

I
S
I
C
E

مجله کنترل

ISSN 2008-8345



دانشگاه علوم پزشکی خواجہ نصیر الدین طوسی

نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجہ نصیر الدین طوسی

جلد ۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۰

فهرست مقالات

- ۱ آنالیز خطای یک سیستم ناوبری اینرسی مبتنی بر شتاب سنج و بدون استفاده از ژیروسکوپ

وحید قاسم زاده، جعفر حیرانی نوبری

- ۱۱ ارائه روشی تقریبی برای طراحی دکوپلر و بررسی مصالحه در روش طراحی دوپله ای با استفاده از دکوپلر و حلقه بستن ترتیبی در سیستم های چندمتغیره خطی پایدار

قاسم کرجی، عارف شاه منصوریان

- ۲۴ مقایسه روش های ترکیب اطلاعات مبتنی بر ترکیب بردار حالت در شبکه های چند حسگری

بیژن معاعونی، شیما روحی

- ۳۶ طراحی قانون هدایت با استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم زمان محدود

وحید بهنام گل، ایمان محمد زمان، احمد رضا ولی، نعمت... قهرمانی

- ۴۵ ارزیابی و طراحی مقاوم کنترل STATCOM جهت بهبود پایداری سیستم قدرت با استفاده از الگوریتم بهینه سازی زنبوران عسل

مسعود علی اکبر گلکار، علی احمدیان، امین صفری

- ۵۷ طراحی مسیر بهینه برای یک شناور تندروی پروازی با هدف کمینه سازی زمان

محمد تقی قربانی، حسن سالاریه، نیما اسدیان

- ۶۹ طراحی کنترل کننده حداقل واریانس با استفاده از مدل VARX

یوسف علیپوری، جواد پشتان



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

جلد ۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۰

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخدان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، دکتر حمید خالو زاده، دکتر علیرضا فاتحی

دیر اجرایی: دکتر حمید خالو زاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزنا (استاد) - دکتر حمید خالو زاده (دانشیار) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد) - پروفسور

علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری

(استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری،

دکتر حمید خالو زاده، دکتر حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسرووری، دکتر محمد تقی بطحایی، دکتر محمد تقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا

امجدی فرد، دکتر سید علی اکبر موسویان، دکتر محمد تشنہ لب، پروفسور محمد حایری، دکتر سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احمد

کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتو نچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی

نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، دکتر محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، پروفسور مسعود شفیعی، دکتر حمیدرضا مومنی، دکتر حمید خالو زاده، دکتر مهرداد جوادی، دکتر داود کریم زادگان، مهندس علی

کیانی.

تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، خیابان عباس موسوی (فرصت)، پلاک ۷۱، طبقه دوم، اتاق ۲۴۱

فاکس: ۸۸۳۲۴۹۷۹

تلفن: ۸۸۸۱۳۰۰۲

صندوق پستی: ۱۵۸۱۵-۳۵۹۵

www.isice.ir

به نام خدا

فهرست مقالات

- ۱ آنالیز خطای یک سیستم ناوبری اینرسی مبتنی بر شتاب سنج و بدون استفاده از ژیروسکوپ
وحید قاسم زاده، جعفر حیرانی نوبری
- ۱۱ ارائه روشی تقریبی برای طراحی دکوپلر و بررسی مصالحه در روش طراحی دوپله ای با استفاده از دکوپلر و حلقه بستن ترتیبی در سیستم های چندمتغیره خطی پایدار
قاسم کرچی، عارف شاه منصوریان
- ۲۴ مقایسه روش های ترکیب اطلاعات مبتنی بر ترکیب بردار حالت در شبکه های چند حسگری
بیژن معاونی، شیما روحی
- ۳۶ طراحی قانون هدایت با استفاده از کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم زمان محدود
وحید بهنام گل، ایمان محمدزمان، احمد رضا ولی، نعمت ا... قهرمانی
- ۴۵ ارزیابی و طراحی مقاوم کنترل کننده STATCOM جهت بهبود پایداری سیستم قدرت با استفاده از الگوریتم بهینه سازی زبوران عسل
مسعود علی اکبر گلکار، علی احمدیان، امین صفری
- ۵۷ طراحی مسیر بهینه برای یک شناور تندروی پروازی با هدف کمینه سازی زمان
محمد تقی قربانی، حسن سالاریه، نیما اسدیان
- ۶۹ طراحی کنترل کننده حداقل واریانس با استفاده از مدل VARX
یوسف علیپوری، جواد پشتان

مجله کنترل، مجله ای علمی - پژوهشی است که در برگیرنده تازه ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق میباشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می باشد به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- ۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم ها.
- ۲) تحلیل و طراحی سیستم های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم های کنترل هوشمند، سیستم های کنترل تصادفی، سیستم های کنترل گسته پیشامد و ترکیبی، سیستم های ابعاد وسیع، سیستم های کنترل چندمنغیره.
- ۳) مکاترونیک و رباتیک.
- ۴) ابزار دقیق و سیستم های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- ۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم های کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستم های ایمنی و تشخیص خطأ، تحلیل و طراحی سیستم های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم ها، سیستم های کنترل پیچیده، سیستم های زمان حقيقی و سیستم های کنترل سوپر وایزرو.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- ۱) سیستم های هدایت و ناوبری.
- ۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- ۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- ۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- ۵) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- ۶) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
- ۷) مهندسی پزشکی.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ Zar B و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسنده‌گان

آدرس پستی کامل همه نویسنده‌گان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسنده‌گان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

كتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسنده‌گان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متريک) در تمام بخش‌های مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نيز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می‌باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می‌باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشت‌های پژوهشی می‌باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده‌دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصراً محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسنندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسنندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسنندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

آنالیز خطای یک سیستم ناوبری اینرسی مبتنی بر شتاب سنج و بدون استفاده از ژیروسکوپ

وحید قاسم زاده^۱، جعفر حیرانی نوبری^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه فسا، ghvahid61@yahoo.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، nobari@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۱۱/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۸/۱۴)

چکیده: سیستمهای ناوبری اینرسی رایج، اغلب از شتاب سنجها جهت اندازه گیری شتابهای خطی و از ژیروسکوپها جهت اندازه گیری سرعتهای زاویه‌ای استفاده می‌کنند. ژیروسکوپها دارای معایبی نظیر تکنیک ساخت پیچیده، قیمت بالا، حجم زیاد و ... هستند؛ با توجه به این عوامل، شتاب سنجها ارزان قیمت با اندازه های کوچکتر جایگزین ژیروسکوپها در بعضی از سیستمهای ناوبری اینرسی شده اند. در این مقاله، یک ساختار ۱۰ تابی از شتاب سنجها پیشنهاد می شود که این ساختار توانایی تعیین شتابهای خطی و سرعتهای زاویه‌ای وسیله را به طور کامل دارد. مزایای این روش نسبت به روش‌های پیشین، سادگی روابط، عدم نیاز به انتگرالگیری مستقیم از شتابهای زاویه‌ای وسیله می‌باشد. شتاب سنجها واقعی دارای خطاهایی نظیر بایاس شتاب سنجها و ناهم محوری حساسیت آنها هستند که تاثیر قابل ملاحظه ای در دقیق سیستمهای ناوبری دارند؛ بنابراین، این خطاهای تاثیر آنها در ناوبری، در مدل‌سازی و شبیه سازی در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی و آنالیز خطای ناوبری نشان می دهد که این روش در ناوبریهای کوتاه مدت از دقیق مطلوبی برخوردار است.

کلمات کلیدی: ناوبری اینرسی، ژیروسکوپ، شتاب سنج، بایاس، ناهم محوری.

Error Analyses of Inertial Navigation System Based on Only Accelerometers and Without Gyroscope

Vahid ghasemzadeh, Jafar Heyrani Nobari

Abstract: current inertial navigation systems usually use liner accelerometer and gyroscopes to sense linear accelerations and angular velocity, respectively. The gyroscopes have the disadvantage such as: complicated manufacture technique, high cost, and large volume and so on. Due to these factors the small accelerometers with low cost to replace the gyroscopes in some inertial navigation systems.

In this paper a ten-accelerometer configuration is proposed which can determine linear acceleration an angular velocity completely. The advantages of this method in comparison with previous works are the simplicity of the equations and elimination of direct integration of angular acceleration.

Actual accelerometers have errors such as bias and misalignment which have significant effect on precision of inertial navigation systems. So, these errors and their effect on navigation are considered in modelling and simulation. The obtained results of simulation show that this method has suitable precision in short time navigation systems.

Keywords: Inertial navigation, gyroscope, accelerometer, bias, misalignment

سیستمهای ناوبری اینرسی است. اساس و پایه سیستمهای ناوبری اینرسی،

قوانین نیوتون است و محاسبه شتاب وسیله با استفاده از این قوانین انجام می

پذیرد. سیستمهای ناوبری اینرسی از لحاظ عملکرد به سیستمهای ناوبری

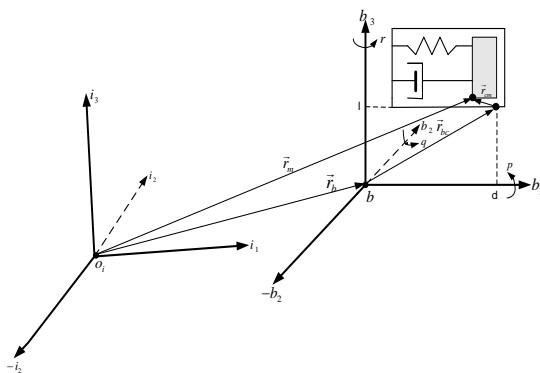
یکی از سیستمهای ناوبری که برای تعیین موقعیت و وضعیت وسایل

متحرک به کار می‌رود و جایگاه مهمی در این نوع سیستمها دارد،

۱- مقدمه

۲- عملکرد شتاب سنج در حالت کلی

شکل (۱)، یک دستگاه مختصات چسیبده به جسم (دستگاه بدنی) را نشان می‌دهد که نسبت به دستگاه مختصات اینرسی با سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}_{ib}^b$ در حال چرخش است. در این شکل، یک شتاب سنج مکانیکی ساده که شامل فنر، سرعت‌گیر و جرم آزمون است در صفحه ۳b1b3 قرار گرفته و هدف محاسبه شتاب در نقطه b است.



شکل ۱: عملکرد شتاب سنج در حالت کلی

با توجه به شکل (۱)، رابطه (۱) برقرار است:

$${}^i\vec{r}_m = {}^i\vec{r}_b + {}^i\vec{r}_{bc} + {}^i\vec{r}_{cm} \Rightarrow {}^i\vec{r}_m = {}^i\vec{r}_b - {}^i\vec{r}_{bc} - {}^i\vec{r}_{cm} \quad (1)$$

هر کدام از بردارها در (۱) به این صورت تعریف می‌شوند؛

${}^i\vec{r}_m$: بردار مکان جرم آزمون شتاب سنج، بیان شده در دستگاه اینرسی

${}^i\vec{r}_b$: بردار مکان نقطه b بیان شده در دستگاه اینرسی

${}^i\vec{r}_{bc}$: بردار مکان از نقطه b تا نقطه c (نقطه‌ای از بدنی)، بیان شده در دستگاه اینرسی

${}^i\vec{r}_{cm}$: بردار مکان بدنی شتاب سنج و جرم آزمون، بیان شده در دستگاه اینرسی

با دو بار مشتق گیری از رابطه (۱)، رابطه (۲) حاصل می‌شود.

$$\ddot{{}^i\vec{r}}_b = {}^i\ddot{\vec{r}}_m - {}^i\ddot{\vec{r}}_{bc} - {}^i\ddot{\vec{r}}_{cm} \quad (2)$$

$\ddot{{}^i\vec{r}}_m$ در این رابطه یانگر شتاب جرم آزمون در دستگاه اینرسی می‌باشد. اثبات می‌شود که رابطه (۲) را می‌توان به صورت رابطه (۳) نوشت.

$${}^b\vec{f}_b = {}^b\vec{f}_m - {}^bC \cdot {}^i\ddot{\vec{r}}_{bc} - {}^bC \cdot {}^i\ddot{\vec{r}}_{cm} \quad (3)$$

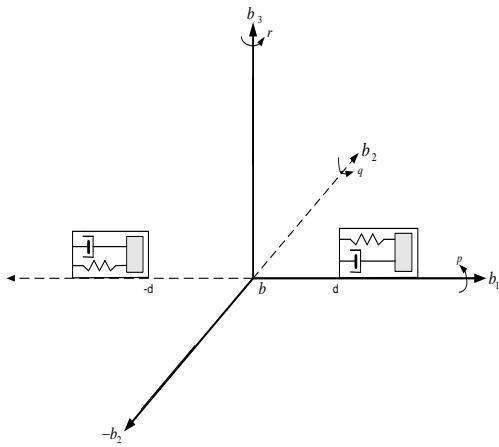
در رابطه (۳)، ${}^b\vec{f}_m$ یانگر شتاب جرم آزمون در دستگاه بدنی و ${}^b\vec{f}_b$ یانگر شتاب نقطه موردنظر b در دستگاه بدنی و bC ماتریس تبدیل از دستگاه اینرسی به بدنی است. $\ddot{\theta}_{ib}^b$ نیز سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه بدنی است. بعد از ساده‌سازی، رابطه (۳) به رابطه (۴) تبدیل می‌شود [۱].

اینرسی با صفحه پایدار و بدون صفحه پایدار تقسیم می‌شوند. در سیستمهای ناوبری اینرسی با صفحه پایدار، سنسورهای اینرسی (شتاب-سنجها و ژیروسکوپها) بر روی یک جزء پایدار قرار گرفته و از حرکات دورانی وسیله‌جدا می‌شوند اما در سیستمهای ناوبری بدون صفحه پایدار سنسورهای اینرسی مستقیماً به وسیله متصل شده و شتابهای خطی و سرعت‌های زاویه‌ای وسیله را در دستگاه مختصات چسیبده به وسیله (دستگاه بدنی) اندازه گیری می‌کنند [۱]. ژیروسکوپها، معمولاً دارای تکنیک ساخت پیچیده، حجم زیاد، و قیمت بالا هستند این عوامل باعث شده است که تمایل به سمت سیستمهای ناوبری بدون ژیروسکوپ DiNapoli افزایش یابد. برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ فردی به نام Chen [۲] در سال ۱۹۶۷، شولر چند ساختار مختلف از شتاب سنجها معرفی نمود [۳]. در سال ۱۹۹۴، فردی به نام Chen یک ایده جدید در این زمینه ارایه داد؛ پیشنهاد او این بود که به صورت تئوری برای پیاده‌سازی این نوع سیستم، حداقل به ۶ شتاب سنج نیاز است. در طرح او، هر شتاب سنج در مرکز سطح‌های یک مکعب قرار می‌گرفت و با استفاده از این ساختار، شتابهای خطی و شتابهای زاویه‌ای وسیله با انتگرالگیری از شتابهای خطی زاویه‌ای، سرعت‌های زاویه‌ای وسیله با انتگرالگیری از شتابهای خطی محاسبه می‌شوند [۴]. در سال ۲۰۰۳ مقاله‌ای در زمینه ناوبری بدون ژیروسکوپ ارایه شد که در آن با استفاده از ۹ عدد شتاب سنج، پارامترهای ناوبری وسیله به طور کامل مشخص می‌شد. مزیت این ساختار نسبت به ساختار Chen این بود که برای محاسبه سرعت‌های زاویه‌ای نیازی به انتگرالگیری از شتابهای زاویه‌ای وسیله نبود [۵]. کالیبراسیون سنسورهای شتاب سنج یکی از مهم‌ترین فاکتورها در استفاده کاربردی از شتاب سنجها می‌باشد که این موضوع در مرجع ششم بررسی شده است [۶]. در این مقاله، ابتدا در قسمت اول عملکرد شتاب سنج شرح داده می‌شود، سپس در ادامه ساختار ۶ تایی از شتاب سنجها به همراه روابط شتابهای خطی و سرعت‌های زاویه‌ای وسیله نیست در نیجه در ادامه قادر به تعیین علامت سرعت‌های زاویه‌ای وسیله نیست در نیجه در ادامه این ساختار با یک ساختار ۱۰ تایی از شتاب سنجها جایگزین می‌گردد که این ساختار و روابط حاکم بر آن، حرکت وسیله را به طور کامل بیان می‌کند. این ساختار از لحاظ عدم نیاز به انتگرالگیری برای سرعت‌های زاویه‌ای و سادگی روابط نسبت به سایر روش‌هایی که قبل انجام شده‌اند دارای مزیت می‌باشد. بایاس و ناهممحوری محور حساسیت شتاب سنج که از جمله مهم‌ترین خطاهای موجود در شتاب سنج است در ادامه مقاله مدل‌سازی شده و تاثیر این خطاهای در ناوبری مورد بررسی قرار می‌گیرد. در پایان مقاله الگوریتم ناوبری در دستگاه مختصات اینرسی ارایه شده و بر اساس این الگوریتم آنالیز خطای ناوبری همراه با نتایج شبیه‌سازی شرح داده می‌شود.

(۴)

فاصله یکسان d از نقطه b که شتاب آن مورد نظر است قرار گرفته‌اند.
بردارهای مکان شتاب‌سنج‌ها در دستگاه بدنی عبارتند از:
$${}^b\vec{r}_{m1} = [d, 0, 0]^T, \quad {}^b\vec{r}_{m2} = [-d, 0, 0]^T$$

چون $l = 0$ آن‌گاه رابطه (۶) برای هر شتاب‌سنج، به روابط (۷) و (۸) تبدیل می‌شوند.



شکل ۲: دو شتاب‌سنج واقع بر محور b_1 در دستگاه مختصات بدنی

روابط مربوط به شتاب‌سنج: m_1 :

$$\begin{cases} (f_b)_{b1} - (f_m)_{b1} = d(q^2 + r^2) \\ (f_b)_{b2} - (f_m)_{b2} = -dqp - dr \\ (f_b)_{b3} - (f_m)_{b3} = -dpr + dq \end{cases} \quad (7)$$

روابط مربوط به شتاب‌سنج: m_2 :

$$\begin{cases} (f_b)_{b1} - (f_m)_{b1} = -d(q^2 + r^2) \\ (f_b)_{b2} - (f_m)_{b2} = +dqp + dr \\ (f_b)_{b3} - (f_m)_{b3} = +dpr - dq \end{cases} \quad (8)$$

از روابط (۷) و (۸) نکات زیر نتیجه می‌شوند.

- ۱ اگر معادلات اول از دسته روابط اخیر با هم جمع شوند، شتاب نقطه b در راستای محور b_1 ، میانگین خروجی‌های شتاب-

سنج m_1 و m_2 می‌شود.

$$(f_b)_{b1} = \frac{(f_m1)_{b1} + (f_m2)_{b1}}{2} \quad (9)$$

- ۲ اگر تفاضل معادلات اول از دسته روابط اخیر محاسبه شود رابطه (۱۰) حاصل می‌شود.

$$(f_m2)_{b1} - (f_m1)_{b1} = 2d(q^2 + r^2) \quad (10)$$

رابطه (۱۰) بیان می‌کند که تفاضل سیگال‌های خروجی دو شتاب سنج، به سرعت‌های زاویه‌ای q, r وابسته است. این موضوع از لحاظ فیزیکی نیز منطقی است چراکه هر دو شتاب‌سنج در راستای b_1 هستند در نتیجه به یک میزان سرعت زاویه‌ای p را حس می‌کنند پس تفاوت اندازه گیری آنها در سرعت‌های زاویه‌ای وسیله در دو راستای دیگر یعنی b_2 است. فرضا دو شتاب‌سنج دیگر $m3$ و $m4$ در راستای محور b_2 قرار گرفته‌اند. فرضا دو شتاب‌سنج $m3$ و $m4$ در راستای محور b_1 قرار گرفته‌اند.

بردارهای ${}^b\vec{f}_b$ و ${}^b\vec{r}_{cm}$ و ${}^b\vec{r}_{bc}$ و ${}^b\vec{\omega}_{ib}$ و ${}^b\vec{f}_m$ با توجه به شکل ۱، به صورت ${}^b\vec{f}_m = [(f_m)_{b1}, (f_m)_{b2}, (f_m)_{b3}]^T$ و ${}^b\vec{\omega}_{ib} = [p, q, r]^T$ و ${}^b\vec{f}_b = [(f_b)_{b1}, (f_b)_{b2}, (f_b)_{b3}]^T$ و ${}^b\vec{r}_{cm} = [x, 0, 0]^T$ و ${}^b\vec{r}_{bc} = [l, 0, d]^T$ معرف جایجایی جرم آزمون، نسبت به بدن شتاب سنج است که با توجه به مکانیزم شتاب سنج به کار رفته در شکل ۱، تنها شتاب در راستای محور اول دستگاه بدنی را اندازه گیری می‌کند. پس از انجام عملیات ریاضی و ساده‌سازی، رابطه (۴) به رابطه (۵) تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} {}^b\vec{f}_b - {}^b\vec{f}_m &= \begin{bmatrix} (f_b)_{b1} - (f_m)_{b1} \\ (f_b)_{b2} - (f_m)_{b2} \\ (f_b)_{b3} - (f_m)_{b3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} d(q^2 + r^2) - plr - l\dot{q} - x(p^2 + r^2) - \ddot{x} \\ -q(lr + dp) - d\dot{r} + l\dot{p} - xpq - 2rx \\ l(p^2 + q^2) - dpr + d\dot{q} - xpr + 2q\dot{x} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (۵)، ${}^b\vec{f}_b$ و ${}^b\vec{f}_m$ شتاب نقطه‌های b و m در دستگاه بدنی می‌باشند. این رابطه تقریباً پیچیده و طولانی است. می‌توان آن را به نحوی ساده کرد که \ddot{x} و مشتقات آن در مقایسه با سایر عبارتها قابل اغماض و صرف نظر کردن باشد؛ این کار با استفاده از ساختار جدیدی از شتاب سنج، تحت عنوان شتاب سنج تعادلی امکان‌پذیر است. عملکرد شتاب سنج تعادلی به این صورت است که وقتی جایجایی X رخ می‌دهد به وسیله یک گشتاور ساز، نیروی در خلاف جهت جایجایی به جرم آزمون شتاب سنج اعمال می‌گردد که باعث برگشتن فتر به سر جای اولش می‌شود در نتیجه جایجایی صفر خواهد بود. در ضمن، شتاب اندازه گیری شده، متناسب با جریان لازم برای اعمال گشتاور موردنظر است. این کارها توسط یک حلقه فیدبک کنترلی انجام می‌پذیرد [۱]. بنابراین در صورت استفاده از شتاب سنج تعادلی، رابطه (۶) حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} (f_b)_{b1} - (f_m)_{b1} = d(q^2 + r^2) - plr - l\dot{q} \\ (f_b)_{b2} - (f_m)_{b2} = -q(lr + dp) - d\dot{r} + l\dot{p} \\ (f_b)_{b3} - (f_m)_{b3} = l(p^2 + q^2) - dpr + d\dot{q} \end{cases} \quad (6)$$

در رابطه (۶)، $\dot{r}, \dot{q}, \dot{p}$ شتاب‌های زاویه‌ای جسم در دستگاه

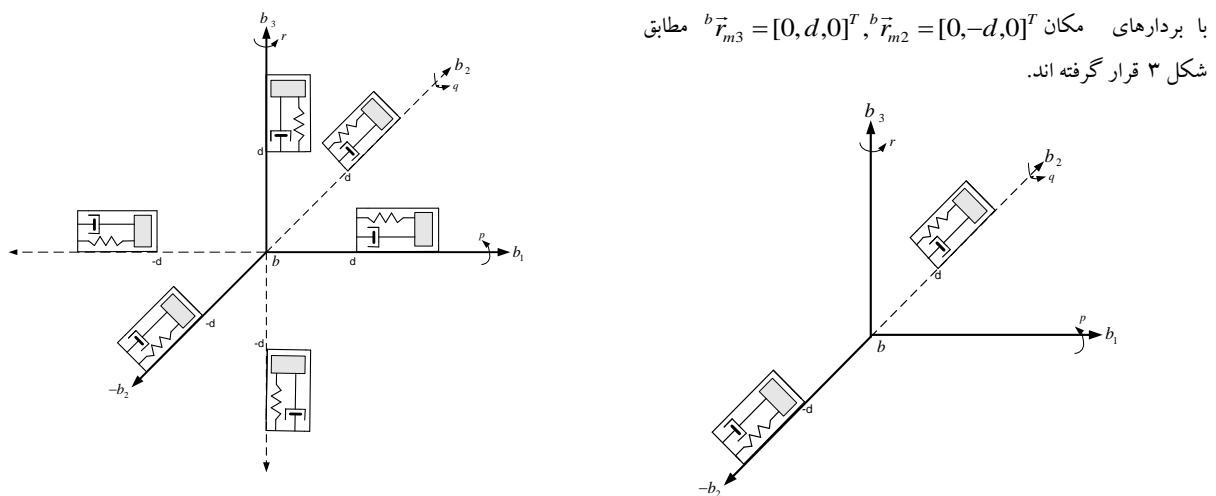
بدنی، p, q, r سرعت‌های زاویه‌ای وسیله، $(f_b)_{b1}, (f_b)_{b2}, (f_b)_{b3}$ مولفه‌های شتاب‌های خطی نقطه b در راستای محورهای دستگاه بدنی، $(f_m)_{b1}, (f_m)_{b2}, (f_m)_{b3}$ مولفه‌های شتاب‌های خطی نقطه‌ای که شتاب سنج در آن‌جا قرار گرفته و $[l, 0, d]^T$ مختصات نقطه‌ای است که شتاب سنج در آن‌جا قرار گرفته است.

۳- ساختار ۶ تایی از شتاب‌سنج‌ها

$${}^b\vec{f}_b = {}^b\vec{f}_m - {}^b(\vec{\omega}_{ib} \times (\vec{\omega}_{ib} \times \vec{r}_{bc})) - {}^b(\dot{\vec{\omega}}_{ib} \times \vec{r}_{bc})$$

$$- {}^b(\vec{\omega}_{ib} \times (\vec{\omega}_{ib} \times \vec{r}_{cm})) - {}^b(\dot{\vec{\omega}}_{ib} \times \vec{r}_{cm}) - 2 {}^b(\vec{\omega}_{ib} \times \dot{\vec{r}}_{cm}) - {}^b\ddot{\vec{r}}_{cm}$$

توجه به شکل ۲ دو شتاب سنج تعادلی $m2$ و $m1$ روی محور b_1 با



شکل ۵: ساختار ۶ تایی از شتابسنجها واقع در دستگاه مختصات بدنی

شتاب نقطه b در سه راستای محور دستگاه بدنی:

$$\begin{cases} (f_b)_{b1} = \frac{(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1}}{2} \\ (f_b)_{b2} = \frac{(f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2}}{2} \\ (f_b)_{b3} = \frac{(f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{2} \end{cases} \quad (13)$$

سرعت‌های زاویه‌ای در دستگاه بدنی:

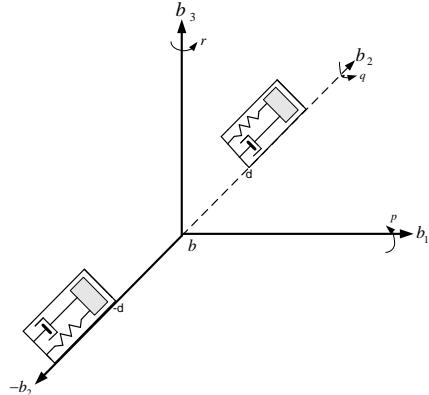
$$\begin{aligned} p &= \pm \sqrt{\frac{+(f_{m1})_{b1} - (f_{m2})_{b1} - (f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2} - (f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{4d}} \\ q &= \pm \sqrt{\frac{-(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1} + (f_{m3})_{b2} - (f_{m4})_{b2} - (f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{4d}} \\ r &= \pm \sqrt{\frac{-(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1} - (f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2} + (f_{m5})_{b3} - (f_{m6})_{b3}}{4d}} \end{aligned} \quad (14)$$

این روابط دارای این اشکال عمده است که برای p, q, r هم مقدار مثبت و هم مقدار منفی به دست می‌آید و چون سرعت‌های زاویه‌ای در هر لحظه باستی به طور دقیق محاسبه شوند پس این اشکال مربوط به علامت سرعت‌های زاویه‌ای، یک اشکال اساسی است. برای حل این مشکل، ۶ عدد شتابسنج اضافی به ساختار ۶ تایی از شتابسنجها اضافه می‌شود.

۴- تعیین علامت سرعت‌های زاویه‌ای

برای تعیین علامت سرعت‌های زاویه‌ای ابتدا راه حلی برای تعیین علامت q پیشنهاد می‌شود. بدین منظور دو شتابسنج اضافی $m7$ و $m8$ روی محورهای اول و سوم دستگاه بدنی مطابق شکل ۶ قرار گرفته‌اند. با توجه به شکل ۶ ملاحظه می‌شود که شتابسنج $m7$ ، شتاب نقطه b در راستای محور $b3$ و شتابسنج $m8$ شتاب نقطه b در راستای محور $b1$ را اندازه‌گیری می‌کند. مشابه با روابطی که قبل برای شتابسنج‌های $m1, \dots, m6$ به دست آورده شد، شتاب نقطه b در راستای

با بردارهای مکان مطابق ${}^b\vec{r}_{m3} = [0, d, 0]^T$, ${}^b\vec{r}_{m2} = [0, -d, 0]^T$
شکل ۳ قرار گرفته‌اند.



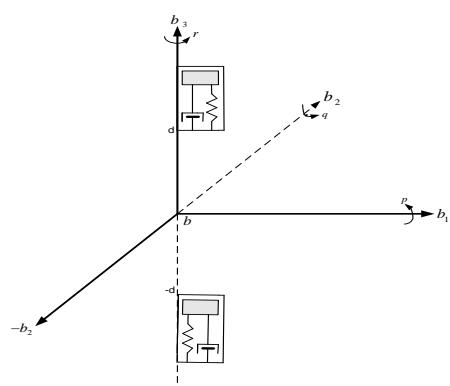
شکل ۶: دو شتابسنج واقع بر محور b2 در دستگاه مختصات بدنی

مطابق قسمت قبل و با توجه به روابط حاکم بر این دو شتابسنج، رابطه (۱۱) نتیجه می‌شود.

$$\begin{aligned} (f_b)_{b2} &= \frac{(f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2}}{2} \\ (f_{m3})_{b2} - (f_{m4})_{b2} &= 2d(p^2 + r^2) \end{aligned} \quad (11)$$

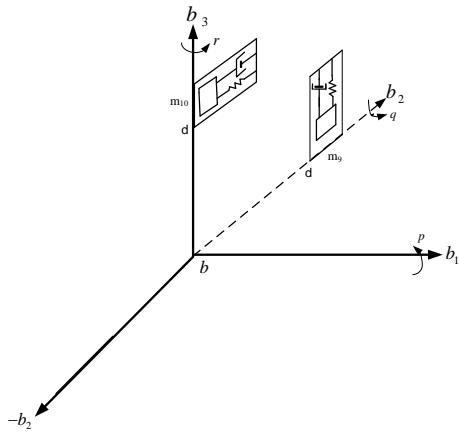
دو شتاب سنج $m5$ و $m6$ نیز مطابق شکل ۴ در راستای محور سوم دستگاه بدنی قرار گرفته‌اند. مشابه قسمت قبل با توجه به روابط حاکم بر این شتابسنج‌ها، شتاب در راستای محور سوم و سرعت‌های زاویه‌ای p و q، به کمک رابطه (۱۲) قابل بیان است.

$$\begin{aligned} (f_b)_{b3} &= \frac{(f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{2} \\ (f_{m5})_{b3} - (f_{m6})_{b3} &= 2d(p^2 + q^2) \end{aligned} \quad (12)$$



شکل ۷: دو شتابسنج واقع بر محور b3 در دستگاه مختصات بدنی

در شکل ۵، ساختار ۶ تایی از شتاب سنجها نشان داده شده است. روابط شتاب‌های خطی و سرعت‌های زاویه‌ای حاکم بر این ساختار نیز در روابط (۱۳) و (۱۴) بیان شده‌اند.

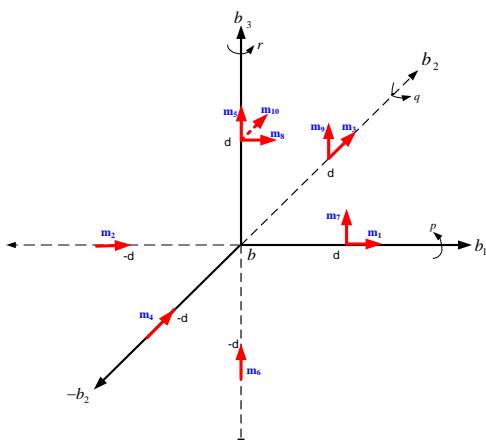


شکل ۷: دو شتاب سنج اضافی برای تعیین علامت p

با انتگرالگیری از \dot{p} ، سرعت زاویه‌ای p در هر لحظه از لحظه مقدار و علامت مشخص می‌شود، البته مقدار p از رابطه (۱۴) و علامت آن از رابطه (۱۹) قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned} \dot{p} = & \frac{(f_{m3})_{b_2} + (f_{m4})_{b_2} - (f_{m5})_{b_3}}{4d} \\ & + \frac{-(f_{m6})_{b_3} + 2(f_{m9})_{b_3} - 2(f_{m10})_{b_2}}{4d} \end{aligned} \quad (۱۹)$$

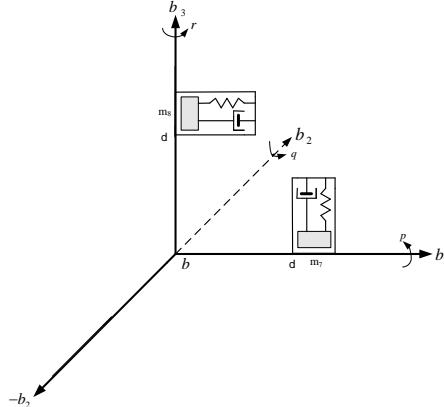
تعیین علامت r از رابطه (۱۵) قابل محاسبه است البته مقدار \dot{q} و p به طور دقیق از روابط مربوطه به دست آمده اند. مقدار عددی r نیز از رابطه (۱۴) به دست می‌آید در نتیجه مولفه سوم سرعت زاویه ای (r)، از لحظه علامت و مقدار به طور کامل مشخص خواهد شد. به این ترتیب یک ساختار جدید ۱۰ تایی از شتاب سنج‌ها طراحی شد که به طور کامل، حرکت وسیله را از لحظه حرکت خطی و حرکت دورانی، توصیف و مشخص می‌نماید و در نتیجه می‌توان به پیاده سازی ناوبری پرداخت. ساختار ۱۰ تایی از شتاب سنج‌ها در شکل (۸) نشان داده شده است و کلیه روابط حاکم بر این ساختار از رابطه (۲۰) قابل بیان است.



شکل ۸: ساختار ۱۰ تایی از شتاب سنج‌ها

محور b_1 و b_3 بر حسب خروجی شتاب سنج‌های m_7 و m_8 مطابق رابطه (۱۵) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} (f_b)_{b_3} &= (f_{m7})_{b_3} - dpr + dq \\ (f_b)_{b_1} &= (f_{m8})_{b_1} - dpr - dq \end{aligned} \quad (۱۵)$$



شکل ۶: دو شتاب سنج اضافی برای تعیین علامت q

با استفاده از رابطه (۱۵) شتاب زاویه ای \dot{q} به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\dot{q} = \frac{(f_b)_{b_3} - (f_b)_{b_1} + (f_{m8})_{b_1} - (f_{m7})_{b_3}}{2d} \quad (۱۶)$$

باید توجه کرد که شتابهای خطی $(f_b)_{b_1}$ ، $(f_b)_{b_3}$ قبل از توسعه ساختار ۶ تایی شتاب سنج‌ها به دست آورده شده‌اند؛ در نتیجه شتاب زاویه ای \dot{q} بر حسب خروجی شتاب سنج‌ها از رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{q} = & \frac{-(f_{m1})_{b_1} - (f_{m2})_{b_1} + (f_{m5})_{b_3}}{4d} \\ & + \frac{(f_{m6})_{b_3} - 2(f_{m7})_{b_3} + 2(f_{m8})_{b_1}}{4d} \end{aligned} \quad (۱۷)$$

با انتگرالگیری از \dot{q} مقدار q مشخص می‌شود (هم از لحظه مقدار و هم از لحظه علامت) اما در قسمت قبل، q از لحظه مقدار محاسبه شد (رابطه (۱۴)) و تنها علامت دقیق آن نامشخص بود، علامت آن نیز از رابطه (۱۷) مشخص می‌شود. برای تعیین p نیز مطابق شکل ۷ دو شتاب سنج m_9 و m_{10} در راستای محورهای b_2 و b_3 قرار داده می‌شوند.

دو شتاب سنج m_9 و m_{10} شتاب نقطه b را در دو راستای b_3 و b_2 اندازه‌گیری می‌کنند (شکل ۷) که از رابطه (۱۸) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} (f_b)_{b_3} &= (f_{m9})_{b_3} - dqr - dp \\ (f_b)_{b_2} &= (f_{m10})_{b_2} - dqr + dp \end{aligned} \quad (۱۸)$$

با استفاده از رابطه (۱۸) و مشابه با قسمت قبل، شتاب زاویه ای \dot{p} از رابطه (۱۹) به دست می‌آید.

مشخص نموده؛ به عنوان مثال برای $\Delta^2 p$ (مریع خطای سرعت زاویه‌ای) پس از ساده سازی، رابطه (۲۳) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} (\Delta^2 p)_{bias} &= \frac{(\delta f_{bias})_1 - (-\delta f_{bias})_2 + (\delta f_{bias})_3}{4d} \\ &\quad + \frac{(\delta f_{bias})_4 - (-\delta f_{bias})_5 - (-\delta f_{bias})_6}{4d} \end{aligned} \quad (۲۳)$$

بافرض مشابه بودن شتاب سنجها از لحاظ میزان بایاس، خطای سرعتهای زاویه‌ای (Δr)_{bias} و (Δq)_{bias} و (Δp)_{bias} ناشی از بایاس مطابق رابطه (۲۴) به دست می‌آید.

$$\left\{ \begin{array}{l} (\Delta p)_{bias} = \pm \sqrt{1.5 \frac{\delta f_{bias}}{d}} \\ (\Delta q)_{bias} = \pm \sqrt{1.5 \frac{\delta f_{bias}}{d}} \\ (\Delta r)_{bias} = \pm \sqrt{1.5 \frac{\delta f_{bias}}{d}} \end{array} \right. \quad (۲۴)$$

نحوه تاثیر خطای سرعتهای زاویه‌ای نیز در ناوبری به این ترتیب است که ابتدا کواترینین ها دارای خطای شوند، خطای کواترینین ها ناشی از خطاهای سرعت زاویه‌ای (Δp)_{bias} و (Δq)_{bias} و (Δr)_{bias} مطابق رابطه (۲۵) به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\varepsilon}_1 \\ \Delta \dot{\varepsilon}_2 \\ \Delta \dot{\varepsilon}_3 \\ \Delta \dot{\varepsilon}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & +(\Delta r)_{bias} & -(\Delta q)_{bias} & +(\Delta p)_{bias} \\ -(\Delta r)_{bias} & 0 & +(\Delta p)_{bias} & +(\Delta q)_{bias} \\ +(\Delta q)_{bias} & -(\Delta p)_{bias} & 0 & +(\Delta r)_{bias} \\ -(\Delta p)_{bias} & -(\Delta q)_{bias} & -(\Delta r)_{bias} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varepsilon_2 \\ \Delta \varepsilon_3 \\ \Delta \varepsilon_4 \end{bmatrix} \quad (۲۵)$$

که در این رابطه، (Δr)_{bias} و (Δp)_{bias} و (Δq)_{bias} از رابطه (۲۴) به دست می‌آید و $\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2, \Delta \varepsilon_3, \Delta \varepsilon_4$ خطای کواترینین ها می‌باشد. خطای کواترینین ها باعث می‌شود که ماتریس دوران دارای خطاهای شده و در نتیجه شتاب منتقل شده به دستگاه مختصات اینرسی و در نتیجه سرعت و موقعیت وسیله با خطای همراه خواهد شد.

۲-۵ ناهم محوری

فرض شود که محور حساسیت شتاب سنج دقیقاً در راستای محور شتاب سنج و محور \bar{b}_1 وجود دارد؛ برای سادگی فرض می‌شود که مطابق شکل (۹) این بردار در صفحه $b_1 b_3$ قرار گرفته است. قبل از آن‌که به تجزیه و تحلیل این ناهم محوری پرداخته شود، ذکر این نکته در رابطه با عملکرد شتاب سنج حائز اهمیت است که اگر شتاب سنجی در نقطه d قرار گرفته باشد آنچه شتاب سنج اندازه‌گیری می‌کند و نشان می‌دهد تصویر شتاب نقطه d در راستای محور حساسیتش است. از لحاظ ریاضی این تصویر، از حاصلضرب داخلی بردار شتاب و بردار محور حساسیت شتاب سنج حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} (f_b)_{b1} &= \frac{(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1}}{2} \\ (f_b)_{b2} &= \frac{(f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2}}{2} \\ (f_b)_{b3} &= \frac{(f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{2} \\ p &= \pm \sqrt{\frac{+(f_{m1})_{b1} - (f_{m2})_{b1} - (f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2} - (f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{4d}} \\ q &= \pm \sqrt{\frac{-(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1} + (f_{m3})_{b2} - (f_{m4})_{b2} - (f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{4d}} \\ r &= \pm \sqrt{\frac{-(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1} - (f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2} + (f_{m5})_{b3} - (f_{m6})_{b3}}{4d}} \\ \dot{q} &= \frac{-(f_{m1})_{b1} - (f_{m2})_{b1} + (f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3} - 2(f_{m7})_{b3} + 2(f_{m8})_{b1}}{4d} \end{aligned} \quad (۲۰)$$

۱-۱ مدلسازی خطاهای شتاب سنجها و تاثیر آنها در ناوبری

خطاهایی که در این مقاله، مدلسازی آنها ارایه می‌شود، عبارتنداز: ۱- بایاس شتاب سنجها ۲- ناهم محوری محور حساسیت شتاب سنجها. ابتدا بایاس شتاب سنج بررسی می‌شود؛ با فرض این که شتاب سنج دارای خطای بایاس δf_{bias} است، خطای سرعت δV و خطای موقعیت δP در مدت زمان t با سرعت اولیه و مکان اولیه صفر، از رابطه (۲۱) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \delta V &= \delta f_{bias} \times t \\ \delta P &= \frac{1}{2} \delta f_{bias} \times t^2 \end{aligned} \quad (۲۱)$$

در این قسمت ساختار ۱۰ تایی از شتاب سنج‌هایی با وجود خطاهای بایاس بررسی می‌شود. هدف به دست آوردن خطاهای موجود در شتاب‌های خطی و سرعت‌های زاویه‌ای وسیله ناشی از بایاس شتاب سنج‌ها می‌باشد. فرض که شتاب سنجها، دارای بایاس $(\delta f_{bias})_k$ باشند شماره k شتاب سنج است). در این صورت خطای شتاب خطی جسم، ناشی از بایاس شتاب سنج‌ها مطابق رابطه (۲۲) خواهد بود.

$$\left\{ \begin{array}{l} ((\Delta f_b)_{b1})_{bias} = \frac{(\delta f_{bias})_1 + (\delta f_{bias})_2}{2} \\ ((\Delta f_b)_{b2})_{bias} = \frac{(\delta f_{bias})_3 + (\delta f_{bias})_4}{2} \\ ((\Delta f_b)_{b3})_{bias} = \frac{(\delta f_{bias})_5 + (\delta f_{bias})_6}{2} \end{array} \right. \quad (۲۲)$$

برای سادگی اگر فرض شود شتاب سنجها دارای بایاس بکسان باشند آنگاه ثابت می‌شود که خطای شتاب وسیله در سه راستای محورها دستگاه بدنی برابر با $(\Delta f_b)_{b1} \dots (\Delta f_b)_{b3}$ و $(\Delta f_b)_{b1}$ در ساختار ۱۰ تایی شتاب سنج‌ها به میزان δf_{bias} خواهد بود. این میزان خطای پس از انتقال از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی توسط ماتریس دوران، باعث ایجاد خطای در سرعت و موقعیت وسیله خواهد شد. برای بررسی تاثیر خطای بایاس شتاب سنجها در سرعت‌های زاویه‌ای ابتدا مریع خطای سرعت زاویه‌ای به دست آورده می‌شود و سپس در بدترین حالت، خطاهای سرعت زاویه‌ای ناشی از بایاس را می‌توان

شتاب نقطه b در راستای محور \bar{b}_1 برابر با میانگین سیگنالهای خروجی شتابسنجهای ۱ و ۲ می باشد که از رابطه (۲۹) به دست می آید.

$$(f_b)_{b1 \text{ missalignment}} = \frac{(f_d)_{\theta_1} + (f_{-d})_{\theta_2}}{2} \quad (29)$$

به این ترتیب خطای شتاب نقطه b در راستای \bar{b}_1 ناشی از ناهم محوری شتابسنجها به صورت رابطه (۳۰) محاسبه می شود.

$$\begin{aligned} (\Delta f_b)_{b1 \text{ missalignment}} &= (f_b)_{b1 \text{ missalignment}} - (f_b)_{b1 \text{ no missalignment}} \\ &= \frac{(f_d)_{b1\theta_1} + (f_d)_{b1\theta_2}}{2} - \frac{(f_d)_{b1} + (f_{-d})_{b1}}{2} \\ &= \frac{(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)(f_b)_{b1} + (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)(f_b)_{b3} + (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)(dpr - d\dot{q})}{2} \end{aligned} \quad (30)$$

در رابطه (۳۰) $(\Delta f_b)_{b1 \text{ missalignment}}$ خطای شتاب نقطه b در راستای محور $b1$ با وجود ناهم محوری، $(f_b)_{b1 \text{ missalignment}}$ شتاب نقطه b در راستای محور $b1$ با وجود ناهم محوری، $(f_b)_{b1 \text{ no missalignment}}$ شتاب نقطه b در راستای محور $b1$ بدون ناهم محوری شتابسنجها می باشند. مشابه این روابط برای جفت شتابسنجها واقع بر محور $b2$ و $b3$ نیز می توان به دست آورد. فرض شود محورهای حساسیت دو شتابسنج واقع بر محور $b2$ به اندازه θ_3 ، θ_4 (واقع در صفحه $b_2 b_3$) نسبت به محور $b2$ دارای انحراف باشند، در این صورت خروجی این دو شتابسنج به صورت روابط (۳۱) و (۳۲) خواهد بود.

خروجی شتابسنج سوم با وجود ناهم محوری در محور حساسیت آن:

$$\begin{aligned} (\vec{f}_d)_{b_3} &= \begin{bmatrix} (f_b)_{b1} + dqp - dr \\ (f_b)_{b2} - d(p^2 + r^2) \\ (f_b)_{b3} + dpr + dp \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{bmatrix} \\ &= \cos \theta_3 ((f_b)_{b2} - d(p^2 + r^2)) + \sin \theta_3 ((f_b)_{b3} + dpr + dp) \end{aligned} \quad (31)$$

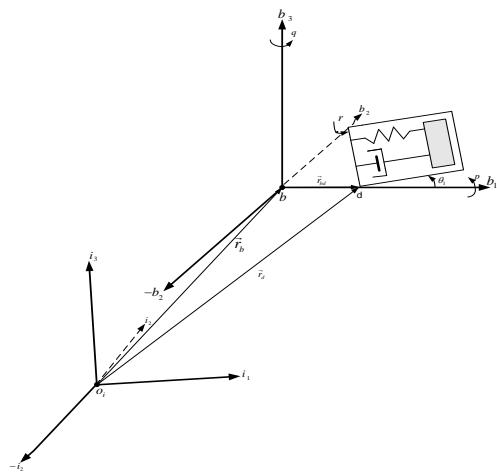
خروجی شتابسنج چهارم با وجود ناهم محوری در محور حساسیت آن:

$$\begin{aligned} (\vec{f}_d)_{\theta_4} &= \begin{bmatrix} (f_b)_{b1} - dqp + d\dot{r} \\ (f_b)_{b2} + d(p^2 + r^2) \\ (f_b)_{b3} - dpr - dp \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{bmatrix} \\ &= \cos \theta_4 ((f_b)_{b2} + d(p^2 + r^2)) + \sin \theta_4 ((f_b)_{b3} - dpr - dp) \end{aligned} \quad (32)$$

شتاب نقطه b در راستای محور \bar{b}_2 با وجود ناهم محوری

($(f_b)_{b2 \text{ missalignment}}$) مطابق رابطه (۳۳) به دست می آید.

$$(f_b)_{b2 \text{ missalignment}} = \frac{(f_d)_{\theta_3} + (f_{-d})_{\theta_4}}{2} \quad (33)$$



شکل ۹: شتابسنج در دستگاه بدنی و دستگاه اینرسی همراه با ناهم محوری بردار شتاب نقطه d (\vec{f}_d) و بردار محور حساسیت شتاب-سنج ($S\vec{\theta}_1$) برای شتابسنج شکل (۴) مطابق رابطه (۲۶) قابل بیان است.

$$\begin{aligned} (\vec{f}_d) &= \begin{bmatrix} (f_d)_{b1} \\ (f_d)_{b2} \\ (f_d)_{b3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_b)_{b1} - d(q^2 + r^2) \\ (f_b)_{b2} + dqp + dr \\ (f_b)_{b3} + dpr - d\dot{q} \end{bmatrix} \\ \vec{S}\vec{\theta}_1 &= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ 0 \\ \sin \theta_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

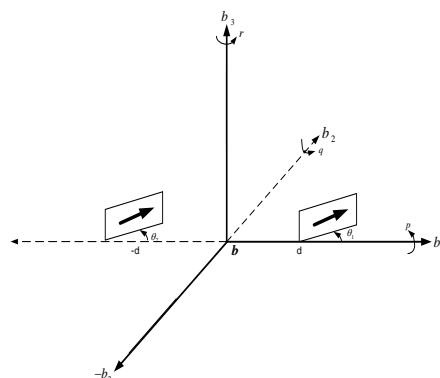
در نتیجه سیگنال خروجی شتابسنج ($(\vec{f}_d)_{\theta_1}$) از رابطه (۲۷) به دست می آید.

$$\begin{aligned} (\vec{f}_d)_{\theta_1} &= (\vec{f}_d)^T \bullet \vec{S}\vec{\theta}_1 \\ &= \cos \theta_1 ((f_b)_{b1} - d(q^2 + r^2)) + \sin \theta_1 ((f_b)_{b3} + dpr - d\dot{q}) \end{aligned} \quad (27)$$

برای شتابسنجی که در فاصله d از نقطه b با ناهم محوری \bar{b}_2 (در صفحه $b_1 b_3$) قرار گرفته است عملیات فوق تکرار می شود، سیگنال خروجی شتابسنج دوم (۲۸) به صورت رابطه (۲۸) خواهد بود.

$$\begin{aligned} (\vec{f}_{-d})_{\theta_2} &= (\vec{f}_{-d})^T \bullet \vec{S}\vec{\theta}_2 \\ &= \cos \theta_1 ((f_b)_{b1} + d(q^2 + r^2)) + \sin \theta_1 ((f_b)_{b3} - dpr + d\dot{q}) \end{aligned} \quad (28)$$

دو شتابسنج واقع بر محور \bar{b}_1 با وجود ناهم محوری در محور حساسیت آنها در شکل (۱۰) نشان داده شده اند.



شکل ۱۰: شتابسنج های واقع بر محور \bar{b}_1 همراه با ناهم محوری

$$\left\{ \begin{array}{l} (\Delta f_b)_{b1 \text{ missalignment}} = \frac{(\cos \theta_1 + \cos \theta_2 - 2)(f_b)_{b1} + (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)(f_b)_{b3}}{2} \\ \quad + \frac{(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)(dpr - d\dot{q})}{2} \\ (\Delta f_b)_{b2 \text{ missalignment}} = \frac{(\cos \theta_3 + \cos \theta_4 - 2)(f_b)_{b2} + (\sin \theta_3 + \sin \theta_4)(f_b)_{b3}}{2} \\ \quad + \frac{(\sin \theta_3 - \sin \theta_4)(dpr - d\dot{p})}{2} \\ (\Delta f_b)_{b3 \text{ missalignment}} = \frac{(\cos \theta_5 + \cos \theta_6 - 2)(f_b)_{b3} + (\sin \theta_5 + \sin \theta_6)(f_b)_{b1}}{2} \\ \quad + \frac{(\sin \theta_5 - \sin \theta_6)(dpr + d\dot{q})}{2} \end{array} \right. \quad (39)$$

این ناهم محوریها موجب می‌شوند که خطای در خروجی‌های شتاب-سنج‌ها به وجود آید که باعث خطا در سرعت و موقعیت وسیله خواهد شد. در ادامه به تاثیر خطای ناهم محوری شتاب سنجها در سرعت‌های زاویه‌ای وسیله پرداخته می‌شود. ساختار ۱۰ تابی از شتاب سنجها که در قسمت قبل بیان شده، سرعت‌های زاویه‌ای وسیله را به کمک روابط (۴۰) نتیجه می‌دهد.

$$\begin{aligned} p_{no \text{ misalignment}} &= \pm \sqrt{\frac{+(f_{m1})_{b1} - (f_{m2})_{b1} - (f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2} - (f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{4d}} \\ q_{no \text{ misalignment}} &= \pm \sqrt{\frac{-(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1} + (f_{m3})_{b2} - (f_{m4})_{b2} - (f_{m5})_{b3} + (f_{m6})_{b3}}{4d}} \\ r_{no \text{ misalignment}} &= \pm \sqrt{\frac{-(f_{m1})_{b1} + (f_{m2})_{b1} - (f_{m3})_{b2} + (f_{m4})_{b2} + (f_{m5})_{b3} - (f_{m6})_{b3}}{4d}} \end{aligned} \quad (40)$$

رابطه (۴۰) با این فرض به دست آمده است که محورهای حساسیت شتاب سنج‌ها، دقیقاً در راستای محورهای دستگاه بدنی باشند. فرض شود شتاب سنج‌های m_1, m_2, \dots, m_6 دارای ناهم محوری به میزان $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$ باشند که در قسمت قبل این زاویه‌ها معرفی شدند. سرعت‌های زاویه‌ای وسیله با وجود ناهم محوری در شتاب سنجها (۴۱) از رابطه ($p_{misalignment}, q_{misalignment}, r_{misalignment}$) محاسبه است.

$$\begin{aligned} p_{misalignment} &= \pm \sqrt{\frac{+(f_d)_{\theta1} - (f_{-d})_{\theta2} - (f_d)_{\theta3} + (f_{-d})_{\theta4} - (f_d)_{\theta5} + (f_{-d})_{\theta6}}{4d}} \\ q_{misalignment} &= \pm \sqrt{\frac{-(f_d)_{\theta1} + (f_{-d})_{\theta2} + (f_d)_{\theta3} - (f_{-d})_{\theta4} - (f_d)_{\theta5} + (f_{-d})_{\theta6}}{4d}} \\ r_{misalignment} &= \pm \sqrt{\frac{-(f_d)_{\theta1} + (f_{-d})_{\theta2} - (f_d)_{\theta3} + (f_{-d})_{\theta4} + (f_d)_{\theta5} - (f_{-d})_{\theta6}}{4d}} \end{aligned} \quad (41)$$

در رابطه (۴۱) پارامترهای $(f_d)_{\theta1}, (f_{-d})_{\theta2}, \dots, (f_d)_{\theta6}$ معرف سیگنالهای خروجی شتاب سنج‌ها با وجود ناهم محوری در آنها می‌باشند. خطای سرعت‌های زاویه‌ای ناشی از ناهم محوری شتاب سنجها محورهای دستگاه بدنی از رابطه (۴۲) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} (\Delta p)_{misalignment} &= p_{misalignment} - p_{no misalignment} \\ (\Delta q)_{misalignment} &= q_{misalignment} - q_{no misalignment} \\ (\Delta r)_{misalignment} &= r_{misalignment} - r_{no misalignment} \end{aligned} \quad (42)$$

در نتیجه خطای شتاب نقطه b در راستای محور \vec{b}_2 با وجود ناهم محوری $(\Delta f_b)_{b2 \text{ missalignment}}$ (۳۴) خواهد بود.

$$\begin{aligned} (\Delta f_b)_{b2 \text{ missalignment}} &= (f_b)_{b2 \text{ missalignment}} - (f_b)_{b2 \text{ no missalignment}} \\ &= \frac{(f_d)_{b2\theta_1} + (f_{-d})_{b2\theta_1}}{2} - \frac{(f_d)_{b2} + (f_{-d})_{b2}}{2} \\ &= \frac{(\cos \theta_3 + \cos \theta_4 - 2)(f_b)_{b2} + (\sin \theta_3 + \sin \theta_4)(f_b)_{b3}}{2} + \frac{(\sin \theta_3 - \sin \theta_4)(dpr - d\dot{p})}{2} \end{aligned} \quad (34)$$

فرض اینکه محورهای حساسیت دو شتاب سنج واقع بر محور $b3$ به اندازه θ_6, θ_5 واقع در صفحه $b_1 b_3$ نسبت به محور $b3$ دارای انحراف باشند، در این صورت خروجی این دو شتاب سنج با وجود ناهم محوری در آنها از روابط (۳۵) و (۳۶) به دست می‌آید. خروجی شتاب سنج پنجم با وجود ناهم محوری در محور حساسیت آن:

$$\begin{aligned} (\vec{f}_d)_{\theta_5} &= \begin{bmatrix} (f_b)_{b1} + dpr + d\dot{q} \\ (f_b)_{b2} \\ (f_b)_{b3} - d(p^2 + q^2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sin \theta_5 \\ 0 \\ \cos \theta_5 \end{bmatrix} \\ &= \cos \theta_5 ((f_b)_{b3} - d(p^2 + q^2)) + \sin \theta_5 ((f_b)_{b1} + dpr + d\dot{q}) \end{aligned} \quad (35)$$

خروچی شتاب سنج ششم با وجود ناهم محوری در محور حساسیت آن:

$$\begin{aligned} (\vec{f}_{-d})_{\theta_5} &= \begin{bmatrix} (f_b)_{b1} - dpr - d\dot{q} \\ (f_b)_{b2} \\ (f_b)_{b3} + d(p^2 + q^2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sin \theta_6 \\ 0 \\ \cos \theta_6 \end{bmatrix} \\ &= \cos \theta_6 ((f_b)_{b3} + d(p^2 + q^2)) + \sin \theta_6 ((f_b)_{b1} - dpr - d\dot{q}) \end{aligned} \quad (36)$$

در این صورت شتاب نقطه b در راستای محور \vec{b}_3 برابر با میانگین این دو سیگنال خواهد بود.

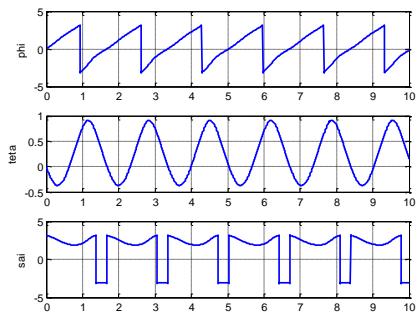
$$(f_b)_{b3 \text{ missalignment}} = \frac{(f_d)_{\theta_5} + (f_{-d})_{\theta_6}}{2} \quad (37)$$

در نتیجه خطای شتاب نقطه b در راستای محور \vec{b}_3 ناشی از ناهم محوری $(\Delta f_b)_{b3 \text{ missalignment}}$ (۳۸) مطابق رابطه (۳۸) به دست می‌آید.

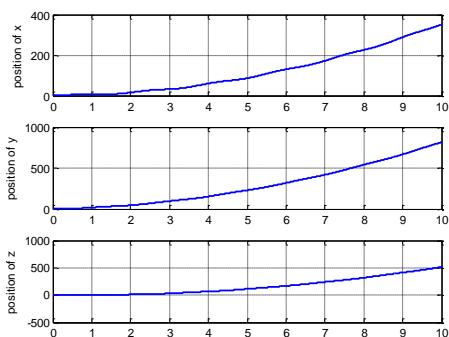
$$\begin{aligned} (\Delta f_b)_{b3 \text{ missalignment}} &= (f_b)_{b3 \text{ missalignment}} - (f_b)_{b3 \text{ no missalignment}} \\ &= \frac{(f_d)_{b3\theta_5} + (f_{-d})_{b3\theta_6}}{2} - \frac{(f_d)_{b3} + (f_{-d})_{b3}}{2} \\ &= \frac{(\cos \theta_5 + \cos \theta_6 - 2)(f_b)_{b3}}{2} + \frac{(\sin \theta_5 + \sin \theta_6)(f_b)_{b1}}{2} + \frac{(\sin \theta_5 - \sin \theta_6)(dpr + d\dot{q})}{2} \end{aligned} \quad (38)$$

خطاهای شتاب نقطه b در سه راستای محورهای دستگاه بدنی ناشی از ناهم محوری شتاب سنج‌ها در رابطه (۳۹) آمده است.

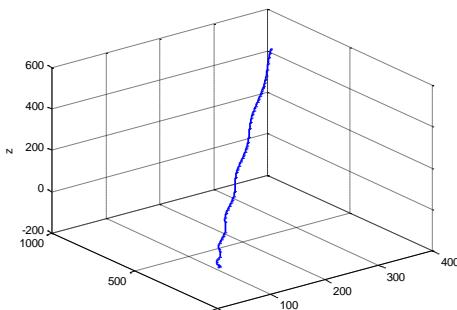
شبیه سازی به کمک نرم افزار matlab/simulink خطای موقعیت وسیله پس از ۱۰ ثانیه ناوبری نیز به صورت شکل ۱۴ است.



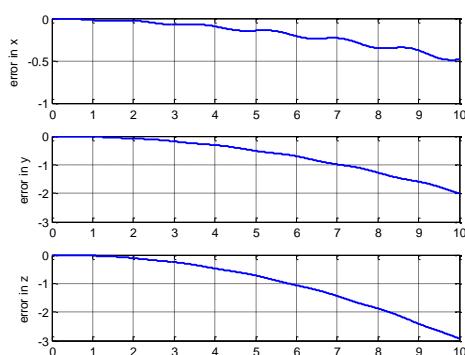
شکل ۱۱: زوایای اویلر با استفاده از شبیه سازی



شکل ۱۲: موقعیت جسم در راستای هر محور دستگاه مختصات اینرسی



شکل ۱۳: مسیر حرکت جسم در دستگاه مختصات اینرسی



شکل ۱۴: خطای موقعیت در دستگاه مختصات اینرسی ناشی از بایاس و ناهم محوری

در رابطه (۴۲)، $(\Delta p)_{misalignmatt}$ و $(\Delta q)_{misalignmatt}$ در رابطه (۴۲)، $(\Delta r)_{misalignmatt}$ خطای سرعت های زاویه ای ناشی از ناهم محوری شتاب سنجها می باشد. این خطاهای ضمن تاثیرگذاری بر روی مقدار کواترنین ها و ماتریس دوران، در نهایت باعث ایجاد خطای سرعت و موقعیت وسیله خواهند شد. به این ترتیب خطاهای ناشی از بایاس شتاب سنجها و ناهم محوری محور حساسیت شتاب سنجها، مدل سازی شده و میزان تاثیر این خطاهای در شتابهای خطی و سرعتهای زاویه ای وسیله ای به دست آورده شدند.

۶- شبیه سازی و نتایج

در این قسمت یک حرکت کلی را مورد بررسی می شود، اگر حرکت وسیله در دستگاه بدنی دارای شتاب خطی ${}^b\vec{a}(t) = [a_x(t), a_y(t), a_z(t)]^T$ و سرعت زاویه ای ${}^b\vec{\omega}_{ib} = [p(t), q(t), r(t)]^T$ باشد، در این صورت برای بدست آوردن کواترنین ها باید معادلات دیفرانسیلی در رابطه (۴۳) را حل کرد که در حالت کلی، شکل بسته ای نمی توان بدست آورد و لازم است به صورت عددی حل شوند و سپس ماتریس دوران از رابطه (۴۴) محاسبه می شوند.

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_1 \\ \dot{P}_2 \\ \dot{P}_3 \\ \dot{P}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & +r & -q & +p \\ -r & 0 & +p & +q \\ +q & -p & 0 & +r \\ -p & -q & -r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}, P_j = 2\varepsilon_j, j=1,2,3,4 \quad (43)$$

$${}^bC_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 1-2(\varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) & 2(\varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_3\varepsilon_4) & 2(\varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_2\varepsilon_4) \\ 2(\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_3\varepsilon_4) & 1-2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_3^2) & 2(\varepsilon_2\varepsilon_3 - \varepsilon_1\varepsilon_4) \\ 2(\varepsilon_1\varepsilon_3 - \varepsilon_2\varepsilon_4) & 2(\varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_4) & 1-2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) \end{bmatrix} \quad (44)$$

در رابطه (۴۳)، $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ معرف کواترنینها می باشد و در رابطه (۴۴)، ${}^bC_{\varepsilon}$ بیانگر ماتریس دوران از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی می باشد. فرض شود اندازه گیری های زیر توسط ساختار شتاب سنجها در دستگاه بدنی به صورت زیر انجام شده است.

$${}^b\vec{a}(t) = [50, 10, 10]^T \left(\frac{m}{s^2} \right), {}^b\vec{\omega}_{ib} = [1, 2, 3]^T \left(\frac{rad}{s} \right)$$

نمودار مربوط به زوایای اویلر و کواترنین های مربوط به این ستاریوی حرکتی پس مدت ۱۰ ثانیه شبیه سازی، به صورت شکل های (۱۱) و (۱۲) خواهد بود. موقعیت وسیله در راستای محورهای دستگاه اینرسی و مسیر حرکت آن در این دستگاه در شکل های ۱۲ و ۱۳ آمده است. اگر شتاب سنجها دارای بایاس به اندازه $\frac{m}{s^2}$ و ناهم محوری به اندازه حداقل 0.1 درجه باشند خطاهای موقعیت وسیله در راستای محورهای X و Y و Z با استفاده از روابط خطاهای شتابهای خطی و سرعتهای زاویه ای به ترتیب -2.98 و -20.4 و -20.4 خواهد بود. پس از

۱: زمان
 $(\delta f_{bias})_k$: بایاس شتاب سنج k ام، $(\Delta f_b)_{bj}$: خطای مولفه j ام شتاب نقطه b ناشی از بایاس شتاب سنج
 $(\Delta p)_{bias}, (\Delta q)_{bias}, (\Delta r)_{bias}$: خطای سرعتهای زاویه ای وسیله ناشی از بایاس شتاب سنج
 $\Delta \varepsilon_i$: خطای کواترنینها، $S\vec{\theta}_k$: بردار محور حساسیت شتاب سنج k ام
 $(f_b)_{bj missalignment}$: مولفه j ام شتاب نقطه b با وجود ناهم محوری شتاب سنج
 $(f_d)_{\theta_k}$: خروجی شتاب سنج k ام با وجود ناهم محوری در محور حساسیت آن، θ_k : در محور حساسیت آن، $(\Delta r)_{misalignment}$: خطای مولفه j ام شتاب نقطه b ناشی از ناهم محوری وسیله در دستگاه مختصات بدنی بدون ناهم محوری شتاب سنجها
 $p_{misalignment}, q_{misalignment}, r_{misalignment}$: سرعت زاویه ای وسیله در دستگاه مختصات بدنی با ناهم محوری شتاب سنجها
 $(\Delta p)_{misalignment}, (\Delta q)_{misalignment}, (\Delta r)_{misalignment}$: خطای سرعت زاویه ای وسیله در دستگاه مختصات بدنی ناشی از ناهم محوری شتاب سنجها
 $i^i C_b$: ماتریس دوران از دستگاه مختصات بدنی به دستگاه مختصات اینرسی بیان شده بر حسب کواترنینها

با توجه به شکل ۱۴ مشاهده می شود که خطای موقعیت پس از ۱۰ ثانیه ناوبری در راستای محورهای X و Z به ترتیب به اندازه -0.5 و -3 خواهد بود که بسیار به مقادیری که مستقیماً از روابط شتابهای خطی و سرعتهای زاویه ای به دست آمده اند، نزدیک می باشد.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا یک ساختار ۱۰ تایی از شتاب سنجها ارایه شد که قادر به اندازه گیری شتابهای خطی و سرعتهای زاویه ای وسیله است. بایاس و ناهم محوری شتاب سنجها که از مهمترین خطاهای شتاب سنجهاست در این مقاله مدلسازی شده و تاثیر آنها در ناوبری مورد آنالیز موردن بررسی قرار گرفت. در پایان مقاله با ارایه یک مثال، نتایج شبیه سازی ارایه شد. نتایج شبیه سازی گویای این موضوع است که این ساختار از دقت تقریباً مطلوبی برای ناوبریهای کوتاه مدت برخوردار است.

۸- فهرست علایم و متغیرها

- $\vec{\omega}_{ib}$: سرعت زاویه ای دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی
- \vec{f}_b : شتاب نقطه b در دستگاه بدنی
- \vec{f}_m : شتاب جرم آزمون در دستگاه بدنی
- C_b : ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات اینرسی به دستگاه مختصات بدنی
- \vec{r}_m : بردار مکان جرم آزمون شتاب سنج، بیان شده در دستگاه اینرسی
- \vec{r}_b : بردار مکان نقطه b بیان شده در دستگاه اینرسی
- \vec{r}_{bc} : بردار مکان از نقطه b تا نقطه c (نقطه ای از بدنی)، بیان شده در دستگاه اینرسی
- \vec{r}_{cm} : بردار مکان بدنی شتاب سنج و جرم آزمون، بیان شده در دستگاه اینرسی
- $(f_b)_{bj}$: مولفه j ام شتاب خطی نقطه b در راستای محور j ام دستگاه بدنی، $(j=1,2,3)$
- $(f_m)_{bj}$: مولفه j ام شتاب خطی مرکز جرم شتاب سنج در راستای محور j ام دستگاه بدنی، $(j=1,2,3)$
- p : سرعت زاویه ای وسیله حول محور اول دستگاه مختصات بدنی
- q : سرعت زاویه ای وسیله حول محور دوم دستگاه مختصات بدنی
- r : سرعت زاویه ای وسیله حول محور سوم دستگاه مختصات بدنی
- $(f_{mn})_{bj}$: مولفه j ام شتاب خطی وسیله، اندازه گیری شده توسط شتاب سنج m ام، $j=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$
- d : فاصله شتاب سنج تا مرکز جرم وسیله
- δf_{bias} : بایاس شتاب سنج
- δP : خطای موقعیت وسیله

ارائه روشی تقریبی برای طراحی دکوپلر و بررسی مصالحه در روش طراحی دوپله ای با استفاده از دکوپلر و حلقه بستن ترتیبی در سیستم های چندمتغیره خطی پایدار

قاسم کرجی^۱، عارف شاه منصوریان^۲

^۱دانشجوی ارشد مهندسی کنترل، گروه کنترل، دانشگاه بین المللی، kerchi@ikiu.ac.ir

^۲استادیار، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه بین المللی قزوین، shahmansoorian@ikiu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۰/۳/۱۳۸۹، تاریخ پذیرش مقاله ۲۴/۸/۱۳۹۰)

چکیده: در این مقاله روشی جدید برای طراحی دکوپلر دینامیکی ارائه شده است. این روش بر اساس رسم مشخصه فرکانسی دکوپلر و تخمین زدن آن با استفاده از تابع تبدیلی سره، پایدار و علی در بازه فرکانسی معین بنا شده است. در ادامه در مورد ارتباط طراحی دکوپلر و کنترل کننده و نقش آن در کاهش تداخل حلقه ها بحث شده است. در انتها روش حلقه بستن ترتیبی با تست رله و کنترل کننده PID با روش طراحی دکوپلر ارائه شده ترکیب شده است. نتایج موفقیت آمیز این روش در دکوپله کردن سیستم با استفاده از شبیه سازی نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: چند ورودی چند خروجی، دکوپلر، حلقه بستن ترتیبی، تست رله، PID

Presentation of an Approximate Method for the Design of Decoupler and Study the Compromise in Two-step Design Method using Decoupler and Sequential Loop Closing for Stable Linear Multivariable Systems

Ghasem Kerchi , Aref Shahmansoorian

Abstract

In this paper a new method to design dynamical decoupler is presented. This method is based on drawing the frequency characteristic of decoupler and its estimation by using of a proper, stable and causal transfer function in a determined frequency range. Then has been discussed about the relationship between design decoupler and controller and its role in reducing the interactions of loops. Finally the sequential loop closing method with relay test and PID controllers is combined with the proposed decoupler design method. Successful results of this method in decoupling the multivariable system is shown with simulation.

Keyword : MIMO , Decoupler , Sequential design , Relay test , PID

۱. مقدمه

باشد. همچنین در این مقاله با استفاده از رسم نمودار بود برای درایه های دکوپلر شرایطی برای استفاده از دکوپلر استاتیکی ارائه شده است. روش های مختلفی برای طراحی کنترل کننده سیستم های چند متغیره در مقالات معرفی شده است. در این مقاله برای دستیابی به یک طراحی دوپله ای از روش حلقه بستن ترتیبی استفاده شده است [۱-۳]. در این روش حلقه ها به صورت ترتیبی بسته می شوند و معمولاً ابتدا سریع ترین حلقه ها بسته می شوند. وجود تداخل در سیستم باعث می شود نتیجه طراحی در روش ترتیبی بسیار وابسته به ترتیب انتخاب شده برای بستن حلقه ها باشد. در [۸] روشی دو پله ای برای طراحی کنترل کننده ارائه شده است. در پله اول دکوپلر طراحی و استفاده می شود و در پله دوم حلقه بستن ترتیبی با استفاده از تست رله صورت می پذیرد. یک اشکال این روش این است که دکوپلر تقریبی طراحی شده تضمینی برای دکوپله کردن سیستم چند متغیره نمی دهد و فقط بعد از استفاده از دکوپلر و شیوه سازی می توان عملکرد دکوپلر را مشاهده کرد. مشکل دوم جدا بودن طراحی دکوپلر و کنترل کننده می باشد. در این مقاله ضمن ارائه یک روش جدید برای طراحی دکوپلر، روش طراحی دو پله ای به گونه ای اصلاح شده است که طراحی پله اول و پله دوم، وابسته به یکدیگر صورت گیرد. همچنین نشان داده شده است که بین عملکرد پله اول و پله دوم مصالحه ای وجود دارد که برای طراحی یک سیستم حلقه بسته با رفتار مطلوب باید ملاحظات عملکرد دکوپلر و عملکرد سیستم حلقه بسته برای ردیابی ورودی پله را به صورت همزمان در نظر گرفت. در بخش دوم روش ارائه شده برای طراحی دکوپلر ارائه شده است. در بخش سوم مقاله تست رله برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده در سیستم های چند متغیره معرفی شده است [۴]. در بخش چهارم مقاله برای طراحی کنترل کننده PID تک ورودی تک خروجی از روش مقاوم ارائه شده در [۶] و [۵] استفاده شده است. در بخش پنجم مقاله روش حلقه بستن ترتیبی ارائه شده در [۸] آورده شده است. در بخش ششم مقاله نتایج رضایت بخش دکوپلر طراحی شده با شیوه سازی نشان داده شده است.

۲. طراحی دکوپلر

در این بخش سعی می شود با استفاده از یک جبران ساز دینامیکی تابع تبدیل سیستم چند متغیره معکوس پذیر پایدار مینیمم فاز را به شکل قطری

ایده اصلی در روش های طراحی دکوپلر این است که یک جبران ساز به گونه ای طراحی شود که رفتار سیستم چند متغیره بعد از استفاده از جبران ساز به یک سیستم قطری نزدیک شود. چنانچه مطلوب این باشد که دکوپله سازی در یک فرکانس معین صورت گیرد از دکوپلر استاتیکی و برای اینکه دکوپله سازی در یک بازه فرکانسی صورت گیرد از دکوپلر دینامیکی استفاده می شود. دکوپلرهای دینامیکی را در حالت کلی می توان به دو دسته تقسیم کرد. در دسته اول دکوپلرها مستقیماً به شکل یک تابع تبدیل محاسبه می شوند. از این دسته می توان از دکوپلر مبتنی بر معکوس و دکوپلر با قطر اصلی واحد نام برد که در این مقاله از این دو جبران ساز استفاده شده است [۱۲]. بررسی پایداری در این دکوپلرهای نسبتاً ساده بوده ولی طراحی آنها مشکل است. مشکل اصلی در طراحی این جبران سازها مواجه شدن با عواملی مثل ناپایداری، ناسره بودن، غیر علی بودن و غیر قابل تحقق بودن درایه های دکوپلر است. در دسته دوم دکوپلر به شکل ساختار فیدبک محاسبه می شود که تابع تبدیل های مسیر پیشخور و مسیر فیدبک برای دکوپلر به راحتی محاسبه می شوند. در این روش مشکل اصلی بررسی پایداری دکوپلر است [۱۳]. برای فرآیندهایی با ابعاد بیشتر از دو ورودی و دو خروجی و تأخیر دار، دکوپله سازی سیستم با استفاده از دکوپلرهایی با تعداد قطب و صفر محدود فقط در یک بازه فرکانسی معین امکان پذیر است. هر چه این بازه فرکانسی بزرگتر باشد عمل دکوپله سازی با کیفیت بهتری انجام می شود. برای اینکه یک سیستم حلقه بسته رفتار دکوپله ای خوبی داشته باشد کنترل کننده ها باید به گونه ای طراحی شوند که سیستم چند متغیره حلقه بسته از بازه ای فرکانسی معین شده توسط دکوپلرهای استفاده کند. استفاده از بازه فرکانسی کوچک در سیستم حلقه بسته می تواند عملکرد رضایت بخش دکوپلرهای را تضمین کند اما این امر به معنای داشتن زمان نشست طولانی در پاسخ خروجی حلقه بسته بوده و از دیدگاه حذف اغتشاش مناسب نیست. برای اینکه بتوان در سیستم حلقه بسته به زمان نشست کوتاه در پاسخ ها دست پیدا کرد باید کنترل کننده به گونه ای طراحی شود که از بازه فرکانسی بزرگتر استفاده کند و این امر عملکرد دکوپلر را ضعیف تر می کند. در این مقاله برای طراحی دکوپلر سعی شده تا دکوپلر با تعدادی صفر و قطب محدود به گونه ای طراحی شود که تا فرکانسی معین مشخصه فرکانسی مثل نمودار بود برای دکوپلر تقریبی طراحی شده و دکوپلر اصلی غیر قابل تحقیق برابر

به طریق مشابه درایه های یک دکوپلر سه در سه در رابطه (۳) داده شده است.

در آوریم. این کار باعث می شود تداخل حلقه ها با یکدیگر کمتر بوده و رفتار سیستم به چند زیر سیستم تک ورودی تک خروجی نزدیک شود.

$$G \times W =$$

$$\begin{bmatrix} \dots & g_{11}I_{12} + g_{12} + g_{13}I_{32} \\ g_{21} + g_{22}I_{21} + g_{23}I_{31} & \dots \\ g_{31} + g_{32}I_{21} + g_{33}I_{31} & g_{31}I_{12} + g_{32} + g_{33}I_{32} \\ g_{11}I_{13} + g_{12}I_{23} + g_{13} \\ g_{21}I_{13} + g_{22}I_{23} + g_{23} \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} I_{12} &= \frac{g_{32}g_{13} - g_{33}g_{12}}{g_{11}g_{33} - g_{13}g_{31}} & I_{13} &= \frac{g_{12}g_{23} - g_{22}g_{13}}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}} \\ I_{21} &= \frac{g_{31}g_{23} - g_{21}g_{33}}{g_{22}g_{33} - g_{23}g_{32}} & I_{23} &= \frac{g_{13}g_{21} - g_{11}g_{23}}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}} \\ I_{31} &= \frac{g_{32}g_{21} - g_{22}g_{31}}{g_{22}g_{33} - g_{23}g_{32}} & I_{32} &= \frac{g_{31}g_{12} - g_{11}g_{32}}{g_{11}g_{33} - g_{13}g_{31}} \end{aligned} \quad (3)$$

به دست آوردن یک فرم بسته برای درایه های دکوپلر $n \times n$ با این روش کار مشکلی است و می توان از دکوپلر مبتنی بر معکوس استفاده کرد.

۲-۲. دکوپلر مبتنی بر معکوس

ایده اصلی در طراحی این دکوپلر این است که ضرب شدن یک جبران ساز که معکوس فرآیند باشد، یک ماتریس واحد ایجاد می کند که قطري است و تداخل در آن وجود ندارد [۱۲]. البته ما نیازمندیم که سیستم قطری شود ولی اینکه قطر اصلی نزدیک به یک شود از اهداف دکوپله کردن سیستم نیست. مزیت طراحی دکوپلرهای مبتنی بر معکوس سادگی طراحی آنهاست که این مسئله برای سیستم های بزرگ تر اهمیت بیشتری پیدا می کند. دکوپلر مبتنی بر معکوس می تواند دینامیکی یا استاتیکی باشد. دکوپلر استاتیکی در رابطه (۴) می تواند سیستم چند متغیره را در فرکانس های بزرگتر نیز دکوپله کند.

$$W = G(0)^{-1} \quad (4)$$

دکوپلر دینامیکی در رابطه (۵) می تواند سیستم چند متغیره را در فرکانس های بزرگتر نیز دکوپله کند.

۲-۱. دکوپلر با قطر اصلی واحد

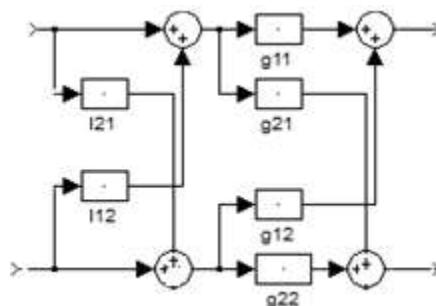
جبران ساز با قطر اصلی واحد را به فرم (۱) در نظر می گیریم.

$$W(s) = \begin{bmatrix} 1 & \dots & I_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n1} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

برای یک فرآیند دو ورودی دو خروجی فرم جبران ساز به شکل زیر است.

$$W(s) = \begin{bmatrix} 1 & I_{12} \\ I_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

که بلوک دیاگرام آن در شکل ۱ رسم شده است.



شکل ۱. بلوک دیاگرام یک فرآیند دو ورودی دو خروجی به همراه دکوپلر با قطر اصلی واحد

یک روش ساده برای طراحی این جبران ساز این است که فرآیند را در جبران ساز ضرب کنیم و تمام درایه های جواب حاصله به غیر از قطر اصلی را برابر صفر قرار دهیم. به عنوان مثال درایه های یک دکوپلر دو در دو در رابطه (۲) داده شده است.

$$G \times W = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & I_{12} \\ I_{21} & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} g_{11} + g_{12}I_{21} & g_{11}I_{12} + g_{12} \\ g_{21} + g_{22}I_{21} & g_{21}I_{12} + g_{22} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{cases} g_{11}I_{12} + g_{12} = 0 \\ g_{21} + g_{22}I_{21} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{12} = -g_{12}/g_{11} \\ I_{21} = -g_{21}/g_{22} \end{cases} \quad (2)$$

نکته اول اینکه قطب ها و صفرهای بزرگ دکوپلر در فرکانس های بالا

تحریک می شوند، در حالیکه کنترل کننده ها از فرکانس های پایین استفاده می کنند و قطب های فرکانس بالا نقش چندانی در دکوپله کردن سیستم حلقه بسته ایفا نمی کنند. اگر پهنهای باند مورد استفاده توسط کنترل کننده را پهنهای باند مطلوب بنامیم، آنگاه می توان به طور قطع ادعا کرد که قطب ها و صفرهای خارج از پهنهای باند مطلوب نقش کمتری در دکوپله کردن سیستم حلقه بسته ایفا می کنند. از طرفی اگر فرآیند در فرم تأخیر دار بوده و برای بدست آمدن دکوپلر از تقریب پدۀ استفاده شده باشد، آنگاه از آنجایی که تقریب پدۀ در فرکانس های پایین معتبر است نمی توان انتظار داشت با دخالت دادن قطب ها و صفرهای بزرگ، دکوپله شدن سیستم با کیفیت بهتری صورت پذیرد.

نکته دوم اینکه در این روش ممکن است در قطب های محاسبه شده برای درایه های دکوپلر قطب ناپایدار دیده شود. به هر حال برای بدست آوردن یک دکوپلر تقریبی این قطب های ناپایدار باید از تابع تبدیل درایه های دکوپلر حذف شوند. ضمناً بعد از حذف یک قطب مشخصات فرکانسی مثل نمودار بود و... در فرکانس های بالا تراز قطب حذف شده شکل کامل‌اً متفاوتی پیدا می کنند و بنابراین صفرها و قطب های بزرگ تر نامعتبر می باشند و تمام آنها را می توان حذف کرد. این دکوپلر می تواند در فرکانس های کمتر از قطب حذف شده به خوبی عمل کند. پس کنترل کننده برای خوب دکوپله شدن سیستم باید به گونه ای طراحی شود که پهنهای باند مورد استفاده سیستم حلقه بسته (پهنهای باند مطلوب) کمتر از مقادیر فرکانس تحریک قطب حذف شده باشد.

نکته سوم اینکه درایه های دکوپلر بدست آمده ممکن است ناسره باشند. در این شرایط با حذف تعدادی از صفرهای خارج از پهنهای باند مورد استفاده می توان آن را سره کرد. این کار تاثیر چندانی در عملکرد دکوپلر برای سیستم حلقه بسته نخواهد داشت. به عنوان مثال در شکل ۲ نمودار بود برای یک تابع تبدیل ناسره و سره شده همان تابع تبدیل زمانی که صفر بزرگ آن حذف شده، نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می شود برای فرکانس های بالا مشخصه فرکانسی متفاوت می شود در حالیکه برای فرکانس های کوچک مشخصه فرکانسی دو تابع تبدیل برابر است.

$$0.2 \frac{(s+1)(s+10)}{(s+2)} \rightarrow 2 \frac{(s+1)}{(s+2)}$$

$$W = G(s)^{-1} \quad (5)$$

۳-۲. ارائه یک تقریب برای طراحی دکوپلر

یک روش جدید برای پیاده سازی دکوپلر برای سیستم های مربعی و پایدار در این قسمت ارائه می شود. در این روش دکوپلر به صورت یک جرمان ساز فرض می شود که می تواند با هر یک از روش های مبتنی بر معکوس یا قظر اصلی واحد بدست آمده باشد.

$$w(s) = \begin{bmatrix} I_{11} & \dots & I_{1i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{j1} & \dots & I_{ji} \end{bmatrix}$$

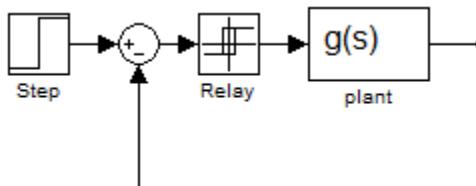
درایه های این دکوپلر ممکن است ناپایدار، غیرعلی یا ناسره باشند ولی نمودار بود برای این درایه ها قابل رسم است. ابتدا نمودار بود برای هر یک از درایه های دکوپلر رسم می شود. سپس از روی نمودارهای بود رسم شده برای هر درایه یک تقریب برای آن درایه بدست می آید. درایه ها در حالت کلی ممکن است ناسره یا ناپایدار باشند ولی مشخصه فرکانسی آنها را در فرکانس های پایین با استفاده از یک تابع تبدیل سره و پایدار می توان تخمین زد. چنانچه تابع تبدیل فرآیند در فرم تأخیردار داده شده باشد نیز با توجه به این که تقریب زدن فقط در بازه ی فرکانسی کوچک امکان پذیر است و تقریب پدۀ نیز در بازه فرکانسی کوچک تقریب معتبری می باشد به عنوان یک راهکار می توان به جای تأخیرها از تقریب پدۀ استفاده کرد.

$$e^{-Ts} \cong \frac{2-Ts}{2+Ts} \quad (6)$$

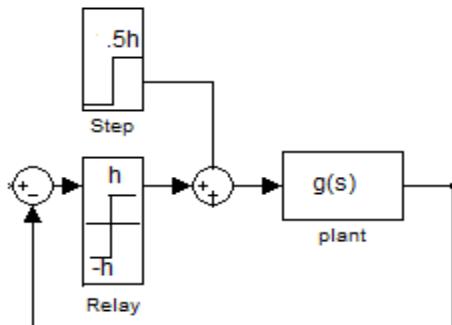
$$e^{-Ts} \cong \frac{1}{1+Ts} \quad (7)$$

این تقریب هر چه فرکانس به صفر نزدیک تر باشد تقریب دقیق تری خواهد بود. رابطه (6) تقریب دقیق تری را ارائه می دهد ولی ممکن است منجر به ایجاد قطب های ناپایدار در دکوپلر شود. رابطه (7) تقریب با دقت کمتری را ارائه می دهد ولی استفاده از آن پایداری دکوپلر طراحی شده را تضمین می کند و ما در این قسمت از رابطه (7) استفاده می کیم. بعد از استفاده از این تقریب ها درایه های دکوپلر به فرم تابع تبدیل با تعداد قطب و صفر محدود تبدیل می شود ولی در حالت کلی این درایه ها ممکن است پایدار یا سره نباشند. حال با در نظر گرفتن چهار نکته دکوپلر تقریبی طراحی می شود.

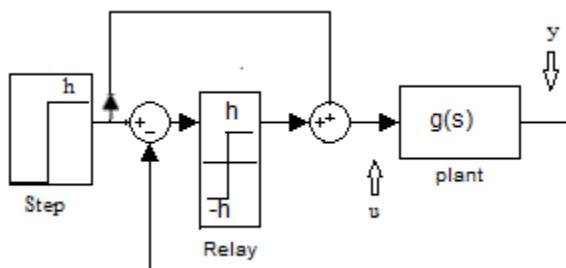
تست رله: این تست یک تست شناسایی تابع تبدیل می باشد. با استفاده از مبحث ثابت توصیف کننده می توان نشان داد که سیستم حلقه بسته در شکل ۳ در صورتی دارای سیکل حدی می باشد که فرآیند پایدار بوده و نمودار نایکوییست فرآیند با قسمت منفی محور حقیقی تقاطع داشته باشد یا به عبارت دیگر سیستم دارای حد بهره باشد.



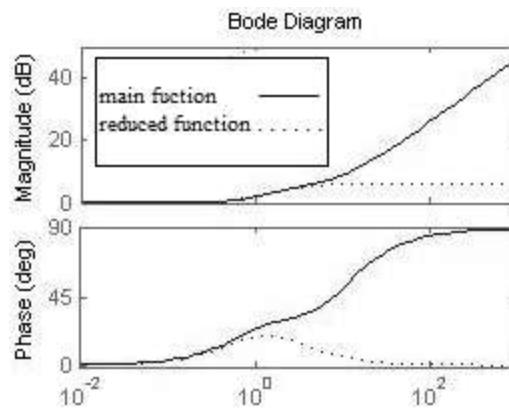
شکل ۳. بلوك دیاگرام تست رله



شکل ۴. بلوك دیاگرام تست رله اصلاح شده



شکل ۵. بلوك دیاگرام تست رله اصلاح شده



شکل ۲. نمودار بود برای تابع تبدیل ناسره و تابع تبدیل سره شده با حذف صفر بزرگ

نکته چهارم برای داشتن عملکرد دکوپله راضی کننده در سیستم حلقه بسته باید کنترل کننده ها به گونه ای طراحی شوند که پهنای باند مورد استفاده در سیستم حلقه بسته کوچک تر از بازه فرکانسی عملکرد دکوپلر باشد تا عملکرد رضایت بخشی از دکوپلر مشاهده کرد. این عمل به معنای داشتن پاسخ هایی با زمان نشست بزرگ بوده که از دیدگاه حذف اغتشاش چندان مناسب نیست. با در نظر گرفتن این مصالحه می توان به یک طراحی موفق دو پله ای برای سیستم حلقه بسته دست یافت. توجه شود که در این روش تقریبی طراحی دکوپلر، بزرگ بودن مرتبه ای سیستم باعث پیچیدگی طراحی دکوپلر نمی شود زیرا در هر شرایطی فقط از تعداد محدودی صفر و قطب موجود در پهنای باند مطلوب برای تقریب زدن دکوپلر استفاده می شود.

۴-۲. استفاده از دکوپلر استاتیکی

یک معیار برای عرض یابی عملکرد دکوپلر استاتیکی این است که نمودار بود برای تک تک درایه های دکوپلر رسم شود و اگر در محدوده ای پهنای باند مطلوب نمودار بود برای اندازه و فاز، خطی با شیب صفر باشد نشان می دهد که در پهنای باند مورد استفاده درایه های دکوپلر صفر و قطب موثری ندارند و دکوپلر استاتیکی می تواند نتایج رضایت بخشی را برای سیستم حلقه بسته ارائه دهد.

۳. تست شناسایی تابع تبدیل

$$g(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\int y(t)e^{-st}dt}{\int u(t)e^{-st}dt}$$

$$g(\omega_0 j) = \frac{y(\omega_0 j)}{u(\omega_0 j)} =$$

$$\frac{\int_0^{\infty} y(t) \cos(\omega_0 t) dt - j \int_0^{\infty} y(t) \sin(\omega_0 t) dt}{\int_0^{\infty} u(t) \cos(\omega_0 t) dt - j \int_0^{\infty} u(t) \sin(\omega_0 t) dt}$$

به دلیل متناوب بودن سیگال های u و y تساوی رابطه به ازای انتگرال

گیری در یک دوره تناوب نیز برقرار خواهد بود.

$$\frac{\int_{t_0}^{t_0+mT_e} y(t) \cos(\omega_0 t) dt - j \int_{t_0}^{t_0+mT_e} y(t) \sin(\omega_0 t) dt}{\int_{t_0}^{t_0+mT_e} u(t) \cos(\omega_0 t) dt - j \int_{t_0}^{t_0+mT_e} u(t) \sin(\omega_0 t) dt}$$

از طرفی فرم تقریب زده شده به فرم رابطه (۸) می باشد. فرکانس سیکل حدی ω_0 به راحتی از روی سیکل حدی ورودی یا خروجی قابل محاسبه می باشد. اولین پارامتر با انتگرال گیری از سیکل حدی به صورت زیر محاسبه می شود.

$$K_p = g(0) = \frac{\int_{t_0}^{t_0+mT_e} y(t) dt}{\int_{t_0}^{t_0+mT_e} u(t) dt} \quad (9)$$

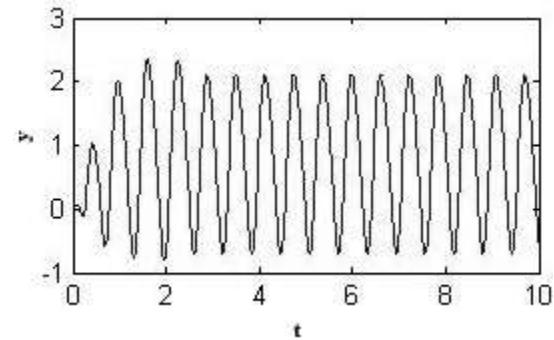
در گام بعدی انتگرال ها را به ازای ω_0 محاسبه نموده و $g(\omega_0 j)$ را محاسبه می کنیم. سپس با برابر قرار دادن شرط اندازه و فاز دو پارامتر دیگر محاسبه می شوند.

$$g(\omega_0 j) = \frac{K_p}{T\omega_0 j + 1} e^{-\omega_0 j d}$$

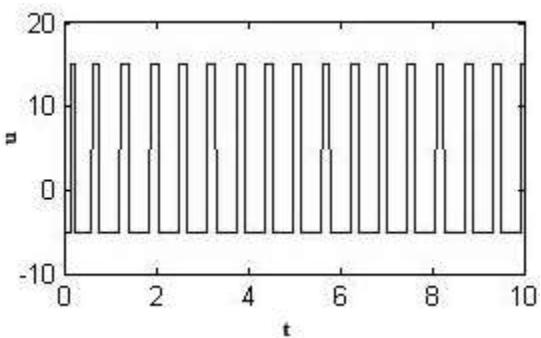
$$T = \sqrt{\left(\frac{K_p^2}{|g(\omega_0 j)|^2} - 1\right) \frac{1}{\omega_0^2}} \quad (10)$$

$$d = \frac{-\text{phase}(g(\omega_0 j)) - \text{phase}(T\omega_0 j + 1)}{\omega_0} \quad (11)$$

با فرض دکوپله شدن سیستم چند متغیره بعد از استفاده از دکوپلر می توان از تست رله برای شناسایی تابع تبدیل هر حلقه در سیستم های چند متغیره استفاده کرد.



شکل ۶. یک نمونه از خروجی سیستم در تست رله



شکل ۷. یک نمونه از ورودی سیستم در تست رله

فرکانس سیکل حدی همان فرکانس قطع فاز می باشد. با کمی اصلاح می توان از حلقه های شکل ۴ و شکل ۵ نیز استفاده کرد. استفاده از حلقه های شکل ۴ و ۵ منجر به سیکل حدی با تقارن بیشتر می شود [۴]. فرکانس سیکل حدی در این حالت کمتر از فرکانس قطع فاز می باشد. به عنوان مثال نمودارهای u و y در شکل ۶ و ۷ رسم شده است. بدیهی است که اگر $G(0) < 0$ باشد برای داشتن سیکل حدی لازم است منطق رله بر عکس شود و یا فیدبک مثبت شود. با استفاده از تست رله می توان یک تقریب درجه اول همراه با تأخیر برای تابع تبدیل بدست آورد.

$$g(s) = \frac{K_p}{Ts + 1} e^{-ds} \quad (8)$$

در تست رله بعد از پاسخی گذرا پاسخ به یک سیکل حدی دائمی ختم می شود. بنابراین در طی سیکل حدی جایگزین کردن $j \rightarrow \omega$ تقریب مناسبی می باشد.

۴. کنترل کننده

$$\frac{T_D}{T} = \begin{cases} \frac{d}{2T+d} & \text{for } \frac{d}{T} < .25 \\ .5d \frac{T_I}{(T+.5d)^2} & \text{for } \frac{d}{T} \geq .25 \end{cases} \quad (14)$$

۵. تنظیم کردن ترتیبی حلقه های کنترلی

همیشه یک دغدغه در روش حلقه بستن ترتیبی این است که بعد از بسته شدن حلقه های بعدی، دینامیک حلقه های بسته شده ی قبلی تغییر خواهد کرد. این تغییر در حالی است که این حلقه ها با کنترل کننده های طراحی شده بسته شده اند. این تغییرات دینامیک های جدیدی را با این کنترل کننده ها مواجه کرده و نتیجه حاصل شده قابل پیش بینی نیست. ممکن است در نهایت بعد از بستن آخرین حلقه، اولین حلقه های بسته شده عملکرد متفاوتی از آنچه انتظار داریم نشان دهن. این تاثیر گذاری دینامیک حلقه ها بر یکدیگر ارتباط مستقیمی با تداخل حلقه ها دارد. برای کاهش تداخل قبل از شروع روش حلقه بستن ترتیبی استفاده از یک دکوپلر می تواند نتیجه عملکرد حلقه بستن ترتیبی را بهبود بخشد. یک دغدغه دیگر در روش حلقه بستن ترتیبی این است که کنترل کننده برای هر حلقه تا جایی که ممکن است باید مقاوم طراحی شود. دلیل این امر آن است که بعد از بستن حلقه های بعدی شرایط حلقه های قبلی تغییر می کند و کنترل کننده های این حلقه ها باید بتوانند تحت شرایط تغییر کرده هم به خوبی عمل کنند. یک دغدغه دیگر در روش حلقه بستن ترتیبی این است که ابتدا کدام حلقه ها برای بسته شدن انتخاب شوند که بستن آنها کمترین تاثیر را روی حلقه های دیگر داشته باشد. یک معیار میتواند سرعت حلقه ها باشد. در [۷] و [۹] نشان داده شده که حلقه های با سرعت بیشتر تاثیر کمتری بر روی حلقه های با سرعت کمتر دارند. یک معیار می تواند این باشد که ابتدا حلقه های سریع تر بسته شوند سپس حلقه های کنترل بسته شوند. سرعت حلقه ها را می توان از روی محاسبه فرکانس قطع فاز عناصر قطری تابع تبدیل فرایند محاسبه کرد. فرکانس قطع فاز یک عنصر قطری تابع تبدیل را می توان از روی نوسانات ثابت بدست آمده با استفاده از یک کنترل کننده تناسبی محاسبه کرد. راه دیگر و ساده تر محاسبه فرکانس قطع فاز، بستن هر حلقه با قرار دادن یک رله در آن حلقه و محاسبه فرکانس سیکل حدی تولید شده می باشد. توجه شود سرعت حلقه ها قبل و بعد از استفاده از دکوپلر متفاوت خواهد بود و نمی توان از روی سرعت حلقه ها

تنظیم کردن پارامترهای PID از تقریب درجه یک با تأخیر فرآیند

برای فرآیندی که به شکل ۸ تقریب زده شده باشد در [۸] روشی آمده است که پارامترهای کنترل کننده PID در فرم ایده آل موازی (۱۳) بدست می آید.

$$G_c(s) = K_c \left(1 + T_D s + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (13)$$

اگر فرم تقریبی فرآیند در رنج $0.25 \leq d/T \leq 0.5$ باشد برای طراحی کنترل کننده از روش مقاوم ارائه شده در [۵] استفاده می شود. در این روش کنترل کننده برای دستیابی به پاسخی مقاوم با میرایی سریع و فراجهش کوچک طراحی می شود. در [۸] نشان داده شده که برای رنج $0.01 \leq d/T \leq 0.25$ این روش نتیجه رضایت بخشی ارائه نمی دهد. در این رنج از روش IMC ارائه شده در [۶] استفاده می کنیم. نتایج حاصله در زیر آمده است.

$$\text{PI control} \quad \left(0.01 \leq \frac{d}{T} \leq 10 \right)$$

$$K_c K_p = \begin{cases} \frac{T}{0.005T + 1.53d} & \text{for } \frac{d}{T} < .25 \\ .292 + 0.482 \left(\frac{T}{d} \right) + 0.023 \left(\frac{T}{d} \right)^2 & \text{for } \frac{d}{T} \geq .25 \end{cases}$$

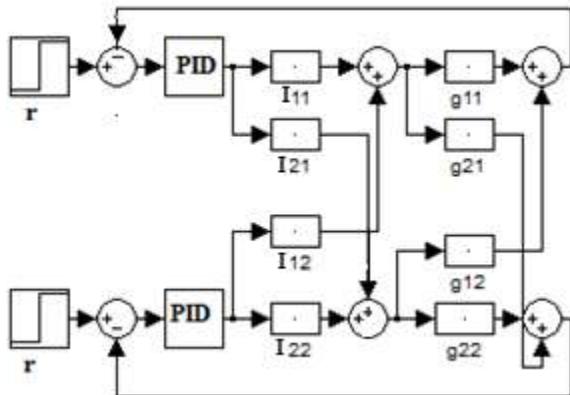
$$\frac{T_I}{T} = \begin{cases} 1 & \text{for } \frac{d}{T} < .25 \\ 0.955 + 0.386 \left(\frac{d}{T} \right) & \text{for } \frac{d}{T} > .25 \end{cases}$$

$$\text{PID control} \quad \left(0.01 \leq \frac{d}{T} \leq 10 \right)$$

$$K_c K_p = \begin{cases} \frac{T + .5d}{0.005T + 1.2d} & \text{for } \frac{d}{T} < .25 \\ 0.374 + 0.724 \left(\frac{T}{d} \right) + .025 \left(\frac{T}{d} \right)^2 & \text{for } \frac{d}{T} \geq .25 \end{cases}$$

$$\frac{T_I}{T} = \begin{cases} 1 + .5 \left(\frac{d}{T} \right) & \text{for } \frac{d}{T} < .25 \\ 0.966 + 0.482 \left(\frac{d}{T} \right) & \text{for } \frac{d}{T} \geq .25 \end{cases}$$

سپس ضرایب PID را تعیین کرده و حلقه اول را مطابق شکل ۹ می‌بینید. در مرحله بعدی مطابق شکل ۱۰ تست شناسایی را در حالی که حلقه اول بسته شده است روی حلقه دوم انجام می‌دهیم و رابطه $\frac{y_2}{u_2}$ را می‌ایم. سپس ضرایب PID را یافته و طبق شکل ۱۱ حلقه دوم را نیز می‌بینید.

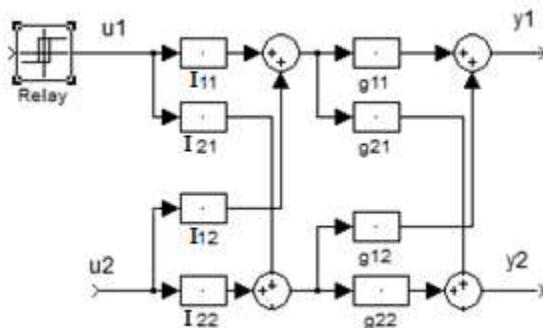


شکل ۱۱. بستن حلقه دوم بعد از انجام تست رله در حلقه دوم

چنانچه سرعت حلقه ها به هم نزدیک باشد می‌توان بعد از بستن حلقه دوم دوباره تست شناسایی را در حالی که حلقه دوم بسته است روی حلقه اول انجام داد و پارامترهای PID را دوباره تنظیم کرد و سپس در حالیکه حلقه اول بسته است تست شناسایی را روی حلقه دوم انجام داد و پارامترهای حلقه دوم را نیز دوباره تنظیم کرد. این کار را به قدری می‌توان انجام داد تا پارامترهای PID به مقادیری معین همگرا شوند [۸]. بعد از همگرایی پارامترها، کنترل کننده ها با توجه به تداخل موجود وظایف کنترلی حلقه خود را با موقعیت انجام می‌دهند و همگرایی پارامترها تاثیری در کاهش تداخل ندارد. از این مباحث می‌توان دو قانون را نتیجه گرفت. قانون اول اینکه برای بستن حلقه ها بهتر است ابتدا حلقه های تند تر بسته شوند سپس حلقه های کنترل بسته شوند. قانون دوم اینکه حلقه ای که دارای سرعتی بیش از دو برابر سرعت سایر حلقه ها باشد می‌تواند مانند یک حلقه دکوپله شده رفتار کند و پارامترهای کنترل کننده برای آن حلقه می‌تواند با صرف نظر از اثر تداخلی تنظیم پارامترهای کنترل کننده های سایر حلقه ها تنظیم شود یا به عبارت دیگر بعد از بستن حلقه های کنترل نیازی به دوباره تنظیم کنترل کننده ای این حلقه نیست.

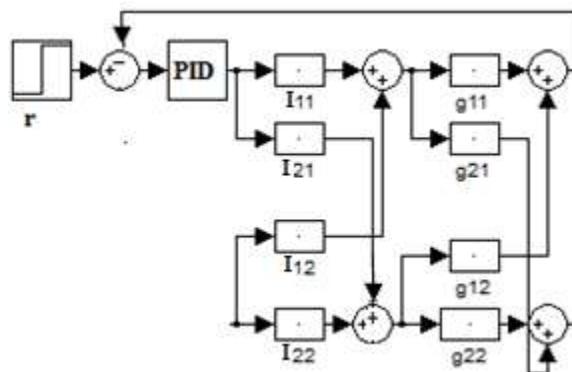
۶ شبیه سازی

قبل از استفاده از دکوپلر تصمیمی گرفت. برای یک تابع تبدیل 2×2 به همراه دکوپلر نصب شده مراحل به این صورت است.

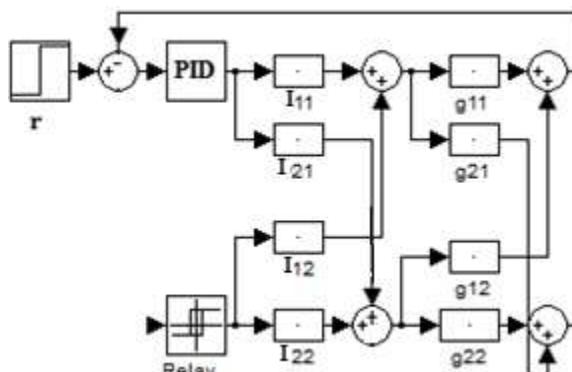


شکل ۸. انجام تست رله در حلقه اول در حالیکه حلقه دوم باز است

ابتدا با استفاده از تست رله سرعت حلقه ها را اندازه گیری می‌کنیم. فرض کنید سرعت حلقه اول بیشتر باشد آنگاه برای بستن حلقه اول در حالی که حلقه دوم باز است، یک تست شناسایی رله را روی حلقه اول مطابق شکل ۸ انجام می‌دهیم و تابع تبدیل $\frac{y_1}{u_1}$ برای حلقه اول بعد از قرار دادن دکوپلر به دست می‌آید.

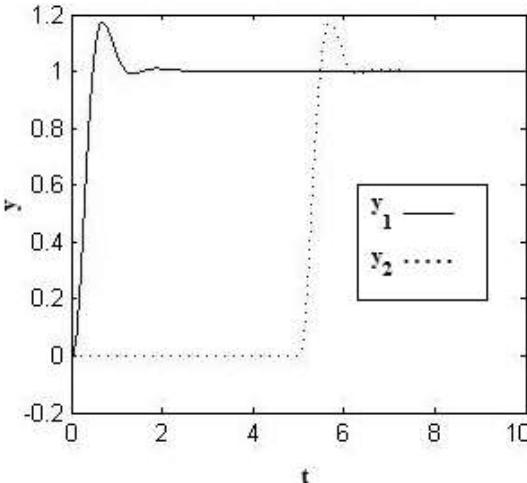


شکل ۹. بستن حلقه اول بعد از انجام تست رله



شکل ۱۰. انجام تست رله در حلقه دوم در حالیکه حلقه اول بسته شده

نتیجه شبیه سازی در شکل ۱۲ مشاهده می شود. حال می خواهیم بینیم آیا با استفاده از دکوپلر استاتیکی برای این سیستم می توان دکوپلر سازی موفقی داشت؟ با توجه به شکل ۱۳ درایه I_{21} دکوپلر تا فرکانس $\omega = 10$ می تواند استاتیکی باشد. درایه I_{12} دکوپلر تا فرکانس $\omega = 2$ می تواند استاتیکی باشد.



شکل ۱۲. پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله واحد

پس با استفاده از دکوپلر استاتیکی حلقه‌ی یک از حلقه‌ی دو خوب دکوپله نمی شود مگر اینکه کنترل کننده حلقه دوم به اندازه کافی کند طراحی شود. دکوپلر استاتیکی در فرکانس صفر را محاسبه می کنیم.

$$I_{21} = -0.5 \quad I_{12} = 2.4$$

بعد از استفاده از دکوپلر سرعت حلقه ها را محاسبه می کنیم.

$$\omega_1 = 8.16 \quad \omega_2 = 7.75$$

در شبیه سازی برای نشان دادن عملکرد سیستم حلقه بسته از دو دیدگاه دکوپله شدن و ردیابی ورودی پله ابتدا در $t = 0$ به ورودی اول پله واحد اعمال شده و بعد از ماندگار شدن خروجی ها به ورودی بعدی پله واحد داده شده است.

مثال ۱. سیستم پایدار مینیمم فاز زیر را که از [۱۰] برگرفته شده است را در نظر بگیرید.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{250}{(s+10)(s+5)^2} & \frac{-1200}{(s+10)(s+2)(s+5)^2} \\ \frac{1250}{(s+10)^2(s+5)^2} & \frac{250}{(s+10)(s+5)^2} \end{bmatrix}$$

ابتدا دکوپلر دینامیکی با قطر واحد را محاسبه کرده و از آن برای دکوپله کردن سیستم استفاده می کنیم.

$$I_{21} = \frac{-5}{(s+10)} \quad I_{12} = \frac{4.8}{(s+2)}$$

با استفاده از این دکوپلرهای سیستم به دو سیستم کاملاً جدا تبدیل می شود. بنابراین ترتیب حلقه بستن هیچ تاثیری در نتیجه نهایی نخواهد داشت. با انجام تست رله در حلقه اول کنترل کننده حلقه اول برای دستیابی به پاسخی مقاوم با میرایی سریع و فراجهش کوچک با توجه به بخش چهارم مقاله طراحی می شود.

$$g_{11} = \frac{2.2}{1.4s + 1} e^{-0.18s}$$

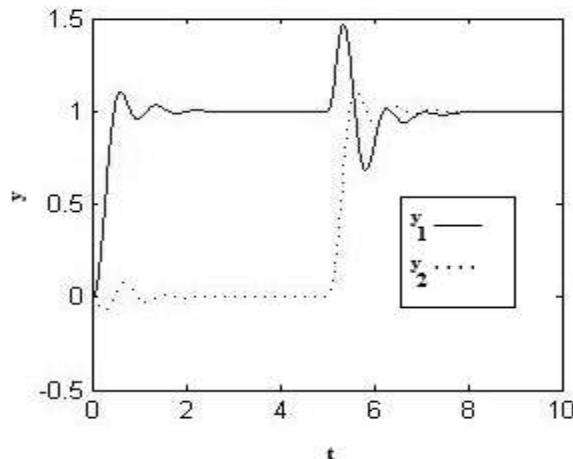
$$k(s)_{11} = 3.01(1 + .0856 S + \frac{1}{1.49S})$$

با انجام تست رله در حلقه دوم بعد از بستن حلقه اول کنترل کننده حلقه دوم نیز طراحی می شود.

$$g_{22} = \frac{2.2}{1.4s + 1} e^{-0.18s}$$

$$k(s)_{22} = 3.01(1 + .0856 S + \frac{1}{1.49S})$$

می توان با استفاده از I_{21} استاتیکی و I_{12} دینامیکی هم یک دکوپلر خوب داشت.



شکل ۱۴. پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله واحد

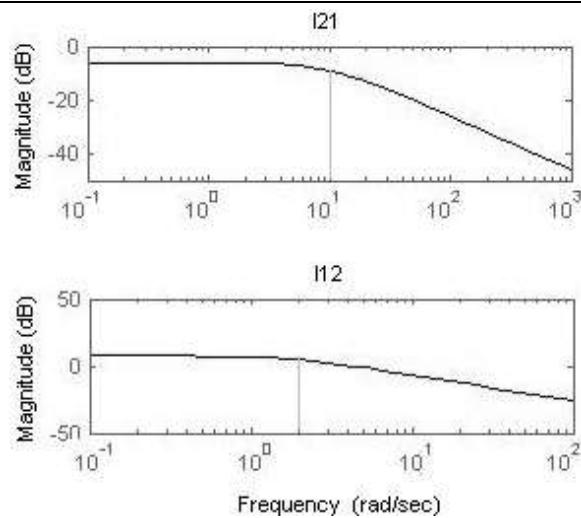
مثال ۲. سیستم پایدار مینیمم فاز زیر از [۱۱] آورده شده است.

$$G(s) = \begin{bmatrix} 1.986e^{-0.71s} & -5.24e^{-60s} & -5.984e^{-2.24s} \\ \frac{66.7s + 1}{-0.0204e^{-0.59s}} & \frac{400s + 1}{0.33e^{-0.68s}} & \frac{14.29s + 1}{-2.38e^{-0.42s}} \\ \frac{(7.14s + 1)^2}{-0.374e^{-7.75s}} & \frac{(2.38s + 1)^2}{11.3e^{-3.79s}} & \frac{(1.43s + 1)^2}{9.811e^{-1.59s}} \\ \frac{22.22s + 1}{(21.74s + 1)^2} & \frac{1}{(21.74s + 1)^2} & \frac{1}{(11.36s + 1)} \end{bmatrix}$$

برای طراحی دکوپلر با قطر اصلی واحد ابتدا نمودار بود را برای درایه های دکوپلر رسم می کنیم. نمودار بود در شکل ۱۵ نشان می دهد که فقط I_{23} می تواند استاتیکی طراحی شود.

$$W = G(0)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -0.94 & 26.34 \\ 0.036 & 1 & 8.84 \\ -0.036 & -1.19 & 1 \end{bmatrix}$$

دکوپلر استاتیکی نمی تواند سیستم را به طور رضایت بخش دکوپله کند. بنابراین طراحی دکوپلر دینامیکی را با استفاده از تقریب پدله ازرابطه (۷) و با فرم قطر اصلی واحد انجام می دهیم. نمودار های بود نشان می دهنند که رفتار دکوپلر تا فرکانس $0.3 \times 10^{-0.5} \cong 0.3$ قابل تقریب با یک تابع تبدیل با تعداد صفر و قطب محدود می باشد. بنابراین قطبها و صفرهای با مقدار حقیقی بزرگتر از ۰.۳ را از تابع تبدیل درایه های دکوپلر حذف می کنیم.



شکل ۱۳. رسم نمودار اندازه ی بود برای درایه های دکوپلر

تقریبا هر دو حلقه هم سرعت می باشند. تست شناسایی را روی حلقه اول انجام داده و با کنترل کننده ی بدست آمده آن را می بندیم.

$$g_{11} = \frac{2.2e^{-0.19s}}{1.15s + 1}$$

$$k(s)_{11} = 2.41(1 + .0881 S + \frac{1}{1.24S})$$

حلقه اول را بسته و تست را روی حلقه دوم انجام می دهیم.

$$g_{22} = \frac{2.2}{0.49s + 1} e^{-.21s}$$

$$k(s)_{22} = 0.98(1 + .0858 S + \frac{1}{0.58S})$$

بعد از بستن حلقه دوم دوباره حلقه اول را تنظیم می کنیم و بعد حلقه دوم و در نهایت کنترل کننده های زیر بدست می آیند.

$$k(s)_{11} = 1.76(1 + .0927 S + \frac{1}{.98S})$$

$$k(s)_{22} = 1.005(1 + .0879 S + \frac{1}{0.607S})$$

نتایج شبیه سازی در شکل ۱۴ مشاهده می شود.

همانطور که می بینیم نتایج شبیه سازی در شکل ۱۴ تایید می کند که با استفاده از دکوپلر استاتیکی حلقه یک از حلقه دو خوب دکوپله نشده است.

$$\times \frac{(s^3 + 0.064s^2 + 0.00089s + 1.72 \times 10^{-6})}{(s^4 + 0.11s^3 + 0.0039s^2 + 4.44 \times 10^{-5}s + 8.8 \times 10^{-8})} \quad I_{21} = .0169 \times \frac{(s^3 + 0.61s^2 + .12s + .0074)}{(s^3 + 0.53s^2 + 0.098s + 0.006)}$$

$$I_{13} = 14.3 \times \frac{(s^2 + 0.28s + 0.19)}{(s^2 + 0.28s + 0.197)} \quad \times \frac{(s^3 + 0.16s^2 + 0.0085s + 0.00014)}{(s^4 + 0.418s^3 + 0.063s^2 + 0.004s + 8.48 \times 10^{-5})}$$

$$\frac{(s^3 + 0.038s^2 + 0.00065s + 4.49 \times 10^{-6})}{(s^3 + 0.088s^2 + 0.0013s + 2.43 \times 10^{-6})} \quad I_{31} = 0.022 \frac{(s^3 + 0.599s^2 + 0.117s + 0.0072)}{(s^2 + 0.3925s + 0.04315)(s + 0.14)^2}$$

$$I_{23} = 7.24 \times \frac{(s^2 + 0.295s + 0.0247)}{(s^2 + 0.28s + 0.197)} \quad \times \frac{(s^3 + 0.1s^2 + 8.41 \times 10^{-5}s - .00011)}{(s^3 + 0.2783s^2 + 0.024s + 0.0006)}$$

بعد از استفاده از دکوپلر سرعت حلقه ها را با تست رله اندازه گیری می کنیم.

$$\omega_1 = 1.75 \quad \omega_2 = 0.67 \quad \omega_3 = 0.067$$

پس ترتیب بستن حلقه ها به این شکل می باشد.

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$$

ابتدا تست رله را روی حلقه اول انجام می دهیم و کنترل کننده برای دستیابی به پاسخی مقاوم با میرایی سریع و فراجهش کوچک با توجه به بخش چهارم طراحی می شود.

$$g_{11} = \frac{1.85e^{-0.718s}}{61.68s + 1}$$

$$k(s)_{11} = 28.66(1 + .357S + \frac{1}{62.04S})$$

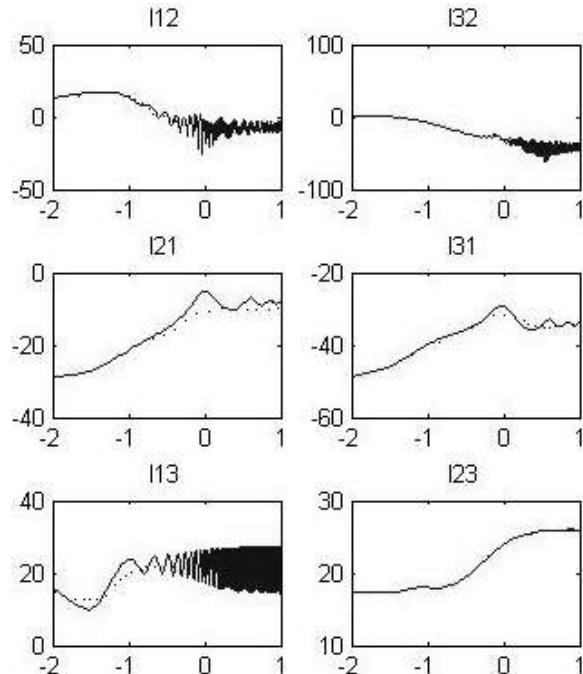
بعد از بستن حلقه اول تست رله را روی حلقه دوم انجام می دهیم.

$$g_{22} = \frac{3.26e^{-1.67s}}{56.94s + 1}$$

$$k(s)_{22} = 7.74(1 + 0.82 S + \frac{1}{57.78S})$$

بعد از بستن حلقه اول و دوم تست رله را روی حلقه سوم انجام می

$$k(s)_{33} = 0.04 \left(1 + 4.88 S + \frac{1}{52.25S} \right)$$



شکل ۱۵. نمودار اندازه بود برای درایه های دکوپلر اصلی و دکوپلر به دست آمده با تقریب پدله

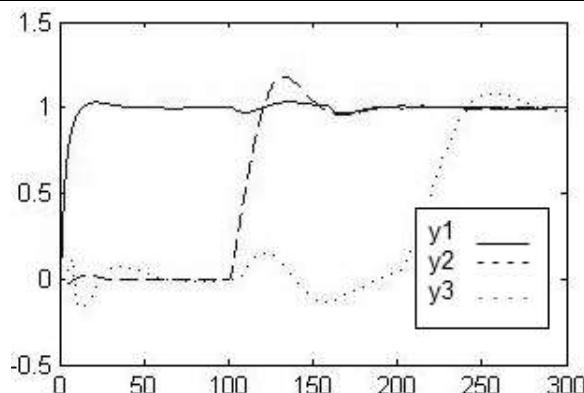
$$I_{12}$$

$$= -0.1 \frac{(s^3 + 0.2621s^2 + 0.021s + 0.0005)}{(s^4 + 0.47s^3 + 0.069s^2 + 0.0041s + 9.46 \times 10^{-5})}$$

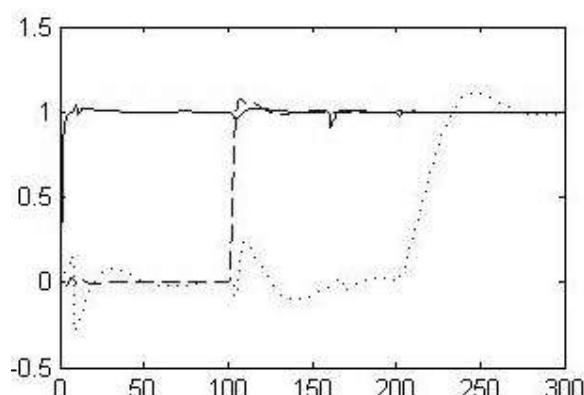
$$\times \frac{(s^3 + 0.033s^2 + 0.00028s + 1.53 \times 10^{-7})}{(s^4 + 0.11s^3 + 0.0039s^2 + 4.44 \times 10^{-5}s + 8.8 \times 10^{-8})}$$

$$I_{32} =$$

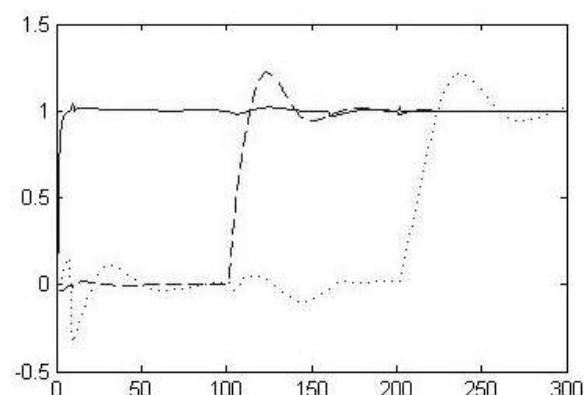
$$-.0073 \frac{(s^3 + 0.287s^2 + 0.026s + 0.00079)}{(s^4 + 0.47s^3 + 0.069s^2 + 0.0041s + 9.46 \times 10^{-5})}$$



شکل ۱۶. پاسخ سیستم حلقه بسته کنده به ورودی پله واحد



شکل ۱۷. پاسخ سیستم حلقه بسته تند به ورودی پله واحد



شکل ۱۸. پاسخ سیستم حلقه بسته تند به ورودی پله واحد برای فرآیند تغییر یافته

نتیجه گیری

فرآیند های صنعتی که عموماً فیلتر های پایین گذر می باشند چنانچه در فرکانس های نزدیک به صفر معکوس پذیر باشند می توان به راحتی آنها

$$g_{33} = \frac{97.16e^{-10.91s}}{46.8s + 1}$$

نتایج این طراحی در شکل ۱۷ مشاهده می شود. برای طراحی کنترل کننده کنده می توان کنترل کننده را برای تابع تبدیل با تأخیر های بیشتر طراحی کرد. این طراحی منجر به حلقه بسته کنده می شود. تست رله را روی حلقه اول انجام می دهیم.

$$g_{11} = \frac{1.85e^{-0.718s}}{61.68s + 1} \rightarrow d = 0.718 + 10$$

$$k(s)_{11} = 2.72(1 + 4.93S + \frac{1}{67.94S})$$

تأثیر اضافه شده حدود پائزده درصد ثابت زمانی در نظر گرفته شده است. بعد از بستن حلقه اول تست رله را روی حلقه دوم انجام می دهیم.

$$g_{22} = \frac{3.33e^{-1.59s}}{69.32s + 1} \rightarrow d = 1.59 + 10$$

$$k(s)_{22} = 1.58(1 + 5.35 S + \frac{1}{75.11S})$$

بعد از بستن حلقه اول و دوم تست رله را روی حلقه سوم انجام می دهیم.

$$g_{33} = \frac{95e^{-6.48s}}{41.22s + 1} \rightarrow d = 6.48 + 10$$

$$k(s)_{33} = 0.0246 \left(1 + 6.63 S + \frac{1}{47.76S}\right)$$

نتایج این طراحی در شکل ۱۶ آورده شده است. در قسمت آخر دکوپلر و کنترل کننده ای طراحی شده به فرآیند تغییر یافته ای زیر اعمال می شوند.

نتایج در شکل ۱۸ مشاهده می شود.

$$G(s) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2e^{-0.7s}}{68s + 1} & \frac{-5e^{-60s}}{400s + 1} & \frac{-6e^{-2s}}{14s + 1} \\ -0.3e^{-0.6s} & 0.3e^{-0.7s} & -2e^{-0.4s} \\ \frac{(7s + 1)^2}{2s + 1} & \frac{(2s + 1)^2}{(2s + 1)^2} & \frac{(2s + 1)^2}{10e^{-1.6s}} \\ -0.4e^{-8s} & \frac{11e^{-4s}}{22s + 1} & \frac{10e^{-1.6s}}{(11s + 1)} \end{bmatrix}$$

- [5] Y. Lee ,S. Park, M. Lee, C. Brosilow , PID controller tuning for desired close loop responses for SISO systems, AIChE J. 44(1)(1998) 106-115.
- [6] Schi, T. S., A Method for Closed-Loop Automatic Tuning of PID Controllers. Automatica 1992, 28, 287.
- [7] McAvoy, T.J. Interaction analisis: Principles and Application.;Inst. Soc. Of America: North Carolina, 1983.
- [8] S.J. Shiu, S.H. Hwang, 1998, "Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers", Ind. Eng.Chem. Res., 37, 107-119.
- [9] Hwang, S. H. Geometric Interpretation and Measures of Dynamic Interactions in Multivariable Control Systems. Ind. Eng. Chem. Res. 1995a, 34, 225.
- [10] Niederlinski, A. A Heuristic Approach to the design of Linear Multivariable Interacting Control Systems. Automatica 1971, 7 ,691.
- [11] Tyreus, B. D. Paper presented at the Lehigh University Distillation Control Short Course , Bethlehem, PA, 1982.
- [12] S. Skogstad, I. Postlethwaite, Multivariable Feedback Control: Analysis and Design, second ed., Wiley , Chichester , 2005.
- [13] Shinsky FG. Process control system: Application, design and adjustment. 4th ed. New York: McGraw-Hill;1996

را دکوپله کرد. اینکه سیستم حلقه بسته در فرکانس های نزدیک به صفر کار کند توسط کنترل کننده های طراحی شده بعد از نصب دکوپله تضمین می شود. هر چند در این حالت سیستم دکوپله می باشد اما با طراحی کنترل کننده برای عملکرد سیستم در پهنهای باند کوچک، زمان نشست پاسخ ها بزرگ شده و این امر از دیدگاه ردیابی ورودی پله مناسب نیست. طراحی کنترل کننده برای عملکرد سیستم در پهنهای باند بزرگتر موجب عملکرد رضایت بخش سیستم از دیدگاه ردیابی ورودی پله می شود ولی دکوپلهای در فرکانس های بالاتر به خوبی فرکانس های پایین تر عمل نمی کنند. با مقایسه شکل ۱۷ و ۱۶ مشاهده می شود با کوتاه تر شدن زمان نشست و بزرگتر شدن پهنهای باند مطلوب توسط کنترل کننده، عملکرد دکوپلهای کمی ضعیف تر شده و عملکرد سیستم در ردیابی ورودی پله بهتر شده است و این امر یک مصالحه بین کیفیت عملکرد دکوپلهای و عملکرد سیستم از دیدگاه ردیابی ورودی پله را نمایان می سازد. برای انجام یک طراحی دکوپله موفق در نظر گرفتن ملاحظات طراحی دکوپله و طراحی کنترل کننده باید توانا صورت پذیرد. در روش ارائه شده در این مقاله دکوپله به گونه ای طراحی می شود که در یک پهنهای باند معین سیستم چند متغیره دکوپله شود که با طراحی کنترل کننده ای که از همین پهنهای باند استفاده می کند می توان انتظار داشت سیستم حلقه بسته به شکل رضایت بخشی دکوپله باشد. همچنین شکل ۱۸ نشان می دهد که ساختار ارائه شده در مقابله با عدم قطعیت های نیز می تواند عملکردی مقاوم از خود نشان دهد.

مراجع

- [1] D.Q. Mayne, 1973 "the design of linear multivariable systems",Automatica, 9,201-207.
- [2] M.S. Chiu, Y. Arkun, 1992, "A methodology for sequential design of robust decentralized control systems", Automatica, 28, 5, ,997-1001
- [3] M. Hovd, S. Skogstad, 1994,"Sequential design of decentralized controllers",Automatica, 30, 10, 1601-1607.
- [4] S.H. Shen, C.C. Yu, 1994,"Use of relay feedback test for automatic tuning of multivariable systems", AIChE Jurnal, 40, 4, 627-646.

مقایسه روش های ترکیب اطلاعات مبتنی بر ترکیب بردار حالت در شبکه های چند حسگری

بیژن معاونی^۱، شیما روحی^۲

^۱ استادیار دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد برق-کنترل، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران، shimarouhi@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۴/۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۸/۲۹)

چکیده: این مقاله، به مقایسه روش های ترکیب اطلاعات مبتنی بر ترکیب بردار حالت حاصل از تخمینگر کالمون با استفاده از اطلاعات حاصل از چند حسگر که یکی از بارزترین روش های ترکیب اطلاعات می باشد پرداخته است. پس از معرفی روش های مبتنی بر ترکیب بردار حالت، در ادامه به تحلیل، بررسی و مقایسه این روش ها از طریق مقایسه مقدار خطای تخمین و همچنین حجم محاسباتی الگوریتم های مذکور در پیاده سازی الگوریتم ها خواهیم پرداخت. تمرکز مقاله حاضر بر ارائه قضایایی در خصوص برابر بودن ماتریس های کوواریانس خطای تخمین در روش های ترکیب بردار حالت و طراحی و اجرای شیوه سازی های مناسبی به منظور تحلیل حجم محاسباتی الگوریتم های مربوط به این روش ها است.

کلمات کلیدی: ترکیب اطلاعات حاصل از چند حسگر، ترکیب بردار حالت، فیلتر کالمون، کوواریانس خطای تخمین.

Comparison the State Vector Fusion Methods for Data Fusion in Multi Sensors Networks

Bijan Moaveni, Shima Rouhi

Abstract: In this paper, we compare the performance of state vector fusion methods for data fusion of multi sensors networks by comparing the estimation errors covariance. Here, we represent the three main state vector data fusion methods and we prove the equivalency of the estimation error covariance matrices corresponding to these three methods. In last part of the paper, the simulation results are presented to show the effectiveness of the theoretical results. Also, we analyze the computational load of these three methods by simulation analysis.

Keywords: Multi-Sensor Data Fusion, State Vector Fusion, Kalman Filter, Estimation Error Covariance.

ترکیب اطلاعات حاصل از چند حسگر برای کاربردهای نظامی و غیر نظامی شده است. در ادبیات فنی حوزه ترکیب اطلاعات، ترکیب اطلاعات حسگرها^۱ یکی از زیر شاخه های مهم مسائلهای بزرگتر به نام ترکیب تصمیم^۲ است.^[۸] هر چند ارائه مفهوم ترکیب اطلاعات به شکل فعلی آن موضوع جدیدی به شمار می آید که در یکی دو دهه اخیر مورد

۱- مقدمه

موضوع ترکیب اطلاعات چند حسگر به مساله چگونگی ترکیب اطلاعات حاصل از حسگرها مختلف در یک شبکه مشکل از حسگرها می پردازد که با هدف دستیابی به اندازه گیری های با دقت بالا و یا بهبود فرآیند مشاهده و تخمین، ایجاد و ابداع گشته اند. دسترسی به حسگرهای ارزان قیمت و امکان دستیابی به دقت و قابلیت اطمینان بیشتر با استفاده از حسگرهای اضافی موجب توجه بیش از پیش پژوهشگران به مساله

¹ Multi-Sensor Data Fusion

² Decision Fusion

در روش BC از دو فیلتر کالمون به منظور تخمین بردار حالت با استفاده از مشاهدات دو حسگر مجزا بهره می گیرند و پس از کاهش اثر نویز و تخمین حالت برای دو حسگر، در مرحله بعد تخمین های مستقل حالت بر اساس معیار حداقل مربوطات خطاب با یکدیگر ترکیب می شوند تا تخمین حالت مشترک بهبود یافته ای حاصل شود [۱۴، ۱۷، ۲۰]. محدودیت عمده این روش را می توان امکان پیاده سازی آن برای فقط دو دسته مشاهدات یا به عبارت دیگر ترکیب اطلاعات دو حسگر ذکر نمود. یکی دیگر از مهمترین روش های ترکیب بردار حالت عبارت است از روش FKF، که در سال ۱۹۸۸ توسط کارلسون^۸ مطرح شد [۱۸]. در این روش هر یک از اندازه گیری ها در فیلتر های محلی بصورت کاملا مستقل پردازش می شوند و نتایج حاصل از این فیلتر های محلی در یک فیلتر بالادستی با یکدیگر ترکیب می شوند. در این روش برخلاف روش BC، امکان تخمین حالت ها با استفاده از ترکیب اطلاعات هر تعداد حسگر وجود دارد. روش مهم و قابل توجه دیگری که در مجموعه روش های مبتنی بر ترکیب بردار حالت قرار دارد، روش میلمن است. در [۱۹] اشاره شده که روابط میلمن در حالت خاص و برای تعداد ۲ حسگر قابل بازنوسی به فرم الگوریتم BC است. از دیگر روش های مبتنی بر ترکیب بردار حالت می توان به روش کوواریانس متقاطع^۹ اشاره نمود که همان فرم وزن داده شده روش FKF می باشد و در موقعي که وابستگی و تشابه مشاهدات نامشخص می باشد کاربرد دارد [۲۸]. همچنین می توان در میان این دسته از روش های ترکیب اطلاعات به تخمین خطی بدون بایاس مشاهدات اشاره نمود [۲۲].

از تحقیقات انجام گرفته در داخل کشور و در بحث ترکیب اطلاعات حاصل از چند حسگر می توان بطور خلاصه به موارد زیر اشاره نمود. در [۲] ریدایری کامل هدف با ترکیب اطلاعات دو دوربین ساکن در ایستگاه زمینی انجام شده و برای بهبود عملکرد ردیاب طراحی شده برای اجرای قوانین هدایتی موشک های دقیق از ترکیب اطلاعات دوربین سومی که بر روی موشک نصب گردیده استفاده شده است. در این تحقیق برای ترکیب اطلاعات از روش ترکیب اندازه گیری استفاده شده است. در [۳] برای ترکیب اطلاعات حسگرهایی که دارای عدم قطعیت هستند از تئوری شواهد دمپستر- شفر استفاده شده و روش جدیدی برای ترکیب اطلاعات حسگرها به منظور مکان یابی ریات ارائه شده است. در این تحقیق برای اولین بار با استفاده از این تئوری، راه حل مؤثری در مکان یابی ریات متحرک پیشنهاد شده است. علت آن نیز برتری این روش در تجمعیت اطلاعات حسگرها و قابلیت آن در اندازه گیری میزان ناسازگاری در نقشه اشغال محیط است. در [۴] یک سیستم هدایت طراحی شده است که با استفاده از ترکیب داده های حسگر های مختلف نصب شده روی کشتی، به شناسایی محیط در دریا پرداخته و ضمن تعیین موقعیت موانع و خود کشتی، با اعمال فرمان های مناسب به کشتی، آن را

توجه محققان و مهندسان این حوزه بوده است ولیکن، از دیدگاه زیستی موضوع ترکیب اطلاعات، بحث جدیدی نیست و در بدن انسان و حیوانات، توانایی ترکیب اطلاعات چند حس مختلف برای شناسایی و کنترل وجود داشته و بر اساس ترکیب اطلاعات حاصل از حواس پنجگانه به ارزیابی دقیق تر از محیط اطراف و اتخاذ تصمیم مناسب در شرایط مختلف می پردازند [۹].

استفاده از چند حسگر در یک محیط، امکان کنترل و پوشش حجم وسیعی از اطلاعات را با دقت بالاتری فراهم می نمایند و ویژگی های بارزی نسبت به استنتاج اطلاعات یک حسگر در اختیار قرار می دهند. از مهمترین مزایای استفاده از منابع متعدد اطلاعات بطور خلاصه می توان به موارد زیر اشاره نمود [۱۰، ۱]:

- قابلیت اطمینان بالاتر در شبکه های چند حسگری
- افزایش دقت اندازه گیری
- افزایش رویت پذیری و مشاهده پذیری
- کاهش هزینه ها با ایجاد امکان استفاده از حسگر های با هزینه مناسب به منظور جایگزینی یک حسگر گران قیمت

روش های مختلفی برای ترکیب اطلاعات در شبکه های چند حسگری به منظور دسترسی به نتایج دقیق تر ارائه شده است که در حالت کلی می توان آنها را به دو دسته روش های کلاسیک و هوشمند تقسیم بندهی کرد. از روش های کلاسیک می توان به روش میانگین وزنی مرتب شده^۱ (OWA)، ترکیب بیزین^۲ و به طور ویژه، استفاده از فیلتر کالمون^۳ و همچنین ترکیب مبتنی بر استدلال شهودی دمپستر- شفر^۴ اشاره نمود [۱۱]. همچنین از مجموعه روش های هوشمند می توان از الگوریتم های عصبی، فازی و عصبی- فازی نام برد [۱۲، ۱۳].

در میان روش های ترکیب اطلاعات کلاسیک مبتنی بر فیلتر کالمون، روش های متعددی مانند روش های مبتنی بر ترکیب بردار حالت [۱۷-۱۹]، ترکیب های اندازه گیری [۱۶-۱۴]، ترکیب های موازی، سری، موازی- سری و سری- موازی از مهمترین و پر کاربردترین روش ها می باشند [۲۲]. روش های ترکیب بردار حالت مبتنی بر ترکیب بردارهای حالت حاصل از تخمینگرهای کالمون، اولین بار در سال ۱۹۸۶ توسط مطرح گردید. پس از آن راهکارهای دیگری نیز جهت ترکیب تخمین ها ارائه گشت که از مهمترین آنها می توان به روش بارشلوم- کامپو^۵ (BC) در [۱۷]، روش فیلتر کالمون متعدد شده^۶ (FKF) در [۱۸] و روابط تعمیم یافته میلمن^۷ در [۱۹] اشاره نمود.

¹ Ordered Weighted Averaging

² Bayesian

³ Kalman Filter

⁴ Dempster-Shafer

⁵ BarShalom-Campo

⁶ Federated Kalman Filter

⁷ Millman

بودن این سه روش اثبات خواهد گشت و در بخش چهارم با تعریف مثال مناسب و انجام شیوه سازی، درستی نتایج بخش سوم بررسی و مساله حجم محاسباتی این الگوریتم ها مورد توجه قرار می گیرد. در بخش پنجم و انتهای این مقاله نیز جمع بندی و نتیجه گیری ارائه خواهد شد.

۲- ادبیات مساله ترکیب اطلاعات مبتنی بر ترکیب بردار حالت

در این بخش و پیش از آنکه به مقایسه سه الگوریتم FKF، BC و MILمن پرداخته شود، این سه روش معرفی و روابط ریاضی حاکم بر آنها ارائه می گردد. همانطور که پیش از این نیز اشاره گشت در تمامی این روش ها از معادلات فیلتر کالمون به منظور ترکیب کننده داده حسگرها استفاده می گردد، لذا به منظور پیوستگی مطلب و امکان پیگیری معادلات و قضایای ارائه شده در ادامه بحث، مرور کوتاهی نیز بر فیلتر کالمون و معادلات حاکم بر آن خواهیم داشت.

۱-۲- فیلتر کالمون

فیلتر کالمون یک فیلتر بهینه بازگشته است که بر مبنای استفاده از مدل فضای حالت سیگنال و با هدف مینیمم نمودن میانگین مربعات خطای تخمین عمل می نماید. این فیلتر، در واقع مجموعه ای از معادلات ریاضی برای تخمین مؤثر حالت ها است که بر اساس دو مرحله به روز رسانی زمانی و به روز رسانی مشاهدات عمل می کند. در مرحله اول، حالت از طریق دینامیک سیستم پیش بینی می شود و در مرحله دوم، این پیش بینی با استفاده از مشاهدات اخیر اصلاح گشته و تخمین بهینه حالت حاصل می گردد. فرض کنید که معادلات حالت و اندازه گیری حسگرها توسط روابط زیر توصیف می شوند:

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k \quad (1)$$

$$z_{k+1,i} = H_{k+1,i}x_{k+1} + v_{k,i} \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (2)$$

که x_k بردار حالت با ابعاد $1 \times L$ ، $z_{k+1,i}$ بردار اندازه گیری حسگر i ام، w_k نویزهای گوسین سفید و مستقل با میانگین صفر و به ترتیب با ماتریس کوواریانس Q و R_i می باشند که به عنوان نویز فرآیند و نویز اندازه گیری شناخته می شوند. الگوریتم فیلتر کالمون بطرور خلاصه به صورت زیر قابل بیان است [۲۲]:

$$\hat{x}_{k+1|k,i} = A_k \hat{x}_{k|k,i} \quad (3)$$

$$P_{k+1|k,i} = A_k P_{k|k,i} A_k^T + Q \quad (4)$$

$$K_{k+1,i} = P_{k+1|k,i} H_{k+1,i}^T \times \left(H_{k+1,i} P_{k+1|k,i} H_{k+1,i}^T + R_i \right)^{-1} \quad (5)$$

به سوی هدف هدایت می نماید. در این تحقیق برای هدایت کشته ای یک روش هدایت هوشمند مبتنی بر ترکیب کننده های فازی استفاده شده است. در [۵] برای ترکیب سیستم ناوبری اینرسی با سیستم تعیین موقعیت جهانی از روش هایی مانند ترکیب متوازن، بازنشانی سیستم ناوبری اینرسی^۱ استفاده شده است. نتایج شیوه سازی نشان می دهد که سیستم ترکیبی علاوه بر دقت طولانی مدت خوب، از پهنای باند مناسب جهت دنبال کردن تغییرات محلی سریع در وضعیت متحرک نیز برخوردار است. در [۶] ترکیب دو سیستم ناوبری اینرسی و سیستم تعیین موقعیت جهانی به روش کامل و به کمک^۲ UKF معرفی شده و مقایسه مقایسه ای بین عملکرد این فیلتر و فیلتر کالمون توسعه یافته در ترکیب این دو سیستم ناوبری صورت گرفته است. در [۷] نیز با استفاده از ترکیب اطلاعات دو حسگر اولتراسونیک و دو دوربین CCD الگوریتمی ارائه شده است که بر اساس آن ابتدا معادله خطوط افقی و دیوارهای قابل تشخیص در پیرامون ربات با استفاده از فیلتر کالمون توسعه یافته استخراج می گردد. سپس با تلاقي خطوط تخمین زده شده در دستگاه مختصات ربات و همچنین دستگاه مختصات خارجی، موقعیت ربات در محیط تصحیح می گردد.

همانگونه که پیشتر نیز اشاره گشت مرور مقالات و نتایج تحقیقات منتشر شده در حوزه الگوریتم های ترکیب اطلاعات از وجود الگوریتم ها و روش های متنوعی در این حوزه خبر می دهد. اگرچه تعدد تحقیقات در این حوزه اهمیت موضوع مورد بحث را نشان می دهد ولیکن تنوع زیاد آنها انتخاب روش مناسب را جهت پیاده سازی های عملی و حل مسائل مختلف با چالش جدی مواجه نموده و هنوز طبقه بندی جامعی در مورد رتبه بندی روش های فوق ارائه نشده است. لذا، نیاز به بررسی و همچنین مقایسه الگوریتم های ارائه شده و ارائه تحلیل های تئوری از مقدار دقت تخمین این روش ها و همچنین حجم محاسباتی هر یک لازم به نظر می رسد.

این مقاله به بررسی، تحلیل و مقایسه سه روش عمده FKF، BC و MILمن از مجموعه روش های مبتنی بر ترکیب بردار حالت از منظر مقدار خطای تخمین و حجم محاسبات و با ارائه بحث های تئوری، اثبات های ریاضی و مقایسه نتایج شیوه سازی خواهد پرداخت. به این منظور، تحلیل خطای تخمین بر اساس بررسی ماتریس کوواریانس خطای تخمین روش ها و مقایسه آنها با یکدیگر انجام پذیرفت و بحث مقایسه بار محاسباتی روش های ترکیب داده از طریق بررسی زمان اجرای الگوریتم ها تحلیل و بررسی شده است. لازم به ذکر است که در کل مقاله فرض بر این است که حسگرهای مورد مطالعه فاقد بایاس هستند و در صورتیکه بایاس داشته اند در فرایند کالیبراسیون حذف گشته است.

در بخش دوم این مقاله مروری خواهیم داشت بر مبنای تئوری و روابط حاکم بر این سه روش، در بخش سوم، با ارائه قضایایی معادل

¹ INS resetting

² Unscented Kalman Filter

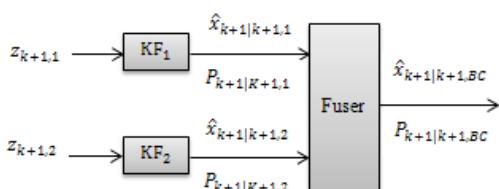
ترکیب بردار حالت از ساختارهای متنوعی برای ترکیب اطلاعات استفاده می شود که این بخش به معرفی سه روش مطرح از آنها خواهد پرداخت.

۱-۲-۲- ترکیب بردار حالت با استفاده از روش BC

روش BC که برای ترکیب اطلاعات حاصل از دو حسگر و در حالتی که داده های حاصل از خروجی حسگرها نامتناسب بوده مناسب می باشد در سال ۱۹۸۶ ارائه گشت[۱۷]. در این روش مشابه بلوک دیاگرام شکل ۱، برای هر مجموعه از مشاهدات از یک فیلتر کالمن به منظور تخمین حالت ها استفاده می شود. پس از این مرحله، تخمین های حالت و ماتریس های کوواریانس خطای تخمین دو حسگر با صرف نظر کردن از کوواریانس متقابل خطای تخمین برای دو حسگر ($P_{i,j} = 0$) به صورت معادلات (۸) و (۹) با هم ترکیب می شوند [۱۴، ۱۷، ۲۰، ۲۲]:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1|k+1,BC} &= \hat{x}_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \left(\hat{x}_{k+1|k+1,2} - \hat{x}_{k+1|k+1,1} \right) \\ &= P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,2}\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}P_{k+1|k+1,BC} &= P_{k+1|k+1,1} - P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,1}^T \\ &= P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,2} \\ &= P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,1}\end{aligned}\quad (9)$$



شکل ۱: ترکیب بردار حالت با استفاده از روابط BC برای تعداد ۲ حسگر معرف فیلتر کالمن می باشد.

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1|k+1,i} &= \hat{x}_{k+1|k,i} + K_{k+1,i} \\ &\times \left(z_{k+1,i} - H_{k+1,i} \hat{x}_{k+1|k,i} \right)\end{aligned}\quad (6)$$

$$P_{k+1|k+1,i} = (I - K_{k+1,i} H_{k+1,i}) P_{k+1|k,i} \quad (7)$$

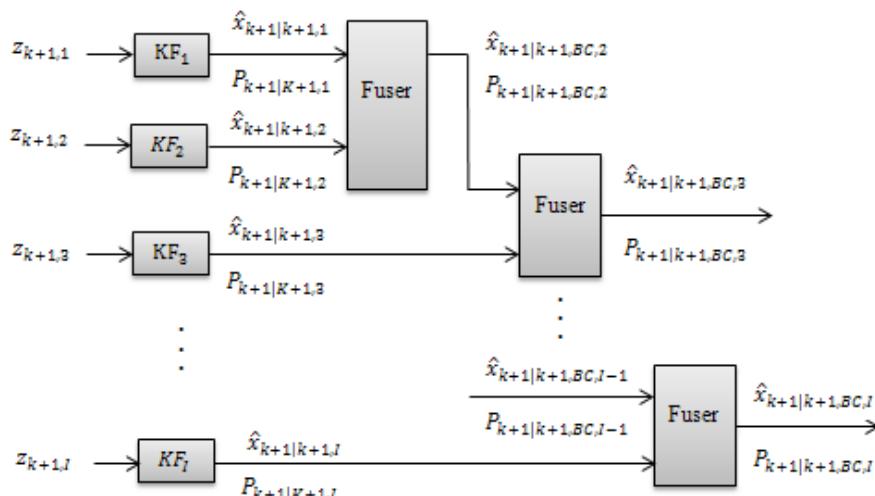
در معادلات فوق $\hat{x}_{k+1|k+1,i}$ تخمین بردار حالت و $P_{k+1|k+1,i}$ ماتریس کوواریانس خطای تخمین حسگر i ام در گام $k+1$ هستند.

ترکیب بردار حالت

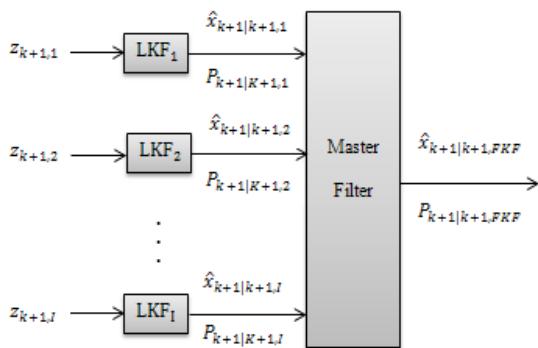
در بحث ترکیب اطلاعات بر اساس فیلتر کالمن تکنیک های مختلفی وجود دارد که یکی از مهمترین این تکنیک ها استفاده از روش های مبتنی بر ترکیب بردار حالت است. در مجموعه روش های مبتنی بر

در این معادلات $\hat{x}_{k+1|k+1,1}$ و $\hat{x}_{k+1|k+1,2}$ به ترتیب بردارهای حالت تخمین زده شده توسط فیلتر های ۱ و ۲ و $P_{k+1|k+1,1}$ و $P_{k+1|k+1,2}$ نیز به ترتیب ماتریس های کوواریانس خطای تخمین در فیلتر ۱ و ۲ بوده، $\hat{x}_{k+1|k+1,BC}$ تخمین بر پایه ترکیب حالت ها و $P_{k+1|k+1,BC}$ ماتریس کوواریانس خطای تخمین حاصل از ترکیب در روش BC است.

در حالتی که تعداد I حسگر، مشاهداتی را برای تخمین حالت ها در اختیار گذارند نیز از ترکیب دو به دوی اطلاعات مشابه بلوک دیاگرام شکل ۲ می توان استفاده نمود.



شکل ۲: ترکیب بردار حالت با استفاده از روابط BC برای تعداد I حسگر KF معرف فیلتر کالمن می باشد



شکل ۳: ترکیب بردار حالت با استفاده از روش FKF

در روش FKF ماتریس کوواریانس خطای تخمین ناشی از ترکیب اطلاعات تعداد I حسگر به صورت (۱۱) قابل محاسبه است که اثبات آن در لم ۱ ارائه خواهد شد.

$$P_{k+1|k+1,FKF} = \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \quad (11)$$

نکه قابل توجه در مورد رابطه (۱۱) این است که این رابطه نشان می‌دهد، در صورتی که نرخ تصمیم گیری صحیح حسگرها یا به تعییری راندمان حسگرها بالاتر از ۰.۵ باشد، کوواریانس خطای تخمین در ترکیب اطلاعات حسگرها همواره از کوواریانس خطای تخمین فیلترهای محلی کوچکتر بوده و این امر افزایش دقت تخمین با استفاده از ترکیب اطلاعات بر اساس روش FKF را نشان می‌دهد.

لم ۱ - ترکیب اطلاعات تعداد I حسگر با مدل خطی سیگمال-مشاهده ارائه شده در (۱) و (۲) و با استفاده از روش FKF با فرض همزمانی عملکرد حسگرها، یک تخمین بدون بایاس با کوواریانس خطایی به صورت (۱۱) را در اختیار می‌گذارد اگر خطای تخمین حالت ها در فیلترهای محلی مستقل باشند.

اثبات - با استفاده از رابطه (۱۰) میانگین خطای تخمین را در روش FKF به صورت (۱۲) می‌توان بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} E \left[(\hat{x}_{k+1|k+1,FKF} - x_{k+1}) \right] &= E \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right) - x_{k+1} \right] \\ &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} E \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right) x_{k+1} \right] \\ &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} E \left[\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} (\hat{x}_{k+1|k+1,i} - x_{k+1}) \right] \\ &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} E[(\hat{x}_{k+1|k+1,i} - x_{k+1})] \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

۲-۲-۲ - ترکیب بردار حالت با استفاده از روش FKF

روش FKF در سال ۱۹۸۸ به منظور حل مشکل روش BC در خصوص ترکیب اطلاعات یک شبکه حسگری با بیش از دو حسگر ارائه گشت. تخمین حالت بر اساس روش FKF شامل تعدادی فیلتر محلی و یک فیلتر بالاسری مشابه بلوک دیاگرام شکل ۳ می‌باشد. در این روش هر فیلتر کالمون محلی (LKF) برای بدست آوردن تخمین متغیرهای حالت به صورت مجزا عمل نموده و در مرحله بعد بردارها بواسیله مجموع وزن دار شده تخمین‌های حالت و با استفاده از معادله (۱۰) در یک فیلتر بالاسری با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا تخمین حالت مشترک بهبود یافته حاصل گردد [۲۴، ۲۷، ۱۸، ۲۲، ۲۳، ۲۹].

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1,FKF} &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \\ &\quad \times \sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \end{aligned} \quad (10)$$

در این روش برای محاسبه وزن ها از عکس کوواریانس خطای تخمین فیلتر های محلی بعنوان یکی از روش های یادگیری وزن ها در عملگر OWA استفاده می‌شود. این روش از ترکیب بردار حالت، روشنی بهینه است اگر کوواریانس خطای تخمین متقابل مابین تخمینگرهای محلی وجود نداشته ($P_{i,j} = 0$) و نویزهای اندازگیری نیز نویز سفید و مستقل ($R_{i,j} = 0$) باشند، در غیر اینصورت به عنوان روشی زیر بهینه محاسبه می‌شود [۲۲]. در این الگوریتم از کوواریانس متقابل تخمین های محلی صرفنظر شده است، از این رو در صورتی که داده ها دارای هم پوشانی باشند استفاده از این روش سبب کاهش دقت تخمین می‌شود. لازم به ذکر است که نقطه قوت عمدۀ روش FKF در مقایسه با روش BC را می‌توان کاهش حجم محاسبات و سرعت بالاتر روش FKF در ترکیب اطلاعات در شبکه های چند حسگری با بیش از دو حسگر دانست.

لذا، بدون بایاس بودن تخمین بر اساس روش FKF اثبات گردیده است. همچنین به منظور محاسبه ماتریس کوواریانس خطای تخمین،

$$\begin{aligned}
 (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,FKF}) &= x_{k+1} - \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right) \\
 &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right) x_{k+1} - \sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right] \\
 &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left[\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i}) \right]
 \end{aligned} \quad (13)$$

لذا کوواریانس خطای تخمین به صورت (۱۴) قابل محاسبه خواهد بود.

$$\begin{aligned}
 P_{k+1|k+1,FKF} &= E \left[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,FKF}) (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,FKF})^T \right] \\
 &= E \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right) x_{k+1} - \sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right] \right. \\
 &\quad \times \left. \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right) x_{k+1} - \sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right]^T \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-T} \right] \\
 &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} E \left[\left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right) x_{k+1} - \sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right]^T \right. \\
 &\quad \times \left. \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right) x_{k+1} - \sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right] \right] \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-T} \\
 &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} E \left[\left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right) x_{k+1} - \sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right]^T \right. \\
 &\quad \times \left. \left[x_{k+1}^T \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^T - \sum_{i=1}^I \hat{x}_{k+1|k+1,i}^T P_{k+1|k+1,i}^{-T} \right] \right] \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-T}
 \end{aligned} \quad (14)$$

در نتیجه

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow P_{k+1|k+1,FKF} &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} E \left[\left[\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i}) \right] \right. \\
 &\quad \times \left. \left[\sum_{i=1}^I (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i})^T P_{k+1|k+1,i}^{-T} \right] \right] \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-T} \\
 &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} E \left[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i}) (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i})^T \right] P_{k+1|k+1,i}^{-T} \right) \right. \\
 &\quad + \left. \left(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1, j \neq i}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} E \left[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i}) (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,j})^T \right] P_{k+1|k+1,j}^{-T} \right) \right] \\
 &\quad \times \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-T}
 \end{aligned} \quad (15)$$

با فرض استقلال خطای تخمین فیلتر های محلی که با فرض عملکرد صحیح فیلتر های کالمن محلی فرض محدود کننده ای نخواهد بود، خواهیم داشت:

$$E \left[\left(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right) \left(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,j} \right)^T \right] = P_{i,j} = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P_{k+1|k+1,FKF} &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} E \left[\left(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right) \left(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1,i} \right)^T \right] \right) \right] \\ &\times P_{k+1|k+1,i}^{-T} \\ &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} P_{k+1|k+1,i} P_{k+1|k+1,i}^{-T} \right) \right] \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-T} \end{aligned} \quad (17)$$

و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow P_{k+1|k+1,FKF} &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-T} \right) \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-T} \\ &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

در فرایند ترکیب لازم است ابتدا دستگاه معادلات (۲۰) و (۲۱) حل گشته و نتیجه آن به منظور محاسبه تخمین در معادله (۱۹) مورد استفاده قرار گیرد.

$$\hat{x}_{k+1|k+1,Mill} = \sum_{i=1}^I C_{k+1,i} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \quad (19)$$

که $C_{k+1,i}$ ماتریس وزن دهی $L \times L$ مطابق با ابعاد بردار حالت می باشد که از حل دستگاه معادلات نشان داده شده در (۲۰) و (۲۱) می توان بدست آورد.

$$\begin{aligned} C_{k+1,1} P_{k+1|k+1,1} - C_{k+1,I} P_{k+1|k+1,I} &= 0 \\ C_{k+1,2} P_{k+1|k+1,2} - C_{k+1,I} P_{k+1|k+1,I} &= 0 \\ &\vdots \\ C_{k+1,I-1} P_{k+1|k+1,I-1} - C_{k+1,I} P_{k+1|k+1,I} &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^I C_{k+1,i} = I_L = diag(1, \dots, 1) \quad (21)$$

که I_L ماتریس واحد با ابعاد $L \times L$ می باشد. در این حالت ماتریس کوواریانس خطای تخمین مشترک حالت ها بافرض صرفنظر نمودن از کوواریانس متقابل بین حسگرها با استفاده از رابطه (۲۲) قابل محاسبه است. [۱۹، ۲۵، ۲۶]

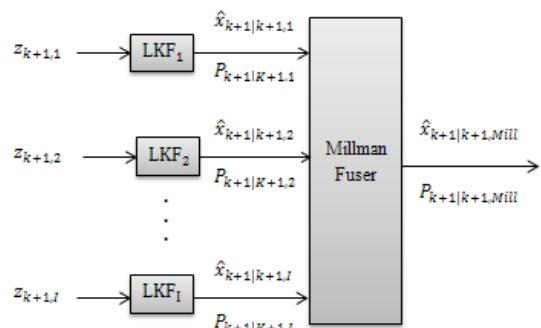
$$P_{k+1|k+1,Mill} = \sum_{i=1}^I C_{k+1,i} P_{k+1|k+1,i} C_{k+1,i}^T \quad (22)$$

لازم به ذکر است که در صورت عدم همزمانی حسگرها تخمین افزونگی در حسگرها غیرهمزان مطرح می شود که در [۳۰] طرхи برای تخمین افزونگی در دو حسگر غیر همزمان ارائه شده که با استفاده از n اندازه گیری غیر همزمان در هر بازه زمانی، تعداد $n-2$ معادله برای شبه اندازه گیری افزونگی بدست می دهد.

۳-۲-۲- ترکیب بردار حالت با استفاده از روش میلمن

روش میلمن نیز مشابه روش FKF، ارائه راه حلی برای مساله ترکیب اطلاعات بیش از دو حسگر را مدنظر دارد. این روش که در سال ۲۰۰۶ ارائه شده است، همانند دو روش پیشین و مطابق بلوک دیاگرام شکل ۴، از فیلترهای کالمن محلی برای تخمین حالت مبتنی بر مشاهدات استفاده می نماید و در نهایت تخمین حالت مشترک از ترکیب تخمین های حالت محلی با استفاده از روابط میلمن به صورت

[۱۹، ۲۶] و (۲۰)، (۱۹) حاصل می گردد.



شکل ۴: ترکیب بردار حالت با استفاده از روش میلمن

همچنین کوواریانس خطای تخمین در روش FKF لازم است برای دو حسگر به صورت زیر بازنویسی گردد. با استفاده از رابطه (۱۱) و نتیجه لم ۱ و برای تعداد ۲ حسگر ($I = 2$)، کوواریانس خطای تخمین به کمک قضیه معکوس سازی ماتریس عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1, FKF} &= \left(P_{k+1|k+1,1}^{-1} + P_{k+1|k+1,2}^{-1} \right)^{-1} \\ &= P_{k+1|k+1,1} - \left(P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \times P_{k+1|k+1,1} \right) \\ &= P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,2} \end{aligned} \quad (۲۳)$$

مقایسه روابط (۲۳) و (۹) نشان دهنده یکسان بودن مقدار کوواریانس خطای تخمین در این دو روش می باشد.

همچنین رابطه (۱۰) برای روش FKF را به کمک رابطه (۲۳) و برای تعداد ۲ حسگر می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1, FKF} &= P_{k+1|k+1, FKF} \left(P_{k+1|k+1,1}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,2} \right) \\ &= \left(P_{k+1|k+1,1} - P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,1} \right) \times \left(P_{k+1|k+1,1}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,2} \right) \\ &= \hat{x}_{k+1|k+1,1} - P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,2} \\ &= \hat{x}_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \left(\hat{x}_{k+1|k+1,2} - \hat{x}_{k+1|k+1,1} \right) \end{aligned} \quad (۲۴)$$

قابل پیش بینی است که حل I معادله ماتریسی ارائه شده در (۲۰) و (۲۱) حجم محاسباتی بالایی را در این روش تحمیل می نماید.

۳- مقایسه روش های FKF، BC و میلمن

این بخش به مقایسه روش های FKF و میلمن از طریق مقایسه ماتریس های کوواریانس خطای تخمین به عنوان معیار دقت تخمین در روش های ترکیب اطلاعات حسگرها خواهد پرداخت.

۳-۱- روش BC حالت خاصی از روش FKF

در بخش دوم روش های BC، FKF معرفی گشتند و در مورد روش FKF مقدار کوواریانس خطای تخمین محسوبه و ارائه گشت. در این بخش به منظور مقایسه این دو روش کوواریانس خطای تخمین و معادلات ترکیب مورد مقایسه، تحلیل و بررسی قرار می گیرند.

همانگونه که پیش از این اشاره شد، روش BC برای ترکیب اطلاعات دو حسگر مورد استفاده قرار می گیرد و این در حالیست که روش FKF دارای چنین محدودیتی نیست. لذا، معادلات ترکیب و

مقایسه روابط (۲۴) با (۸) نشان از آن دارد که روش BC زیر مجموعه روش FKF برای تعداد دو حسگر به شمار می آید و نتایج ترکیب اطلاعات با استفاده از این دو روش کاملاً یکسان خواهد بود.

$$C_{k+1,1}P_{k+1|k+1,1} - C_{k+1,2}P_{k+1|k+1,2} = 0 \quad (۲۵)$$

$$C_{k+1,1} + C_{k+1,2} = I_L \quad (۲۶)$$

لذا خواهیم داشت:

$$C_{k+1,1} = P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \quad (۲۷)$$

$$C_{k+1,2} = P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \quad (۲۸)$$

و در نتیجه ماتریس کوواریانس خطای تخمین میلمن با استفاده از (۲۲)، (۲۷) و (۲۸) عبارت خواهد بود از:

۲-۳- مقایسه روش های BC و میلمن

یکی دیگر از روش های ترکیب اطلاعات مبتنی بر ترکیب بردار حالت که در بخش دوم معرفی گردید روش میلمن است که برای ترکیب اطلاعات تعداد نامحدودی حسگر پیشنهاد گشته است. معادل بودن نتایج ترکیب در این روش با روش BC نیز از طریق لم ۲ اثبات می گردد.

لم ۲- دو روش BC و میلمن به شرط استقلال خطای تخمین در فیلترهای محلی و برای تعداد ۲ حسگر با مدل سیگنال- مشاهدات خطی دارای کوواریانس خطای یکسان هستند.

اثبات- برای تعداد ۲ حسگر ($I = 2$) روابط (۲۰) و (۲۱) را می توان به صورت (۲۵) و (۲۶) بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned}
P_{k+1|k+1,Mill} &= C_{k+1,1} P_{k+1|k+1,1} C_{k+1,1}^T + C_{k+1,2} P_{k+1|k+1,2} C_{k+1,2}^T \\
&= P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-T} P_{k+1|k+1,2}^T \\
&\quad + P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-T} P_{k+1|k+1,1}^T \\
&= P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-T} \\
&\quad \times \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^T \\
&= P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,1} \\
&= P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} P_{k+1|k+1,2}
\end{aligned} \tag{۲۹}$$

که مقایسه (۲۹) با معادله (۶) نشانگر برابر بودن ماتریس کوواریانس خطای تخمین در دو روش BC و میلمن است.

همچنین به سادگی و با جایگزینی معادلات (۲۷) و (۲۸) در معادله (۱۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
\hat{x}_{k+1|k+1,Mill} &= C_{k+1,1} \hat{x}_{k+1|k+1,1} + C_{k+1,2} \hat{x}_{k+1|k+1,2} \\
&= P_{k+1|k+1,2} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,1} \left(P_{k+1|k+1,1} + P_{k+1|k+1,2} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,2}
\end{aligned} \tag{۳۰}$$

که مقایسه (۳۰) با معادله (۸) معادل بودن این دو روش را در ترکیب اطلاعات دو حسگر نشان می دهد.

کوواریانس خطای تخمین و تخمین لحظه ای حالت ها در این دو روش برای ترکیب داده های تعداد $I - 1$ حسگر برابر باشند، برای تعداد $I - 1$ حسگر و برای روش میلمن روابط (۱۹)، (۲۰)، (۲۱) و (۲۲) را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} = \sum_{i=1}^{I-1} C_{k+1,i} \hat{x}_{k+1|k+1,i} \tag{۳۱}$$

$$\begin{aligned}
C_{k+1,1} P_{k+1|k+1,1} - C_{k+1,I-1} P_{k+1|k+1,I-1} &= 0 \\
C_{k+1,2} P_{k+1|k+1,2} - C_{k+1,I-1} P_{k+1|k+1,I-1} &= 0 \\
&\vdots \\
C_{k+1,I-2} P_{k+1|k+1,I-2} - C_{k+1,I-1} P_{k+1|k+1,I-1} &= 0
\end{aligned} \tag{۳۲}$$

$$C_{k+1,1} + C_{k+1,2} + \dots + C_{k+1,I-1} = I_L \tag{۳۳}$$

$$P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} = \sum_{i=1}^{I-1} C_{k+1,i} P_{k+1|k+1,i} C_{k+1,i}^T \tag{۳۴}$$

همچنین برای تعداد $I - 1$ حسگر روابط حاکم بر روش FKF شامل معادلات (۱۰) و (۱۱) را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned}
\hat{x}_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} &= P_{k+1|k+1,FKF}^{-1} \\
&\quad \times \sum_{i=1}^{I-1} P_{k+1|k+1,i}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,i}
\end{aligned} \tag{۳۵}$$

$$P_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} = \begin{pmatrix} P_{k+1|k+1,1}^{-1} + P_{k+1|k+1,2}^{-1} \\ \vdots \\ P_{k+1|k+1,I-1}^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \tag{۳۶}$$

۳-۳- مقایسه روش های FKF و میلمن

نتایج ارائه شد در بخش ۱-۳ و ۲-۳ نشان می دهد که سه روش BC، FKF و میلمن برای حالت خاص ترکیب اطلاعات تعداد ۲ حسگر معادل هستند. ولیکن، با توجه به اینکه معادل بودن سه روش فقط برای ۲ حسگر اثبات شده است لذا استنتاج معادل بودن دو روش FKF و میلمن در حالت کلی ممکن است صحیح نباشد. در ادامه و طی قضیه ۱ معادل بودن این دو روش اثبات می گردد.

قضیه ۱ - دو روش ترکیب اطلاعات FKF و میلمن، برای تعداد I حسگر با مدل سیگنال- مشاهدات خطی و با فرض استقلال خطای تخمین فیلتر های محلی، دارای ماتریس کوواریانس خطای یکسان و همچنین تخمین لحظه ای یکسان هستند.

اثبات- به منظور اثبات معادل بودن ماتریس کوواریانس خطای در دو روش ترکیب بردار حالت FKF و میلمن از استقراء استفاده می شود. همانطور که پیشتر اشاره شد این دو روش برای تعداد دو حسگر معادل هستند. با فرض اینکه این دو روش برای تعداد $I - 1$ حسگر دارای ماتریس کوواریانس خطای و تخمین حالت یکسانی باشند معادل بودن ماتریس کوواریانس خطای تخمین برای تعداد I مشاهده در دو روش FKF و میلمن لازم است اثبات گردد.

در بخش ۱-۳ و ۲-۳ معادل بودن ماتریس کوواریانس خطای تخمین برای دو روش FKF و میلمن در ترکیب اطلاعات برای دو حسگر اثبات گشته که این تعداد حداقل تعداد حسگری است که مساله ترکیب اطلاعات برای آن دارای معنی است. حال با فرض اینکه ماتریس

در نتیجه:

$$P_{k+1|k+1,Mill}^I = \left(\left(P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \right)^{-1} + P_{k+1|k+1,I}^{-1} \right)^{-1} \quad (46)$$

با استفاده از معادله (۴۷) خواهیم داشت:

$$P_{k+1|k+1,Mill}^I = \left(\left(P_{k+1|k+1,1}^{-1} + P_{k+1|k+1,2}^{-1} \right)^{-1} + \dots + P_{k+1|k+1,I-1}^{-1} \right)^{-1} \quad (47)$$

از مقایسه معادله (۴۰) و (۴۷) به سادگی خواهیم داشت:

$$P_{k+1|k+1,Millman}^I = P_{k+1|k+1,FKF}^I \quad (48)$$

که نشان دهنده معادل بودن ماتریس کوواریانس خطای تخمین در دو روش FKF و میلن برای تعداد I حسگر می باشد.

همچنین با استفاده از روابط (۴۲)، (۴۳) و (۴۰) می توان رابطه (۴۱) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^I &= P_{k+1|k+1,I} \left(P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} + P_{k+1|k+1,I}^{-1} \right)^{-1} \\ &\times \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} + P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \\ &\times \left(P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} + P_{k+1|k+1,I}^{-1} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,I} \end{aligned} \quad (49)$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^I &= \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \\ &+ \left(P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \left(P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} + P_{k+1|k+1,I}^{-1} \right)^{-1} \right. \\ &\left. \times \left(\hat{x}_{k+1|k+1,I} - \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \right) \right) \end{aligned} \quad (50)$$

همچنین با استفاده از رابطه (۲۴) می توان رابطه (۴۹) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1,FKF}^I &= \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \\ &+ \left(P_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} + P_{k+1|k+1,I}^{-1} \right)^{-1} \\ &\times \left(\hat{x}_{k+1|k+1,I} - \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \right) \end{aligned} \quad (51)$$

از مقایسه معادله (۵۰) و (۵۱) و با استفاده از معادله (۴۷) به سادگی خواهیم داشت:

$$\hat{x}_{k+1|k+1,FKF}^I = \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^I \quad (52)$$

که نشان دهنده معادل بودن تخمین حالت ها در دو روش ترکیب اطلاعات FKF و میلن حاصل از تعداد یکسان حسگرها می باشد.

۴- نتایج شبیه سازی

در بخش سوم و با ارائه قضایایی معادل بودن ماتریس کوواریانس خطای تخمین و همچنین تخمین های لحظه ای حالت ها برای سه روش FKF، BC و میلن اثبات گردید. در این بخش با ارائه مثال عددی و با انجام شبیه سازی درستی نتایج قضایای ارائه شده مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

که بر اساس فرض استقرا معادلات (۳۱) و (۳۵) و همچنین معادلات

(۳۶) و (۳۷) معادل هستند و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{x}_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} = \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} &= \left(P_{k+1|k+1,1}^{-1} + P_{k+1|k+1,2}^{-1} \right)^{-1} \\ &+ \dots + P_{k+1|k+1,I-1}^{-1} \\ &= P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \end{aligned} \quad (48)$$

حال لازم است با اضافه نمودن یک حسگر معادل بودن ماتریس کوواریانس خطای تخمین و همچنین تخمین لحظه ای حالت ها را در دو روش FKF و میلن و برای تعداد I حسگر اثبات نمود. به این منظور با ترکیب نتیجه ترکیب $I-1$ حسگر با مشاهده حاصل از حسگر I در روش FKF خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1,FKF}^I &= P_{k+1|k+1,FKF}^I \\ &\times \left(\left(P_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} \right)^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} \right. \\ &\left. + P_{k+1|k+1,I}^{-1} \hat{x}_{k+1|k+1,I} \right) \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1,FKF}^I &= \left(\left(P_{k+1|k+1,FKF}^{I-1} \right)^{-1} \right)^{-1} \\ &+ P_{k+1|k+1,I}^{-1} \\ &= \left(\sum_{i=1}^{I-1} P_{k+1|k+1,i}^{-1} + P_{k+1|k+1,I}^{-1} \right)^{-1} \\ &= \left(\sum_{i=1}^I P_{k+1|k+1,i}^{-1} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (50)$$

همچنین در روش میلن برای ترکیب اطلاعات حاصل از $I-1$ حسگر با مشاهده حاصل از حسگر I با استفاده از روابط تعمیم یافته میلن خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^I &= C_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \hat{x}_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \\ &+ C_{k+1,I} \hat{x}_{k+1|k+1,I} \end{aligned} \quad (41)$$

$$C_{k+1}^{I-1} + C_{k+1,I} = I_L \quad (42)$$

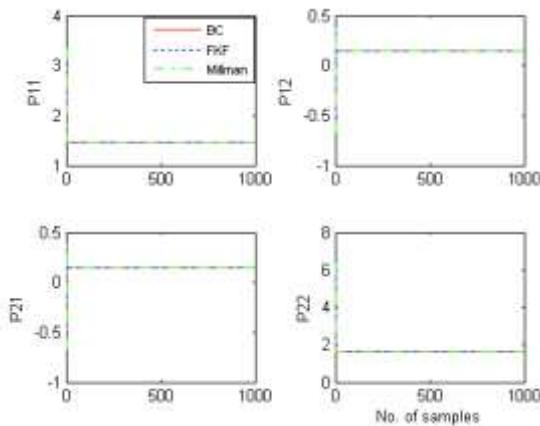
$$C_{k+1}^{I-1} P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} - C_{k+1,I} P_{k+1|k+1,I} = 0 \quad (43)$$

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1,Mill}^I &= C_{k+1}^{I-1} P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \left(C_{k+1}^{I-1} \right)^T \\ &+ C_{k+1,I} P_{k+1|k+1,I} C_{k+1|k+1,I}^T \end{aligned} \quad (44)$$

لذا با استفاده از روابط (۴۲) و (۴۳) و همچنین استفاده از رابطه (۴۷) می توان رابطه (۴۴) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1,Mill}^I &= P_{k+1|k+1,I} \left(P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} + P_{k+1|k+1,I} \right)^{-1} \\ &\times P_{k+1|k+1,Mill}^{I-1} \end{aligned} \quad (45)$$

ترکیب اطلاعات بر اساس سه روش مذکور این مقاله در جدول ۱ نشان داده شده است.



شکل ۶: عناصر ماتریس کوواریانس خطای تخمین در سه روش ترکیب بردار حالت

ستون دوم این جدول معادل بودن روش های BC، FKF و میلمن را نشان می دهد. ولیکن زمان پردازش الگوریتم نشان دهنده این امر است که روش FKF سرعت بیشتر و کمترین حجم محاسباتی در اجرا را دارد است در حالیکه روش های BC و میلمن در رده های دوم و سوم قرار دارند.

جدول ۱: مقایسه الگوریتم های FKF، BC و میلمن در ترکیب بردار حالت

Methdod	$mean(trace(P_{k+1 k+1}))$	زمان پردازش (ثانیه)
BC	3.0866	1.58
FKF	3.0866	1.44
میلمن	3.0866	150.85

۵-نتیجه گیری و جمع بندی

در این مقاله سه روش FKF، BC و میلمن به عنوان سه روش عمده مبتنی بر ترکیب بردار حالت مورد مقایسه، تحلیل و بررسی قرار گرفتند و با ارائه قضایایی با فرض استقلال خطای تخمین فیلترهای محلی، هم ارز بودن آنها از دیدگاه معادل بودن ماتریس کوواریانس خطای تخمین به اثبات رسید. همچنین با محاسبه و بررسی ماتریس کوواریانس خطای تخمین در روش FKF و مساله هم ارزی سه روش، نشان داده شد در صورتی که نرخ تصمیم گیری صحیح حسگرها یا به تعبیری راندمان حسگرها بالاتر از ۰.۵ باشد، خطای تخمین در این سه روش همواره کوچکتر از خطای تخمین فیلترهای کالمن محلی خواهد بود که این امر نشان از برتری روش های ترکیب اطلاعات در تخمین سیگنال دارد. در بخش آخر این مقاله با انجام شبیه سازی هایی نتایج قضایایی ارائه شده مورد تایید قرار گرفت، همچنین حجم محاسباتی اجرای الگوریتم های سه روش از طریق بررسی زمان اجرای الگوریتم ها مورد تحلیل قرار گرفت و طی آن نشان داده شد که الگوریتم FKF حجم محاسباتی کمتر و سرعت بالاتری را در میان سه روش مورد بررسی دارا بوده و به ترتیب الگوریتم های BC و میلمن حجم محاسباتی بیشتری را به همراه دارند.

مثال- معادلات سیگنال و مشاهدات را به همراه ماتریس کوواریانس نویز فرآیند و نویز مشاهدات به صورت زیر در نظر بگیرید. مدل ارائه شده برای سیگنال یک مدل مرتبه دوم پایدار است که خروجی آن از طریق سه حسگر اندازه گیری می شود. همانگونه که در (۵۴) و (۵۵) دیده می شود واریانس نویز اندازه گیری در این سه حسگر متفاوت است.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.9 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (53)$$

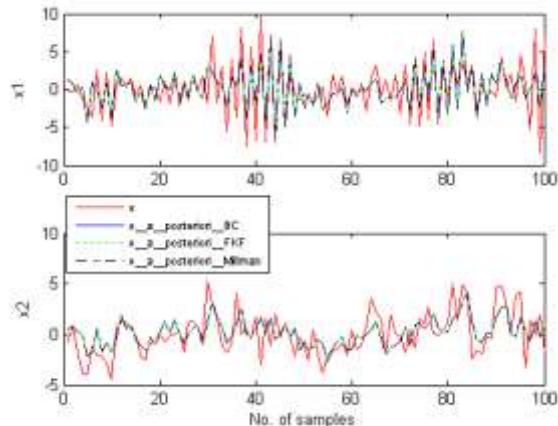
$$\mathbf{z}_{k+1} = [0.4 \quad 0.1] \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1} \quad i=1,2,3 \quad (54)$$

$$R_1 = 1, R_2 = 2.5, R_3 = 3 \quad (55)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.6 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (56)$$

شکل ۵ مقدار واقعی حالت ها و همچنین تخمین حالت ها را به سه روش BC، FKF و میلمن نشان می دهد که نشانگر انتباخت نتایج تخمین در سه روش مذکور است. همچنین در شکل ۶ همگرایی عناصر ماتریس کوواریانس خطای در سه روش مشاهده می شود که آن نیز یکسان بودن نتایج در سه روش را نشان می دهد.

لازم به ذکر است که در اجرای تمامی شبیه سازی ها، مقادیر تصادفی برای تمامی روش ها یکسان در نظر گرفته شده و در تولید آنها سفید بودن سیگنال ها و استقلال آنها مورد تأکید و تایید قرار گرفته است. همچنین عملکرد درست فیلترهای کالمن بر اساس خاصیت سفید بودن و غیرهمبسته بودن سیگنال تجدد^۱ مورد ارزیابی و تحلیل قرار گرفته است.



شکل ۵: حالت واقعی و تخمین های حالت در سه روش ترکیب بردار حالت

به منظور جمع بندی نتایج شبیه سازی مقدار میانگین trace ماتریس کوواریانس خطای زمان لازم به منظور اجرای الگوریتم های تخمین و

^۱ Innovation

- on Aerospace and Electronic Systems, vol. 37, no. 1, pp. 273-280, 2001.
- [17] Y. Bar-Shalom and L. Campo, "The Effect of the Common Process Noise on the Two-Sensor Fused-Track Covariance," IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, pp. 803-805, 1986.
- [18] N. A. Carlson, "Federated Filter for Fault-Tolerant Integrated Navigation Systems," Proc. of the IEEE Position Location and Navigation Symposium, pp.110-119, 1988.
- [19] H. B. Mitchell, "Multi-Sensor Data Fusion: An Introduction", Springer-Verlag, 2007.
- [20] J. R. Raol, "Multi-Sensor Data Fusion with MATLAB," Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010.
- [21] K. C. Chang, R. K. Saha and Y. Bar-Shalom, "On Optimal Track-to-Track Fusion" IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, pp.1271-1276, 1997.
- [22] G. W. Ng, "Intelligent Systems: Fusion, Tracking and Control," CSI: Control and Signal/Image Processing Series, Publisher: Research Studies Press, 2003.
- [23] L. Bin, Y. Xiaoyan and L. Lichen, "The Information Fusion of Multi-Sensor of Based on Federated Kalman Filter and Neural Networks," Proc. of Int. Conf. on Computational and Information Sciences, pp. 1099–1102, 2010.
- [24] Sh. Gao, Y. Zhong and B. Shirinzadeh, "Multi-Sensor Optimal Data Fusion for INS/GPS/SAR Integrated Navigation System," Aerospace Science and Technology 13, pp. 232–237, 2009.
- [25] R. Minhas, V. I. Shin and Q. M. J. Wu, "A Decentralized Data Fusion Algorithm for Local Kalman Estimates in Multi-sensor Environment," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Automation and Logistics Qingdao, pp. 977-981, 2008.
- [26] V. Shin, Y. Lee and T. S. Choi, "Generalized Milkman's Formula and its Application for Estimation Problems" Signal Processing 86, pp. 257–266, 2006.
- [27] T. G. Lee, "Centralized Kalman Filter with Adaptive Measurement Fusion: its Application to a GPS/SDINS Integration System with an Additional Sensor," International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 1, no. 4, pp. 444-452, 2003.
- [28] W. Niehsen "Information fusion based on fast covariance intersection filtering," Proc. of Fusion 2002, pp.901-904, 2002.
- [29] V. Shin and J. H. Yoon, "Comparison Analysis of Distributed Receding Horizon Filters for Linear Discrete-Time Systems with Uncertainties," International Journal of Systems Control, vol. 1, no. 2, pp. 48-56, 2010.
- [30] X. Lin, Y. Bar-Shalom and T. Kirubarajan, "Multisensor-Multitarget Bias Estimation for General Asynchronous Sensors," Proc. of 6th Int. Conf. on on Information Fusion, pp. 901-904, 2004.

مراجع

- [۱] ب. مشیری، ک. نیکروش و ع. دهقانی تفتی، "روش های ترکیب اطلاعات بر اساس فیلتر کالمن"، دوازدهمین کنفرانس‌مهندنسی برق ایران، دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۴.
- [۲] ن. بریمانی، "اجرای قوانین هدایتی موشک با ترکیب اطلاعات حسگرها"، پایان نامه کارشناسی ارشد کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۶.
- [۳] ص. سلیمانپور، "ترکیب اطلاعات سنسوری در مکان یابی رویانها"، پایان نامه کارشناسی ارشد هوش مصنوعی و روباتیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۷.
- [۴] م. نجفی، "ترکیب اطلاعات سنسوری در هدایت و مسیریابی هوشمند کشتی"، پایان نامه کارشناسی ارشد کنترل، دانشگاه تهران، ۱۳۷۸.
- [۵] م. ج. بازگلی، "تحلیل و شیوه سازی سیستم های GPS/INS و تلفیق آنها"، پایان نامه کارشناسی ارشد مخابرات، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۰.
- [۶] م. محمدزاده، "تلغیق سیستم تعیین موقعیت جهانی و سیستم ناوبری اینرسی"، پایان نامه کارشناسی ارشد کنترل، دانشگاه تبریز، ۱۳۸۳.
- [۷] س. ب. طباطبایی، "ترکیب اطلاعات حسگرها جهت مکان یابی رباتهای متحرک با استفاده از روش های هوشمند"، پایان نامه کارشناسی ارشد هوش مصنوعی و روباتیک، دانشگاه شیراز، ۱۳۸۳.
- [۸] B. V. Dasarathy, "Decision fusion," IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1994.
- [۹] D. L. Hall and J. Llinas, "An Introduction to Multi-sensor Data Fusion," Proc. of the IEEE, vol. 85, no. 1, pp. 6-23, 1997.
- [۱۰] D. L. Hall and S. A. H. McMullen, "Mathematical Techniques in Multisensory Data Fusion," Artech Print on Demand, 2 Editions, 2004.
- [۱۱] S. Challa and D. Koks, "Bayesian and Dempster-Shafer fusion," Sadhana Vol. 29, Part 2, pp. 145–176, 2005.
- [۱۲] B. Solaiman, L. E. Pierce and F. T. Ulaby, "Multi-sensor Data Fusion Using Fuzzy Concepts: Application to land-cover classification using ERS-1/JERS-1 SAR Composites," IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, vol. 37, No. 3, pp.1316-1326, 1999.
- [۱۳] Ch. Jiang and Z. Chen, "Multi-Sensor Fusion Using Hopfield Neural Network in INS/SMGS Integrated System," Proc. of 6th Int. Conf. on Signal Processing, vol. 2, pp. 1199–1202, Aug 2002.
- [۱۴] J. A. Roecker and C. D. McGillem, "Comparison of Two Sensor Tracking Methods Based on State Vector Fusion and Measurement Fusion," IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. 24, no.4, pp.447-449, 1988.
- [۱۵] D. Willner, C. B. Chang and K. P. Dunn, "Kalman Filter Algorithms for a Multi-Sensor System", Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 570-574, 1976.
- [۱۶] Q. Gan and C. J. Harris, "Comparison of Two Measurement Fusion Methods for Kalman-Filter-Based Multi-Sensor Data Fusion," IEEE Trans.

طراحی قانون هدایت با استفاده از کنترل مدل غرشی مرتبه دوم زمان محدود

وحید بهنام گل^۱، ایمان محمدزمان^۲، احمد رضا ولی^۳، نعمت الله... قهرمانی^۴

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، vahidbehnamgol@yahoo.com

^۲ استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، mohammadzaman@modares.ac.ir

^۳ استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، vali@mut.ac.ir

^۴ استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ghahramani@aut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۰۷/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۰۹/۲۷)

چکیده: در این مقاله یک قانون هدایت دونقطه‌ای برای رهگیرهای آشیانه‌یاب، با استفاده از کنترل مدل غرشی مرتبه دوم زمان محدود و بر اساس ایده ناوبری موازی طراحی شده است. در الگوریتم ارائه شده، قانون هدایت با درنظر گرفتن مانورهای هدف به عنوان نامعینی طراحی شده و نیازی به اندازه‌گیری یا تخمین دقیق این مانورها نمی‌باشد. برای تعیین دستور شتاب در این روش، سطح لغرشی بر اساس نرخ چرخش خط دید تعریف شده و برای اجتناب از رخ دادن پدیده‌ی وزوز، از مدل غرشی مرتبه دوم استفاده شده است. در قانون هدایت پیشنهادی، قابلیت رسیدن نرخ چرخش خط دید به سطح لغرشی صفر در مدت زمان محدود وجود داشته که منجر به بهبود عملکرد و افزایش پایداری حلقه هدایت در برابر اهداف مانوردار می‌شود.

کلمات کلیدی: قانون هدایت، ناوبری موازی، مدل غرشی مرتبه دوم، کنترل زمان محدود.

Guidance Law Design using Finite Time Second Order Sliding Mode Control

Vahid Behnam Gol, Iman Mohammadzaman, Ahmad Reza Vali, Nemat Allah Ghahramani

Abstract: In this paper, a two point guidance law for homing interceptors using finite time second order sliding mode control and based on parallel navigation is proposed. In the proposed guidance law, sliding surface is selected as the line of sight rate and the target maneuvers are considered as an uncertainty which only needs the upper bound of these maneuvers. Furthermore, the proposed algorithm can guarantee the finite time convergence of the LOS rate to zero or a small neighborhood of zero. Therefore, the performance and stability of guidance loop against maneuvering targets are increased.

Keywords: guidance law, parallel navigation, second order sliding mode, finite time control.

می‌دهند که این قانون برای دستیابی به رهگیری کامل در حالت ایده‌آل، یعنی اهداف بدون مانور و خودخلبان بدون تأخیر، مناسب می‌باشد. با این وجود، در حالاتی که اهداف دارای مانور می‌باشند، هدایت ناوبری تناوبی در رهگیری هدف دچار مشکل شده و از این رو چندین قانون از قبیل ناوبری تناوبی افزوده شده، پیشنهاد شده است که این قوانین

۱- مقدمه

قانون هدایت ناوبری تناوبی یکی از پرکاربردترین قوانین هدایت مورد استفاده در رهگیرهای آشیانه‌یاب می‌باشد. اساس کار این قانون، صفر کردن نرخ چرخش خط دید با چرخش بردار سرعت رهگیر متناسب با نرخ چرخش خط دید است. مقالات تحلیلی مختلفی نشان

کنترلی مورد نیاز جلوگیری نمود [۱۳]. یک راه حل برای کاهش اثر مانور هدف بدون استفاده از تخمین‌گر آن است که قانون هدایت بتواند نرخ چرخش خط دید را سرعت صفر نموده تا سرعت نزدیک شوندگی رهگیر و هدف، حداکثر فاصله را تا صفرشدن داشته باشد و لذا با وارد شدن مانور هدف، قانون هدایت فاصله بیشتری تا ناپایداری داشته و فرست تخمین‌گر برای بروخود بین رهگیر و هدف وجود خواهد داشت. بنابراین قانون هدایت با همگرایی زمان محدود نرخ چرخش خط دید، می‌تواند قوام بیشتری نسبت به مانور هدف داشته باشد [۱۴].

در مرجع [۱۵] از الگوریتم ارائه شده در [۹] برای طراحی قانون هدایت استفاده شده و پایداری زمان محدود آن نیز اثبات شده است، اما قابلیت تنظیم مدت زمان رسیدن به نقطه‌ی تعادل صفر وجود ندارد. در این مرجع همچنین، برای تولید دستور شتاب نیاز به اندازه‌گیری و یا تخمین متغیرهای زیادی بوده و بدلیل استفاده از برد نسبی در تعریف سطح لغزش، این سطح تا لحظه‌ی بروخورد، صفر نخواهد شد. از این رو مستله‌ی پایداری زمان محدود در این الگوریتم کارایی مناسب نداشته و از مزایای نسبی آن نیز نمی‌توان بهره برد. در مرجع [۱۶] برای هدایت رهگیرهای با زاویه بروخورد محدود، الگوریتم خاصی از کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم ارائه شده است. در این الگوریتم از زاویه‌ی خط دید در تعریف سطح لغزش استفاده شده و قانون هدایت طراحی شده توسط آن با توجه به محدودیت زاویه‌ی بروخورد با هدف، فقط برای هدایت رهگیرهای ضد کشته و ضد تانک مناسب می‌باشد.

در این مقاله ابتدا الگوریتم خاصی از کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم به منظور طراحی قانون هدایت دونقطه‌ای ارائه می‌شود. سپس مستله‌ی زمان محدود بودن الگوریتم پیشنهادی و قابلیت تنظیم مدت زمان رسیدن به سطح لغزش صفر مورد بررسی قرار گرفته و قانون هدایت توسط این الگوریتم طراحی می‌شود. در نهایت کارایی قانون هدایت طراحی شده در شبیه‌سازی غیرخطی حلقه هدایت مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲- فرمول‌بندی مسئله

۲-۱- سینماتیک نسبی بین رهگیر و هدف

با توجه به شکل (۱)، سینماتیک نسبی رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی بصورت زیر می‌باشد [۱۷]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\dot{\lambda}) &= -\frac{2\dot{r}\dot{\lambda}}{r} + \frac{A_{t,\lambda}}{r} - \frac{A_{m,\lambda}}{r} \\ \frac{d}{dt}(\dot{r}) &= r\dot{\lambda}^2 + A_{t,r} - A_{m,r} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $\dot{\lambda}$ نرخ چرخش خط دید، r برد نسبی، \dot{r} سرعت نزدیک شوندگی، $A_{t,\lambda}$ و $A_{m,\lambda}$ به ترتیب مولفه‌های شتاب رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید و $A_{t,r}$ و $A_{m,r}$ به ترتیب مولفه‌های شتاب رهگیر و هدف در راستای خط دید می‌باشند.

برای رهگیری کامل نیازمند شرایط معین از قبیل اندازه شتاب هدف می‌باشد [۱، ۲].

با استفاده از تئوری کنترل مدل لغزشی و بر اساس ایده‌ی ناویری موازی، می‌توان مستقیماً با استفاده از معادلات غیرخطی در گیری، قوانین هدایت دو نقطه‌ای را برای فاز نهایی رهگیرهای آشیانه‌یاب طراحی نمود. در صورت استفاده از این روش کنترلی می‌توان مانورهای هدف را به عنوان نامعینی در نظر گرفت و قانون هدایت را طراحی نمود که در این صورت نیازی به اندازه‌گیری و یا تخمین دقیق مانورهای هدف نمی‌باشد [۳]. بزرگترین نقص کاربردی این روش کنترلی، پدیده‌ی وزوز^۱ می‌باشد که به دلیل وجود تابع علامت در کنترل کنترله رخ می‌دهد. اثرات این پدیده بسیار نامطلوب بوده، چون باعث فعالیت نوسانی در سیگنال کنترل شده و از آنجا که دارای یک رفتار فرکانس بالا می‌باشد، ممکن است دینامیک‌های مدل نشده‌ی فرکانس بالا را نیز تحریک کند [۴، ۵].

یکی از روش‌های پر کاربرد جهت کاهش نوسانات ناخواسته، هموار کردن ناپیوستگی کنترل در یک لایه‌ی مرزی باریک در همسایگی سطح لغزش، بوسیله‌ی تقریب پیوسته از کنترل مدل لغزشی ناپیوسته می‌باشد [۴]. استفاده از روش تقریب پیوسته در هر صورت منجر به کاهش دقت کنترلی می‌شود، اما می‌توان با تعریف سطح لغزش و یا شرط لغزش خاص، این دقت را به مقدار معینی بهبود بخشد [۶]. روش دیگر، هموار کردن نوسانات ناخواسته با استفاده از الگوریتم فازی در لایه مرزی باریکی از سطح لغزش است که باعث کند شدن روش کنترلی می‌شود [۷].

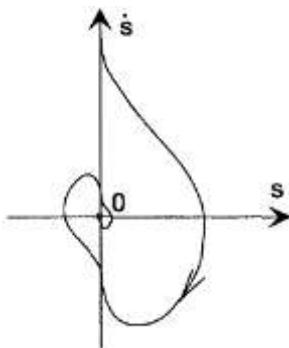
از دیگر روش‌های پر کاربرد برای حذف نوسانات ناخواسته، استفاده از مدل لغزشی مرتبه بالا می‌باشد [۸]. در مرجع [۹] الگوریتم خاصی از کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم برای کنترل سیستم‌هایی با درجه‌ی نسبی یک ارائه شده و پایداری مجانبی این روش نیز به اثبات رسیده است. در مرجع [۱۰] از کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم برای کنترل سیستم‌های خطی غیرقطعی و در مرجع [۱۱] نیز از الگوریتم‌های معروف کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم برای کنترل توربین بادی استفاده شده است.

الگوریتم‌های مدل لغزشی مرتبه دوم موجود در مراجع ذکر شده، پایدار زمان محدود نبوده و پایداری مجانبی و رسیدن متغیرهای شتاب به نقطه تعادل صفر با گذشت زمان به سمت بی‌نهایت به اثبات رسیده است. با توجه به اینکه مستله‌ی در گیری رهگیر و هدف در یک مدت زمان محدود تعریف می‌شود، از این رو بهتر است در طراحی قانون هدایت از روش‌هایی با همگرایی زمان محدود استفاده شود که به بهبود عملکرد قانون هدایت منجر می‌شود [۱۲]. با استفاده از روش‌های زمان محدود در حل مستله‌ی هدایت، می‌توان متغیرهای کنترلی همچون نرخ چرخش خط دید را قبل از اتمام مدت زمان رهگیری به صفر رساند و در نتیجه از کاهش سرعت نزدیک شوندگی و افزایش مدت زمان رهگیری و انرژی

^۱ Chattering

لغزش را تضمین می‌نماید [۴]. این بخش را می‌توان با استفاده از کنترل مدلغزشی مرتبه اول و یا مدلغزشی مرتبه بالا طراحی نمود.

استفاده از مدلغزشی مرتبه بالا یکی از روش‌های حذف پدیده‌ی وزوز در کنترل مدلغزشی می‌باشد. این روش با حفظ مزیت اصلی روش استاندارد (مقاوم بودن)، اثر وزوز را نیز حذف می‌کند. مشکل اصلی در اجرای مدلغزشی مرتبه بالا، افزایش تقاضای اطلاعات می‌باشد. تنها استثنای موجود، الگوریتم فرایپچش^۱ در مدلغزشی مرتبه دوم است که فقط نیازمند به اندازه‌گیری سطح لغزش S می‌باشد. ایده‌ی اصلی در کنترل مدلغزشی مرتبه دوم رساندن \dot{S} و \ddot{S} به صفر می‌باشد. یعنی علاوه بر صفر شدن سطح لغزش، تغییرات سطح لغزش نیز صفر شود. به عبارت دیگر مسیرهای سیستم در صفحه‌ی $\dot{S} - \ddot{S}$ به نقطه‌ی تعادل $S = \dot{S} = 0$ همگرا شوند (شکل ۲) [۸].



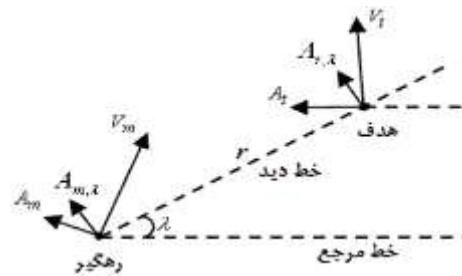
شکل ۲: سینماتیک نسبی رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی

در این مقاله با توجه به اینکه معادلات حاکم بر هندسه‌ی درگیری مطابق رابطه (۱) دارای درجه‌ی نسبی یک می‌باشد، طراحی کنترل مدلغزشی مرتبه دوم برای سیستم‌های دینامیکی مرتبه یک مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با توجه به اینکه در طراحی قانون هدایت توسط کنترل مدلغزشی معمولاً از متغیر نرخ چرخش خط دید در تعریف سطح لغزش استفاده می‌شود و اندازه‌گیری این متغیر در حین پرواز همراه با نویز خواهد بود، بهتر است از مشتقات این متغیر در طراحی قانون هدایت استفاده نشود. لذا بهترین الگوریتم مدلغزشی مرتبه دوم برای طراحی قانون هدایت، الگوریتم فرایپچش بوده که از مشتقات سطح لغزش استفاده نمی‌کند. این الگوریتم برای کنترل سیستم‌های با درجه‌ی نسبی یک و به منظور جلوگیری از رخ دادن پدیده‌ی وزوز در ورودی کنترل توسعه داده شده است. در این الگوریتم، در فاز رسیدن برای در نظر گرفتن نامعینی‌های سیستم دینامیکی رابطه (۲)، جملاتی بصورت زیر به کنترل معادل اضافه می‌شود [۱۱، ۱۸]:

$$U = U_{eq} - k_1 |S|^\rho \operatorname{sign}(S) - k_2 \int \operatorname{sign}(S) d\tau \quad (4)$$

$,0 < \rho < 1$

با توجه به ایده‌ی مورد استفاده در ناویری تناسی حقیقی، اگر دستور شتاب در راستای عمود بر خط دید به رهگیر اعمال شود تأثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید دارد [۱]. لذا در این مقاله از این ایده استفاده شده و ورودی کنترلی شتاب رهگیر در راستای عمود بر خط دید ($A_{m,i}$) در نظر گرفته شده است. این ورودی با توجه به معادله‌ی اول رابطه (۱) طوری تعیین می‌شود که متغیر \ddot{S} را در مدت زمان محدودی صفر کند. در صورت صفر شدن این متغیر، خط دید بین رهگیر و هدف نچرخیده و با برقراری شرط $0 < \dot{S} < 0$ یعنی نزدیک شدن رهگیر به هدف، طبق ایده‌ی ناویری موازی برخورد حتمی خواهد بود [۲]، [۱۷].



شکل ۱: سینماتیک نسبی رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی

۲-۲- مدلغزشی مرتبه دوم

سیستم دینامیکی تک ورودی - تک خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x) + u \quad (2)$$

x خروجی مورد نظر و u ورودی کنترل می‌باشند.تابع غیرخطی $f(x)$ نیز از دو قسمت قطعی و غیرقطعی تشکیل شده است. هدف کنترلی حفظ x در صفر بوده و برای این منظور طبق تئوری کنترل مدلغزشی، سطح لغزش S بر اساس خطای ریدیابی سیستم بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = x \quad (3)$$

در این صورت مسئله‌ی ریدیابی، معادل باقی ماندن بر روی سطح S و هم ارز با رابطه $S = 0$ می‌باشد. بصورت کلی کنترل مدلغزشی از دو بخش اصلی تشکیل شده است. بخش اول که کنترل معادل نامیده می‌شود، در فاز لغزش یعنی زمانی که در سیستم نامعینی وجود نداشته و مسیرهای سیستم بر روی سطح لغزش قرار دارند، به دست می‌آید. در این صورت تغییرات S صفر خواهد بود و کنترل معادل با برقراری $\dot{S} = 0$ تعیین خواهد شد. به این بخش از کنترل مدلغزشی، بخش نگهدارنده نیز گفته می‌شود که در صورت عدم وجود نامعینی، باعث لغزش مسیرهای سیستم بر روی سطح لغزش خواهد شد. بخش دوم در فاز رسیدن برای در نظر گرفتن نامعینی‌ها به کنترل معادل اضافه شده و زمانیکه مسیرهای سیستم از سطح لغزش فاصله دارند، جاذب بودن سطح

^۱ Super Twisting

قضیه ۱ - معادلات دینامیکی حاکم بر هندسه‌ی درگیری (۱) با در نظر گرفتن سطح لغزش (۷)، پایدار زمان محدود است اگر قانون هدایت بصورت زیر در نظر گرفته شود:

$$A_{m,\lambda} = A_{m,\lambda_{eq}} - k_1 |S|^\alpha \text{sign}(S) - k_2 \int |S|^\beta \text{sign}(S) d\tau \quad (9)$$

$$, 0 < \beta < 0 \quad , \quad 2\alpha - \beta = 1$$

که در آن $A_{m,\lambda_{eq}}$ کنترل معادل بوده و از رابطه‌ی (۸) بدست می‌آید.

اثبات - با توجه به روابط (۱)، (۷) و (۹)، بخش رساننده در الگوریتم پیشنهادی از رابطه‌ی زیر بدست آمده است:

$$\dot{S} = -k_1 |S|^\alpha \text{sign}(S) - k_2 \int |S|^\beta \text{sign}(S) d\tau \quad (10)$$

با در نظر گرفتن $S = x_1$ رابطه (۱۰) بصورت معادلات حالت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - k_1 |x_1|^\alpha \text{sign}(x_1) \\ \dot{x}_2 = -k_2 |x_1|^\beta \text{sign}(x_1) \end{cases} \quad (11)$$

در اینصورت مسئله‌ی رسیدن زمان محدود سطح لغزش به صفر، معادل با اثبات پایداری زمان محدود نقطه‌ی تعادل رابطه (۱۱) خواهد بود [۸]. بدين منظور از لم زیر استفاده می‌شود:

لم ۱: نقطه‌ی تعادل معادلات (۱۱) به ازای $k_i > 0, i = 1, 2$ و $0 < \beta < 0 < \alpha - \beta = 1 - 2\alpha$ بصورت فراگیر پایدار زمان محدود بوده و زمان رسیدن مسیرهای سیستم به نقطه تعادل صفر بصورت زیر قابل تنظیم می‌باشد [۱۸]:

$$t_r \leq \frac{V_0^{(1-\gamma)}}{c(1-\gamma)} \quad , \quad c > 0 \quad , \quad \gamma = \frac{\beta}{\alpha} \quad (12)$$

که در آن c ثابتی مثبت، t_r زمان رسیدن مسیرهای سیستم به نقطه‌ی تعادل و V_0 مقدار تابع V در لحظه‌ی اوایل t_0 می‌باشد.

لذا با برقراری شرایط ذکر شده در لم ۱ مسیرهای سیستم (۱۱) در مدت زمان محدودی که از رابطه‌ی (۱۲) بدست می‌آید، به نقطه‌ی تعادل صفر رسیده، و قضیه ۱ اثبات می‌شود.

توجه داشته باشید که رابطه (۹) در حالت خاص به ازای $\beta = 0$ ، به روابط مورد استفاده در الگوریتم فرایچش تبدیل خواهد شد که نقطه‌ی تعادل آن پایدار مجانية می‌باشد [۱۵].

در نهایت قانون هدایت در راستای عمود بر خط دید با استفاده از روابط (۷)، (۸) و (۹) بصورت زیر بدست می‌آید:

$$A_{m,\lambda} = -2r\lambda + k_1 |\lambda|^\alpha \text{sign}(\lambda) + k_2 \int |\lambda|^\beta \text{sign}(\lambda) d\tau \quad (13)$$

جمله‌ی اول قانون هدایت رابطه‌ی (۱۳) متناظر با ناویری تناسبی حقیقی با ثابت ناویری ۲ بوده و دو جمله‌ی بعدی با استفاده از کنترل مد

که در آن U_{eq} کنترل معادل بوده و دو جمله‌ی دیگر برای در نظر گرفتن نامعینی‌های سیستم در فاز رسیدن با استفاده از ایده‌ی مد لغزشی مرتبه دوم به آن اضافه شده است. با توجه به روابط (۲)، (۳) و (۴)، بخش رساننده در الگوریتم فرایچش از رابطه‌ی زیر بدست آمده است:

$$\dot{S} = -k_1 |S|^\rho \text{sign}(S) - k_2 \int \text{sign}(S) d\tau \quad (5)$$

با در نظر گرفتن $S = x_1$ رابطه (۵) را می‌توان بصورت معادلات حالت زیر بیان نمود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - k_1 |x_1|^\rho \text{sign}(x_1) \\ \dot{x}_2 = -k_2 \text{sign}(x_1) \end{cases} \quad (6)$$

در اینصورت مسئله‌ی کنترل مد لغزشی مرتبه دوم، معادل با اثبات پایداری نقطه‌ی تعادل معادله (۶) خواهد بود. مزیت اصلی این الگوریتم این است که هیچ اطلاعاتی از مشتق سطح لغزش نیاز ندارد و لیکن نقطه‌ی تعادل آن فقط پایدار مجانية بوده و ورودی کنترل طراحی شده توسط آن، کاملاً هموار نمی‌باشد [۱۱]، [۱۵]. لذا برای طراحی قانون هدایت توسط کنترل مد لغزشی مرتبه دوم نیاز است تا این الگوریتم برای تولید دستور شتابی هموار و پایداری زمان محدود نقطه‌ی تعادل، اصلاح شود.

۳- طراحی قانون هدایت

برای طراحی قانون هدایت با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی، ابتدا سطح لغزش با توجه به روابط (۱) و (۳) بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = \dot{\lambda} \quad (7)$$

در صورت طراحی کنترلی که $S = 0$ را برقرار سازد، نرخ چرخش خط دید صفر شده و در اینصورت طبق ایده‌ی ناویری موازی برخورد حتمی خواهد بود [۲]. حال طبق تئوری کنترل مد لغزشی، کنترل معادل برای زمانیکه در سیستم نامعینی وجود ندارد و مسیرهای سیستم بر روی سطح لغزش می‌باشند، با برقراری $\dot{S} = 0$ و با استفاده از روابط (۱) و (۷) بصورت زیر بدست می‌آید:

$$A_{m,\lambda_{eq}} = -2r\dot{\lambda} \quad (8)$$

کنترل معادل بوده و زمانیکه در سیستم نامعینی وجود ندارد (هدف بدون مانور باشد)، مسیرهای سیستم را بر روی سطح لغزش صفر حفظ خواهد کرد. توجه شود که در این رابطه، مانور هدف در راستای عمود بر خط دید ($A_{\dot{\lambda},\lambda}$)، به عنوان نامعینی در نظر گرفته شده است. حال برای در نظر گرفتن نامعینی سیستم در فاز رسیدن، با توجه به ایده‌ی مد لغزشی مرتبه دوم از قضیه‌ی زیر استفاده می‌شود:

در شکل (۳) نمودار شتاب صادر شده و در شکل (۴) نمودار نرخ چرخش خط دید (سطح لغزش) به ازای تغییرات γ رسم شده است. مشاهده می شود که با افزایش مقدار γ یعنی دستور شتاب افزایش یافته، در عوض نرخ چرخش خط دید در مدت زمان کمتری که از رابطه γ بسته می آید به صفر می رسد.

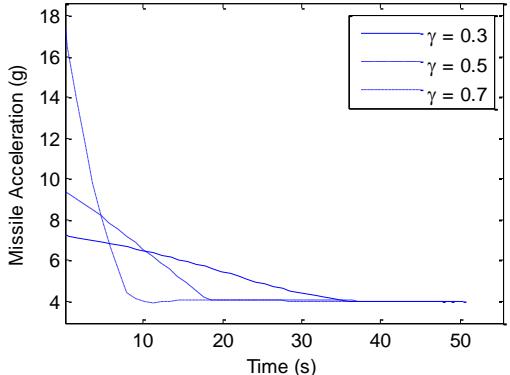
با توجه به نمودار سرعت نزدیک شوندگی در شکل (۵)، با افزایش مقدار γ از کاهش سرعت نزدیک شوندگی جلوگیری شده و رهگیر مدت زمان بیشتری قادر به پرواز خواهد بود. لذا پایداری قانون هدایت در مقابل مانورهای هدف افزایش خواهد یافت.

در شکل (۶) نیز مسیر برخورد رهگیر با هدف مشاهده می شود که در آن کاهش مدت زمان رهگیری با افزایش مقدار γ مشهود است.

در این مقاله، انتگرال مجدول شتاب جانبی اعمال شده به رهگیر به عنوان معیاری برای مقایسه اثر γ در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۱) مشاهده می شود که در قانون پیشنهادی، با تغییر مقدار γ می توان اثر γ را تنظیم نمود.

جدول ۱: مشخصات بدست آمده توسط قانون هدایت پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف γ

مقدار γ	زمان برخورد (ثانیه)	انرژی کنترلی
۰.۳	۵۰.۵۵	۱۳۶۵۳۰
۰.۵	۴۸.۸۷	۱۳۴۰۵۰
۰.۷	۴۸.۵۵	۱۴۸۳۹۰



شکل ۳: دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف γ

لغزشی مرتبه دوم برای در نظر گرفتن مانورهای هدف به آن اضافه شده اند. این قانون هدایت قادر به صفر کردن نرخ چرخش خط دید در مدت زمان محدودی بوده و بدون اندازه گیری یا تخمین مانور هدف، مقاومت خوبی در برابر اهداف مانوردار خواهد داشت.

۴- نتایج شبیه سازی

در این قسمت به شبیه سازی عملکرد قانون هدایت طراحی شده پرداخته شده است. در تمامی شبیه سازی ها، فاصله ای نسبی اولیه حدود ۳۰ کیلومتر، سرعت نزدیک شوندگی اولیه ۴۲۳ متر بر ثانیه، سرعت نسبی جانبی اولیه ۴۲۳ متر بر ثانیه در نظر گرفته می شوند. همچنین مکان اولیه هدف رهگیر در فضای کارتزین $r_{m_0} = [0 \ 0]^T m$ و مکان اولیه هدف $r_0 = [28000 \ 10800]^T m$ فرض می شوند.

ابتدا زمان محدود بودن قانون هدایت پیشنهادی به ازای تغییر مقدار γ بررسی شده و سپس عملکرد قانون هدایت پیشنهادی به ازای $\gamma = 0.4$ در دو سناریوی درگیری متفاوت با قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۱۵] (SSOSM Law) مورد مقایسه قرار می گیرد. با توجه به اینکه قانون ناوبری تناسبی در برابر مانور هدف مقاوم نمی باشد، برتری قانون طراحی شده نسبت به آن واضح بوده و لذا در شبیه سازی ها این مساله نشان داده نشده است. یکی از بهترین تحقیقاتی که در چند سال اخیر در طراحی قانون هدایت دونقطه ای با استفاده از کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم صورت پذیرفته است، مرجع [۱۵] بوده که دستور شتاب صادر شده در آن با تعریف سطح لغزشی بصورت $S = r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}$ ، از رابطه زیر بدست می آید:

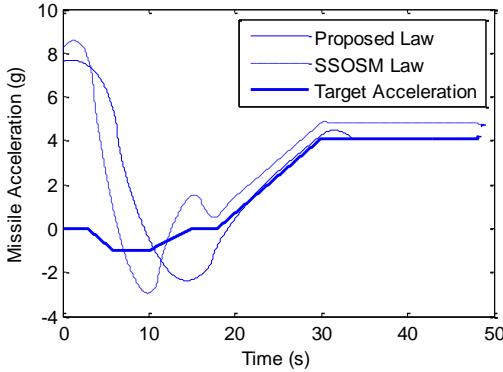
$$A_m = \frac{1}{\cos(\gamma_m - \lambda)} (-N\dot{r}\dot{\lambda} - \frac{c\dot{r}}{2\sqrt{r}} + k_1 |r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}|^{\frac{2}{3}} sign(r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}) + k_2 \int |r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}|^{\frac{1}{3}} sign(r\dot{\lambda} - c\sqrt{r}) d\tau + \hat{A}_{t,\sigma}) \quad (14)$$

که در آن γ_m زاویه بردار سرعت رهگیر با خط مرجع و λ زاویه بردار سرعت رهگیر با خط مرجع بوده و $N = 4$ در نظر گرفته شده است. این قانون هدایت طبق ایده ناوبری تناسبی محض در راستای عمود بر بردار سرعت رهگیر طراحی شده و به منظور مقایسه با قانون هدایت طراحی شده در این مقاله، برای اعمال در راستای عمود بر خط دید اصلاح شده است.

۴- بررسی زمان محدود بودن قانون هدایت پیشنهادی

در این بخش عملکرد قانون هدایت پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف γ مورد بررسی قرار می گیرد. در این حالت شتاب هدف برابر با مقدار ثابت $4g$ در نظر گرفته شده است.

با توجه به نمودار شتاب صادر شده در شکل (۷)، در این سناریویی در گیری نیز قانون هدایت پیشنهادی دستور شتاب همواری داشته و بیشینه اندازه‌ی شتاب صادر شده توسط آن نیز کوچکتر از قانون هدایت SSOSM می‌باشد. همچنین در انتهای در گیری دستور شتاب صادر شده توسط قانون پیشنهادی، با دقت بیشتری نسبت به قانون SSOSM شتاب هدف را دنبال می‌کند.



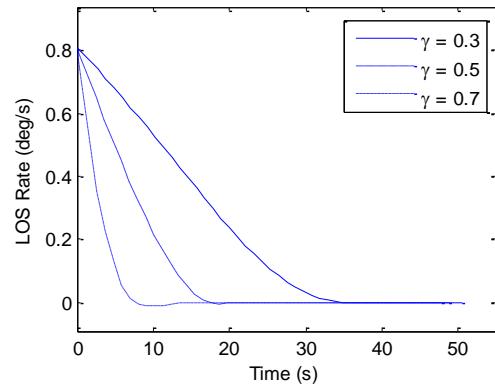
شکل ۷: دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت و شتاب هدف در

راستای عمود بر خط دید در سناریوی در گیری اول

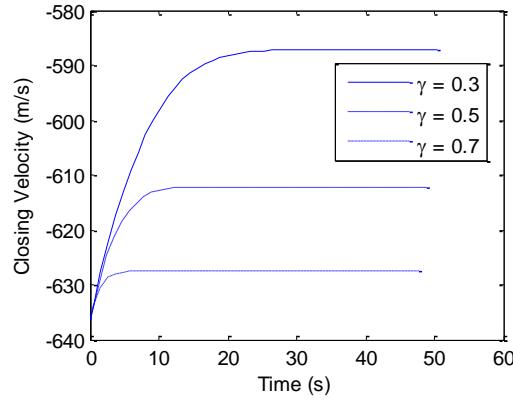
با توجه به نمودارهای نرخ چرخش خط دید و سرعت نسبی جانبی در شکل‌های (۸) و (۹)، قانون پیشنهادی این متغیرها را به صفر رسانده‌است. اما قانون هدایت SSOSM توانایی کنترل نرخ چرخش خط دید را داشته و سرعت نسبی جانبی را نیز فقط در انتهای در گیری به صفر می‌رساند. توجه شود که در این مرجع علاوه بر نرخ چرخش خط دید از برد نرخ چرخش خط دید تا انتهای رهگیری نیز یافته شد. با توجه به نمودار سرعت نزدیک شوندگی در شکل (۱۰)، در قانون هدایت پیشنهادی از کاهش این متغیر جلوگیری شده و برخورد با سرعت بیشتری نسبت به قانون هدایت SSOSM انجام می‌شود. همانطور که در شکل (۱۱) مشخص است، طبق ایده کنترل مدل غزشی مرتبه دوم زمان محدود، سطح لغزش (S = ۲) و مشتق آن (\dot{S}) در مدت زمان محدودی به صفر همگرا می‌شوند. در شکل (۱۲) نیز برای قانون هدایت پیشنهادی، مسیر برخورد رهگیر و هدف مشاهده می‌شود. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۲)، قانون هدایت پیشنهادی در مدت زمان کوتاه‌تر و با صرف انرژی کمتری نسبت به قانون هدایت SSOSM برخورد را انجام می‌دهد.

جدول ۲: مقایسه مشخصات بدست آمده از قوانین هدایت در سناریوی در گیری اول

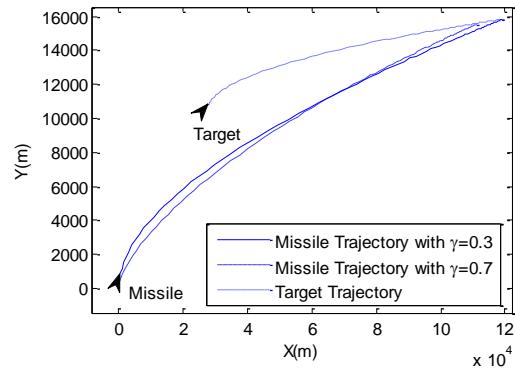
قانون هدایت	زمان برخورد	انرژی کنترلی
Proposed Law	۴۸.۲	۷۱۴۱۸
SSOSM Law	۴۸.۸	۸۰۹۵۲



شکل ۴: نرخ چرخش خط دید به ازای مقادیر مختلف γ در قانون هدایت پیشنهادی



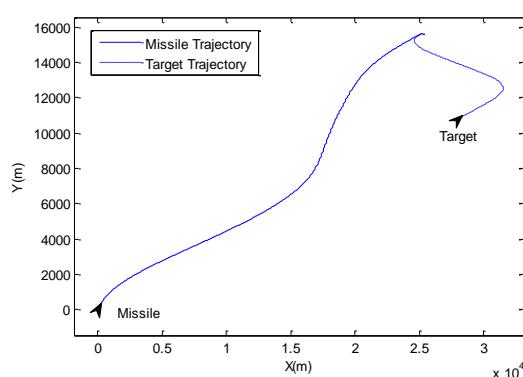
شکل ۵: سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف به ازای مقادیر مختلف γ در قانون هدایت پیشنهادی



شکل ۶: مسیر برخورد رهگیر به هدف به ازای مقادیر مختلف γ در قانون هدایت پیشنهادی

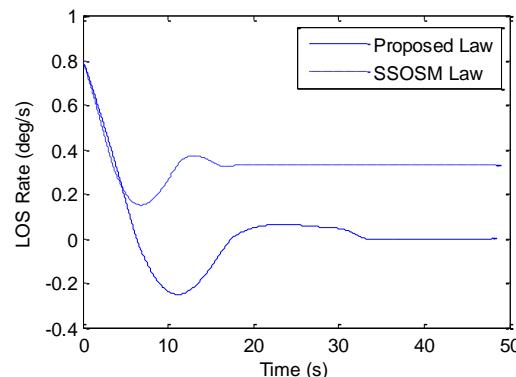
۱-۴- سناریوی در گیری اول

در این سناریوی کارایی قانون هدایت پیشنهادی با قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۱۵] مورد مقایسه قرار می‌گیرد. هدف با شتابی مانند شکل (۷) دارای مانورهای گریزان می‌باشد. همچنین در شبیه‌سازی رابطه‌ی (۱۴)، همانند مقادیر استفاده شده در مرجع [۱۵]، $N = 4$ ، $c = 0.1$ و $\hat{A}_{\sigma} = 0$ در نظر گرفته شده‌اند. دیگر پارامترهای شبیه‌سازی مانند بخش قبل می‌باشد.



شکل ۷: مسیر برخورد رهگیر به هدف برای قانون هدایت پیشنهادی در

سناریوی درگیری اول



شکل ۸: نرخ چرخش خط دید در سناریوی درگیری اول

۲-۴- سناریوی درگیری دوم

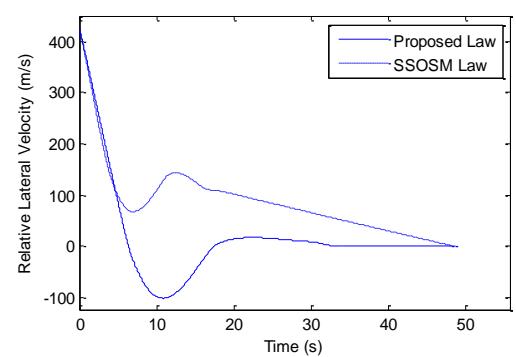
در این سناریو هدف با شتاب ثابت $g = 4$ در راستای عمود بر خط دید و شتاب ثابت $g = 6$ در راستای خط دید پرواز می‌کند. دیگر پارامترهای شبیه سازی همانند سناریوی اول می‌باشند. در شکل (۱۳) نمودار شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، شتاب صادر شده توسط قانون پیشنهادی کاملاً هموار بوده و در انتهای درگیری، شتاب هدف را دربال نیز کوچکتر از قانون هدایت SSOSM می‌باشد.

در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نمودارهای نرخ چرخش خط دید (سطح لغزش) و سرعت نسبی جانبی رسم شده است. قانون پیشنهادی، این متغیرها را در مدت زمان دلخواه به صفر می‌رساند اما در قانون هدایت SSOSM قابلیت کنترل نرخ چرخش خط دید وجود نداشته و سرعت نسبی جانبی نیز بدلتی کوچک شدن مقدار برد نسبی، فقط در انتهای درگیری به نزدیکی صفر می‌رسد. با توجه در شکل (۱۶)، در قانون هدایت پیشنهادی برخورد با سرعتی حدود ۷۰ متر بر مجدور ثانیه انجام شده اما در قانون هدایت SSOSM در مدت زمان ۹۷.۳ ثانية سرعت نزدیک شوندگی مثبت می‌شود و با توجه به اینکه یکی از شروط اتمام شبیه‌سازی مثبت شدن این متغیر است، در این لحظه شبیه‌سازی متوقف و حلقه هدایت ناپایدار شده است. توجه شود که در صورت مثبت شدن سرعت نزدیک شوندگی، رهگیر و هدف از یکدیگر دور شده و به اصطلاح هدف از دست رهگیر فرار می‌کند. در نتیجه در این طرح درگیری، قانون هدایت SSOSM قادر به رهگیری هدف نمی‌باشد.

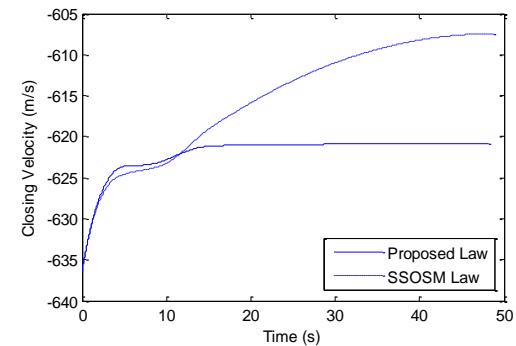
در شکل (۱۷) منحنی مسیر فاز سطح لغزش $S = \lambda$ بر حسب مشتق آن \dot{S} نشان داده شده است. همانطور که مشخص است طبق ایده‌ی کنترل مدل غزشی مرتبه دوم زمان محدود، سطح لغزش و مشتق آن در مدت زمان محدودی به صفر همگرا می‌شوند.

در شکل (۱۸) نیز برای قانون هدایت پیشنهادی، مسیر برخورد رهگیر و هدف در سناریوی درگیری دوم مشاهده می‌شود.

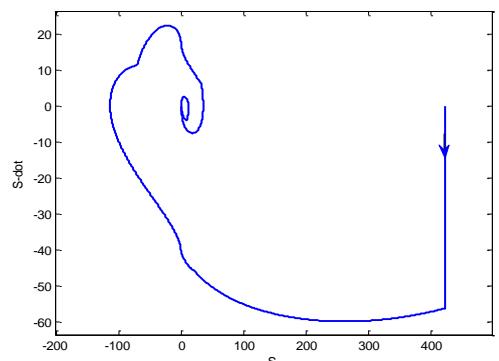
با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۳)، قانون هدایت پیشنهادی در مدت زمان ۸۹.۵ ثانية برخورد را انجام داده اما در قانون



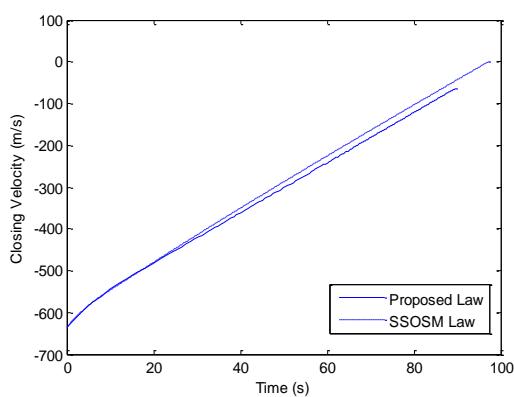
شکل ۹: سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف در سناریوی درگیری اول



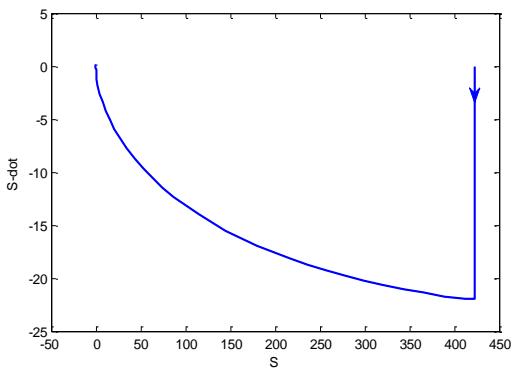
شکل ۱۰: سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف در سناریوی درگیری اول



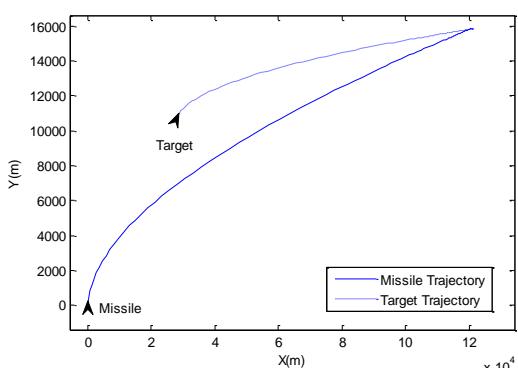
شکل ۱۱: منحنی سطح لغزش بر حسب مشتق اول سطح لغزش برای قانون هدایت پیشنهادی در سناریوی درگیری اول



شکل ۱۶: سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف در سناریوی در گیری دوم



شکل ۱۷: منحنی سطح لغزش بر حسب مشتق اول سطح لغزش برای قانون هدایت پیشنهادی در سناریوی در گیری دوم



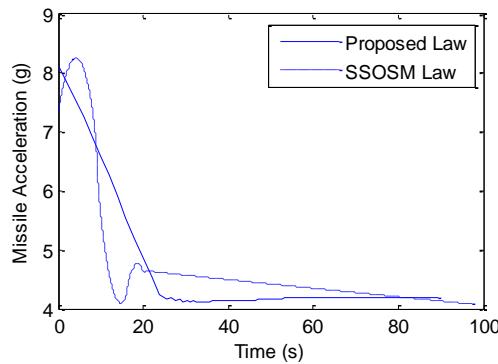
شکل ۱۸: مسیر برخورد رهگیر به هدف برای قانون هدایت پیشنهادی در سناریوی در گیری دوم

جدول ۳: مقایسه مشخصات بدست آمده از قوانین هدایت در سناریوی

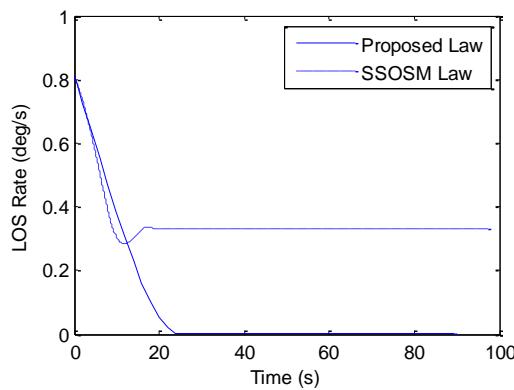
در گیری دوم

قانون	افتراضی مورد هدایت	فاصله‌ی از دست (ثانیه)	زمان اتمام شیوه سازی (دقیقه)	دistanse نیاز
Proposed Law	۸۹.۵	.	۱۹۷۱۶۰	
SSOSM Law	۹۷.۳	۷۱۲	۲۱۸۵۰	

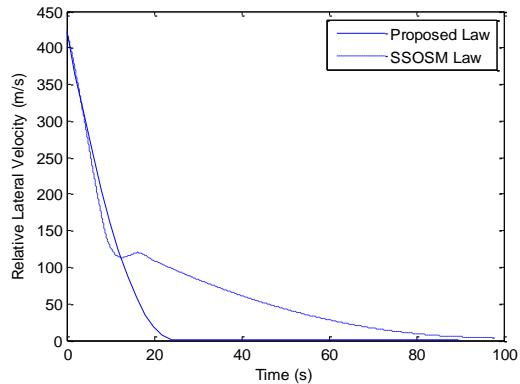
هدایت SSOSM ، در لحظه‌ی ۹۷.۳ ثانیه سرعت نزدیک شوندگی مثبت شده و فاصله‌ی از دست دهی برابر با ۷۱۲ متر می‌باشد. انرژی کنترلی مورد نیاز نیز در قانون هدایت پیشنهادی کمتر از قانون هدایت دیگر می‌باشد. توجه شود که در قانون هدایت پیشنهادی در مقایسه با قانون هدایت SSOSM از متغیرهای کمتری برای تولید دستور شتاب استفاده شده و مدت زمان برخورد در آن نیز با افزایش مقدار ۷ کاهش می‌باید.



شکل ۱۹: دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در سناریوی در گیری دوم



شکل ۲۰: نرخ چرخش خط دید در سناریوی در گیری دوم



شکل ۲۱: سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف در سناریوی در گیری دوم

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از کنترل مدلغزشی مرتبه دوم زمان محدود، قانون هدایت دو نقطه‌ای برای مقابله با اهداف مانوردار طراحی شده است. در الگوریتم ارائه شده، مانورهای هدف به عنوان نامعینی درنظر گرفته شده و نیازی به اندازه‌گیری و یا تخمین این مانورها در حین رهگیری نمی‌باشد. در این قانون هدایت، قابلیت تنظیم مدت زمان صفر شدن نرخ چرخش خط دید (سطح لغزش) وجود دارد که در اینصورت می‌توان مدت زمان و سرعت برخورد و همچنین انرژی صرف شده توسط رهگیر را تنظیم نمود. بد لیل استفاده از مدلغزشی مرتبه دوم، از رخ دادن پدیده‌ی وزوز جلوگیری شده و دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت کاملاً هموار می‌باشد.

مراجع

- [15] Shtessel, Y. B., Shkolnikov, I. A., and Levant, A., "Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application," *Automatica*, NO 43, 2007, pp. 1470 – 1476.
- [16] Harl, N., and Balakrishnan, S. N., "Impact Time and Angle Guidance with Sliding Mode Control," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 10 - 13 August 2009, Chicago, Illinois.
- [17] [17] محمد زمان، ا.، مومنی، ح. ر.، "طراحی قانون هدایت تناوبی- انتگرالی با استفاده از ملاک دایره،" *مجله کنترل*، جلد ۴، شماره ۲، صفحه ۱۱-۱۹، ۱۳۸۹.
- [18] Hong, Y., Huang, J., and Xu, Y., "On an Output Feedback Finite-Time Stabilization Problem," *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, VOL. 46, NO. 2, FEBRUARY 2001.
- [6] بهنام گل، و محمد زمان، ا.، ولی. ا. ر، قهرمانی. ن، "طراحی قانون هدایت دو نقطه‌ای با استفاده از تئوری کنترل مدلغزشی" اولین کنفرانس ملی اوپونیک، تیرماه ۱۳۹۰، تهران، مرکز ملی توسعه‌ی هوانوردی ایران.
- [7] M. R. Becan., "Sliding Mode Control with Fuzzy Boundary Layer to Air-Air Interception Problem," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2005.
- [8] W. Perruquetti, J. P. Barbot., *Sliding Mode Control in Engineering*, Marcel Dekker, 2002.
- [9] Shtessel, Y. B., Shkolnikov, I. A., and Brown, M. D. J., "AN ASYMPTOTIC SECOND-ORDER SMOOTH SLIDING MODE CONTROL," *Asian Journal of Control*, Vol. 5, No. 4, pp. 498-504, December 2003.
- [10] Evangelista, C., Puleston, P., and Valenciaga, F., "Wind turbine efficiency optimization. Comparative study of controllers based on second order sliding modes," *international journal of hydrogen energy* 35, 2010, 5934–5939.
- [11] Mondal, S., and Mahanta, Ch., "Nonlinear sliding surface based second order sliding mode

ارزیابی و طراحی مقاوم کنترل کننده STATCOM جهت بهبود پایداری سیستم قدرت با استفاده از الگوریتم بهینه سازی زنبوران عسل

مسعود علی اکبر گلکار^۱، علی احمدیان^۲، امین صفری^۳

^۱ استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تهران، golkar@kntu.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ali.ahmadian1367@gmail.com

^۳ دانشجوی دکترای مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه علم و صنعت تهران، asafari1650@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۷/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۹/۲۲)

چکیده: میرایی نوسانات الکترومکانیکی فرکانس پایین برای تضمین عملکرد صحیح سیستم قدرت امری ضروری است. عملکرد سریع کنترل کننده های FACTS بر پایه الکترونیک قدرت، که توانایی بالایی در بهبود عملکرد دینامیکی و حالت دائم سیستم قدرت دارد، به عنوان جدیدترین رهیافت جهت پایداری سیستم قدرت می باشد. در این مقاله، یک روش نوین جهت طراحی کنترل کننده میرایی برای STATCOM با هدف بهبود نوسانات فرکانس پایین، در یک شبکه تک ماشینه متصل شده به شین بی نهایت ارائه شده است. بر اساس خطی سازی مدل هفرون-فلپیس، مسئله طراحی کنترل کننده میرایی، در ناحیه وسیعی از شرایط عملکرد و تنظیمات سیستم بصورت یک مسئله بهینه سازی با تابع معیار چند منظوره تبدیل شده و با استفاده از الگوریتم بهینه سازی زنبوران عسل حل می شود. برای تضمین دقیقیت الگوریتم پیشنهادی، نتایج شبیه سازی با نتایج بدست آمده از طریق کاربرد الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است. کنترل کننده طوری تنظیم می شود که مدهای الکترومکانیکی ناپایدار را به ناحیه مشخصی از صفحه مختلط انتقال دهد. تحلیل مقادیر ویژه و شبیه سازی غیر خطی زمانی تحت اختشاشات مختلف، با استفاده از هر دو پارامتر کنترلی STATCOM (کنترل ولتاژ خازن و کنترل ولتاژ ترمیال)، کارایی کنترل کننده پیشنهادی را نشان می دهد. تحلیل نتایج نشان می دهد الگوریتم بهینه سازی زنبوران عسل کارایی بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک در طراحی کنترل کننده میرایی دارد و همچنین طراحی کنترل کننده بر اساس کنترل ولتاژ خازن (پارامتر φ) در مقایسه با کنترل ولتاژ ترمیال (پارامتر C)، در میرا کردن نوسانات فرکانس پایین عملکرد بهتری داشته و پایداری دینامیکی سیستم را افزایش می دهد.

کلمات کلیدی: الگوریتم بهینه سازی زنبوران عسل، پایداری دینامیکی سیستم قدرت، میرایی نوسانات توان، جبران ساز سنکرون استاتیکی، بهینه سازی چند منظوره.

Assessment and Robust Controller Design of STATCOM for Power System Stability Improvement Using Honey Bee Mating Optimization

Masoud Aliakbar Golkar, Ali Ahmadian, Amin Safari

Abstract: Damping of low-frequency electro-mechanical oscillation is very important for the system secure operation. The fast acting, FACTS device which is capable of improving both steady state and dynamic performance permit newer approaches to system stabilization. In this paper, presents a novel approach for designing of damping controller for STATCOM in order to enhance the damping of power system low frequency oscillations(LFO). Based on Phillips-heffron model linearization, problem of damping controller design considered as an optimizing problem of multi

purpose with criterion function and it is solved with utilizing honey bee mating optimization algorithm. To validate the accuracy of results a comparison with GA has been made. This controller is designed in order to transmit unstable electromechanical modes to specific area of complex plane. The proposed controller performance is confirmed by analysis of eigenvalue and nonlinear time-domain simulation under various disturbances with both control parameter of STATCOM (capacitor voltage control and terminal voltage control). Simulation results illustrate that design of controller based of capacitor voltage control in comparison with terminal voltage control has better low frequency oscillation damping and it increases dynamical stability of power system.

Keywords: Honey Bee Mating Optimization, power system stability, power oscillation Damping, STATCOM, multiple optimization.

ساز وار استاتیکی (SVC)، خازن سری کنترل شده با تایریستور (TCSC) و شیفت دهنده فاز کنترل شده با تایریستور (TCPSS) برای میرایی نوسانات بکار برده شده است [۱۲ و ۱۳]. جرمان کننده سنکرون استاتیکی (STATCOM) یکی از اعضای ادوات FACTS هست که بصورت موازی با سیستم وصل می شود. این کنترل کننده به دلیل ظرفیت جریان راکیو بزرگتر، پاسخ سریعتر، کنترل پایداری بهتر، هارمونیک کمتر، اندازه کوچکتر و غیره از نقطه نظر پایداری دینامیکی سیستم قدرت، مشخصات میرایی بهتری نسبت به کنترل کننده SVC دارد [۱۴ و ۱۵].

مدل های دینامیکی مختلفی برای STATCOM جهت طراحی کنترل کننده مناسب، برای کنترل پخش بار، ولتاژ و میرایی نوسانات ارائه شده است [۱۵]. وانگ در [۱۶] مدل خطی هفرون-فلپس سیستم قدرت همراه با STATCOM و کاربردهای آن را در تحلیل میرایی نوسانات بیان کرده است. با استفاده از این مدل، کنترل کننده های متفاوتی به روش های مختلف ارائه شده است [۱۷-۲۱].

در این مقاله مسئله طراحی کنترل کننده موثر برای STATCOM به عنوان یک مسئله بهینه سازی در نظر گرفته شده است و از الگوریتم بهینه سازی زنجیران عسل (HBMO) برای بدست آوردن پارامترهای بهینه شده استفاده شده است. برای تضمین دقیقی الگوریتم پیشنهادی، نتایج شبه سازی با نتایج بدست آمده از طریق کاربرد الگوریتم ژنتیک [۲۲ و ۲۳] مقایسه شده است. کنترل کننده طوری تنظیم می شود که مدهای الکترومکانیکی ناپایدار را به ناجیه مخصوصی از صفحه مختلط انتقال دهد. کارایی کنترل کننده پیشنهادی به وسیله مطالعات مقادیر ویژه و شبه سازی غیر خطی جهت میرایی نوسانات فرکانس پایین تحت شرایط کاری و ساختار مختلف شبکه بررسی شده است. بررسی نتایج بدست آمده نشان می دهد الگوریتم ژنتیک در طراحی کنترل کننده بهینه سازی زنجیران عسل کارایی بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک در طراحی کنترل کننده میرایی دارد و همچنین طراحی کنترل کننده بر اساس کنترل ولتاژ خازن (پارامتر φ) در مقایسه با کنترل ولتاژ ترمیناں (پارامتر C)، در میرای کردن نوسانات فرکانس پایین عملکرد بهتری داشته و پایداری دینامیکی سیستم را افزایش می دهد.

۱ - مقدمه

اولویت اصلی سیستم قدرت در زمان بهره برداری، امنیت و پایداری آن می باشد و بایستی سیستم کنترلی اندازه فرکانس و ولتاژ را تحت هر اغتشاشی از قبیل افزایش ناگهانی بار، خارج شدن یک ژنراتور از مدار یا قطع شدن یک خط انتقال که در اثر عواملی همچون خطاهای انسانی، عیب فنی تجهیزات، بلاهای طبیعی و غیره پدید می آید، در سطوح ثابتی حفظ کنند. این وضعیت به دلیل قوانین جدید بازار برق، استرس های مضاعفی را برای بهره برداران ایجاد می کند [۱۹ و ۲۰]. نوسانات فرکانس خیلی پایین که در محدوده $0/2$ تا 3 هرتز می باشد از توسعه سیستم های قدرت بزرگ و اتصال آنها به هم پدید می آید. این نوسانات به مدت طولانی در سیستم ادامه داشته و چنانچه میرایی کافی ایجاد نشود دامنه این نوسانات افزایش یافته و باعث جداسازی و ناپایداری سیستم می شود [۲۳ و ۲۴]. استفاده از پایدارساز سیستم قدرت (PSS) جهت میرای کردن نوسانات و افزایش پایداری سیستم قدرت، به لحاظ فنی و اقتصادی مناسب می باشد. لذا روش های مختلفی برای طراحی این پایدارسازها مطرح گردیده است [۷-۵]. با این وجود، این پایدارسازها، به دلیل منجر به پیش فاز شدن ضربی قدرت، دارای یک اشکال اساسی هستند که منجر به از دست رفتن پایداری سیستم در اثر اغتشاشات بزرگ، بویژه خطاهای سه فاز در ترمینال های ژنراتور می شود [۹ و ۸]. تقریباً از سال ۱۹۹۰ سیستم های انتقال جریان متناوب انعطاف پذیر (FACTS) به عنوان یکی از روش های موثر برای بهبود عملکرد کنترل پذیری سیستم و محدودیت های انتقال توان مطرح شده است. با مدل سازی ولتاژ شین، شیفت فاز بین شین ها و راکانس خط انتقال، کنترل کننده های FACTS می توانند باعث افزایش در انتقال توان در حالت دائمی گردند [۱۰]. این کنترل کننده ها برای کنترل حالت دائمی نرمال به یک سیستم قدرت اضافه می شوند اما به دلیل پاسخ سریع آنها، همچنین می توانند برای بهبود پایداری سیستم قدرت با میرای کردن نوسانات فرکانس پایین به کار برده شوند [۱۱]. اخیراً نمونه هایی از کنترل کننده های FACTS از قبیل جرمان

$$\begin{cases} s(t+1) = \alpha \times s(t) \\ E(t+1) = E(t) - \gamma \end{cases} \quad (2)$$

در رابطه (۲) α فاکتوری است که بین صفر تا یک تغییر می‌کند (برای کاهش سرعت ملکه) و γ ضربی بین [۱-۰] می‌باشد که مقدار انرژی کاهشی بعد از هر جفت گیری می‌باشد.

در ابتدا سرعت ملکه به طور اتفاقی تولید می‌شود. در شروع جفت گیری پروازی، نزهایی که بواسیله ملکه انتخاب می‌شوند، بطور تصادفی در معادله (۱) تولید می‌یابند. اگر جفت گیری با موفقیت انجام شد، ذخیره اسپرم نر در کیسه ملکه رخ خواهد داد. با استفاده از ترکیب ژنتیکی های نرها و ملکه، یک نوزاد جدید شکل می‌گیرد که می‌تواند با کمک کارگران رشد بابد. یکی از تفاوت های عمدۀ الگوریتم HBMO از الگوریتم های قدیمی تکاملی این است که ذخیره اسپرم های مختلف نرها در کیسه ملکه به این دلیل است که ملکه از آن ها برای ایجاد محلول جدید برای باقیبیت ترین نوزاد استفاده می‌کند.

برای بکارگیری الگوریتم HBMO گام های زیر در نظر گرفته می‌شود:

گام اول: تعریف داده های ورودی

گام دوم: تولید جمعیت اولیه

گام سوم: محاسبه مقدار تابع هدف

گام چهارم: دسته بندی جمعیت اولیه مطابق مقادیر تابع هدف

گام پنجم: انتخاب ملکه؛ زبوری که برازنده‌گی بیشتری نسبت به بقیه دارد به عنوان ملکه در نظر گرفته می‌شود.

گام ششم: تولید تصادفی سرعت ملکه

گام هفتم: انتخاب جمعیت اولیه زبوران مذکور

گام هشتم: تولید ماتریس کیسه اسپرم ملکه در جفت گیری پروازی

گام نهم: فرآیند تخم گذاری زبوران

گام دهم: تغذیه نوزادان انتخاب شده و ملکه بواسیله زبوران کارگر با ماده‌ی ژلی

گام یازدهم: محاسبه مقدار تابع هدف برای مجموعه جواب ایجاد شده

گام دوازدهم: بررسی معیار توقف الگوریتم یا پایان یافتن تعداد تکرار

در پایان الگوریتم، اگر معیار توقف رضایت بخش باشد، ملکه موجود به عنوان پاسخ نهایی انتخاب می‌شود. در غیر این صورت به گام سوم بازگشته و تمامی مراحل قبل تکرار می‌شود تا به معیار همگرایی رسیده شود. روند نمای محاسباتی الگوریتم HBMO به صورت کامل در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این مقاله، الگوریتم بهینه سازی زبوران عسل در بخش دوم فرمول بندی و مطرح می‌شود. در بخش سوم، مدل غیر خطی سیستم قدرت تک ماشینه متصل شده به شین بی نهایت ارائه می‌شود و در بخش چهارم مدل خطی شده این سیستم مطرح می‌شود. در بخش پنجم سیستم کنترل STATCOM و در بخش ششم طراحی کنترل کننده مقاوم با استفاده از الگوریتم HBMO بیان می‌شود. در بخش هفتم جهت ارزیابی مقاوم بودن کنترل کننده، آنالیز مقادیر ویژه و شبیه سازی غیر خطی زمانی به ازای دو سنتاریوی مختلف ارائه می‌شود و سرانجام در بخش هشتم نتیجه گیری حاصل از این تحقیق ارائه شده است که موثر بودن کنترل کننده پیشنهادی را تایید می‌کند.

۲- الگوریتم بهینه سازی زبوران عسل

زبور عسل حشره‌ای اجتماعی است که به عنوان یک عضو فقط در داخل این اجتماع می‌تواند زنده بماند. فعالیت زبور عسل بسیاری از ویژگی‌هایی مثل کارگروهی و ارتباط با همیگر را نشان می‌دهد. در زندگی اجتماعی زبور عسل معمولاً یک زبور تخم‌گذار واحد (ملکه) وجود دارد که طول عمر آن از تمامی زبوروهای دیگر بیشتر می‌باشد و معمولاً بسته به فصل حدود ۶۰۰۰۰ کارگر یا بیشتر دارد. طول عمر زبور ملکه در حدود ۵ یا ۶ سال است در حالیکه بقیه زبوروها، مخصوصاً زبوران کارگر طول عمرشان به یک سال هم نمی‌رسد. زبوران نر بعد از عمل جفت گیری می‌میرند [۲۴ و ۲۵].

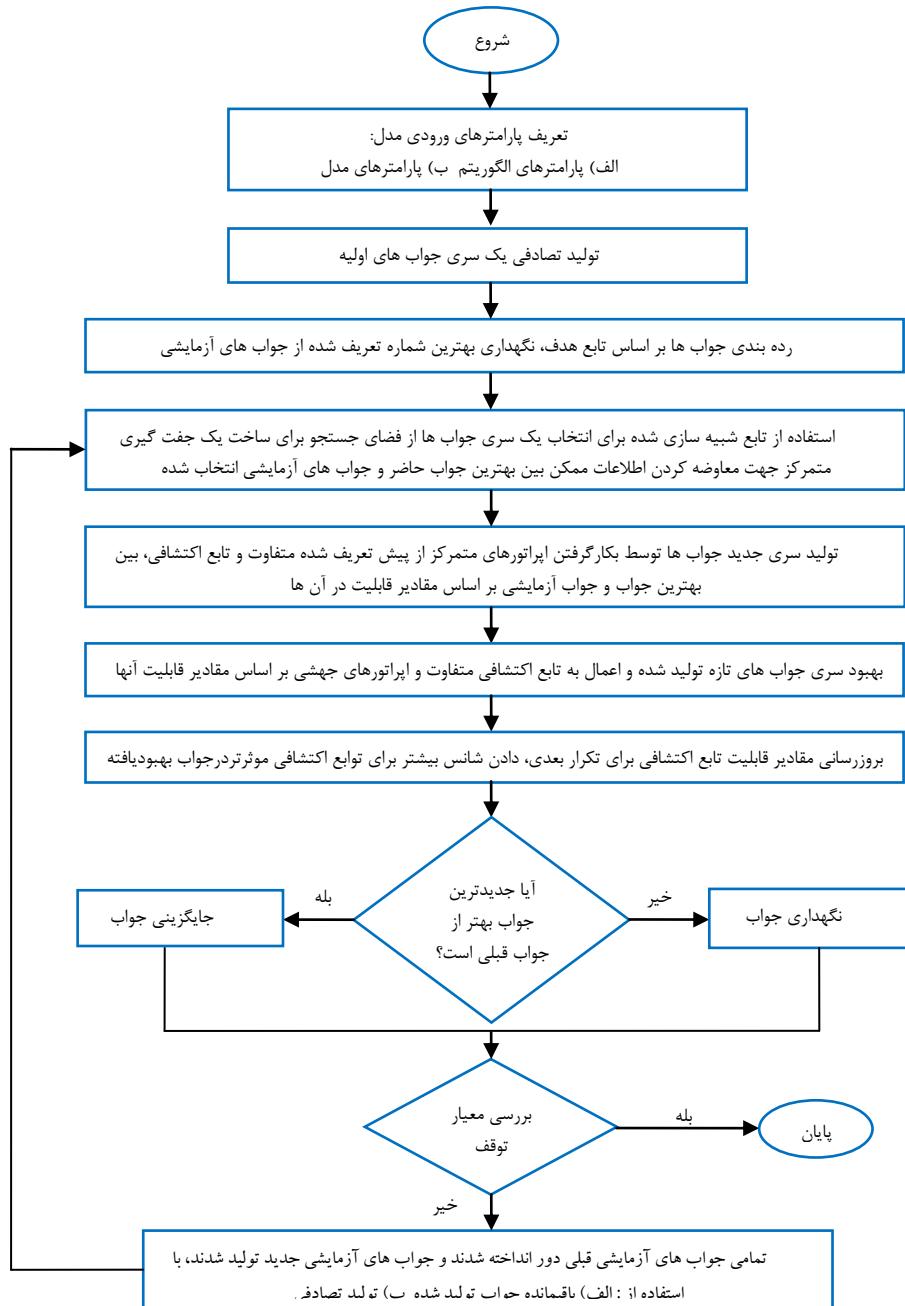
تلقیح با مرگ تدریجی زبوروهای نر پایان می‌یابد و بواسیله آن ملکه ها علامت جفت گیری دریافت می‌کنند. در فرآیند جفت گیری هر زبور نر فقط یک بار می‌تواند شرکت کند، اما این در حالی است که ملکه‌ها چندین بار می‌توانند جفت گیری کنند. این ویژگی‌ها، جفت گیری زبوران عسل را در میان سایر حشرات بسیار جالب کرده است.

۱- بیان ریاضی الگوریتم بهینه سازی زبوران عسل

زنبور عسل مذکور با یک ملکه به طور احتمالی با استفاده از تابع احتمالاتی نورد به صورت زیر جفت گیری می‌کند:

$$Prob(D,Q) = \exp(-\Delta(f)/s(t)) \quad (1)$$

به طوریکه $Prob(D,Q)$ احتمال اضافه کردن اسپرم زبور مذکور D به کیسه ملکه Q است (احتمال جفت گیری موفق). (f) اختلاف بین تابع شایستگی ملکه و زبور نر می‌باشد و $s(t)$ سرعت ملکه در زمان t است. بعد از هر انتقال در فضا، سرعت و انرژی ملکه مطابق معادلات زیر کاهش می‌یابد:



شکل ۱- روند نمای الگوریتم HBMO

یک ترانسفورماتور با یک راکتانس نشتی، یک مبدل منبع ولتاژ سه فاز مبتنی بر GTO و یک خازن DC می باشد. مبدل منبع ولتاژ، یک منبع ولتاژ AC قابل کنترل پشت یک راکتانس نشتی تولید می کند. اختلاف ولتاژ بین ولتاژ STATCOM و ولتاژ AC، تبادل توان اکتیو و راکتیو بین STATCOM و سیستم قدرت را ایجاد می کند که بوسیله تنظیم کردن دامنه V_0 و فاز φ می تواند کنترل شود[۱۶].

۳- مدل سازی سیستم قدرت

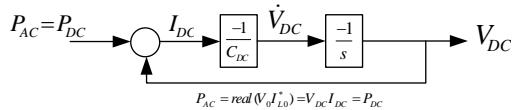
یک سیستم قدرت تک ماشینه متصل شده به شین بی نهایت (SMIB) همراه با STATCOM در شکل ۲ نشان داده شده است. این سیستم عمدتاً برای مطالعه نوسانات سیستم قدرت استفاده می شود و در این مقاله نیز جهت توضیح روش پیشنهادی، انتخاب شده است. ماشین سنکرون کنند. اطلاعات سیستم در پیوست انتهایی آورده شده است. سیستم شامل

۲-۱-۳ دینامیک ولتاژ خازن

با توجه به اینکه دینامیک ولتاژ خازن تاثیر زیادی بر سیستم قدرت دارد بنابراین اثر آن بایستی در مدلسازی در نظر گرفته شود. اگر کانورتر بدون تلفات فرض شود، توان اکتیو مبادله شده سیستم با کانورتر برابر با توانی می باشد که خازن با کانورتر مبادله می کند. ($P_{DC}=P_{AC}$). با توجه به این رابطه و رابطه بین ولتاژ و جریان خازن می توان به رابطه زیر دست یافته:

$$\dot{V}_{dc} = \frac{I_{dc}}{C_{dc}} = \frac{c}{C_{dc}}(I_{Lod} \cos \varphi + I_{Loq} \sin \varphi) \quad (5)$$

ظرفیت خازن DC و I_{dc} جریان خازنی هستند. در شکل ۴ مدل دینامیکی ولتاژ خازن DC به صورت بلوک دیاگرام نشان داده شده است.



شکل ۴- مدل دینامیکی ولتاژ خازن DC

دینامیک سیستم تحریک و ژنراتور بوسیله یک مدل سه سطحی بصورت زیر بیان می شود [۱۶ و ۱۷]:

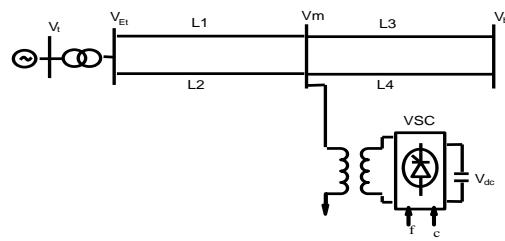
$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega_0(\omega - 1) \\ \dot{\omega} = (P_m - P_e - D\Delta\omega) / M \\ \dot{E}'_q = (-E_q + E_{fd}) / T'_{do} \\ \dot{E}'_{fd} = (-E_{fd} + K_a(V_{ref} - V_t)) / T_a \end{cases} \quad (6)$$

۴- مدل خطی شده سیستم قدرت

یک مدل دینامیکی خطی با استفاده از خطی سازی مدل غیر خطی حول یک نقطه کار بدست می آید. برای محاسبه ضرایب مدل خطی شده سیستم، مقادیر ولتاژ شین و جریان خطوط را باید بر مبنای متغیرهای حالت محاسبه نمود تا با خطی سازی روابط بتوان ضرایب مدل را برای یک کار معین استخراج نمود. جریان خروجی از ژنراتور در مرجع d-q به صورت زیر محاسبه می شود:

$$I_{ld} = \frac{(1 + \frac{X_{LB}}{X_{SDT}})e'_q - \frac{X_{LB}}{X_{SDT}}mV_{dc} \sin \phi - V_b \cos \phi}{X_{Ld} + X_{LB} + \frac{X_{Ld}}{X_{LB}} + (1 + \frac{X_{LB}}{X_{SDT}})x'_d} \quad (7)$$

$$I_{lq} = \frac{\frac{X_{LB}}{X_{SDT}}mV_{dc} \cos \phi + V_b \sin \phi}{X_{Ld} + X_{LB} + \frac{X_{Ld}}{X_{LB}} + (1 + \frac{X_{LB}}{X_{SDT}})x'_q} \quad (8)$$



شکل ۲- سیستم تک ماشینه متصل شده به شبیه ساز همراه با STATCOM

۱-۳ مدلسازی دینامیکی STATCOM

با توجه به مدل دینامیکی ارائه شده در [۱۶]، یک مدل ساده و مفید برای مطالعات دینامیکی ارائه شده است. از آنجا که فرکانس نوسانات بین ۰/۲ تا ۳ هرتز می باشد، می توان از ساده سازی هایی برای مدل استفاده کرد. بخش های مختلف مدلسازی دینامیکی STATCOM بصورت زیر است.

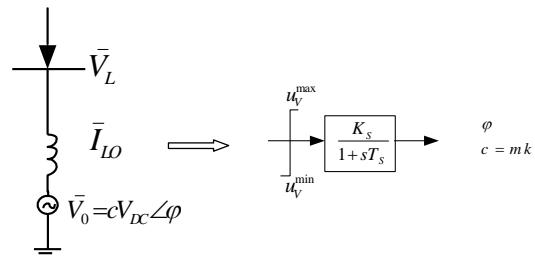
۱-۱-۳ کانورتر منبع ولتاژ

به دلیل سرعت بالای سوئیچینگ و صرفنظر کردن از حالت های گذرا می توان از یک تابع انتقال با ثابت زمانی T_w برای بیان دینامیک کانورتر استفاده کرد. برای ترانسفورماتور کانورتر از یک راکانس سلفی با امپدانس X_{SDT} استفاده می شود. در اینجا فرض شده کانورتر از روش کنترل مدولاسیون عرض پالس (PWM) برای سوئیچ زنی GTO ها استفاده می کند. با توجه به شکل ۳ کانورتر منبع ولتاژ قادر می باشد یک ولتاژ AC قابل کنترل را با دامنه و زاویه دلخواه طبق رابطه (۴) تولید کند.

$$\bar{I}_{Lo} = I_{Lod} + jI_{Loq} \quad (3)$$

$$V_o = cV_{dc}(\cos \varphi + j \sin \varphi) = cV_{dc}\angle\varphi \quad (4)$$

در مبدل PWM می باشد که $c = mk$ نسبت ولتاژ موثر به DC می باشد که به ساختار مبدل وابسته است. m نسبت مدولاسیون است که توسط PWM تعریف می شود و همچنین i_{Lod} و i_{Loq} به ترتیب مولفه d و q جریان STATCOM هستند. \bar{V}_L ولتاژ خازن و φ زاویه تعریف شده به وسیله PWM می باشد. اندازه فاز V_0 می تواند به ترتیب توسط c و φ کنترل شود. با تنظیم ولتاژ V_0 می توان توان اکتیو و راکتیو مبادله شده بین STATCOM و سیستم قدرت را کنترل نمود.



شکل ۳- مدل دینامیکی کانورتر

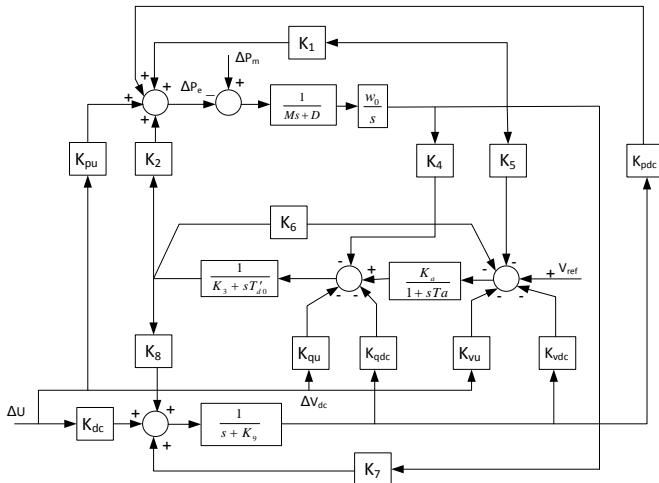
$$x = \begin{bmatrix} \Delta\delta & \Delta\omega & \Delta E'_q & \Delta E_{fd} & \Delta V_{dc} \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

$$u = \begin{bmatrix} \Delta c & \Delta \varphi \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & w_0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{M} & 0 & -\frac{K_2}{M} & 0 & -\frac{K_{pdc}}{M} \\ -\frac{K_4}{T'_{do}} & 0 & -\frac{K_3}{T'_{do}} & -\frac{1}{T'_{do}} & -\frac{K_{qdc}}{T'_{do}} \\ -\frac{K_A K_5}{T_A} & 0 & -\frac{K_A K_6}{T_A} & -\frac{1}{T_A} & -\frac{K_A K_{vdc}}{T_A} \\ K_7 & 0 & K'_8 & 0 & -K_9 \end{bmatrix}; \quad (23)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{K_{pc}}{M} & -\frac{K_{p\varphi}}{M} \\ -\frac{K_{qc}}{T'_{do}} & -\frac{K_{q\varphi}}{T'_{do}} \\ -\frac{K_A K_{vc}}{T_A} & -\frac{K_A K_{v\varphi}}{T_A} \\ K_{dc} & K_{d\varphi} \end{bmatrix} \quad (24)$$

بلوک دیاگرام مدل دینامیکی خطی شده سیستم قدرت تک ماشینه متصل شده به شین بی نهایت همراه با STATCOM در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵- مدل هفرون فلیپس سیستم تک ماشینه متصل شده به شین بی نهایت همراه با STATCOM

مدل هفرون فلیپس سیستم تک ماشینه متصل شده به شین بی نهایت همراه با STATCOM از طریق خطی سازی سیستم قدرت غیر خطی حول نقطه کار مشخص بست می آید. ضرایب این مدل از معادلات خطی شده و اطلاعات منحصر بفرد هر سیستم بست می آید.

با توجه به معادلات (۷) و (۸) جریان تزریقی به STATCOM بر اساس متغیرهای حالت سیستم بصورت زیر محاسبه می شود:

$$I_{Lod} = \frac{e'_q - (x'_d + X_{tL})I_{tLq} - mV_{dc} \sin \phi}{X_{SDT}} \quad (25)$$

$$I_{Loq} = \frac{mV_{dc} \cos \phi - (x'_d + X_{tL})I_{tLq}}{X_{SDT}} \quad (26)$$

که در آن:

$$X_{tL} = X_T + \frac{X_L}{2}; \quad X_{LB} = \frac{X_L}{2} \quad (27)$$

x'_d و X_T به ترتیب راکتانس خط انتقال، راکتانس گذراي محور d و راکتانس محور q هستند.

مدل خطی سیستم قدرت نشان داده شده در شکل ۲، بصورت زیر بدست می آید:

$$\Delta \dot{\delta} = \omega_0 \Delta \omega \quad (28)$$

$$\Delta \dot{\omega} = (-\Delta P_e - D \Delta \omega) / M \quad (29)$$

$$\Delta \dot{E}' = (-\Delta E_q + \Delta E_{fd}) / T'_{do} \quad (30)$$

$$\Delta \dot{E}_{fd} = (K_A (\Delta v_{ref} - \Delta v) - \Delta E_{fd}) / T_A \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{v}_{dc} &= K_7 \Delta \delta + K_8 \Delta E' - K_9 \Delta v_{dc} \\ &+ K_{dc} \Delta c + K_{d\varphi} \Delta \varphi \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_e &= K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E'_q + K_{pdc} \Delta v_{dc} \\ &+ K_{pc} \Delta c + K_{p\varphi} \Delta \varphi \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \Delta E'_q &= K_4 \Delta \delta + K_3 \Delta E'_q + K_{qdc} \Delta v_{dc} \\ &+ K_{qc} \Delta c + K_{q\varphi} \Delta \varphi \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_t &= K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta E'_q + K_{vdc} \Delta v_{dc} \\ &+ K_{vc} \Delta c + K_{v\varphi} \Delta \varphi \end{aligned} \quad (35)$$

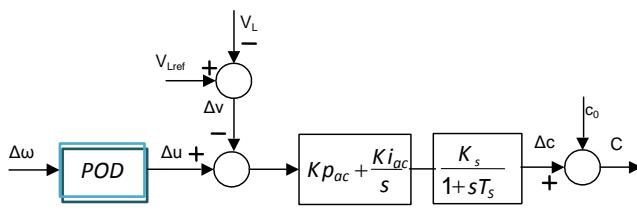
که در آن: $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7, K_8, K_9, K_{pdc}, K_{pc}, K_{qdc}, K_{qc}, K_{vdc}, K_{vc}$ ثابت های خطی سازی هستند. مدل فضای حالت سیستم بصورت زیر بدست می آید:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (36)$$

که در آن: x : بردار حالت و u : بردار کنترل می باشند و A و B بصورت زیر هستند:

۲-۵ کنترل کننده ولتاژ ترمیال

وظیفه کنترل کننده ولتاژ AC، تنظیم ولتاژ ترمیال در مقدار مرجع خواسته شده می باشد که این عمل را از طریق تغییر دامنه ولتاژ خروجی کانورتر انجام می دهد. شکل ۸ بلوک دیاگرام کنترل کننده PI ولتاژ AC با یک پایدارساز میرایی نوسانات توان نشان می دهد.



شکل ۸- کنترل کننده PI برای ولتاژ AC

۶ طراحی کنترل کننده با استفاده از الگوریتم HBMO

در روش پیشنهادی، پارامترهای کنترل کننده STATCOM بصورت بهینه برای پایداری دینامیکی کل سیستم، تنظیم می شود. هر دو پارامتر کنترل کننده STATCOM (C و φ) می توانند برای ایجاد گشتاور میرایی مدلسازی شود. این کنترل کننده ممکن است به عنوان یک جبران کننده پس فاز-پیش فاز در نظر گرفته شود. جهت افزایش میرایی سیستم برای مدهای الکترومکانیکی، یک تابع هدف چند منظوره بر اساس مقادیر ویژه در نظر گرفته شده است که شامل دو تابع هدف مجزا می باشد که با نسبت وزنی مناسب یک تابع هدف مرکب را تشکیل می دهد. برای بدست آوردن مقادیر بهینه برای تابع هدف، از هر دو الگوریتم HBMO و ژنتیک استفاده شده است. تابع هدف چند منظوره با نسبت وزنی مناسب به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \sum_{j=1}^{NP} \sum_{\sigma_i \geq \sigma_0} (\sigma_0 - \sigma_i)^2 \\
 J_2 &= \sum_{j=1}^{NP} \sum_{\xi_j \leq \xi_0} (\xi_0 - \xi_j)^2 \\
 J &= J_1 + aJ_2
 \end{aligned} \quad (25)$$

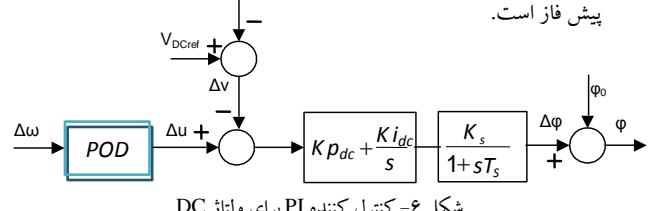
و زیرا قسمت حقیقی و نسبت میرایی مقادیر ویژه $\Delta\omega$ در نقطه کاری $\Delta\omega$ است. مقدار a برابر با 10 و NP نیز برابر با تعداد نقاط کار مورد نظر در مسئله بهینه سازی است. با در نظر گرفتن J مقادیر ویژه غالباً به سمت چپ خط $s=\sigma_0$ مطابق با شکل ۹ (الف) در صفحه مختلط انتقال داده شده که این کار باعث تأمین پایداری نسبی در سیستم می شود. بطور مشابه اگر تابع هدف J_2 موردنظر باشد ماکریتم فراجهش مقادیر ویژه محدود شده و مقادیر ویژه به ناحیه مشخص شده در شکل ۹ (ب) انتقال داده می شود. تابع هدف چند منظوره J هم مقادیر ویژه سیستم را به ناحیه مشخص شده در ناحیه نشان داده شده در شکل ۹ (ج) انتقال می دهد.

۵- سیستم کنترل STATCOM

کنترل کننده میرایی نوسانات توان برای ایجاد یک گشتاور الکترومکانیکی جهت مقابله با انحراف سرعت طراحی می شود. در روش جبران فاز، انحراف سرعت به عنوان ورودی کنترل کننده میرایی در نظر گرفته می شود. مقدار V_0 و زاویه ولتاژ خروجی ϕ ، دو پارامتر داخلی هستند که از طریق آن می توان توان حقیقی و راکتیوی که کانورتر با سیستم AC مبادله می کند، تعیین نمود. اگر کانورتر محدود به مبادله توان راکتیو باشد، آنگاه ورودی مرجع به کنترل داخلی، توان راکتیو مورد نیاز است و با توجه به آن کنترل داخلی مقدار و زاویه فاز ولتاژ خروجی کانورتر را استنتاج می کند تا با سوئیچ زنی، ولتاژ DC مورد نیاز را برقرار نماید، زیرا مقدار ولتاژ خروجی AC مستقیماً متناسب با ولتاژ خازن DC است. به دلیل این تناسب، جبران راکتیو خروجی، در یک رویکرد می تواند به طور غیر مستقیم از طریق کنترل کردن ولتاژ خازن DC کنترل شود که آن هم به نوبه خود با زاویه ولتاژ خروجی کنترل می شود. این شیوه کنترل، کنترل بر اساس پارامتر C نامیده می شود. در روشنی دیگر جبران راکتیو مستقیماً با مکانیزم کنترل ولتاژ داخلی (PWM) کنترل می شود. (در این حالت ولتاژ DC با کنترل زاویه فاز ثابت نگه داشته می شود). این شیوه، روش کنترل بر اساس پارامتر C نامیده می شود.

۱-۵ کنترل کننده ولتاژ خازن

تنظیم ولتاژ خازن بر عهده این بخش کتوولای می باشد. که با توجه به ولتاژ مرجع خازن و مقایسه با ولتاژ خازن، مقدار زاویه فاز کانورتر را محاسبه می کند. رگولاتور ولتاژ DC، ولتاژ DC را بر روی خازن کنترل می کند. بلوک دیاگرام کنترل کننده PI ولتاژ DC با پایدارساز میرایی نوسانات توان در شکل ۶ نشان داده شده است. با توجه به اینکه کنترل کننده PI برای رگولاتور ولتاژ AC و DC نمی تواند به تنهایی جهت اهداف میرایی نوسانات استفاده شود، از یک جبران ساز پس فاز-پیش فاز (POD) در حلقه کنترل ولتاژ STATCOM استفاده می شود. ساختار کنترل کننده میرایی نوسانات توان در شکل ۷ آورده شده است. این کنترل کننده سیگنال خطای فرکانس $\Delta\omega$ را به عنوان سیگنال خطای پذیرفته و به عنوان یک بلوک بهره، فیلتر صافی و جبران کننده پس فاز-پیش فاز است.



شکل ۶- کنترل کننده PI برای ولتاژ DC

$$\frac{\Delta\omega}{K \frac{sT_w}{1+sT_1} \left(\frac{1+sT_1}{1+sT_2} \right) \left(\frac{1+sT_3}{1+sT_4} \right)} = \Delta\omega$$

شکل ۷- کنترل کننده میرایی نوسانات توان

جدول ۱: شرایط عملکرد بر حسب پریونیت

X_L	Q	P	شرایط عملکرد
0.3	0.15	0.8	شرایط نامی
0.3	0.01	0.2	شرایط سبک
0.3	0.4	1.2	شرایط سنگین
	افزایش ۳۰٪ در راکانس خط انتقال در شرایط نامی		حالت چهارم
	افزایش ۳۰٪ در راکانس خط انتقال در شرایط سنگین		حالت پنجم

برای عملکرد بهتر HBMO، تعداد ملکه، زنجیران نر، کارگران، اندازه کیسه اسپرم و حداکثر تعداد پروسه جفت گیری به ترتیب ۱، ۵۰، ۵۰، ۳۰ و انتخاب می شوند. در فرآیند بهینه سازی، الگوریتم های پیشنهادی چندین بار اجرا شده سپس مجموعه مقادیر بهینه انتخاب می شوند. مقادیر نهایی پارامترهای بهینه شده تابع هدف J در جدول ۲ داده شده است.

جدول ۲: پارامترهای بهینه شده کنترل کننده ها با توابع هدف

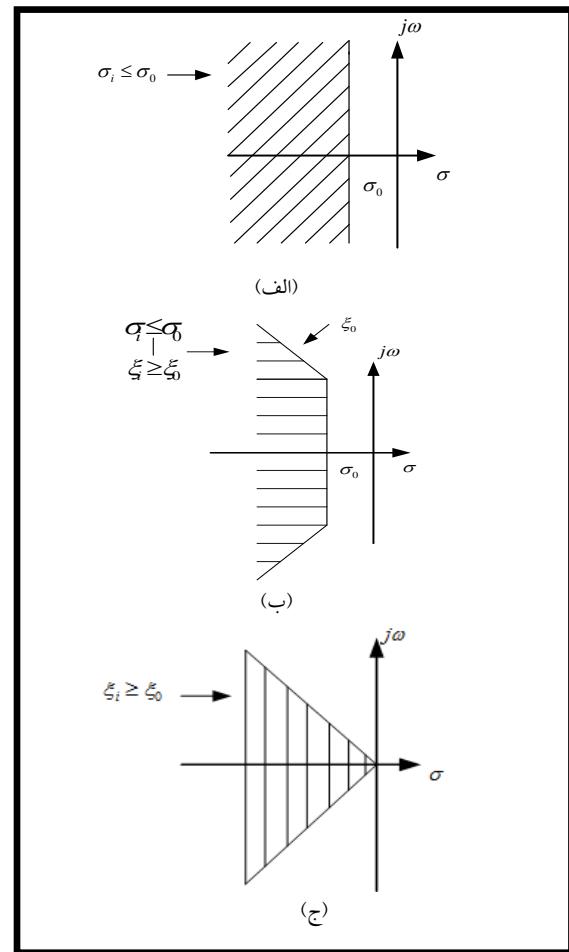
Parameters	Type of controller			
	HBMO Algorithm		Genetic Algorithm	
	C	φ	C	φ
K	98.54	181.44	69.55	162.23
T ₁	0.375	0.13633	0.3811	0.2036
T ₂	0.8765	0.16796	0.930	0.4125
T ₃	0.8889	0.043	0.6622	0.1191
T ₄	0.4361	0.9368	0.2812	0.8726
K _{pdc}	---	101.48	---	105.23
K _{i_{dc}}	---	0.4852	---	0.5261
K _{p_{ac}}	2.276	---	1.48	---
K _{i_{ac}}	0.026	---	0.099	---

۷- نتایج شبیه سازی

به منظور نشان دادن موثر بودن و مقاوم بودن کنترل کننده پیشنهادی، در مقابله با اغتشاشات شدید و میرایی نوسانات حاصل از آن، سیستم قدرت با استفاده از مدل سازی مطرح شده، در نرم افزار MATLAB شبیه سازی شده است. جهت اطمینان از نتایج بدست آمده، این شبیه سازی به دو روش آنالیز مقادیر ویژه و شبیه سازی غیر خطی زمانی بصورت زیر ارزیابی شده است.

۱-۷ آنالیز مقادیر ویژه

مدهای الکترومکانیکی برای تمامی شرایط کاری، با و بدون کنترل کننده پیشنهادی بصورت جدول ۳ بدست آمد. زمانی که کنترل کننده متصل نیست برخی مدهای ناپایدار دیده می شود (هایلایت شده در جدول ۳). مدهای ناپایدار با تکنیک پیشنهادی HBMO برای کنترل کننده میرایی STATCOM، بصورت قابل قبولی بهبود داده شد به طوری که تمامی مدهای الکترومکانیکی بطور مناسب پایدار شدند.



شکل ۹- نواحی مشخص شده برای توابع هدف

مسئله طراحی به عنوان مسئله بهینه سازی مقید فرمول بندی می شود که قیود آن بصورت زیر است:

$$K_{\min} \leq K \leq K_{\max}$$

$$T_{1\min} \leq T_1 \leq T_{1\max}$$

$$T_{2\min} \leq T_2 \leq T_{2\max}$$

$$T_{3\min} \leq T_3 \leq T_{3\max}$$

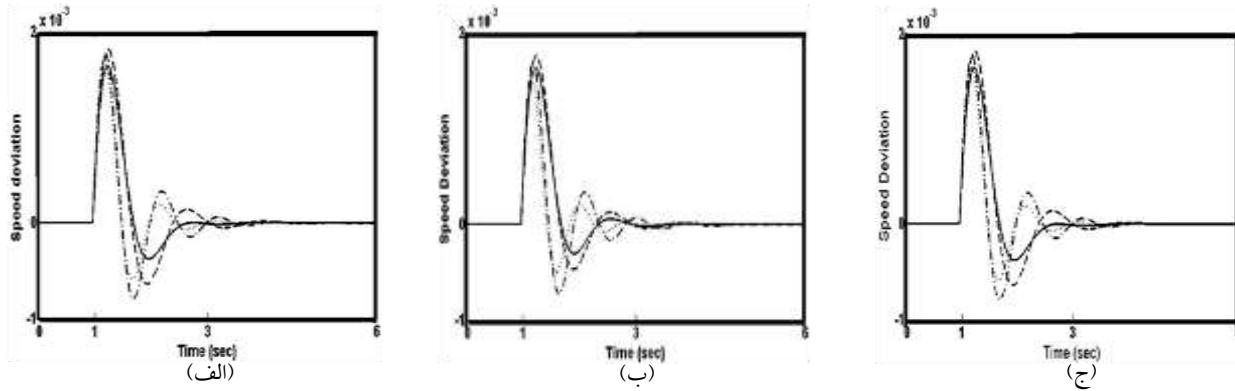
$$T_{4\min} \leq T_4 \leq T_{4\max}$$

محدوده های معمولی پارامترهای بهینه شده برای گین کنترل کننده

[۱۰۱-۰۱۰] و ثابت های زمانی T_1, T_2, T_3 و T_4 در [۰۱۰-۱] می باشد. روش پیشنهادی از هر دو تکنیک HBMO و ژنتیک برای حل مساله بهینه سازی استفاده کرده تا مجموعه بهینه از پارامترهای کنترل کننده بدست آید. تابع هدف داده شده در معادله (۲۵) در شرایط عملکرد مختلف صورت می گیرد. شرایط عملکرد مورد نظر در جدول ۱ نشان داده شده است.

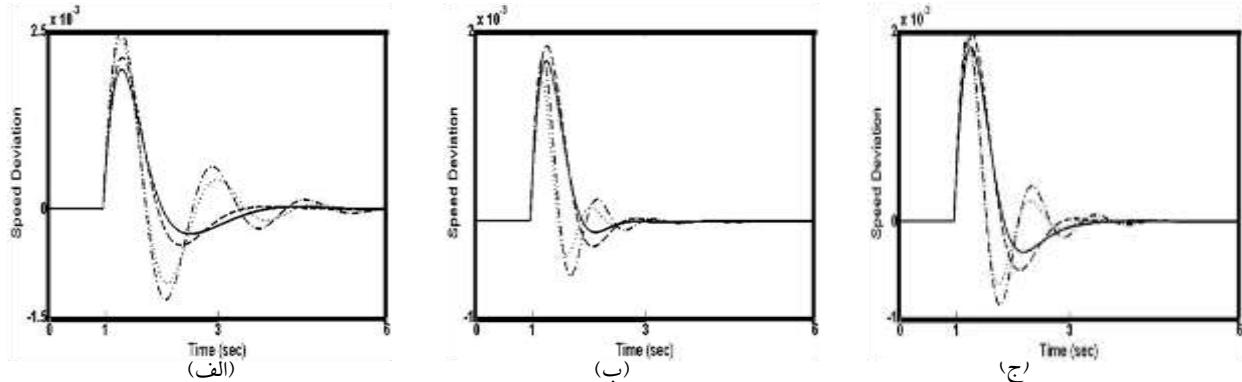
جدول ۳: مدهای الکترومکانیکی با و بدون کنترل کننده میرابی

شرط عملکرد	شرط نامی	شرط سبک	شرط سنگین	شرط چهارم	شرط پنجم
بدون کنترل کننده	$0.1782 \pm i2.7537$, -0.0747, -93.6950, -6.8523, -1.8914, - 2.0201	$0.0835 \pm i2.7890$, -0.1221, -92.3635, -7.9069, -1.6684, -1.3719	$0.3571 \pm i4.0832$, -0.0643, -97.5684, -7.3950, -2.7223, -1.6413	$0.1866 \pm i3.3350$, -0.0777, -92.2980, -8.2866, -1.7144, -1.1975	$0.2853 \pm i3.8670$, -0.0803, -91.8602, -8.9192, -3.9097, -1.1905
C (HBMO)	-3.523 ± i4.926, -0.719, -3.165, -1.391, -123.436, -0.1793	-2.912 ± i4.317, -7.7802, -2.231, -6.912, -119.75, -0.2034	-23.931 ± i11.65, -0.703, -3.154, -1.418, -123.37, -0.2194	-3.187 ± i4.786, -0.609, -3.095, -1.404, -131.62, -0.1086	-29.191 ± i12.174, -0.89, -3.066, -1.426, -130.37, -0.2194
φ (HBMO)	-6.823 ± i3.153, -0.726, -2.324 ± i4.114, -1.513, -2.36, -1.1509, -91.582	-3.427 ± i5.839, -0.523, -6.517 ± i4.109, -2.854, -0.981, -2.3452, -1.2539, -96.644	-6.148 ± i3.634, -0.96, -2.534 ± i3.5408, -0.5403, -3.128, -1.2539, -96.644	-6.348 ± i2.549, -1.747, -3.149 ± i3.914, -0.717, -3.27, -0.1672, -93.876	-5.394 ± i2.749, -0.607, -1.872 ± i2.983, -1.106, -3.963, -0.852, -84.932
C (GA)	-3.132 ± i7.387, -0.426, -3.926, -2.063, -94.326, -0.1036	-3.134 ± i2.245, -5.297, -1.879, -7.231, -107.43, -0.1871	-11.436 ± i9.435, -0.624, -3.956, -1.226, -117.43, -0.1967	-2.926 ± i3.346, -0.556, -4.224, -1.326, -119.54, -0.1103	-26.387 ± i9.475, -0.717, -2.879, -1.128, -124.54, -0.1943
φ (GA)	-8.231 ± i4.243, -0.435, -2.967 ± i3.411, -1.423, -2.016, -1.0945, -88.435	-2.887 ± i3.989, -0.328, -5.436 ± i6.249, -3.115, -0.789, -3.4989 -90.675	7.453 ± i2.354, -0.883, -3.115 ± i2.435, -0.498, -2.879, -1.1025	-7.128 ± i3.453, -1.562, -2.996 ± i4.334, -0.687, -3.88, -0.1564, -90.454	-6.657 ± i3.888, -0.576, -2.232 ± i3.043, -0.966, -3.213, -0.727, -95.232



شکل ۱۰- پاسخ دینامیکی سیستم در سناریوی اول در شرایط (الف) نامی، (ب) سبک و (ج) سنگین: خط یکپارچه (φ)، خط تیره (GA)، نقطه چین (C) و نقطه، خط HBMO (φ)

نقطه چین (C) و HBMO (φ) و نقطه، خط (C)



شکل ۱۱- پاسخ دینامیکی سیستم در سناریوی دوم در شرایط (الف) نامی، (ب) سبک و (ج) سنگین: خط یکپارچه (φ)، خط تیره (GA)، نقطه چین (C) و نقطه، خط HBMO (φ)

نقطه چین (C) و HBMO (φ) و نقطه، خط (C)

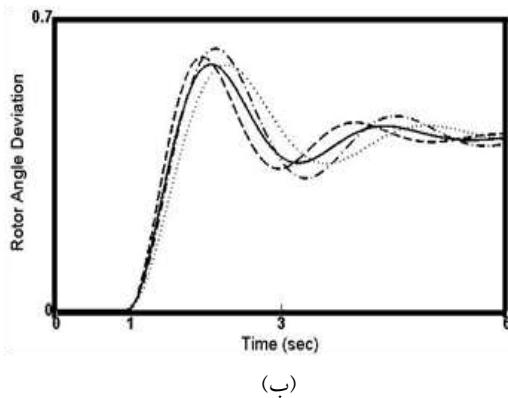
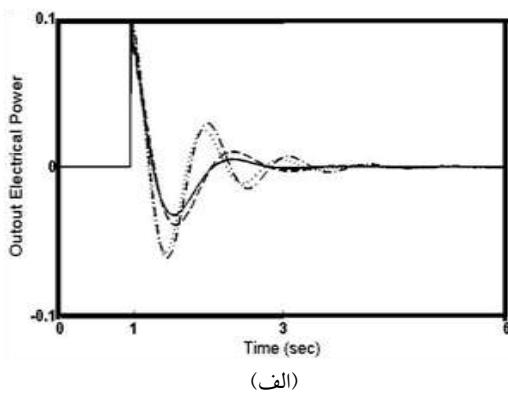
اغتشاشات خطای مختلف و رفع خطا در دو سناریوی مختلف انجام گرفته شده است.

۱-۲-۷ ۱ سناریوی اول

در این سناریو، عملکرد روش پیشنهادی در شرایط گذرا با بکارگیری خطای سه فاز شش سیکل در لحظه $t=1$ در وسط یکی از خطوط انتقال

۲-۷ شبیه سازی غیرخطی زمانی

به منظور نشان دادن کارایی مدل پیشنهادی با تنظیم پارامترهای کنترل کننده به روشن ارائه شده در این مقاله، نتایج شبیه سازی برای



شکل ۱۳- پاسخ دینامیکی سیستم در سناریوی دوم، (الف) توان الکتریکی خروجی، (ب) انحراف زاویه روتور: خط یکپارچه (ϕ)، HBMO، خط تیره GA (C)، نقطه چین (C) و HBMO، خط (ϕ)

۸- نتیجه گیری

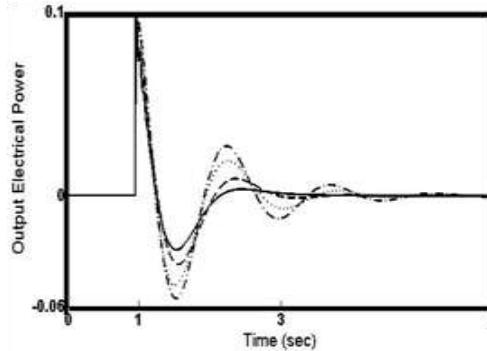
در این مقاله، الگوریتم بهینه سازی زنجیران عسل به صورت موفق جهت طراحی کنترل کننده میرایی برای STATCOM اعمال و همچنین، مسئله بهینه سازی پارامترهای قیود دار و تابع هدف چند منظوره به منظور بهبود عملکرد سیستم در یک اغتشاش پیشنهاد داده شد. کارایی روش پیشنهادی برای بهبود عملکرد پایداری گذرا در یک سیستم قدرت نمونه تحت اغتشاشات شدید به ازای اعمال دو سناریوی مختلف، تشریح گردید. نتایج تحلیل مقادیر ویژه و شیوه سازی غیر خطی زمانی نشان می دهد که طراحی کنترل کننده با استفاده از الگوریتم HBMO در مقایسه طراحی کنترل کننده با استفاده از الگوریتم ژنتیک کارایی بالای داشته و همچنین طراحی کنترل کننده بر اساس کنترل ولتاژ خازن (پارامتر ϕ) عملکرد بهتری نسبت به طراحی کنترل کننده بر اساس کنترل ولتاژ ترمینال (پارامتر C) دارد.

پیوست ۱: پارامترهای نامی سیستم مورد مطالعه بصورت جدول ۴ می باشد.

بررسی شده است. خطاب بدون قطع خط معیوب رفع می شود. انحراف سرعت ژنراتور با حضور کنترل کننده طراحی شده بر اساس پارامتر ϕ و پارامتر C در شکل های ۱۰ و ۱۲ نشان داده شده است. مشاهده می شود که طراحی کنترل کننده به روش پیشنهادی، پایداری دینامیکی را بهبود داده و نوسانات فرکانس پایین را به خوبی میرا می کند.

۲-۲-۷ سناریوی دوم

در این سناریو، یک خطای سه فاز شش سیکل در لحظه $t=1$ در وسط یکی از خطوط انتقال بررسی شده است. خطاب با قطع خط رفع می شود. پاسخ سیستم در این اغتشاش در شکل های ۱۱ و ۱۳ نشان داده شده است. مشاهده نتایج نشان می دهد کنترل کننده طراحی شده دارای قابلیت بالایی در میرا کردن نوسانات دارد و پایداری سیستم را به خوبی بهبود می دهد.



شکل ۱۴- پاسخ دینامیکی سیستم در سناریوی اول، (الف) توان الکتریکی خروجی، (ب) انحراف زاویه روتور: خط یکپارچه (ϕ)، HBMO، خط تیره GA (C)، نقطه چین (C) و HBMO، خط (ϕ)

مراجع

- [1] A. T. Al-Awami, Y. L. Abdel-Magid, and M. A. Abido, "A particle-swarm-based approach of power system stability enhancement with unified power flow controller," *Electric Power and Energy Systems*, Vol. 29, pp. 251 – 259, 2007.
- [2] P. M. Anderson, and A. A. Fouad, "Power System Control and Stability," Ames, IA: Iowa State University .Press ,1977.
- [3] M. Noroozian, and G. Anderson, " Damping of power system oscillations by use of controllable components," *IEEE Trans. PWRD* 9, (No.4) pp. 2046-2054, 1994.
- [4] A. Safari, and H. Shayeghi, " optimal design of UPFC based damping controller using iteration PSO," *World academy of science, Engineering and technology* 52, pp. 709-714, 2009.
- [5] M. A. Abido, "Robust design of multimachine power system stabilizers using simulated annealing," *IEEE Trans. On energy conversion*, vol. 15, No. 3, pp. 297-304, 2000.
- [6] C. liu, R. Yokoyama, O. Koyanagi, and K. Y. Lee, "PSS design for damping of inter-area power oscillations by coherency-based equivalent model," *electrical power and energy systems*, pp:535-544, 2004.
- [7] P. Kundur, M. klein, G. J. Rogers, and M. S. zywno, "Application of power system stabilizers for enhancement of overall system stability," *IEEE Trans. PWRS* 4 , (No. 2) pp. 614-626, 1989.
- [8] A. E. Hammad, "Analysis of power system stability enhancement by static VAR compensators," *IEEE Trans. PWRS* ,(No.4), pp. 222- 227, 1986.
- [9] A. J. F. Keri, X. Lombard, and A. A. Edris, "Unified power flow controller: modeling and analysis," *IEEE Trans. On Power Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 648-654, 1999.
- [10] J. Sachowski, and J. W. Bialek, "State variable control of shunt FACTS devices using phasor measurements," *Electric Power Systems Research*, Vol. 78, pp. 39-48, 2008.
- [11] N. Mithulanathan, C. A. Canizares, J. Reeve, and G. J. Rogres, " comparison of PSS, SVC and STATCOM controllers for damping power systems oscillations," *IEEE Trans. On power syst.*, Vol. 18,(No.2), pp.786-792, 2003.
- [12] M. A. Abido, and Y. L. Abdel-Magid " Analysis and Design of power system stabilizers and FACTS based stabilizers using genetic algorithms, in: Proc. of the 14th power system computation conf. PSCC-2002, Session 14, Paper 4, Seville, Spain, June 24-28, 2002.
- [13] Y. S. Lee, S. Y. Sun "STATCOM controller design for power system stabilization with sub-optimal control and strip pole assignment," *International Journal of Electrical Power energy system*, 24, pp. 771-779, 2002.
- [14] S. Morris, P. K. Dash, and K. P. Basu, "A fuzzy variable structure controller for STATCOM," *Electric Power Systems Research*, Vol. 65, pp. 23-34, 2003.

جدول ۴: پارامترهای سیستم مورد مطالعه

Generator	$M = 8 \text{ MJ/MVA}$	$T_{do} = 5.044$	$X_d = 1\text{pu}$
	$X_q = 0.6\text{p.u}$	$X'_d = 0.3\text{p.u}$	$D = 0$
Excitation system	$K_a = 50$	$T_a = 0.05\text{s}$	
Transformers	$X_r = 0.1\text{pu}$	$X_{SDT} = 0.1\text{pu}$	
Transmission line	$X_q = 0.4\text{pu}$		
DC link parameter	$V_{DC} = 1\text{pu}$	$C_{dc} = 1\text{pu}$	
STATCOM parameter	$C = 0.25$	$\varphi = 52^\circ$	
	$K_s = 1$	$T_s = 0.05$	

اختصارات

ضریب میرایی مکانیکی ژنراتور	D
جریان مستقیم	DC
ولتاز داخلی پشت راکانس گذرا	E'_q
ولتاز تحریک	E_{fd}
سیستم های انتقال جریان متناوب انعطاف پذیر	FACTS
تاپریستور خاموش شده با گیت	GTO
ضریب اینرسی	H
بهینه سازی جفت گیری زیبران عسل	HBMO
جریان محور D خروجی ژنراتور	I_{ld}
جریان محور Q خروجی ژنراتور	I_{lq}
بهره مناسب کنترل کننده	K
بهره تنظیم کننده	K_A
ضریب اینرسی ماشین	M
توان الکتریکی خروجی	P_e
مناسب- اشغال الگیر	PI
پایدارساز سیستم قدرت	PSS
توان مکانیکی ورودی	P_m
ترانسفورماتور به ای	SDT
تک ماشینه متصل شده به شین بی نهایت	SMIB
جبرانساز سنکرون استاتیکی	STATCOM
جبرانساز وار استاتیک	SVC
ثابت زمانی تنظیم کننده	T_A
خازن سری شده کنترل شده با تاپریستور	TCSC
شیفت دهنده فاز کنترل شده با تاپریستور	TCPS
ثابت زمانی مدار تحریک	T_{do}
گشتاور الکتریکی	T_e
ولتاز جریان مستقیم	V_{dc}
ولتاز ترمیمال	V
مبدل منع ولتاز	VSC
راکانس محور D ژنراتور	X_d
راکانس خط	X_L
راکانس محور Q ژنراتور	X_q
راکانس ترانسفورماتور	X_T
راکانس گذرا محور D ژنراتور	X_d'
سرعت روتور	ω
سرعت سنکرون روتور	ω_0
زاویه روتور	δ
زاویه فاز تحریک	φ
انحراف توان الکتریکی	ΔP_e
انحراف ولتاز جریان مستقیم	ΔV_{dc}

- using loop shaping technique," Electric Power Systems Research, Vol. 68, pp. 61-74, 2004.
- [21] A. Safari, H. Shayeghi, and H. A. Shayanfar " A chaotic optimization algorithm to output feedback damping controller design for a STATCOM," International Journal on technical and physical problems of engineering" Vol.1, (No.3), pp.44-50, 2010.
- [22] D. A. Coley, "An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers," World Scientific Publishing Co, 1999.
- [23] D. E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning," Addison Wesley,1989.
- [24] O. B. Haddad, A. Afshar, and M. A. Marino " Honey bee mating optimization (HBMO) algorithm , A new Heuristic approach for water resources optimization," water resources management, 20, pp. 661-680, , 2006.
- [25] A. Afshar, B. Haddad, M. A. Marino, and BJ. Adams "Honey bee mating optimization (HBMO) algorithm for optimal reservoir operation," Journal of franklin Institute, 344, pp. 452- 462, 2007.
- [15] N. G. Hingorani and L. Gyugyi "Understanding FACTS: concepts and technology of flexible AC transmission systems," Wiley-IEEE Press, 1999.
- [16] H. F. Wang, "Phillips-Heffron model of power systems installed with STATCOM and applications," IEEE Proc. on Generation Transmission and Distribution, Vol. 146, No. 5, pp. 521-527, 1999.
- [17] M. A. Abido, "Analysis and assessment of STATCOM based damping stabilizers for power system stability enhancement," Electric Power Systems Research, Vol. 73, pp. 177-185, 2005.
- [18] M. A. Golkar, and M. Zarringhalami " Coordinated Design of PSS and STATCOM parameters for power system stability improvement using genetic algorithm," Iranian Journal of electrical and computer engineering, vol.8, (No.2) , pp. 80-88, 2009.
- [19] K. R. Padhyar, and V. S. Parkash, "Tuning and performance evaluation of damping controller for a STATCOM," International Journal of Electrical and Power Energy System, 25, pp.659-666, 2003.
- [20] A. H. M. A. Rahimand, and M. F. Kandlawala, "Robust STATCOM voltage controller design

طراحی مسیر بهینه برای یک شناور تندروی پروازی با هدف کمینه‌سازی زمان

محمد تقی قربانی^۱، حسن سالاریه^۲، نیما اسدیان^۳

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، mt_ghorbani@mehr.sharif.ir

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، salarieh@sharif.ir

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی هوافضای دانشگاه صنعتی شریف، assadian@sharif.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۸/۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۹/۲۸)

چکیده: در این مقاله، مسئله طراحی مسیر بهینه برای یک شناور تندروی پروازی مطرح می‌گردد. بدین منظور در ابتدا یک مدل ریاضی برای دینامیک غیر خطی این شناور ارائه می‌شود. سپس سناریوی مسیر بهینه با کمترین زمان مانور با درنظر گرفتن قیود روی سیستم هدایت، قیود مربوط به سرعت‌های خطی و زاویه‌ای شناور و قیود غیر هولونومیک ناشی از دینامیک معرفی و مورد بررسی قرار گرفته است. برای حل این مساله کنترل بهینه مقید به روش غیرمستقیم، مجموعه معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی مستخرج از هامیلتونی سیستم تشکیل گردیده و برای حل عددی این معادلات از روش گستته‌سازی ورودی‌های کنترلی، تکنیک عددی سریع ترین شب^۱، و همچنین تکنیک تابع جریمه توسعه یافته خطی^۲ برای اعمال قیود تساوی و نامساوی، استفاده شده است. در نهایت با مقایسه حل تحلیلی مسئله مانور مینیمم زمان و روش مورد استفاده و ذکر چند مثال در قالب تعریف سناریوهای مختلف به بررسی روش ارائه شده پرداخته شده است. نتایج حاصل از این سناریوها، نشان‌دهنده قابلیت بالای این روش در طراحی مسیر بهینه، برای شناور تندرو پروازی مورد بررسی است.

کلمات کلیدی: شناور پروازی، طراحی مسیر بهینه، معادلات شرط مرزی هامیلتونی، روش سریع ترین شب، تابع جریمه توسعه یافته خطی.

Time Optimal Trajectory Planning For a High Speed Planing Boat

M.T. Ghorbani, H. Salarieh, N. Assadian

Abstract: In this paper, the problem of trajectory planning for a high speed planing boat with the aim of time optimization under nonlinear equality and inequality constraints is addressed. First, a nonlinear mathematical model of the craft dynamic and then the Hamiltonian boundary value problem (HBVP) equations are derived. The problem is solved using nonlinear programming by discretizing the control time history and adjoining the constraints to the cost function via Linear Extended Penalty Function (LEPF) method. The Steepest Descent (SD) approach is used to solve this nonlinear programming. Some examples of boat minimum time maneuver are presented to demonstrate the effectiveness of the approach for designing optimal maneuvers.

Keywords: High Speed Planing Boat, Trajectory Optimization, Hamiltonian Boundary Value Problem, Steepest Descent Approach, Linear Extended Penalty Function Method.

¹ Steepest Descent

² Linear Extended Penalty Function Method

۱- مقدمه

او گولیاس [۶] به طراحی مسیر بهینه از لحاظ مصرف سوخت برای کشتی‌های بزرگ، با درنظر گرفتن اغتشاشات محیطی و نیروهای هیدرودینامیک و لحاظ کردن قیود اینمی پرداخته است. این قیود، احتمال وقوع پدیده‌های اسلامینگ^{۱۰} و خیس شدن عرضه کشتی^{۱۱} را در نظر گرفته، مسیر طراحی را به گونه‌ای رقم می‌زند که این پدیده‌ها اتفاق نیافتد. روش بکاررفته در کار وی روش معروف برنامه ریزی دینامیکی^{۱۲} بود.

اوتسو و همکاران [۷]، مساله مانور مینیمم زمان را برای یک کشتی که در معرض اغتشاشات حاصل از باد می‌باشد، را بررسی نمودند. بدین منظور ابتدا مدل دینامیک کشتی مورد نظر استخراج شده و توسط روش حساب تغییرات، یک مساله مقدار مرزی تعریف شده و توسط روش گرادیان مزدوج^{۱۳} حل گردید. با این حال این روش طراحی مسیر از لحاظ زمان اجرا نامناسب می‌باشد [۸].

چنگ و همکاران [۹] با استفاده از الگوریتم ژنتیک، به طراحی مسیر بهینه برای یک کشتی پرداختند. آن‌ها با تعریف یک تابع برازنده‌گی^{۱۴} مشکل از فاصله تا مقصد و مینیمم فاصله هر نقطه از مسیر تا مانع بعدی و تعریف یک سری وزن برای برآورده کردن دو هدف مینیمم فاصله تا مقصد و عدم برخورد به موقع محیطی بر حسب اهمیت آن در طول مسیر، توانستند مسیرهای بهینه تولید کنند.

اسکاریو و همکاران [۱۰] بر مبنای نوع جدیدی از الگوریتم‌های هوش ازدحامی^{۱۵} به نام الگوریتم توسعه یافته مورچگان^{۱۶}، توانستند ستاریو های مختلف مانور شناور را بهینه کنند. آنها از اتوماتای سلوولی^{۱۷} به عنوان یک تابع ابتکاری^{۱۸} استفاده کردند. حسن کار آن‌ها اینست که برخلاف روش‌های کلاسیک که در آن دو مساله طراحی مسیر و تعقیب مسیر^{۱۹} به صورت مجزا حل می‌شود، در این روش این دو بخش در یک بخش قابل انجام است.

با مرور کارهای پیشین در زمینه طراحی مسیر بهینه، این نکته جلب توجه می‌کند که تا به حال اکثر کارهای انجام شده در مورد کشتی‌های بزرگ بوده است که معمولاً در محدوده سرعت‌های پایین کار می‌کنند. با توجه به اینکه به شناور موربد بررسی در این مقاله، شناوری با بدنه هارد چاین^{۲۰} است و دارای این ویژگی است که با افزایش سرعت شناور قسمتی از بدنه از سطح آب جدا می‌گردد و در نتیجه با کاهش نیروی مقاومت اصطکاکی سرعت شناور افزایش می‌یابد، لذا دینامیک شناور وابسته به سرعت آن می‌باشد و اهمیت مدل‌سازی دینامیکی و بحث تولید

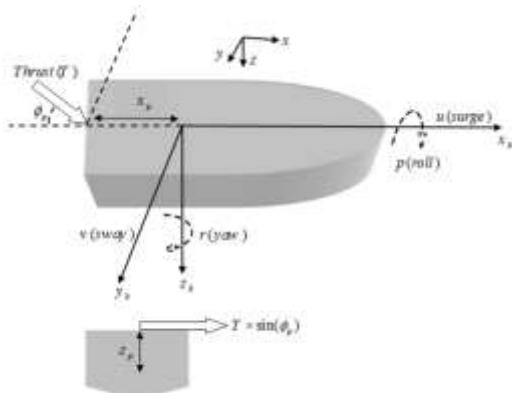
در طول سالیان متعدد پیشرفت‌های زیادی در ساخت و راهاندازی سیستم‌های ناوبری در عرصه دریایی حاصل شده است. با این وجود سوانح دریایی نیز بخشی از این توسعه بوده است. آمارها نشان‌دهنده این است که اکثر این سوانح به دلیل خطای انسانی رخ داده است. از طرفی با توجه به کاربردهای مختلف شناورهای تندرو در حوزه نظامی به خصوص در ماموریت‌های گشت‌زنی و شناسایی محیط‌هایی که حضور محسوس ناخدا مخاطره‌آمیزتر است، مساله هدایت خودکار شناورهای تندرو اهمیت دوچندان می‌یابد. به طور معمول طراحی سیستم هدایت شناورهای تندرو به دو بخش تقسیم می‌شود ([۱] و [۲] و [۳]). بخش اول طراحی مسیر بهینه به صورت آفلاین^۱ و بخش دیگر به صورت آنلاین^۲ می‌باشد. در بخش اول بیشتر هدف طراحی مسیر^۳، و در بخش دوم کنترل مسیر^۴ می‌باشد. مساله طراحی مسیر، به پروسه ایجاد یک مسیر مطلوب با هدف انجام یک مانور مشخص به صورت مینیمم زمان یا مینیمم مصرف سوخت و با درنظر گرفتن دینامیک غیر خطی شناور و اشباع عملگرها^۵ اطلاق می‌گردد [۴]. از طرف دیگر مساله کنترل مسیر، به پروسه حفظ موقعیت و جهت‌گیری شناور و سرعت آن در یک مقدار مورد نظر گفته می‌شود. در این مقاله به بعد اول مساله، یعنی طراحی مسیر بهینه پرداخته می‌شود.

اکثر طراحان مسیر برای طراحی مسیر، با وصل کردن نقاط مسیر^۶ به کمک تابع خاصی مثل اسپلاین و ... اقدام به طراحی مسیر نموده اند [۱]. عیب این کار نادیده گرفتن دینامیک غیر خطی شناور و همچنین به وجود آمدن فرامین کنترلی غیرممکن در فرایند طراحی مسیر می‌باشد. در ادامه مروری بر کارهای انجام شده در زمینه طراحی مسیر بهینه می‌شود.

در زمینه طراحی مسیر بهینه برای کشتی‌ها، دجوانی و همکاران [۵] یک مدل ریاضی برای دینامیک غیرخطی شناور مطرح کردن و سپس مسیری را بر مبنای مساله زمان- انرژی بهینه و با درنظر گرفتن معادلات فضای حالت غیر محدب^۷، قیود روی سیستم هدایت و قیود محیطی طراحی کردن. آنها روش لاگرانژی العاقی گستته^۸ را برای حل کنترل مقید بهینه استفاده کردند. این روش برای مانور و پهلوگیری اتوماتیک شناور بکار می‌رود. ایراد روش بکار رفته در کار آن‌ها در این است که آنها سعی کردنده که با تقریب مکان و جهت‌گیری شناور در دستگاه مختصات جهانی، بر مبنای منحنی‌های بزرگ^۹ و سپس استفاده از دینامیک معکوس برای یافتن مقدار پارامترهای کنترلی، مسیر بهینه را طراحی کنند. اما این کار منجر به ایجاد فرامین کنترلی غیرهموار گردیده است.

¹⁰ Slammering¹¹ Deck wetness¹² Dynamic programming¹³ Conjugate gradient restoration method¹⁴ fitness function¹⁵ Swarm Intelligence¹⁶ Ant Colony Extended¹⁷ Cellular Automata¹⁸ heuristic function¹⁹ Path following²⁰ Hard chine¹ Offline² Online³ Path planning⁴ Path control⁵ Actuator Saturation⁶ Waypoint⁷ Nonconvex⁸ Discrete augmented Lagrangian approach⁹ Bezier curve

$$\begin{aligned} \tau_{\text{Control}} & \text{ ورودی‌های کنترلی اعمالی به شناور.} \\ \tau_H & \text{ نیروها و ممان‌های هیدرودینامیکی وارد شده به بدن شناور.} \\ \left\{ \begin{array}{l} m[\dot{u} - vr] \\ m[\dot{v} + ur] \\ I_{xx}^b \dot{p} \\ I_{zz}^b \dot{r} \end{array} \right\} & = \tau_{\text{Resistance}} + \tau_{\text{Control}} + \tau_H \quad (1) \end{aligned}$$

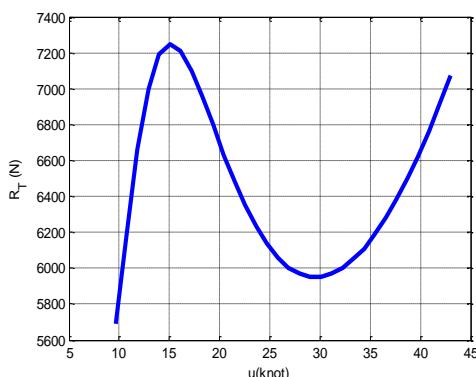


شکل ۱: انواع درجات آزادی در دستگاه بدنی شناور

مقدار $\tau_{\text{Resistance}}$ در درجات مختلف آزادی به شکل زیر تعریف می‌گردد.

$$\tau_{\text{Resistance}} = \begin{cases} -R_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad (2)$$

در این رابطه مقدار R_T مقاومت کل واردہ بر شناور تندرو در حال حرکت می‌باشد. برای محاسبه مقدار مقاومت وارد بر شناور معمولاً از هندسه و اصطلاحاً خطوط بدن شناور استفاده می‌شود. به طور مثال با انتقال خطوط بدن شناور به نرم افزار تجاری Maxsurf می‌توان حدود مقدار مقاومت شناور بر حسب سرعت سرچ آن را محاسبه نمود. در شکل ۲ این مقدار در نرم افزار مذکور بر مبنای تئوری ساویتسکی محاسبه شده است.



شکل ۲: منحنی نیروی کل مقاوم واردہ بر شناور بر حسب سرعت پیشروی

مسیرهای بهینه به عنوان بخشی از سیستم هدایت شناور، حس می‌شود. علاوه بر این، چون الگوریتم‌های طراحی مسیر بر مبنای روش‌های تقریبی و یا روش‌های ابتکاری و یا برنامه‌ریزی دینامیک می‌باشند، دارای ضعف‌هایی همچون بوجود آمدن فرامین کنترلی غیرممکن، ماهیت تصادفی در رسیدن به جواب بهینه و هزینه محاسباتی بالا می‌باشند.

در این مقاله، ابتدا معادلات دینامیک چهار درجه آزادی سرج^۱، رول^۲ و یاو^۳ شناور تندرو استخراج می‌شود. سپس معادلات شرط مرزی به دست آمده از تغییرات انتگرال هامیلتونی (بر اساس روش حساب تغییرات) برای مساله کنترل بهینه مربوط به شناور ارائه می‌گردد. در ادامه روش عددی حل این معادلات مطرح می‌گردد. در نهایت نتایج مربوط به سفاری‌یوی مانور شناور با کمترین زمان ممکن مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتیجه حاصل از این سفاری‌یو، نشان‌دهنده توانمندی روش مورد استفاده در یافتن جواب بهینه ضمن در نظر گرفتن دینامیک غیر خطی شناور، اشباع عملگرها و قیود مربوط به سرعت‌های خطی و زاویه‌ای شناور می‌باشد.

۲- مدل سازی شناور تندرو پروازی

شناور مورد بررسی در این مقاله، شناوری است تندرو، با حداکثر سرعت پیشروی ۴۳ نات به همراه دو موتور ۲۰۰ اسب بخار که قابلیت گردش به چپ و راست دارند. لازم به ذکر است که مشخصات سرعت و توان پیش رانش شناور بر اساس یکی از شناورهای تندرو بسیار پر کاربرد در ناوگان پلیس دریایی جمهوری اسلامی ایران است. در شکل ۱ دو دستگاه مختصات جهانی (x-y-z) و دستگاه متصل به بدن (x_b-y_b-z_b) که برای توصیف حرکات شناور به کار می‌رود، به همراه درجات آزادی این شناور در دستگاه بدنی مشخص شده است [۱۱] و [۱۲]. هم‌چنین موقعیت نیروی پیشان نسبت به دستگاه بدنی شناور مشخص شده است. در ادامه پارامترهای موجود در این شکل بیشتر توضیح داده می‌شوند.

با فرض اینکه درجات آزادی قائم شناور در مساله مانور شناور مقدار کمی باشد [۱۲]، لذا چهار درجه آزادی سرج، اسوی، رول و یاو مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مدل غیر خطی^۴ درجه آزادی (۱) جهت شبیه سازی رفتار شناور در حالت مانور مورد استفاده قرار گرفته است [۱۲]. در این مدل m جرم شناور، I_b ماتریس ممان اینرسی شناور در دستگاه متصل به بدن شناور و واقع در مرکز جرم شناور، بردار $[u \ v]$ بردار سرعت خطی شناور در دستگاه متصل به بدن، بردار $[r \ p]$ بردار سرعت زاویه‌ای رول و یاو شناور در دستگاه متصل به بدن، می‌باشد. در سمت راست معادله، نیروها و گشتاورهای هر یک از درجات آزادی شناور به صورت زیر می‌باشد:

$\tau_{\text{Resistance}}$ نیروهای مقاوم در مقابل حرکت شناور.

¹ surge
² sway
³ roll
⁴ yaw

در این رابطه $\phi = \frac{\pi}{7}$, به ترتیب مربوط به مقادیر زاویه رول و زاویه یا و شناور می‌باشد.

۳- تعریف مساله کنترل بهینه

کرک [۱۶]، هدف از یک مساله کنترل بهینه را تعیین سیگنال‌های کنترلی لازم برای یک سیستم، در ضمن اراضی قیود طراحی، هندسی و فیزیکی آن سیستم و با هدف مینیمم و یا ماکزیمم کردن یکتابع هزینه معرفی می‌کند. مساله کنترل بهینه زیر را در نظر بگیرید. هدف تعیین ورودی کنترلی $u(t) \in \mathbb{R}^m$ که تابع هزینه بولزا را مینیمم کند.

$$\begin{aligned} J &= \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \end{aligned} \quad (6)$$

در این رابطه $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ بردار متغیرهای فضای حالت،

زمان ابتدا و t_f زمان نهایی (ثابت یا آزاد) می‌باشد. قیود دینامیکی سیستم مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad t \in [t_0, t_f] \quad (7)$$

شرایط مرزی به شکل زیر تعریف می‌گردد.

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) = \mathbf{0} \quad (8)$$

قیود نامساوی به شکل زیر تعریف می‌گردد.

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \leq \mathbf{0}, \quad t \in [t_0, t_f] \quad (9)$$

در مجموعه روابط فوق $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^c$ و $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^h$ می‌باشد. معادلات (۹) به مساله پیوسته بولزا معروف هست. محدوده زمانی این مساله $[t_0, t_f]$ می‌باشد. روش غیر مستقیم حل مساله تبدیل یافته بولزا، استفاده از تکنیک حساب تغییرات است. این روش بر مبنای اصل بنیادین حساب تغییرات استوار است [۱۶]. مطابق این اصل اگر \mathbf{x}^* یک جواب اکسترمال باشد، تغییرات تابع هزینه J بر روی \mathbf{x}^* باستی صفر باشد:

$$\delta J(\mathbf{x}^*, \delta \mathbf{x}) = 0, \quad \forall \text{admissible } \delta \mathbf{x} \quad (10)$$

برای حل مساله مقید، تابع هزینه الحقیقی که از اضافه کردن قیود (۸) و (۹) به تابع هزینه، با روش تابع جریمه خطی توسعه یافته [۱۷] به دست می‌آید، به صورت زیر تشكیل می‌شود:

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش سرعت، مقاومت کل وارد بر شناور به دلیل جدا شدن بدنه از سطح آب و کاهش سطح خیس شده، کاهش می‌یابد، اما مجدداً به دلیل افزایش مولفه‌های دیگر مقاومت، مقاومت کل وارد بر شناور در سرعت‌های بالاتر افزایش می‌یابد.

$\tau_{Control}$ حاصل از المان‌های نیروی پیشان تولید شده توسط سکان و یا پروانه‌های شناور است. در اینجا بر اساس مدل ویژه شناور هدف، کنترل توسط تغییرات زاویه دو عدد پروانه موجود در انتهای شناور تامین می‌گردد. به عبارت دیگر فرض شده است که شناور دارای دو پروانه با قابلیت تغییر زاویه و تغییر دور است. تغییر زاویه، جهت بردار نیروی پیش‌ران و تغییر دور، مقدار نیروی پیش‌ران را تغییر می‌دهد.

بنابراین:

$$\tau_{Control} = \begin{Bmatrix} T \cos \phi_p \\ T \sin \phi_p \\ T z_p \sin \phi_p \\ -T x_p \sin \phi_p \end{Bmatrix} \quad (3)$$

که در این رابطه T مجموع نیروی پیش‌ران دو پروانه، $[x_p \ z_p]$ مختصات پروانه‌ها در دستگاه متصل به بدنه و ϕ_p زاویه چرخش پروانه‌ها نسبت به حالت عمودی می‌باشد.

τ_H نیروها و ممان‌های هیدرودینامیکی وارد شده به بدنه شناور می‌باشند که با استفاده از بسط تیلور به صورت زیر بر حسب سرعت‌ها و شتاب‌ها تقریب زده می‌شوند:

$$\tau_H = \begin{Bmatrix} X_{\dot{u}} \ddot{u} \\ Y_{v\dot{v}} + Y_v v + Y_{\dot{p}} \dot{p} + Y_p p \\ + Y_{\phi\dot{\phi}} + Y_r r + Y_{\dot{r}} \dot{r} \\ K_{\dot{v}} \dot{v} + K_v v + K_{\dot{p}} \dot{p} \\ + K_p p + K_{\phi\dot{\phi}} + K_r r + K_{\dot{r}} \dot{r} \\ N_{\dot{v}} \dot{v} + N_v v + N_{\dot{p}} \dot{p} \\ + N_p p + N_{\phi\dot{\phi}} + N_r r + N_{\dot{r}} \dot{r} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

که ضرایب هیدرودینامیکی موجود در این رابطه با استفاده از مقادیر موجود در مرجع [۱۳] و [۱۴] برای شناورهای تندرو پروازی بدست می‌آیند.

علاوه بر معرفی پارامترهای فضای حالت معرفی شده، ۴ پارامتر فضای حالت زیر که مربوط به سینماتیک شناور می‌باشد، معرفی می‌شود [۱۵].

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p \\ \dot{\psi} &= r \cos \phi \\ \dot{x} &= u \cos \psi - v \sin \psi \cos \phi \\ \dot{y} &= u \sin \psi + v \cos \psi \cos \phi \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t; t_0, t_f) = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \\ \frac{d\lambda}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{x}(t_0) \text{ free} &\Rightarrow \\ \lambda(t_0)^T &= -\frac{\partial \left[\begin{array}{l} \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ + H(r_k^+) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \end{array} \right]}{\partial \mathbf{x}(t_0)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_f) \text{ free} &\Rightarrow \\ \lambda(t_f)^T &= -\frac{\partial \left[\begin{array}{l} \Phi(\mathbf{x}(t_f), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ + H(r_k^+) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \end{array} \right]}{\partial \mathbf{x}(t_f)} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} t_0 \text{ free} &\Rightarrow \\ H(t_0) &= -\frac{\partial \left[\begin{array}{l} \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ + H(r_k^+) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \end{array} \right]}{\partial t_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_f \text{ free} &\Rightarrow \\ H(t_f) &= -\frac{\partial \left[\begin{array}{l} \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ + H(r_k^+) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \end{array} \right]}{\partial t_f} \end{aligned}$$

این مجموعه معادلات به مساله شرط مرزی هامیلتونی معروف است.
معمولًا شرایط اولیه در مسائل کنترل بهینه مشخص و ثابت و
 $\Phi(\mathbf{x}(t_f), t_f, \mathbf{x}(t_f), t_f)$ به شکل $\Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)$ است.
لذا معادلات (16) به شکل (17) ساده می‌گردد.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t; t_0, t_f) = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \\ \frac{d\lambda}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{x}(t_f) \text{ free} &\Rightarrow \\ \lambda(t_f)^T &= -\frac{\partial \left[\begin{array}{l} \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ + H(r_k^+) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \end{array} \right]}{\partial \mathbf{x}(t_f)} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} t_f \text{ free} &\Rightarrow \\ H(t_f) &= -\frac{\partial \left[\begin{array}{l} \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ + H(r_k^+) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \end{array} \right]}{\partial t_f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_a &= \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ &+ H(r_k^+) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} \left[\begin{array}{l} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t); t_0, t_f) \\ - \lambda^T(t) \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t; t_0, t_f) \right) \\ + r_k \sum_{i=1}^c C_i(c_i) \end{array} \right] dt \end{aligned} \quad (11)$$

در رابطه (11) h_j برابر با تک تک جملات بردار $\mathbf{h}(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)$ و c_i برابر با تک تک جملات بردار $\mathbf{C}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ می‌باشد. سایر مجهولات رابطه (11) به صورت زیر می‌باشد [۱۷].

$$H(r_k^+) = \frac{1}{\sqrt{r_k^+}} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{Where } r_k^+ &= \gamma r_{k-1}^+, \gamma > 1, r_k^+ > 0 \\ H(h_j) &= r_k^+ h_j^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$C_i(c_i) = \begin{cases} \frac{-1}{c_i} & c_i \leq \varepsilon \\ \frac{c_i - 2\varepsilon}{\varepsilon^2} & c_i > \varepsilon \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{Where } \varepsilon = -(r_k^+)^{0.5}$$

$$r_{k+1} = c^+ r_k$$

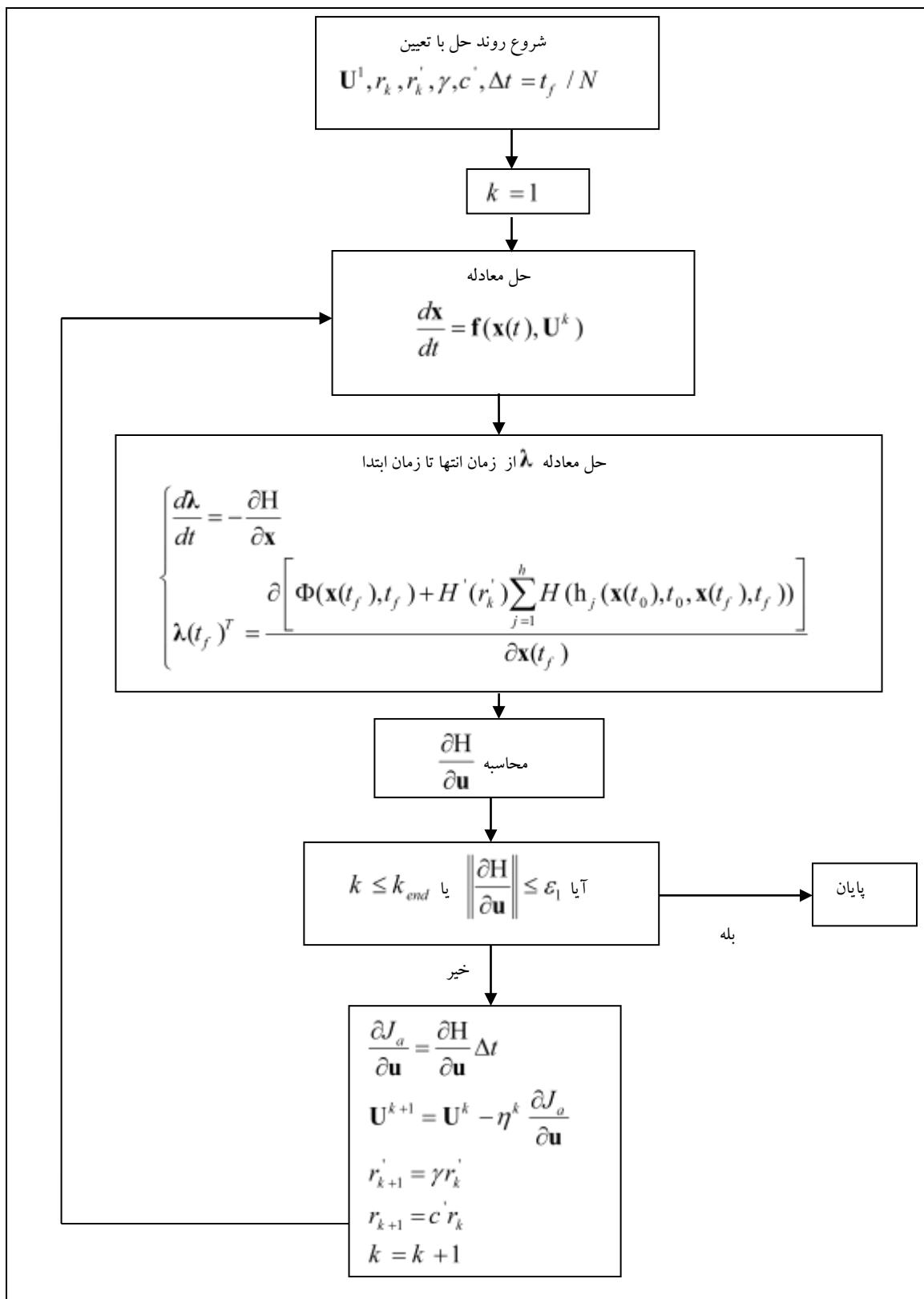
$$\text{and } 0.1 \leq c^+ \leq 0.5$$

اندیس k ، بیانگر مرحله اجرای برنامه بهینه سازی می‌باشد. در واقع در روش تابع هزینه، روند حل در طی مراحل تکرار برنامه بگونه‌ای پیش می‌رود که قبود مساوی و نامساوی ارضاء شود. حال با محاسبه تغییرات J_a نسبت به هر یک از متغیرهای آزاد مطابق رابطه (۱۰) و برابر صفر قرار دادن حاصل، شرایط مرتبه اول بهینگی^۱ حاصل می‌شود. با حل مجموعه شرایط مذکور، جواب مساله کنترل بهینه بدست می‌آید. این روش به روش حل غیرمستقیم مسائل کنترل بهینه معروف است. شروط مذکور با تعریف هامیلتونی به فرم رابطه (۱۵) :

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}, \lambda, \mu, \mathbf{u}, \mathbf{t}; t_0, t_f) &= g(\mathbf{x}, \lambda, \mu, \mathbf{u}, \mathbf{t}; t_0, t_f) \\ &+ \lambda^T \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t; t_0, t_f) \\ &+ r_k \sum_{i=1}^c C_i(c_i) \end{aligned} \quad (15)$$

ساده‌تر شده و به شکل رابطه (۱۶) می‌باشد [۱۸].

¹ First-order optimality conditions



شکل ۳: فلوچارت حل مساله کنترل بهینه به روش عددی

ویژگی روش گرادیانی سریع ترین شب در یافتن جواب بهینه در عین سادگی پیاده‌سازی، رسیدن به جواب در تعداد مناسبی از مرحله تکرار برنامه می‌باشد. در عین حال روش‌های گرادیانی پیش‌رفته‌تری هم-چون روش BFGS نیز جایگزین بهتری برای روش سریع ترین شب می-باشد [۱۷].

۴- شبیه‌سازی عددی

در این بخش سناریوی مانور با مینیمم زمان ممکن برای شناور تندرو پروازی، طراحی و با روش موردنظر در قسمت قبل اجرا می-گردد. مشخصات شناور تندرو در جدول ۱ معرفی شده است.

جدول ۱: پارامترهای فیزیکی مورد استفاده در تحلیل دینامیکی شناور هدف

پارامتر مورد نظر	Value	Units
جرم	3600	kg
I_{xx}	1435	kg.m ²
I_{yy}	9865	kg.m ²
I_{zz}	11320	kg.m ²
I_{xy}	0	kg.m ²
I_{yz}	0	kg.m ²
I_{xz}	0	kg.m ²
عرض شناور	2.018	m
طول شناور	7.95	m
فاصله طولی عقب کشته		
تا مرکز جرم	2.518	m
زاویه گوشه مانند زیر شناور با سطح افق	20	deg
چگالی آب	1025	kg/m ³

در ادامه سناریوهای مختلف طراحی مسیر بهینه ارائه می‌گردد.

۱-۴ رسیدن به مکانی در راستای خط دید شناور در کمینه زمان ممکن

در این سناریو، شناور با سرعت اولیه صفر و زاویه یا و صفر درجه در مبدأ مختصات قرار دارد. سناریو بدین گونه تعریف می‌گردد که شناور می‌باشد در سریع ترین زمان ممکن به نقطه $x = 300$ m برسد، و در این نقطه سرعت شناور صفر باشد. در این سناریو زمان نهایی را آزاد فرض می‌کیم تا مطمئن باشیم سرعت شناور در انتهای مسیر به صفر

تکنیک عددی حل مجموعه معادلات (۱۷) برای مسائل زمان نهایی ثابت بدین صورت است که ابتدا با تقسیم زمان و به تبع آن مقدار ورودی کنترلی به $N + 1$ قسمت و حدس اولیه برای مقدار کنترل مرحله اول \mathbf{U}^1 به شکل (۱۸):

$$\mathbf{U}^1 = [\mathbf{u}_0^1, \dots, \mathbf{u}_N^1] \quad (18)$$

از فلوچارت شکل ۳ استفاده می‌شود. در این فلوچارت برای بروز رسانی مقدار کنترل‌ها از روش سریع ترین شب استفاده می‌گردد.

همچنین در این مقاله مقدار η^k عددی ثابت که دینامیک سیستم را تحریک کند، انتخاب می‌گردد. نکته قابل ذکر این است که حتی در صورتی که مقدار $(\mathbf{x}(t_f))$ مشخص بود، باز فرض می‌شود که مقدار آن آزاد هست و معادله $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f$ به عنوان یک قید تساوی به شکل معادله (۸) مدل می‌شود.

برای مسائل زمان نهایی آزاد، روند حل مشابه شکل ۳ می‌باشد، با این تفاوت که چون زمان نهایی مشخص نیست، ابتدا زمان با استفاده از زمان انتها نرمال می‌شود و سپس گرادیان تغییرات تابع هزینه نسبت به زمان انتها محاسبه و با استفاده از آن، در هر مرحله مقدار زمان نهایی به روز می‌شود. معادلات زیر این روند را نمایش می‌دهد.

$$p = t_f \Rightarrow 0 \leq t \leq p \Rightarrow \tau = \frac{t}{p} \Rightarrow 0 \leq \tau \leq 1 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_a}{\partial p} &= \frac{\left[\Phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) \right.}{\partial p} \\ &\quad \left. + H(r_k) \sum_{j=1}^h H(h_j(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)) \right] \\ &+ \int_0^1 \frac{\partial H}{\partial p} d\tau \\ Where \quad \frac{\partial H}{\partial p} &= g(\mathbf{x}, \lambda, \mu, \mathbf{u}, t; t_0, t_f) \\ &+ \lambda^T \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t; t_0, t_f) + r_k \sum_{i=1}^c C_i(c_i) \end{aligned} \quad (20)$$

در این صورت مقدار گرادیان بردار \mathbf{U} که شامل کنترل (در زمان صفر تا زمان نهایی) و زمان نهایی است به شکل زیر می‌باشد.

$$\mathbf{U}^1 = [\mathbf{u}_0^1, \dots, \mathbf{u}_N^1, p]^T \quad (21)$$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial J_a}{\partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial J_a}{\partial p} \end{bmatrix}$$

برای بهروز کردن مقدار کنترل و زمان نهایی به کمک روش سریع ترین شب، از رابطه زیر استفاده می‌شود.

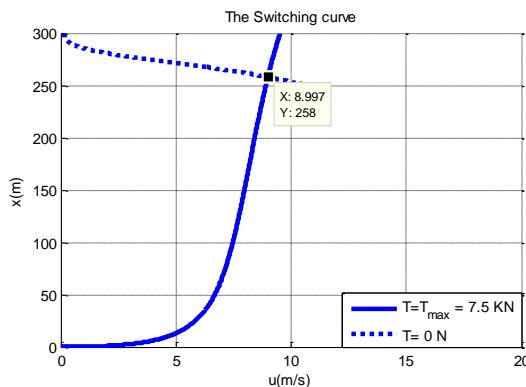
$$\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k - \eta^k \nabla f \quad (22)$$

تکین برای مساله مینیمم زمان هنگامی رخ می‌دهد که سیستم دینامیکی کنترل‌پذیر نباشد. اما می‌توان نشان داد که سیستم مورد بررسی دارای دینامیکی کنترل‌پذیر است [۱۹].

برای تعیین تعداد سوییچ‌های کنترلی، با توجه به اینکه سیستم از مرتبه ۲ می‌باشد، لذا تعداد سوییچ‌های لذا تعداد سوییچ‌های کنترلی برابر ۱ می‌باشد [۱۶]. لذا برای اینکه در مینیمم زمان به مقصد برسیم باستی فرمان کنترلی از مقدار T_{\max} به مقدار صفر سوییچ کنند و بقیه حالات سوییچ کردن غیر منطقی می‌باشد.

برای تعیین زمان مینیمم و زمان سوییچ کردن مقدار تراست از مقدار ماکزیمم به صفر، پارامترهای فضای حالت x و u بر حسب هم رسم می‌گردد. بدین گونه که ابتدا سیستم (۲۳) از شرایط اولیه صفر با مقدار تراست ورودی ماکزیمم حل شده و در حالت دیگر دینامیک مذکور از شرایط نهایی در مقصد با مقدار تراست صفر به صورت عقب‌گرد^۱ رسم شده، محل تقاطع نمودارهای مذکور محل سوییچ کنترلی را نشان می‌دهد.

در شکل زیر منحنی سوییچ پارامترهای کنترلی با توجه به توضیحات رسم شده است. مطابق این شکل برای اینکه با مینیمم زمان به مقصد برسیم، لازم است که شناور با ماکزیمم تراست تا مکان ۲۵۸ متر و سرعت ۹ متر بر ثانیه پیش رفته و برای اینکه به مقصد $x = 300$ m و سرعت صفر برسد، بایستی روی منحنی تراست صفر حرکت کند تا به مقصد برسد.



شکل ۴: منحنی فاز سیستم برای تعیین سوییچ کنترلی

برای تعیین مقدار زمان سوییچ کافی است زمانی که شناور با ماکزیمم تراست به مکان ۲۵۸ متر و سرعت ۹ متر بر ثانیه ۳۷ s می‌باشد. برای تعیین زمانی که شناور از مکان و سرعت مذبور به مقصد رسیده و در آن متوقف شود از داده‌های منحنی تراست صفر شکل فوق استفاده و زمان بعد از سوییچ تا انتها حدود ۱۶ ثانیه می‌باشد. لذا نمودار مقدار مکان و سرعت و تراست در این حالت رسم شده است.

بررسد. در ابتدا مساله مینیمم زمان به صورت تحلیلی حل می‌گردد و سپس با روش عددی بخش گذشته مقایسه می‌شود.

از آنجا که در این سناریو مسیر انتهای شناور در راستای خط دید شناور می‌باشد، لذا مسیر شناور مستقیم الخط می‌باشد و لذا فقط معادلات سرعت پیشروی \dot{x} و مکان x شناور مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین معادلات دینامیک شناور به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{(-R_T + T)}{m - X_{\dot{u}}} \\ \ddot{x} &= u \end{aligned} \quad (۲۳)$$

مجموعه معادلات زیر قيد مربوط به زمان، کنترل‌ها را مشخص می‌کند.

$$\begin{aligned} t_f &\text{ free} \\ 0 \leq T(t) &\leq 7.5 KN \end{aligned} \quad (۲۴)$$

تابع هزینه به شکل زیر تعریف می‌گردد.

$$J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = t_f \quad (۲۵)$$

حال برای حل تحلیلی مسئله مینیمم زمان با تشکیل هامیلتونی سیستم به شکل زیر داریم:

$$H = t_f + \lambda_u \frac{(-R_T + T)}{m - X_{\dot{u}}} + \lambda_x u \quad (۲۶)$$

معادلات شبه‌حالت سیستم به شکل زیر تعریف می‌گردد.

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_u &= -\frac{\partial H}{\partial u} = \lambda_u \frac{\left(\frac{\partial R_T}{\partial u} \right)}{m - X_{\dot{u}}} - \lambda_x \\ \dot{\lambda}_x &= -\frac{\partial H}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (۲۷)$$

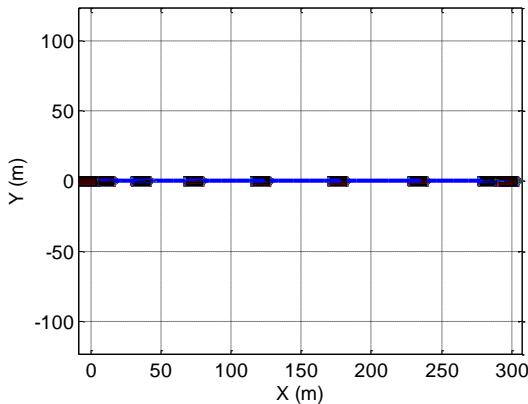
با توجه به اینکه پارامتر کنترلی در این حالت تنها نیروی تراست می‌باشد و مقدار تراست محدود است. لذا با استفاده از اصل مینیمم‌سازی پونتیریگین^۱ به شکل معادله (۲۸) قابل حصول است.

$$T = \begin{cases} T_{\max} & \text{if } \frac{\partial H}{\partial T} < 0 \\ T_{\sin g} & \text{if } \frac{\partial H}{\partial T} = 0 \\ 0 & \text{if } \frac{\partial H}{\partial T} > 0 \end{cases} \quad (۲۸)$$

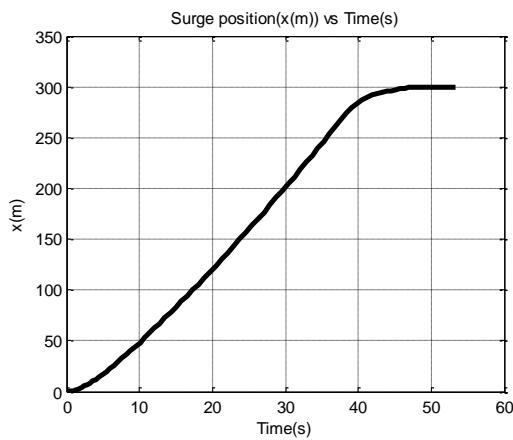
در این رابطه $T_{\sin g}$ معروف فرمان کنترلی در حالتی است که شرایط تکین رخ می‌دهد. با توجه به توضیحات مرجع [۱۶] شرایط

² Backward

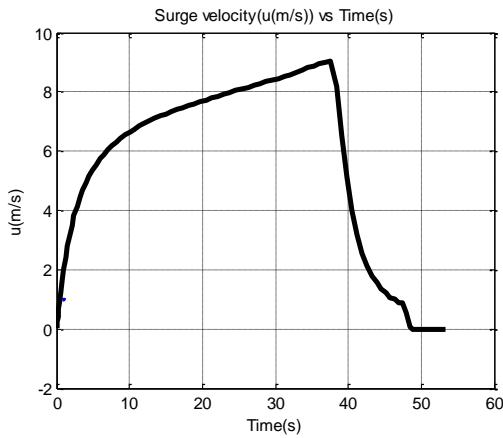
^۱ Pontryagin



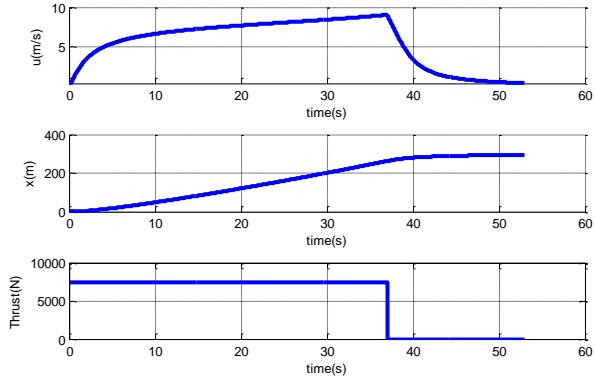
شکل ۶: منحنی مسیر شناور



شکل ۷: منحنی مکان شناور برای رسیدن به مقصد



شکل ۸: منحنی سرعت سرچ شناور بر حسب زمان



شکل ۵: نمودارهای مکان و سرعت و تراست شناور با حل تحلیلی
برای حل عددی با استفاده از فلوچارت شکل ۳، ابتدا با تشکیل تابع
هزینه الحقیقی به صورت معادله زیر داریم:

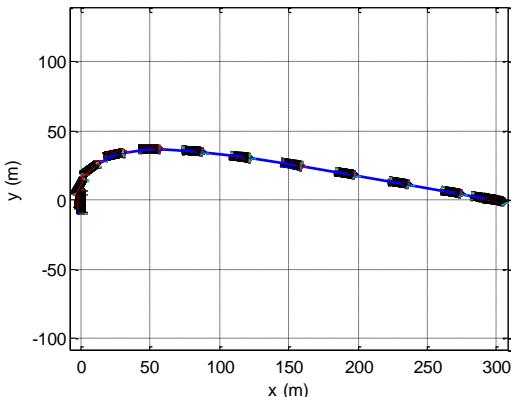
$$\begin{aligned} J_a(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = & H'(r_k) \sum_j H(h_j) \\ & + t_f + \int_0^{t_f} \left(r_k \sum_i C_i(c_i) \right) dt \end{aligned} \quad (۲۹)$$

در شکل ۶ منحنی مسیر مستقیم الخط شناور آورده شده است. در شکل ۷ نمودار مکان-زمان حرکت شناور رسم شده است. همان طور که مشاهده می شود شناور توانسته است، مبدأ مختصات تا نقطه انتهایی را در مدت زمان ۵۳ ثانیه طی کند. در شکل ۸ سرعت پیشروی شناور رسم گردیده است. مشاهده می شود که شناور از حالت سکون شروع به حرکت کرده و سرعت خود را تا حدود ۹ متر بر ثانیه افزایش داده است. برای این که شناور در مکان مقصد توقف داشته باشد، سرعت خود را کاهش داده و در مقصد متوقف گردیده است. در شکل ۹ مقدار نیروی تراست کلی برای این سناریو رسم شده است. همان طور که مشاهده می شود، شناور برای اینکه خود را در کمترین زمان ممکن به مقصد برساند، با بیش ترین مقدار تراست ممکن یعنی ۷۵۰۰ نیوتون شروع به شتاب گیری کرده است و برای اینکه در مقصد متوقف شود، از حدود ثانیه ۳۸ ام تراست صفر شده است و شناور با تنها عامل کاهش سرعت یعنی نیروی مقاومت آب توانسته سرعت خود را در انتهای به صفر برساند. این شکل بیانی از اصل بنگ-بنگ^۱ می باشد. بدین معنی که برای رسیدن در کمترین زمان ممکن، بایستی فرمان کنترلی وارد به سیستم در مدت زمان اعمال، ماکریم فرمان کنترلی بوده باشد. در این سناریو ماکریم فرمان کنترلی یعنی نیروی تراست اعمال شده و بعد از آن چون عملأً نیروی ترمزی مستقلی برای سیستم نداریم، نیروی تراست صفر شده است تا به مقصد یعنی $x = 300$ m برسیم.

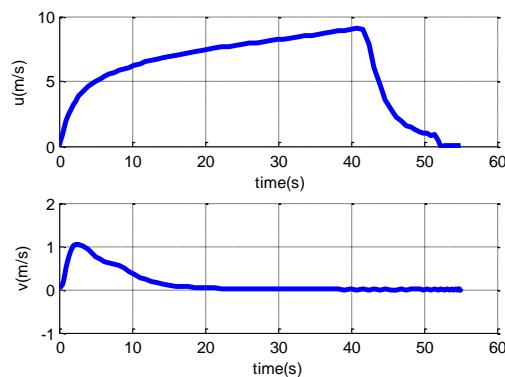
همان گونه که مشاهده می شود، نتایج حاصل از روش عددی حل مساله کنترل بهینه به روش تحلیلی بسیار نزدیک است.

^۱ Bang-bang principle

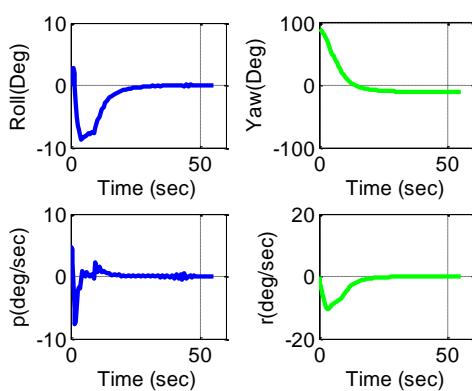
شده است. مقدار زوایا و سرعت‌های متناظر آن از مقدار مجاز تجاوز نکرده‌اند. در نهایت ورودی‌های کنترلی لازم برای این سناریو در شکل ۱۳ رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، شناور برای اینکه خود را در کمترین زمان ممکن به مقصد برساند، با بیش‌ترین مقدار پیش‌رانش ممکن یعنی 750° نیوتون شروع به شتاب گیری کرده است و برای اینکه در مقصد متوقف شود، از حدود ثانیه 40 ام پیش‌رانش صفر شده است و شناور با تنها عامل کاهش سرعت یعنی نیروی مقاومت آب توانسته سرعت خود را در انتهای صفر برساند. در این حالت نیز اصل بنگ-بنگ برقرار می‌باشد.



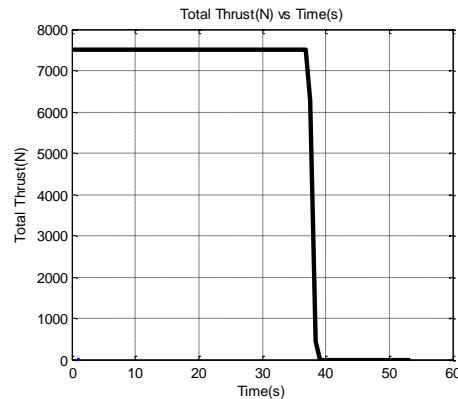
شکل ۹: منحنی سرعت سرج شناور بر حسب زمان ممکن



شکل ۱۰: نمودار مسیر حرکت شناور تا رسیدن به نقطه مقصد در کمترین زمان ممکن



شکل ۱۱: نمودار سرعت‌های خطی شناور بر حسب زمان



شکل ۱۲: نمودار زوایای رول و یاو به همراه سرعت‌های زاویه‌ای متناظر با آن رسم

۲-۴ رسیدن به مقصد در کمینه زمان ممکن با جهت گیری اولیه 90° درجه

در سناریوی قبل شناور مسیری مستقیم را برای رسیدن به نقطه نهایی طی کرد. در این قسمت برآینم که نقطه پایانی به گونه‌ای تنظیم شود که قیود غیر هولونومیک سیستم تحریک شود. یعنی شناور در مسیر طراحی به صورت نقطه‌ای دیده شود. بدین منظور همان سناریوی قبلی را تعریف می‌کنیم، با این تفاوت که زاویه جهت گیری یا اویله شناور به جای صفر درجه، 90° درجه باشد. قیود زمان و کنترل (۲۴) به همراه تابع هزینه (۲۹) برقرار است، ضمن اینکه قیودی را برای سرعت سرج و سرعت‌های زاویه‌ای رول و یاو و زاویه رول شناور و زاویه چرخش پروانه‌ها نسبت به حالت عمودی به شکل معادلات (۳۰) تا (۳۴) تعریف می‌کنیم. این قیود برای حفظ ایمنی شناور و خدمه، ایجاد پایداری و حرکتی هموار برای شناور و بر اساس نتایج تست شناور در آب‌های آرام وضع شده است.

$$u(t) \leq 20 \frac{m}{s} \quad (30)$$

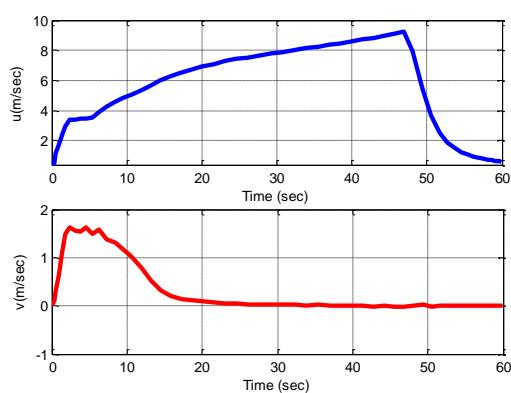
$$|p(t)| \leq \frac{10\pi}{180} \frac{rad}{s} \quad (31)$$

$$|r(t)| \leq \frac{15\pi}{180} \frac{rad}{s} \quad (32)$$

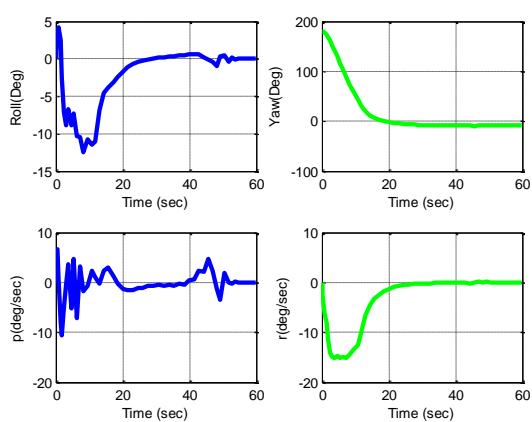
$$|\phi(t)| \leq \frac{20\pi}{180} rad \quad (33)$$

$$|\phi_p(t)| \leq 45^{\circ} \quad (34)$$

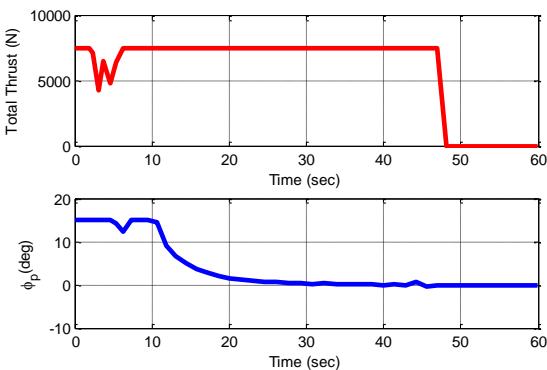
در نمودار شکل ۱۰ مسیر شناور و در شکل ۱۱ سرعت سرج و اسوی شناور رسم شده است. مشاهده می‌گردد که الگوریتم کنترلی، مسیر شناور را به گونه‌ای رقم زده است که شناور بعد از مدتی با مسیر مستقیم الخط به مقصد رسیده و در آنجا متوقف شده است. در شکل ۱۲ مقادیر زوایای رول و یاو به همراه سرعت‌های زاویه‌ای متناظر با آن رسم



شکل ۱۵: نمودار سرعت های خطی شناور بر حسب زمان



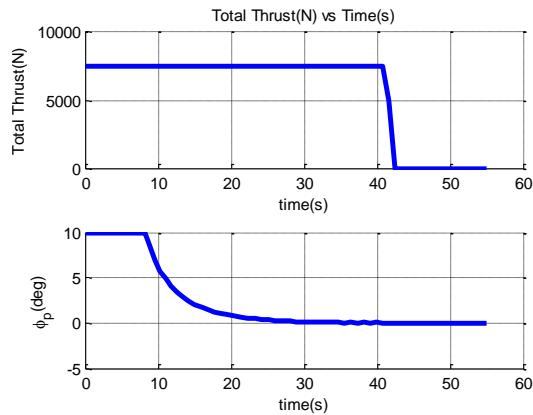
شکل ۱۶: نمودار زوایای رول و یاو به همراه سرعت های زاویه ای متضاد با آن



شکل ۱۷: نمودار ورودی های کنترلی شناور بر حسب زمان

۵- نتیجه گیری

در این مقاله مسأله طراحی مسیر بهینه برای یک شناور تندرو پروازی با استفاده از تکنیک بهینه سازی غیر مستقیم، ارائه شد. بدین منظور ابتدا معادلات فضای حالت و معادلات شبکه حالت بدست آمد و سپس با تعریف تابع هدف مطلوب، و با تعریف قیود لازم برای متغیرهای فضای حالت و کنترل و اعمال آن به تابع هزینه از روش تابع حریمه خطی توسعه یافته، با تکنیک گرادیانی سریعترین شبیب، جواب بهینه



شکل ۱۸: نمودار ورودی های کنترلی شناور بر حسب زمان

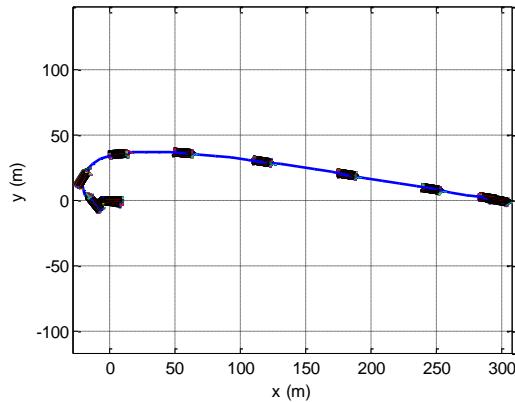
۳-۴ رسیدن به مقصد در کمینه زمان ممکن در خلاف

خط دید شناور

در این قسمت برای بررسی کارایی بیشتر فرض می شود که شناور با زاویه یاو 180° در مبدأ مختصات قرار دارد و باستی به مقصد $x=300m, y=0$ رفته و در آنجا متوقف شود. قیود زمان و کنترل به همراه تابع هزینه (۲۹) و معادلات (۳۰) تا (۳۴) همچنان برقرار است.

در شکل ۱۴ مسیر حرکت شناور رسم شده است. ملاحظه می گردد که شناور با طی یک مسیر منحنی الشکل سرانجام به صورت مستقیم الخط به نقطه مقصد رسیده است.

در شکل ۱۵ سرعت های خطی شناور و در شکل ۱۶ زوایای رول و یاو به همراه سرعت های متضاد با آن رسم شده است. رسم شده است. در شکل ۱۷ نیز مقدار ورودی های کنترلی برای رسیدن به مقصد رسم شده است. در این شکل مشاهده می شود که زاویه چرخش پروانه شناور از مقدار ۱۵ درجه شروع شده و به تدریج بعد از اینکه مقصد در راستای خط دید شناور قرار گرفت، این زاویه صفر می گردد.



شکل ۱۹: نمودار مسیر حرکت شناور تا رسیدن به نقطه مقصد در کمترین زمان ممکن در شرایط اولیه خلاف خط دید شناور

- [14] O. M. Faltinsen, *Hydrodynamics of high-speed marine vehicles*, Cambridge University Press, 2005.
- [15] T. Perez, et al., *Ship Motion Control Course Keeping and Roll stabilisation Using Rudder and Fins*, Springer London, pp. 45-58, 2005.
- [16] D. E. Kirk, *Optimal control theory: an introduction*, Dover Publications, 2004.
- [17] S. S. Rao, *Engineering optimization: theory and practice*, John Wiley & Sons, 2009.
- [18] G. Huntington, "Advancement and analysis of a Gauss pseudospectral transcription for optimal control problems," Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, United States, Massachusetts, 2007.
- [۱۹] محمد تقی قربانی، "طراحی مسیر و الگوریتم هدایت بهینه برای یک شناور تندرو پروازی،" پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۹۰.

بدست آمد. در این راستا سناریوی مینیمم زمان مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل نشان‌دهنده توانمندی روش مذکور در طراحی مسیرهای بهینه برای شناورهای تندرو پروازی است.

مراجع

- [1] K. Djouani and Y. Hamam, "Optimal constrained multi-criteria trajectory planning for ship maneuvering and control," in Second IEEE Conference on Control Applications, pp. 525-530 vol.2, 1993.
- [2] G. N. Roberts, "Trends in marine control systems," Annual Reviews in Control, vol. 32, pp. 263-269, 2008.
- [3] C. G. Kallstrom, "Autopilot and track-keeping algorithms for high-speed craft," Control Engineering Practice, vol. 8, pp. 185-190, 2000.
- [4] J. T. Betts, "Survey of numerical methods for trajectory optimization," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 21, pp. 193-207, 1998.
- [5] K. Djouani and Y. Hamam, "Minimum time-energy trajectory planning for automatic ship berthing," IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 20, pp. 4-12, 1995.
- [6] K. Avgouleas, "Optimal ship routing," MSC Thesis, Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2008.
- [7] K. Ohtsu, et al., "Minimum-time maneuvering of a ship, with wind disturbances," Control Engineering Practice, vol. 4, pp. 385-392, 1996.
- [8] N. Mizuno, et al., "Minimum time ship maneuvering method using neural network and nonlinear model predictive compensator," Control Engineering Practice, vol. 15, pp. 757-765, 2007.
- [9] X. D. Cheng, et al., "Trajectory Optimization for Ship Collision Avoidance System Using Genetic Algorithm," in OCEANS 2006 - Asia Pacific, pp. 1-5, 2006.
- [10] J. B. Escario, et al., "Optimization of autonomous ship maneuvers applying swarm intelligence," in 2010 IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics (SMC), pp. 2603-2610, 2010.
- [11] T. I. Fossen, *Guidance and control of ocean vehicles*, Wiley, 1994.
- [12] T. I. Fossen, *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*, John Wiley & Sons, 2011.
- [13] E. M. Lewandowski, *The dynamics of marine craft: maneuvering and seakeeping*, World Scientific, 2004.

طراحی کنترل کننده حداقل واریانس با استفاده از مدل VARX

یوسف علیپوری^۱، جواد پشتان^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، alipouri_yousef@elec.iust.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، jposhtan@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۸/۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۹/۳۰)

چکیده: در بسیاری از کاربردهای صنعتی رسیدن به حداقل واریانس در خروجی تضمین کننده کارایی سیستم و موجب بهره وری بالا و کاهش مصرف انرژی است. از این‌رو، موضوع حداقل واریانس موضوعی مهم در مهندسی کنترل محسوب می‌شود. از نظر تئوری کنترل حداقل واریانس کنترل بهینه‌ای است که می‌تواند حداقل واریانس ممکن را تضمین کند. با این وجود، استفاده از این کنترل کننده با محدودیت‌هایی همراه است که مهمترین این محدودیت‌ها، نیاز کنترل کننده به مدلی دقیق از سیستم و اغتشاش است. مدل‌سازی سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی (MIMO) به علت وجود وابستگی بین حلقه‌ها به سادگی نوع تک ورودی-تک خروجی (SISO) نیست. از طرف دیگر وجود اغتشاشات بر این پیچیدگی می‌افزاید. در این مقاله از مدل VARX (Vector ARX) برای شناسایی همزمان سیستم و اغتشاش استفاده شده است. سپس مدل بدست آمده اساس کار طراحی کنترل کننده حداقل واریانس قرار گرفته است. استفاده از مدل شناسایی شده VARX (با استفاده از داده‌های معمول از کار سیستم) برای طراحی کنترل کننده، روش پیشنهادی را برای کاربردهای صنعتی مناسب می‌سازد. روش پیشنهاد شده بر روی سیستم آزمایشگاهی ^۴ تانک، که سیستمی غیرخطی است، به صورت عملی امتحان شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهند که با استفاده از این نوع مدل می‌توان کنترل کننده حداقل واریانس برای سیستم MIMO طراحی کرد که به مدل دقیق از سیستم نیاز نداشته باشد و با این وجود، دقت آن در رسیدن به حداقل واریانس در مقایسه با روش دقیق اما پیچیده و مبتنی بر مدل ماتریس اینترکتو، قابل قبول باشد. به علاوه، دقت روش پیشنهادی (مبتنی بر VARX) در رسیدن به حداقل واریانس، نسبت به روش مشابه تحلیل سری زمانی چند متغیره (مبتنی بر VAR) نیز برتری دارد.

کلمات کلیدی: کنترل کننده حداقل واریانس، مدل VARX، مدل‌سازی سیستم و اغتشاش، روش سری‌های زمانی، سیستم ^۴ تانک.

Designing Minimum Variance Controller using VARX Model

Yusef Alipouri, Javad Poshtan

Abstract: In most industrial applications, attaining minimum output variance certifies the efficiency of system and results in increasing productivity and decreasing energy consuming. Therefore, minimum variance index is considered as one of the main subjects in control engineering field. A minimum variance controller is an optimal controller that provides (theoretically) the minimum possible variance. Designing this controller, however, requires exact models of both the system and disturbance. Due to existence of interactions among loops, modeling MIMO systems is often complicated. Existence of disturbance is another reason for this complication. In this paper, in order to avoid the need for an analytical model of system, VARX model has been used to simultaneous identification of the plant and disturbance. Then, the estimated model is used for designing a minimum variance controller. In this method, operating data of inputs and outputs of the system are the only requirements for identification of the VARX model. The proposed method has been tested on an experimental benchmark such as a four-tank system which has a nonlinear

behavior. The investigation results show that a minimum variance controller can be designed, based on an identified VARX model, for a MIMO system, without any need for an exact model of the system, while at the same time, capable of providing an acceptable minimum variance compared to that precisely obtained using the model-based "Interactor-Matrix" method.

Keywords: Minimum variance controller, VARX model, Modeling plant and disturbance, Time series method, Quadruple-tank benchmark.

در رابطه (۱)، \bar{y} میانگین داده‌های خروجی، N تعداد کل نمونه‌ها و (k) نمونه k م خروجی است. برای سیستم‌های با چند خروجی واریانس کل برابر حاصل جمع واریانس تک تک حلقه‌ها تعريف می‌شود. پایه و اساس معیار حداقل واریانس (شاخص هریس) از شروع نظریه کنترل کننده حداقل واریانس در سال ۱۹۷۰ توسط آستروم و بکس [۲]، جنکینس^۱ [۳] شروع شد. در این نظریه با دانستن مدل سیستم و مدل اغتشاش می‌توان کنترلی طراحی نمود که منجر به حداقل واریانس شود. نشان داده است که این کنترل کننده در چه شرایطی حداقل واریانس ممکن را تولید می‌کند [۴]. با وجود اینکه سال‌هاست از معرفی این کنترل کننده گذشته، اما هنوز این روش با چندین مشکل اساسی رو به‌روست. این روش به مدل دقیقی از سیستم و اغتشاش نیاز دارد و تولید سیگنال‌های کنترلی خشنی می‌کند که محرک‌ها توانایی اجرای آن‌ها را ندارند. این مشکلات محققان را بر آن داشت که به سراغ روش‌هایی که بتوانند این مشکلات را تقیل دهنند، باشند. مهمترین این مشکلات، نیاز این کنترل کننده به اطلاعات کامل از سیستم و اغتشاش است. مدل سازی سیستم و اغتشاش پیچیدگی‌های خاص خود را دارد زیرا که بدست آوردن مدل سیستم برای سیستم‌های چند رودی-چندخروجی کار ساده‌ای نیست. وجود اغتشاشات بزرگ نیز بر مشکلات مدل‌سازی می‌افزاید. از طرف دیگر در صنعت روش‌هایی مورد نیاز است که بتوانند بدون نیاز به اطلاعات سیستم و نویز در مورد حالات بهینه تصمیم‌گیری کنند.

برای تعیین حداقل واریانس چندین روش (علاوه بر کنترل کننده حداقل واریانس) مطرح شده است که روش ماتریس اینترکتور^۲ [۵] و روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره [۶] از روش‌های شاخص در این زمینه هستند. در این دو روش دیگر نیاز به اعمال کنترل کننده برای یافتن حداقل واریانس نیست و با استفاده از خروجی سیستم و مدل دقیق از حداقل واریانس را تخمین زد. روش سری زمانی مشابه سیستم می‌توان حداقل واریانس را تخمین زد. روش در مورد مقدار بهینه حداقل روش ماتریس اینترکتور بدون استفاده از کنترل کننده مقدار بهینه حداقل واریانس را تخمین می‌زند. روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره با استفاده از داده‌های خروجی سیستم، مدل‌سازی و تحلیل مدل بدست آمده، به مقدار حداقل واریانس می‌رسد. این روش در سال ۱۹۷۸ توسط

۱- مقدمه

هدف اصلی در مهندسی کنترل طراحی کنترل کننده‌ای است که موجب تولید خروجی با بهترین کیفیت و کمترین هزینه با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود شود. طراحی، تنظیم و اجرای کنترل کننده قدم اصلی در این عرصه است. چندین معیار مثل معیار حداقل واریانس و بسیاری از معیارهای عملکردی دیگر همچون زمان جهش، درصد فراجهش و خطای ماندگار برای ارزیابی عملکرد کنترل کننده معروف شده‌اند. پرکاربردترین این معیارها در محیط صنعتی، معیار حداقل واریانس است. نتیجه تحقیق [۱] اهمیت این معیار را بیشتر نمایان می‌کند. در این تحقیق بیان شده است که معیار مینیمم واریانس حدود ۶۰٪ از CPM (تعیین بهره‌وری حلقة) استفاده شده در صنعت را به خود اختصاص داده است. از بین معیارهای مطرح شده، معیار واریانس خروجی بسیار مرتبط با کیفیت محصول تولیدی و مصرف انرژی است. این معیار پایداری کیفیت محصول را تضمین می‌کند، بنابراین در بسیاری از کاربردهای صنعتی هدف کاهش میزان نوسانات در خروجی است.

اغتشاشات تصادفی مانع از حذف کامل تغییرات و به صفر رساندن نوسانات در خروجی می‌شوند از این رو مسئله اساسی در بررسی مسئله حداقل واریانس تعیین میزان حداقل واریانس قابل دسترسی (معیار حداقل واریانس) است. به عبارت دیگر با لحاظ کردن اثر نویز و اغتشاش تا چه میزان نوسانات در خروجی را می‌توان کاهش داد. بهترین روش در این زمینه، روشی است که اطلاعات کمتری از سیستم را نیاز داشته باشد و بتواند با تحلیل داده‌های حلقة بسته میزان حداقل واریانس را تعیین کند. هر روشی که بتواند با اطلاعات کمتر و در عین حال با دقت بیشتری معیار حداقل واریانس را تعیین کند از اولویت بیشتری برخوردار است. عملی بودن روش‌ها در محیط‌های صنعتی محدودیت دیگری است، بنابراین روش‌های پیشنهاد شده باید قابلیت پیاده سازی در محیط صنعتی را نیز دارا باشند.

در معیار حداقل واریانس هدف رسیدن به حداقل واریانس ممکن در خروجی است از این رو تحلیل اثرات اغتشاش و نویز چالش اصلی می‌باشد. واریانس سیگنال خروجی $y(k)$, $k = 1, \dots, N$ به صورت (۱) تعریف می‌شود.

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y})^2, \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k) \quad (1)$$

¹ Box and Jenkins

² interactor

سیستم و اغتشاش می‌توان استفاده کرد. یکی از روش‌های موجود در مدل کردن سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی استفاده از روش‌های تک ورودی – تک خروجی است یعنی استفاده از چندین مدل ARMAX جدا از هم است [۱۶]. این روش ساده بوده اما دقت بسیار کمی دارد. مدل کردن سیستم چند ورودی-چند خروجی به روش تک ورودی-تک خروجی نه تنها وابستگی بین حلقه‌ها را نادیده می‌گیرد بلکه موجب می‌شود که برای هر حلقه کنترلی، کنترل کننده‌ای جدا طراحی و استفاده شود. مطمئناً بهترین روش برای شناسایی و کنترل سیستم MIMO نگاه به آن به صورت چند ورودی-چند خروجی و بدون پیش فرض جداسازی حلقه‌هاست. روش دیگر بدست آوردن ماتریس تابع تبدیل سیستم و اغتشاش یا استفاده از فضای حالت است. محاسبه ماتریس تابع تبدیل نیز پیچیدگی‌های خاص خود را دارد از این‌رو در این نوع مدل‌سازی معمولاً تابع تبدیل با درجات کم (۱ یا ۲) در نظر گرفته می‌شود که خود موجب کاهش دقت می‌شود. این مدل معمولاً از اطلاعات فیزیکی حاکم بر سیستم بدست می‌آید. باید توجه داشت که معادلات فیزیکی برای بسیاری از سیستم‌ها قابل دسترس نیست و علاوه بر این در بدست آوردن چنین معادلاتی فرض‌ها و تقریب‌های فراوانی استفاده می‌شود. برای مدل‌سازی سیستم‌های غیر خطی چند ورودی-چند خروجی مشکلات حادتر می‌شود. معمول‌ترین روشی که برای این نوع سیستم‌ها وجود دارد شبکه عصبی [۱۷]، روش‌های فازی [۱۸ و ۱۹] و روش‌های NARMAX [۲۱] است. این مدل‌ها به صورت برخط باید قادر به مدل کردن دقیق سیستم باشند. حتی اگر فرض کنیم این بخش با دقت قابل انجام باشد، این روش‌ها با یک مشکل دیگر مواجه می‌شوند. در این مدل‌ها رابطه مستقیم ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم مشخص نیست و بنابراین طراحی کنترل-کننده حداقل واریانس نمی‌تواند به آسانی انجام گیرد.

در روش پیشنهاد شده در این مقاله نوع توسعه یافته روش ARX برای سیستم چند ورودی-چند خروجی پیشنهاد شده است. هدف اصلی در روش پیشنهادی افزایش دقت به همراه عملی تر ساختن روش کنترل کننده حداقل واریانس برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی است. در این روش جدا کردن حلقه‌ها لازم نیست و از طرفی دیگر نیاز به حذف کردن یا جدا کردن اطلاعات اغتشاش از داده‌ها نمی‌باشد و اغتشاشات به همراه و همزمان با سیستم شناسایی می‌شوند. در این روش تنها به داده‌های معمول حلقه مورد نیاز است دارد و نیازی به باز کردن حلقه و انجام تست‌های دیگر بر روی سیستم وجود ندارد. این ویژگی موجب می‌شود که کار روزانه حلقه و سیستم متوقف نشود که می‌تواند برای کاربردهای صنعتی بسیار حائز اهمیت باشد. در روش پیشنهاد شده در این مقاله تنها کافیست که از ورودی و خروجی سیستم نمونه برداری شده تا داده‌های حاصل شده از آن توسط مدل VARX تحلیل شود. سپس با استفاده از مدل بدست آمده کنترل کننده حداقل واریانس طراحی می‌شود. دقت این مدل بیشتر از ماتریس سیستم، فضای حالت و روش‌های تک متغیره است. به علاوه، با وجود اینکه VARX یک مدل خطی است، اما توانایی مدل

دوریس [۶] معرفی گردید. ویژگی این روش در این است که نیاز به هیچ اطلاعاتی از سیستم ندارد. در واقع می‌توان گفت که این روش تنها روشی است که هیچ اطلاعاتی از سیستم و اغتشاش را نیاز ندارد و حتی به باز کردن حلقه هم نیاز نیست و می‌توان آن را جزء عملی ترین روش‌های ارائه شده در این زمینه دانست اما سال‌ها بعد معلوم گردید که این روش یک مشکل اساسی دارد و آن دقت روش است. بدليل استفاده نکردن از مدل سیستم و اغتشاش در محاسبات این روش با مشکل تخمین مقدار دقیق حداقل واریانس روبه‌رو بود. با وجود این مشکل، این روش تا به امروز استفاده شده و تحقیقات زیاد بر روی آن انجام گرفته و این بدليل عملی بودن روش در محیط‌های صنعتی بوده است. از اواسط سال ۱۹۹۰ تحقیقات به سمت تعیین حداقل واریانس سیستم MIMO کشیده شد. در سال ۱۹۹۷ موضوعی با نام ماتریس اینترکتور توسط هانگ^۱ [۵] مطرح شد که اساس کار شاخص عملکرد چندورودی- چند خروجی قرار گرفت. این روش برای جبران نواقص موجود در روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره مطرح شد. به کمک این روش دقت تعیین شاخص مینیمم واریانس افزایش می‌یابد ولی پیچیدگی روش نیز به مراتب بیشتر می‌شود نشان داده شده است که روش ماتریس اینترکتور روشی بسیار دقیق در تخمین مقدار حداقل واریانس است ولی این روش چندین مشکل اساسی دارد از جمله (۱) این روش به مدلی دقیق از سیستم چند دارد (۲) کنترل کننده‌ای که بتواند حداقل واریانس را تولید کند را معرفی نمی‌کند (۳) نیاز به محاسبات پیچیده و وقت‌گیر زیادی دارد (چندین الگوریتم برای بدست آوردن ماتریس اینترکتور معرفی شده است) (۴-۷). روش محاسبه وابسته به مدل سیستم است بنابراین پیاده سازی روش‌های مبتنی بر ماتریس اینترکتور در محیط صنعتی بسیار مشکل خواهد بود. تعیین مقادیر این ماتریس نیز به چالشی بزرگ در تعیین شاخص حداقل واریانس تبدیل شده است. از این‌رو تلاش‌های فراوان صورت گرفت تا بتوان محاسبه این ماتریس را تا حد ممکن کاهش داد یا به طور کلی حذف کرد [۱۰-۱۵] که مطمئناً حذف آن به کاهش دقت منجر خواهد شد. این مشکلات باعث شد که این روش چندان عملی نگردد و چندان استفاده‌ای از آن در صنعت صورت نگیرد. امروزه در بحث حداقل واریانس محققان به دنبال روشی هستند که کمترین نیاز را به ماتریش اینترکتور داشته باشد و در عین حال دقیق بوده و قابلیت اجرا در محیط صنعتی را داشته باشد. برای اجتناب از محاسبه ماتریس اینترکتور یکی از موثرترین راه‌ها تقویت کردن روش‌های کنترل کننده حداقل واریانس و روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره و تلاش برای برطرف کردن ضعف آن‌هاست.

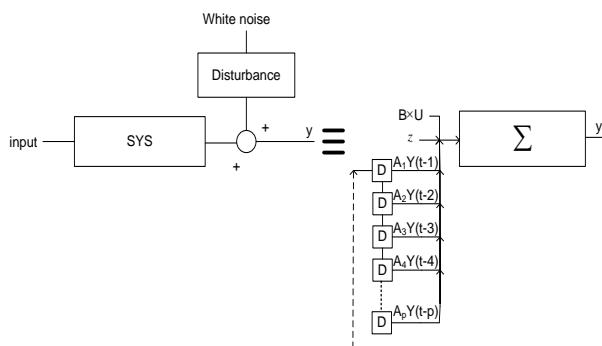
مشکل اصلی اکثر روش‌های پیشنهاد شده برای تعیین حداقل واریانس نیاز داشتن به مدل دقیق از سیستم و اغتشاش است. برای سیستم‌های تک ورودی-تک خروجی روش‌های مدل‌سازی و شناسایی متنوع هستند، به عنوان مثال در سیستم SISO از مدل‌های خطی ARMAX برای مدل‌سازی

^۱ Huang

$$\begin{aligned} \underline{Y}(t) &= \sum_{i=1}^p A_i \underline{Y}(t-i) + \underline{z} + \underline{\varepsilon}(t) = A_1 \underline{Y}(t-1) + A_2 \underline{Y}(t-2) + \dots \\ &\quad + A_p \underline{Y}(t-p) + \underline{z} + \underline{\varepsilon}(t) \\ A_i &= \begin{bmatrix} a_{11}^i & \dots & a_{1n}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^i & \dots & a_{nn}^i \end{bmatrix}, \quad \underline{Y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix}, \quad (6) \\ \underline{\varepsilon}(t) &= \begin{bmatrix} e_{11}(t) & \dots & e_{n1}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{1n}(t) & \dots & e_{nn}(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

در (6) پارامترهای p درجه مدل، n تعداد سری، z_i مقدار متوسط سری (اگر میانگین سری حذف نشده باشد) و $\underline{Y}(t)$ برداری از مقادیر خروجی-ها در لحظه t و $(\underline{\varepsilon}(t))$ خطای مدل‌سازی در لحظه t هستند. a_{jk}^i پارامترهای ثابت و مجهول مدل هستند که مقادیر آنها باید توسط الگوریتم مناسب تعیین گردد [۲۲ و ۲۳].

مدل VARX نوع توسعه یافته و چندمتغیره ARX است که برای مدل‌سازی سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی به تازگی بکار گرفته شده است [۲۴-۲۶]. در این نوع مدل، سیستم اصلی به همراه اغتشاش وارد شده به آن با استفاده از مدل VARX مدل می‌شود (شکل ۱).



شکل ۱: مدل VARX برای مدل‌سازی همزمان سیستم و اغتشاش

شکل (۱) ورودی‌ها و خروجی‌های مدل VARX را نمایش می‌دهد که جهت مدل‌سازی توان سیستم و اغتشاش استفاده شده است.

مشابه مدل VAR می‌توان مدل VARX را به صورت زیر تعریف کرد.

$$\underline{Y}(t) = \sum_{i=1}^p A_i \underline{Y}(t-i) + \sum_{i=0}^d B_i \underline{U}(t-i) + \underline{z} + \underline{\varepsilon}(t) = A_1 \underline{Y}(t-1) + \dots + A_p \underline{Y}(t-p) + B_0 \underline{U}(t-1) + \dots + B_d \underline{U}(t-d) + \underline{z} + \underline{\varepsilon}(t) \quad (7)$$

این مدل مشابه مدل VAR است (رابطه ۶) و فقط قسمت ورودی به آن اضافه شده است.

از ویژگی‌های اصلی مدل VARX می‌توان به این موارد اشاره کرد که این مدل وابستگی موجود در سیستم چند ورودی-چند خروجی را نیز مدل می‌کند، توانایی مدل کردن برخی سیستم‌های غیر خطی را، اگر به خوبی شناسایی شده باشد، را دارد، اما از طرف دیگر این مدل دارای پارامترهای مجهول فراوانی است. اگر درجه مدل ۳۰ و تعداد خروجی‌ها ۵ باشد دراین صورت باید مقادیر ۷۵۵ پارامتر به صورت دقیق تخمین زده شوند. تخمین دقیق پارامترهای این نوع مدل را مشکل اصلی استفاده از آن می-

کردن سیستم‌های غیر خطی را اگر به خوبی شناسایی شده باشد را دارد. در این مدل، رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت مستقیم تعریف می‌شود بنابراین طراحی کنترل کننده نیز به سادگی ممکن می‌شود. در این مقاله فرض می‌شود اغتشاشات با دامنه بزرگ بر سیستم اثر می‌گذارند و عملکرد حلقه را شدیداً تحت تاثیر خود قرار می‌دهند. همچنین فرض شده است که هیچ اطلاعاتی از اغتشاشی که بر سیستم اثر می‌گذارد در دسترس نیست.

در ادامه، مدل VARX توضیح داده خواهد شد. در قسمت ۳ روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره به طور خلاصه معرفی خواهد شد. در قسمت ۴ کنترل کننده حداقل واریانس به کمک مدل VARX بدست خواهد آمد. در فصل ۵ شبیه سازی و نتایج حاصل از امتحان کنترل کننده بر روی سه سیستم معیار خطی و سیستم معیار غیر خطی آزمایشگاهی ۴ تانک ارائه خواهد شد. در فصل آخر نتیجه گیری از کل مطالب ارائه خواهد شد.

۲- مدل VAR/VARX

مدل‌های VAR و VARX توسعه یافته مدل‌های تک متغیره AR و ARX هستند. مدل AR برای مدل کردن سری‌های زمانی و ARX برای مدل کردن سیستم‌ها استفاده می‌شود. مدل ARX را می‌توان به صورت باز شده در رابطه (۲) مشاهده کرد.

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_p y(t-p) = b_1 u(t-1) + \dots + b_d u(t-d) + e(t) \quad (2)$$

که $e(t)$ نویز سفید است که بیانگر خطای مدل‌سازی نیز می‌باشد، p و d به ترتیب حداکثر درجه تاخیر خروجی و ورودی در مدل هستند. a_i و b_i ضرایب ثابت مجهول هستند. ماتریس ضرایب $A(q), B(q)$ را می‌توان به صورت رابطه (۳) تعریف کرد.

$$\begin{aligned} A(q)y(t) &= B(q)u(t) + e(t) \\ A(q) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_p q^{-p}. \\ B(q) &= 1 + b_1 q^{-1} + \dots + b_d q^{-d} \end{aligned} \quad (3)$$

این مدل دارای پارامترهای مجهولی است که مقادیر آن‌ها باید توسط الگوریتم مناسبی تخمین زده شود.

$$\theta = [a_1 \ a_2 \dots a_p \ b_1 \dots b_d]^T \quad (4)$$

اگر در مدل ARX ورودی u حذف شود مدل AR بدست خواهد آمد.

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_p y(t-p) = e(t). \quad (5)$$

اگر در رابطه (۵) ضرایب مجهول a_i به ماتریس‌های مجهول A_i و داده‌های $y(t)$ به بردار $\underline{Y}(t)$ تبدیل شود انگاه مدل AR به مدل VAR توسعه می‌یابد. رابطه (۶) مدل VAR را نمایش می‌دهد [۶].

روش ماتریس اینترکتور روشی است که نیاز به مقدمه و توضیحات اولیه دارد بنابراین از توضیحات بیشتر در مورد این روش اجتناب می‌کنیم در صورت نیاز به مرچع [۱۰] و [۱۱] رجوع شود.

توان داشت. از این رو روش‌های سیار برای تخمین پارامترها به تازگی پیشنهاد شده‌اند [۲۲ و ۲۳]. برای مدل‌سازی در این مقاله از الگوریتم Maximum Likelihood (ML) استفاده شده است.

رابطه (۷) را می‌توان با فرض (۸) به فرم بسته (۹) نوشت.

$$\phi_i = A_i \quad 1 \leq i \leq p \quad (8)$$

$$\underline{Y}(t) = \phi_1 \underline{Y}(t-1) + \dots + \phi_p \underline{Y}(t-p) + \underline{\zeta} + B(q^{-1}) \underline{U}(t) + \underline{\varepsilon}(t) \quad (9)$$

$$\underline{Y}(t) = \phi(q^{-1}) \underline{Y}(t-1) + B(q^{-1}) \underline{U}(t-1) + \underline{\varepsilon}(t) + \underline{\zeta} \quad (9)$$

که

$$\phi(q^{-1}) = \phi_1 + \dots + \phi_p q^{-p+1}$$

$$B(q^{-1}) = B_1 + \dots + B_d q^{-d+1}$$

با استفاده از این رابطه می‌توان کنترل کننده حداقل واریانس را بدست آورده.

۴- طراحی کنترل کننده حداقل واریانس

برای رسیدن به حداقل واریانس باید رابطه (۱۲) حداقل گردد.

$$J = E[\{r - \underline{Y}(t)\}^2], \quad 1 \leq t \leq t_{total} \quad (12)$$

در این رابطه r بیانگر ورودی مبنایست و t_{total} بیانگر کل زمان نمونه برداری شده است. در کنترل کننده رگولاًتوری ورودی مبنای صفر فرض می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$J = E[\underline{Y}^2(t)], \quad 1 \leq t \leq t_{total} \quad (13)$$

حال می‌توان از مدل شناسایی شده VARX (رابطه (۹)) برای رسیدن به حداقل واریانس استفاده کرد.

$$\begin{aligned} \min_{u(t)} J(t) &= \min_{u(t)} E[\underline{Y}^2(t)] \\ &= \min_{u(t)} E[\phi(q^{-1}) \underline{Y}(t-1) + B(q^{-1}) \underline{U}(t-1) + \underline{\zeta} + \underline{\varepsilon}(t)]^2 \end{aligned} \quad (14)$$

برای حداقل ساختنتابع هزینه فوق می‌توان سیگنال کنترل را به صورت زیر بدست آورد.

$$\underline{U}(t) = -B(q^{-1})^{-1} \times [\phi(q^{-1}) \underline{Y}(t) + \underline{\zeta}] \Rightarrow \min_{u(t)} J(t) = E[\underline{\varepsilon}(t)^2] \quad (15)$$

بنابراین \underline{U} (سیگنال کنترلی) بدست آمده می‌تواند موجب کم شدن نوسانات خروجی شود هر چند این نوسانات به دلیل وجود ترم نویز $\underline{\varepsilon}(t)$ نمی‌تواند به طور کامل حذف شود. طبق رابطه (۱۵) کمترین واریانسی که در خروجی می‌توان رسید برابر با واریانس خطای تخمین است.

فرض می‌کنیم (۱۶) رابطه گسسته حاکم بر دینامیک سیستم باشد که G و G_d توابع تبدیل مربوط به ورودی و اغتشاش هستند.

$$\underline{Y}(t+1) = G\underline{U}(t) + G_d \underline{v}(t) \quad (16)$$

با قرار دادن U از رابطه (۱۵) و $\underline{Y}(t)$ از رابطه (۹) در (۱۶) رابطه (۱۷) بدست می‌آید.

$$\underline{Y}(t+1) = G(-B(q^{-1})^{-1} \times [\phi(q^{-1}) \underline{Y}(t) + \underline{\zeta}]) + G_d \underline{v}(t) \quad (17)$$

اگر مدل VARX تخمین دقیقی از این سیستم باشد با استفاده از رابطه (۹) و مقایسه آن با رابطه (۱۶) می‌توان چنین نوشت:

$$G = \frac{B(q^{-1})}{(I_n - q^{-1}\phi(q^{-1}))}. \quad (18)$$

با جایگذاری رابطه بالا در رابطه (۱۷) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (I_n - q^{-1}\phi(q^{-1}))\underline{Y}(t+1) &= -[\phi(q^{-1}) \underline{Y}(t) + \underline{\zeta}] + G_d \underline{v}(t) \\ &\Downarrow \\ \underline{Y}(t+1) &= -\underline{\zeta} + G_d \underline{v}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

در عبارت فوق یک باید برابر مقدار میانگین اغتشاش باشد و به این ترتیب مقدار میانگین حاصل از اغتشاش حذف می‌شود. بنابراین واریانس خروجی برابر خواهد بود با:

$$\sigma_y^2 = E[(-b + G_d v(t))^2] \quad (20)$$

۳- روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره

اگر مدلی (VAR) به صورت (۱۰) برای سری زمانی چند متغیره، با استفاده از روش‌های شرح داده شده در فصل قبل، تخمین زده شده باشد:

$$\underline{Y}(t) = \phi \underline{Y}(t-1) + \underline{\varepsilon}(t), \quad m \langle n \quad (10)$$

می‌توان واریانس (۱۱) را با استفاده از رابطه (۱) محاسبه کرد.

$$\text{var}_{\min}(\underline{Y}) = E[\underline{\varepsilon}(t)^2] \quad (11)$$

به عبارتی حداقل واریانس خروجی برابر با واریانس خطای مدل‌سازی است [۶].

دیده می‌شود که در روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره تنها نیاز به مدلی از سری زمانی وجود دارد و هیچ نیازی به باز کردن حلقه و یا اطلاعات سیستم و اغتشاش نیست، بنابراین روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره روشی بسیار ساده و عملی برای بدست آوردن شاخص‌حداقل واریانس است. روش پیشنهاد شده روش تکمیل شده روش تحلیل سری زمانی چند متغیره است که به جای استفاده از مدل VAR از مدل VARX استفاده می‌کند، بنابراین علاوه بر داده‌های خروجی سیستم از داده‌های سیگنال کنترل نیز برای مدل‌سازی استفاده می‌کند. تفاوت اصلی دو روش (روش پیشنهاد شده و روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره) در این است که در روش پیشنهاد شده کنترل کننده بهینه‌ای با استفاده از مدل VARX طراحی می‌شود ولی در روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی تنها از روی مدل VAR و با استفاده از رابطه (۱۱) حداقل واریانس تخمین زده می‌شود. نتایج نشان دهنده برتری روش پیشنهادی نسبت به روش تحلیلی سری زمانی چند متغیره در تعیین حداقل واریانس است. علاوه براین در روش پیشنهادی علاوه بر تعیین حداقل واریانس روش رسیدن به حداقل واریانس نیز مشخص می‌شود. این مورد در دو روش تحلیل سری زمانی چند متغیره و روش ماتریس اینترکتور وجود ندارد.

سیستم اول از مرجع [۳۰] گرفته شده است. مدل سیستم و اغتشاش در [۲۱] آورده شده است. فرض بر آن است که در شبیه سازی هیچ اطلاعاتی از سیستم و اغتشاش در دسترس نیست به جزء دادهای خروجی سیستم که در شکل ۳ رسم شده است. اغتشاش، نویز سفید گوسی چند متغیره با میانگین صفر و واریانس I_n می باشد.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{q^{-1}}{1-0.4q^{-1}} & \frac{q^{-2}}{1-0.1q^{-1}} \\ \frac{0.3q^{-1}}{1-0.1q^{-1}} & \frac{q^{-2}}{1-0.8q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -0.6 \\ \frac{1-0.5q^{-1}}{1-0.5q^{-1}} & \frac{1}{1-0.5q^{-1}} \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

با استفاده از الگوریتم ML مدل VARX تخمین زده شده است (جدول ۱). پس از بدست آوردن مدل VARX با استفاده از رابطه (۱۵) می توان کنترل کننده حداقل واریانس را بدست آورد و بعد از اعمال کنترل کننده، خروجی سیستم به صورت شکل ۴ بدست می آید. در نتیجه مقدار حداقل واریانس ممکن را می توان از محاسبه واریانس خروجی حاصله با استفاده از رابطه (۱) بدست آورد.

$$\min_{u(t)} J = \text{trace}(\text{var}\{y(t)\}) = 1.6057 + 1.4258 = 3.031 \quad (22)$$

↔ ↔ ↔ ↔

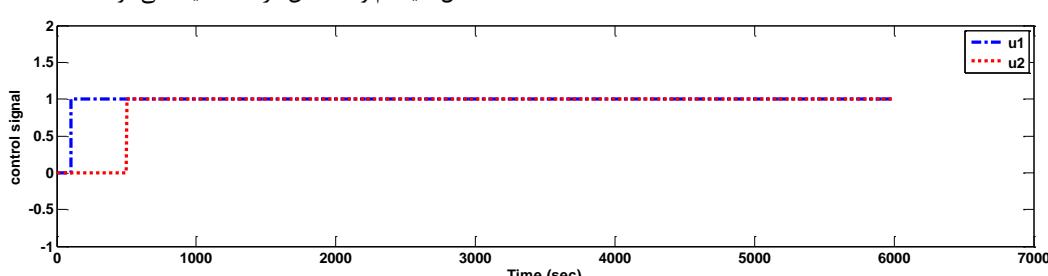
واریانس حلقه ۲ واریانس حلقه ۱

در رابطه (۲۲) بیانگر جمع عناصر بر روی قطر اصلی و $\text{var}\{y(t)\}$ بیانگر ماتریس واریانس $y(t)$ است. مقدار دقیق واریانس، برای همین سیستم که از روش ماتریس اینترکتور بدست آمده است، برابر ۲.۹۹۹۰ می باشد. در مقاله [۳۰] گزارش شده است. روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره میزان حداقل واریانس روش دارد. بنا براین باید سیستم با یک ورودی مناسب تحریک شود. مقدار دقیق ناچیز بوده و با در نظر گرفتن وجود اغتشاشات بزرگ، نتیجه بسیار قابل قبول است. همین روال را می توان بر روی دو سیستم دیگر نیز انجام داد. سیستم بعدی بر گرفته از مرجع [۳۱] می باشد که مدل سیستم و اغتشاش در (۲۳) دیده می شود.

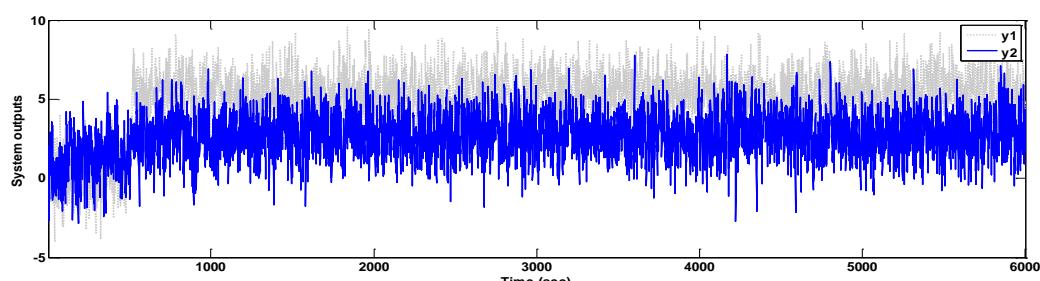
طبق رابطه (۲۰) مقدار حداقل واریانس بدست آمده از کنترل کننده حداقل واریانس برابر واریانس اغتشاش اعمال شده بر روی سیستم است. این دقیقاً همان نتیجه ای است که از روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره (رابطه (۱۱)) بدست آمده است. بنابراین روش پیشنهادی را می توان توسعه یافته روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره دانست. نتایج نشان دهنده برتری روش پیشنهادی نسبت به روش تحلیل سری زمانی چند متغیره دارد. در قسمت بعدی نتایج بدست آمده دقت سه روش تحلیل سری زمانی چند متغیره، ماتریس اینترکتور و روش پیشنهادی مقایسه خواهد شد.

۱-۵ نتایج شبیه سازی

برای نشان دادن توانایی روش پیشنهاد شده، سه سیستم MIMO خطی از مراجع مختلف در نظر گرفته شده است. این سیستمها بسیار پر کاربرد در زمینه حداقل واریانس هستند. میزان واریانس خروجی در این سه سیستم به اندازه کافی بزرگ انتخاب شده است که کار مدل سازی را سخت و پیچیده می کند. در قدم اول باید مدلی دقیق برای سیستم تخمین زده شود. از آنچه ای که مدل VARX همانند مدل ARX برای رسیدن به دقت کافی نیاز به درجات بالایی دارد، در این قسمت هر مدل از درجه ۳۰ در نظر گرفته شده است. برای تخمین این پارامترهای مجهول نیاز به داده هایی از ورودی و خروجی های سیستم وجود دارد. بنابراین باید سیستم با یک ورودی مناسب تحریک شود. سیگنال تحریک پله (شکل ۲) برای بدست آوردن داده های شناسایی به سیستم اعمال و خروجی ها مربوط به آن ضبط می شوند. می توان از داده های کاری معمول سیستم نیز استفاده کرد (اگر به قدر کافی غنی باشند). نتایج بدست آمده از کنترل کننده حداقل واریانس با نتایج بدست آمده از روش ماتریس اینترکتور و روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره مقایسه شده است.



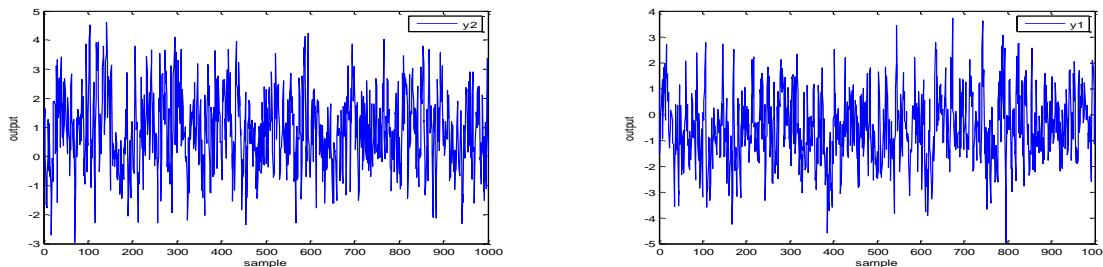
شکل ۲: سیگنال تحریک سیستم



شکل ۳: خروجی سیستم (۲۱)

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مدل VARX برای سیستم (۲۱)

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
Z	$\begin{bmatrix} 0.00243 \\ 0.01638 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 0.80858 \\ 2.26558 \end{bmatrix}$	Q	$\begin{bmatrix} 1.29592 & -0.08375 \\ -0.0837 & 1.22639 \end{bmatrix}$
A_1	$\begin{bmatrix} 0.527296 & 0.0241524 \\ -0.00489 & 0.517368 \end{bmatrix}$	A_2	$\begin{bmatrix} -0.01180 & 0.000673 \\ 0.007170 & -0.00283 \end{bmatrix}$	A_3	$\begin{bmatrix} -0.001319 & 0.0011629 \\ 0.013171 & -0.002549 \end{bmatrix}$
A_4	$\begin{bmatrix} 0.013817 & 0.015088 \\ -0.02366 & 0.011436 \end{bmatrix}$	A_5	$\begin{bmatrix} 0.006765 & 0.004006 \\ 0.016006 & 0.007113 \end{bmatrix}$	A_6	$\begin{bmatrix} -0.005724 & 0.000661 \\ 0.0121499 & 0.003754 \end{bmatrix}$
A_7	$\begin{bmatrix} -0.018142 & 0.009627 \\ 0.0094982 & 0.010611 \end{bmatrix}$	A_8	$\begin{bmatrix} -0.007546 & 0.009415 \\ -0.013662 & -0.02851 \end{bmatrix}$	A_9	$\begin{bmatrix} 0.018408 & 0.006266 \\ 0.000995 & 0.007352 \end{bmatrix}$
A_{10}	$\begin{bmatrix} 0.025365 & 0.014883 \\ 0.008898 & 0.001847 \end{bmatrix}$	A_{11}	$\begin{bmatrix} -0.00712 & -0.01483 \\ 0.012500 & 0.012131 \end{bmatrix}$	A_{12}	$\begin{bmatrix} -0.01053 & 0.011111 \\ -0.00798 & -0.02085 \end{bmatrix}$
A_{13}	$\begin{bmatrix} 0.0013258 & 0.0233859 \\ 0.0016724 & 0.0011123 \end{bmatrix}$	A_{14}	$\begin{bmatrix} 0.009317 & -0.01166 \\ -0.00765 & -0.00685 \end{bmatrix}$	A_{15}	$\begin{bmatrix} -0.01283 & -0.00458 \\ 0.002286 & 0.025462 \end{bmatrix}$
A_{16}	$\begin{bmatrix} 0.001833 & -0.00413 \\ -0.01810 & 0.010554 \end{bmatrix}$	A_{17}	$\begin{bmatrix} -0.00462 & -0.02102 \\ 0.029801 & -0.01127 \end{bmatrix}$	A_{18}	$\begin{bmatrix} 0.013892 & 0.021423 \\ 0.000449 & -0.00487 \end{bmatrix}$
A_{19}	$\begin{bmatrix} -0.00694 & -0.00770 \\ 0.013489 & 0.008231 \end{bmatrix}$	A_{20}	$\begin{bmatrix} -0.02077 & -0.01779 \\ -0.02353 & 0.0097009 \end{bmatrix}$	A_{21}	$\begin{bmatrix} 0.013219 & 0.010878 \\ 0.000254 & -0.01099 \end{bmatrix}$
A_{22}	$\begin{bmatrix} -0.01760 & -0.01181 \\ 0.023713 & 0.002636 \end{bmatrix}$	A_{23}	$\begin{bmatrix} -0.02478 & 0.012135 \\ -0.00701 & -0.01551 \end{bmatrix}$	A_{24}	$\begin{bmatrix} -0.01432 & -0.00278 \\ 0.022291 & -0.00634 \end{bmatrix}$
A_{25}	$\begin{bmatrix} 0.001571 & 0.0264534 \\ -0.00051 & 0.0164275 \end{bmatrix}$	A_{26}	$\begin{bmatrix} -0.00040 & -0.01860 \\ -0.01663 & 0.015120 \end{bmatrix}$	A_{27}	$\begin{bmatrix} -0.01885 & 0.011313 \\ 0.011968 & 0.005899 \end{bmatrix}$
A_{28}	$\begin{bmatrix} 0.021563 & 0.0133816 \\ -0.00113 & 0.0021475 \end{bmatrix}$	A_{29}	$\begin{bmatrix} -0.00773 & -0.00935 \\ -0.00718 & -0.01389 \end{bmatrix}$	A_{30}	$\begin{bmatrix} 0.004296 & 0.0098861 \\ 0.004983 & -0.00312 \end{bmatrix}$



شکل ۴: خروجی سیستم بعد از اعمال کنترل کننده حداقل واریانس

مقدار حداقل واریانس برای این سیستم با استفاده از روش ماتریس اینترکتور در مقاله [۳۱] برابر 2.8624 گزارش شده است. در این مورد نیز نتیجه نزدیک و قابل قبول است. مقدار حداقل واریانس بدست آمده توسط روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره برابر 3.1541 بدست آمده است.

سیستم سوم، سیستمی است که در بسیاری از مراجع از جمله [۳۲ و ۳۱] در زمینه معیار حداقل واریانس مورد استفاده قرار گرفته است. مدل سیستم و انتشارش در رابطه (۲۵) دیده می‌شود.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{q^{-(d-1)}}{1-0.4q^{-1}} & \frac{0.7q^{-d}}{1-0.1q^{-1}} \\ \frac{0.3q^{-(d-2)}}{1-0.1q^{-1}} & \frac{q^{-(d-1)}}{1-0.8q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-0.5q^{-1}} & \frac{-0.6q^{-1}}{1-0.6q^{-1}} \\ \frac{0.5q^{-1}}{1-0.7q^{-1}} & \frac{1}{1-0.8q^{-1}} \end{bmatrix}$$

زمان نمونه برداری ۱ ثانیه و میزان تاخیر $d=6$ (مشابه با مرجع [۳۲]) در نظر گرفته شده است.

$$G = \begin{bmatrix} 12.8e^{-s} & -18.9e^{-3s} \\ 16.7s+1 & 21.0s+1 \\ 6.6e^{-7s} & -19.4e^{-3s} \\ 10.9s+1 & 14.4s+1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 \\ \frac{1}{1-0.4q^{-1}} & \frac{1-0.3q^{-1}}{1-0.6q^{-1}} \\ -0.3 & 1 \\ \frac{1}{1-0.6q^{-1}} & \frac{1}{1-0.5q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (23)$$

این سیستم به صورت گسسته در نظر گرفته شده است وتابع تبدیل G با زمان نمونه برداری ۱ ثانیه گسسته سازی شده است. حدود 6000 نمونه از خروجی گرفته شده است که برای شناسایی استفاده شده است و پارامترهای مدل با استفاده از الگوریتم ML تخمین زده شده است.

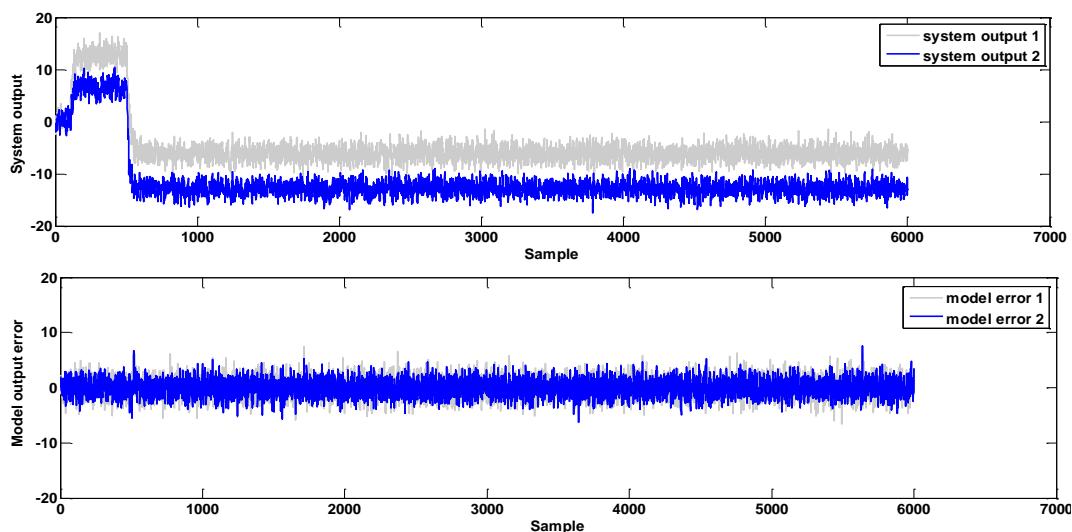
خروجی سیستم همراه با خروجی مدل در شکل ۵ دیده می‌شود.

دیده می‌شود که مدل به خوبی توانسته است داده‌های خروجی را دنبال کند. بعد از بدست آوردن کنترل کننده و اعمال آن در حلقه، خروجی

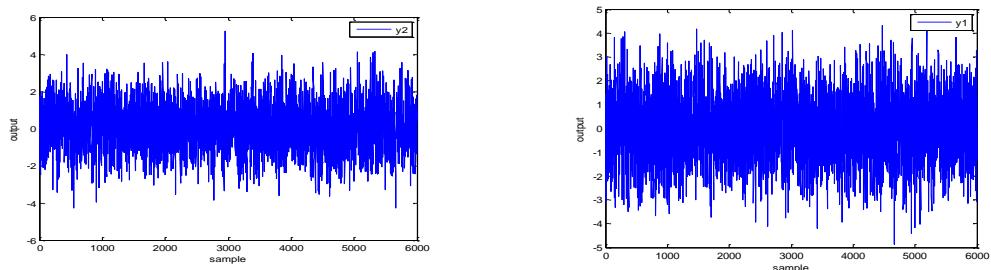
حلقه‌ها به صورت شکل ۶ ظاهر می‌شوند.

در نتیجه مقدار کل واریانس خروجی که حاصل جمع واریانس تک تک حلقه‌هاست برابر مقدار 3.0868 است.

$$\min_{u(t)} J = \text{trace}(\text{var}\{y(t)\}) = 1.6581 + 1.4287 = 3.0868 \quad (24)$$

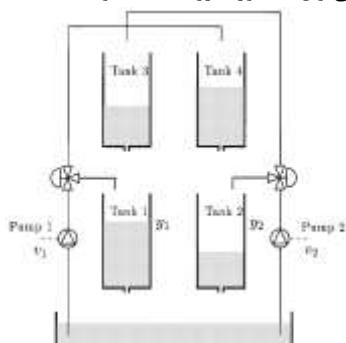


شکل ۵: خروجی سیستم و خطای مدل حاصل از نمونه برداری از خروجی سیستم (۲۳)



شکل ۶: خروجی سیستم (۲۳) بعد از اعمال کنترل کننده حداقل واریانس

معادلات ریاضی حاکم بر سیستم معیار ۴ تانک نشان داده شده در شکل (۷) را می‌توان به صورت روابط (۲۷) نوشت [۳۲].



شکل ۷: شماتیک سیستم معیار ۴ تانک [۱۶]

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1}v_1 \\ \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2}v_2 \\ \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_3}v_1 \\ \frac{dh_4}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_4}v_2 \end{aligned} \quad (27)$$

پس از تعیین مدل و محاسبه کنترل کننده و اعمال آن بر روی سیستم خروجی حداقل واریانس بدست می‌آید. حداقل واریانسی که این نوع کنترل کننده بدست آورده است برابر است با:

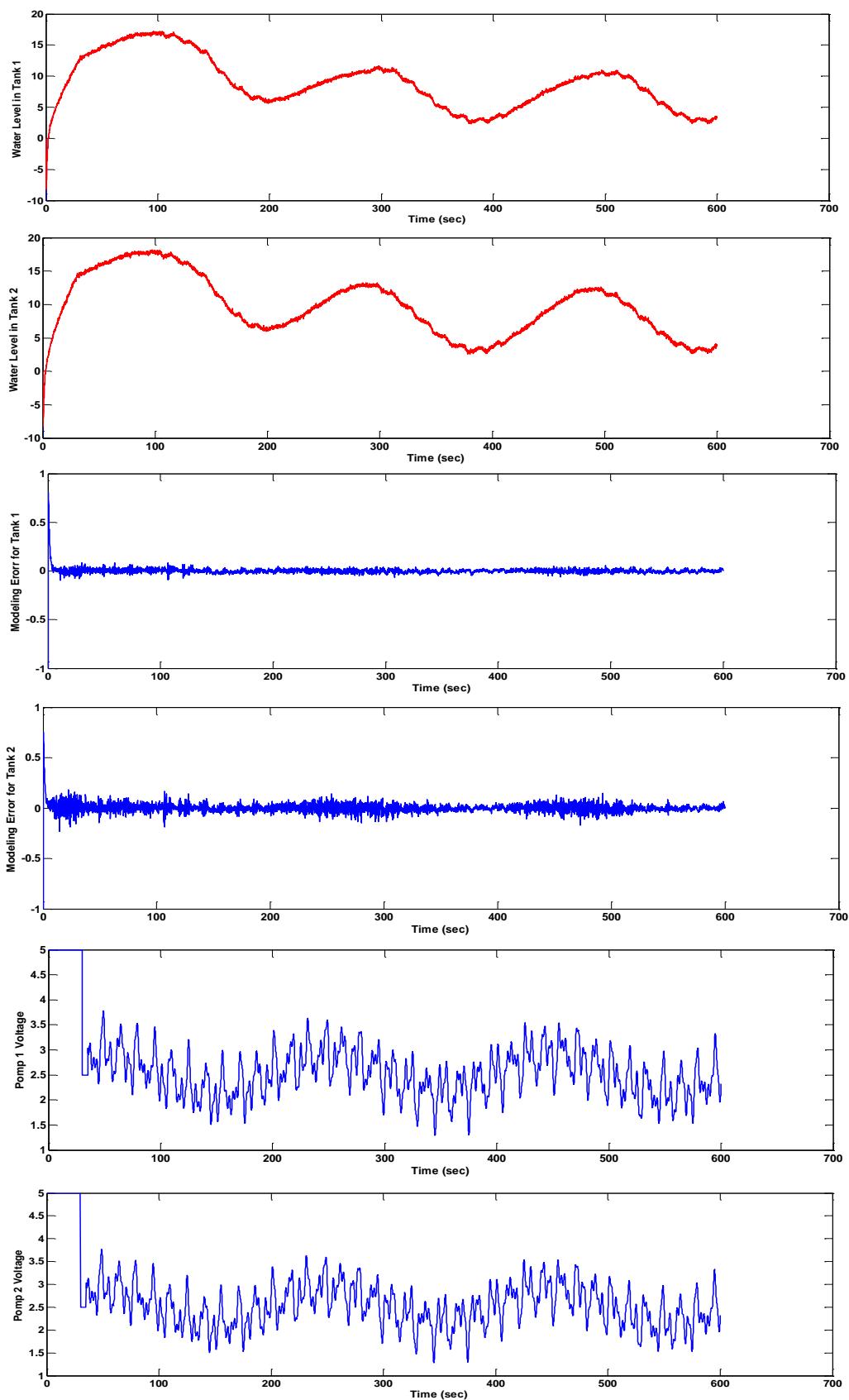
$$\min_{u(t)} J = \text{trace}(\text{var}\{y(t)\}) = 1.8411 + 2.9782 = 4.8194 \quad (26)$$

مقدار حداقل واریانس در مقالات [۳۲ و ۶۱] برابر ۴.۸۳ گزارش شده است. روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره حداقل واریانس ممکن را ۴.۹۵۱۴ نشان می‌دهد.

از نتایج بدیهی است که روش طراحی کنترل کننده مینیمم واریانس با استفاده از مدل VARX دقت قابل قبولی داشته و از طرف دیگر از سیستم اطلاعات چندانی نیاز نیست و تنها با استفاده از داده ورودی‌ها و خروجی‌های معمول سیستم عمل شناسایی را می‌توان انجام داد و سپس مقدار حداقل واریانس ممکن را قابل محاسبه است. این روش نیاز به مدل‌سازی‌های پیچیده را می‌تواند رفع کند و طراحی کنترل‌کننده حداقل واریانس را برای سیستم MIMO دقیق‌تر و ساده‌تر سازد.

۲-۵ نتایج آزمایشگاهی

در این بخش نشان داده می‌شود که کنترل کننده طراحی شده به روش VARX قابل اعمال بر روی سیستم غیر خطی آزمایشگاهی ۴ تانک می‌باشد. روش پیشنهاد شده بر روی سیستم آزمایشگاهی ۴ تانک که یک سیستم غیر خطی، ۲ ورودی- ۲ خروجی با اندرکنش شدید بین حلقه‌ها و دارای پاسخ زمانی کند است، امتحان شده است.



شکل ۸: خروجی سیستم و مدل به همراه خطای مدلسازی و سیگنال کنترلی استفاده شده برای شناسایی

برای امتحان کردن کارایی کنترل کننده حداقل واریانس، آزمایشی طراحی شده است. در این آزمایش در ۵۰۰ ثانیه اول سیستم به صورت حلقه باز با مقادیر مرجع ثابت (۲.۷۶-۲.۷) کار می کند تا خروجی به مقدار تعادل خود برسد سپس از ثانیه ۵۰۰ اتمام اغتشاش سینوسی بر روی سیگنال کنترل (ولتاژ پمپها) اعمال می شود و از ثانیه ۱۰۰۰ تا ۱۵۰۰ کنترل کننده حداقل واریانس (راطبه ۳۰) برای حذف اثر اغتشاش اعمال می شود تا سطح آب در تانک ۱ و ۲ در نقطه تعادل (۱۱.۲-۱۱.۰) ثابت نگه داشته شود. شکل ۹ نتایج بدست آمده از این آزمایش را نمایش می دهد.

در شکل ۹ ارتفاع تانک خروجی و سیگنال کنترلی نمایش داده شده است. کنترل کننده حداقل واریانس توانسته واریانس خروجی را به مقدار چشمگیری کاهش دهد.

یکی از مشکلات استفاده از کنترل کننده حداقل واریانس تولید سیگنال خشن بوسیله این کنترل کننده است. این مورد در شکل ۹ نیز دیده می شود با این وجود، محركها توانسته اند به سیگنال کنترلی پاسخ داده و نوسانات خروجی را به مقدار چشمگیری کاهش دهند. سیگنال خشن تولید شده در شکل ۹ می تواند موجب استحلاک محركها شود، بنابراین تحقیقات بعدی در این زمینه بر روی کاهش نوسانات سیگنال کنترل انجام خواهد شد.

باید دقت شود که این سیستم، یک سیستم غیر خطی است و کنترل-کننده طراحی شده به کمک مدل خطی VARX توانسته است این سیستم را به خوبی کنترل کند که این نشان دهنده دقت VARX در مدل کردن این سیستم غیر خطی می باشد. به دلیل غیر خطی بودن سیستم، دو روش ماتریس اینترکتور و روش مبتنی بر تحلیل سری زمانی چند متغیره قابل اجرا نیستند.

۸- نتیجه گیری

در این تحقیق روشی جدید بر مبنای مدل VARX برای طراحی کنترل-کننده حداقل واریانس ارائه شد. در بسیاری از روش‌ها مشکل اصلی بر سر راه کاربردی شدن روش‌ها، در اختیار نبودن مدلی دقیق از سیستم و اغتشاش است. بدست آوردن مدل دقیق از سیستم و اغتشاش برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی بسیار مشکل بوده و وجود اغتشاشات شدید این مشکل را حادتر می کند. در این تحقیق سعی شد که با بهره گرفتن از مدل VARX مدل‌سازی سیستم و اغتشاش همزمان صورت گیرد تا نیاز به حذف اغتشاش نباشد و پیچیدگی مدل‌سازی کاهش یابد. از مدل بدست آمده برای طراحی کنترل کننده حداقل واریانس استفاده شد. هدف اصلی از ارائه این روش معرفی روشی است که بتواند طراحی کنترل کننده مینیمم واریانس را ساده‌تر سازد و بدون نیاز به محاسبه ماتریس اینترکتور بتواند مقدار حداقل واریانس را به صورت دقیق تعیین کند. حذف ماتریس اینترکتور از محاسبات مربوط به حداقل واریانس به چالشی بزرگ تبدیل شده است که تقویت روش‌هایی همچون کنترل کننده حداقل واریانس می تواند راه حلی برای این چالش باشد. روش پیشنهاد شده بر روی سه سیستم خطی و یک سیستم غیر

در رابطه (۲۷)، A_i سطح مقطع تانک i ، a_i سطح مقطع شیر خروجی و h_i ارتفاع مایع داخل تانک i می باشد. v_i ولتاژ اعمال شده به پمپ i است. پارامترهای ثابت سیستم به صورت زیر هستند.

$$A_1, A_3 = 138.9 \text{ cm}^2; \quad A_2, A_4 = 138.9 \text{ cm}^2, \quad a_1, a_3 = 0.0502 \text{ cm}^2, \\ a_2, a_4 = 0.0502 \text{ cm}^2, \quad g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

مقادیر اولیه سیستم نیز به صورت زیر است:

$$h_1^0 = 11 \text{ cm}, \quad h_2^0 = 11.2 \text{ cm}, \quad h_3^0 = 5.8 \text{ cm}, \quad h_4^0 = 3.2 \text{ cm}$$

$$v_1^0 = 2.7 \text{ V}, \quad v_2^0 = 2.7 \text{ V}$$

$$k_1 = 32.29 \frac{\text{cm}^3}{\text{Vs}}, \quad k_2 = 21.48 \frac{\text{cm}^3}{\text{Vs}}$$

$$\gamma_1 = 0.255, \quad \gamma_2 = 0.180$$

زمان نمونه برداری ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. خروجی‌های مدل، ارتفاع تانک‌های ۱ و ۲ می باشند و هدف ثابت نگاه داشتن ارتفاع مایع در آن‌ها با در نظر گرفتن اثر اغتشاشات بر روی پمپ ۱ و ۲ است.

اثر اغتشاش را می توان به صورت (۲۸) مدل کرد.

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} (v_1 + d_1) \\ \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} (v_2 + d_2) \\ \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} (v_2 + d_2) \\ \frac{dh_4}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} (v_1 + d_1) \end{aligned} \quad (28)$$

که d_1 و d_2 اغتشاش وارد شده به سیستم هستند ارتفاع تانک ۱ و ۲ به عنوان خروجی‌های سیستم فرض شده‌اند.

$$y_1 = h_1, \quad y_2 = h_2 \quad (29)$$

در مرحله اول باید مدل VARX مناسب برای این سیستم تخمین زده شود. برای این منظور داده‌های حلقه باز سیستم جمع‌آوری شده و با استفاده از آن‌ها مدل VARX تخمین زده شده است. در شکل ۸ داده‌های جمع‌آوری شده برای شناسایی به همراه خروجی مدل، خطای مدل‌سازی و سیگنال ورودی نمایش داده شده است.

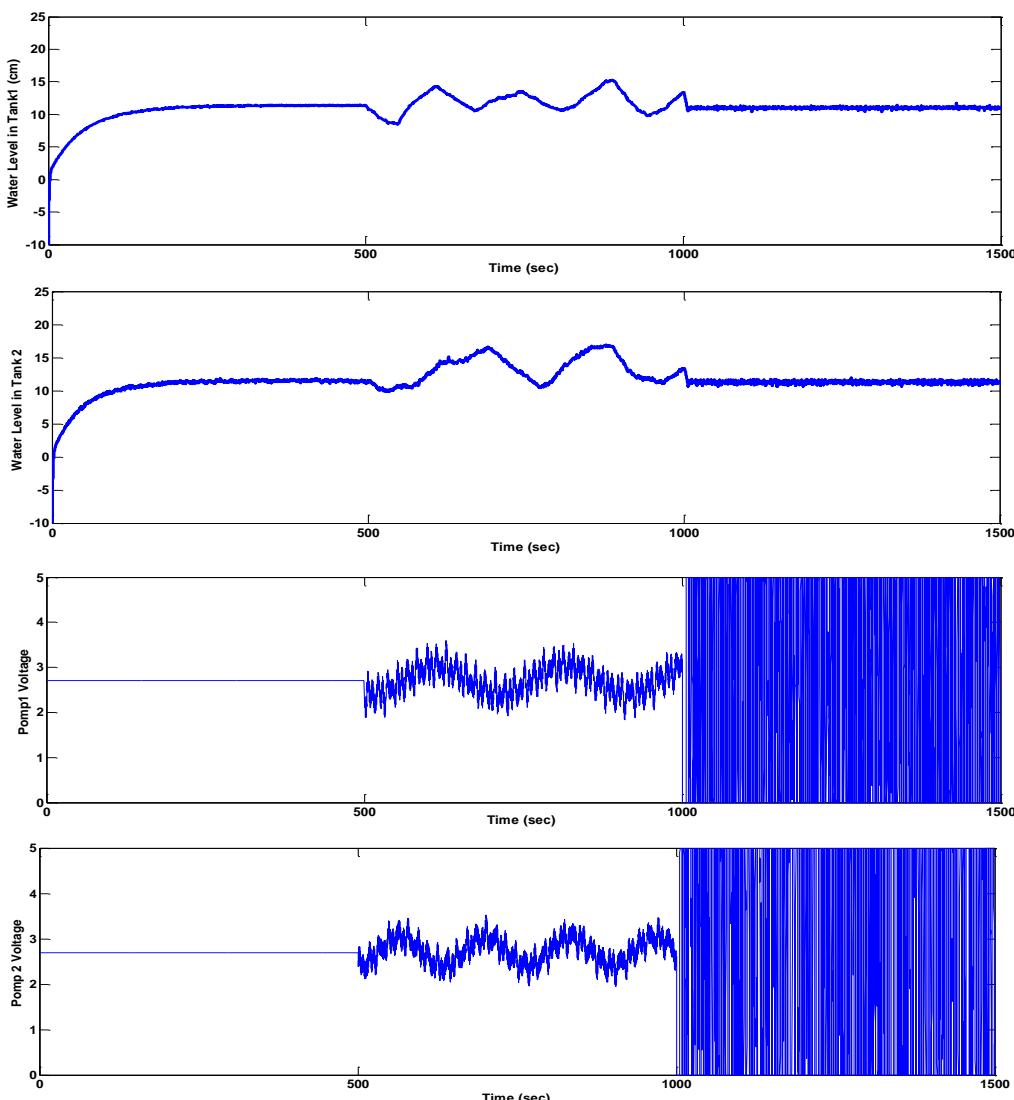
مقادیر پارامترهای مدل VARX برای سیستم ۴ تانک شده‌اند. در این جدول Q بیانگر ماتریس واریانس خطای مدل‌سازی است.

جدول ۲: مقادیر پارامترهای مدل VARX برای سیستم ۴ تانک

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
Z	$\begin{bmatrix} -0.04451 \\ -0.04977 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 0.01905 \\ 0.02205 \end{bmatrix}$
Q	$\begin{bmatrix} 0.0178 & -0.0177 \\ 0.0177 & 0.0186 \end{bmatrix}$	A ₁	$\begin{bmatrix} 0.99742 & -0.0368 \\ 0.4040 & 0.54161 \end{bmatrix}$
A ₂	$\begin{bmatrix} 0.02030 & -0.03682 \\ -0.15887 & 0.18097 \end{bmatrix}$	A ₃	$\begin{bmatrix} -0.02311 & 0.05979 \\ -0.24965 & 0.28065 \end{bmatrix}$

با استفاده از مدل VARX تخمین زده شده (جدول ۲) کنترل کننده حداقل واریانس طبق رابطه (۱۵) به صورت زیر بدست می آید:

$$y_1(t+1) = \begin{bmatrix} 0.044 - 0.997y_1(t) + 0.036y_2(t) - 0.02y_1(t-1) + \\ + 0.036y_1(t-1) + 0.023y_1(t-2) - 0.059y_2(t-2) \end{bmatrix} / 0.019 \\ y_2(t+1) = \begin{bmatrix} 0.049 - 0.4040y_1(t) - 0.541y_2(t) + 0.158y_1(t-1) - \\ - 0.186y_1(t-1) + 0.249y_1(t-2) - 0.28y_2(t-2) \end{bmatrix} / 0.022 \quad (30)$$



شکل ۹: خروجی سیستم و سیگنال کنترل در سه حالت حلقه باز، در اثر اختشاش و بعد از اعمال کنترل کننده حداقل واریانس حاصل از مدل VARX

minimum variance controller," *Automatica* 47, 578–583, 2011.

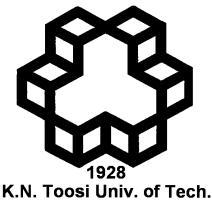
- [5] B. Huang and S. L. Shah, "Practical issues in multivariable feedback control performance assessment," Proc. IFAC ADCHEM, Banff, Canada, pp 429–434, 1997.
- [6] W. Devries and S. Wu, "Evaluation of process control effectiveness and diagnosis of variation in paper basis weight via multivariate time-series analysis," *IEEE Trans Automat Control* 23:702–708, 1978.
- [7] M. Rogozinski, A. Paplinski and M. Gibbard, "An algorithm for calculation of nilpotent interactor matrix for linear multivariable systems," *IEEE Trans Automat Control* 32:234–237, 1987.
- [8] B. Huang, S. Shah, L. Badmus and A. Vishnubhotla, "Control Performance Assessment: An Enterprise Asset Management Solution," www.matrikon.com/download/products/lit/processdoctor_pa_eam.pdf, 1999.

خطی آزمایشگاهی ۴ تانک امتحان شد و نتایج نشان دهنده دقیق مناسب روش پیشنهادی در تخمین حداقل واریانس بودند. تحقیقات بعدی می‌توانند در راستای مانع شدن از تولید سیگنال‌های خشن توسط این کنترل کننده صورت گیرد.

مراجع

- [1] M. Jelali, *Control System Performance Monitoring Assessment, Diagnosis and Improvement of Control Loop Performance in Industrial Automation*, Springer, 2010.
- [2] K. J. Astrom, *Introduction to Stochastic Control Theory*. New York: Academic Press, 1970.
- [3] G. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day, 1970.
- [4] J. Martensson, C. R. Rojas and H. Hjalmarsson, "Conditions when minimum variance control is the optimal experiment for identifying a

- [21] T. J. Harris and W. Yu, "Controller assessment for a class of non-linear systems," *Journal of Process Control* 17, 607–619, 2007.
- [22] R. Ostermark, "Genetic hybrid tuning of VARMAX and state space algorithms," *Soft Computing* 14:91–99, 2010.
- [23] J. Penm and R. D. Terrell, "The recursive fitting of subset VARX model," *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 14, No. 6, 1993.
- [24] A. Chiuso, G. Pillonetto and G. D. Nicolao, "Subspace identification using predictor estimation via Gaussian regression," *47th IEEE Conference on Decision and Control, CDC*, 2008.
- [25] C. Horvath, P. S. Leeflang, J. E. Wieringa and D. R. Wittink, "Competitive reaction and feedback effects based VARX models of pooled store data," *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 22, No. 4, 2005.
- [26] J. D. Hios and S. D. Fassois, "Identification of a global model describing the temperature effects on the dynamics of a smart composite beam", in *Proceedings of ISMA*, Leuven, Belgium, paper ID 230, 2006.
- [27] J. S. Sakellariou and S. D. Fassois, "A functional pooling framework for the identification of systems under multiple operating conditions", in *Proceedings of the 15th Mediterranean Control Conference*, Athens, Greece, 2007.
- [28] A. Chiuso, "The role of vector autoregressive modeling in predictor-based subspace identification," *Automatica*, Vol. 43, No. 6, P.P. 1034-1048, 2007.
- [29] L. Ljung, *System identification: Theory for the user*. Prentice Hall, New Jersey, 1987.
- [30] H. Xia, P. Majecki, A. Ordys and M. Grimble, "Performance assessment of MIMO systems under partial information", Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston, Massachusetts, June 30 - July 2, 2004.
- [31] X. Wang, B. Huang and T. Chen, "Multirate Minimum Variance Control Design and Control Performance Assessment: A Data-Driven Subspace Approach", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 15, No. 1, 2007.
- [32] H. Xia, P. Majecki, A. Ordys and M. J. Grimble, "Performance assessment of MIMO systems based on I/O delay information," *Journal of Process Control* 16:373–383, 2006.
- [33] K. H. Johansson, "The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 3, May, 2000.
- [9] B. Huang, *Multivariate Statistical Methods for Control Loop Performance Assessment*, PhD thesis, University of Alberta, Canada, 1997.
- [10] B. Huang, S. X. Ding and N. Thornhill, "Practical solutions to multivariate feedback control performance assessment problem: reduced a priori knowledge of interactor matrices," *Journal of Process Control* 15, 573–583, 2005.
- [11] R. Kadali and B. Huang, "Multivariate controller performance assessment without interactor matrix—a subspace approach," *IEEE Trans on Control Systems Technology*, Vol. 15, No. 1, 2007.
- [12] S. J. Qin and J. Yu, "Recent developments in multivariable controller performance monitoring," *Journal of Process Control* 17, 221–227, 2007.
- [13] B. Huang and S. L. Shah, "Practical issues in multivariable feedback control performance assessment," *IFAC ADCHEM*, Banff, Canada, p.p. 429–434, 1997.
- [14] S. L. Shah, C. Mohtadi and D. Clarke, "Multivariable adaptive control without a priori knowledge of the delay matrix," *Systems & Control Letters* 9:295–306, 1987.
- [15] H. Xia, P. Majecki, A. Ordys and M. Grimble, "Performance assessment of MIMO systems under partial information", Proceeding of The American Control Conference Boston, Massachusetts, 2004.
- [16] V. Filipovic, "Decentralized stochastic minimum variance controller," *Proceedings of the 10th Mediterranean Conference on Control and Automation - MED2002* Lisbon, Portugal, 2002.
- [17] K. A. Florakis, S. D. Fassois and F. M. Hemez, "MIMO LMS.ARMAX identification of vibrating structures. part II: a critical assessment," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 15, No. 4, pp. 737-758, 2001.
- [18] Z. Zhang, L. S. Hu and X. L. Zhang, "Performance Assessment of Nonlinear Control Systems Based on Fuzzy Modeling," *IEEE conference on Fuzzy*, 2009.
- [19] X. J. Liu and F. L. Rosano, "Generalized Minimum Variance Control of Steam-Boiler Temperature using Neuro-Fuzzy Approach," *Proceedings of the 5th WorId Congress on Intelligent Control and Automation*. Hangzhou, China, 2004.
- [20] B. K. Lee, C. H. Chiu and B. S. Chen, "Adaptive Minimum Variance Control for Stochastic Fuzzy T-S ARMAX MODEL," *Proceedings of the Seventh International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Kunming, 12-15 July, 2008.



Journal of Control

(ISSN 2008-8345)

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology, Vol. 5, No. 3, Fall 2011.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Dr. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Dr. H. Khaloozadeh (Associate Prof.), Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Dr. H. Khaloozadeh, Dr. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Dr. S.A. Mousavian, Dr. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Dr. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Dr. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Dr. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan , Dr. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Abbas. Sheri-Moghadam, Prof. Masoud Shafiee., Dr. Hamid Reza Momeni, Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Davod Karimzadegan, Ali Kiani.

Address: Room 241, 2nd floor, No.71, Mousavi Ave. Ferdowsi Sq. Enghelab St. Tehran, Iran.
P.O. Box: 15815-3595 Tel: (+9821) 88813002 Fax: (+9821) 88324979
<http://www.isice.ir>



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control
Engineers and the K.N. Toosi University of Technology**

Vol. 5, No. 3, Fall 2011

Contents

- Error Analyses of Inertial Navigation System Based on Only Accelerometers and Without Gyroscope** 1

Vahid ghasemzadeh, Jafar Heyrani Nobari

- Presentation of an Approximate Method for the Design of Decoupler and Study the Compromise in Two-step Design Method using Decoupler and Sequential Loop Closing for Stable Linear Multivariable Systems** 11

Ghsem Kerchi, Aref Shahmansourian

- Comparison the State Vector Fusion Methods for Data Fusion in Multi Sensors Networks** 24

Bijan Moaveni, Shima Rouhi

- Guidance Law Design using Finite Time Second Order Sliding Mode Control** 36

Vahid Behnam Gol, Iman Mohammadzaman, Ahmad Reza Vali, Nemat Allah Ghahramani

- Assessment and Robust Controller Design of STATCOM for Power System Stability Improvement Using Honey Bee Mating Optimization** 45

Masoud Aliakbar Golkar, Ali Ahmadian, Amin Safari

- Time Optimal Trajectory Planning For a High Speed Planing Boat** 57

Mohammad.T. Ghorbani, Hasan Salarieh, Nima Assadian

- Designing Minimum Variance Controller using VARX Model** 69

Yusef Alipouri, Javad Poshtan