})] F_u^*(e^{j\omega}, \bar{\theta}) d\omega \quad (13)$$

۲.۲ طراحی کنترل‌کننده مرتبه ثابت H_∞ برای سیستم‌های

با عدم قطعیت پارامتری بیضوی

تابع تبدیل یک سیستم نامعین تک ورودی-تک خروجی، گسسته و تغییر ناپذیر با زمان زیر را در نظر بگیرید

$$G(z, \theta) = \frac{N(z, \theta)}{M(z, \theta)} = \frac{\theta_0 z^p + \theta_1 z^{p-1} + \dots + \theta_p}{z^q + \theta_{p+1} z^{q-1} + \dots + \theta_{n-1}} \quad (14)$$

درون مجموعه مدل در نظر گرفت، یعنی $\forall \Delta \in U, P = P(\Delta)$ اما این روش محافظه کاری زیادی را ایجاد می‌کند. یک روش بهبود یافته، استفاده از ماتریس لیپانوف وابسته پارامتری است که به محافظه کاری کمتری منجر می‌شود، [7]. با در نظر گرفتن ساختار

$$P(\Delta) = (I_t \otimes \Delta^T) P_q (I_t \otimes \Delta) \quad (24)$$

برای ماتریس لیپانوف که در آن $\otimes$ نشان دهنده ضرب کرانکر می‌باشد، می‌توان یک تقریب با بعد محدود از (23) برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی ارائه داد، [7]. بنابراین می‌توان ماتریس‌های $\Pi, \Gamma(\Delta), I_t, R$ به صورت $\Pi = (I_{t+1} \otimes \Delta^T) \Pi_q$ ، $I_t = (I_t \otimes \Delta^T) \Lambda_q$ ، $\Gamma(\Delta) = (I_{t+1} \otimes \Delta^T) \Gamma_q$ ، $R = R_q (I_t \otimes \Delta)$ و $\Psi(\Delta) = \Delta^T \Psi_q (I_t \otimes \Delta)$ نمایش داد که ماتریس‌های $\Pi_q, \Gamma_q, \Lambda_q, R_q, \Psi_q$ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$R_q = [(0_{(n+1) \times n} \quad r_0) \quad \dots \quad (0_{(n+1) \times n} \quad r_t)]$$

$$\Psi_q = [0_{(n+1) \times (nt+t-1)} \quad r_t], \Pi_q = \begin{bmatrix} 0_{(n+1) \times t} \\ \Lambda_q \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_q = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0_{n \times 1} \\ 1 \end{pmatrix} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \begin{pmatrix} 0_{n \times 1} \\ 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_q = \begin{bmatrix} -e_0 \\ \vdots \\ -e_{t-1} \\ 0_{(n+1) \times 1} \end{bmatrix}$$

در [7] با استفاده از تعاریف فوق و استفاده از روند S، شرط با بعد نا محدود $Spr(P(\Delta), \varepsilon, R(z, \Delta), E(z, \Delta)) > 0$ در (23)، با شرط وجود اسکالر $\tau_{spr} > 0$ و ماتریس T_{spr} تعریف شده توسط (27) با جایگزین شده است به گونه‌ای که $f = 2t + 1$

$$H_q(P, \varepsilon, R, E, r_t) - \tau_{spr}(I_{2t+1} \otimes U_0) + T_{spr} > 0 \quad (25)$$

که در آن

$$H_q(P, \varepsilon, R, E, r_t) = \begin{bmatrix} P_q & R_q^T & 0 \\ R_q & 0 & \Psi_q \\ 0 & \Psi_q^T & -P_q \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} \Pi_q + \Gamma_q \\ -\Lambda_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi_q^T + \Gamma_q^T & -\Lambda_q^T \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$H_1(z) = (L(z) - \gamma^{-1} S(z)) / E(z) \quad (20)$$

$$H_2(z) = (L(z) + \gamma^{-1} S(z)) / E(z)$$

در لم 3، تابع تبدیل $S(z)/L(z)$ می‌تواند هر تابع حساسیت وزندار حلقه-بسته‌ای باشد. برای ساده سازی روابط، تعریف زیر، ارائه شده در [7] را در نظر بگیرید.

چند جمله‌ای $R(z, \Delta) = \Delta^T r_t z^t + \Delta^T r_{t-1} z^{t-1} + \dots + \Delta^T r_0$ که تمامی ضرایب آن توابع حقیقی خوش تعریف از بردار پارامتر $\Delta \in U$ می‌باشند را وابسته خطی به پارامتر (LPD) از U می‌نامند اگر $r_0, r_1, \dots, r_t \in R^{n+1}$ همچنین یک سیستم دارای عدم قطعیت خطی تغییر ناپذیر با زمان با تابع تبدیل

$$G(z, \Delta) = \frac{N(z, \Delta)}{M(z, \Delta)} \quad (21)$$

را یک سیستم LPD از U می‌نامند اگر $N(z, \Delta)$ و $M(z, \Delta)$ چند جمله‌های LPD از U باشند، [7]

لم 4: [7] چند جمله‌ای مرکزی $E(z, \Delta)$ که LPD می‌باشد را در نظر بگیرید. آنگاه کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت رابطه (18)، سیستم دارای عدم قطعیت (21) را پایدار کرده و کارایی H_∞ رابطه (19) را برای هر $\Delta \in U$ برآورده می‌کند اگر دو اسکالر حقیقی ε_1 و ε_2 و یک ماتریس متقارن مثبت $P(\Delta) = P(\Delta)^T > 0$ وجود داشته باشد که:

$$Spr(P(\Delta), \varepsilon_1, L(z, \Delta) + \gamma^{-1} S(z, \Delta), E(z, \Delta)) > 0$$

$$Spr(P(\Delta), \varepsilon_2, L(z, \Delta) - \gamma^{-1} S(z, \Delta), E(z, \Delta)) > 0 \quad (22)$$

که در آن:

$$Spr(P(\Delta), \varepsilon, R(z, \Delta), E(z, \Delta)) = \begin{bmatrix} P(\Delta) & R^T \Delta & 0_{t \times t} \\ \Delta^T R & 0 & \Psi(\Delta) \\ 0_{t \times t} & \Psi(\Delta)^T & -P(\Delta) \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} \Pi + \Gamma(\Delta) \\ -I_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi^T + \Gamma(\Delta)^T & -I_t \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$R = [r_0 \quad r_1 \quad \dots \quad r_{t-1}] \quad \Psi(\Delta) = [0_{1 \times (t-1)} \quad \Delta^T r_t]$$

$$E = [e_0 \quad e_1 \quad \dots \quad e_{t-1}] \quad \Pi^T = [0_{t \times 1} \quad I_t]$$

$$\Gamma(\Delta) = \begin{bmatrix} 0_{t \times (t-1)} & -E^T \Delta \\ 0_{1 \times (t-1)} & 0 \end{bmatrix} \text{ و}$$

با استفاده از لم 4، مسئله طراحی کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت H_∞ برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی می‌تواند به صورت یک مسئله بهینه‌سازی با بعد نا محدود نمایش داده شود. برای ساده‌سازی مسئله، یک راه حل این است که یک ماتریس لیپانوف ثابت برای همه مدل‌های

پایدارسازی (در صورت وجود) باشیم که یک کارایی مقاوم مانند (۱۹) را تضمین کند. در بخش ۲-۱ اشاره شد که تخمین پارامترهای $\hat{\theta}_N$ به دست آمده از آزمایش شناسایی سیستم در چارچوب خطای پیش بینی، در داخل ناحیه عدم قطعیت بیضوی (۴) قرار می‌گیرد. بنابراین مسئله طراحی توام به صورت کلی به شکل زیر بیان می‌شود.

minimize

$$\alpha_{\Phi_0}$$

subject to:

$$\Phi_u(\omega) \geq 0; \forall \omega$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_u(\omega) d\omega \leq \alpha \quad (30)$$

$\exists$ fixed-order controller such that

$$\|W(z)V(z,\Delta)\|_{\infty} < \gamma; \forall \omega,$$

$$\forall \Delta \in U$$

به منظور ارائه روش جدید برای طراحی توام سیگنال ورودی و کنترل‌کننده در آزمایش شناسایی سیستم، ناحیه عدم قطعیت به دست آمده از آزمایش شناسایی (۴) باید به شکل (۱۵) نمایش داده شود. بدین منظور فرض کنید

$$R_e = \frac{P^{-1}(\bar{\theta})N}{\chi(n,p)} \quad (31)$$

با این تعریف، پارامتر واقعی سیستم و ماتریس کواریانس تخمین به روش طراحی کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی وارد می‌شود. همانطور که در بخش ۲ اشاره شد، برای نمایش مسئله طراحی ورودی به صورت بهینه سازی محدب، می‌توان از پارامتری نمودن طیف ورودی استفاده کرد. بنابراین با تعریف پارامتری کردن بعد محدود (۹)، می‌توان از لم KYP برای تضمین برقراری شرط مثبت بودن (۸) استفاده نمود. به علاوه با استفاده از این پارامتری کردن، معکوس ماتریس کواریانس $P^{-1}(\bar{\theta})$ و در نتیجه U_0 بر حسب پارامترهای $\tilde{c}_k; k=0,1,\dots,M-1$ پارامتری می‌شوند. پس پارامتری کردن ناحیه عدم قطعیت، برای برقراری شرط کارایی (۱۹)، لم ۱ و روابط مربوط به آن یعنی روابط (۲۵) الی (۲۸) می‌تواند مورد استفاده قرار گیرند.

واضح است که با پارامتری کردن U_0 بر حسب $\tilde{c}_k$ ، رابطه (۲۵) بر حسب $\tilde{c}_k$ و τ خطی نمی‌باشد. برای حل این مشکل، با تعریف متغیرهای جدید $\tilde{c}_k = \pi_k; k=0,1,\dots,M-1$ و جایگزین کردن R_e ، می‌توان پارامتری کردن جدیدی از طیف ورودی و در نتیجه معکوس ماتریس کواریانس بر حسب $\tilde{c}_k$ تصور کرد. بنابراین با تعریف

و ماتریس بلوکی T تشکیل شده از ماتریس‌های شبه متقارن $T_{ij} = -T_{ji}^T \in R^{(n+1) \times (n+1)}$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$T = \begin{bmatrix} 0 & T_{21}^T & \dots & T_{f1}^T \\ T_{21} & 0 & & T_{f2}^T \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ T_{f1} & T_{f2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

همچنین شرط $P(\Delta) > 0, \forall \Delta \in U_0$ نیز با شرط وجود یک اسکالر حقیقی مثبت $\tau_p > 0$ و ماتریس T_p (تعریف شده توسط (۲۷) با $f=t$) جایگزین شده است به گونه ای که، [7]

$$P_q - \tau_p(I_t \otimes U_0) + T_p > 0 \quad (28)$$

با استفاده از تعاریف فوق و اعمال در لم ۴، می‌توان مسئله طراحی کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی را به صورت بهینه سازی محدب و در نتیجه به صورت LMI بیان نمود.

همانطور که در [۷] نیز بیان شده است، انتخاب چند جمله‌ای مرکزی $E(z, \Delta)$ مهمترین دلیل پیدایش محافظه کاری در مسئله طراحی کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت می‌باشد. ساده‌ترین انتخاب یک چندجمله‌ای ثابت است که تابع Δ نباشد. اما این انتخاب به جواب‌های شدیداً محافظه کارانه منجر می‌شود. محافظه کاری روش کمتر می‌شود اگر یک کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت $K_0(z) = X_0(z)/Y_0(z)$ وجود داشته باشد که سیستم LPD را برای هر $\Delta \in U$ پایدار کند (بدون در نظر گرفتن کارایی). این کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت می‌تواند با استفاده از روش ارائه شده در [۱۱] محاسبه شده و یا کنترل‌کننده محافظه کارانه به دست آمده توسط چند جمله‌ای مرکزی ثابت باشد. سپس یک انتخاب خوب برای چند جمله‌ای مرکزی عبارت است از:

$$E(z, \Delta) = X_0(z)N(z, \Delta) + Y_0(z)M(z, \Delta) \quad (29)$$

$E(z, \Delta)$ یک چند جمله‌ای مرکزی LPD است که برای هر $\Delta \in U$ پایدار است، [۷].

۳- روش طراحی توام سیگنال ورودی و کنترل‌کننده

در این بخش هدف کلی ایجاد ارتباط بین روش طراحی کنترل‌کننده مرتبه‌ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی (ارائه شده در بخش ۲-۱) و مسئله طراحی ورودی در شناسایی سیستم (ارائه شده در بخش ۲-۲) و ارائه یک روش ترکیبی برای طراحی توام سیگنال ورودی و کنترل در آزمایش شناسایی سیستم می‌باشد. ساختار مدل (۱) که توسط $\theta \in \Theta \subset R^n$ پارامتری شده و کنترل‌کننده مرتبه ثابت (۱۸) را در نظر بگیرید. حال هدف طراحی سیگنال ورودی با حداقل انرژی به گونه‌ای است که قادر به طراحی یک کنترل‌کننده

۴- نتایج عددی شبیه سازی بر روی یک سیستم واقعی

برای نشان دادن کارایی روش ارائه شده، از سیستم مثال ارائه شده در [۱۱] استفاده شده است. این مثال مربوط به تابع تبدیل سیستم دو تانک متصل به هم به صورت سری با بازسازی بخار می‌باشد. تابع تبدیل نامی سیستم عبارت است از:

$$G_0(z) = \frac{0.0028z + 0.0038}{z^2 - 1.1871z + 0.2087} \quad (34)$$

در اینجا به دنبال طراحی یک آزمایش شناسایی سیستم با حداقل تحریک هستیم که ضمن شناسایی پارامترها قادر به طراحی یک کنترل‌کننده مرتبه ثابت مقاوم K باشیم که سیستم حلقه بسته را پایدار کرده و کارایی مقاوم زیر را نیز تضمین کند.

$$\left\| \frac{1}{1 + K(z)G(z)} \right\|_{\infty} = \left\| \frac{S(z, \Delta)}{L(z, \Delta)} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (35)$$

آزمایش شناسایی سیستم را در چارچوب خطای پیش بینی و با ساختار مدل خطای خروجی در نظر بگیرید، یعنی:

$$y(t) = G_0(z)u(t) + e(t) \quad (36)$$

که $G_0(z)$ توسط (۳۴) داده شده و $e(t)$ نیز یک نویز سفید با میانگین صفر و واریانس 0.05 می‌باشد. با در نظر گرفتن تعداد $N = 1000$ داده برای آزمایش شناسایی، انتخاب احتمال 95% برای ناحیه عدم قطعیت در (۱۵) و پارامتری کردن طیف ورودی با $M = 20$ متغیر و توابع پایه $B_k(e^{j\omega}) = e^{-jk\omega}$ می‌توان محدودیت کیفی برای کمینه کردن انرژی سیگنال ورودی در (۳۳) را با شرط $\alpha\tau - r_0 \geq 0$ جایگزین نمود. با استفاده از یک آزمایش پیش شناسایی با سیگنال ورودی نویز سفید و تعداد داده‌های $N_{init} = 500$ می‌توان تخمین اولیه

$$\theta_{init} = [0.0027 \quad 0.0040 \quad -1.1680 \quad 0.1894]^T \quad (37)$$

را به عنوان پارامترهای واقعی سیستم در مسئله طراحی ورودی و کنترل‌کننده مرتبه ثابت در نظر گرفت. همچنین فرض کنید که کنترل‌کننده مرتبه ثابت به صورت زیر پارامتری شده است.

$$K = \frac{x_0 z + x_1}{z + y_1} \quad (38)$$

چند جمله‌ای مرکزی LPD نیز با استفاده از روش ارائه شده در [۱۰] محاسبه شده است. کنترل‌کننده زیر برای سیستم نامی بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت طراحی شده است.

$$\tilde{U}_0 = \begin{pmatrix} -\tilde{R}_e & \tilde{R}_e \bar{\theta} \\ \bar{\theta}^T \tilde{R}_e & \tau - \bar{\theta}^T \tilde{R}_e \bar{\theta} \end{pmatrix} \quad (32)$$

رابطه (۲۵) به یک LMI بر حسب P_q, c_k, τ, T و پارامترهای کنترل‌کننده یعنی $x_0, x_1, \dots, x_m$ و $y_1, \dots, y_m$ تبدیل می‌شود. برای جمع بندی این بخش با در نظر گرفتن لم ۴ و روابط (۲۵) الی (۲۸) می‌توان قضیه زیر را بیان نمود.

قضیه ۱: ساختار مدل (۱) و همچنین ناحیه عدم قطعیت (۴) را در نظر بگیرید. فرض کنید طیف ورودی به شکل (۱۰) پارامتری شده و قسمت حقیقی طیف ورودی $\Psi_u(\omega)$ ، دارای تحقق فضای حالت کانونی کنترل‌پذیری (A, B, C, D) باشد. آنگاه مسئله طراحی توام سیگنال ورودی و کنترل‌کننده در آزمایش شناسایی سیستم که کنترل‌کننده مرتبه ثابت مدل به دست آمده از آزمایش را پایدار کرده و کارایی H_{∞} رابطه (۱۹) را برای هر $\Delta \in U$ برقرار می‌کند، می‌تواند به صورت یک مسئله بهینه سازی محدب پارامتری و به صورت نامساوی ماتریسی خطی، LMI به صورت زیر نمایش داده شود:

minimize α

$$x_0, \dots, x_m, y_1, \dots, y_m, c_0, \dots, c_{M-1}, \\ T_{spr1}, T_{spr3}, T_p, p_q, \tau, \varepsilon_1, \varepsilon_2$$

subject to:

$$H_q(P, \varepsilon_1, L - \gamma^{-1}S, E, I_t - \gamma^{-1}S_t) \\ - (I_{2t+1} \otimes \tilde{U}_0) + T_{spr1} > 0 \quad (33)$$

$$H_q(P, \varepsilon_2, L + \gamma^{-1}S, E, I_t + \gamma^{-1}S_t) \\ - (I_{2t+1} \otimes \tilde{U}_0) + T_{spr2} > 0$$

$$P_q - (I_t \otimes \tilde{U}_0) + T_p > 0$$

$$K(Q, \{A, B, C, D\}) \geq 0$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_u(\omega) d\omega \leq \alpha$$

$$\tau, Q, p_q > 0$$

اثبات: این قضیه کاربرد مستقیم لم ۴، لم ۱ و استفاده از پارامتری کردن بعد محدود می‌باشد.

قابل ذکر است که پارامترهای کنترل‌کننده به صورت خطی در S و L ظاهر می‌شوند و (۳۳) یک مجموعه LMI بر حسب پارامترهای کنترل‌کننده و P_q, c_k, τ, T می‌باشد.

می‌توان به عنوان سیگنال ورودی در آزمایش شناسایی سیستم در نظر گرفت.

برای نشان دادن کارایی روش، حالت سوم یعنی $\gamma = 1.173$ را در نظر بگیرید. با استفاده از روش ارائه شده، یک سیگنال ورودی با انرژی $\alpha = 106$ (شکل ۱) طراحی شده است. مدل نامی و مجموعه عدم قطعیت به دست آمده از آزمایش شناسایی با این سیگنال ورودی به وسیله کنترل‌کننده طراحی شده پایدار بوده و شرط کارایی مقاوم متناسب با $\gamma = 1.173$ را نیز برآورده می‌کند. حالتی را در نظر بگیرید که می‌خواهیم آزمایش شناسایی سیستم را با استفاده از سیگنال‌های کلاسیک شناسایی سیستم مانند PRBS یا نویز سفید انجام دهیم. فرض کنید که سیگنال ورودی را یک نویز سفید با طول داده‌های $N = 1000$ و انرژی ۱۰۶ (همان مقدار انرژی به دست آمده از روش طراحی توام) انتخاب کرده و آزمایش شناسایی سیستم را انجام داده‌ایم. برای مدل نامی و ناحیه عدم قطعیت بیضوی به دست آمده از این آزمایش شناسایی سیستم، نمی‌توان کنترل‌کننده مقاومی طراحی نمود که شرط کارایی مقاوم را برای $\gamma = 1.173$ برآورده کند. در این حالت بهترین کارایی که می‌توان به دست آورد متناسب با $\gamma = 3.035$ می‌باشد. نتایج این شبیه‌سازی به خوبی کارایی روش توام ارائه شده در این مقاله را در ارتباط با مبحث مربوطه یعنی **شناسایی برای کنترل**، نشان می‌دهد.

در این قسمت، به منظور مقایسه روش ارائه شده در این مقاله، با روش ارائه شده در [۱۲]، حالت سوم یعنی کارایی متناسب با $\gamma = 5$ را در نظر بگیرید. با استفاده از روش ارائه شده در بخش سوم، یک سیگنال ورودی با انرژی $\alpha = 25$ و یک کنترل‌کننده مقاوم مرتبه یک طراحی شد که در شکل ۲ ارائه شده است. حال اگر همین مسئله را با استفاده از روش ارائه شده در [۱۲] حل کنیم، کمینه مقدار انرژی ورودی متناسب با $\alpha = 167$ و کنترل‌کننده مرتبه یک زیر به دست می‌آید.

$$K_0 = \frac{191.16z - 40.24}{z + 0.8261} \quad (40)$$

طیف ورودی طراحی شده توسط این روش نیز در شکل ۲ نمایش داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با استفاده از روش ارائه شده در [۱۲]، به یک سیگنال ورودی با ۶ برابر انرژی بیشتر نیاز است که نشان دهنده محافظه‌کاری این روش می‌باشد و همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، این محافظه‌کاری به دلیل استفاده از یک چندجمله‌ای مرکزی و تابع لیپانوف ثابت برای همه مدل‌های داخل مجموعه عدم قطعیت می‌باشد. مقایسه نتایج شبیه‌سازی این دو روش نشان دهنده تاثیر استفاده از چندجمله‌ای مرکزی و تابع لیپانوف وابسته پارامتری در کاهش محافظه‌کاری روش طراحی کنترل‌کننده مقاوم مرتبه ثابت می‌باشد.

$$K_0 = \frac{50.5540z - 11.1954}{z + 0.6801} \quad (39)$$

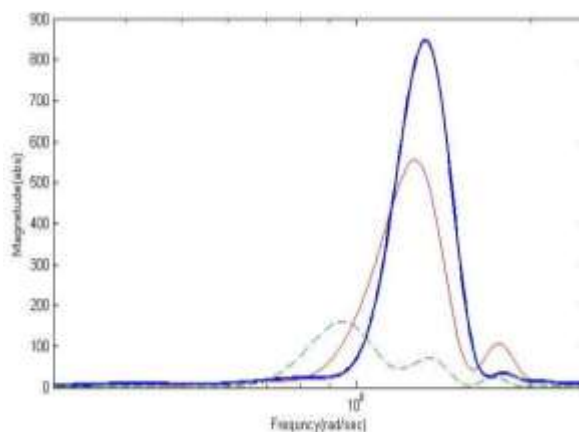
بنابراین چندجمله‌ای مرکزی توسط (۲۹) محاسبه می‌شود.

کوچکترین مقدار α (انرژی سیگنال ورودی) با جستجوی خطی در بین مقادیر قابل قبول در مسئله بهینه‌سازی (۳۳) به دست می‌آید. حل این مسئله، پارامترهای طیف ورودی و کنترل‌کننده را به ما می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی برای سه حد بالای متفاوت بر روی کارایی مقاوم در مسئله (۳۳) در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱: حداقل انرژی و کنترل‌کننده طراحی شده توسط (۳۳)

γ	α	X_0	X_1	Y_1
۵	۲۵	۵۷/۸۶	۰/۸۲۸	۰/۷۲۸۸
۱/۲	۸۵	۳۰/۳۶	۰/۵۴۳	۰/۷۱۹۳
۱/۱۷۳	۱۰۶	۲۸/۴۹	-	۰/۷۱۵۳
۱			۰/۲۸۴	

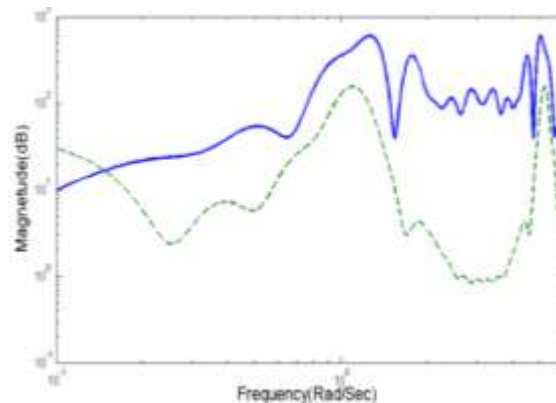
نتایج ارائه شده در جدول ۱ کاملاً با مفاهیم تئوری کنترل مقاوم سازگار است، به این معنی که برقراری کارایی مقاوم (۱۹) با مقادیر کوچکتر γ مستلزم ناحیه عدم قطعیت کوچکتر و این موضوع نیز بر اساس رابطه (۳) نیازمند سیگنال ورودی با انرژی بیشتر برای شناسایی در آزمایش می‌باشد. طیف‌های طراحی شده در شکل ۱ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۱: طیف طراحی شده بهینه: خط ضخیم ممتد: $\gamma = 1.173$ ، خط نازک ممتد $\gamma = 1.2$ ، خط چین $\gamma = 5$

این نتایج نیز کاملاً با درک شهودی ما از مسئله سازگار است، یعنی بیشتر انرژی سیگنال ورودی در محدوده پهنای باند مطلوب سیستم حلقه-بسته که همان محدوده فرکانسی حیاتی برای کارایی مقاوم می‌باشد توزیع شده است. برای به دست آوردن سیگنال ورودی، با داشتن طیف ورودی و با استفاده از روش یول-واکر می‌توان یک فیلتر دیجیتال به گونه‌ای طراحی نمود که پاسخ فرکانسی آن مانند طیف سیگنال ورودی باشد. سپس با اعمال یک نویز سفید بعنوان ورودی به فیلتر، خروجی فیلتر را

- [6] H.Jansson and H.Hjalmarsson, "Input Design via LMIs Admitting Frequency-Wise Model Specification in Confidence region," IEEE Trans. Autom. Control, vol.50, no.10, Oct.2005.
- [7] A.Sadeghzadeh, H.Momeni and A.Karimi, "Fixed-order H_∞ controller design for systems with ellipsoidal parametric uncertainty" International Journal of Control, vol. 84, no. 1, p. 57 – 65..
- [8] A.Sadeghzadeh, H.momeni, " Shaping the Uncertainty Set Resulted from System Identification for Robust Control Design" Journal of Control, Vol. 4, No. 1, Spring 2010
- [9] L. Ljung, System Identification—Theory for the User, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1999
- [10] H.Khatibi and A.Karimi, "Fixed-order H_∞ controller design via convex optimization using an alternative to Youla parameterization," IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. 55, NO. 9, SEPTEMBER 2010
- [11] Henrion, D., Sebek, M., and Kucera, V. (2001), "LMIs for robust stabilization of systems with ellipsoidal uncertainty," in Process Control Conference, Strbske Pleso, Slovakia.
- [12] A.Sadeghzadeh, H.Momeni, "Fixed-order robust H_∞ control and control-oriented uncertainty set shaping for systems with ellipsoidal parametric uncertainty" , Int. J. Robust. Nonlinear Control (2010). DOI: 10.1002/rnc.1614



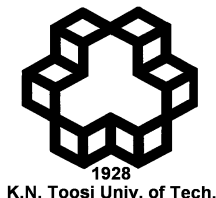
شکل ۲: طیف طراحی شده بهینه: خط ضخیم ممتد: $\gamma = 5$ با استفاده از روش ارائه شده در [۱۲]، خط چین: $\gamma = 5$ با استفاده از روش ارائه شده در بخش سوم.

۵- نتیجه گیری

یک روش جدید برای طراحی توام سیگنال ورودی و کنترل‌کننده مرتبه ثابت مقاوم در آزمایش شناسایی سیستم ارائه شد. به منظور محذب سازی مسئله، از یک روش طراحی کنترل‌کننده مقاوم مرتبه ثابت برای سیستم‌های با عدم قطعیت پارامتری بیضوی و پارامتری کردن طیف ورودی استفاده شد و مسئله به صورت یک مسئله بهینه سازی محذب ارائه شد. پارامترهای کنترل‌کننده و طیف ورودی متغیرهای بهینه سازی بوده و شرط کارایی مقاوم برای سیستم حلقه بسته و کمینه سازی انرژی سیگنال ورودی به صورت شروطی بر روی پارامترهای کنترل‌کننده و طیف ورودی تعبیر شده است. مسئله به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی نمایش داده شد و نتایج شبیه سازی بر روی یک سیستم واقعی، کارایی روش ارائه شده را نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] M.Barenthin, H.Hjalmarsson, "Identification and control: Joint input design and H_∞ state feedback with ellipsoidal parametric uncertainty via LMIs" Automatica 44 (2008) 543 – 551
- [2] Michel Gevers, IDENTIFICATION FOR CONTROL: ACHIEVEMENTS AND OPEN PROBLEMS Center for Systems Engineering and Applied Mechanics (CESAME) Université Catholique de Louvain
- [3] X.Bombois, G.Scorletti, M.Gevers, R.Hildebrand, P.Van den Hof, "Least costly identification experiment for control" Automatica 42 (2006) 1651 – 1662
- [4] Ballamudi RK, Crisalle OD. Robust pole-placement for ellipsoidally uncertain systems. Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, 1995.
- [5] H. F. Raynaud, L. Pronzato, and E. Walter, "Robust identification and control based on ellipsoidal parametric uncertainty descriptions," in European Journal of Control, vol. 6, pp. 245–255, 2000.



Journal of Control (ISSN 2008-8345)



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology, Vol. 5, No. 2, Summer 2011.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Dr. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Dr. H. Khaloozadeh (Associate Prof.), Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikraves, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

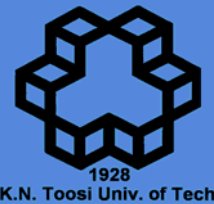
Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Dr. H. Khaloozadeh, Dr. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Dr. S.A. Mousavian, Dr. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Dr. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Dr. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Dr. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan, Dr. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Abbas. Sheri-Moghadam, Prof. Masoud Shafiee., Dr. Hamid Reza Momeni, Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Davod Karimzadegan, Ali Kiani.

Address: Room 241, 2nd floor, No.71, Mousavi Ave. Ferdowsi Sq. Enghelab St. Tehran, Iran.
P.O. Box: 15815-3595 Tel: (+9821) 88813002 Fax: (+9821) 88324979
<http://www.isice.ir>



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control
Engineers and the K.N. Toosi University of Technology**
Vol. 5, No. 2, Summer 2011

Contents

Stability Analysis of Discrete-Time SDRE Filter in Stochastic Domain	1
Hossein Beikzadeh, Hamid D. Taghirad	
Stabilization and Control of Switched Linear Systems with State-Input Logic Constrained: LMI Approach	12
Hamed Molla-Ahmadian, Ali Karimpour, Naser Pariz	
System with Neuro-Fuzzy ANFIS Network by Using Feature Selection with Genetic Algorithm	22
Armita Fatemimoghadam, Arash Sharifi, Mohammad Teshnehlal	
A New Solution for μ Synthesis Problem Using Particle Swarm Optimization Algorithm	34
Ali Lari, Alireza Khosravi	
A Comprehensive Alternative for the Conventional SVM: Reduction Computation Cost	44
Mohammad Tavasoli, Mohammad Tavakoli Bina, Masoud Ali Akbar Golkar	
Adaptive Inverse Control of Nonlinear Dynamical System Using Type-2 Fuzzy Neural Networks	52
Jafar Tavoosi, Mohammad Ali Badamchizadeh, Sehraneh Ghaemi	
Robust Control and Uncertainty Set Shaping Obtained by System Identification	60
Vahid Aeinfar, Hamidreza Momeni	