

I
S
I
C
E

مجله کنترل



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

ISSN 2008-8345

نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۶، شماره ۱، بهار ۱۳۹۱

فهرست مقالات

۱

رهیافتی نو برای حل عددی مسائل کنترل بهینه سیستم های پارامتر توزیعی

سید محمد مهدی عباسی، علی وحیدیان کامیاد

۹

ارائه روشی کارا برای دسته بندی مسائل چند دسته ای با رویکرد انتخاب دسته بند

محمد علی باقری، غلامعلی منتظر

۲۱

سیستم های تکه ای خطی تبار مستقیم: کلاس جدیدی از سیستم های هایبرید با دینامیک های خطی تبار و مرز های کلیدزنی قابل تنظیم

حامد ملااحمدیان کاسب، علی کریم پور، ناصر پریز

۳۱

کنترل افق جلوروندهی غیر متغیر کز هماهنگ فرکانس - بار در یک سیستم قدرت دو ناحیه ای

محمد میران بیگی، بهزاد مشیری، علی میران بیگی

۴۱

پیاده سازی شبکه های عصبی راف با یادگیری احتمالاتی جهت شناسایی سیستم های غیر خطی

سید محمد جواد آل هاشر، محمد تشنله لب

۵۱

طراحی یک کنترلگر باز خورد خروجی H_{∞} غیر PDC برای سیستمهای فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم و دارای محدودیت کنترلی بر پایه LMI

محمد حسن آسمانی، وحید جوهری مجذ

۶۱

ارائه روش جدید درونیابی پایدار در طراحی خود خلبان مقاوم زمان بندی بهره

سید محمد جواد معافی مدنی، ایمان محمد زمان



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

جلد ۶، شماره ۱، بهار ۱۳۹۱

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخدان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی

دیر اجرایی: پروفسور حمید خالوزاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزنا (استاد) - پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور

علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری

(استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری،

پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسرووری، دکتر محمد تقی بطحایی، دکتر محمد تقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی،

دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنہ لب، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین

سیفی، دکتر احمد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر

جهفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، پرسنل مسعود شفیعی، دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر مهرداد جوادی، دکتر داود کریم زادگان، مهندس

علی کیانی.

ایران - تهران، صندوق پستی ۳۵۹۵-۱۵۸۱۵

تلفن : ۸۱۰۳۲۲۳۱

فاکس: ۸۱۰۳۲۲۰۰

نشریه علمی- پژوهشی (ISC) کنترل وابسته به ”انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران“ و ”دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی“ تنها نشریه تخصصی در زمینه مهندسی کنترل و ابزار دقیق است.

این مجله که بصورت فصلنامه منتشر می شود و تا کنون ۱۹ شماره آن به چاپ رسیده، با استقبال فراوان جامعه علمی دانشگاهی و مهندسان شاغل در صنایع گوناگون رو برو شده است و هم اکنون از مجلات منظم و پربار تخصصی در سطح علمی محسوب می گردد. تعداد مقالات دریافتی جهت بررسی و چاپ از دانشگاهها و مراکز علمی- پژوهشی سرتاسر کشور به خوبی نمایانگر این مدعای است. جایگاه این مجله در زمینه های مختلف علمی و فن آوری داخل کشور به خوبی توسط محققان و اندیشمندان این حوزه ها شناخته شده است و بدیهی است که چاپ به هنگام و با کیفیت بالای این مجله تخصصی می تواند گام بلندی در راستای توسعه پایدار علمی کشور باشد.

در یازدهمین جشنواره تجلیل از پژوهشگران و فناوران برتر که در تاریخ هفتم دی ماه ۱۳۸۹ برگزار گردید، مجله کنترل به عنوان نشریه علمی برتر در زمینه فنی و مهندسی معرفی شد. خداوند علیم و حکیم را برای دست یابی به این رتبه علمی با وجود تعداد زیادی مجله‌ی علمی و پژوهشی در حوزه فنی و مهندسی در داخل کشور، شکر گزاریم.

بدیهی است که چاپ به هنگام و با کیفیت بالای این مجله تخصصی می تواند گام بلندی در راستای توسعه پایدار علمی کشور باشد. از آنجا که این نشریه برای داوری و چاپ مقالات هزینه ای را از ارسال کنندگان مقالات دریافت نمی نماید، لذا برای حفظ کیفیت و روند رو به رشد آن نیاز به حمایت مالی دارد که در این خصوص موسسات و شرکتهای زیر از جمله حامیان این شماره مجله بوده اند که در اینجا از ایشان تشکر و قدردانی بعمل می آید.

یاریگران این شماره

- انجمن صنفی کارفرمایی صنعت پتروشیمی (A.P.I.C)



انجمن صنفی کارفرمایی صنعت پتروشیمی

A.P.I.C

ASSOCIATION OF PETROCHEMICAL INDUSTRY CORPORATION



- گروه فیلی تجارت هرمنز

به نام خدا

فهرست مقالات

- ۱ رهیافتی نو برای حل عددی مسائل کنترل بهینه سیستم های پارامتر توزیعی سید محمد مهدی عباسی، علی وحیدیان کامیاب
- ۹ ارائه روشی کارا برای دسته‌بندی مسائل چنددهسته‌ای با رویکرد انتخاب دسته‌بند محمد علی باقری، غلامعلی منتظر
- ۲۱ سیستم‌های تکه‌ای خطی تبار مستقیم: کلاس جدیدی از سیستم‌های هایبرید با دینامیک‌های خطی - تبار و موزهای کلیدزنی قابل تنظیم حامد ملااحمدیان کاسب، علی کریم پور، ناصر پریز
- ۳۱ کنترل افق جلوروندهی غیرمتقارن هماهنگ فرکانس - بار در یک سیستم قدرت دو ناحیه‌ای محمد میران بیگی، بهزاد مشیری، علی میران بیگی
- ۴۱ پیاده‌سازی شبکه‌های عصبی راف با یادگیری احتمالاتی جهت شناسایی سیستم‌های غیرخطی سید محمد جواد آل‌هاشر، محمد تشنه‌لب
- ۵۱ طراحی یک کنترلگر بازخورد خروجی H_{∞} غیر PDC برای سیستمهای فازی S-T با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم و دارای محدودیت کنترلی بر پایه LMI محمدحسن آسمانی، وحید جوهری مجلد
- ۶۱ ارائه روش جدید درونیابی پایدار در طراحی خودخلبان مقاوم زمان‌بندی بهره سید محمد جواد معافی مدنی، ایمان محمدزمان

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که در برگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش‌بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمنغیره.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص خطا، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقيقی و سیستم‌های کنترل سوپر واپرایزی.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می‌تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۵) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- (۶) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه‌های صنعتی.
- (۷) مهندسی پزشکی.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه‌های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می‌آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرماید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می‌توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ Zar B و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسنده‌گان

آدرس پستی کامل همه نویسنده‌گان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسنده‌گان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسنده‌گان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخش‌های مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می‌باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می‌باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشت‌های پژوهشی می‌باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده‌دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصراً محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسنندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسنندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسنندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

رهیافتی نو برای حل عددی مسائل کنترل بهینه سیستم های پارامتر توزیعی

سید محمد مهدی عباسی^۱، علی وحیدیان کامیاد^۲

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه گنترل، دانشگاه فردوسی مشهد، s.mehdi.abasi@gmail.com

^۲ استاد، گروه برق و ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، avkamyad@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۴۹۰/۹/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله ۲۱/۱/۱۳۹۱)

چکیده: روش‌های کلاسیک برای حل مسائل کنترل غیرخطی و مخصوصاً مسائل کنترل بهینه سیستم‌های پارامتر توزیعی غیرخطی در حالت کلی معمولاً کارآمد نیستند. در این مقاله رهیافتی جدید برای حل تقریبی این دسته از مسائل با استفاده از برنامه‌ریزی غیرخطی معرفی می‌کنیم. در ابتدا، مسئله اصلی را به یک مسئله معادل در حساب تغییرات تبدیل می‌کنیم و سپس مسئله جدید را گسته‌سازی کرده و با استفاده از برنامه‌ریزی غیرخطی آن را حل می‌کنیم. علاوه بر این می‌توان مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی را به یک مسئله برنامه‌ریزی خطی تبدیل نموده و این امکان را داشت که از نرم افزارهای برنامه‌ریزی خطی نیز استفاده کرد، در آخر کارآمدی روش با حل مثال عددی نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: کنترل بهینه، سیستم‌های پارامتر توزیعی، حساب تغییرات، برنامه‌ریزی غیرخطی.

New Approach for Numerical Solution of Distributed Parameter Systems Optimal Control Problems

Seyed Mehdi Abasi, Ali Vahidian Kamyad

Abstract: Classical methods are not usually efficient, to solving nonlinear control problems and especially Nonlinear distributed parameter systems Optimal Control Problems (NOCP). In this paper we introduce a new approach for solving this class of problems by using NonLinear Programming Problem (NLPP). First, we transfer the original problem to a new problem in form of calculus of variations. The next step we discrete the new problem and solve it by using NLPP packages. Moreover, a NLPP is transferred to a Linear Programming Problem (LPP) which empowers us to use powerful LP software. Finally, efficiency of our approach is confirmed by some numerical examples.

Keywords: optimal control, distributed parameter systems, calculus of variations, nonlinear programming

سازی فیدبک^[۱]، کنترل مقاوم^[۹]، کنترل تطبیقی^[۸]، شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک^[۷-۶]، برنامه ریزی پویای تکراری^[۱۲] و روش تئوری اندازه^[۴-۲] اشاره کرد. روش تئوری اندازه اولین بار در سال ۱۹۸۰ توسط رویبو^۱ برای حل مسائل کنترل بهینه سیستم‌های فشرده مورد استفاده قرار گرفت و در واقع باب جدیدی در تئوری کنترل گشود. در سال ۱۹۸۸ دکتر وحیدیان کامیاد مسئله حرارت را در حالت n بعدی با استفاده از این روش بررسی کرده است^[۴]. در این روش مسئله کنترل بهینه به

۱- مقدمه

در چند دهه گذشته محققان و مهندسان کنترل برای حل مسائل کنترل غیرخطی و به دست آوردن کنترلی برای این سیستم‌ها از تقریب زدن سیستم به صورت سیستم خطی در حول نقطه کار استفاده می‌کردند و با این روش یک جواب اولیه برای سیستم به دست می‌آوردنده که این روش در همه موارد کارآمد نبود و سیستم نمی‌توانست مشابه یک سیستم خطی عمل کند^[۱۱]. روش‌های زیادی برای سیستم‌های کنترل غیرخطی ارائه شده است که از جمله می‌توان به روش‌های اویلر لاغرانژ، خطی-

^۱ Rubio

یک مسئله کنترل بهینه در حالت نسبتاً کلی به شکل زیر در نظر گرفته می شود:

$$\text{minimize} \int_a^b \int_c^d f(x, t, u(x, t), Y(x, t)) dt dx \quad (2)$$

با این شرط که:

$$Y_t = F\left(x, t, Y, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) \quad (3)$$

شرايط اوليه و مرزي: $Y(x, t_0) = G(x)$, $x \in \Omega \subseteq [a, b]$
 $Y(x, t) = u(x, t)$, $t \in [c, d]$, $x \in \partial\Omega$

در اينجا F و G توابعی مفروض می باشند، تابع $Y: \Omega * T \rightarrow R^+$ تابعی وابسته به زمان است که دو بار نسبت به متغير X و يك بار نسبت به متغير t مشتق پذير است و Ω يك ناحيه فشرده همبند ساده در فضای R مرز ناجه $\partial\Omega$ و $u(x, t)$ يك تابع کنترلي می باشد. در مسائل کنترل بهینه f می تواند تابع انرژي و يا سوخت باشد که در زير نشان داده شده است.

$$f(x, t, Y, u) = \frac{1}{2}(Y^2(x, t) + u^2(x, t)) \quad (4)$$

می توان بدون از دست دادن حالت کلی مسئله طول بازها را به صورت زير در نظر گرفت.

$$t \in [0, 1], \quad x \in [0, 1] \quad (5)$$

زيرا می توان تابعی مانند K تعریف کرد که اين تبدیل را انجام می دهد.

$$K: [a, b] \rightarrow [0, 1]$$

$$x \rightarrow \frac{x-a}{b-a}$$

۱-۲ تبدیل مسئله کنترل بهینه غير خطی به يك مسئله بهینه سازی غير خطی تعیینی^۱(NDOC) معادل

ابتدا تابعی خطای زیر بر اساس (۳) تعریف می گردد:

$$E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) = \left|Y_t - F\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)\right| \quad (6)$$

$\forall (x, t) \in \Omega \times [0, 1]$

بر اين اساس مسئله زير را در حساب تغیرات تعریف می کنيم:

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) = \int_0^1 \int_0^1 E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) dt dx = \int_0^1 \int_0^1 \left|Y_t - F\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)\right| dt dx \quad (7)$$

شرط لازم و کافی برای آن که $Y(x, t)$ يك جواب مسئله

(۳) باشد اين است که جواب بهینه مسئله حساب تغیرات (۷) صفر باشد.

قضيه ۱- اگر $h(x, t)$ يك تابع حقيقي و غير خطی در بازه $[c, d] \times [a, b]$ و غير منفي باشد ($h(x, t) \geq 0$), شرط لازم و کافی برای آنکه $\int_a^b \int_c^d h(x, t) dt dx = 0$ آن است که تابع $h(x, t)$ در بازه $[a, b] \times [c, d]$ مساوى صفر باشد.

اثبات- با فرض اينکه $\int_a^b \int_c^d h(x, t) dt dx = 0$ ولی در نقطه ايي مانند (x_0, t_0) در بازه $[a, b] \times [c, d]$, $h(x_0, t_0) \neq 0$, به دليل

پيوسته بودن تابع $h(x, t)$ همسایگی ϵ در اطراف نقطه (x_0, t_0) وجود

فضای جدید به نام فضای اندازه برد می شود و عناصر کنترل بهینه به صورت زوج های مسیر - کنترل در نظر گرفته می شود و آنها را به فضای اندازه انتقال می دهند. از ديگر روش ها می توان به روش برنامه ریزی پویا تکراری اشاره کرد. روش برنامه ریزی پویا برای اولین بار در دهه ۵۰ میلادی برای حل مسائل بهینه سازی ارائه گردید که از آن برای حل مسائل کنترل بهینه با بعد پايان استفاده می شد. با افزایش بعد مسئله برنامه ریزی پویا در مدت طولانی به جواب نادقيق می انجاميد، برای غلبه بر اين مشكل، لوس^۲ در سال ۱۹۸۹ اولين کسی بود که عقیده استفاده از برنامه ریزی پویا را به صورت تکراری بيان کرد، که بعدها روش برنامه ریزی پویای تکراری^۳ (IDM) نام گرفت^۴. در اين الگوريتم فاصله زمانی مفروض به p مرحله زمانی با طول مساوی تقسيم می شود و در هر مرحله زمانی، کنترل ثابت فرض می شود. کنترل قطعه ای ثابت يك تقریب خوب با کنترل پیوسته را فراهم می کند و این تقریب با گرفتن گام زمانی کوچکتر اصلاح می شود.

بعضی از روش ها که در بالا به آنها اشاره شدتها قادر به حل کلاسي خاص از سیستم های غيرخطی هستند. بنابراین طبیعی به نظر می رسد که به دنبال روش دیگری باشيم که قادر باشد مسائل کنترل بهینه اعم از خطی یا غيرخطی پارامتر توزیعی را حل کند، ما در ادامه يك روش جدید برای حل اين دسته از مسائل با استفاده از برنامه ریزی غيرخطی معرفی می کنيم. برای ساده شده نوشتار، رهیافت جدید PAVK^۵ نام گذاري شده است. کليات اين روش در حالت سیستم های با معادلات دیفرانسیل معمولی با استفاده از روش AVK^۶ در چند مقاله منتشر شده است^[۱, ۱۰]. تفاوت روش های AVK و PAVK با ديگر روش های عددی، اضافه شدن فرآيند بهینه سازی به مسئله گستته سازی و تقریب می باشد. در ابتدا مسئله اصلي را با تعریف تابعی خطی به يك مسئله جدید در حساب تغیرات تبدیل می کنيم و سپس مسئله جدید را گستته سازی کرده و با استفاده از برنامه ریزی غيرخطی آن را حل می کنيم.علاوه بر اين می توان مسئله برنامه ریزی غير خطی را به يك مسئله برنامه ریزی خطی تبدیل کرده و با استفاده از نرم افزارهای موجود جواب مسئله را بدست آورد.

۲- استفاده از رهیافت PAVK برای حل

مسئله کنترل بهینه

برای يکسان شدن نوشتار، معادله دیفرانسیل پارامتر توزیعی^۵ (NPDE) مرتبه دوم در حالت يك بعدی به صورت (۱) در نظر گرفته شده است.

$$Y_t = F\left(x, t, Y, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) \quad (1)$$

¹ Luus

² Iterative Dynamic Programming (IDP)

³ Partial Ali Vahidian Kamyad (PAVK)

⁴ Ali Vahidian Kamyad (AVK)

⁵ Nonlinear Partial Differential Equation (NPDE)

⁶ Nonlinear Deterministic Optimal Control (NDOC)

توجه: در اینجا تقریب انتگرال $\int_{t_k}^{t_{k+1}} K(t)dt$ به صورت $(t_{k+1} - t_k)K(\varphi)$ در نظر گرفته می شود که در آن $\varphi \leq t_{k+1}$

می باشد؛ لذا مسئله مینیمم سازی (۱۱) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) \quad (12)$$

$$\left(\frac{1}{M} \cdot \frac{1}{L}\right) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L \lambda_1 f(Y, u) + \lambda_2 E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)$$

در ادامه از تقریب های مشتق که به صورت زیر می باشند استفاده شده است.

$$\frac{\partial Y\left(\frac{i}{M}, \frac{j}{L}\right)}{\partial t} \cong \frac{Y\left(\frac{i+1}{M}, \frac{j}{L}\right) - Y\left(\frac{i}{M}, \frac{j}{L}\right)}{1/L} = L * (Y_{i,j+1} - Y_{i,j}) \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 Y\left(\frac{i}{M}, \frac{j}{L}\right)}{\partial x^2} \cong \frac{Y\left(\frac{i+1}{M}, \frac{j+1}{L}\right) - 2Y\left(\frac{i}{M}, \frac{j}{L}\right) + Y\left(\frac{i-1}{M}, \frac{j-1}{L}\right)}{(1/M)^2} =$$

$$M^2 * (Y_{i+1,j} - 2Y_{i,j} + Y_{i-1,j})$$

برای ساده سازی در نوشتن مسائل از نماد زیر استفاده می کنیم:

$$Y\left(\frac{i}{M}, \frac{j}{L}\right) = Y_{i,j}$$

با استفاده از تقریبات بالا مسئله NDOC (۱۲) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\text{Minimize } J(Y_{i,j}) \cong \quad (14)$$

$$\left(\frac{1}{M} \cdot \frac{1}{L}\right) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L \lambda_1 f(Y_{i,j}, u_{i,j}) + \lambda_2 E_0(Y_{i,j})$$

در حالت کلی مسئله (۱۴) یک مسئله NLP است و می توان به

وسیله نرم افزارهایی مانند Matlab یا Lingo و یا نرم افزارهای مشابه حل نمود. جواب بهینه مسئله کنترل بهینه غیر خطی عبارتست از

$$Y_{i,j}^* = Y^*(x_j^*, t_j^*)$$

ممکن است مسئله (۱۴) در زمان حل هیچ جوابی نداشته باشد، در این حالت می توان اعداد M و L را تغییر داد.

۳-۲ رهايافت کنترل خطما

در اين رهايافت مقدار تابعی خطما مينيم نمي شود بلکه از يك مقدار δ که عددی مشخص می باشد کمتر می شود. با اين تغيير مسئله به فرم زير تبدیل می شود.

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}, u\right) = \int_0^1 \int_0^1 f(x, t, u, Y) dt dx \quad (15)$$

با اين شرط که

$$\int_0^1 \int_0^1 E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) dt dx =$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \left|Y_t - F\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)\right| dt dx \leq \delta$$

مانند حالت قبل بازه های $t \in [0,1]$ ، $x \in [0,1]$ را به ترتیب به M و L زیر بازه افراز می کنیم. به این ترتیب مسئله NDOC (۱۵)، به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) = \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L \int_{\frac{i}{M}}^{\frac{i+1}{M}} \int_{\frac{j}{L}}^{\frac{j+1}{L}} f(x, t, Y, u) dt dx$$

با اين شرط که

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L \int_{\frac{i}{M}}^{\frac{i+1}{M}} \int_{\frac{j}{L}}^{\frac{j+1}{L}} E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) dt dx \leq \delta$$

توجه: در اين قسمت تقریب انتگرال $\int_{t_k}^{t_{k+1}} K(t)dt$ مانند مرحله $(t_{k+1} - t_k)K(\varphi)$ در نظر گرفته می شود؛ لذا مسئله قبل به صورت مینیمم سازی (۱۶) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) \cong \quad (17)$$

دارد به طوریکه در اين همسایگی مقدار $h(x, t) > 0$ می باشد.

بنابراین $\int_{x_0-\varepsilon}^{x_0+\varepsilon} \int_{t_0-\varepsilon}^{t_0+\varepsilon} h(x, t) dt dx > 0$ که نتیجه می دهد،

$\int_a^b \int_c^d h(x, t) dt dx \geq \int_{x_0+\varepsilon}^{x_0+\varepsilon} \int_{t_0+\varepsilon}^{t_0+\varepsilon} h(x, t) dt dx > 0$

برخلاف فرض می باشد، بنابراین $h(x, t)$ باید در بازه $[a, b] \times [c, d]$ مساوی صفر باشد. از طرفی $h(x, t)$ اگر در بازه $[a, b] \times [c, d]$ مساوی صفر باشد آنگاه مقدار $\int_a^b \int_c^d h(x, t) dt dx$ مساوی صفر می باشد. به این ترتیب مسئله کنترل بهینه را می توان به دو مسئله در حساب تغییرات تبدیل کرد.

$$\text{Minimize } J_1\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) = \quad (18)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) dt dx =$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \left|Y_t - F\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)\right| dt dx$$

$$\text{Minimize } J_2(Y, u, t, x) = \int_0^1 \int_0^1 f(x, t, u(x, t), Y(x, t)) dt dx$$

در ادامه دو رهايافت برای حل مسائل چند هدفه ارائه می شود يکی از

رهايافت ها، با استفاده از وزن دهی به هدف ها، مسئله چند هدفه را به يک

مسئله يک هدفه تبدیل می کنیم، که با توجه به اهمیت هدفها وزن ها

انتخاب می شوند. با توجه به اینکه در این مثال توابع هدف، تابعی خطما

وتابع انرژی یا سوخت می باشد می توان با توجه به اینکه اهمیت مسئله

کمتر شدن مقدار خطما و یا کمینه شدن مقدار انرژی یا سوخت باشد

ضرایب را انتخاب کرد. در رهايافي دیگر می توان مقدار خطما مسئله را

کنترل کرد و مقدار خطما را از يک مقدار مشخص کمتر بدست آورد. در

ادامه اين دو رهايافت ارائه شده است.

۲-۲ رهايافت تبدیل مسئله چند هدفه به مسئله يک هدفه

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}, u\right) = \quad (19)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \lambda_1 f(x, t, u, Y) dt dx + \lambda_2 E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) dt dx =$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \lambda_1 f(x, t, u, Y) + \int_0^1 \int_0^1 \lambda_2 \left|Y_t - F\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)\right| dt dx$$

در معادله (۹)، λ_1 و λ_2 وزن هایی می باشند که در روابط زیر صدق

می کنند:

$$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0, \quad \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \quad (10)$$

۲-۲-۱ تبدیل مسئله NDOC به يک مسئله برنامه ریزی غیر خطی^۱

در ابتدا بازه های $t \in [0,1]$ را به ترتیب به M و

L زیر بازه افراز می کنیم. به این ترتیب مسئله NDOC (۹)، به صورت

زیر تبدیل می شود:

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x, \quad t_j = t_{j-1} + \Delta t$$

$$x_1 = \frac{1}{M}, \quad \Delta x = \frac{1}{M}, \quad t_1 = \frac{1}{L}, \quad \Delta t = \frac{1}{L}$$

$$i = 2, 3, \dots M, \quad j = 2, 3, \dots L$$

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) =$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L \int_{\frac{i}{M}}^{\frac{i+1}{M}} \int_{\frac{j}{L}}^{\frac{j+1}{L}} \{ \lambda_1 f(Y, u) + \lambda_2 E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) \} dt dx$$

^۱ NonLinear Programming (NLP)

$$\Delta x = \left(\frac{1-0}{20}\right), \quad \Delta t = \left(\frac{1-0}{20}\right) \quad (23)$$

$$\text{Minimize } J(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}) =$$

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} \int_{\frac{j-1}{20}}^{\frac{j}{20}} \int_{\frac{i-1}{20}}^{\frac{i}{20}} \{0.5 * |u(x, t)| + 0.5 * \left| \frac{\partial Y}{\partial t} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| \} dt dx$$

بعد از انجام تقریب انگرال و تقریب مشتق مسئله به صورت

زیرتبدیل می شود.

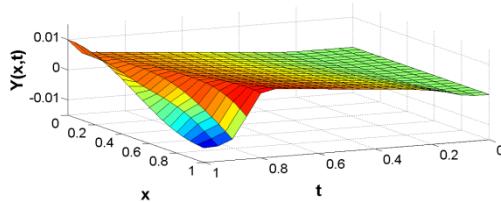
$$\text{Minimize } J(Y_{i,j}) \cong \quad (24)$$

$$\left(\frac{1}{20}, \frac{1}{20}\right) \cdot \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} 0.5 * |u_{i,j}| + 0.5 * E_0(Y_{i,j})$$

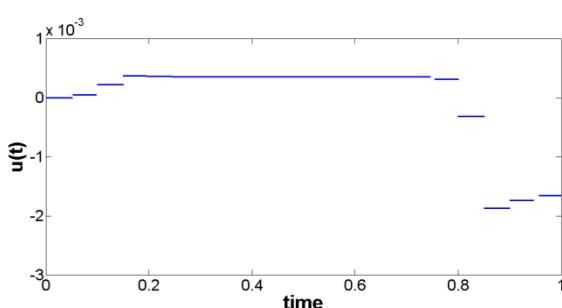
مسئله بدست آمده با استفاده از نرم افزار LINGO حل شده است، که نتایج آن در شکل های (۱) و (۲) آورده شده است.

در این قسمت هدف تست کردن تابع کنترل بدست آمده در شکل (۲) می باشد، به این صورت که اگر تابع کنترل بدست آمده را به سیستم اعمال کنیم آیا مسئله به حالت نهایی مطلوب می رسد. مسئله حرارت با تابع کنترل و شرایط اولیه و این بار بدون در نظر گرفتن مقدار نهایی حل می شود که نتیجه آن در شکل های (۳) و (۴) آورده شده است. همان طور که از نمودارها مشخص است با اعمال تابع کنترل به سیستم، خواسته مسئله به طور مطلوب برآورده نشده است. در ادامه این مسئله مجدداً حل شده و این بار تعداد افزارها ۴۰ قسمت در نظر گرفته شده است، و باز دیگر تابع کنترل جدید به سیستم اعمال می شود که نتایج حاصل در شکل های (۵) و (۶) آورده شده است. همان طور که از نمودارها پیداست با افزایش تعداد افزارها خواسته مسئله تا حدود زیادی برآورده شده است. این مسئله با روش تئوری اندازه و روش برنامه ریزی پویای تکراری نیز حل شده است که مقدار تابع هدف حاصل از این روش در جدول (۱) آورده شده است [۱۳-۱۵].

پاVک



شکل (۱) نمودار تابع توزیع حرارتی



شکل (۲) نمودار تابع کنترل بهینه

$$\left(\frac{1}{M}, \frac{1}{L}\right) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L f(Y, u)$$

با این شرط که

$$\left(\frac{1}{M}, \frac{1}{L}\right) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) \leq \delta$$

در ادامه برای ساده سازی در نوشتن مسئله از نماد زیر استفاده می کنیم.

$$Y\left(\frac{i}{M}, \frac{j}{L}\right) = Y_{i,j} \quad (18)$$

با استفاده از تقریب های مشتق مسئله NDOC (۱۷)، به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\text{Minimize } J(Y_{i,j}) \cong \left(\frac{1}{M}, \frac{1}{L}\right) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L f(Y_{i,j}, u_{i,j}) \quad (19)$$

با این شرط که

$$\left(\frac{1}{M}, \frac{1}{L}\right) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^L E_0(Y_{i,j}) \leq \delta$$

در حالت کلی مسئله (۱۹) یک مسئله NLP است و می توان به وسیله نرم افزارهایی مانند Matlab یا Lingo یا نرم افزارهای مشابه حل نمود.

۳- شبیه سازی

معادله حرارت [۱۳-۱۵]

مسئله رساندن دمای یک جسم به حالت مطلوب و در زمانی معین در بسیاری از موارد مطرح است. به عنوان مثال در صنایع شیشه سازی، رآکتورهای شیمیایی، پزشکی و... در واقع مسئله به صورت رساندن دمای یک جسم با حداقل انرژی به یک مقدار مطلوب است. در ادامه مسئله کنترل بهینه حرارت با استفاده از رهايافت جدید حل شده است.

هدف در این مسئله رساندن دمای یک میله از مقدار اولیه صفر به یک مقدار مطلوب است که در عین حال مقدار مصرف انرژی نیز باید کمینه شود.

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \quad (20)$$

$x \in [0,1], t \in [0,1], u \in [-1,1]$ شرایط اولیه و مرزی

$$Y_x(t, 0) = 0, \quad Y_x(t, 1) = u(t)$$

$$Y(0, x) = 0, \quad Y(1, x) = 0.01 \cos(\pi x)$$

$$J = \min \int_0^1 \int_0^1 |u(x, t)| dt dx$$

PAVK رهايافت

$$\text{Minimize } J_1\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) = \quad (21)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 E_0\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right) dt dx = \int_0^1 \int_0^1 \left| \frac{\partial Y}{\partial t} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| dt dx$$

و

$$\text{Minimize } J_2(u, x, t) = \int_0^1 \int_0^1 |u(x, t)| dt dx$$

استفاده کردن از ضرایب λ برای تبدیل مسئله دو هدفه به مسئله یک هدفه.

$$\text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}, u\right) = \quad (22)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \lambda_1 |u(x, t)| + \lambda_2 \left| \frac{\partial Y}{\partial t} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| dt dx$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5 \Rightarrow \text{Minimize } J\left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}, u\right) =$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \{0.5 * |u(x, t)| + 0.5 * \left| \frac{\partial Y}{\partial t} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| \} dt dx$$

در این مسئله طول بازه به بیست قسمت افزایش شده است.

$J = 0.616 * 10^{-2}$	روش PAVK با ۴۰ افزار
معادله موج [۱۳]	
$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$	(۲۵)
$x \in [0, \pi], t \in [0, \pi], u \in [-1, 1]$	شرایط اولیه و مرزی

$$\begin{aligned} Y_t(0, x) &= 0, \quad Y_t(\pi, x) = 0 \\ Y(t, 0) &= u(t), \quad Y(t, \pi) = u(t) \\ Y(0, x) &= \sin(x), \quad Y(\pi, x) = -\sin(x) \end{aligned}$$

$$J = \min \int_0^\pi \int_0^\pi u(x, t)^2 dt dx$$

PAVK رهیافت

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J_1 \left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right) = \\ \int_0^\pi \int_0^\pi E_0 \left(Y, \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right) dt dx = \int_0^\pi \int_0^\pi \left| \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| dt dx \end{aligned} \quad (۲۶)$$

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J_2(u, x, t) = \int_0^\pi \int_0^\pi u(x, t)^2 dt dx \\ \text{Minimize } J \left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}, u \right) = \\ \int_0^\pi \int_0^\pi \left\{ \lambda_1 u(x, t)^2 + \lambda_2 \left| \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| \right\} dt dx \end{aligned} \quad (۲۷)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 = \lambda_2 = 0.5 \Rightarrow \text{Minimize } J \left(Y, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}, u \right) = \\ \int_0^\pi \int_0^\pi \left\{ 0.5 * u(x, t)^2 + 0.5 * \left| \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| \right\} dt dx \end{aligned}$$

در این مسئله طول بازه به بیست قسمت افزای شده است.

$$\begin{aligned} \Delta x = \left(\frac{\pi-0}{20} \right), \quad \Delta t = \left(\frac{\pi-0}{20} \right) \quad (۲۸) \\ x_i = x_{i-1} + \Delta x, \quad t_j = t_{j-1} + \Delta t \\ i = 2, 3, \dots, 20, \quad j = 2, 3, \dots, 20 \\ x_1 = \frac{\pi}{20}, \quad t_1 = \frac{\pi}{20} \\ \text{Minimize } J \left(Y, \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right) = \\ \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} \int_{\frac{i-1}{20}}^{\frac{i}{20}} \int_{\frac{j-1}{20}}^{\frac{j}{20}} 0.5 * u(x, t)^2 + 0.5 * \left| \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right| dt dx \end{aligned}$$

در این مرحله با استفاده از تقریب انتگرال مسئله مینیمم سازی (۲۸)، به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J \left(Y, \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right) \cong \\ \left(\frac{\pi}{20} \cdot \frac{\pi}{20} \right) \cdot \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} 0.5 * u_{i,j}^2 + 0.5 * \left| \frac{\partial^2 Y_{i,j}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 Y_{i,j}}{\partial x^2} \right| \end{aligned} \quad (۲۹)$$

در ادامه از تقریب های مشتق که به صورت زیر می باشند استفاده شده است.

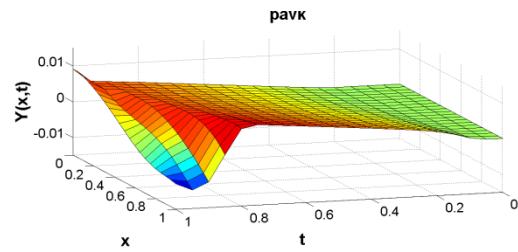
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Y \left(\frac{i}{20}, \frac{j}{20} \right)}{\partial t^2} \cong \frac{Y \left(\frac{i+1}{20}, \frac{j+1}{20} \right) - 2Y \left(\frac{i}{20}, \frac{j}{20} \right) + Y \left(\frac{i-1}{20}, \frac{j-1}{20} \right)}{\left(\frac{1}{20} \right)^2} = \\ 20^2 * (Y_{i,j+1} - 2Y_{i,j} + Y_{i,j-1}) \\ \frac{\partial^2 Y \left(\frac{i}{20}, \frac{j}{20} \right)}{\partial x^2} \cong \frac{Y \left(\frac{i+1}{20}, \frac{j}{20} \right) - 2Y \left(\frac{i}{20}, \frac{j}{20} \right) + Y \left(\frac{i-1}{20}, \frac{j}{20} \right)}{\left(\frac{1}{20} \right)^2} = \\ 20^2 * (Y_{i+1,j} - 2Y_{i,j} + Y_{i-1,j}) \end{aligned} \quad (۳۰)$$

برای ساده سازی در نوشتمن مسائل از نماد زیر استفاده می کنیم:

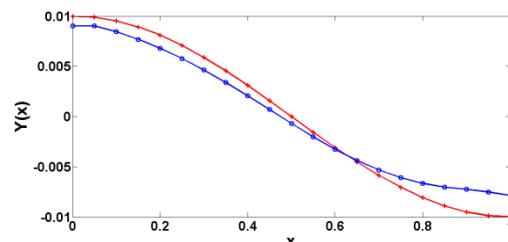
$$Y \left(\frac{i}{M}, \frac{j}{L} \right) = Y_{i,j} \quad (۳۱)$$

با استفاده از تقریبات بالا مسئله NDOC (۲۹) به صورت زیر تبدیل

می شود:

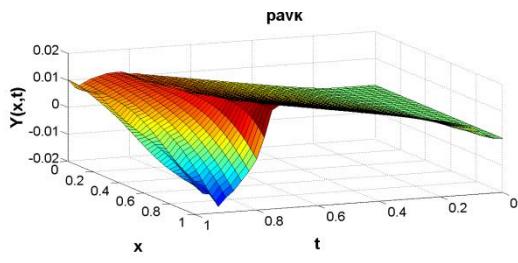


شکل (۳) نمودار تابع توزیع حرارتی بدست آمده از روش PAVK

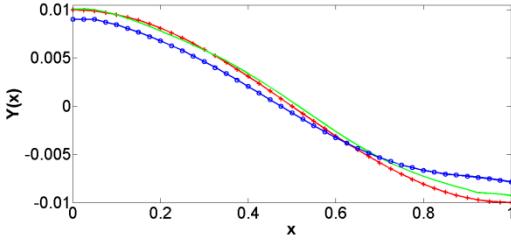


شکل (۴) نمودار اختلاف بین توزیع حرارتی مطلوب و بدست آمده از روش PAVK

- نمودار توزیع حرارتی مطلوب
O - نمودار توزیع حرارتی بدست آمده از روش PAVK



شکل (۵) نمودار تابع توزیع حرارتی بدست آمده با تقسیم بازه ها به ۴۰ افزار با روش PAVK

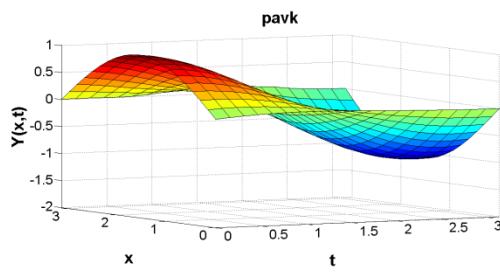


شکل (۶) نمودار اختلاف بین توزیع حرارتی مطلوب و بدست آمده از روش PAVK

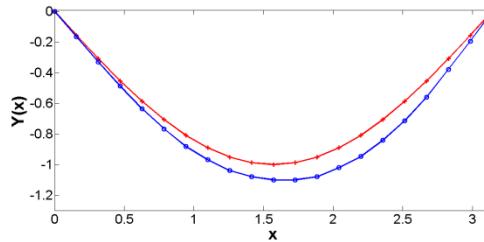
- نمودار توزیع حرارتی مطلوب
O - نمودار توزیع حرارتی بدست آمده از روش PAVK با ۲۰ افزار
-- نمودار توزیع حرارتی بدست آمده از روش PAVK با ۴۰ افزار

جدول (۱) مقایسه مقادیر تابع هدف

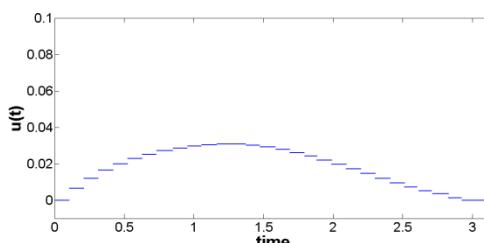
$J = 3.75 * 10^{-2}$	روش برنامه ریزی پویای تکراری
$J = 7.93 * 10^{-2}$	روش تئوری اندازه
$J = 0.537 * 10^{-2}$	روش PAVK با ۲۰ افزار



شکل (۱۰): نمودار معادله موج بدست آمده



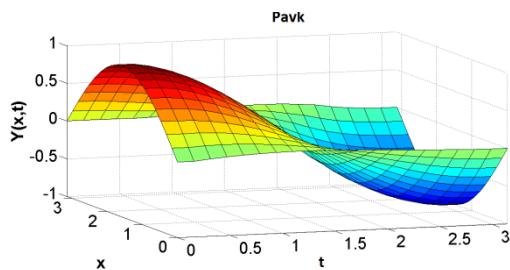
شکل (۱۱): نمودار اختلاف بین توزیع موج مطلوب و بدست آمده
+ نمودار معادله موج مطلوب
۰ نمودار معادله موج بدست آمده از روش PAVK با
افراز



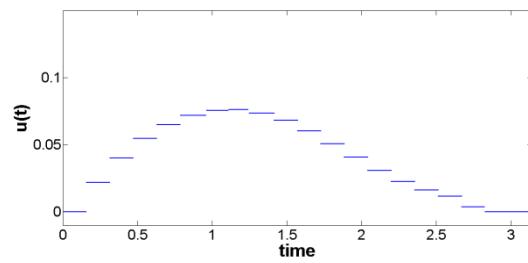
شکل (۱۲) نمودار تابع کنترل بهینه با ۳۰ افزار در ابتدای بازه

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J(Y_{i,j}) \cong \\ \left(\frac{\pi}{20}, \frac{\pi}{20} \right) \cdot \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} 0.5 * u_{i,j}^2 + 0.5 * E_0(Y_{i,j}) \end{aligned} \quad (۳۲)$$

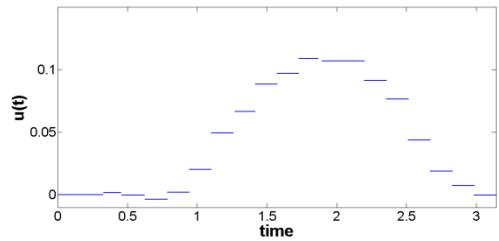
در ادامه نتایج حاصل از این روش آورده شده است.



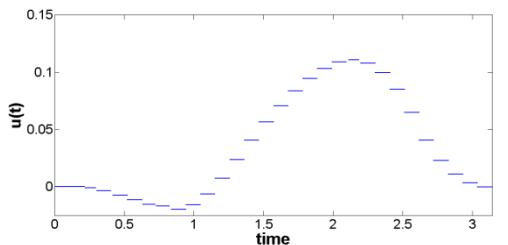
شکل (۷): نمودار معادله موج



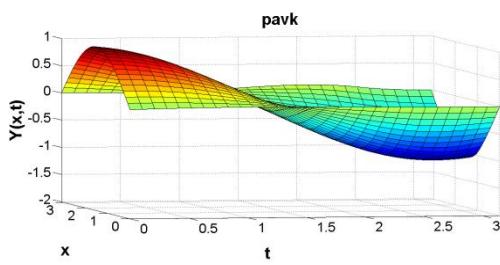
شکل (۸): نمودار تابع کنترل بهینه در ابتدای بازه



شکل (۹): نمودار تابع کنترل بهینه در انتهای بازه



شکل (۱۳) نمودار تابع کنترل بهینه با ۳۰ افزار در انتهای بازه



شکل (۱۴) نمودار تابع توزیع موج بدست آمده با ۳۰ افزار

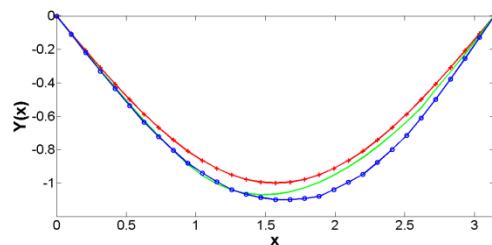
در این بخش هدف تست کردن تابع کنترل بدست آمده در شکل های (۸) و (۹) می باشد، به این صورت که اگر تابع کنترل بدست آمده را به سیستم اعمال کنیم آیا مسئله به حالت نهایی مطلوب می رسد. نتیجه حاصل در شکل های (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده است. همان طور که از نمودارها مشخص است با اعمال تابع کنترل به سیستم، خواسته مسئله برآورده نشده است که در ادامه این مسئله مجدداً با تعداد تقسیمات بیشتر حل شده و تابع کنترل به سیستم اعمال می شود که نتایج حاصل در شکل های (۱۴) و (۱۵) آورده شده است. همان طور که از نمودارها پیداست با افزایش تعداد افزار های بازه ها خواسته های مسئله تا حدود زیادی برآورده شده است.

این مسئله با روش برنامه ریزی پویای تکراری نیز حل شده است که مقدار تابع هدف حاصل از این روش در جدول (۲) آورده شده است [۱۳].

مراجع

- [1] Badakhshan KP, Kamyad AV, Azemi A. Using AVK method to solve nonlinear problems with uncertain parameters. *Applied Mathematics and Computation*. 2007. 189:27–34.
- [2] Borzabadi AH, Kamyad AV, Farahi MH. Optimal control of the heat equation in an inhomogeneous body. *Korean J Comput Appl Math*. 2004. 15(1-2):127-146.
- [3] Gachpazan M, Kamyad AV. Solving of second order nonlinear PDE problems by using artificial controls with controlled error. *Korean J Comput Appl Math*. 2004. 15(1-2):173-184.
- [4] Kamyad AV. Boundary control problems for the multi-dimensional diffusion equation. *Leeds Univ (United Kingdom)*. 1988.
- [5] Kamyad AV, Mehne HH. A linear programming approach to the controllability of time-varying system. *Int J Eng Sci*. 2003. 14(3):143–151.
- [6] Khalil HK. *Nonlinear Systems*: Prentice Hall. 1996.
- [7] Kokotović P, Arcak M. Constructive nonlinear control: A historical perspective (survey paper). *Automatica*. 2001. 37(5):637–662.
- [8] Leith D, Leithead W. Survey of gain-scheduling analysis and design. *Int J Control*. 2000. 73(11):1001–1025.
- [9] Loxton R, Teo KL, Rehbock V. Robust suboptimal control of nonlinear systems. *Applied Mathematics and Computation*. 2011. 217(14):6566-6576.
- [10] Ramezani MR, Kamyad AV. Approximation of general nonlinear control systems with linear time varying systems. *Electrical Engineering (ICEEE)*, 2010 .18th Iranian Conference on ICEEE. 680-685.
- [11] Slotine J-JE. *Applied nonlinear control*. new jersey. 1991.
- [12] Luus, R. Optimal Control by Dynamic Programming Using Accessible Grid Points and Region Reduction. *Hungarian Journal of Industrial Chemistry*, 1989, 17,523-543.
- [۱۳] صدیقه اصغری نیا، حل مسائل کنترل بهینه‌ای که با معادلات دیفرانسیل جزئی همراهی می‌شوند به روش برنامه‌ریزی پویای تکراری، پایان نامه کارشناسی ارشد ، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده ریاضی،

.۱۳۸۲



شکل (۱۵) نمودار اختلاف بین توزیع موج مطلوب و بدست آمده
- نمودار معادله موج مطلوب
0- نمودار معادله موج بدست آمده از روش PAVK با ۲۰ افزار
-- نمودار معادله موج بدست آمده از روش PAVK با ۳۰ افزار

جدول (۲) مقایسه مقادیر تابع هدف

$J = 0.915$	روش برنامه ریزی پویای تکراری
$J = 0.14$	روش PAVK با ۲۰ افزار
$J = 0.258$	روش PAVK با ۳۰ افزار

۴- نتیجه گیری

هدف اصلی در این مقاله تبدیل مسئله کنترل بهینه به یک مسئله برنامه ریزی غیر خطی جهت بدست آوردن یک جواب تقریبی از مسئله می‌باشد. در ابتدا مسئله کنترل بهینه را به یک مسئله در حساب تغیرات تبدیل کردیم و سپس مسئله حاصل به یک مسئله برنامه ریزی خطی تبدیل شد و در نهایت با کمک نرم افزارهای موجود مسئله را حل کردیم. بهینه سازی در این روش به هیچ وجه با خطی سازی در گیر نیست. یافتن کنترل های هموار در این روش از مزایای دیگر آن می‌باشد. همان طور که با ارائه مثال هایی نشان داده شد در این روش هر چه تعداد تقسیمات بازه ها (نقاط افزار) بیشتر شود، جواب به دست آمده بهتر می شود، ولی در عین حال پیچیدگی محاسباتی مسئله نیز افزایش می یابد.

ارائه روشی کارا برای دسته‌بندی مسائل چند دسته‌ای با رویکرد انتخاب دسته‌بند

محمد علی باقری^۱، غلامعلی منتظر^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی فناوری اطلاعات، گروه مهندسی فناوری اطلاعات، دانشگاه تربیت مدرس، a.bagheri@modares.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی فنی و مهندسی، گروه فناوری اطلاعات، دانشگاه تربیت مدرس، montazer@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۹/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۱/۱۸)

چکیده: سیستمهای دسته‌بندی شورایی، رویکردهای مؤثر در یادگیری ماشین است که در آن با ترکیب نتایج چند دسته‌بند سعی می‌شود تقریب بهتری از یک دسته‌بند بهینه فراهم شود. در حوزه ترکیب خروجی شورای دسته‌بند، رویکرد «انتخاب دسته‌بند» توجه کمتری را در مقایسه با رویکرد «ادغام دسته‌بند» به خود جلب کرده است. همچنین، اغلب روش‌های موجود در این حوزه، هزینه محاسباتی بالایی دارند. در این مقاله، روشی مؤثر در دسته‌بندی مسائل چند دسته‌ای بر اساس رویکرد انتخاب ویژگی پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی ابتدا با استفاده از ۱۴ مجموعه داده تراز از پایگاه UCI آزمون شده و پس از اثبات توانایی آن، برای شناسایی رایحه‌های سه نوع شیرین‌بیان به کار گرفته شده است. مقایسه نتایج روش پیشنهادی و روش‌های دیگر سیستمهای شورایی بر اساس دو معیار صحت شناسایی و زمان محاسباتی، کارایی بهتر روش را در دسته‌بندی مسائل چند دسته‌ای نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: دسته‌بندی، مسئله چند دسته‌ای، سیستم شورایی، انتخاب دسته‌بند، شناسایی بو.

An Efficient Multiclass Classification Method Based on Classifier Selection Technique

Mohammad Ali Bagheri, Gholamali Montazer

Abstract: Individual classification models have recently been challenged by ensemble of classifiers, also known as multiple classifier system, which often shows better classification accuracy. In terms of merging the outputs of an ensemble of classifiers, classifier selection has not attracted as much attention as classifier fusion in the past, mainly because of its higher computational burden. In this paper, we propose a novel technique for improving classifier selection. In our method, the simple divide-and-conquer strategy is adapted in that a complex classification problem is divided into simpler binary sub-classification problems. We conduct extensive experiments on a series of multi-class datasets from the UCI (University of California, Irvine) repository and on odor database. The experimental results demonstrate the advanced performance of the proposed method.

Keywords: classification, multi-class, ensemble system, classifier selection, odor recognition.

دسته‌بندی شورایی^۱ یا «سیستم دسته بند چند گانه» خوانده می‌شود. نتایج نظری [۱، ۲] و تجربی [۳، ۴] پژوهشها نشان می‌دهد سیستمهای شورایی اغلب نتایج دسته‌بندی بهتری را در مقایسه با دسته‌بندهای پایه در شورا به دست می‌دهند..

۱- مقدمه

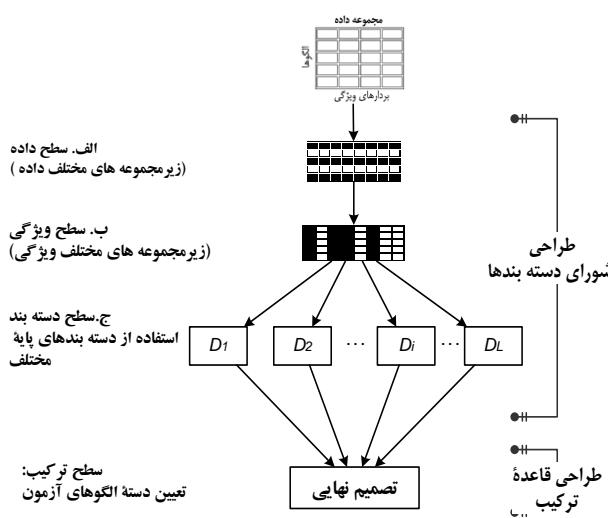
یکی از رویکردهای مؤثر برای حل مسائل دسته‌بندی پیچیده (از جمله مسائل چند دسته‌ای)، طراحی شورایی از دسته‌بندهای پایه و سپس ترکیب خروجی آنها است. این رویکرد بیشتر با نامهای «سیستم

مجموعه داده تراز آورده شده، سپس حل مسئله تشخیص الگوهای بولیابی در بخش پنجم آمده و سرانجام بخش ششم و هفتم به بحث و نتیجه‌گیری مقاله اختصاص یافته است.

۲- سیستمهای دسته‌بند چندگانه برای ادغام دسته‌بندها

یکی از رویکردهای مؤثر برای حل مسائل دسته‌بندی پیچیده (از جمله مسائل چنددسته‌ای)، طراحی شورایی از دسته‌بندهای پایه و سپس ترکیب خروجی آنها است. این رویکرد، در متابع یادگیری ماشینی با نامهای مختلفی مانند سیستم دسته بند چندگانه، کمیته یادگیرنده‌ها^۷، نظریه اجماع^۸ و سیستم دسته‌بندی شورایی نیز خوانده می‌شود و یکی از چهار مسیر پیشگام در حوزه یادگیری ماشینی را شکل داده است [۱۱]. با این حال، هنگامی یادگیری شورایی از یادگیری بهترین دسته‌بند پایه بهتر است که دسته‌بندهای پایه دارای کارایی قابل قبول بوده و «گوناگون در خط»^۹ باشند [۱۲]. دو دسته‌بند، زمانی گوناگونی در خطا دارند که نمونه‌هایی که به صورت نادرست دسته‌بندی می‌کنند متفاوت باشند. تفاوت در موارد خطای دسته‌بندهای پایه باعث می‌شود که دسته‌بندها خطاهای یکدیگر را پوشانند و به همین علت گوناگونی در خطا، از نکات اساسی در موقوفیت سیستم دسته‌بندی چندگانه است.

فرایند طراحی سیستم شورایی به طور کلی شامل دو مرحله است [۵]: (الف) ساخت شورای دسته‌بندها، (ب) طراحی قاعدة ترکیب (شکل ۱)، که در بخش‌های زیر شرح داده شده است.



۲-۱. طراحی شورای دسته‌بندها

به طور کلی سه رویکرد مختلف برای ایجاد شورای دسته‌بندها وجود دارد: رویکرد اول استفاده از الگوریتمهای یادگیری مختلف مانند شبکه

⁷ committees of learners

⁸ consensus theory

⁹ error diverse

فرایند طراحی سیستم دسته‌بند چندگانه به طور کلی شامل دو مرحله است [۵]: (الف) ساخت شورایی از دسته‌بندها، (ب) طراحی قاعدة ترکیب (ادغام)^۱، که بهینه‌سازی تصمیم نیز نامیده می‌شود [۶, ۷, ۸] دو رویکرد کلی در بهینه‌سازی تصمیم وجود دارد: ادغام دسته‌بند^۲ و انتخاب دسته‌بند^۳. در ادغام دسته‌بند، هر دسته‌بند از همه داده‌های فضای ویژگی استفاده می‌کند. در این حالت، فرایند ادغام شامل ترکیب دسته‌بندهای پایه و ضعیف‌تر برای دست‌بندی باکارایی بیشتر است. رأی گیری ساده یا وزن دار خروجی دسته‌بندها در اغلب روش‌های مطرح سیستمهایی شورایی مانند AdaBoost، Bagging و روش زیرفضایی تصادفی^۴ استفاده می‌شود.

رویکرد «ادغام دسته‌بند» براساس این فرضیه است که هر دسته‌بند خطای مستقلی دارد و باعث می‌شود که دسته‌بندها خطاهای یکدیگر را پوشانند. با این حال، از آنجا که تمامی دسته‌بندها در شورا به مسئله مشخصی پاسخ می‌دهند، ایجاد استقلال در خطای دسته‌بندها مشکل خواهد بود [۹]. در نتیجه، ترکیب خروجی دسته‌بندها نتایج دسته‌بندی بهتری را تضمین نمی‌کند. علاوه براین، استفاده همزمان از چندین دسته‌بند برای دسته‌بندی یک الگوی آزمون لازم است.

در انتخاب دسته‌بند، هر دسته‌بند در شورا بخشی از فضای ویژگی را به خوبی یاد می‌گیرد و لذا دسته‌بندی داده‌های آن بخش از فضای انجام می‌دهد. از این‌رو، در رویکرد انتخاب، معمولاً یک دسته‌بند برای تعیین دسته الگوی آزمون استفاده می‌شود [۸]. روش‌های مبتنی بر رویکرد انتخاب، به عنوان مثال «انتخاب پویایی دسته‌بند براساس صحت همسایگی»^۵، به علت تخمین کارایی هر دسته‌بند در ناحیه همسایگی الگوی آزمون، اغلب هزینه محاسباتی بالایی دارند. همچنین، این روش‌ها به پارامترهای روش مانند تعداد نزدیک‌ترین K همسایه و تابع فاصله وابستگی زیادی دارند [۱۰].

در این مقاله، روش انتخاب دسته‌بند جدیدی برای مسائل دسته‌بندی چنددسته‌ای ارائه شده است: بدین منظور برای هر زوج دسته، یک دسته‌بند دودویی^۶ با استفاده از داده‌های آموخت آن دو دسته ایجاد می‌شود. سپس، برای دسته‌بندی یک الگوی آزمون، ابتدا دو دسته‌ای که بیشترین احتمال را دارند تعیین می‌شود. براساس این دو دسته، یکی از دسته‌بندهای دودویی انتخاب می‌شود که دسته نهایی الگوی آزمون را تعیین کند.

ادامه این مقاله به شرح ذیل تنظیم شده است: ساختار سیستمهای شورایی در بخش دوم به اختصار معرفی شده است. دردامنه، روش پیشنهادی در انتخاب دسته‌بند در بخش سوم شرح داده شده است. در بخش چهارم، نتایج تجربی استفاده از روش پیشنهادی با استفاده از ۱۴

¹ combination rule

² classifier fusion

³ classifier selection

⁴ Random Subspace Method (RSM)

⁵ dynamic classifier selection with local accuracy (DCS-LA)

⁶ binary classifier

رقبات^۵ در فضای ویژگی مسئله دارد. از این‌رو، هدف انتخاب دسته‌بند تخصیص هر دسته‌بند به یک ناحیه رقبات در فضای مسئله است [۶، ۷، ۸]. در این رویکرد، دو شیوه انتخاب دسته‌بند ارائه شده است: انتخاب ایستای دسته‌بند^۶ و انتخاب پویای دسته‌بند^۷. در شیوه ایستا، یک دسته‌بند دسته‌بند برای تعیین دسته تمام الگوهای آزمون استفاده می‌شود. در روش‌های مبتنی بر شیوه پویا، ناحیه رقبات در هنگام فرایند دسته‌بندی الگوی آزمون و با در نظر گرفتن مشخصات الگوی آزمون تعیین می‌شود. از آنجا که الگوهای مختلف ویژگی‌های دسته‌بندی متفاوتی دارند، استفاده از دسته‌بندهای مختلف نتایج بهتری را در مقایسه با شیوه ایستا می‌دهند.

بر اساس صحّت محلی الگوی آزمون، «وودز» و همکارانش یکی از معروف‌ترین روش‌های انتخاب دسته‌بند را ارائه کردند که DCS-LA^۸ خوانده می‌شود [۸]. در این روش، ابتدا مجموعه‌ای از دسته‌بندهای پایه ایجاد می‌شود. این الگوریتم، برای هر الگوی آزمون، ناحیه محلی را به صورت k نزدیک‌ترین همسایه در میان الگوهای آموزش، تعریف می‌کند. سپس، صحّت محلی هر دسته‌بند (نسبت الگوهایی که در ناحیه محلی الگوی آزمون درست دسته‌بندی شده‌اند) تخمین زده می‌شود و دسته‌بندی که بیشترین صحّت دسته‌بندی را در آن ناحیه داشته انتخاب می‌شود.

با این حال، هر دو رویکرد سیستمهای شورایی برای ترکیب خروجی دسته‌بندها (ادغام یا انتخاب دسته‌بند)، هزینه محاسباتی بالایی دارند. در رویکرد ادغام دسته‌بند، فرایند دسته‌بندی زمان بر خواهد بود؛ چرا که سیستم شورایی شامل تعداد زیادی دسته‌بند است و برای تعیین دسته هر الگوی آزمون، خروجی تمام دسته‌بندهای پایه در شورا باید ترکیب شوند. همچنین در رویکرد انتخاب دسته‌بند، تخمین فضای انتخاب و صحّت محلی هر دسته‌بند، موجب طولانی شدن زمان دسته‌بندی خواهد شد.

در این مقاله، روش جدیدی در انتخاب دسته‌بند برای مسائل دسته‌بندی چندسنه‌ای پیشنهاد شده است. ایده اصلی این روش، انتخاب دسته‌بند بر اساس فراوانی الگوهای دسته‌های مختلف در همسایگی الگوی آزمون است. براین اساس، گرینه‌های ممکن در تعیین برچسب الگوی آزمون از چند دسته به دو دسته‌ای که بیشترین احتمال را دارند محدود می‌شود. سپس، مسئله دو دسته‌ای با استفاده از یک دسته‌بند دودویی که مزهای تصمیم دقیق‌تری دارد حل می‌شود. در این روش، نیازی به فرایند زمان بر تخمین کارایی هر دسته‌بند در همسایگی هر الگوی آزمون نیست. همچنین تعداد و پیچیدگی دسته‌بندهای مسئله به مرتب کاهش می‌یابد. روش دسته‌بندی پیشنهادی، در بخش بعد به تفصیل معرفی شده است.

عصی، درخت تصمیم و غیره و یا تغییر پارامترهای یک نوع دسته بند (مانند وزنهای اولیه مختلف در شبکه عصبی) است. رویکرد دیگر که توجه بیشتری را به خود جلب کرده است، استفاده از مجموعه‌های داده مختلف برای آموزش دسته‌بندهای پایه است. این مجموعه‌ها، اغلب توسط روش‌های «نمونه‌برداری مجدد»^۹ از مجموعه آموزش حاصل می‌شود؛ به طوری که مجموعه‌های آموزش مختلف با انتخاب تصادفی از نمونه‌های آموزش تولید می‌شوند و هر مجموعه به عنوان ورودی یک دسته‌بند استفاده می‌شود. روش‌های bagging^{۱۰} و boosting^{۱۱} محبوب‌ترین روش‌ها با این رویکرد هستند. رویکرد سوم که از رویکردهای نوین طراحی شورا محسوب می‌شود، استفاده از زیرمجموعه‌های ویژگی مختلف و آموزش دسته‌بندهای پایه با این زیرمجموعه‌ها است که «شورای انتخاب ویژگی»^{۱۲} گفته می‌شود. به بیان دیگر، در رویکرد دوم هر مجموعه داده شامل برخی نمونه‌های آموزش است که تمام ویژگی‌های مسئله را دارا است؛ درحالی که در رویکرد شورای انتخاب ویژگی، هر مجموعه داده شامل تمام نمونه‌های آموزش است که از برخی ویژگی‌های مسئله برخوردار است.

هدف شورای انتخاب ویژگی، یافتن زیرمجموعه‌های ویژگی است که صحّت دسته‌بندی خوبی داشته و تا حد ممکن گوناگون باشند. «هو»^{۱۳} نشان داد درحالی که اغلب روش‌های دسته‌بندی با مشکل ابعاد زیاد داده مواجه‌هند، روش زیرفضای تصادفی می‌تواند از این موضوع بهره‌مند شود [۱۵].

۲-۲. طراحی قاعدة ترکیب

پس از ایجاد شورایی از دسته‌بندهای پایه، گام بعدی، طراحی قاعدة ترکیب خروجی آنها است؛ که «بهینه‌سازی تصمیم» نیز خوانده می‌شود. دو رویکرد اصلی برای بهینه‌سازی تصمیم وجود دارد: ادغام دسته‌بند و انتخاب دسته‌بند [۶-۵]. در ادغام دسته‌بند، هر دسته‌بند از همه داده‌های فضای ویژگی استفاده می‌کند. در این حالت، فرایند ادغام شامل ترکیب دسته‌بندهای پایه و ضعیف‌تر برای دست‌یابی به دسته‌بند باکارایی بیشتر است. رأی گیری ساده یا وزن‌دار، قواعد جبری (مانند ضرب، جمع، بیشینه و کمینه)، انتگرال فازی، و قاعدة ترکیب دمپستر-شفر مرسوم‌ترین توابع ترکیب ادغام دسته‌بندها هستند. اغلب روش‌های مطرح سیستمهایی شورایی مانند AdaBoost^{۱۴}، Bagging^{۱۵} و روشن زیرفضای تصادفی بر اساس این رویکرد طراحی شده‌اند.

ایده استفاده از دسته‌بندهای مختلف برای تعیین دسته الگوهای آزمون به سال ۱۹۷۸ میلادی بازمی‌گردد [۱۶]. با این حال تمايل در بکارگیری رویکرد انتخاب دسته‌بند در سیستمهای شورایی توسعه «وودز»^{۱۷} و همکارانش در سال ۱۹۹۷ میلادی شکل گرفت [۸]. رویکرد انتخاب دسته‌بند فرض می‌کند که هر دسته‌بند یک ناحیه انتخاب (ناحیه

⁵ region of competence

⁶ static classifier selection (SCS)

⁷ dynamic classifier selection (DCS)

⁸ dynamic classifier selection by local accuracy (DCS-LA)

¹ resampling

² ensemble feature selection

³ Ho

⁴ Woods

وروودی	
■ الگوهای آموزش، $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$	که ω_n نشان‌دهنده دسته صحیح هر الگو است.
■ الگوریتم دسته‌بندی دودویی	مرحله آموزش
■	به ازای $c = 1, \dots, i = j$ انجام بده به ازای $i = i + 1, \dots, j = i + 1$ انجام بده
1. دسته‌بندی دودویی $D_{i,j}$ را با استفاده از داده‌های آموزش متاظر، $= S_{i,j}$	$\{x_t, \omega_t\} \in \{\omega_i, \omega_j\}$ ، ایجاد کن:
1. الف. آموزش هر دسته‌بند با تمام ویژگی‌های موجود	1. با استفاده از GAFS بهترین زیرمجموعه ویژگی برای تمایز دو دسته را
1. ب. با فرآیند $D_{i,j}$ با آن زیرمجموعه انجام بده	بیاب و آموزش دسته‌بند $D_{i,j}$ را به شرعاً اضافه کن
2. دسته‌بند $D_{i,j}$ را به شرعاً اضافه کن	مرحله آزمون: به ازای هر الگوی آزمون x^*
1. تache م محلی الگوی x^* را به صورت k نزدیک‌ترین همسایه از داده‌های آموزش تعیین کن.	2. در دسته‌ای که در این تache بیشترین تعداد الگوها را دارند، به عنوان محتمل ترین دسته‌های ممکن تعیین کن: $\omega^* = \{\omega_m, \omega_n\}; m, n: 1, \dots, c; m \neq n$
2. دسته‌بند $D_{m,n}$ را فرآیند و دسته الگوی x^* را تعیین کن.	

شکل ۲. شبیه کد الگوریتم پیشنهادی

۴- آزمایش روش با مجموعه داده‌های تراز

در این بخش، برای آزمون کارایی روش پیشنهادی، آزمایش تجربی روش و مقایسه آن با روش‌های دیگر آورده شده است. روش پیشنهادی مقاله (نسخه ۱ و نسخه ۲) با مدل دسته‌بند منفرد ۲، روش *DCS*-*LA*، و دو روش مطرح سیستمهای شورایی (*Bagging*) و *DCS-LA* مقایسه شده‌اند. در ادامه این بخش، ابتدا ترتیمات آزمایشها بیان شده و سپس نتایج تجربی آزمایشها را ارائه می‌کنیم. روش‌های ذکر شده، با استفاده از ۱۴ مجموعه داده مخزن داده *UCI*^۳ آزمون شده است. این مجموعه‌های داده به وفور در پژوهش‌های یادگیری ماشین برای ارزیابی الگوریتم‌های مختلف به کار گرفته شده است. جدول ۱ مشخصات هر مجموعه داده شامل تعداد دسته‌ها، تعداد الگوها و تعداد ویژگی‌های هر مجموعه را نشان می‌دهد.

۴-۱. ترتیمات آزمایش

در این مقاله، از ماشین بردار پشتیبانی (*SVM*) به عنوان دسته‌بند پایه در سیستم شورایی استفاده شده است. براساس نتایج آزمایشها اولیه، اندازه شورا (تعداد دسته‌بندی‌های پایه در شورا) برای سیستمهای شورایی (*RSM* و *Bagging*، *DCS-LA*) تعیین شده است؛ همچنین نتایج پژوهش‌های مختلف نشان می‌دهد این مقدار بهترین نتیجه دسته‌بندی را موجب می‌شود [۱۹]. در روش *DCS-LA* و روش پیشنهادی مقاله، مقدار K برای تعیین ناحیه محلی (ناحیه همسایگی) از میان چهار مقدار انتخاب

۳. مراحل روش پیشنهادی انتخاب دسته‌بند

۳-۱. مرحله آموزش

در مرحله آموزش، برای هر دو دسته در مسئله چند دسته‌ای، یک دسته‌بند دودویی با استفاده از داده‌های دو دسته متاظر ایجاد می‌شود. در این گام، دو نسخه از روش پیشنهادی ارائه شده است. در نسخه اول، هر دسته‌بند دودویی با استفاده از همه ویژگی‌های موجود، آموزش می‌بیند. در نسخه دوم، فرض می‌شود برای تمایز هر دو دسته خاص، یک مجموعه ویژگی قابلیت تمایز بیشتری می‌تواند ایجاد کند. لذا، سعی می‌شود بهترین زیرمجموعه ویژگی برای تمایز میان هر دو دسته مسئله انتخاب شود. در این پژوهش، روش «انتخاب ویژگی با الگوریتم ژنتیک»^۱ به عنوان روش انتخاب ویژگی به کار گرفته شده است؛ و سپس آموزش هر دسته‌بند دودویی با زیرمجموعه ویژگی متفاوت انجام شده است. این فرایند برای همه $c(c-1)/2$ دسته مسئله انجام شده است که تعداد دسته‌های مسئله را نشان می‌دهد. از این رو، در پایان مرحله آموزش، دسته‌بندی‌های ایجاد شده‌اند که بین هر دو دسته، قابلیت تمایز بیشتری را ایجاد می‌کنند. انتظار می‌رود دسته‌بندی‌ای که با این روش ایجاد شده‌اند، مزهای تصمیمی با پیچیدگی خطی کمتر (مزهای تصمیم ساده‌تری) در مقایسه با مزه تصمیم مسئله چند دسته‌ای داشته باشند. این موضوع به این علت است که برای یک مسئله دو دسته‌ای، یک دسته باید تنها از دسته دیگر جدا شود؛ در حالی که در مسئله چند دسته‌ای، هر دسته باید به طور همزمان از تمام دسته‌های دیگر جدا شود.

۳-۲. مرحله آزمون

در این مرحله، برای هر الگوی ناشناخته آزمون، x^* ، ابتدا یک ناحیه محلی تعیین می‌شود. این ناحیه، مشابه الگوریتم *DCS-LA* براساس نزدیک‌ترین K همسایه از میان الگوهای آموزش تعریف می‌شود. سپس، تعداد الگوهای هر دسته در این ناحیه شمارش شده و دو دسته‌ای که در این ناحیه بیشترین تعداد الگوها را داشتند به عنوان محتمل ترین دسته‌ها تعیین می‌شوند. در این روش، عمل پیش‌بینی دو دسته محتمل تر، به کمک تابعی به نام «حدس اولیه» انجام می‌شود. برای هر نمونه آزمون، اگر یکی از دو دسته پیش‌بینی شده، دسته واقعی نمونه آزمون باشد حدس اولیه صحیح بوده است. براساس این دو دسته، یکی از دسته‌بندی‌های دودویی که در مرحله آموزش ایجاد شده بود، انتخاب می‌شود که دسته نهایی الگوی x^* را تعیین کند. شکل ۲، شبیه کد روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

² single classifier³ UCI machine learning repository¹ Genetic Algorithm Feature Selection (GAFS)

ویژگی) برابر صحّت دسته‌بندی آن بر روی مجموعه اعتباریابی است. در انتهای فرایند، کروموزوم با بیشترین مقدار برازش به عنوان زیرمجموعه ویژگی بهینه انتخاب شده است.

۲-۴. نتایج آزمایشها

جدول ۲، صحّت دسته‌بندی منفرد، روش‌های *Bagging*, *DCS-LA* و *RSM* و نیز نتایج روش پیشنهادی (نسخه ۱ و ۲) را نشان می‌دهد. در این جدول، میانگین و انحراف استاندارد صحّت دسته‌بندی حاصل از ۲۰ بار تکرار هر روش برای هر مجموعه داده آورده شده است. برای هر مجموعه داده، بهترین نتیجه بدست آمده پرزنگ شده است. ستون آخر جدول ۲، میانگین صحّت «حدس اولیه» را نشان می‌دهد. صحّت دسته‌بندی این تابع برابر با نسبت نمونه‌های آزمون است که یکی از دو دسته پیش‌بینی شده، دسته واقعی نمونه آزمون باشد.

برای مقایسه آماری روش پیشنهادی با سایر روش‌ها، از آزمون ^۳ زوجی یک‌طرفه ^۳ در سطح **اطمینان** ۹۵٪ استفاده شده است. جدول ۳ نتیجه مقایسه آماری روش پیشنهادی با روش‌های دیگر را نشان می‌دهد. در این جدول، برتری روش در یک مجموعه داده در مقایسه با روش دیگر با علامت (+) و ضعف آن روش با علامت (-) نشان داده شده است؛ همچنین اگر نتیجه روش پیشنهادی تفاوت معناداری با روش دیگر نداشته باشد، هیچ علامتی درج نشده است. مقایسه نتایج هر روش با نسخه ۱ و نسخه ۲ روش پیشنهادی با علامت ممیز (/) جدا شده است. دو ردیف آخر جدول ۳، مقایسه «برد-باخت-تساوی» ^۴ روش پیشنهادی (نسخه ۱ و ۲) را با دیگر روش‌ها براساس آزمون آماری نشان می‌دهد. اولین مقدار این شاخص، تعداد مجموعه داده‌ای را نشان می‌دهد که نتایج دسته‌بندی روش پیشنهادی برتری معناداری با روش مقابله دارد؛ به طور مشابه، دومین مقدار این شاخص، تعداد مجموعه داده‌ای است که نتایج دسته‌بندی روش مقابله برتری معناداری با روش پیشنهادی دارد و سومین مقدار این شاخص، تعداد مجموعه داده‌ای است که تفاوت معناداری بین روش پیشنهادی و روش مقابله وجود ندارد.

۱-۲-۴. مقایسه دو نسخه روش پیشنهادی
بررسی نتایج حاصل از پیاده‌سازی دو نسخه روش پیشنهادی در جدول ۲ نشان می‌دهد که هر دو نسخه، نتایج مشابهی را می‌دهند؛ با این حال، نسخه اول نتایج کلی بهتری را بدست می‌دهد. نتیجه مهم حاصل از این مقایسه این است که برای مجموعه داده‌های نسبتاً کوچکتر، نسخه اول نتایج بهتری را ایجاد می‌کند. نتایج ضعیف نسخه دوم، می‌تواند ناشی از ورآموزی ^۵ الگوریتم ژئتیک در انتخاب زیرمجموعه ویژگی بر روی الگوهای آموزش باشد؛ چرا که تعداد الگوهای برای ایجاد دسته‌بندهای دودویی که خوب آموزش دیده باشند، کم است.

شده‌اند: ۷، ۱۱ و ۱۵. برای هر مجموعه داده، نتایج دسته‌بندی حاصل از بهترین مقدار *K* آورده شده است.

جدول ۱. مشخصات مجموعه داده‌های مورد استفاده

مجموعه داده	تعداد دسته‌ها	تعداد الگوها	تعداد ویژگی‌ها
Abalone	۱	۴۱۷۷	۳
Balance	۲	۶۲۵	۳
Car	۳	۱۷۲۸	۴
Cmc	۴	۱۴۷۳	۳
Derm	۵	۳۶۶	۶
Ecoli	۶	۳۳۶	۸
Glass	۷	۲۱۴	۷
Iris	۸	۱۵۰	۳
Lymph	۹	۱۴۸	۴
Pendigits	۱۰	۱۰۹۹۲	۱۰
Sat	۱۱	۶۴۳۵	۶
Wine	۱۲	۱۷۸	۳
Yeast	۱۳	۱۴۸۴	۱۰
Zoo	۱۴	۱۰۱	۷

همه آزمایشها با استفاده از نرم‌افزار *Matlab* نسخه ۷/۹ انجام شده است. برای پیاده‌سازی *SVM*، از بسته نرم‌افزاری *LibSVM* (نسخه ۳/۱) [۲۰] با هسته خطی ^۱ استفاده شده است. پیاده‌سازی روش‌های دیگر نیز براساس شبکه کد آنها انجام شده است.

به عنوان یک قاعدة کلی، روش مرسم *Holdout* (تقسیم الگوها به دو مجموعه آموزش و آزمون) برای مجموعه داده‌های بزرگ (مجموعه‌های با بیش از ۴۰۰۰ تعداد الگو) استفاده شده است. در این موارد، نمونه‌های مسأله به دو مجموعه آموزش (۷۰٪) و آزمون (۳۰٪) تقسیم شده‌اند. برای سایر مجموعه داده‌ها، روش تقسیم ۵-بخشی داده ^۲ به کار گرفته شده است.

در نسخه دوم روش پیشنهادی، ارزیابی مجموعه ویژگی براساس تقسیم داده آموزش به دو مجموعه آموزش (۶۰٪) و اعتباریابی (۴۰٪) انجام شده است. مجموعه اعتباریابی، برای ارزیابی اولیه زیرمجموعه ویژگی به کار گرفته می‌شود. در روش انتخاب ویژگی با الگوریتم ژئتیک، اندازه جمعیت اولیه برابر ۱۵، ضریب تقاطع برابر با ۵۰٪، و ضریب جهش برابر با ۱۰٪ تعیین شده‌اند. فرایند تکراری روش، شامل حداقل ۱۰ تکرار (نسل) است. بررسی‌های اولیه نشان داده است که صحّت دسته‌بندی پس از ۱۰ تکرار بهبود نمی‌یابد. علاوه‌براین، اگر صحّت دسته‌بندی در ۳ تکرار متواالی بهبود نیابد، فرایند متوقف می‌شود. در ابتدا، مقادیر ژنهای هر کروموزوم به طور تصادفی برابر ^۰ یا ^۱ انتخاب شده است. میزان موقتیت (مقدار برازش) هر کروموزوم (مجموعه

^۳ one-tailed paired *t-test*

^۴ win–loss–tie

^۵ overfitting

^۱ linear kernel

^۲ 5-fold cross validation

جدول ۲. میانگین و انحراف معیار صحّت دسته‌بندی روش پیشنهادی (نسخه ۱ و ۲) و سایر روشها با استفاده از مجموعه‌داده‌های تراز

حده اولیه	DCS-DQ.v2	DCS-DQ.v1	RSM	Bagging	DCS-LA	single SVM	مجموعه داده
91.08	63.86±0.72	64.24±0.99	62.58±1.55	62.40±1.46	57.71±1.35	63.97±0.21	Abalone ۱
98.72	92.64±1.06	93.46±0.67	78.51±2.03	90.84±0.81	78.91±0.53	91.45±0.72	Balance ۲
99.18	86.31±0.45	87.00±0.30	70.02±0.00	84.91±0.34	70.02±0.00	84.90±0.37	Car ۳
82.13	52.24±0.55	51.67±0.87	47.43±1.28	51.44±0.45	51.62±0.35	51.03±0.63	Cmc ۴
99.78	97.66±0.90	96.39±0.42	97.94±0.44	96.63±0.48	93.69±0.60	95.97±0.69	Derm ۵
94.58	78.07±2.30	80.02±1.51	76.64±1.23	76.43±0.32	67.63±1.15	80.16±0.75	Ecoli ۶
89.43	63.93±1.89	64.37±1.34	56.87±1.80	59.71±2.54	60.56±0.94	64.17±2.26	Glass ۷
99.96	96.60±1.24	98.13±0.70	95.40±0.91	97.50±0.99	95.27±1.05	97.47±1.01	Iris ۸
96.21	80.62±5.11	80.09±4.40	82.97±1.08	82.53±1.43	78.48±0.74	82.96±1.79	Lymph ۹
99.84	98.76±0.12	98.95±0.13	96.47±0.36	98.09±0.25	97.47±0.28	97.66±0.30	Pendigits ۱۰
98.36	89.67±0.54	88.97±0.47	87.08±0.64	87.00±0.64	87.28±0.64	86.24±0.72	Sat ۱۱
95.95	92.17±1.09	93.22±1.22	96.41±0.75	94.80±1.28	93.21±0.81	95.00±0.90	Wine ۱۲
83.21	55.70±0.42	56.31±0.67	43.30±1.73	50.94±0.49	50.73±0.98	54.41±0.46	Yeast ۱۳
98.3	83.22±2.51	94.05±1.40	93.54±2.22	94.70±1.41	89.24±1.00	95.07±1.41	Zoo ۱۴

جدول ۳. نتایج مقایسه روش پیشنهادی (نسخه ۱ و ۲) با سایر روشها براساس آزمون آماری

RSM	Bagging	DCS-LA	single SVM	مجموعه داده
+ / +	+ / +	+ / +	/	Abalone ۱
+ / +	+ / +	+ / +	+ / +	Balance ۲
+ / +	+ / +	+ / +	+ / +	Car ۳
+ / +	/ +	/	+ / +	Cmc ۴
- /	- / +	+ / +	+ / +	Derm ۵
+ / +	+ / +	+ / +	/ -	Ecoli ۶
+ / +	+ / +	+ / +	/	Glass ۷
+ / +	+ /	+ / +	+ / -	Iris ۸
/	/	+ /	/	Lymph ۹
+ / +	+ / +	+ / +	+ / +	Pendigits ۱۰
+ / +	+ / +	+ / +	+ / +	Sat ۱۱
+ / -	- / -	/ -	- / -	Wine ۱۲
+ / +	+ / +	+ / +	+ / +	Yeast ۱۳
+ / -	+ / -	+ / -	/ -	Zoo ۱۴
تساوی / باخت / بود (نسخه ۱)				
۱۱/۲/۱	۱۰/۲/۲	۱۲/۰/۲	۸/۱/۴	
تساوی / باخت / بود (نسخه ۲)				
۱۰/۲/۲	۱۰/۲/۲	۱۰/۲/۲	۷/۳/۴	

برتری روش پیشنهادی در یک مجموعه داده در مقایسه با روش دیگر با علامت (+) و باخت روش با علامت (-) نشان داده شده است. اگر نتیجه روش پیشنهادی تفاوت معناداری با روش دیگر نداشته باشد، هیچ علامتی درج نشده است. مقایسه نتایج هر روش با نسخه ۱ و ۲ روش پیشنهادی با علامت ممیز (/) جدا شده است.

همانگونه که در جدول ۳ نشان داده شده است، برای مجموعه داده مورد استفاده، نتایج نسخه اول روش پیشنهادی برتری معناداری را نسبت به دسته‌بند منفرد نشان می‌دهد. از طرفی، دسته‌بند منفرد *SVM* تنها در یک مجموعه داده صحّت بیشتری را نسبت به روش پیشنهادی نشان می‌دهد. نتیجه قابل توجه دیگر این که بهبود صحّت دسته‌بندی برای مجموعه داده‌های بزرگ‌تر بیشتر است. برای نمونه، برای مجموعه داده‌های *Balance*, *Car*, و *Sat* بهبود صحّت دسته‌بندی بیش از ۲٪ است.

این نتیجه با نتایج پژوهش‌های [۲۳, ۲۲, ۲۱] همخوان است که نشان می‌دهد الگوریتم ژنتیک در انتخاب زیرمجموعه ویژگی تمایل به ورآموزی دارد. برای نمونه برای مجموعه داده *Z00*، نسخه دوم روش پیشنهادی نتایج بدتری را در مقایسه با نسخه اول ارائه می‌کند که این موضوع ناشی از تعداد کم نمونه‌های هر دسته است. به علت برتری نسخه اول الگوریتم، در ادامه، سایر روشها با نسخه اول روش پیشنهادی مقایسه شده است.

۴-۲-۴. مقایسه با دسته‌بند منفرد

در برخی مجموعه داده‌ها، RSM بیش از ۱۶٪ صحت دسته‌بندی کمتری را نشان می‌دهد. مجموعه داده‌هایی که با روش RSM صحت دسته‌بندی خوبی را نشان نمی‌دهد احتمالاً دارای ویژگی‌هایی هستند که وابستگی کمی با هم دارند و وجود آنها در هر مجموعه ویژگی الزامی است. نتایج پژوهش [۲۴] نیز مؤید این مطلب است.

۳-۳. مقایسه هزینه محاسباتی

بهترین راه مقایسه برای مقایسه هزینه محاسباتی روش‌های مختلف، زمان اجرای هر روش در شرایط مشابه است. در این پژوهش، تمامی آزمایشها با مشخصات سخت افزاری ذیل انجام شده است: رایانه‌ای با *RAM* پردازنده *Intel Core 2 Duo 2.26GHz* و *2GB* حافظه *RAM*. جدول ۴ زمان متوسط اجرای هر روش برای هر مجموعه داده را نشان می‌دهد.

۳-۲-۴. مقایسه با رویکرد انتخاب دسته‌بندی بر اساس صحت محلی

مقایسه صحت دسته‌بندی نسخه اول روش پیشنهادی و روش DCS-LA در جدول ۲ نشان می‌دهد که صحت دسته‌بندی در ۹ مجموعه داده آزمایش بیش از ۲٪ بهبود یافته است. بیشترین میزان بهبود صحت دسته‌بندی برای مجموعه داده Car است. به طور کلی، نسخه اول روش پیشنهادی برای تمام ۱۴ مجموعه داده موجود نتایج بهتری را نشان می‌دهد که برای ۱۲ مجموعه داده تفاوت معنادار آماری نیز وجود دارد.

۴-۲-۴. مقایسه با روش‌های شورایی ادغام دسته‌بندها

نتایج جدول ۳ نشان می‌دهد برای ۱۲ مجموعه داده آزمایش، هیچ‌کدام از روش‌های ادغام دسته‌بندها (RSM و Bagging) از نظر آماری بهبود معناداری را در مقایسه با نسخه اول روش پیشنهادی نشان نمی‌دهند. از طرفی، در حداقل ۱۰ مجموعه داده، نسخه اول روش پیشنهادی برتری معناداری را نسبت به روش‌های ادغام دسته‌بندها به دست می‌دهد.

جدول ۴. زمان متوسط اجرای هر روش (به ثانیه) برای هر مجموعه داده

DCS-DQ.v2	DCS-DQ.v1	RSM	Bagging	DCS-LA	single SVM	مجموعه داده
221.24	1.02	8.12	3.29	12.70	1.86	Abalone
35.59	0.06	0.92	0.26	1.34	0.05	Balance
231.25	0.45	4.89	2.34	7.09	0.54	Car
100.15	0.14	0.47	0.26	0.96	0.05	Ecoli
8.87	0.07	0.69	0.34	0.99	0.05	Glass
0.56	0.01	0.07	0.04	0.17	0.01	Iris
215.88	1.46	36.59	12.11	1.92	1.24	Wine
40.05	0.50	7.76	3.22	13.23	0.63	Yeast
6.77	0.05	0.25	0.14	0.47	0.03	Zoo
2911.30	60.82	499.97	402.05	488.82	70.03	Sat
3432.66	34.99	147.51	124.96	894.23	44.23	Pendigits
1.87	0.03	0.17	0.11	0.29	0.03	Lymph
157.15	3.42	26.92	18.10	50.12	3.10	Cmc
12.84	0.17	1.91	1.28	1.17	0.11	Derm
7376.18	103.19	736.24	568.50	1473.50	121.96	مجموع

در این بخش روش پیشنهادی مقاله برای تشخیص رایج‌های بو به کار گرفته شده است. مجموعه داده الگوهای بویایی، داده‌های تجربی مربوط به سه نوع شیرین‌بیان^۱ است [۲۵]. که امکان دسترسی به آن از طریق وب وجود دارد [۲۶]. نمونه‌های مختلف در معرض ۱۲ حسگر اکسید فلز^۲ قرار گرفته و مقادیر سیگنال خروجی هر حسگر (پاسخ گذاری حسگر) به عنوان داده‌های مجموعه گردآوری شده‌اند. این مجموعه داده شامل ۱۸ نمونه است که هر نمونه خود شامل ۱۲ سیگنال (به تعداد حسگرها) است. لذا این مجموعه داده دارای سه بعد «حسگر × زمان × نمونه» است. بعده حسگر شامل ۱۲ عنصر (به تعداد حسگرها)، بعده زمان شامل ۲۴۱ عنصر (مقادیر ۲۴۰ ثانیه سیگنال خروجی حسگر همراه با مقدار مبنای حسگر (0_s)), و بعده نمونه‌ها شامل ۱۸ عنصر (به تعداد

همانگونه که در جدول ۴ نشان داده شده، دسته‌بند منفرد *SVM* کمی سریع‌تر از نسخه ۱ روش پیشنهادی برای دسته‌بندی مجموعه داده‌های کوچک است. با این حال، زمانی که مجموعه داده بزرگ‌تر می‌شود و بهویژه تعداد دسته‌های مسئله افزایش می‌یابد، شرایط تغییر می‌کند. در این مجموعه داده‌ها (*Abalone* (مانند *Sat*, *Car*, *Pendigits* و *Cmc*))، روش پیشنهادی سریع‌تر از دسته‌بند منفرد عمل می‌کند. در مقایسه با روش‌های شورایی ادغام دسته‌بند و انتخاب دسته‌بند، تفاوت قابل ملاحظه‌ای در زمان اجرای روشها وجود دارد: نسخه اول روش پیشنهادی، حدود ۵ بار سریع‌تر از *RSM* و *Bagging* و *DCS-LA* است.

۵- اعمال روش پیشنهادی در شناسایی الگوهای

بویایی

¹ licorice

² metal oxide sensor (MOS)

سیگنالهای پاسخ حسگر اول به ۱۸ نمونه مجموعه داده شیرین بیان در پردازش‌های بعدی مسأله حذف شده است.

۵-۲. استخراج ویژگی

در پیش‌پردازش و استخراج ویژگی از سیگنال اولیه حسگرهای گاز در بینی الکترونیکی، دو رویکرد وجود دارد: استفاده از سیگنال پاسخ در حالت مانا^۱ و استفاده از پاسخ گذرای^۲ سیگنال [۲۸]. روش مانا، ذخیره مقدار سیگنال پاسخ در حالت نهایی و سپس پردازش آن با روش‌های مرسوم است. این روش بخش‌های گذرای سیگنال که ممکن است اطلاعات زیادی را دربرداشته باشند، درنظر نمی‌گیرد و فرایند دسته‌بندی پیچیده‌تر خواهد بود [۲۹]. روش نوین در استخراج ویژگی‌های بهتر استفاده از پاسخ گذرای حسگر است. در این روش علاوه‌بر کاهش فرایند دریافت داده، موجب افزایش طول عمر حسگر نیز می‌شود [۳۰]. در سالهای اخیر برخی پژوهش‌ها روش‌های مختلفی را برای استخراج ویژگی از سیگنال حسگر به کار برده‌اند. مهمترین ویژگی‌هایی که در پژوهش‌های مختلف با استفاده از پاسخ گذرای سیگنال استخراج شده است شامل: میانگین مقادیر بازه‌های زمانی [۳۱، ۳۲]؛ تقسیم‌بندی زمانی پنجره‌ای^۳ سیگنال حسگر [۳۴، ۳۳]؛ مساحت زیر منحنی (انتگرال) پاسخ حسگر [۳۱]؛ بیشترین مقدار پاسخ حسگر [۳۵]؛ مربع خطای پاسخ گذرای بوی نمونه آزمون با پاسخ گذرای نمونه مرجع [۳۶]، تبدیل Padé-Z سیگنال [۳۷] و نیز استفاده از تحلیل موجک سیگنال حسگر [۳۰، ۳۸] است.

در این مقاله دو ویژگی از سیگنال گذرای حسگرها استخراج شدند که عبارتند از: ۱) مقدار اکسترم (بیشینه یا کمینه) سیگنال؛ ۲) میانگین مقادیر پاسخ حسگر. از این رو ابعاد فضای ویژگی‌ها برابر ۲۲ (دو برابر تعداد حسگرها) خواهد بود. استخراج ویژگی از پاسخ گذرای حسگرها، پس از تنظیم مبنای انجام شده است.

۵-۳. نتایج دسته‌بندی برای مجموعه داده بويابي

اعتباريابي آزمایشها با استفاده از روش اعتباريابي مقابل K بخشی^۴ انجام شده است. از آنجا که تعداد نمونه‌های مجموعه داده شیرین بیان کم است، مقدار $K = 18$ انتخاب شده است که برابر با تعداد نمونه‌ها است. این حالت که اعتباريابي مقابل LOO ^۵ نیز خوانده می‌شود، در هر بار تعداد $(K-1)$ نمونه برای آموزش و ۱ نمونه برای آزمون دسته‌بند استفاده می‌شود. مشابه آزمایش‌های پیش، دسته‌بندهای پایه شورا در دو آزمایش مختلف MLP و SVM (با پارامترهای بکسان) تعیین شدند. شکل ۵ میانگین صحبت دسته‌بندی روش‌های مورد مطالعه را برای مجموعه داده بويابي نشان می‌دهد. همانگونه که شکل نشان می‌دهد، روش پیشنهادی قابلیت تشخیص ۱۰۰٪ را برای الگوهای بويابي به دست آورده است.

¹ steady state

² transient

³ windowed time slicing

⁴ K-fold cross-validation

⁵ leave-one-out

نمونه‌ها) است. نمونه‌های شیرین بیان شامل سه نوع خوب، بد و فاسد شده هستند که ۶ نمونه از هر نوع وجود دارد [۲۵].

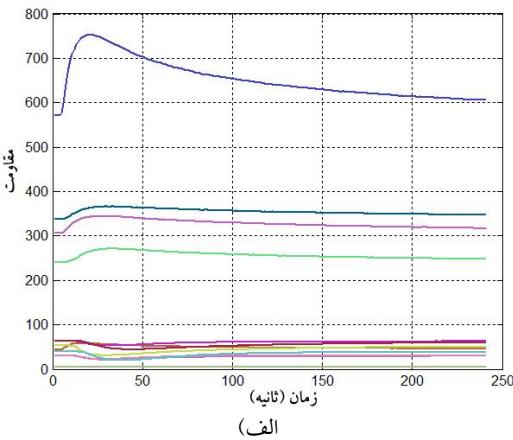
۵-۴. پیش‌پردازش سیگنالهای بو

۵-۴-۱. تنظیم مبنای

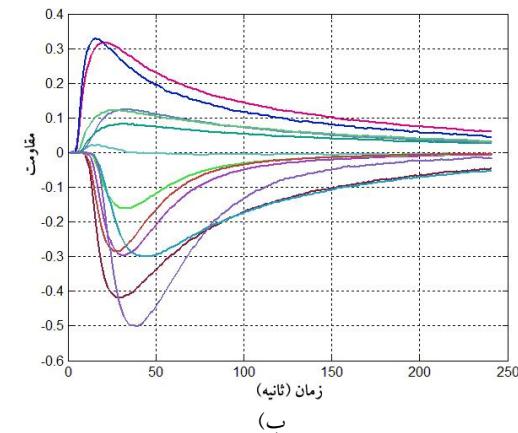
در این پژوهش از روش کسری برای تنظیم مبنای پاسخ حسگر، طبق رابطه زیر، استفاده شده است که در نتیجه پاسخی بدون بعد و هنجارشده خواهیم داشت [۲۷].

$$y_s(t) = \frac{x_s(t) - x_s(0)}{x_s(0)}$$

که $(0) x_s$ پاسخ مبنای، $x_s(t)$ پاسخ حسگر و $y_s(t)$ پاسخ تبدیل یافته حسگر است. شکل (۳) نتایج تنظیم مبنای پاسخ حسگرها برای نمونه اول همراه با پاسخ اولیه حسگرها برای این نمونه نشان می‌دهد.



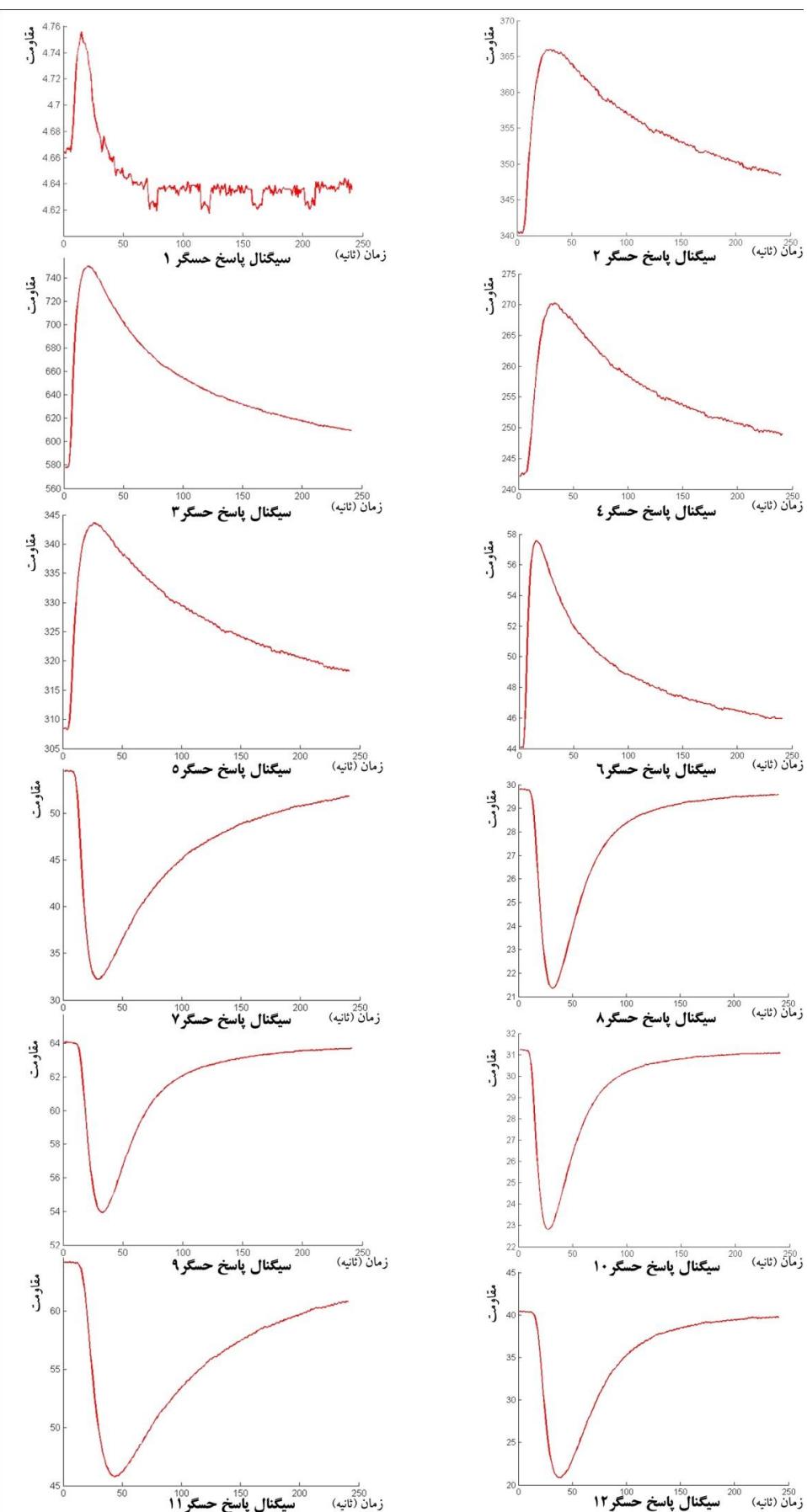
(الف)



(ب)

شکل ۳. (الف) پاسخ اولیه ۱۲ حسگر به نمونه اول و (ب) پاسخ حسگرها پس از تنظیم مبنای به روش کسری به نمونه اول

شکل ۴ سیگنال پاسخ ۱۲ حسگر را به نمونه اول نشان می‌دهد. سیگنالهای پاسخ حسگرها برای نمونه‌های دیگر نیز کاملاً مشابه نمونه اول است. مطابق شکل، سیگنال پاسخ حسگر ۱ برای نمونه اول تکرار پذیری پاسخ را نشان نمی‌دهد و همچنین همراه با نویز زیادی است. از این‌رو،



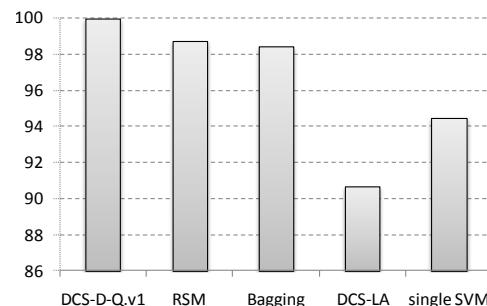
شکل ۴. سیگنالهای پاسخ حسگر مسئله به نمونه اول

یکی از دسته‌بندهای دودویی برای تعیین برچسب نهایی نمونه آزمون انتخاب می‌شود. مشخصاً این فرایند بسیار سریع تر از ارزیابی صحّت هر دسته‌بند شورا در آن ناحیه است. نتایج ارزیابی روش پیشنهادی بر روی ۱۴ مجموعه داده تراز و مجموعه داده تجربی الگوهای بوبایی، مزیت *Bagging, DCS-LA, RSM* را در مقایسه با دسته‌بند منفرد، روش‌های *RSM* نشان می‌دهد؛ روش پیشنهادی، صحّت دسته‌بندی بیشتر و سرعت محاسباتی کمتری در مقایسه با روش‌های ذکر شده دارد.

شایان ذکر است که هدف این پژوهش، یافتن پارامترهای بهینه برای الگوریتمهای دسته‌بندی نیست. برای برخی مجموعه‌های داده، تغییر پارامترهای دسته‌بند ممکن است نتایج دسته‌بندی را به میزان قابل توجهی بهبود دهد؛ با این حال مقایسه نتایج نشان می‌دهد حتی اگر دسته‌بند پایه قوی نباشد، روش پیشنهادی با ایجاد مرزهای دقیق بین هر دو دسته، کارایی پایین دسته‌بند پایه را جبران می‌کند.

مراجع

- [1] L. Hansen and P. Salamon, "Neural network ensembles," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, pp. 993-1001, Oct. 1990.
- [2] A. Krogh and J. Vedelsby, "Neural network ensembles, cross validation, and active learning," in *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 7, D. Touretzky and T. Leen, Eds. Cambridge, MA: MIT Press, 1995, pp. 231-238.
- [3] S. Hashem, "Optimal linear combinations of neural networks: an overview," *Neural Networks*, vol. 10, pp. 599-614, 1997.
- [4] L. I. Kuncheva, M. Skurichina, and R. P. W. Duin, "An experimental study on diversity for bagging and boosting with linear classifiers," *Information Fusion*, vol. 3, pp. 245-258, 2000.
- [5] L. Y. Yang, Z. Qin, and R. Huang, "Design of a multiple classifier system," in *IEEE Proceedings of the Third International conference on Machine Learning and Cybernetics*, Shanghai, 2004, pp. 3272-3276.
- [6] L. I. Kuncheva, *Combining Pattern Classifiers: Methods and Algorithms*. New York, NY: Wiley, 2004.
- [7] T. K. Ho, "T. K. Ho. Multiple classifier combination: Lessons and the next steps," in *Hybrid Methods in Pattern Recognition*, A. Kandel and H. Bunke, Eds.: World Scientific Publishing, 2002, pp. 171-198.
- [8] K. Woods, W. P. J. Kegelmeyer, and K. Bowyer, "Combination of multiple classifiers using local accuracy estimates," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 19, pp. 405-410, 1997.
- [9] A. Sharkey, N. Sharkey, U. Gerecke, and G. Chandroth, "The "Test and Select" Approach to Ensemble Combination," in *Multiple Classifier Systems*, vol. 1857: Springer Berlin / Heidelberg, 2000, pp. 30-44.
- [10] E. M. Dos Santos, R. Sabourin, and P. Maupin, "A dynamic overproduce-and-choose strategy for the selection of classifier ensembles," *Pattern Recognition*, vol. 41, pp. 2993-3009, 2008.



شکل ۵. نتایج صحّت دسته‌بندی روش پیشنهادی برای الگوهای بوبایی

۶. بحث

در روش پیشنهادی، برای دسته‌بندی صحیح نمونه آزمون توسط دسته‌بند دودویی، ابتدا لازم است دو دسته محتمل در ناحیه محلی به درستی پیش‌بینی شوند. به بیان دیگر، کارایی نهایی روش به کارایی حدس اولیه وابسته است. واکاوی مجموعه داده‌هایی که روش پیشنهادی نتیجه بهتری در مقایسه با روش‌های دیگر به دست می‌دهد، به روشی مؤید این موضوع است. در این مجموعه‌های داده، صحّت دسته‌بندی حدس اولیه یا نزدیک به ۱۰۰٪ است یا بیش از ۲۰٪ بیشتر از صحّت دسته‌بندی نهایی روش است. این موضوع نشان می‌دهد کارایی پیش‌بینی دو دسته محتمل با توجه به نوع پیچیدگی داده مناسب بوده است. از طرفی، اگر حدس اولیه کارایی خوبی نداشته باشد، صحّت نهایی دسته‌بندی روش پیشنهادی نیز مطلوب نخواهد بود. برای نمونه، برای مجموعه داده *Wine* صحّت دسته‌بندی تابع حدس اولیه کمتر از روش‌های دیگر است؛ به عبارتی می‌توان گفت به طور کلی، دو دسته محتمل برای نمونه‌های این مجموعه داده به درستی تشخیص داده نشده‌اند؛ لذا روش‌های دیگر، کارایی بهتری را نسبت به روش پیشنهادی نشان می‌دهند.

علاوه بر صحّت دسته‌بندی و کاهش زمان محاسباتی، روش پیشنهادی مزیتها دیگری نیز دارد. یکی از مزیتها آن، کارایی بهتر یادگیری در زمان اضافه شدن یک دسته جدید به مسئله است. در روش پیشنهادی، زمانی که لازم است یک دسته جدید فرا گرفته شود، تنها نیاز به آموزش *C* دسته‌بند دودویی جدید است؛ به طوری که دسته‌بندهای موجود تغییر نمی‌کنند.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، روشی جدید برای دسته‌بندی مسائل چند دسته‌ای بر اساس رویکرد انتخاب دسته‌بند ارائه شده است. در این روش، همانند سایر روش‌های انتخاب دسته‌بند، همسایگی (ناحیه محلی) هر الگو تعریف می‌شود. اماً به جای ارزیابی دسته‌بندهای مختلف براساس صحّت دسته‌بندی در آن ناحیه، فراوانی الگوهای دسته‌های مختلف شمارش می‌شود. دو دسته‌ای که بیشترین الگو را در ناحیه همسایگی داشته باشند، به عنوان محتمل ترین الگوهای نمونه آزمون انتخاب می‌شوند. سپس

- [28] F. Hosseini-Babaei and V. Ghafarinia, "Compensation for the drift-like terms caused by environmental fluctuations in the responses of chemoresistive gas sensors," *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 143, pp. 641-648, 2010.
- [29] R. Gutierrez-Osuna and H. T. Nagle, "A method for evaluating data preprocessing techniques for odor classification with an array of gas sensors," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. B, Cybern.*, vol. 29, pp. 626-632, 1999.
- [30] E. Phaisangittisagul and H. T. Nagle, "Sensor Selection for Machine Olfaction Based on Transient Feature Extraction," *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, vol. 57, pp. 369-378, 2008.
- [31] S. Balasubramanian, S. Panigrahi, C. M. Logue, H. Gu, and M. Marchello, "Neural networks-integrated metal oxide-based artificial olfactory system for meat spoilage identification," *Journal of Food Engineering*, vol. 91, pp. 91-98, 2009.
- [32] W. Li, H. Leung, C. Kwan, and B. R. Linnell, "E-Nose Vapor Identification Based on Dempster-Shafer Fusion of Multiple Classifiers," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, pp. 2273-2282, 2008.
- [33] B. G. Kermani, On Using Artificial Neural Networks And Genetic Algorithm for Electronic Nose. PhD Dissertation, North Carolina State University, 1996.
- [34] B. G. Kermani, S. S. Schiffman, and H. T. Nagle, "Performance of the Levenberg–Marquardt neural network training method in electronic nose applications," *Sensors and Actuators B*, vol. 110 pp. 13–22, 2005.
- [35] J. Fu, G. Li, Y. Qin, and W. J. Freeman, "A pattern recognition method for electronic noses based on an olfactory neural network," *Sensors and Actuators B*, vol. 125 pp. 489–497, 2007.
- [36] F. Hosseini-Babaei, M. Hemmati, and M. Dehmobed, "Gas diagnosis by a quantitative assessment of the transient response of a capillary-attached gas sensor," *Sensors and Actuators B*, vol. 107 pp. 461–467, 2005.
- [37] F. Hosseini-Babaei, S. M. Hosseini-Golgo, and A. Amini, "Extracting discriminative information from the Padé-Z-transformed responses of a temperature-modulated chemoresistive sensor for gas recognition," *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 142, pp. 19-27, 2009.
- [38] Y. Yin, H. Yu, and H. Zhang, "A feature extraction method based on wavelet packet analysis for discrimination of Chinese vinegars using a gas sensors array," *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 134, pp. 1005-1009, 2008.
- [11] T. G. Dietterich, "Machine learning research: Four current directions," *Artificial Intell. Mag.*, vol. 18, pp. 97-136, 1997.
- [12] R. Polikar, "Ensemble based systems in decision making," *IEEE Circuits and Systems Magazine*, vol. 6, pp. 21-45, 2006.
- [13] L. Breiman, "Bagging Predictors," *Machine Learning*, vol. 24, pp. 123-140, 1996.
- [14] Y. Freund and R. Schapire, "Experiments with a new boosting algorithm," in *Proceeding of the Thirteenth International Conference on Machine Learning*, 1996, pp. 148-156.
- [15] T. K. Ho, "The random subspace method for constructing decision forests," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, pp. 832-844, 1998.
- [16] B. V. Dasarathy and B. V. Sheela, "A composite classifier system design: Concepts and methodology," *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, pp. 708-713, 1979.
- [17] G. Giacinto and F. Roli., "An approach to the automatic design of multiple classifier systems," *Pattern Recognition Letters*, vol. 22, pp. 25–33, 2001.
- [18] C. L. Blake and C. J. Merz, "UCI repository of machine learning databases, Department of Information and Computer Sciences, University of California, Irvine," 1998. Available: <http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.html>
- [19] E. Bauer and R. Kohavi, "An Empirical Comparison of Voting Classification Algorithms: Bagging, Boosting, and Variants," *Machine Learning*, vol. 36, pp. 105-139, 1999.
- [20] C.-C. Chang and C.-J. Lin. (2001). LIBSVM: A library for support vector machines. [Online]. Available: <<http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>>.
- [21] J. Loughrey and P. Cunningham, "Overfitting in Wrapper-Based Feature Subset Selection: The Harder You Try the Worse it Gets," in *Research and Development in Intelligent Systems XXI*, M. Bramer, F. Coenen, and T. Allen, Eds.: Springer London, 2005, pp. 33-43.
- [22] H. Zhang and G. Sun, "Feature selection using tabu search method," *Pattern Recognition*, vol. 35, pp. 701-711, 2002.
- [23] H. Fröhlich, O. Chapelle, and B. Schölkopf, "Feature Selection for Support Vector Machines by Means of Genetic Algorithms," in *Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*, 2003, vol. 142, pp. 148-154.
- [24] R. E. Banfield, L. O. Hall, K. W. Bowyer, and W. P. Kegelmeyer, "A Comparison of Decision Tree Ensemble Creation Techniques," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 29, pp. 173-180, 2007.
- [25] T. Skov and R. Bro, "A new approach for modelling sensor based data," *Sensors and Actuators B*, vol. 106 pp. 719–729, 2005.
- [26] T. Skov and R. Bro. (2004). Three-way electronic nose data. [Online]. Available: <http://www.models.kvl.dk/3Dnosedata>.
- [27] K. Arshak, E. Moore, G. M. Lyons, F. Harris, and S. Clifford, "A review of gas sensors employed in electronic nose application," *Sens. Rev*, vol. 24, pp. 181–198, 2004.

سیستم‌های تکه‌ای خطی تبار مستقیم: کلاس جدیدی از سیستم‌های هایبرید با دینامیک‌های خطی تبار و مرزهای کلیدزنی قابل تنظیم

حامد ملااحمدیان کاسب^۱، علی کریم پور^۲ و ناصر پریز^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق-کنترل، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، hamed.mollaahmadian@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، karimpour@um.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، n-pariz@um.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۱۲/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۳/۲۱)

چکیده: در سیاری از موارد، سیستم‌های تکه‌ای خطی تبار (Piece-Wise Affine) از تقریب یک سیستم غیرخطی با تعدادی زیرسیستم خطی تبار (Affine) به دست می‌آیند. تقریبی بودن و عدم امکان تحلیل پایداری دقیق از معایب سیستم حاصل بوده و در این مقاله کلاس جدیدی از سیستم‌های هایبرید به عنوان راه حل معرفی گردیده است. کلاس پیشنهادی به طور مستقیم و بدون استفاده از متوسط‌گیری از سیستم سوئیچ شونده به دست می‌آید، از این رو سیستم تکه‌ای خطی تبار مستقیم (Piece-Wise Affine Direct) نام‌گذاری شده است. کلاس هایبرید پیشنهادی دارای زیرسیستم‌های خطی تبار و مرزهای کلیدزنی قابل تنظیم و ثابت در صفحه حالت است. موارد کاربردی بسیاری از جمله مبدل‌های الکترونیک قادر و فرآیندهای شیمیابی وجود دارند که در فرم پیشنهادی قابل مدلسازی هستند. جهت تحلیل پایداری کلاس پیشنهادی، قضایایی مبتنی بر تابع لیاپانف مربعي ارائه شده است. مسئله تحلیل پایداری و طراحی در مورد این سیستم‌ها به حل یک مسئله بهینه‌سازی محدب از نوع نامساوی‌های ماتریسی خطی منجر می‌گردد. همچنین در این مقاله، مدل ارائه شده با کلاس‌های هایبرید متداول مقایسه شده است. کاربرد کلاس پیشنهادی در مدلسازی و تحلیل پایداری یک مبدل الکترونیک قادر رزونانسی ارائه شده است.

کلمات کلیدی: سیستم تکه‌ای خطی تبار، مرز کلیدزنی قابل تنظیم، تابع لیاپانف مربعي، نامساوی ماتریسی خطی.

Direct Piecewise Affine Systems: A New Class of Hybrid Systems with Affine Dynamics and Regulable Switching Boundaries

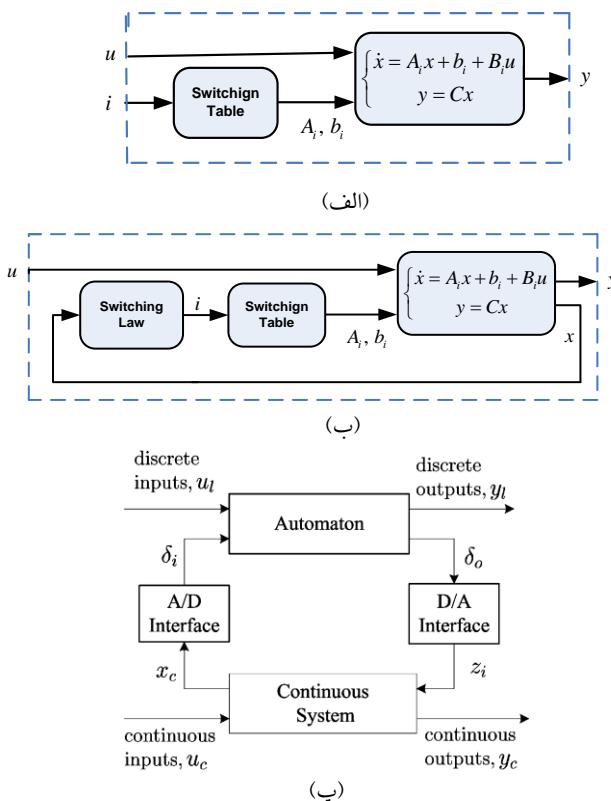
Hamed Molla Ahmadian Kaseb, Ali Karimpour and Naser Pariz

Abstract: For many applications, Piece-Wise Affine (PWA) systems are made from approximation of nonlinear dynamics by affine subsystems. Approximation and non-exact stability analysis are the main disadvantages of derived PWA system and as a solution, a new class of hybrid systems are introduced in this article. The proposed class is derived directly from switched model and without averaging then it is named as Direct PWA (DPWA). The new hybrid class has affine subsystems and regulable and/or constant switching boundaries. Many applications such as power electronics and process engineering can be modeled as proposed class. Some theorems are presented for stability analysis that are based on quadratic Lyapunov function. The problem of stability analysis and controller design is redounded to convex optimization in form of linear matrix inequality. The proposed model is compared with conventional hybrid models. Proposed model is used for modeling and stability analysis of a dc-dc resonant power converter.

Keywords: Piece-Wise Affine System, Regulable Switching Boundary, Quadratic Lyapunov Function, Linear Matrix Inequality.

روش‌ها پیچیدگی روش‌های تحلیل و طراحی می‌باشد، به طوری که بسیاری از روش‌های ارائه شده جنبه ثوری داشته و امکان تحقق عملی ندارند. در زمینه رفع مشکلات پیاده‌سازی عملی این روش‌ها نیز تحقیقاتی صورت گرفته است [۱۵].

SLS، دسته‌ای پرکاربرد از سیستم‌های هایبرید بوده که دارای زیر-سیستم‌های خطی می‌باشد. در ادامه هر جا واژه SLS به کار برده شده است، منظور سیستم سوئیچ شونده خطی بدون قید در سیگنال کلیدزنی می‌باشد. در شکل ۱-الف توصیف بلوکی این سیستم‌ها نشان داده شده است. این سیستم‌ها بر اساس اعمال ورودی به دینامیک‌های آنها به دو



شکل ۱: توصیف بلوکی کلاس‌های متداول سیستم‌های هایبرید، (الف) SLS، (ب) PWA، (پ) سیستم MLD

نوع خودگردان^۴ و ناخودگردان^۵ تقسیم‌بندی می‌شوند. این کلاس، امکان مدلسازی قیود مرتبط با دینامیک‌ها و سیگنال کلیدزنی را ندارد و در نتیجه برای بسیاری از کاربردها قابل استفاده نمی‌باشد. پایدارسازی مربوط به کمک روش تصویر کمینه در [۱۳] ارائه شده و در [۱۶] بر روی مدل-های الکترونیک قدرت پایاده‌سازی گردیده است.

فرم PWA دارای دینامیک‌های خطی تبار و سلول‌هایی با مرزهای ثابت می‌باشد و در [۷-۴] مورد بررسی قرار گرفته است. توصیف بلوکی این سیستم در شکل ۱-ب نشان داده شده است. کلاس PWA در هر دو دیدگاه تقریبی [۱۰-۸] و بدون تقریب (مستقیم) [۱۷] برای کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گرفته است. برخی سیستم‌ها به طور ذاتی در

۱- مقدمه

سیستم‌های هایبرید، دسته‌ای خاص از سیستم‌ها هستند که دارای دینامیک‌های زمان-پیوسته یا گسته و پیشامدهای گسته (discrete-event) می‌باشند. دسته وسیعی از سیستم‌ها قابل مدلسازی در فرم سیستم‌های هایبرید بوده و بسیاری از آنها ذاتاً یک سیستم سوئیچ شونده خطی یا خطی تبار (Affine) می‌باشند. حوزه الکترونیک قدرت [۱] و کنترل فرآیند [۲] نمونه‌هایی از این سیستم‌ها می‌باشند. از مسائل مهم در این سیستم‌ها، نوع دینامیک (زمان-پیوسته یا گسته)، ورودی‌های پیوسته و منطقی، قیود بر روی متغیرهای حالت و سیگنال کلیدزنی می‌باشند و بر اساس این ویژگی‌ها، کلاس‌های مختلف هایبرید تعریف شده‌اند.

دیدگاه دیگر دسته بندی بر اساس نحوه نگرش به مسئله مدلسازی، تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده می‌باشد و بر این اساس دو دیدگاه کلی توسط محققین مطرح شده است. دیدگاه اول تبدیل سیستم سوئیچ شونده خطی به یک سیستم غیر هایبرید به کمک تئوری متوسط‌گیری است. در این شرایط از دینامیک‌های سریع سیستم صرف نظر شده و در نتیجه از دقت تحلیل پایداری کاسته می‌شود. همچنین فضای جستجوی کنترل کننده‌های پایدار در مورد سیستم متوسط‌گیری شده کوچک‌تر است [۳]. به طور معمول سیستم حاصل از این فرآیند حتی با وجود خطی بودن زیرسیستم‌های اولیه، غیرخطی است. تحلیل و طراحی بر اساس مدل غیرخطی متوسط‌گیری شده، پیچیده و غیر سیستماتیک بوده و یک روش مواجهه با این مسئله استفاده از تقریب خطی است. استفاده از تقریب خطی امکان استفاده از ابزارهای قادرمند و متنوع تحلیل این سیستم‌ها را فراهم می‌آورد اما معتبر بودن پاسخ‌ها به ازای تغییرات کوچک پارامترها یا اختشاشات و عدم امکان تحلیل پایداری سیگنال بزرگ، محدودیت‌های این روش می‌باشد. روش دیگر مواجهه با این مسئله، استفاده از تقریب تک‌ای خطی تبار (PWA)^۱ بر روی مدل متوسط‌گیری شده غیرخطی می‌باشد. ابزارهای تحلیل و طراحی خطی برای این دسته از سیستم‌ها تعمیم یافته است [۷-۴]. همچنین این دیدگاه برای مدلسازی و کنترل مبدل‌های الکترونیک قدرت [۱۰-۸] مورد استفاده قرار گرفته است. به دلیل استخراج مدل PWA از سیستم متوسط‌گیری شده، تحلیل پایداری مربوطه سیگنال بزرگ بوده ولی از دینامیک‌های سریع صرف نظر می‌نماید و این امر منجر به افزایش تقریب در تحلیل می‌گردد.

دیدگاه دوم، استفاده مستقیم از تئوری سیستم‌های هایبرید و سوئیچ شونده بدون تقریب متوسط‌گیری می‌باشد. کلاس‌های متداول و پرکاربرد سوئیچ شونده خطی (SLS)^۲ [۱۳-۱۱]، PWA^۳ [۷-۴] و دینامیک-منطق ترکیب شده (MLD)^۴ [۱۵-۱۴] توسعه محققین ارائه شده است. مدل حاصل از این روش‌ها دینامیک‌های سریع را نیز در نظر می‌گیرند و تحلیل پایداری مبتنی بر آنها سیگنال بزرگ و دقیق است. مشکل استفاده از این

⁴ Autonomous

⁵ Non-autonomous

¹ Piece-Wise Affine

² Switched Linear System

³ Mixed Logical Dynamical

Direct Piece-Wise Affine (DPWA) می‌نامیم.

مزیت عمده این روش، توانایی مدلسازی دسته بزرگ‌تری از سیستم‌های عملی نسبت به کلاس‌های PWA و SLS می‌باشد. در مقایسه با کلاس MLD، کلاس پیشنهادی امکان مدلسازی مستقیم ورودی منطقی را ندارد ولی پیچیدگی آن (از دیدگاه مدلسازی و تحلیل) کمتر است. کلاس هایبرید پیشنهادی دارای زیرسیستم‌های خطی تبار (Affine) و مرزهای کلیدزنی قابل تنظیم و ثابت در صفحه حالت است. موارد کاربردی بسیاری از جمله مبدل‌های الکترونیک قدرت و فرآیندهای شیمیایی وجود دارند که آنها را می‌توان در فرم پیشنهادی مدلسازی نمود. مسئله تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای کلاس مورد نظر DPWA با اهمیت بوده و از این رو قضایایی برای تحلیل پایداری کلاس DPWA ارائه شده است.

تعیین زیرسیستم فعل بر اساس وضعیت متغیرهای حالت برای SLS در [۲۱-۲۰] ارائه شده است. سیستم حاصل در این شرایط، رفتاری مشابه یک سیستم DPWA را بروز می‌دهد. در این شرایط عامل طراحی شونده عبارت از طراحی پارامترهای مرز کلیدزنی می‌باشد. مسئله تعیین بهینه gradient-descent پارامترهای سطوح کلیدزنی به حل یک مسئله gradient-descent تبدیل گردیده است [۲۱]. سیستم هایبرید کنترل شده با روش پیشنهادی مبتنی بر طراحی مرز کلیدزنی بوده و دارای راه حل محاسباتی با پیچیدگی بالا می‌باشد. در [۲۲] نیز یک مبدل الکترونیک قدرت به روش کنترل مرزهای کلیدزنی کنترل گردیده است. روش کنترلی ارائه شده در [۲۲-۲۱] حالت خاصی از سیستم DPWA پیشنهادی می‌باشد.

نوآوری‌های اصلی این مقاله عبارتند از: ۱- ارائه کلاس جدیدی از سیستم‌های هایبرید با مرزهای کلیدزنی قابل تنظیم و ثابت، ۲- ارائه قضیه‌هایی جهت تحلیل پایداری و طراحی قانون کلیدزنی پایدار ساز برای کلاس جدید معروف شده، ۳- بیان روابط تحلیل پایداری و طراحی قانون کلیدزنی پایدار ساز در فرم LMI. مقاله به شکل زیر سازماندهی شده است. در بخش ۲ تعاریف و پیش‌نیازهای مورد نیاز جهت مطالعه بخش‌های بعدی ارائه شده است. در بخش ۳ کلاس پیشنهادی این مقاله یعنی کلاس DPWA ارائه شده است. در بخش ۴ قضایایی جهت تحلیل پایداری کلاس پیشنهادی بیان شده است. در بخش ۵، مقایسه‌ای بین کلاس‌های مختلف و DPWA ارائه شده است. در بخش ۶ یک مبدل الکترونیک قدرت dc-dc رزونانسی در کلاس پیشنهادی مدلسازی شده و به کمک قضایایی ارائه شده مورد بررسی قرار گرفته و نهایتاً در بخش ۷ نتیجه‌گیری مقاله ارائه گردیده است.

۲- تعاریف و پیش زمینه‌ها

در این بخش تعاریف و پیش‌زمینه‌های مورد نیاز جهت مطالعه قسمت‌های بعدی ارائه شده است.

این فرم قرار می‌گیرند ولی کاربردهای بسیاری مثل مبدل‌های الکترونیک قادر وجود دارند که بدون تقریب متوسط گیری در این فرم قابل مدلسازی نیستند. کلیدزنی در این سیستم‌ها محدود به متغیرهای حالت است. تحلیل پایداری سیستم‌های PWA به طور معمول به وسیله توابع لیپانف چندگانه^۱ (MLF) صورت می‌گیرد. پایداری تکه‌ای مربعی این سیستم‌ها نیز در [۴] بررسی شده است.

فرم MLD با ترکیب متغیرهای منطقی و دینامیک به طور متمرکز همه ویژگی‌های سیستم را مدل و توانایی مدلسازی دسته بزرگ‌تری از سیستم‌ها را دارد. در شکل ۱-پ توصیف بلوکی این سیستم نشان داده شده است. از طرف دیگر، به دلیل حضور توأم متغیرهای منطقی و گسسته دارای پیچیدگی زیادی در زمینه طراحی کنترل کننده و تحلیل پایداری می‌باشد و روش‌های معمول طراحی و تحلیل برای آن قابل استفاده نمی‌باشد.

دسته دیگری از سیستم‌های هایبرید، سیستم‌های سوئیچ شونده خطی با قانون کلیدزنی محدود می‌باشند. یک کلاس پرکاربرد از سیستم‌های هایبرید محدود، کلاس سیستم‌های سوئیچ شونده خطی با قانون کلیدزنی محدود به حالت-ورودی منطقی می‌باشد. مبدل‌های الکترونیک قدرت پایه چون باک و بوست در وضعیت کاری ناپیوسته و مبدل رزونانسی سری نمونه‌ای از این سیستم‌ها می‌باشند. مسئله تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای کلاس مورد نظر به فرم LMI در [۱۸] ارائه شده است.

در مدلسازی مبدل‌های الکترونیک قدرت با دسته وسیعی از مبدل‌های مواجه می‌شویم که ذاتاً دارای زیر دینامیک‌های خطی تبار می‌باشند ولی کلیدزنی بر اساس مرزهای ثابت در صفحه حالت صورت نمی‌گیرد. مدل‌های فعلی ارائه شده برای این سیستم‌ها به طور تقریبی این مبدل‌ها را مدل می‌کنند و در نتیجه تحلیل پایداری مبتنی بر آنها دارای تقریب می‌باشد. با تحلیل صفحه حالت این سیستم‌ها مشاهده می‌شود که تغییر ورودی کنترل شونده منجر به تغییر مشخصات مرز کلیدزنی می‌شود. همچنین در دسته‌ای دیگر از مبدل‌ها تغییر ورودی کنترل شونده تنها منجر به تغییر برخی از مرزهای کلیدزنی می‌شود. در نتیجه ارائه مدلی هایبرید که دارای زیرسیستم‌های خطی تبار و مرز کلیدزنی ترکیبی (از ثابت و قابل تنظیم) باشد، مناسب به نظر می‌رسد. ایده اولیه تعریف دسته‌ای از سیستم‌های هایبرید که توانایی مدلسازی این پدیده را داشته باشد، توسط نویسنده‌گان در [۱۹] ارائه شده است.

همان‌طور که قبل اشاره گردید، به طور معمول سیستم‌هایی که ذاتاً سوئیچ شونده می‌باشند، به کمک تئوری متوسط گیری با یک سیستم غیرخطی غیر سوئیچ شونده مدل می‌شوند. یکی از روش‌های مطالعه سیستم‌های غیرخطی استفاده از تقریب تکه‌ای خطی تبار (Piece-Wise Affine) می‌باشد. کلاس پیشنهادی به طور مستقیم و بدون استفاده از متوسط گیری از سیستم سوئیچ شونده به دست می‌آید، از این رو آن را

^۱ Multiple Lyapunov Function

$$\Omega_i = \bigcap_{j=1}^{p_i} \left\{ x \in R^n \mid h_{ij}^T x - g_{ij} < 0 \right\} \quad (3)$$

$$\Omega_i = \bigcap_{j=1}^{p_i} \left\{ x \in R^n \mid x^T H_{ij}^T x - g_{ij} < 0 \right\} \quad (4)$$

که در این روابط p_i تعداد مرزهای توصیف کننده مش i است، g_{ij} اسکالار، h_{ij} بردار و H_{ij} ماتریس می‌باشد و میان مرزها هستند. همان‌طور که در رابطه (۲) دیده می‌شود، ورودی کنترل شونده در کلاس PWA متداول به طور مستقیم در دینامیک سیستم وارد می‌شود، اما در مورد کلاس پیشنهادی، ورودی به طور مستقیم در دینامیک وارد نمی‌شود و در عوض در مرز کلیدزنی ظاهر می‌شود. در ادامه کلاس پیشنهادی مورد نظر این مقاله معرفی گردیده است.

۳- معرفی کلاس جدید پیشنهادی

کلاس پیشنهادی از تعیین سیستم‌های هایبرید با قید در سیگنال کلیدزنی فراهم می‌شود. توصیف ریاضی این سیستم‌ها به صورت:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + b_i, \text{ if } x \in \Omega_i \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (5)$$

می‌باشد که شماره زیر سیستم فعال بر اساس ناحیه قرارگیری متغیرهای حالت مشخص می‌گردد. توصیف نواحی به صورت

$$\Omega_i = \bigcap_{j=1}^{p_i} \left\{ x \in R^n \mid (h_{ij}^T + \hat{h}_{ij}^T)x - g_{ij} < 0 \right\} \quad (6)$$

برای نواحی چند وجهی و

$$\Omega_i = \bigcap_{j=1}^{p_i} \left\{ x \in R^n \mid x^T (H_{ij}^T + \hat{H}_{ij}^T)x - g_{ij} < 0 \right\} \quad (7)$$

برای نواحی بیضوی می‌باشد. در این روابط g_{ij} بخش غیرقابل تنظیم اسکالار مرز، h_{ij} بخش غیرقابل تنظیم بردار مرز، H_{ij} بخش غیرقابل تنظیم ماتریس مرز، \hat{h}_{ij} بخش قابل تنظیم بردار مرز و \hat{H}_{ij} بخش قابل تنظیم ماتریس مرز با ابعاد مناسب می‌باشند. \hat{h}_{ij} یا \hat{H}_{ij} نقشی معادل با ورودی u در سیستم PWA متداول دارند. با ادغام بخش قابل تنظیم و غیرقابل تنظیم (۶) و (۷)، هر ناحیه دارای توصیف متصرک معادل به صورت (۸) و (۹) می‌باشد.

$$\Omega_i = \left\{ x \in R^n \mid H_i^{polyhedral,c} x - g_i^{polyhedral,c} < 0 \right\} \quad (8)$$

$$\Omega_i = \left\{ x \in R^n \mid x^T H_i^{ellipsoidal,c} x - g_i^{ellipsoidal,c} < 0 \right\} \quad (9)$$

که در این رابطه $<$ نامساوی درایه به درایه، $H_i^{polyhedral,c} = [h_{11} + h_{11}^* \ h_{12} + h_{12}^* \ \dots \ h_{ip_i} + h_{ip_i}^*]$ و $H_i^{ellipsoidal,c} = [H_{11} + H_{11}^* \ H_{12} + H_{12}^* \ \dots \ H_{ip_i} + H_{ip_i}^*]$

تعریف ۱- (نامساوی درایه به درایه^۱): دو بردار ستونی $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^T$ و $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ عناصر حقیقی x_i و y_i در نظر بگیرید. در این صورت نامساوی درایه به درایه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$X < Y$ اگر و تنها اگر $y_i < x_i$ برای هر $1 \leq i \leq n$. به طور مشابه نامساوی‌های برداری $X \leq Y$ و $X = Y$ نیز تعریف می‌شوند.

تعریف ۲- (ماتریس مثبت^۲): ماتریس $\forall i, j \ a_{ij} > 0$ را مثبت نامند هر گاه $A = [a_{ij}]$ ، $i, j = 1, \dots, n$ به طور مشابه ماتریس منفی نیز تعریف می‌شود.

تعریف ۳- (ماتریس مثبت معین^۳): ماتریس $A = [a_{ij}]$ ، $i, j = 1, \dots, n$ را مثبت معین نامند هر گاه $\forall x \in R^n$ ، $x^T Ax > 0$ باز نماید. برای نشان دادن آن استفاده می‌نمایند. به طور مشابه ماتریس معین نیز تعریف می‌شود.

تعریف ۴- (سیستم هایبرید): سیستم‌های هایبرید در حالت کلی به صورت

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), i(t), u(t)) \\ y(t) &= g(x(t), i(t), u(t)) \\ i(t^+) &= \varphi(x(t), i(t), u(t), s(t)) \end{aligned} \quad (1)$$

قابل بیان هستند [۲۳]. در این رابطه $y(t) \in R$ ، $x(t) \in R^n$ ، $i(t) \in R$ ، $u(t) \in R$ ، $s(t) \in \{0, 1\}^{M_s}$ متغیر خروجی، بردار ورودی منطقی، ورودی پیوسته، شماره زیر سیستم فعال و حالات سیستم می‌باشند. در این رابطه $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ است، همچنین $S = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{M_s}]^T$ و M نیز به ترتیب تعداد ورودی منطقی و تعداد زیر سیستم می‌باشند. البته تعریف کلی تری از سیستم‌های هایبرید نیز موجود است که برای اکثر سیستم‌های مورد بررسی در علم کنترل، تعریف فوق کفایت می‌نماید. به طور معمول دو نوع کلیدزنی دلخواه و مقید در مورد سیستم‌های هایبرید می‌تواند رخداد دهد.

تعریف ۵- (سیستم PWA): توصیف ریاضی کلاس PWA در حالت کلی به صورت:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u + b_i, \text{ if } x \in \Omega_i \\ y = Cx \end{cases} \quad (2)$$

می‌باشد که Ω_i نواحی مورد نظر را تشکیل داده و مجموعه آنها یک افزای از فضای حالت است.

بر اساس نوع نواحی Ω_i سیستم‌های PWA به دو زیر کلاس چند وجهی^۴ [۷-۴] و بیضوی^۵ [۶-۷] دسته‌بندی و به ترتیب به صورت زیر توصیف می‌گردند:

¹ Element-wise inequality

² Positive Matrix

³ Positive Definite Matrix

⁴ Polyhedral

⁵ Ellipsoidal

۲-۴ پایداری سیستم DPWA با مرزهای چندوجهی

قضیه ۱- (پایداری سیستم DPWA با مرزهای چندوجهی): سیستم توصیف شده با معادلات (۵) و (۶) دارای پایداری مجانبی سرتاسری می‌باشد، اگر LMI های زیر دارای جواب باشند. در ضمن در صورت برقاری روابط زیر علاوه بر تضمین پایداری، نرخ همگرایی در هر متش Ω_i برابر α_i است.

$$\begin{bmatrix} P & q \\ q^T & r \end{bmatrix} > 0, P > 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -A_i^T P - PA_i - \alpha_i P & -Pb_i - A_i^T q - \alpha_i q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ -b_i^T P - q^T A_i - \alpha_i q^T & -2b_i^T q - \alpha_i r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & W_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & 0 & W_i \end{bmatrix} > 0, \quad (11)$$

$$W_i > 0$$

در روابط (۱۰) و (۱۱)، $\alpha_i > 0$ اسکالر ثابت دلخواه، p_i تعداد مرزهای توصیف کننده مش i ، $P \in R^{n \times n}$, $q \in R^n$, $r \in R$ ، $W_i \in R^{p_i \times p_i}$ ماتریس متقارن مثبت معین، $\bar{H}_i \in R^{p_i \times n}$ ماتریس مثبت، $\bar{g}_i = [1 \ g_{i1} \ g_{i2} \ \dots \ g_{ip_i}]^T \in \square^{p_i}$ و $\bar{H}_i \in R^{p_i \times n}$ متغیر بهینه‌سازی فرم دار به صورت $\bar{H}_i = [0 \ h_{i1} + h_{i1}^* \ h_{i2} + h_{i2}^* \ \dots \ h_{ip_i} + h_{ip_i}^*]^T$ می‌باشد.

اثبات قضیه ۱- برای اثبات پایداری مجانبی، تابع لیاپانف زیر برای همه نواحی تعریف می‌گردد:

$$V(x) = x^T Px + 2q^T x + r \quad (12)$$

که P یک ماتریس متقارن مثبت معین است. نظر به پیوستگی تابع لیاپانف فوق، باید برقاری شرایط مثبت بودن تابع لیاپانف و منفی بودن مشتق آن بررسی گردد. تابع لیاپانف (۱۲) دارای نرخ همگرایی α_i در Ω_i می‌باشد اگر

$$x \in \Omega_i \Rightarrow \frac{d}{dt} V(x) < -\alpha_i V(x) \quad (13)$$

بر طبق [۵] در صورتی $x \in \Omega_i$ است که رابطه

$$\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{H}_i & -\bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i \\ -(\bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i)^T & \bar{g}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} > 0 \quad (14)$$

برقرار باشد که در این رابطه Λ_i ماتریس مثبت، $\bar{H}_i = [0 \ h_{i1} + h_{i1}^* \ h_{i2} + h_{i2}^* \ \dots \ h_{ip_i} + h_{ip_i}^*]^T$ و $\bar{g}_i = [1 \ g_{i1} \ g_{i2} \ \dots \ g_{ip_i}]^T$ می‌باشد. شرط مثبت بودن تابع لیاپانف برقاری رابطه (۱۰) و شرط منفی بودن مشتق آن، به کمک توصیف مش (۱۴) و S-procedure [۲۴-۲۵]، برقاری رابطه زیر است [۲۶]:

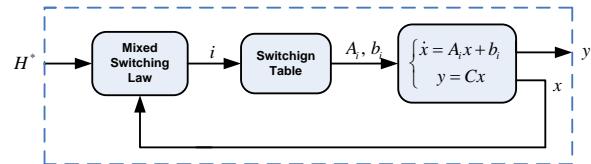
$$\begin{bmatrix} A_i^T P + PA_i + \alpha_i P + \bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{H}_i & Pb_i + A_i^T q + \alpha_i q - \bar{H}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i \\ b_i^T P + q^T A_i + \alpha_i q^T - \bar{g}_i^T \Lambda_i \bar{H}_i & 2b_i^T q + \alpha_i r + \bar{g}_i^T \Lambda_i \bar{g}_i \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

سیستم‌های تکه‌ای خطی تبار مستقیم: کلاس جدیدی از سیستم‌های هایبرید با دینامیک‌های خطی تبار و مرزهای کلیدزنی قابل تنظیم (۵) همراه با معادله (۶) (یا توصیف معادل آن (۸))، یک سیستم DPWA چندوجهی می‌باشد. به طور مشابه، معادله (۵) همراه با معادله (۷) (یا توصیف معادل آن (۹))، یک سیستم DPWA بیضوی می‌باشد. از دید کاربردی بسیاری از سیستم‌ها ذاتاً قابل مدلسازی در فرم DPWA چندوجهی می‌باشد. از دید تحلیل پایداری فرم DPWA بیضوی فرم مناسب تری به دلیل توصیف مربعی، با تابع لیاپانف مربعی می‌باشد. کلاس سیستم‌های هایبرید DPWA نسبت به سیستم‌های PWA معمول کلی تر است و به جای مرزهای ثابت کلیدزنی دارای مرزهای ترکیبی یعنی ترکیبی از ثابت و متغیر می‌باشد. در شکل ۲ ساختار کلاس هایبرید پیشنهادی نشان داده شده است. برای حالت خاصی که سیستم دارای دو متغیر حالت بوده و تعداد زیرسیستم‌ها ۴ است، نحوه تخصیص فضای حالت به ازای مرز طراحی شده و ذاتی سیستم، در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل دو مرز کلیدزنی ثابت (ذاتی) و متغیر (طراحی) نشان داده شده‌اند. با تغییر مرز طراحی که به صورت خط‌چین نشان داده شده است، امکان کنترل متغیرهای حالت فراهم می‌گردد.

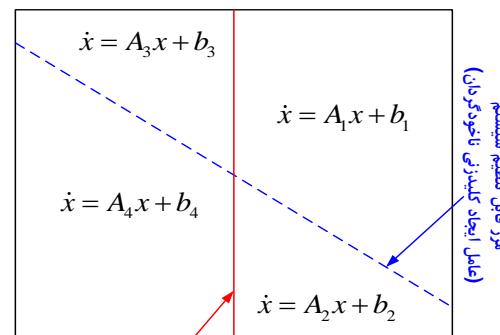
نتکه ۱: با فرض $p_i = 1, h_{ij} = 0$ در رابطه (۶)، سیستم خطی با کنترل کننده مدل‌لغزشی ۱ حالت خاصی از سیستم DPWA می‌باشد.

۴- پایداری کلاس پیشنهادی

در این بخش قصایدی جهت بررسی پایداری سیستم‌های DPWA با مرزهای چندوجهی و بیضوی ارائه شده است. نکه قابل توجه در مورد قضایای پیشنهادی محدب بودن روابط ارائه شده برای بررسی پایداری می‌باشد.



شکل ۲: توصیف ساختار کلاس هایبرید



شکل ۳: سیستم DPWA چندوجهی و وضعیت فعلی شدن زیرسیستم‌ها بر حسب متغیرهای حالت در صفحه حالت

^۱ Sliding Mode Control

۲-۴ پایداری سیستم DPWA با مرزهای بیضوی

قضیه ۲-۱) پایداری سیستم DPWA با مرزهای بیضوی): سیستم توصیف شده با معادلات (۵) و نواحی مشخص شده در (۷) دارای پایداری مجانبی سرتاسری می‌باشد، اگر LMI های روابط (۱۰) و (۲۰) دارای جواب باشند. در ضمن در صورت برقراری روابط زیر علاوه بر تضمین پایداری، نرخ همگرایی در هر مش Ω_i برابر α_i است.

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + PA_i + \alpha_i P & Pb_i + A_i^T q + \alpha_i q \\ b_i^T P + q^T A_i + \alpha_i q^T & 2b_i^T q + \alpha_i r \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$-\sum_{j=1}^{p_i} \theta_j \begin{bmatrix} H_{ij} + H_{ij}^* & 0 \\ 0 & -g_{ij} \end{bmatrix} < 0$$

در روابط فوق $\alpha_i > 0$ اسکالر ثابت دلخواه، p_i تعداد مرزهای توصیف کننده مش i -ام و $P \in R^{n \times n}$, $q \in R^n$, $r \in R$ و θ_j متغیر بهینه‌سازی می‌باشند.

اثبات قضیه ۲- برای اثبات پایداری مجانبی، تابع لیپانف (۱۲) برای همه نواحی تعریف می‌گردد که P یک ماتریس متقان و مثبت معین است. نظر به پیوستگی تابع لیپانف (۱۲)، باید برقراری شرط مثبت بودن تابع لیپانف برقراری رابطه (۱۰) و منفی بودن مشتق آن برقراری رابطه زیر است.

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + PA_i + \alpha_i P & Pb_i + A_i^T q + \alpha_i q \\ b_i^T P + q^T A_i + \alpha_i q^T & 2b_i^T q + \alpha_i r \end{bmatrix} < 0, \text{ if } x \in \Omega_i \quad (21)$$

همچنین در صورتی که $x \in \Omega_i$ باشد آنگاه رابطه زیر برقرار است.

$$\sum_{j=1}^{p_i} \theta_j \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H_{ij} + H_{ij}^* & 0 \\ 0 & -g_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

که در این رابطه $\theta_j > 0$ می‌باشد. به کمک توصیف مش (۲۲) و شرط (۲۱) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + PA_i + \alpha_i P & Pb_i + A_i^T q + \alpha_i q \\ b_i^T P + q^T A_i + \alpha_i q^T & 2b_i^T q + \alpha_i r \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$-\sum_{j=1}^{p_i} \theta_j \begin{bmatrix} H_{ij} + H_{ij}^* & 0 \\ 0 & -g_{ij} \end{bmatrix} < 0$$

در ضمن در صورت برقراری روابط فوق علاوه بر تضمین پایداری می‌توان نشان داد که نرخ همگرایی در هر مش Ω_i برابر α_i است. در نتیجه پایداری ثابت می‌گردد. با توجه به اینکه $\alpha_i > 0$ پارامتر طراحی بوده و در معادلات مثبت در نظر گرفته می‌شود لذا سیستم علاوه بر پایداری لیپانفی دارای پایداری مجانبی نیز می‌باشد. با توجه به اینکه تابع لیپانف داده شده برای تمام R^n شرایط فوق را برآورده می‌نماید لذا پایداری سرتاسری است.

قضیه ۶: سیستم DPWA چندوجهی دارای ورودی کنترل شوندهای می‌باشد که در مرز کلیدزنی ظاهر می‌شود. در صورتی که این سیستم به وسیله یک سیستم DPWA بیضوی کنترل گردد، سیستم حاصل بک

نامساوی (۱۴) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Lambda_i & 0 \\ 0 & \Lambda_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} > 0 \quad (16)$$

به کمک رابطه (۱۶)، رابطه (۱۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + PA_i + \alpha_i P & Pb_i + A_i^T q + \alpha_i q \\ b_i^T P + q^T A_i + \alpha_i q^T & 2b_i^T q + \alpha_i r \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$-\begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Lambda_i & 0 \\ 0 & \Lambda_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_i & -\bar{g}_i \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i \end{bmatrix} > 0$$

در ادامه اگر Λ_i^{-1} را معکوس پذیر و Λ_i^{-1} را مثبت معین در نظر بگیریم، بنابراین [۲۷] schur complement می‌شود:

$$\begin{bmatrix} -A_i^T P - PA_i - \alpha_i P & -Pb_i - A_i^T q - \alpha_i q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ -b_i^T P - q^T A_i - \alpha_i q^T & -2b_i^T q - \alpha_i r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & \Lambda_i^{-1} & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & 0 & \Lambda_i^{-1} \end{bmatrix} > 0 \quad (15)$$

حال با تعريف $\Lambda_i = W_i^{-1}$ ، برای پایدار بودن سیستم باید دو LMI زیر برقرار باشند.

$$\begin{bmatrix} -A_i^T P - PA_i - \alpha_i P & -Pb_i - A_i^T q - \alpha_i q & \bar{H}_i^T & \bar{H}_i^T \\ -b_i^T P - q^T A_i - \alpha_i q^T & -2b_i^T q - \alpha_i r & -\bar{g}_i^T & -\bar{g}_i^T \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & W_i & 0 \\ \bar{H}_i & -\bar{g}_i & 0 & W_i \end{bmatrix} > 0; \quad W_i > 0 \quad (19)$$

در نتیجه پایداری ثابت می‌گردد. با توجه به اینکه α_i پارامتر طراحی بوده و در معادلات مثبت در نظر گرفته می‌شود لذا سیستم علاوه بر پایداری لیپانفی دارای پایداری مجانبی نیز می‌باشد. با توجه به اینکه تابع لیپانف داده شده برای تمام R^n شرایط فوق را برآورده می‌نماید لذا پایداری سرتاسری است.

تفکه ۲: با توجه به آزاد بودن پارامتر α_i اگر بتوان برنامه را به ازای مقادیر مختلف آن اجرا نمود و کوچک‌ترین α_i در بین مقادیر مختلف آن، در هر دفعه اجرا به دست آورد آنگاه سیستمی با بهترین نرخ همگرایی ممکن حاصل می‌گردد.

تفکه ۳: مثبت بودن ماتریس W_i^{-1} معادل با مثبت بودن عناصر قطر اصلی و منفی بودن عناصر قطر فرعی ماتریس W_i است (با شرط $W_i > 0$). که شرط اخیر در قالب روابط LMI قابل بیان است.

تفکه ۴: در صورتی که سیستم DPWA دارای مرزهای قابل تنظیم نباشد به سیستم PWA مورد اشاره در [۴] تبدیل می‌گردد. در نتیجه، قضیه ۱ به منظور تحلیل پایداری سیستم‌های PWA نیز قابل کاربرد است.

تفکه ۵: قضیه ۱، پایداری سرتاسری سیستم DPWA را بررسی می‌نماید. در شرایطی که پایداری محلی حول نقطه کار X_{ref} مد نظر باشد، می‌بایست از تابع لیپانف $V(x) = (x - X_{ref})^T P(x - X_{ref})$ استفاده گردد یا به عبارت دیگر در قضیه ۱ ماتریس‌های توصیف کننده تابع لیپانف در این شرایط جدید به صورت $P_{new} = P - P^T X_{ref}$, $q_{new} = -P^T X_{ref}$, $r_{new} = X_{ref}^T P X_{ref}$ در نظر گرفته شوند.

جدول ۱: مقایسه کلاس‌های مختلف هایبرید

DPWA	MLD	سوئیچ شونده خطی مقید به حالت ورودی منطقی	PWA	SLS	ویژگی
خطی تبار	خطی	خطی تبار	خطی	خطی	دینامیک
دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	قید بر روی سیگنال کلیدزنی
دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	قید بر روی متغیرهای حالت
ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد	ورودی منطقی
دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	کلیدزنی خودگردان
دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	کلیدزنی ناخودگردان
ساده	پیچیده	پیچیده	ساده	ساده	تحلیل پایداری

شماتیک یک مبدل رزونانسی سری در شکل ۴ نشان داده شده است و معادلات غیرخطی توصیف کننده آن به صورت

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{L} \left\{ sV_g - x_2 - r_{Loss}x_1 - sign(x_1)(x_3 + 2V_f) \right\} \\ , s &\in \{-1, 0, 1\} \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{1}{C}(x_1); \quad \frac{dx_3}{dt} = \frac{1}{C_0} \left(|x_1| - \frac{x_3}{R} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

می‌باشد [۱۹]، که در این رابطه $V_f, r_{Loss}, V_g, L, R, s, x_3, x_2, x_1$ به ترتیب عبارتند از جریان سلف، ولتاژ خازن شبکه رزونانس، ولتاژ خروجی، ورودی منطقی، مقاومت خروجی، سلف، منبع ورودی، مقاومت معادل تلفات و افت ولتاژ مستقیم دیود می‌باشند. با فرض $x \in R^3$ و تعریف ورودی منطقی به صورت زیر:

$$s = \begin{cases} +1 & Kx + m > \gamma \\ 0 & -\gamma \leq Kx + m \leq \gamma \\ -1 & Kx + m < -\gamma \end{cases} \quad (25)$$

رابطه (۲۴) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{b}_i \\ y(t) = \mathbf{C}x(t) \end{cases} \quad (26)$$

, if : $x \in \Omega_i = \{x \mid H_i^{polyhedral,c} x - g_i^{polyhedral,c} \prec 0\}$
 $i = 1, 2, \dots, 6$

ماتریس‌های رابطه فوق در جدول ۲ تعریف شده‌اند و $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ است. رابطه (۲۶) یک سیستم DPWA با مرزهای چندوجهی را نمایش می‌دهد. پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی همراه با تعریف آنها در جدول ۳ بیان شده است. با استفاده از قضیه ۱، پارامترهای طراحی K و m (که در ساختار متغیرهای $H_i^{polyhedral,c}$

سیستم DPWA بخصوص خواهد بود. به بیان دیگر، با جایگذاری $\hat{h}_{ij} = C_c z$ (که C_c و z به ترتیب ماتریس خروجی و متغیر حالت کنترل کننده هستند)، در رابطه (۶) فرم مربوطی ایجاد می‌شود که این فرم نشانگر یک سیستم DPWA بخصوص می‌باشد.

۵- مقایسه DPWA با کلاس‌های هایبرید متداول

در این بخش کلاس معرفی شده با کلاس‌های متداول سیستم‌های هایبرید مقایسه شده و نتایج آن در جدول ۱ دیده می‌شود. همان‌طور که در جدول ۱ دیده می‌شود، اشکال اصلی فرم‌های پرکاربردی چون سوئیچ شونده خطی مقید به حالت-ورودی منطقی و MLD این است که این مدل‌ها دارای متغیرهای حالت پیوسته و ورودی کنترل شونده منطقی می‌باشند، که این مسئله سبب پیچیدگی تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده می‌گردد. به منظور طراحی کنترل کننده برای این کلاس‌ها می‌باشد از ابزار بهینه‌سازی پیچیده‌ای چون برنامه‌برنیزی MIQP^۱ [۲۸] استفاده گردد. در مقابل نقطه قوت کلاس پیشنهادی در همگن بودن (همه متغیرها از یک نوع و پیوسته می‌باشند) متغیرهای حالت و ورودی کنترل شونده سیستم است، که این مسئله سبب سادگی تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای کلاس پیشنهادی می‌گردد. همه مدل‌های مورد بررسی در جدول ۱ دارای ورودی پیوسته می‌باشند. در مورد همه کلاس‌های متداول ورودی پیوسته در دینامیک MLD، مدل به طور مستقیم وارد می‌گردد در حالی که در مدل DPWA ورودی پیوسته در دینامیک مدل به طور مستقیم وارد نشده و در مرز کلیدزنی وارد می‌گردد. کلاس پیشنهادی ماهیتاً دارای کلیدزنی مقید می‌باشد و از این رو با سیستم سوئیچ شونده خطی مقید به حالت-ورودی منطقی در جدول مقایسه شده است. سیستم PWA دارای کلیدزنی ناخودگردان نمی‌باشد زیرا در این سیستم کلیدزنی بر حسب ناحیه خودگردان قرار گیری متغیر حالت صورت می‌گیرد و این کلیدزنی کاملاً خودگردان است. اما در مورد سیستم DPWA، کلیدزنی به هر دو روش خودگردان و ناخودگردان روی می‌دهد. نوع خودگردان آن مشابه سیستم PWA بر حسب ناحیه قرار گیری متغیر حالت روی می‌دهد و نوع ناخودگردان آن به وسیله تغییر مرز کلیدزنی صورت می‌گیرد. از دید کاربردی انتخاب هر یک از کلاس‌های جدول فوق وابسته به ماهیت سیستم مورد بررسی دارد. در این زمینه بین پیچیدگی و دقت مدل‌سازی مصالحه صورت می‌گیرد. مدل DPWA در حالت کلی دارای دقت مدل‌سازی بالاتری نسبت به SLS و PWA می‌باشد ولی پیچیدگی آن نیز بیشتر است. مدل پیشنهادی نسبت به سوئیچ شونده خطی مقید و MLD دارای پیچیدگی کمتری می‌باشد ولی در مورد بعضی کاربردها منجر به محدودیت مدل‌سازی یا احیاناً تقریب در مدل‌سازی می‌گردد.

۶- مطالعه موردی یک مبدل الکترونیک قدرت

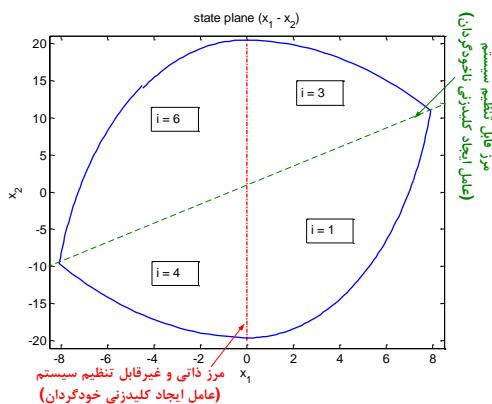
dc-dc رزونانسی

^۱ Mixed Integer Quadratic Programming

$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \\ K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \gamma + m \\ \gamma - m \end{bmatrix}$	۱
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & -1 \\ \frac{1}{L} & L & L \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -V_g - 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma - m \end{bmatrix}$	۲
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} V_g + 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -\gamma + m \\ 0 \end{bmatrix}$	۳
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \\ K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \gamma + m \\ \gamma - m \end{bmatrix}$	۴
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -V_g + 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma - m \end{bmatrix}$	۵
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -V_g + 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma - m \end{bmatrix}$	۶

جدول ۳: پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی و تعاریف آنها

مقدار	پارامتر	نشانه
560nF	خازن تانک	C
14.7μH	سلف تانک	L
47μF	خازن فیلتر خروجی	C_f
48V	ولتاژ تغذیه	V_g
20V	ولتاژ خروجی	V_o
2π×100KHz	فرکانس زاویه‌ای کلیدزنی	ω_s
2π×54KHz	فرکانس زاویه‌ای رزونانس	ω_r
6Ω	مقاومت خروجی	R
1.25V	ولتاژ مستقیم دیودها	V_f
0.76Ω	مقاومت معدل تلفات	r_{LOSS}



شکل ۵: نمودار تصویر مسیر حالت در صفحه $x_1 - x_2$ برای مدل مورد نظر به همراه مرز ذاتی، مرز طراحی شده و شماره زیرسیستم فعل در هر ناحیه (i)

و $g_i^{polyhedral}$ قرار دارند) طراحی می‌گردد. با حل LMI مربوطه به کمک جعبه ابزار Robust Control نرم افزار MATLAB نتیجه زیر حاصل گردیده است:

$$K = [1 \quad -0.899 \quad 0], m = 0.7674, \gamma = 0 \quad (27)$$

همچنین متغیرهای بهینه سازی و پارامترهای میانی روابط LMI به صورت زیر به دست آمده‌اند:

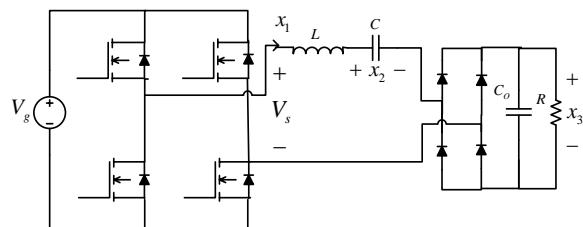
$$P = 10^{-10} \begin{bmatrix} 0.935 & 0.030 & -0.135 \\ 0.030 & 1.487 & -0.160 \\ -0.135 & -0.160 & 5.153 \end{bmatrix}; q = 10^{-10} \begin{bmatrix} -0.0074 \\ -0.3698 \\ 0.0339 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$W = 10^8 \begin{bmatrix} 2.8181 & -0.7654 & -0.7459 \\ -0.7654 & 2.8521 & -0.7656 \\ -0.7459 & -0.7656 & 2.8182 \end{bmatrix}$$

بر اساس شبیه‌سازی صورت گرفته، تصویر مسیر حالت در صفحه $x_1 - x_2$ به همراه مرز ذاتی و طراحی شده در شکل ۵ نشان داده شده است. در این شکل فضای حالت به چهار ناحیه تقسیم شده و در هر مشیکی از چهار زیرسیستم فعل می‌باشد.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله کلاس جدیدی از سیستم‌های هایبرید که توانایی مدل‌سازی دسته وسیعی از سیستم‌های عملی را دارد، معرفی گردید. توصیف ریاضی کلاس پیشنهادی در دو فرم چندوجهی و بیضوی ارائه و LMI برای هر حالت قضیه‌ای جهت تحلیل پایداری بر اساس حل تعدادی ارائه گردیده است. با مقایسه کلاس پیشنهادی با کلاس‌های متدالوی سیستم‌های هایبرید، مزايا و نقاط ضعف کلاس پیشنهادی مشخص گردید. یک مدل الکترونیک قدرت در فرم پیشنهادی مدل، تحلیل و شبیه‌سازی گردید. کلاس پیشنهادی نسبت به کلاس PWA کلی تر بوده و توانایی مدل‌سازی دسته بزرگتری از سیستم‌های عملی را دارا می‌باشد. تعمیم کنترل کننده‌های کلاسیک بر روی کلاس پیشنهادی توسط نویسنده‌گان در حال تحقیق و بررسی می‌باشد.



شکل ۶: مدل الکترونیک قدرت dc-dc رزونانسی سری

جدول ۲: ماتریس‌های توصیف کننده رابطه (۲۶) با تعریف $[k_1 \quad k_2 \quad k_3]$

A_i	b_i	$H_i^{polyhedral,c}$	$g_i^{polyhedral,c}$	شماره زیرسیستم
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} V_g - 2V_f \\ L \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \\ K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -\gamma + m \\ 0 \end{bmatrix}$	۱
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & -1 \\ \frac{1}{L} & L & L \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -V_g - 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma - m \end{bmatrix}$	۲
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} V_g + 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -\gamma + m \\ 0 \end{bmatrix}$	۳
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \\ K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \gamma + m \\ \gamma - m \end{bmatrix}$	۴
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -V_g + 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma - m \end{bmatrix}$	۵
$\begin{bmatrix} -r_{LOSS} & -1 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C_0} & 0 & \frac{-1}{C_0 R} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -V_g + 2V_f \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma - m \end{bmatrix}$	۶

Transaction on Automatic Control, vol. 47, no.12, pp. 1974–1985.

[۱۶] ح. ملا احمدیان، ع. کریم پور و ن. پریز، اردیبهشت ۸۹ "کنترل مبدل‌های الکترونیک قدرت به کمک تئوری سیستم‌های هایبرید و استراتژی تصویر کمینه"، هجدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان.

[۱۷] B. D. Schutter and T.J.J. van den Boom, 2004, "MPC for continuous piecewise-affine systems", Systems & Control Letters, vol. 52, no. 3, pp. 179-192.

[۱۸] ح. ملا احمدیان، ع. کریم پور و ن. پریز، "پایدارسازی و کنترل سیستم‌های خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی محدود به حالت-ورودی منطقی: دیدگاه مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی"، مجله کنترل، ۵ شماره ۲، ص ۱۱-۱۲ ISSN 2008-8345

[۱۹] H. Molla-Ahmadian, A. Karimpour, N. Pariz, F. Tahami, 2012, "Hybrid Modeling of dc-dc series resonant converter: direct piecewise affine approach", IEEE Trans. Of Circuit and System I: regular papers, in press

[۲۰] A. Schild, J. Lunze, 2008, "Switching Surface Design for Periodically Operated Discretely Controlled Continuous Systems", Hybrid Systems: Computation and Control, LNCS, Springer-Verlag, vol. 4981, pp. 471-485.

[۲۱] A. Schild, Jan Lunze, 2007, "Stabilization of Limit cycles of Discretely Controlled Continuous Systems by Controlling Switching Surfaces", Hybrid Systems: Computation and Control, Springer-Verlag, , vol. 4416, pp. 515-528.

[۲۲] J. M. Galvez, M. Ordóñez, F. Luchino, J. E. Quaicoe, 2011, "Improvements in Boundary Control of Boost Converters Using the Natural Switching Surface", IEEE Trans. On. Pow. Elec., Vol. 26, No. 11, Nov, pp. 3367-3376.

[۲۳] L. Greco, "Stability and Stabilization Issues in Switched Systems", PHD thesis, Bioingegneria, Robotica e Sistemi di Automazione Industriale - Ciclo XVII, 2005.

[۲۴] V. A. Yakubovich, 1997, "The S procedure in non-linear control theory", Vestnik Leningrad Univ. Math, vol 4, pp 73-93 (In Russian).

[۲۵] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Philadelphia, The SIAM press, 1994.

[۲۶] L. Rodrigues, "Dynamic Output Feedback Controller Synthesis for Piecewise Affine Systems", PhD Thesis, Stanford university, June 2002.

[۲۷] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Philadelphia, The SIAM press, 1994.

[۲۸] R. Fletcher and S. Leyffer, 1998, "Numerical Experience with lower bounds for MIQP branch and bound", SIAM Journal of Optimization vol. 8, no. 2, pp. 604-616.

مراجع

- [1] M. Senesky, G. Eirea, and T. John Koo, 2003, "Hybrid modeling and control of power electronics", Hybrid Systems: Computations and Control, Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag: Berlin, in the proceeding of 6th International Workshop, pp. 450-465.
- [2] Panagiotis D. Christofides and Nael H. El-Farra, Control of Nonlinear and Hybrid Process Systems Designs for Uncertainty, Constraints and Time-Delays (Lecture Notes in Control and Information Sciences 324), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [3] M. Hejri and H. Mokhtari, 2009, "Global hybrid modeling and control of a buck converter: A novel concept", International Journal of Circuit Theory and Applications, vol. 37, pp 968-986.
- [4] A. Rantzer and M. Johansson, April 2000 , "Piecewise linear quadratic optimal control , " IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 45, no. 4, pp. 629-637.
- [5] L. Rodrigues and J.P. How, 2003, "Observer-based control of piecewise-affine systems", International Journal of Control, vol. 76, no. 5, pp. 459-477.
- [6] S. LeBel and L. Rodrigues, Feb. 2009, "PWL and PWA H_∞ controller synthesis for uncertain PWA slab systems: LMI approach", International Journal of Control, vol. 88, no. 3, pp. 482-492.
- [7] L. Rodrigues and S. Boyd, 2005, "Piecewise-affine state feedback for piecewise-affine slab systems using convex optimization", Systems & Control Letters, vol. 54, no. 9, pp. 835-853.
- [8] F. Tahami and B. Molaei, Feb. 2007, "Piecewise affine system modeling and control of pwm converters" Journal of Circuits, Systems and Computers, vol. 16, no. 1, pp. 113-128.
- [9] F. Tahami, S. Poshtkouhi, and H. Molla-Ahmadian, May. 2011, "Piecewise affine control design for power factor correction rectifiers", Journal of Power Electronic, vol. 11, no. 3, pp. 327-334.
- [10] H. Molla-Ahmadian and M. B. Naghibi, 2011, "Optimal piecewise affine large signal modeling of PFC rectifiers based on reinforcement learning", Power electronics and drives systems technology conference, Tehran Uni,Tehran, Iran, pp. 512 - 517.
- [11] Zhendong Sun, Shuzhi S.Ge, Switched Linear Systems: Control and Design, Springer-Verlag Publication, 2004.
- [12] H. Lin, and P. J. Antsaklis,2009, " Stability and Stabilizability of Switched Linear Systems: A Survey of Recent Results", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 54, no. 2, pp. 308-322.
- [13] S. Pettersson and B. Lennartson, 2001, "Stabilization of hybrid systems using a min-projection strategy", in Proceeding of American Control Conference, pp. 223-228.
- [14] A. Bemporad and M. Morari, 1999, "Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints", Automatica, vol. 35, no. 3, pp. 407-427.
- [15] A. Bemporad, F. Borrelli, and M. Morari, 2002, "Model predictive control based on linear programming—The explicit solution", IEEE

کنترل افق جلورونده‌ی غیرمتمر کز هماهنگ فرکانس-بار

در یک سیستم قدرت دو ناحیه‌ای

محمد میران بیگی^۱، بهزاد مشیری^۲، علی میران بیگی^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی کنترل، قطب کنترل و پردازش هوشمند، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران،

moshiri@ut.ac.ir

^۲ استاد مهندسی کنترل، قطب کنترل و پردازش هوشمند، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران،

amrnbg@gmail.com^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده مکانیک دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی،

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۱۱/۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۲/۲۰)

چکیده: در کاربردهای مقیاس بزرگ گاهآه ضروری است که نظریه‌های کنترلی، توزیع شده یا غیرمتمر کز باشند. با توجه به بزرگ بودن مقیاس سیستم‌های قدرت و همچنین مزایای کنترل پیش‌بین (MPC)^۱ در بکارگیری با این سیستم‌ها، در این مقاله از یک نوع کنترل کننده پیش‌بین مقید تحت عنوان کنترل افق جلورونده (RHC)^۲، برای کنترل فرکانس بار در یک سیستم قدرت دو ناحیه‌ای در دو ساختار متمر کز و غیرمتمر کز استفاده شد. مزیت اصلی کنترل غیرمتمر کز، کاهش بار محاسباتی و پیچیدگی محاسباتی است. از سوی دیگر در بکارگیری مت مر کر کنترل پیش‌بین، محاسبه برخط^۳ و رودی ابعاد بالا، بسیار پیچیده و غیرعملی به نظر می‌رسد. درنهایت به کمک شبیه‌سازی‌ها، ساختارهای مت مر کز و غیرمت مر کز کنترلی و همچنین دو روش بکارگرفته شده برای هماهنگی دو ناحیه‌ی سیستم، از لحاظ محاسباتی و عملیاتی تحت تنویری از اغتشاشات با یکدیگر مقایسه شدند.

کلمات کلیدی: سیستم‌های قدرت، کنترل پیش‌بین مدل، کنترل افق جلورونده، کنترل غیرمت مر کز، اغتشاش.

Cooperative Decentralized Receding Horizon Control of Load-Frequency in a Two- Area Power System

Mohammad Miranbeigi, Behzad Moshiri , Ali Miranbeigi

Abstract: In the large scale applications, sometimes it is essential that the control theories be distributed or decentralized. In this paper, regarding large scale of power systems and advantages of model predictive control (MPC), a constraint predictive control method that is called “Receding Horizon Control (RHC)”, used for load frequency control in a two-area power system with two cooperating methods of agents. The main advantage of decentralized control is complexity reduction in computations. Moreover, in the application of centralized control, online computation of inputs (high dimensions) is complex, and non-flexible, and impractical. Finally using of simulations, centralized and decentralized control methods, cooperative methods are compared under a variety of disturbances.

Keywords Power systems, Model predictive control, Receding horizon control, Decentralized control, Disturbances.

¹ Model predictive control

² Receding Horizon control

³ Online

می شود. در این مقاله، مدل کلی سیستم بر اساس روش ارائه شده در [۶] و [۷] به زیرسیستم‌های قابل کنترل تقریباً مستقل تفکیک می‌شود. در سالهای اخیر مقالات متعددی به مقوله کنترل پیش‌بین غیرمتمن کر پرداخته‌اند. هدف نظریه‌های غیرمتمن کر دستیابی به یک درجه هماهنگی مناسب در میان زیرسیستم‌های همسایه با توجه به متغیرهای جفت شده و حل مسئله کنترل پیش‌بین همراه با متغیرها، هزینه‌ها و محدودیت‌های مربوطه محلی، بدون حل کردن یک مسئله کنترل پیش‌بین متمن کر است. در کنترل کننده‌های چندگانه در ساختار غیرمتمن کر کنترل پیش‌بین، سعی بر حل مسئله کنترل دینامیکی است. وقتی حل کننده‌های مسئله بصورت چندگانه در نظر گرفته می‌شوند، مسائل گوناگون چندگانه‌ای وجود دارند. درنتیجه بار محاسباتی کاهش یافته و هر کنترل کننده با کنترل کننده‌های دیگر برای حاصل شدن یک حل خوب، مرتبط شده و همکاری می‌کند [۱]. در مقالات مژور شده، هر زیر مسئله کنترلی، یک کنترل کننده خاص را برای حل مسئله محلی اش بکار می‌گیرد. اکثر طراحی‌ها برونو خطی^۸ بوده و تغییرات برخط نداریم [۹]. جورجز در [۷] فرض کرد که برای حل زیر مسئله‌ها اطلاعات کافی هستند. نظریه مشابهی در [۶] ارائه شد که کنترل کننده، برخی اطلاعات را از طریق ارتباطات بدست می‌آورد و یا ابزاری برای پیش‌بینی اطلاعات دارد. در [۱۰]، یک کنترل کننده پیش‌بین غیرمتمن کر با استفاده از عوامل هوشمند چندگانه انجام شده است. در [۱۱] یک کنترل مبنی بر یک مدل شبه نامتر کر، هزینه‌های ارتباطی را به کمک شبکه کاهش می‌دهد. نویسنده دیگری نیز یک کنترل کننده پیش‌بین غیرمتمن کر پایدار را بر مبنای تابعی معیار تعريف شده در همسایگی زیرسیستم، برای سیستم‌های نامقید تعريف کرد [۱۲]. در مقاله پیش‌رو نیز، در ساختار کنترلی غیرمتمن کر، هر زیر سیستم به صورت مستقل و محلی کنترل می‌شود و ورودی‌های خود را در زمان‌های نمونه‌برداری بعدی با زیرسیستم‌های همسایه به اشتراک می‌گذارد تا در نهایت متغیرهای حالت سیستم همگرا شده و هدف‌های کنترل برآورده شوند.

مسئله مهم دیگر در رابطه با کنترل پیش‌بین غیر متمن کر، هماهنگ کردن زیرسیستم‌ها و تضمین پایداری در رویه هماهنگی است. در این راستا کامپونوگارا^۹ یک روش هماهنگی را براساس تبادل اطلاعات زیرسیستم‌های تحت کنترل پیش‌بین محلی، در حین حل مسئله بهینه‌سازی محلی بیان کرد [۱۳]. در این روش زیرسیستم‌ها با تکرار حل مسائل بهینه‌سازی بروز شده از طریق ارتباطات، هماهنگی می‌شوند. اگر ظرفیت شبکه برای این ارتباطات کافی نباشد، زیرسیستم‌ها نمی‌توانند دائمًا تبادل اطلاعات کنند و پایداری روش قبل نیز در اینجا برقرار نخواهد بود. یکی از نقاط قوت این مقاله بکار گیری یک روش هماهنگی افق جلورونده است که نیازی به برقراری ارتباطات کامل ندارد: ظرفیت شبکه اتصال اجازه نمی‌دهد تا عوامل در حال حل مسئله بهینه‌سازی محلی شان تبادل

۱- مقدمه

کنترل پیش‌بین یک روش بهینه‌سازی با اعمال کارآمد قیدها و شدت‌های غیرخطی در سیستم‌های دینامیکی چند متغیره است. این روش از جهت تشکیل مدلی صریح از سیستم به منظور محاسبات کنترلی، بررسی رفتار سیستم در یک افق زمانی آینده و درنظر گرفتن محدودیت‌های ورودی‌ها، حالت‌ها و خروجی‌های سیستم در محاسبات کنترلی، بکار گیری مدل‌های اختشاش برای درنظر گرفتن نامعینی‌ها و پاسخ مناسب به تغییرات ناگهانی، یک روش مناسب برای کنترل سیستم‌های مقیاس بزرگ به نظر می‌رسد.

برای کنترل پیش‌بین سیستم‌های مقیاس بزرگ می‌توان از ساختارهای متمن کر و غیرمتمن کر بهره برد. مزیت اصلی کنترل غیرمتمن کر، کاهش بار محاسباتی برخط^۱ و پیچیدگی محاسباتی است. از سوی دیگر کنترل‌های متمن کر از مشکلات تعییر و نگهداری به علت بزرگ بودن ابعاد و یک ریسک بالا از خطابه علت طبیعت متمن کر رنج می‌برند که در نوع غیرمتمن کر کنترل، کمتر دیده می‌شوند. در ساختار غیرمتمن کر، ورودی‌های کنترل محلی با استفاده از اندازه گیری‌های محلی و مدل‌های مرتبه کاهش یافته از دینامیک‌های محلی محاسبه می‌شوند [۱]. برای بدست آوردن زیرسیستم‌های محلی، باید مدل سیستم تفکیک شود. جداسازی خالص غیرمتمن کر تنها زمانی ممکن است که دو زیر سیستم کاملاً مستقل از یکدیگر باشند یا وقتی که آن‌ها مستقل از هم‌دیگر فرض شوند. کاتبی و جانسون^۲ در [۲]، مطیع و سیار رودسری^۳ در [۳]، بصورت تحلیلی یک سیستم دینامیکی خطی را به مجموعه‌ای معادل از زیر سیستم‌ها با ورودی‌های جفت شده تفکیک کردند. ساوادا^۴ یک سیستم متمن کر را به صورت شبکه‌ای از زیرسیستم‌ها با درنظر گرفتن حالت‌ها و متغیرهای کنترلی یک زیرسیستم همسایه، کنترل کرد [۴]. همچنین یک جارچوب پیوسته پایدارساز در آرایش زیرسیستم‌ها در [۵] ارائه شد. در این مسئله، دینامیک‌های سیستم تجزیه می‌شوند اما حالت‌ها در تابع هزینه، وابسته هستند. در همین راستا، ال‌فاؤال^۵ در [۶] و جورجز^۶ در [۷]، زیرسیستم را بدون در نظر گرفتن یک مدل برای کل سیستم تعريف کردند. آن‌ها یک مدل زیرسیستم برای هر بخش در یک شبکه توسعه آب مدل کردن و سپس معادلات هماهنگی را میان زیرسیستم‌ها ارائه کردند. همچنین در [۸]، یک روش تفکیک مبنی بر دوگان برای تفکیک سیستم کلی به زیرسیستم‌هایی که بطور دینامیکی جفت هستند (اما از لحاظ هزینه و محدودیت‌ها از یکدیگر مستقل هستند)، ارائه شد. در این روش، هماهنگی میان کنترل کننده‌های محلی با استفاده از ضرب کننده‌های لاگرانژین^۷ متناظر با دینامیک‌های جفت شده، حاصل

¹ Online

² Katebi & Johnson

³ Motee & Sayyar-rodsari

⁴ Sawadogo

⁵ Elfawal

⁶ Georges

⁷ Lagrangian multipliers

⁸ Offline

⁹ Camponagara

سیستم قدرت دو ناحیه‌ای به صورت غیرمتمن کر بدست آمده و تابعی
معیار مناسب با اهداف سیستم تشکیل شود.

۱-۲- مدل ریاضی کنترل افق جلورونده غیرمتمن کر

ساختار RHC استاندارد به عنوان یکسری مسائل بهینه‌سازی استا
بصورت زیر خلاصه می‌شود [۱۰]:

$$\begin{aligned} u_{\min} \leq u(t) &\leq u_{\max} & \forall t \\ du_{\min} \leq u(t) - u(t-1) &\leq du_{\max} & \forall t \\ y_{\min} \leq y(t) &\leq y_{\max} & \forall t \end{aligned} \quad (1)$$

هدف کلی این است که همراه با اعمال قیدها خروجی آینده (y) بر روی یک افق مشخص، یک سیگنال مرجع معین (W) را دنبال کند و در عین حال، تلاش کنترلی (Δu) لازم برای انجام این عمل هزینه شود. در رابطه (۱)، $[N_1, N_2]$ بازه زمانی افق پیش‌بینی، N افق کنترل، و RHC و δ نیز به ترتیب وزن‌های خروجی و تغییرات ورودی هستند. غیرمتمن کر، یک تجزیه از این مسئله بهینه‌سازی داخل یک مجموعه از چند زیر مسئله است و در آن، هر زیر مسئله با یک عامل S متفاوت مرتبط می‌شود. برای فهم بیشتر، مسئله بالا بصورت زیر در رابطه ۲ بازنویسی می‌شود. در این رابطه G میان قیدها و H میان شرایط اولیه مسئله هستند و S مجموعه متغیرهای سیستم است:

$$\begin{aligned} \min J(s) \\ G(s) \leq 0 \\ H(s) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

اگر از زیر مسئله‌ها، عامل J در نظر گرفته شود، مجموعه متغیر S داخل سه مجموعه به صورت $J = S_j \cup S_j' \cup S_j''$ افزایش می‌شود که S_j متغیرهای محلی، S_j' متغیرهای همسایه و S_j'' متغیرهای دیگر در سیستم هستند. در نتیجه زیر مسئله J بصورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} \min J_j(s_j, s_j') \\ G_j(s_j, s_j') \leq 0 \\ H_j(s_j, s_j') = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

که در این رابطه J_j میان قیدها در عامل محلی J و H_j میان شرایط اولیه مسئله در عامل محلی J هستند. در این روش توابعی معيار به صورت $J = \sum_j J_j$ با هم جمع می‌شوند یا تابعی معيار به صورت برداری $J = [J_1, \dots, J_M]$ (M تعداد زیر مسئله‌های تجزیه شده است) تعریف می‌شود.

۲-۲- روش‌های هماهنگی

از آنجا که در کنترل غیرمتمن کر زیر مسئله‌ها به صورت محلی و مستقل از یکدیگر حل می‌شوند، لازم است تا یک روش هماهنگی بین زیر مسئله‌های همسایه بیان شود.

اطلاعات کنند و تنها این امکان وجود دارد که در پایان حل هر مسئله بهینه‌سازی تنها یکبار اطلاعات به عوامل همسایه ارسال شود. در این مقاله، کنترل غیرمتمن کر با دو روش هماهنگی و کنترل متمن کر، در شبیه‌سازی‌ها مقایسه می‌شوند.

سیستم‌های قدرت در زمرة هی سیستم‌های مقیاس بزرگ هستند که برای کنترل آنها می‌توان از ساختارهای متمن کر و غیرمتمن کر کنترلی بهره برد. در این مقاله از یک روش از خانواده کنترل پیش‌بین تحت عنوان کنترل افق جلورونده (RHC) برای کنترل متمن کر و غیرمتمن کر یک سیستم قدرت دوناحیه‌ای استفاده می‌شود. در بخش بعدی این مقاله کنترل کننده RHC تشریح شده و روش‌های هماهنگی بین کنترل کننده‌های محلی بیان می‌شوند. در بخش سوم مقاله، مدل غیرمتمن کر سیستم قدرت مورد نظر با دو ناحیه کنترل شده تقریباً مستقل توصیف شده و در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی RHC متمن کر و غیرمتمن کر همراه با روش‌های هماهنگی زیر سیستم‌ها نمایش داده شده و مقایسه می‌شوند.

۲- کنترل کننده افق جلورونده غیرمتمن کر

در این روش کنترل، دو فاز شناسایی سیستم و بهینه‌سازی در هر زمان نمونه‌برداری وجود دارد. در هر گام کنترلی، کنترل RHC یک دنباله حلقه باز از متغیرهای دستکاری‌شونده^۱ (MV) را با بهینه‌سازی تابعی معيار مقید روی مدل شناسایی شده سیستم، با هدف بهینه‌سازی رفتار آینده سیستم^۲ (CV) محاسبه می‌کند. هدف RHC دنبال کردن مسیر مرجع تعریف شده برای سیستم، توسط خروجی‌ها در افق پیش‌بینی می‌باشد. به همین منظور به کمک اطلاعات مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های قبلی سیستم، خروجی‌های آینده پیش‌بینی شده و به کمک این اطلاعات جدید و نیز با توجه به مسیر مرجع، انتشارات و استراتژی کنترلی، دنباله‌ای از ورودی‌های مناسب در یک افق تعریف شده کنترل برای عملکرد صحیح سیستم محاسبه می‌شود. اولین درایه این دنباله به سیستم اعمال شده و عملیات پیش‌بینی و بهینه‌سازی در هر گام کنترلی که می‌تواند دوره نمونه‌برداری سیستم باشد، مجدداً انجام می‌پذیرد.

نوعاً کنترل کننده‌های پیش‌بین همانند RHC، به صورت متمن کر پیاده‌سازی می‌شوند. در این حالت سیستم کلی، مدل شده و همه ورودی‌های کنترلی در یک مسئله بهینه‌سازی محاسبه می‌شوند. در اغلب موارد در کاربردهای مقیاس بزرگ، نظریه‌های کنترلی غیرمتمن کر هستند و هدف، دستیابی به تعدادی درجه هماهنگی در میان زیر سیستم‌های همسایه از نقطه نظر متغیرهای جفت شده است که مسئله RHC را با متغیرها، هزینه‌ها و محدودیت‌های مربوطه محلی حل می‌کنند. از آنجا که سیستم‌های قدرت نیز به عنوان سیستم‌های مقیاس بزرگ شناخته می‌شوند، در این پژوهه سعی بر این است که یک مدل مناسب از یک

¹ Manipulator variable

² Control variable

³ Agent

$$\begin{aligned} x_j(k+i+1|k) &= A_{jj}x_j(k+i|k) \\ + B_j u_j(k+i|k) + \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j}}^M A_{js}x_s(k+i|k) &= \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} A_{jj}x_j(k+i|k) + B_j u_j(k+i|k) \\ + K_j v_j(k+i|k) \quad , \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned}$$

$$K_j = [A_{j1}, \dots, A_{j(j-1)}, A_{jj+1}, \dots, A_{jM}] \quad \text{که}$$

اگر سیستم (4) کنترل پذیر باشد می‌توان با یک ماتریس انتقال، آنرا به شکل کنترل پذیر زیر درآورد که این فرم کنترل پذیر به پایداری منجر می‌شود [1]:

(7)

$$\begin{bmatrix} x_1^1(k+1) \\ x_1^2(k+1) \\ \vdots \\ x_M^1(k+1) \\ x_M^2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{11} & \cdots & 0 & 0 \\ A_{11}^1 & A_{11}^2 & \cdots & A_{1M}^1 & A_{1M}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I_{MM} \\ A_{M1}^1 & A_{M1}^2 & \cdots & A_{MM}^1 & A_{MM}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^1(k) \\ x_1^2(k) \\ \vdots \\ x_M^1(k) \\ x_M^2(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ B_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & B_M^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_M(k) \end{bmatrix}$$

که در اینجا $x_j^2 \in \mathbb{R}^{n_{ij}-m_j}$ و $x_j^1 \in \mathbb{R}^{m_{ij}}$ و $B_j^2 \in \mathbb{R}^{m_j \times m_j}$ و $I_{jj} \in \mathbb{R}^{(n_{ij}-m_j) \times (n_{ij}-m_j)}$ می‌باشد.

در روش SC-RHC ابتدا عامل زیپش‌بینی‌های گذشته $x_j(k-1)$ را به دیگر کنترل کننده‌ها می‌فرستد و اطلاعات بهینه‌شده خود را یعنی $V_j(k) = \{v_j(k|k), \dots, v_j(k+N-1|k)\}$ را از دیگر کنترل کننده‌ها می‌گیرد. سپس $x_j(k)$ و $l_j(k)$ از روی تکرار گذشته ($l_j(0)$ یک عدد اختیاری) و $\beta_j \leq 1$ داده شدند. $\hat{l}_j(k) = \max \{l_j(k), \|x_j(k)\|^2 - \beta_j \|x_j^1(k)\|^2\}$ و $\hat{x}_j(k|k) = x_j(k)$ است. مسئله کنترل بهینه محلی با توجه به محدودیت $\|x_j(k+1|k)\|^2 \leq \hat{l}_j(k)$ حل می‌شود. $u_j(k) = u_j(k|k), l_j(k+1) = \|x_j(k+1|k)\|^2$ می‌شود. در نهایت کنترل $u(k)$ به سیستم اعمال و با مرحله $k = k+1$ زمانی بعدی آغاز می‌شود.

۳- مدل سیستم قدرت

در این مقاله یک سیستم قدرت با دو ناحیه کنترل شده تقریباً مستقل طبق شکل ۱ مدنظر است که باید در جهت حفظ فرکانس سیستم و تبادل توان، کنترل شود. این عمل معمولاً به کنترل فرکانس بار (LFC) بر

روش اول- حالتی که شبکه اتصال اجازه می‌دهد تا عوامل در حال حل مسئله بهینه‌سازی محلی شان تبادل اطلاعات کنند: هر عامل با فرض مقادیری معین برای متغیرهای همسایه، مسئله بهینه‌سازی محلی را محاسبه می‌کند. سپس این عامل مقادیر متغیرهای خود را برای عامل‌های همسایه فرستد و دوباره مسئله بهینه‌سازی را با مقادیر بروز شده‌ی متغیرهای مشترک حل می‌کند. این عملیات تکرار می‌شود تا در نهایت یک همگرایی در مقدار متغیرهای مشترک حاصل شود. گاهی اوقات برای سادگی کار از یک معیار همگرایی نیز در حل مسئله استفاده می‌شود [13].

روش دوم- حالتی که ظرفیت شبکه اتصال اجازه نمی‌دهد تا عوامل در حال حل مسئله بهینه‌سازی محلی، تبادل اطلاعات کنند و تنها این امکان وجود دارد که در پایان حل هر مسئله بهینه‌سازی تنها یکبار اطلاعات به عوامل همسایه ارسال شود.

بدین منظور در این مقاله از روش SC-RHC پایدار شده) به شرح ذیل استفاده می‌شود. یک سیستم زمان ثابت خطی غیرمتقارن کز با هر زیرسیستم کنترل پذیر و وابستگی متغیرهای حالت به صورت زیر مدل می‌شود [1]:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ \vdots \\ x_M(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{M1} & \cdots & A_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_M(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} B_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & B_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_M(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

که برای زیرمسئله j ، $x_j \in \mathbb{R}^{n_j}$ و $u_j \in \mathbb{R}^{m_j}$ هستند. در طول هر مرحله، هر عامل حل مسئله محلی خود را تنها بعد از آنکه کنترل را به زیرسیستم محلی اعمال کرد، پخش می‌کند. هر عامل از پیش‌بینی عوامل همسایه در مرحله گذشته برای تخمین زدن اثر زیرسیستم‌های همسایه استفاده می‌کند. برای j این عامل، اطلاعات از روی دیگر عوامل بواسیله بردار v مشخص می‌شود:

$$v_j(k+i|k-1) = \begin{bmatrix} x_1(k+i|k-1) \\ \vdots \\ x_{j-1}(k+i|k-1) \\ \vdots \\ x_{j+1}(k+i|k-1) \\ \vdots \\ x_M(k+i|k-1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

که $x_s(k+i|k-1)$ پیش‌بین حالت بواسیله عامل s در مرحله $k-1$ است. عامل j از مدل زیر برای پیش‌بینی حالت‌های آینده بخش محلی استفاده می‌کند.

$$\begin{aligned}x_1 &= \Delta\delta_1(t) - \Delta\delta_2(t), \\x_2 &= \Delta f_1(t), \\x_3 &= \Delta f_2(t), \\u_1 &= \Delta P_{g_1}(t), \\u_2 &= \Delta P_{d_1}(t), \\u_3 &= \Delta P_{g_2}(t), \\u_4 &= \Delta P_{d_2}(t),\end{aligned}$$

تعريف شوند، معادلات فضای حالت سیستم قدرت مذکور دو ناحیه‌ای برای کنترل متمن کر به صورت زیر در می‌آیند.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 2\pi(x_2 - x_3), \\ \dot{x}_2 &= \frac{K_{P_1}(u_1 - x_2 - u_2)}{T_{P_1}} - \frac{K_{s_{12}}x_1}{2\pi T_{P_1}} \quad (9) \\ \dot{x}_3 &= \frac{K_{P_2}(u_3 - x_3 - u_4)}{T_{P_2}} - \frac{K_{s_{21}}x_1}{2\pi T_{P_2}}\end{aligned}$$

همچنین تابعی معیار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$J(t) = \sum_{i=1}^{t+P} (p_{12}(\Delta\delta_1(t) - \Delta\delta_2(t))^2 + \sum_{i=1,2}^{t+C-1} (q_i \Delta f_i^2(t)) + \sum_{i=1,2}^{t+C-1} (r_i \Delta P_{g_i}^2(t))) \quad (10)$$

که در آن p_{12} و q_i وزن‌های جریمه خروجی و r_i وزن‌های جریمه ورودی و P و C به ترتیب افق‌های پیش‌بینی و کنترل هستند.

در بکارگیری کنترل افق جلورونده غیرمتمن کر محلی، هر ناحیه باید به صورت مستقل مدل شود و یک تابعی معیار محلی برای آن تعریف شود. سپس یک روش هماهنگی میان این دو ناحیه بکار گرفته می‌شود. مدل‌های غیرمتمن کر محلی به صورت زیر بیان می‌شوند. اگر متغیرهای حالت با x_i ($i=1,2,3,4$) و متغیرهای ورودی با u_j (که

$j=1,2,3,4$) به صورت

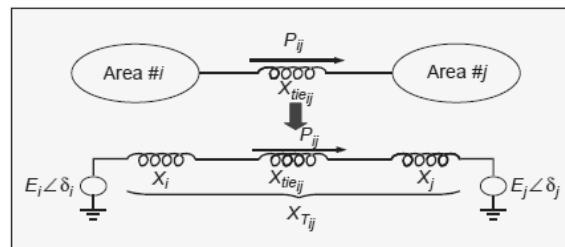
$$\begin{aligned}x_1 &= \Delta\delta_1(t), \\x_2 &= \Delta f_1(t), \\u_1 &= \Delta P_{g_1}(t), \\u_2 &= \Delta P_{d_1}(t),\end{aligned}$$

برای ناحیه ۱ و به صورت

$$\begin{aligned}x_3 &= \Delta\delta_2(t), \\x_4 &= \Delta f_2(t), \\u_3 &= \Delta P_{g_2}(t), \\u_4 &= \Delta P_{d_2}(t),\end{aligned}$$

برای ناحیه ۲ تعریف شوند، بنابراین معادلات فضای حالت ناحیه به صورت

می‌گردد که در ساختار متمن کر، دچار معایبی است که در مقدمه مقاله به آنها اشاره شد. در مرجع [۱۴] مبانی LFC در سیستم‌های قدرت چند ناحیه‌ای و سیستم مورد مطالعه به خوبی توضیح داده شده است.



شکل ۱: توصیف سیستم قدرت جهت کنترل فرکانس-بار

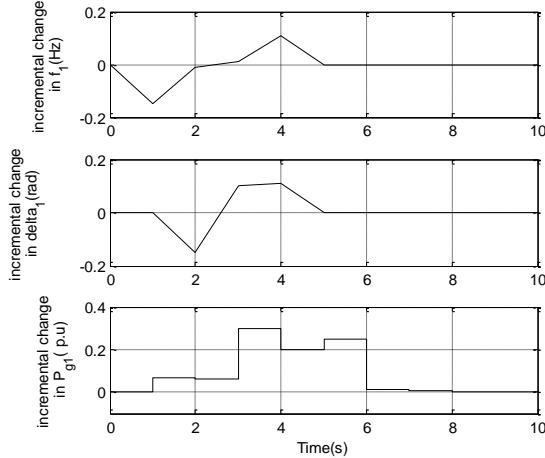
در این مقاله، دو روش هماهنگی برای پیاده‌سازی غیرمتمن کر RHC به کار گرفته می‌شود و از RHC برای کنترل خروجی قدرت ژنراتور به صورت مستقیم استفاده می‌شود. بر این اساس هر ناحیه بوسیله یک ژنراتور معادل به صورت سری با امپدانس توصیف می‌شود. مدل دینامیکی هر ناحیه بصورت زیر نوشته می‌شود [۱۴]:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\delta}_i(t) &= 2\pi\Delta f_i(t) \\ \Delta\dot{f}_i(t) &= \frac{K_{P_i}(\Delta P_{g_i}(t) - \Delta f_i(t) - \Delta P_{d_i}(t))}{T_{P_i}} \\ &\quad - \frac{\sum_{j \in N} K_{s_{ij}} [\Delta\delta_i(t) - \Delta\delta_j(t)]}{2\pi T_{P_i}}\end{aligned} \quad (8)$$

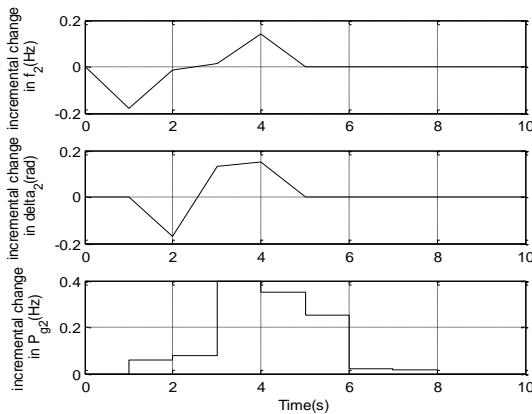
که در آن $\Delta\delta_i(t)$ ، انحراف زاویه فاز افزایشی از مسیر ناحیه بر حسب رادیان و $\Delta f_i(t)$ ، انحراف فرکانس افزایشی بر حسب هرتز، (متغیرهای حالت و همچنین خروجی‌های سیستم) هستند. $(\Delta P_{g_i}(t), \Delta P_{d_i}(t))$ ، تغییر افزایشی در خروجی ژنراتور (ورودی کنترلی سیستم) و $(\Delta P_{d_i}(t))$ ، اغتشاش اندازه‌گیری شونده بار برای ناحیه بر حسب U.P. هستند. همچنین، بهره سیستم و T_{P_i} ثابت زمانی مدل و $K_{s_{ij}}$ ضریب همزمان‌سازی خط اتصال میان دو ناحیه است. درنتیجه می‌توان معادلات حالت پیوسته سیستم را با چهار متغیر حالت، دو ورودی و دو متغیر اغتشاشی تشکیل داد.

در اینجا کنترل کننده‌های RHC غیرمتمن کر با فراهم آوردن نقاط تنظیم برای کنترل کننده‌های توربین، خروجی‌های ژنراتور را تنظیم می‌کنند. هدف کنترل، نگهداشتن انحراف فرکانس سیستم نزدیک به صفر و نگهداشتن انحراف توان روی خط انتقال در صفر می‌باشد. انحراف توان روی خط انتقال میان ناحیه‌ها با اختلاف انحراف زاویه فاز میان ناحیه‌ها متناسب است. اگر متغیرهای حالت با x_i ($i=1,2,3,4$) و متغیرهای ورودی با u_j ($j=1,2,3,4$) به صورت

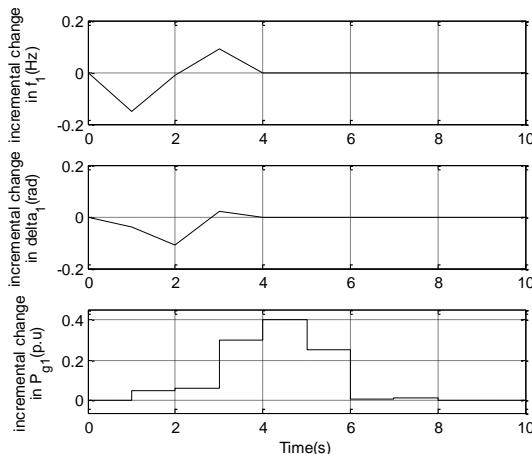
مقایسه می‌شوند. در روش اول فرض می‌شود که متغیرهای مشترک پس از دو بار مبادله اطلاعات با یک دقت معین همگرا می‌شوند و پایداری RHC با انتخاب طول افق مناسب و اعمال محدودیت‌های پایداری برقرار است. شکل‌های ۲ و ۳ نتایج این شبیه‌سازی را نشان می‌دهند.



شکل ۲: کنترل پیش‌بین غیرمتumer کز با روش هماهنجگی ۱ در ناحیه ۱



شکل ۳: کنترل پیش‌بین غیرمتumer کز با روش هماهنجگی ۱ در ناحیه ۲



شکل ۴: کنترل پیش‌بین غیرمتumer کز با محدودیت‌های پایداری با روش هماهنجگی SCRHC در ناحیه ۱

$$\dot{x}_1 = 2\pi x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{K_{P_1}(u_1 - x_2 - u_2)}{T_{P_1}} - \frac{K_{s_{12}}[x_1 - x_3]}{2\pi T_{P_1}} \quad (11)$$

و برای ناحیه ۲ به صورت

$$\dot{x}_3 = 2\pi x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{K_{P_2}(u_3 - x_4 - u_4)}{T_{P_2}} - \frac{K_{s_{21}}[x_1 - x_3]}{2\pi T_{P_2}} \quad (12)$$

نوشته می‌شوند. همچنین تابعی معیار متناظر ناحیه ۱،

(۱۳)

$$J_1(t) = \sum_{t=1}^{t+P} (p_{12}(\Delta\delta_1(t) - \Delta\delta_2(t))^2 + q_1\Delta f_1^2(t)) + \sum_{t=1}^{t+C-1} (r_1\Delta P_{g1}^2(t)) \quad (13)$$

می‌باشد که در آن $\Delta\delta_2(t)$ ، اختشاش ورودی اندازه‌گیری شونده است و طبق روش هماهنجگی اول در هر زمان بروزرسانی، از خروجی کنترل افق جلورونده ناحیه ۲ دریافت می‌شود. به همین ترتیب تابعی معیار متناظر ناحیه ۲

(۱۴)

$$J_2(t) = \sum_{t=1}^{t+P} (p_{21}(\Delta\delta_1(t) - \Delta\delta_2(t))^2 + q_2\Delta f_2^2(t)) + \sum_{t=1}^{t+C-1} (r_2\Delta P_{g2}^2(t)) \quad (14)$$

است که در آن $\Delta\delta_1(t)$ ، اختشاش ورودی اندازه‌گیری شونده بوده و در هر زمان بروزرسانی، از خروجی کنترل افق جلورونده ناحیه ۱ دریافت می‌شود. بر اساس این روش هماهنجگی پس از چند لحظه زمانی، همگرایی متغیرهای مشترک حاصل می‌شود و پایداری برقرار خواهد بود. روش دوم یعنی SC-RHC نیز با توابعی معیار محلی ۱۳ و ۱۴، طبق روند مشروحه به بخش ۲-بروز شده و حل می‌شود.

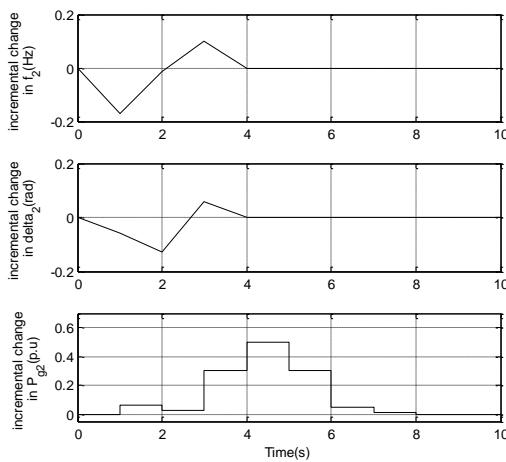
۴- نتایج شبیه‌سازی

در شبیه‌سازی‌ها یک LFC دو ناحیه‌ای بررسی می‌شود. مقادیر داده شده برای ناحیه ۱

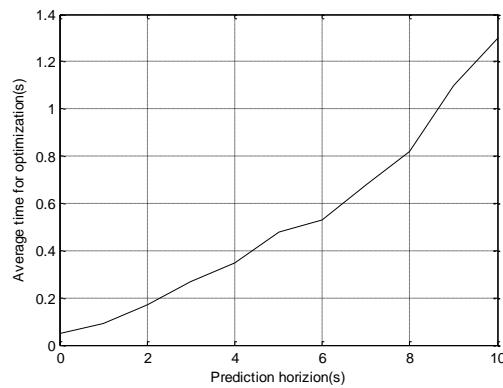
$$T_{P_1} = 18s \quad , \quad K_{P_1} = 95 \quad , \quad K_{s_{12}} = 0.22 \quad \text{و برای ناحیه ۲،}$$

$$T_{P_2} = 14s \quad , \quad K_{P_2} = 100 \quad , \quad K_{s_{21}} = 0.22$$

و پارامترهای بهینه‌سازی به صورت $p_{12} = p_{21} = 2$ و $r_1 = r_2 = 1$ و $q_1 = q_2 = 1$ هستند. اختشاش بار به صورت متغیر و پالسی با تناوب نمونه‌برداری ۰.۰۷ ثانیه درنظر گرفته می‌شود. از آنجا که معادلات مدل زمان پیوسته هستند، ابتدا معادلات با زمان نمونه‌برداری ۱ ثانیه به صورت زمان گستته و سازگار با روش کنترل افق جلورونده در می‌آیند. دو روش هماهنجگی مذکور در این مقاله، پایداری شده و با هم

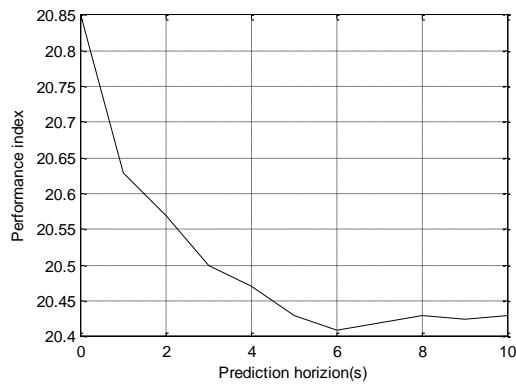


شکل ۷: کنترل پیش‌بین متumer کز در ناحیه ۲

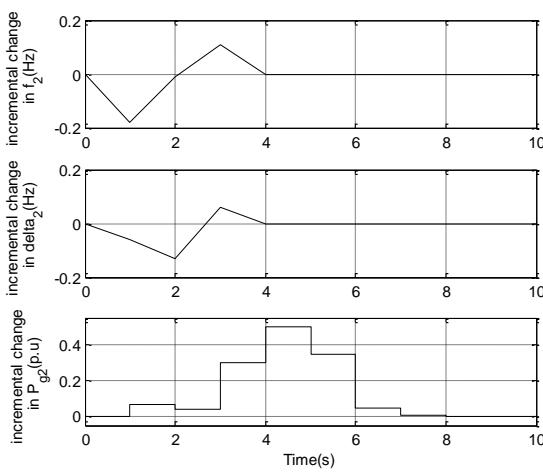


شکل ۸: زمان میانگین برای بهینه‌سازی طی عمل کنترل

در روش SC-RHC در عین واردنشدن محدودیت روی انتخاب افق پیش‌بینی، انعطاف پیشتری در انتخاب این مقدار وجود دارد. مسلماً یک افق پیش‌بینی کوتاه به زمان محاسبات کمتری نیاز دارد، اما افق پیش‌بینی با طول مناسب، ویژگی سیستم را بهبود می‌بخشد. همانطور که در شکل ۸ نشان داده است، زمان میانگین برای بهینه‌سازی با افزایش افق، افزایش می‌یابد. اما در شکل ۹ دیده می‌شود که عملکرد تابعی معیار با افزایش افق بهبود پیدا می‌کند.



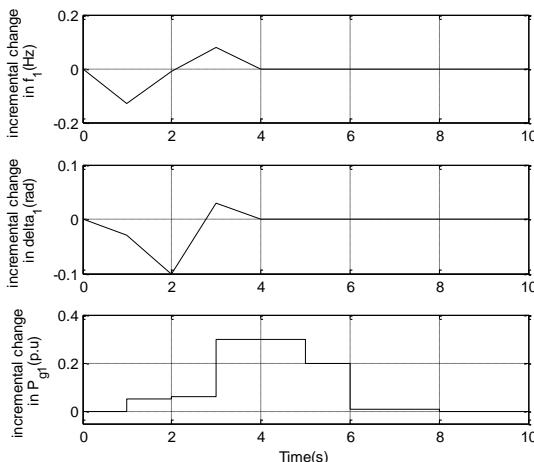
شکل ۹: معیار عملکرد بهینه



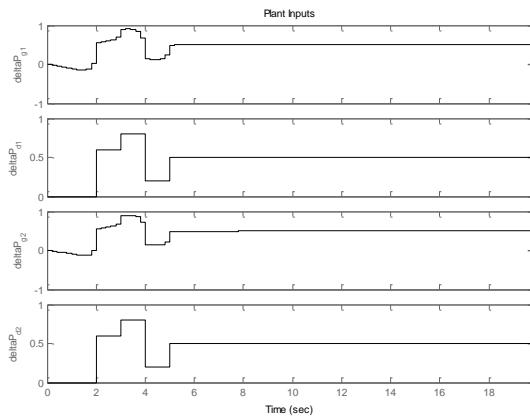
شکل ۵: کنترل پیش‌بین غیرمتumer کز با محدودیت‌های پایداری با روش همانهگی SCRHC در ناحیه ۲

شکل‌های ۴ و ۵، نتایج شبیه‌سازی حاصل از بکارگیری روش دوم همانهگی (SC-RHC) است. در این روش در پایان حل هر مسئله بهینه‌سازی، یک بار اطلاعات به عوامل همسایه ارسال می‌شود. تغییرات فرکانتس صفر می‌شود و هر زیرسیستم می‌تواند نیروی کافی برای افزایش بار محلی خود را فراهم کند.

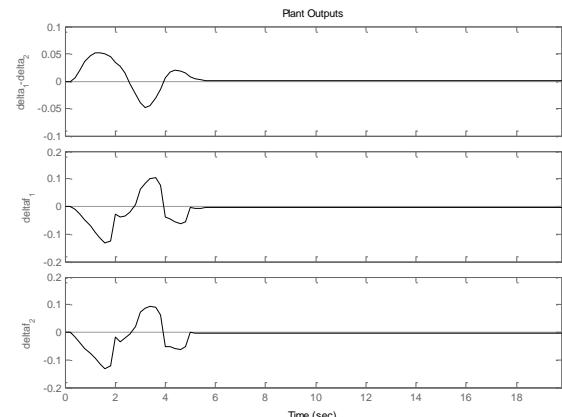
در شبیه‌سازی‌های کنترل افق جلورونده غیرمتumer کز بدون محدودیت پایداری در هر دو روش همانهگی، پاسخ‌های ناپایدار وجود خواهد داشت. شکل‌های ۶ و ۷ نیز نتایج شبیه‌سازی حاصل از بکارگیری یک RHC متumer کز را نشان می‌دهند. عملکرد این کنترل کننده دور از عملکرد کنترل غیرمتumer کز با محدودیت‌های پایداری با روش SC-RHC نیست، اما از لحاظ پایاده‌سازی عملی دشوار بوده و تقریباً غیرممکن به نظر می‌رسد.



شکل ۶: کنترل پیش‌بین متumer کز در ناحیه ۱



شکل ۱۳: کنترل افق جلورونده غیرمتمر کز فرکانس بار تحت اختشاش بار پالسی (نمودار ورودی‌ها)



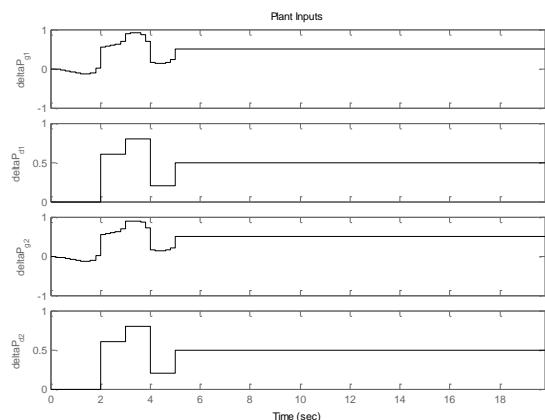
شکل ۱۰: کنترل افق جلورونده متمر کز فرکانس بار تحت اختشاش بار پالسی (نمودار خروجی‌ها)

به کمک شبیه‌سازی‌های بالا مشخص شد که روش SC-RHC، علیرغم هزینه عملیاتی و بار محاسباتی بالا نسبت به روش اول بهتر عمل می‌کند و انعطاف پیشتری دارد و نسبت به روش متمر کز عملیاتی تر است. روش‌های RHC متمر کز و SC-RHC تحت نامعینی (اختشاش بار پالسی)، توسط شبیه‌سازی‌های شکل‌های ۱۰ الی ۱۳ مقایسه می‌شوند. برای بهتر نشان دادن عملکرد مقاوم روش پیش‌بینی در این شبیه‌سازی‌ها، اختشاش بار با نوسانات زیاد اعمال شده است.

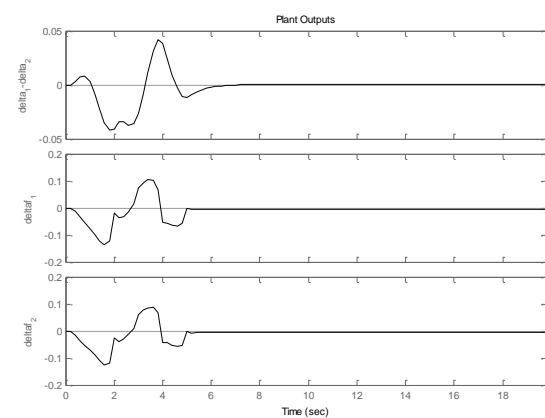
همانگونه که از هردو نمودارهای کنترل متمر کز و غیرمتمر کز دیده می‌شود، کنترل افق جلورونده متمر کز در مهار تغییرات اختشاشات بار، بهتر عمل کرده است. اما روش کنترل غیرمتمر کز به سبب ساختار توزیع شده برای سیستم قدرت مقایس بزرگ عملی تر است. مقاومت در برابر تغییرات اختشاش بار از ساختار برخط روش کنترل افق جلورونده و خاصیت پیش‌بینی اختشاش حاصل شده است. همچنین افزایش طول افق می‌تواند عملکرد را (به علت بزرگ بودن خطاهای پیش‌بینی) خراب کند. در نتیجه با بکارگرفتن روش SC-RHC می‌توان یک سازگاری میان بهبود عملکرد و خطاهای پیش‌بینی بوجود آورد.

۵-نتیجه گیری

در این مقاله کنترل کننده افق جلورونده غیرمتمر کز تشریح شده و روش‌های هماهنگی بین کنترل کننده‌های محلی بیان و مدل غیرمتمر کز سیستم قدرت مورد نظر با دو ناحیه کنترل شده تقریباً مستقل توصیف شده و نتایج شبیه‌سازی نمایش داده شدن. واضح است که عملکرد کنترل کننده متمر کز، دور از عملکرد کنترل افق جلورونده غیرمتمر کز با محدودیت‌های پایداری با روش SC-RHC نیست، اما از نظر عملیاتی هم تقریباً ممکن نیست. همچنین در روش SC-RHC، انعطاف پیشتری در انتخاب افق پیش‌بینی وجود دارد. در این مقاله دو بحث هماهنگ‌سازی کنترل کننده‌های افق جلورونده غیرمتمر کز و مسئله مقابله با تغییرات اختشاش بار مورد آزمون قرار گرفته‌ند و مسئله کنترل سیستم‌های قدرت



شکل ۱۱: کنترل افق جلورونده متمر کز فرکانس بار تحت اختشاش بار پالسی (نمودار ورودی‌ها)



شکل ۱۲: کنترل افق جلورونده غیرمتمر کز فرکانس بار تحت اختشاش بار پالسی (نمودار خروجی‌ها)

- [7]. G. Georges, "Decentralized adaptive control for a water distribution system", *In Proceedings of the 3rd IEEE Conference on Control Applications*, Glasgow, UK, pp. 1411-1416, 1999.
- [8]. Ion Necoara, Dang Doan, Johan A.K. Suykens, "Application of the proximal center decomposition method to distributed model predictive control," *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control Cancun*, Mexico, Dec. 9-11, 2008.
- [9]. A. Richards and J. How, "A decentralized algorithm for robust constrained model predictive control," *In Proceedings of the American Control Conference*, Boston, Massachusetts, pp. 4261-4266, June 2004.
- [10]. R.R. Negenborn, B. De Schutter, J. Hellendoorn, "Multi-agent model predictive control for transportation networks: Serial versus parallel schemes," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 21, pp. 353-366, 2008.
- [11]. Yulei Sun, Nael H. El-Farra, "Quasi-decentralized model-based networked control of process systems," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 32, pp. 2016-2029, 2008.
- [12]. Yan Zhang, Shaoyuan Li, "Networked model predictive control based on neighbourhood optimization for serially connected large-scale processes," *Journal of Process Control*, vol. 17, pp. 37-50, 2007.
- [13]. E. Camponogara, D. Jia, B. H. Krogh, S. N. Talukdar, "Distributed model predictive control," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 22, no. 1, pp. 44-52, 2004.
- [14]. Y. Zhang, "Load frequency control of multiple area power systems," Msc Thesis, Cleveland state university, 2009.

(ذاتاً مقیاس بزرگ)، با بکارگیری روش کنترل افق جلوروند غیرمتّمر کر که ابزار حل مسائل بهینه‌سازی مقید غیرمتّمر کر است، جدا از روش‌های کنترلی غیرمتّمر کر پیاده شده در مقالات پیشین حل شد.

مراجع

- [1]. D. Jia, B. Krogh, "Min-max feedback model predictive control for distributed control with communication," *In Proceedings of the 2002 American Control Conference*, Anchorage, Alaska, pp. 4507-4512, May 2002.
- [2]. M.R. Katebi, M.A. Johnson, "Predictive control design for large-scale systems," *Automatica*, vol.3, no.33, pp. 421-425, 1997.
- [3]. N. Mottee, Sayyar-Rodsari, "Optimal partitioning in distributed model predictive control," *In Proceedings of the 2003 American Control Conference*, Denver, Colorado, June 2003.
- [4]. S. Sawadogo, R.M. Faye, P.O. Malaterre, and F. Mora-Camino, "Decentralized predictive controller for delivery canals," *In Proceedings of the 1998 IEEE International on Systems, Man, and Cybernetics*, San Diego, California, pp. 3380-3384, 1998.
- [5]. W. B. Dunbar, "Distributed receding horizon control of coupled nonlinear oscillators," *Theory and application*, pp. 13-18, December 2006.
- [6]. H. El fawal, D. Georges, and G. Bornard, "Optimal control of complex irrigation systems via decomposition-coordination and the use of augmented lagrangian," *In Proceedings of the 1998 IEEE International on Systems, Man and Cybernetics*, San Diego, California, pp. 3874-3879, 1998.

پیاده‌سازی شبکه‌های عصبی راف با یادگیری احتمالاتی جهت شناسایی سیستم‌های غیرخطی

سید محمد جواد آله‌asher^۱، محمد تشنله^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی کامپیوتر- هوش مصنوعی، گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران،

soheil.alehasher@gmail.com

^۲ استاد، قطب علمی کنترل صنعتی، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه خواجه نصیر، teshnehlab@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۱۲/۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۳/۱)

چکیده: در این مقاله یک شبکه عصبی راف بهبود یافته به منظور شناسایی سیستم‌های غیرخطی آشوبی ارائه شده است. شبکه‌های عصبی راف نوعی از ساختارهای عصبی هستند که براساس نرون‌های راف طراحی می‌شوند. یک نرون راف را می‌توان بصورت زوچی از نرون‌ها در نظر گرفت، که به نرون‌های کرانه بالا و کرانه پایین موسوم هستند. رویکرد نرون راف استفاده از محاسبات بازه‌ای در شبکه عصبی را امکان پذیر می‌سازد، بنابراین می‌توان آنرا به عنوان نگرشی نوین در زمینه طراحی شبکه‌های عصبی تلقی نمود. همانند شبکه‌های پرسپترون چندلایه، شبکه‌های عصبی راف نیز می‌توانند با استفاده از الگوریتم پس انتشار خطای مبتنی بر گرادیان نزولی آموزش داده شوند، با این حال این الگوریتم دارای مشکلاتی مانند کمینه محلی است. در این مقاله روش یادگیری با نظارت جدیدی براساس احتمال خطای موثر نرون‌ها، برای آموزش شبکه‌های عصبی ارائه شده است که آنرا یادگیری احتمالاتی می‌نامیم. جهت ارزیابی این تحقیق، کارایی شبکه عصبی راف بهبود یافته و الگوریتم یادگیری پیشنهادی برحسب خطای شناسایی سری‌های زمانی آشوبی مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: نرون راف، شبکه عصبی راف، یادگیری احتمالاتی، شناسایی سیستم غیرخطی و سری‌های زمانی آشوبی.

Implementation of Rough Neural Networks with Probabilistic Learning for Nonlinear System Identification

Seyed Mohammad Javad Alehasher, Mohammad Teshnehlab

Abstract: In this paper an improved rough neural network is presented for identification of chaotic system. Rough neural networks are a type of neural structures that they are designed based on rough neurons. A rough neuron is considered as a pair of neurons that called lower boundary neuron and upper boundary neuron. Rough neuron approach, allows use of interval computing in neural networks, therefore it can be considered as a new opinion in designing neural networks. The same as multilayer perceptron, rough neural networks also can be trained using by back propagation algorithm based on gradient descending, however, this algorithm has problems such as local minima. In this paper, a new supervised learning method based on effective error of neuron is presented for training of neural networks, which it is called probabilistic learning. To evaluate this study, performance of rough neural network improved, and proposed learning algorithm have been examined in terms of error detection of chaotic time series.

Keywords: Rough Neural Networks, Probabilistic Learning, Nonlinear System Identification.

گرادیان نزولی در آموزش انواع شبکه‌های عصبی پیشرو روشی فراگیر و موفق بوده است با این حال دارای محدودیت‌هایی نظری کمینه محلی است. در این مقاله رویکردن نوین به آموزش شبکه‌های عصبی براساس احتمال خطای موثر هر نرون ارائه می‌گردد، که در این مقاله آنرا یادگیری احتمالاتی می‌نامیم؛ این رویکرد را می‌توان یک روش یادگیری تقویتی و با ناظارت تلقی کرد بطوریکه با کمینه کردن خطای موثر هر یک از پارامتر آموزش پذیر، خطای سراسری را کاهش می‌دهد.

در این مقاله برای بررسی کارایی شبکه‌های عصبی راف پیشنهادی به عنوان شناساگر سیستم‌های غیرخطی و همچین روش یادگیری پیشنهادی چندین شیوه‌سازی مختلف انجام شده است. در این آزمایشات از دو سری زمانی آشوبی مکی - گلاس و هنون، به عنوان سیستم‌های غیرخطی نمونه در شیوه‌سازی‌ها استفاده می‌شود. سپس کارایی شبکه عصبی راف پیشنهادی و همچنین روش یادگیری پیشنهادی براساس خطای شناسایی سیستم‌های نمونه، در برابر یک شبکه پرسپترون چند لایه و یک شبکه عصبی راف معمول که با الگوریتم یادگیری پس انتشار خطا مبتنی بر گرادیان نزولی مرتبه اول آموزش داده شده‌اند سنجیده می‌شوند.

سازماندهی این مقاله بدین ترتیب است که ابتدا در بخش دوم مفهوم نرون راف و شبکه عصبی راف معمول ساخته شده از این نرون‌ها به همراه الگوریتم پیشرو و الگوریتم یادگیری آن مطرح می‌گردد. در بخش سوم شبکه عصبی راف پیشنهادی به همراه الگوریتم پیشرو اصلاح شده آن ارائه می‌شود، و سپس در بخش چهارم الگوریتم یادگیری احتمالاتی، تعریف شده و کاربرد آن برای آموزش پارامترهای شبکه‌های عصبی راف پیشنهادی ارائه می‌شود. در نهایت نتایج حاصل از شیوه‌سازی‌ها در بخش ۵ بطور خلاصه ارائه شده است.

۲- نرون‌های راف

شبکه عصبی راف بر اساس نرون‌های راف طراحی می‌شود [۲]. نرون راف ۲ را می‌توان به صورت زوج ($\bar{2}, 2$) از نرون‌ها نگریست، یکی برای کرانه پایین و دیگری برای کرانه بالا که به ترتیب با $\bar{2}$ و 2 نشان داده می‌شود. دو نرون راف از طریق اتصال دو گانه یا چهارگانه، به یکدیگر متصل می‌شوند. شکل (۱) سه نوع اتصال ممکن بین دو نرون راف را نشان می‌دهد؛ همپوشانی بین نرون‌های کرانه پایین و بالا نشان می‌دهد که آنها اطلاعات را به هم مبادله می‌کنند. شکل (۱) (الف) اتصال کامل بین دو نرون راف $\bar{2}$ و نرون راف 2 را نشان می‌دهد، که در آن $\bar{2}$ و 2 همزمان به $\bar{2}$ و 2 متصل شده‌اند. اگر نرون راف 2 بطور کامل به نرون راف 2 متصل شود، آنگاه چهار اتصال از $\bar{2}$ به 2 وجود دارد. در شکل (۱) (ب) و (۱) (ج) تنها دو اتصال از $\bar{2}$ به 2 وجود دارد. اگر اتصال بین دو نرون به صورت شکل (۱) (ب)، نرون راف 2 فعالیت نرون راف 2 را تحریک می‌کند و اگر اتصال بین دو نرون به صورت شکل (۱) (ج) نرون راف 2 فعالیت نرون راف 2 را مهار کند.

۱- مقدمه

مساله شناسایی از نقطه نظر مدلسازی را می‌توان یک مساله بهینه سازی دانست [۱]. در این گونه از مسائل هدف از شناسایی، تقریب تابع ناشناخته‌ای است که بر سیستم حاکم است. در این مقاله از یک شبکه عصبی راف^۱ پیشنهادی به عنوان شناساگر سیستم‌های غیرخطی استفاده می‌شود. شبکه‌های عصبی راف، ساختارهای عصبی هستند که در آن از نرون‌های راف^۲ استفاده می‌شود. اصطلاح نرون‌های راف اولین بار توسط لینگراس در سال ۱۹۹۶ در [۲] معرفی شده است. یک نرون راف بحسب کرانه‌های پایین و بالای الگوهایی که معمولاً مقادیر بازه‌ای دارند، تعریف می‌شود؛ بنابراین، این نوع از نرون‌ها را نرون‌های راف بازه‌ای^۳ می‌گویند. شبکه عصبی طراحی شده از چنین نرون‌هایی ابتدا در پیش‌بینی حجم ترافیک شهری استفاده شده است [۲-۴]. همچنین از جمله مطالعاتی که در زمینه شبکه‌های عصبی راف انجام شده است، می‌توان به کلاس بندی تصاویر [۵]، سیستم پشتیبان تشخیص پزشکی [۶] و پیش‌بینی شیوع بیماری سل [۷] اشاره کرد.

در این مقاله از یک شبکه عصبی راف با ساختاری مبتنی بر شبکه‌های پیشرو چندلایه استفاده می‌شود که شامل یک لایه ورودی از مقادیر حقیقی، یک لایه پنهان و یک لایه خروجی است که تمامی آنها شامل نرون‌های راف هستند. هر نرون راف زوجی از دو نرون است که یکی مقدار کرانه پایین و دیگر مقدار کرانه بالای سیگنال تولید شده توسط نرون راف را به عنوان خروجی‌های آن از خود عبور می‌دهند؛ بدین ترتیب بین این دو نرون همواره تبادل اطلاعاتی وجود دارد تا مقادیر کرانی هر یک از این دو نرون به درستی تعیین شوند. تبادل این اطلاعات در شبکه عصبی راف معمول، قطعی است؛ به همین منظور، در این مقاله بهبودی با استفاده از تعریف یک ضربی به عنوان نرخ تبادل اطلاعات ارائه خواهد شد. استفاده از این ضربی نه تنها تضمین می‌کند که مقادیر کرانی هر نرون به درستی تعیین شوند، بلکه موجب می‌شود که هر نرون کرانی، نرون کرانه پایین و نرون کرانه بالا، بطور همزمان حاوی اطلاعاتی از هر دوی آنها باشد.

علاوه بر ساختار شبکه عصبی، موضوع مهم دیگر یادگیری شبکه عصبی است. با توجه به اینکه در مسائل شناسایی مقدار متغیر وابسته در دسترس است، برای آموزش شناساگر عصبی می‌توان از یادگیری با نظارت استفاده نمود. از این رو، فرآیند یادگیری در شبکه عصبی راف مانند یک شبکه پرسپترون پیشرو چندلایه می‌تواند با استفاده از الگوریتم پس انتشار خطا مبتنی بر گرادیان نزولی مرتبه اول پیاده‌سازی شود؛ بطوریکه مقدار خطای ایجاد شده در خروجی شبکه با استفاده از این الگوریتم کمینه می‌شود. هر چند که الگوریتم پس انتشار خطا مبتنی بر

¹ Rough Neural Network

² Rough Neuron

³ Interval-based Rough Neuron

اگر دو نرون راف به طور جزئی متصل شده باشند، آنگاه مهار یا تحریک طبیعی اتصال به طور پویا با توجه به وزن‌های اتصال تعیین می‌شود. اگر یک اتصال جزئی از نرون راف ۲ به دیگر نرون راف ۵ تحریک فرض شود و $0 < w_{\bar{r}\bar{s}} < w_{\bar{r}s}$ آنگاه اتصال بین نرون راف ۲ و s با تخصیص $w_{\bar{r}\bar{s}} = w_{\bar{r}s} = w_{\bar{s}\bar{s}}$ از تحریک به مهار تغییر می‌کند؛ پیوندهای (\bar{r}, \bar{s}) و (\bar{r}, s) غیرفعال می‌شوند، در حالیکه پیوندهای (\bar{r}, \bar{s}) و (\bar{r}, s) فعال می‌شوند. همچنین، اگر یک اتصال جزئی از نرون راف ۲ به دیگر نرون راف ۵ مهار فرض شود، و $0 > w_{\bar{r}\bar{s}}$ و $w_{\bar{r}\bar{s}} > 0$ آنگاه اتصال بین نرون راف ۲ و s با اختصاص $w_{\bar{r}\bar{s}} = w_{\bar{r}s} = w_{\bar{s}\bar{s}}$ از مهار به تحریک تغییر می‌کند؛ پیوند (\bar{r}, \bar{s}) و $(\bar{r}, s) = w_{\bar{r}\bar{s}} = w_{\bar{r}s}$ از مهار به تحریک غیرفعال می‌شوند.

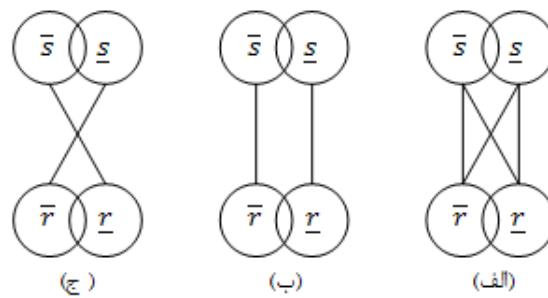
از آنجا که مقادیر مطلوب برای نمونه‌ها معلوم هستند، وزن‌های اتصالات بین نرون‌ها در شبکه در یک پروسه یادگیری با نظرات با استفاده از الگوریتم پس انتشار خطأ به عقب تنظیم می‌شوند. در جریان یادگیری، خطای خروجی برای تنظیم وزن‌های اتصالات از یک لایه به لایه پیشین به عقب منتشر می‌شود. در اینجا با استفاده از رابطه یادگیری قاعده دلتای تعمیم یافته در گام $t-1$ از وزن اتصال بین نرون راف $i-t$ و نرون $j-t$ ام در لایه فعال $t-1$ شبکه به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$w_{ij}^t(t+1) = w_{ij}^t(t) + \eta \times e(t) \times o_j^{t-1}(t) \times f'(net_i^t(t)) \quad (7)$$

که $i, j \in \{l, \bar{l}\}$ ، $l \in \{\bar{j}, \bar{\bar{j}}\}$ ، $j \in \{j, \bar{j}\}$ اندیس‌هایی برای نشان دادن نرون‌های کرانی هستند؛ در این رابطه f' مشتق تابع انتقال بر حسب مجموع وزن‌دار شده net_i^t از ورودی‌های $(o_j^{t-1}(t), 0_j^{t-1}(t), \dots)$ است، و η نرخ آموزش است که سرعت یادگیری را نشان می‌دهد.

۳- شبکه عصبی راف پیشنهادی

در این بخش، در مقایسه با شبکه عصبی راف، طرح جدیدی از شبکه‌های عصبی راف پیشنهادی بر پایه مفاهیم نرون‌های راف پیشنهاد خواهد شد. تبادل اطلاعات بین نرون‌های کرانه پایین و کرانه بالای یک نرون راف در شبکه عصبی راف معمول از طریق عملگرهای \min ، \max صورت می‌گیرد، که تبادلی قطعی است؛ این موضوع موجب می‌شود که هر نرون کرانی برخی اطلاعات مفیدش را از دست دهد. به همین منظور در این مقاله با تعریف ضربی به عنوان نرخ تبادل اطلاعات بین نرون‌های کرانی، بهبودی روی شبکه‌های عصبی راف ارائه خواهد شد. همچنین تفسیر ارائه شده از چگونگی اتصالات تحریک و مهار در بخش ۲ الزاماتی را برای پیاده‌سازی شبکه موجب می‌شود، که به همین منظور در این مقاله روش جدیدی برای این اتصالات پیشنهاد شده است. همانند شبکه‌های عصبی راف معمول، شبکه عصبی راف پیشنهادی نیز از نرون‌های راف مقدار کرانی ساخته می‌شود، و بنابراین ساختاری مشابه با آنها دارد؛ شکل (۲) (الف) ساختار یک شبکه عصبی راف را به همراه لایه‌های پنهان آن نشان می‌دهد. همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است در مساله شناسایی سیستم‌های غیرخطی به وسیله شبکه



شکل ۱- سه نوع مختلف از اتصالات بین دو نرون راف، (الف) اتصال چهارگانه (ب) اتصال تحریک (ج) اتصال مهار [۲]

فرض کنید که نرون‌ها راف در ساختار شبکه به طور کامل به یکدیگر متصل شوند یعنی شبکه شامل اتصالات تحریک و مهار باشد؛ مجموع وزن‌دار شده ورودی‌ها به نرون راف $i-t$ -ام از لایه $t-1$ در گام t با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$net_i^t(t) = \sum_{i,j} w_{ij}^t(t) \times o_j^{t-1}(t) \quad (1) \\ i \in \{l, \bar{l}\}, j \in \{j, \bar{j}\}, l = 1, \dots, L$$

که \bar{i} و \bar{j} اندیس نرون‌های کرانی هر یک از نرون‌های راف را نشان می‌دهند و L تعداد لایه‌های فعال در شبکه است. خروجی نرون راف $i-t$ -ام با استفاده از تابع انتقال f به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$o_i^t(t) = \max(f(net_{\bar{i}}^t(t)), f(net_{\bar{j}}^t(t))) \quad (2)$$

$$o_{\bar{i}}^t(t) = \min(f(net_{\bar{i}}^t(t)), f(net_{\bar{j}}^t(t))) \quad (3)$$

بنابراین خروجی نرون راف $i-t$ -ام در لایه $t-1$ ام شبکه را می‌توان با مقدار بازه‌ای زیر نشان داد:

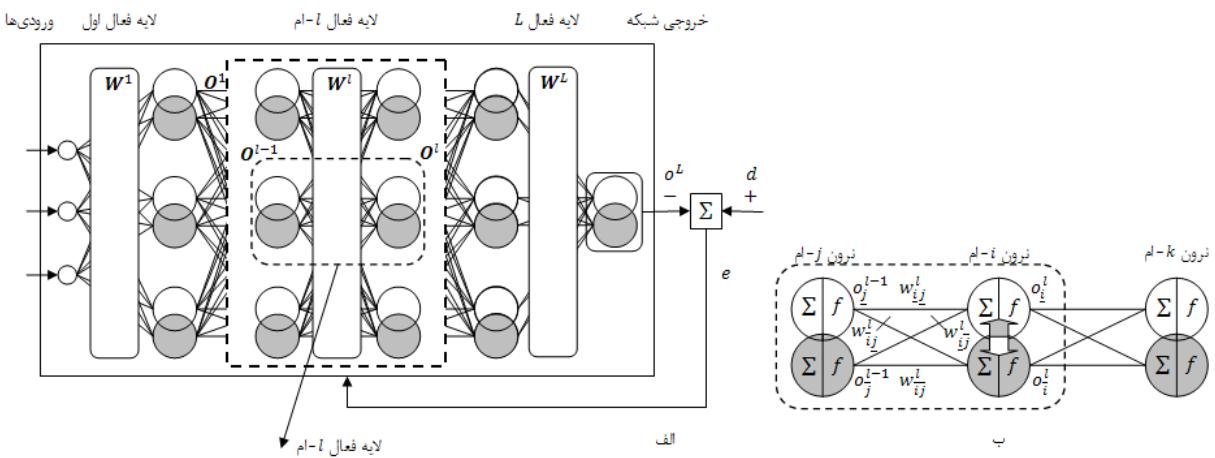
$$o_i^t(t) = [o_{\bar{i}}^t(t), o_{\bar{j}}^t(t)] \quad (4)$$

استفاده از عملگرهای \min, \max در روابط (۲) و (۳) تضمین می‌کند که همواره مقدار خروجی نرون کرانه بالا از خروجی نرون کرانه پایین بزرگتر باشد؛ تابع انتقال f در این روابط می‌تواند یک تابع سیگموئیدی دو قطبی باشد که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(net) = \frac{1 - e^{-net}}{1 + e^{-net}} \quad (5)$$

که در آن net مجموع وزن‌دار شده ورودی‌ها است. در صورت استفاده از نرون‌های راف در لایه آخر، خروجی نهایی شبکه را می‌توان با استفاده از رابطه زیر به راحتی محاسبه کرد:

$$o_i^L = \frac{o_{\bar{i}}^L + o_{\bar{j}}^L}{2} \quad (6)$$



شکل ۲- (الف) ساختار شبکه عصبی راف با L لایه فعال (ب) برشی از لایه فعال L -ام

$$o_i^L = (1 - \gamma)f(net_i^L) + \gamma f(net_i^L), \quad (11)$$

for $i = 1, \dots, n_L$

که در دو رابطه اخیر f تابع انتقال تعریف شده در رابطه (۵) بوده و γ نرخ تبادل اطلاعات بین نرون‌های کرانی نرون راف است که برای تابع انتقال سیگموئیدی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\gamma = \begin{cases} 1 - \frac{|o_i^L - o_i^L|}{2} & \text{if } o_i^L < o_i^L \\ 0 & \text{if } o_i^L \geq o_i^L \end{cases} \quad (12)$$

نرخ تبادل اطلاعات $1 \leq \gamma \leq 0$ نه تنها تضمین می‌کند که خروجی نرون کرانه بالا همواره بزرگتر از خروجی نرون کرانه پایین باشد، بلکه تضمین می‌کند که هر نرون کرانی برخی اطلاعات مفید خود را حفظ نماید؛ توجه داشته باشید که نرخ تبادل اطلاعات برای تابع خطی در لایه خروجی چنانچه $o_i^L < o_i^L$ باشد برابر با $0.5 \geq \gamma$ و در غیر اینصورت برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. در نهایت خروجی شبکه از رابطه (۶) بدست می‌آید.

۴- یادگیری احتمالاتی

در این بخش روش یادگیری جدیدی در آموزش شبکه‌های عصبی موسوم به یادگیری احتمالاتی ارائه می‌شود. در منظر اول این روش ممکن است تا حدودی شبیه به یادگیری بولتزمن در شبیه‌سازی ذوب فلز [۸] و ماشین بولتزمن [۹] و همچنین الگوریتم‌های یادگیری آلوپیکس [۱۰-۱۲] به نظر رسد؛ اما فلسفه این روش از اساس با روش‌های یاد شده تفاوت دارد و علاوه بر اینکه در کم آن راحت است، نیازی به پارامتر دما ندارد. فرض کنید e خطای خروجی شناساگر بر حسب مقدار مطلوب باشد که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

عصبي راف ورودي‌ها و مقدار مطلوب متاظر آنها به جاي الگوهای راف مقادير حقيقى هستند؛ هر لایه پنهان شامل تعدادی نرون راف است که توسط اتصالات چهارگانه به نرون‌های راف در لایه پسین و پيشين خود متصل شده است؛ لایه خروجي نيز شامل يك نرون راف است که خروجي آن توسط رابطه (۶) محاسبه می‌شود.

۳-۱- الگوريتم پيشرو برای شبکه عصبی راف پيشنهادي
مطابق شکل (۲) (ب) فرض كنيد که نرون راف راف $-l$ -ام از لایه $-l-1$ -ام از طريقي مجموعه وزن‌های چهارگانه w_{ij}^L به نرون راف $-l$ -ام از لایه $-l$ از اتصالات $W_{ij}^L, W_{ij'}^L, W_{ij''}^L, W_{ij'''}^L$ در اينجا بر خلاف تفسير پيشين الگوريتم پيشرو، مجموع ورودي‌های وزندار شده نرون‌های کرانی توسط اتصالات مهار از مجموع ورودي‌های وزندار شده نرون‌های کرانی توسط اتصالات تحرييك کم مي‌گردد. بنابراین با تعميم رابطه (۱) مجموع ورودي‌های وزندار شده نرون راف $-l$ -ام از لایه $-l$ -ام در گام t -ام را می‌توان به صورت زير محاسبه كرد:

$$net_i^L = \sum_{j=1}^{n_{l-1}} w_{ij}^L o_j^{l-1} - \sum_{j=1}^{n_{l-1}} w_{ij}^L o_j^{l-1}, \quad (8)$$

for $i = 1, \dots, n_L$

$$net_i^L = \sum_{j=1}^{n_{l-1}} w_{ij}^L o_j^{l-1} - \sum_{j=1}^{n_{l-1}} w_{ij}^L o_j^{l-1}, \quad (9)$$

for $i = 1, \dots, n_L$

كه در آنها n_l تعداد نرون‌ها راف در لایه $-l$ -ام و $o_j^{l-1} = [o_j^{l-1}(t), o_j^{l-1}(t)]$ ورودي نرون راف است. خروجي هر يك از

نرون‌های کرانی نرون راف را می‌توان به صورت زير محاسبه:

$$o_i^L = (1 - \gamma)f(net_i^L) + \gamma f(net_i^L), \quad (10)$$

for $i = 1, \dots, n_L$

به احتمال $u^+ > p(\theta)$ به اندازه $\Delta\theta$ افزایش باید که u^+ عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0.5, 1]$ است؛ در غیر اینصورت پارامتر θ بدون تغییر باقی می‌ماند. فرآیند بالا را می‌توان به عنوان آموزش محلی پارامتر θ تغییر نمود؛ بطور خلاصه قانون یادگیری احتمالاتی برای پارامتر آموزش پذیر θ با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \theta(\text{new}) = \theta(\text{old}) - \Delta\theta & \text{if } p(\theta) < u^- \\ \theta(\text{new}) = \theta(\text{old}) + \Delta\theta & \text{if } p(\theta) > u^+ \\ \theta(\text{new}) = \theta(\text{old}) & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (16)$$

که در آن $\Delta\theta$ مقدار تغییرات پارامتر θ با گامی مناسب است.

۱-۴- الگوریتم یادگیری برای شبکه عصبی راف پیشنهادی

شبکه عصبی راف بهبود یافته براساس الگوریتم یادگیری احتمالاتی که در بخش ۳ معرفی گردید، آموزش داده می‌شود؛ برای این منظور بایستی تابع انرژی زیر با استفاده از اصلاح وزنهای شبکه به عنوان پارامترهای آموزش پذیر، کمینه شود:

$$E(t) = \frac{1}{2}(e(t))^2 = \frac{1}{2}(d(t) - o^L(t))^2 \quad (17)$$

که در آن $e(t)$ خطای خروجی شبکه در گام t -ام است، و $d(t)$ به ترتیب مقدار مطلوب در گام t -ام و خروجی شبکه هستند که اندیس لایه خروجی را نشان می‌دهد. خطای موثری که در این مقاله استفاده می‌شود، خطاهای محلی نرون راف است، یعنی:

$$e_{w_{ij}^l}(t) = \delta_i^l(t), \quad i \in \{\underline{i}, \bar{i}\}, j \in \{\underline{j}, \bar{j}\} \quad (18)$$

بنابراین احتمال خطای موثر $e_{w_{ij}^l}$ برای وزن w_{ij}^l را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$p(w_{ij}^l(t)) = \frac{1}{1 + e^{-g.\delta_i^l(t)}}, \quad i \in \{\underline{i}, \bar{i}\}, j \in \{\underline{j}, \bar{j}\} \quad (19)$$

با بازنویسی قانون یادگیری که در رابطه (۱۶) بیان گردید، وزن‌های شبکه را می‌توان به صورت زیر به روزرسانی کرد:

$$\begin{cases} w_{ij}^l(t+1) = w_{ij}^l(t) - \Delta w_{ij}^l(t) & \text{if } p(w_{ij}^l(t)) < u^- \\ w_{ij}^l(t+1) = w_{ij}^l(t) + \Delta w_{ij}^l(t) & \text{if } p(w_{ij}^l(t)) > u^+ \\ w_{ij}^l(t+1) = w_{ij}^l(t) & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (20)$$

برای $\{j, \underline{j}, \bar{j}, \bar{i}\}, i \in \{\underline{i}, \bar{i}\}, j \in \{\underline{j}, \bar{j}\}$ ، که در رابطه اخیر $(\Delta w_{ij}^l(t))$ تغییرات وزن در گام t -ام است، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta w_{ij}^l(t) = \beta o_j^{l-1}, \quad i \in \{\underline{i}, \bar{i}\}, j \in \{\underline{j}, \bar{j}\} \quad (21)$$

$$\text{error} = \text{desired} - \text{output} \quad (13)$$

که در آن desired و output به ترتیب مقادیر مطلوب متناظر ورودی‌های شناساگر و خروجی شناساگر هستند؛ بدیهی است زمانی خطای خروجی صفر است که شناساگر مقدار مطلوب را به درستی شناسایی کرده باشد، در غیر اینصورت شناساگر دارای خطای غیر صفری است که از پارامترهای آن ناشی می‌شود؛ با توجه به رابطه (۸) رابطه زیر را می‌توان بدست آورد:

$$\begin{cases} \text{error} < 0 & \text{if } \text{desired} < \text{output} \\ \text{error} > 0 & \text{if } \text{desired} > \text{output} \\ \text{error} = 0 & \text{if } \text{desired} = \text{output} \end{cases} \quad (14)$$

از رابطه (۱۴) به وضوح می‌توان دید که خطای، زمانی منفی است که خروجی شناساگر از مقدار مطلوب بزرگتر است بنابراین انتظار این است که با کاهش عمومی مقادیر پارامترهای شناساگر، خروجی آن کاهش یابد؛ و بر عکس خطای شناساگر زمانی مثبت است که خروجی شناساگر از مقدار مطلوب کوچکتر باشد بنابراین انتظار این است که با افزایش عمومی مقادیر پارامترهای شناساگر، خروجی آن افزایش یابد؛ از این رو با توجه به علامت خطای سه تفسیر زیر را می‌توان به عنوان قانون یادگیری عمومی در شناساگرها برای کاهش خطای در نظر گرفت:

- چنانچه علامت خطای خروجی شناساگر بر حسب مقدار مطلوب منفی است، برای کاهش خروجی بایستی پارامترهای شناساگر بطور عمومی تضعیف گردد.
- چنانچه علامت خطای خروجی شناساگر بر حسب مقدار مطلوب مثبت است، برای افزایش خروجی بایستی پارامترهای شناساگر بطور عمومی تقویت گردد.
- در غیر اینصورت، یعنی مقدار خطای صفر، مقادیر پارامترهای شناساگر تغییر نمی‌کنند.

حال فرض کنید شناساگر یک شبکه عصبی با پارامترهای آموزش پذیر θ باشد؛ احتمال خطای موثر پارامتر θ را می‌توان از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$p(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-g.e_\theta}} \quad (15)$$

که در آن g بهره تابع احتمال است، و e_θ خطای موثری پارامتر θ است. چنانچه $e_\theta = \emptyset$ باشد، $p(\theta) = 0.5$ است و در نتیجه تغییر پارامتر $\theta = \emptyset$ می‌باشد؛ در غیر اینصورت با توجه به مقدار $p(\theta)$ جهت تغییرات مشخص می‌گردد. اگر $\emptyset < e_\theta \leq 0.5$ باشد، $p(\theta) < 0.5$ بوده و پارامتر θ بایستی به احتمال $u^- < p(\theta) < u^+$ بوده کاهش یابد که u^- عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 0.5]$ است؛ همچنین اگر $0.5 < e_\theta \leq 1$ باشد، $p(\theta) < 0.5$ بوده و پارامتر θ بایستی

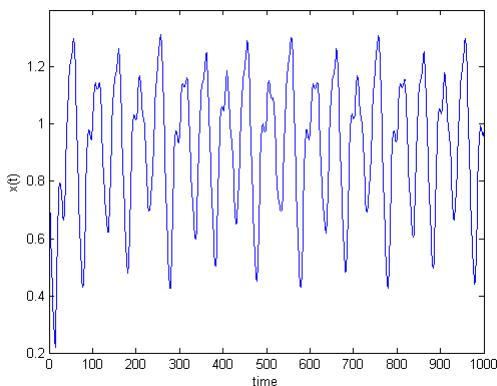
۱-۵- سری زمانی آشوبی مکی- گلاس

سری زمانی مکی- گلاس که در شکل (۳) نشان داده شده است، اولین بار توسط مکی و گلاس برای پیش‌بینی تولید گلوبول سفید خون ارائه شده است. این سری زمانی یک رابطه دیفرانسیل تاخیر زمانی است

که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{x}(t) = \frac{ax(t-\tau)}{1+x^c(t-\tau)} - bx(t) \quad (27)$$

که در آن به ازای $a = 0.2, b = 0.1, c = 10$ سری آشوبی است و $\tau = 17$ می‌باشد.



شکل ۳- سری زمانی آشوبی مکی- گلاس

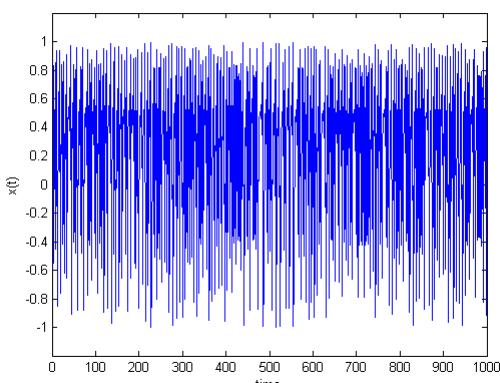
۲-۵- نگاشت هنون

نگاشت هنون که در شکل (۴) نشان داده شده است، یک سیستم پویای زمان گستته-۲- بعدی است. این نگاشت توسط هنون به عنوان مدل ساده شده‌ای از بخش پوانکره مدل لورنر معرفی شده است. بطور ریاضی، نگاشت هنون با معادلات زیر تعریف می‌شود:

$$x_{t+1} = y_t + 1 - ax_t^2 \quad (28)$$

$$y_{t+1} = bx_t^2 \quad (29)$$

نگاشت وابسته به دو پارامتر a, b است که به ازای مقادیر متعارف $a = 1.4$ و $b = 0.3$ سری آشوبی است.



شکل ۴- سری زمانی آشوبی هنون

که $o_j^{l-1} = [o_j^{l-1}, o_j^{l-1}]$ ورودی نرون راف i - ام است، و $\delta_i^l(t), i \in \{\underline{i}, \bar{i}\}$ نرخ آموختش می‌باشد. در رابطه (۱۸) خطاهای محلی برای نرون راف i - ام از لایه l - ام در گام t - ام است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta_i^l(t) = \partial E(t)/\partial net_i^l(t), \quad i \in \{\underline{i}, \bar{i}\} \quad (22)$$

با محاسبه مشتقات جزئی در رابطه اخیر خطاهای محلی برای هر یک از نرون‌های کرانی (نرون کرانه پایین و نرون کرانه بالا) به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \delta_{\underline{i}}^l(t) &= \left(\delta_{\underline{k}}^{l+1}(t) \left((1-\gamma)w_{\underline{k}\underline{i}}^{l+1} - \gamma w_{\bar{k}\underline{i}}^{l+1} \right) \right. \\ &\quad \left. + \delta_{\bar{k}}^{l+1}(t) \left((1-\gamma)w_{\bar{k}\underline{i}}^{l+1} - \gamma w_{\underline{k}\bar{i}}^{l+1} \right) \right) f'(net_{\underline{i}}^l(t)) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \delta_{\bar{i}}^l(t) &= \left(\delta_{\bar{k}}^{l+1}(t) \left((1-\gamma)w_{\bar{k}\bar{i}}^{l+1} - \gamma w_{\underline{k}\bar{i}}^{l+1} \right) \right. \\ &\quad \left. + \delta_{\underline{k}}^{l+1}(t) \left((1-\gamma)w_{\underline{k}\bar{i}}^{l+1} - \gamma w_{\bar{k}\bar{i}}^{l+1} \right) \right) f'(net_{\bar{i}}^l(t)) \end{aligned} \quad (24)$$

که در این روابط $(net_i^l(t), f')$ مشتق تابع انتقال برای نرون راف $i \in \{\underline{i}, \bar{i}\}$ می‌باشد. خطاهای محلی را می‌توان به طور تکراری محاسبه نمود؛ همچنین خطاهای محلی برای نرون راف i - ام در لایه آخر را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\delta_{\underline{i}}^L(t) = \frac{1}{2} e(t) \left((1-\gamma)f'(net_{\underline{i}}^L) + \gamma f'(net_{\bar{i}}^L) \right) \quad (23)$$

$$\delta_{\bar{i}}^L(t) = \frac{1}{2} e(t) \left((1-\gamma)f'(net_{\bar{i}}^L) + \gamma f'(net_{\underline{i}}^L) \right) \quad (24)$$

که در آن L ندیس لایه خروجی است.

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش کارایی شبکه عصبی راف بهبود یافته و همچنین الگوریتم یادگیری احتمالاتی جهت شناسایی سری‌های زمانی آشوبی بخش ۱-۵ و ۲-۵ به عنوان سیستم‌های غیرخطی نمونه، براساس خطای شناسایی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور شبکه‌های عصبی زیر پیاده‌سازی شده‌اند:

- شبکه‌های پرسپترون چند لایه پیشرو (MLP)

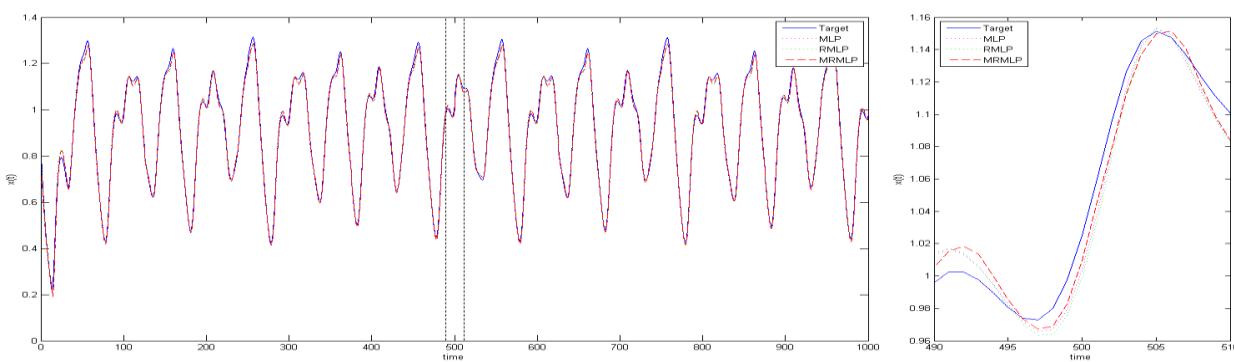
- شبکه‌های عصبی راف مدل لینگراس (RMLP)

- شبکه عصبی راف پیشنهادی (PRMLP)

که هر یک از این شبکه‌ها با استفاده از روش‌های یادگیری زیر آموخت داده می‌شوند:

- الگوریتم پس انتشار خطای مبتنی بر گرادیان نزولی مرتبه اول (BP)

- الگوریتم یادگیری احتمالاتی مبتنی بر خطای محلی (PB)



شکل ۵- شناسایی سری زمانی آشوبی مکی- گلاس توسط شبکه‌های عصبی راف با ۳ نرون در لایه پنهان

در این شبیه‌سازی تمامی شبکه‌های عصبی با استفاده از الگوریتم پس انتشار مبتنی بر گرادیان تنزلی مرتبه اول آموزش داده می‌شوند. نتایج حاصل از انجام این آزمایش برای شناسایی سری‌های زمانی آشوبی مکی گلاس و هنون به ترتیب در جداول ۱ و ۲ بر حسب خطای شناسایی خلاصه شده است.

نتایج مندرج در جداول ۱ و ۲ نشان می‌دهد، شبکه عصبی راف بهبود یافته عملکرد مناسبری نسبت به شبکه عصبی راف معمول در شناسایی سری‌های زمانی آشوبی دارد؛ هر چند شبکه پرسپترون قادر است سری زمانی آشوبی مکی- گلاس را به خوبی شناسایی کند با این حال برخلاف شبکه‌های عصبی راف این شبکه قادر به شناسایی مناسبی از سری زمانی آشوبی هنون نیست. نمودارهای شناسایی و همگرایی برای شبکه‌های عصبی- راف و پرسپترون که شامل ۳ نرون در لایه پنهان هستند، برای سری زمانی مکی- گلاس به ترتیب در شکل‌های ۵ و ۶، و برای سری زمانی هنون به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند. از نمودارهای همگرایی که در شکل‌های ۶ و ۸ نشان داده شده است، بهوضوح می‌توان دید که روند همگرایی شبکه‌های عصبی راف نسبت به شبکه پرسپترون تا حدودی سریعتر است.

جدول ۱- نتایج شبیه‌سازی اول برای سری زمانی مکی- گلاس براساس الگوریتم پس انتشار

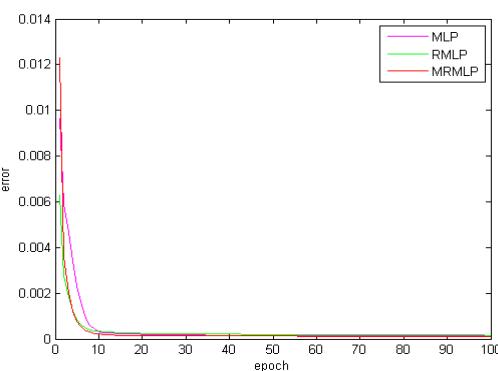
	تعداد نرونها	تعداد اتصالات	خطای شناسایی	
			آموزش	آزمایش
MLP	۳	۱۵	0.2223×10^{-3}	0.2352×10^{-3}
	۵	۲۵	0.2675×10^{-3}	0.2797×10^{-3}
RMLP	۳	۳۶	0.2472×10^{-3}	0.2488×10^{-3}
	۲	۲۴	0.2896×10^{-3}	0.2874×10^{-3}
Proposed RMLP	۳	۳۶	0.1815×10^{-3}	0.1911×10^{-3}
	۲	۲۴	0.2755×10^{-3}	0.2821×10^{-3}

۳-۵- فرضیات شبیه‌سازی‌ها

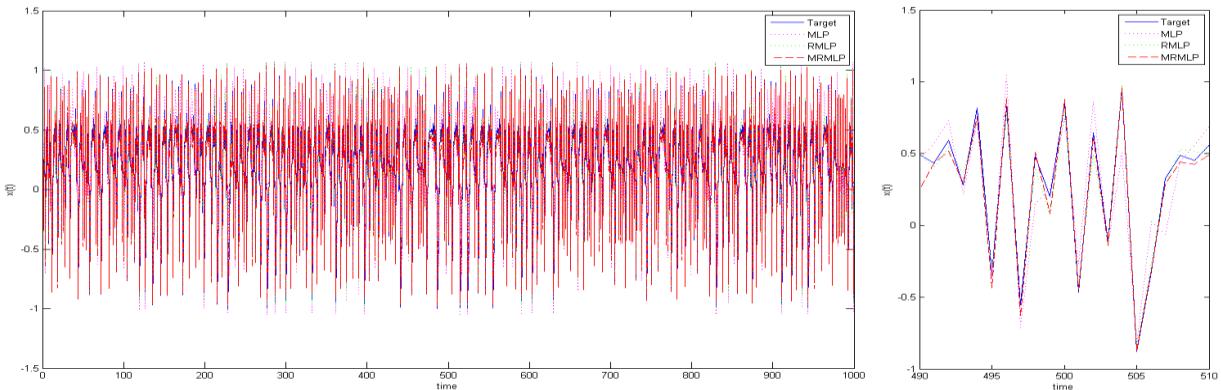
در مسائل شناسایی غیرخطی، سری‌های زمانی آشوبی را می‌توان به صورت تابع $x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k})$ فرض کرد، بنابراین بردار $[x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}]$ ورودی شبکه عصبی را شکل می‌دهد در حالیکه x_t مقدار مطلوب متناظر آن است. در شبیه‌سازی‌ها k برای هر دو سری زمانی آشوبی هنون و مکی- گلاس برابر با ۴ در نظر گرفته شده است و هر سری در بازه زمانی صفر تا ۱۰۰۰ مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ بنابراین مجموعه داده‌ها برای هر یک از این سری‌ها شامل ۱۰۰۰ دوره-۴- بعدی است که ۷۵٪ آن برای آموزش و ۲۵٪ دیگر آن برای آزمایش شبکه‌های عصبی استفاده می‌شوند. هر یک از شبکه عصبی دارای دو لایه فعال است که شرایط اولیه تمامی آنها از قبیل مقادیر اولیه وزن‌ها، یکسان در نظر گرفته می‌شوند؛ مقادیر اولیه وزن‌ها برای تمامی این شبکه‌ها بطور تصادفی در بازه $-1,1$ - تولید شده است. همچنین تمامی نرون‌ها در لایه پنهان از توابع انتقال سیگموئید دو قطبی استفاده می‌کنند؛ تعداد دوره‌های آموزشی برای هر شبکه ۱۰۰ دوره است، و نرخ‌های آموزش در یادگیری پس انتشار و یادگیری احتمالاتی به ترتیب برابر با $\eta = 0.1$ و $\beta = 0.01$ هستند؛ و مقدار بهره در الگوریتم یادگیری احتمالاتی $g = 10$ می‌باشد. جداول، شامل اطلاعاتی از قبیل نام اختصاری شبکه‌ها، ساختار آنها (تعداد لایه‌ها، تعداد نرون‌ها در لایه پنهان، تعداد اتصالات موجود در شبکه)، و مقدار خطای شناسایی است. در این آزمایشات دو شبکه‌ها برابر در نظر گرفته می‌شود بطوریکه لایه پنهان هر شبکه شامل ۳ نرون (راف) باشد؛ در رویکرد دوم تعداد اتصالات در تمامی شبکه‌ها برابر در نظر گرفته می‌شود بطوریکه لایه پنهان در شبکه‌های عصبی- راف شامل ۲ نرون راف و برای شبکه پرسپترون شامل ۵ نرون می‌باشد.

۴-۵- شبیه‌سازی اول: مقایسه شبکه عصبی راف

پیشنهادی با دیگر شبکه‌های عصبی



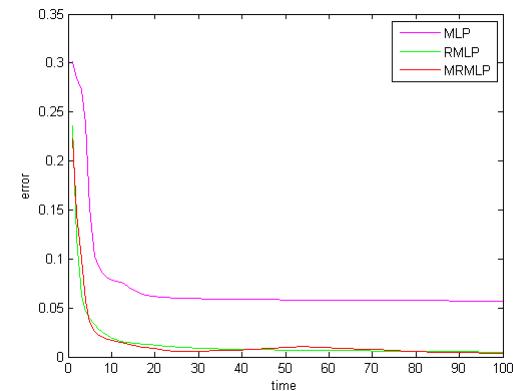
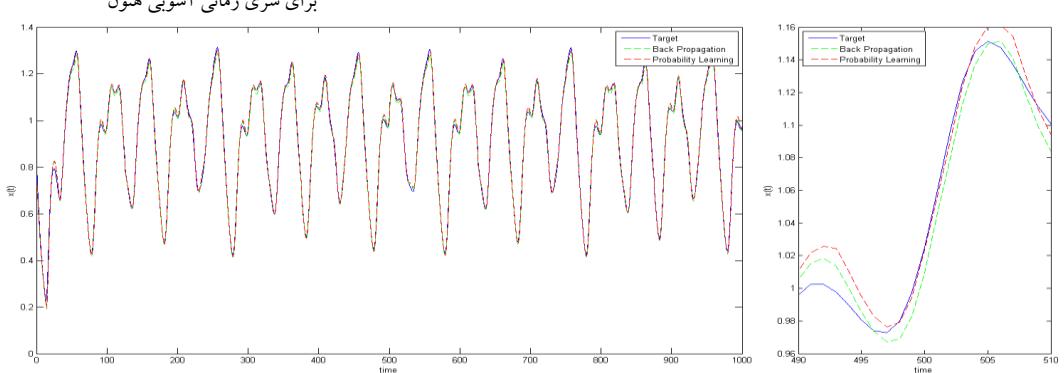
شکل ۶- نمودار همگرایی شبکه‌های عصبی راف در مقایسه با شبکه پرسپترون برای سری زمانی آشوبی مکی- گلاس



شکل ۷- شناسایی سری زمانی آشوبی هنون توسط شبکه‌های عصبی راف با ۳ نرون در لایه پنهان

جدول ۲- نتایج شبیه‌سازی اول برای سری زمانی آشوبی هنون براساس الگوریتم
پس انتشار

	تعداد نرون‌ها	تعداد اتصالات	خطای شناسایی	
			آموزش	آزمایش
<i>MLP</i>	۳	۱۵	0.0584	0.0591
	۵	۲۵	0.1043	0.1092
<i>RMLP</i>	۳	۳۶	0.0050	0.0058
	۲	۲۴	0.0084	0.0093
<i>Proposed RMLP</i>	۳	۳۶	0.0038	0.0046
	۲	۲۴	0.0062	0.0067

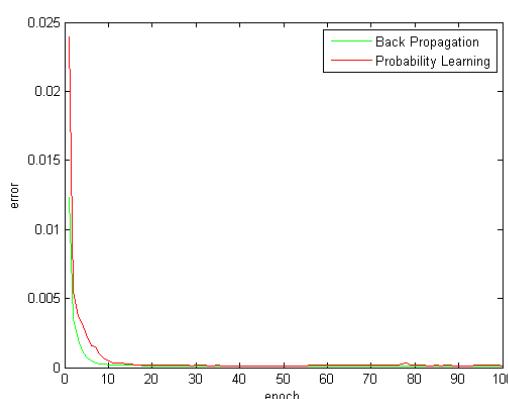
شکل ۸- نمودار همگرایی شبکه‌های عصبی راف در مقایسه با شبکه پرسپترون
برای سری زمانی آشوبی هنون

شکل ۹- نمودار شناسایی سری زمانی آشوبی مکی- گلاس با شبکه عصبی راف بهبود یافته با ۳ نرون در لایه پنهان با الگوریتم پس انتشار خطأ و یادگیری احتمالاتی

جدول ۳- نتایج شبیه‌سازی دوم برای سری زمانی مکی- گلاس براساس الگوریتم

یادگیری احتمالاتی

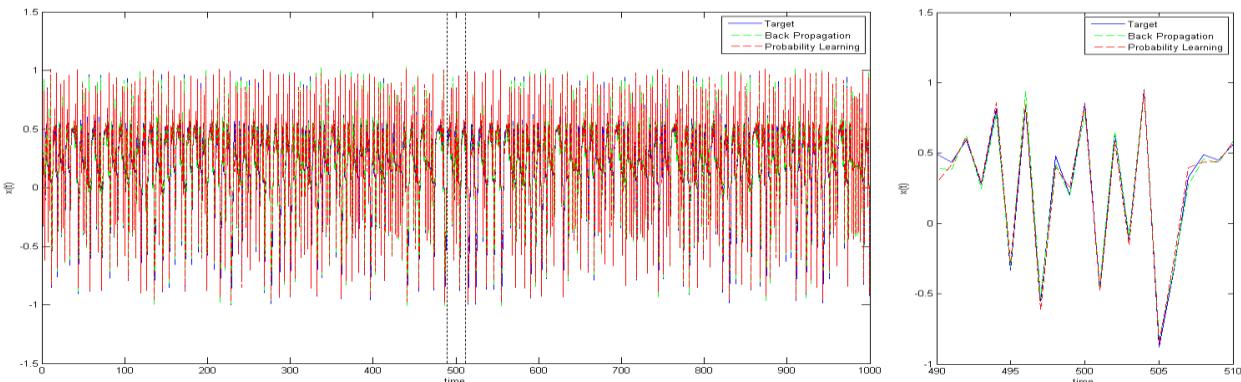
	تعداد نرون‌ها	تعداد اتصالات	خطای شناسایی	
			آموزش	آزمایش
<i>MLP</i>	۳	۱۵	0.2064×10^{-3}	0.2213×10^{-3}
	۵	۲۵	0.1332×10^{-3}	0.1441×10^{-3}
<i>RMLP</i>	۳	۳۶	0.1489×10^{-3}	0.1656×10^{-3}
	۲	۲۴	0.3022×10^{-3}	0.3093×10^{-3}
<i>Proposed RMLP</i>	۳	۳۶	0.1270×10^{-3}	0.1352×10^{-3}
	۲	۲۴	0.2211×10^{-3}	0.2210×10^{-3}



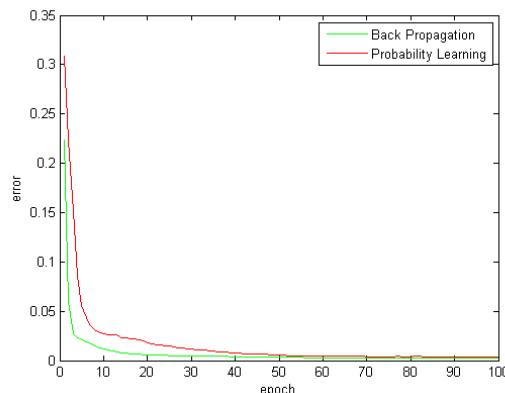
شکل ۱۰- نمودار همگرایی برای یادگیری احتمالاتی در مقایسه با الگوریتم پس انتشار برای سری زمانی آشوبی مکی- گلاس

جدول ۴- نتایج شبیه‌سازی دوم برای سری زمانی آشوبی هنون براساس الگوریتم یادگیری احتمالاتی

	تعداد نرون‌ها	تعداد اتصالات	خطای شناسایی	
			آموزش	آزمایش
<i>MLP</i>	۳	۱۵	0.0661	0.0704
	۵	۲۵	0.1013	0.0981
<i>RMLP</i>	۳	۳۶	0.0022	0.0025
	۲	۲۴	0.0083	0.0123
<i>Proposed RMLP</i>	۳	۳۶	0.0077	0.0091
	۲	۲۴	0.0035	0.0037



شکل ۱۱- نمودار شناسایی سری زمانی آشوبی هنون توسط شبکه عصبی راف بهبود یافته با ۳ نرون با یادگیری احتمالاتی



شکل ۱۲- نمودار همگرایی برای یادگیری احتمالاتی در مقایسه با الگوریتم پس انتشار برای سری زمانی آشوبی هنون

- [2] P. Lingras, "Rough Neural Networks", in: Proceeding of the 6th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-based Systems (IPMU96), Granada, Spain, pp.1445-1450, 1996.
- [3] S. K. Pal, J. F. Peters; L. Polkowski, A. Skowron, "Rough-Neuro Computing: An Introduction", in: (eds.) Pal, S. K.; Polkowski, L.; Skowron, A.; Rough-Neural computing: Techniques for Computing with Words, Springer, pp. 15-42, 2004.
- [4] J. F. Peters, M. S. Szczuka, "Rough Neurocomputing: A Survey of Basic Models of Neurocomputation", in: Proceeding of Rough Sets and Current Trends in Computing (RSCTC2002), Malvern, USA, pp. 308-315, 2002.
- [5] S. R. Abdallah, Y. F. Hassan, "Rough Neural Intelligent Approach for Image Classification", International Journal of Hybrid Intelligent Systems, Vol. 3, No. 4, pp. 205-218, 2006.
- [6] D. Yamaguchi, F. Katayama, M. Takahashi, M. Arai, K. J. Mackin, "The Medical Diagnostic Support System using Extended Rough Neural Network and Multiagent", in: Proceeding of International Conference on 13th Artificial Life and Robotics, Vol.13 ,No. 1, pp. 184-187, 2007.
- [7] A. A. Bakar, F. Febriyani, "Rough Neural Network Model for Tuberculosis Patient Categorization", in: Proceeding of the International Conference on Electrical Engineering and Informatics, Bandung, Indonesia, pp. 765-768, 2007.
- [8] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.
- [9] D. H. Ackley, G. E. Hinton, T. J. Sejnowski, "A Learning Algorithm for Boltzmann Machines", Cognitive Science, Vol. 9, No. 1, pp. 147-169, 1985.
- [10] K. P. Unnikrishnan, K. P. Venugopal, "Alopex: A Correlation Based Learning Algorithm for Feed-Forward and Recurrent Neural Networks", International Journal of Neural Computation, Vol. 6, pp. 469-490, 1994.
- [11] A. Bia, "Alopex-B: A new, simple, but Yet Faster Version of the Alopex Training Algorithm", International Journal of Neural Systems, Vol. 11, No. 6, pp. 497-507, 2001.
- [12] Haykin, S. Becker, "Theory Mont Carlo Sampling -Based Alopex Algorithm for Neural Networks", in: Proceeding of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP2004), Vol. 5, pp. 501-504, 2004.

۵-۵- شبیه‌سازی دوم: بررسی کارایی الگوریتم یادگیری احتمالاتی

با رعایت همان شرایط اولیه در شبیه‌سازی اول، در این آزمایش تمامی شبکه‌های عصبی با استفاده از الگوریتم یادگیری احتمالاتی که در این مقاله معرفی شد، آموزش داده می‌شوند. نتایج حاصل از انجام این آزمایش برای شناسایی سری‌های زمانی آشوبی مکی گلاس و هنون به ترتیب در جداول ۳ و ۴ بر حسب خطا شناسایی خلاصه شده است.

نتایج مندرج در جداول ۳ و ۴ به ترتیب در مقایسه با نتایج مندرج در جداول ۱ و ۲، نشان می‌دهد که الگوریتم یادگیری احتمالاتی ارائه شده در این مقاله در بیشتر موارد نتایج بهتری را نسبت به الگوریتم پس انتشار بر حسب خطا شناسایی فراهم می‌کند. همانند شبیه‌سازی قبل، در این شبیه‌سازی شبکه عصبی راف پیشنهادی عملکرد بهتری را نسبت به شبکه پرسپترون در شناسایی سری زمانی آشوبی هنون داشته است. نمودارهای شناسایی و همگرایی برای شبکه عصبی راف بهبود یافته با ۳ نرون در لایه پنهان، که با استفاده از الگوریتم‌های پس انتشار و یادگیری احتمالاتی آموزش داده شده‌اند، برای سری زمانی آشوبی مکی - گلاس به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰، و برای سری زمانی آشوبی هنون به ترتیب در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده‌اند. همانطور که در شکل‌های ۱۰ و ۱۲ دیده می‌شود، همگرایی الگوریتم یادگیری احتمالاتی نسبت به الگوریتم پس انتشار کندتر است.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله بهبودی برای شبکه عصبی راف با استفاده از تعریف نرخ تبادل اطلاعات پیشنهاد گردید. همچنین روش یادگیری جدیدی موسوم به یادگیری احتمالاتی ارائه شد که بر مبنای احتمال خطا موثق پارامترهای آموزش‌پذیر شبکه عمل می‌کند. سپس شبکه‌های عصبی راف به عنوان شناساگر سیستم‌های غیرخطی مطرح شدند، برای این منظور شبکه‌های عصبی راف، برای شناسایی سری‌های زمانی آشوبی به کار گرفته شدند. نتایج نشان می‌دهد که عموماً خطا شناسایی شبکه عصبی راف پیشنهادی نسبت به شبکه‌های دیگر در شرایط یکسان، کمتر و نرخ همگرایی آن نیز تا حدودی سریعتر می‌باشد. هر چند شبکه پرسپترون قادر است سری زمانی آشوبی مکی - گلاس را به خوبی شناسایی کند، اما برخلاف شبکه عصبی راف پیشنهادی قادر به شناسایی مناسب سری زمانی آشوبی هنون نیست، ازینرو هر چند شبکه عصبی راف، با پیچیدگی بیشتری همراه است، اما استفاده از آن به عنوان شناساگر سیستم غیرخطی توجیه پذیر است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم یادگیری احتمالاتی، در شرایط یکسان نسبت به الگوریتم پس انتشار موثرتر عمل می‌کند.

مراجع

- [1] O. Nelles, "Nonlinear System Identification: from Classical Approach to Neural Network and Fuzzy Model", Springer-Verlag, New York, 2001.

طراحی یک کنترلگر بازخورد خروجی H_∞ غیر PDC برای سیستمهای فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم و دارای محدودیت کنترلی بر پایه LMI

محمدحسن آسمانی^۱، وحید جوهري مجذ^۲

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه مهندسی کنترل.

^۲ مسئول مکاتبات، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه مهندسی کنترل، پیام نگار: majd@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۱۲/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۳/۱۵)

چکیده: در این مقاله، برای اولین بار طراحی یک کنترلگر H_∞ فازی غیر-PDC مبتنی بر رویتگر برای سیستمهای فازی T-S دارای اغتشاش با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم ارائه می‌گردد. برخلاف روش‌های غیر-PDC موجود، در روش ارائه شده از متغیرهای واقعی فرایند در معادلات کنترلگر استفاده نگردیده است. هم‌چنین با بهره‌گیری از رویکرد افزونگی توصیفگر، بهره‌های رویتگر و کنترلگر از طریق حل تعدادی از نابرابری‌های ماتریسی خطی اکید قابل محاسبه می‌باشد. برای بدست آوردن شرایط طراحی کنترلگر با محافظه کاری کمتر نسبت به روش‌های قبل از تحلیل مبتنی برتابع لیاپانوف فازی استفاده می‌شود. همچنین برای برقراری یک کران بالایی دلخواه بر اندازه سیگنال کنترل، شرایط اضافی وابسته به کران بالایی بردار رویتگر بدست می‌آید. کارآیی روش ارائه شده توسط یک شبیه‌سازی عددی نشان داده می‌شود.

کلمات کلیدی: کنترل H_∞ بر پایه رویتگر، رویکرد افزونگی توصیفگر، سیستم فازی T-S، تابع لیاپانوف فازی، نابرابری ماتریسی خطی.

A Non-PDC H_∞ Output Feedback Controller Design for T-S Fuzzy Systems with Unknown Premise Variables and Control Constraints via LMI

Mohammad Hassan Asemani, Vahid Johari Majd

Abstract: In this paper, non-PDC H_∞ observer-based controller design for disturbed T-S fuzzy systems with unknown premise variables is addressed for the first time. Unlike the available non-PDC-based approaches, real state variables are not used in the controller equation. Moreover, using the descriptor redundancy approach, the observer and controller gains are calculated by solving some strict linear matrix inequalities (LMIs). A fuzzy Lyapunov function approach is utilized to obtain less conservative design conditions than previous methods. Furthermore, in order to satisfy an arbitrary upper bound on the absolute value of the control signal, additional design conditions are obtained which depend on the upper bounds of the initial states of the observer. The effectiveness of the proposed method is shown via a numerical simulation.

Keywords: H_∞ observer-based control, Descriptor redundancy approach, T-S fuzzy system, fuzzy Lyapunov function, linear matrix inequality (LMI).

تحلیل و طراحی کنترلگر برای سامانه‌های دینامیکی غیر خطی بر اساس سامانه فازی تاکاگی-سوگنو (T-S) در دو دهه اخیر توجه بسیاری از محققان را به خود جلب نموده است [۱].

۱ - مقدمه

پایه رویتگر فازی بر اساس حل دسته‌ای از LMI‌ها ارائه شده است. برای استفاده از این روش نیاز به تعیین دستی چهار پارامتر اسکالار می‌باشد که باعث ایجاد محافظه‌کاری زیادی می‌گردد. در [۲۲]، یک روش طراحی کنترلگر H_{∞} مقاوم بر پایه رویتگر فازی برای سامانه‌های فازی T-S بر پایه یک روش LMI دو مرحله‌ای بهبود یافته بیان شده است. یک کنترلگر H_{∞} فازی بر پایه رویتگر برای سامانه‌های فازی T-S با اغتشاش‌های ماندگار محدود در [۲۳] طراحی شده است. برای طراحی کنترلگر مذکور باید شیش پارامتر اسکالار را بصورت دستی تعیین نمود و کنترلگر دارای شرایط LMI غیر-اکید می‌باشد. هم‌چنین، طراحی کنترلگر H_{∞} فازی بر پایه رویتگر با محدودیت کنترلی بر اساس Bilinear Matrix حل دسته‌ای از نابرابری‌های ماتریسی دوخطی (Inequalities) در [۲۴] ارائه شده است. لازم به ذکر است که تمام روش‌های اشاره در این قسمت از رویکرد تابع لیاپانوف مربعی مشترک برای طراحی استفاده نموده‌اند. آنچه که کاوش گردید، روش طراحی کنترلگر H_{∞} فازی بر پایه رویتگر برای سامانه‌های فازی T-S دارای اغتشاش به همراه محدودیت کنترلی و با استفاده از رویکرد تابع لیاپانوف فازی تاکنون گزارش نشده است.

در این مقاله، یک روش طراحی کنترلگر بر پایه رویتگر فازی برای مسئله H_{∞} در سامانه‌های فازی T-S دارای اغتشاش با محدودیت کنترلی در هنگامی که متغیرهای مقدم قواعد فازی در دسترس نمی‌باشند ارائه می‌شود. برای بدست آوردن شرایط طراحی با محافظه‌کاری کمتر، از تحلیل بر پایه تابع لیاپانوف فازی استفاده می‌نماییم. هم‌چنین، با استفاده از رویکرد توصیف گر سامانه [۶] شرایط LMI اکید (Strict LMI) را برای طراحی کنترلگر به دست می‌آوریم. به علاوه، برای تضمین قید بر روی سیگنال کنترلی، شرایط اضافی را بر اساس LMI ارائه می‌نماییم. شرایط LMI مذکور وابسته به حدود بالای شرایط اولیه رویتگر فازی می‌باشند. برخلاف برخی از روش‌های قبل در طراحی کنترلگر بر پایه رویتگر فازی برای سامانه‌های فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم، شرایط طراحی در این مقاله اکید LMI‌ها نیاز به تعیین دستی تعدادی پارامتر می‌باشند و طراحی برای حل LMI‌ها نیاز به صورت سعی و خطا ندارد.

ساختار این مقاله به صورت زیر است: مدل فازی T-S، کنترلگر فازی بر پایه رویتگر، و برخی از پیش‌نیازها در بخش ۲ بیان شده است. در بخش ۳، روش طراحی کنترلگر H_{∞} فازی بر پایه رویتگر برای سامانه‌های فازی دارای اغتشاش و دارای محدودیت کنترلی ارائه شده است. نتایج شیوه‌سازی در بخش ۴ آورده شده است. در پایان، نتیجه‌گیری در بخش ۵ ارائه شده است.

نمادها. نماد * مربوط به ترانهاده یک ماتریس است و عبارت $A + A^T$ برابر با $A + A^T$ است. همچنین همانند کارهای جدید،

در یک مدل فازی T-S، از ترکیبی غیر خطی و نرم از مدل‌های خطی تغییرناپذیر با زمان برای تقریب یا بازنمایی دقیق سامانه غیر خطی استفاده می‌شود.

برای تحلیل و طراحی کنترلگر در یک مدل فازی T-S معمولاً از تابع لیاپانوف مربعی مشترک [۴-۲]، تابع لیاپانوف مربعی تکه‌ای چندگانه یا تابع لیاپانوف فازی [۸-۵] استفاده می‌شود. رویکردهای بر پایه تابع لیاپانوف فازی به دلیل استفاده از چندین ماتریس لیاپانوف منجر به شرایط پایداری و طراحی با محافظه‌کاری کمتری می‌شوند. بسیاری از روش‌های طراحی کنترلگر برای یک سامانه فازی T-S بر پایه بازخورد حالت و بر اساس روند جبرانسازی توزیع یافته موازی (Parallel Distributed Compensation (PDC)) می‌باشند. که در آن هر قاعده کنترلی بر اساس قاعده متناظر در مدل فازی طراحی می‌گردد. اما در بسیاری از سامانه‌های فیزیکی، اندازه‌گیری تمامی حالت‌های سامانه دشوار و پرهزینه است و تنها خروجی سامانه برای اهداف کنترلی قابل دسترسی می‌باشد. بنابراین، کنترلگرهای فازی T-S بر پایه بازخورد خروجی در کاربردهای واقعی ترجیح دارند. بازخورد خروجی است (Static Output feedback) [۱۲-۹]، بازخورد خروجی پویا [۱۳-۱۴] و کنترلگرهای بر پایه رویتگر فازی [۱۵-۱۷] از روش‌های طراحی کنترلگر فازی T-S بر پایه بازخورد خروجی می‌باشند. با این وجود، بسیاری از روش‌های مذکور با فرض در دسترس بودن متغیرهای مقدم قواعد فازی انجام شده‌اند [۱۹-۱۵]. این فرض به طراحی اجازه می‌دهد که متغیرهای مقدم قواعد رویتگر فازی را برابر با متغیرهای مقدم قواعد سامانه اصلی در نظر بگیرد. بنابراین در این حالت، می‌توان از اصل جداسازی (Seperation principle) برای طراحی مستقل رویتگر فازی و بهره‌های کنترلگر استفاده نمود. لازم به ذکر است که رویکردهای مذکور نیز در بسیاری از حالات عملی نمی‌باشند زیرا معمولاً متغیرهای مقدم قواعد فازی تابعی از متغیرهای حالت می‌باشند، در حالی که در طراحی‌های بر پایه رویتگر فازی فرض بر ناملعوم بودن تمام یا تعدادی از متغیرهای حالت می‌باشد. برای داشتن یک کنترلگر خروجی فازی T-S عملی، یک روش معقول آن است که از متغیرهای حالت تخمين زده شده توسط رویتگر فازی برای تخمين مقدار متغیرهای مقدم قواعد رویتگر استفاده کنیم که مسئله طراحی را بسیار پیچیده‌تر می‌کند. در این حالت نمی‌توان از اصل جداسازی استفاده نمود.

طراحی کنترلگر بر پایه رویتگر برای سامانه‌های فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم در برخی از مقالات ارائه شده است: یک روش طراحی کنترلگر H_{∞} بر پایه رویتگر فازی برای سامانه‌های فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم از طریق حل یک دسته از نابرابری‌های ماتریسی خطی (Linear Matrix Inequalities (LMIs)) دو مرحله‌ای در [۲۰] ارائه شده است. در [۲۱]، یک کنترلگر پایدارساز بر

$$\hat{y}(t) = C_{\hat{\mu}} \hat{x}(t), \quad (10)$$

که در آن $\hat{\mu}$ مقدار تخمین زده شده متغیر مقدم $L_{\hat{\mu}}$ بهره رویتگر، یک ماتریس لیاپانوف غیر خطی معکوس پذیر می‌باشد و در این رابطه از نماد بیان شده در رابطه (۱۰) استفاده شده است.

با استفاده از مقادیر تخمین زده شده حالت، از قانون کنترلی غیر-

PDC استفاده می‌شود [۳۰]:

$$u(t) = -F_{\hat{\mu}} P_{1\hat{\mu}}^{-1} \hat{x}(t), \quad (11)$$

که در آن $F_{\hat{\mu}}$ بهره کنترلگر و $P_{1\hat{\mu}}$ یک ماتریس لیاپانوف غیر خطی معکوس پذیر می‌باشد.

در این مقاله، از معیار کارآیی H_∞ زیر استفاده می‌گردد:

$$\int_0^{t_f} x(t)^T Q x(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^{t_f} \varphi^T(t) \varphi(t) dt, \quad (12)$$

که در آن t_f زمان نهایی، Q یک ماتریس مثبت-معین وزنی، γ ضریب میرایی می‌باشد و شرایط اولیه صفر در نظر گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است که همیشه یک ماتریس T وجود دارد به طوریکه رابطه $Q = T^T T$ برقرار باشد.

۳-۲- دینامیک سامانه حلقه-بسته

با تعریف $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ به عنوان خطای تخمین حالت، $\tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ به عنوان خطای تخمین خروجی و استفاده از رویکرد سامانه توصیفگر [۶]، روابط (۵)، (۶)، (۹)-(۱۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_{\hat{\mu}} \hat{x}(t) + B_{2\hat{\mu}} u(t) + L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} \tilde{y}(t), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}(t) &= (A_{\hat{\mu}} - A_{\hat{\mu}}) \hat{x}(t) + A_{\hat{\mu}} \tilde{x}(t) \\ &\quad + (B_{2\hat{\mu}} - B_{2\hat{\mu}}) u(t) - L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} \tilde{y}(t) + \varphi(t), \end{aligned} \quad (14)$$

$$0 \cdot \dot{u}(t) = -F_{\hat{\mu}} P_{1\hat{\mu}}^{-1} \hat{x}(t) - u(t), \quad (15)$$

$$0 \cdot \dot{\tilde{y}}(t) = (C_{\hat{\mu}} - C_{\hat{\mu}}) \hat{x}(t) + C_{\hat{\mu}} \tilde{x}(t) - \tilde{y}(t). \quad (16)$$

با تعریف بردار الحاقی حلقه-بسته (ζ) به صورت

$$E \zeta(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}^T(t) & \tilde{x}^T(t) & u^T(t) & \tilde{y}^T(t) \end{bmatrix}^T, \quad (16)-(13)$$

می‌توان بصورت زیر بازنویسی نمود:

$$E \dot{\zeta}(t) = \tilde{A}_{cl} \zeta(t) + \tilde{R} \varphi(t), \quad (17)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{A}_{cl} &= \begin{bmatrix} A_{\hat{\mu}} & 0 & B_{2\hat{\mu}} & L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} \\ A_{\hat{\mu}} - A_{\hat{\mu}} & A_{\hat{\mu}} & B_{2\hat{\mu}} - B_{2\hat{\mu}} & -L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} \\ -F_{\hat{\mu}} P_{1\hat{\mu}}^{-1} & 0 & -I & 0 \\ C_{\hat{\mu}} - C_{\hat{\mu}} & C_{\hat{\mu}} & 0 & -I \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

برای سادگی روابط ریاضی، از نمادهای زیر در این مقاله استفاده گردیده است [۲۱]:

$$A_{\hat{\mu}} = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{\mu}) A_i \quad (1)$$

$$A_{\hat{\mu}\hat{\mu}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\hat{\mu}) h_j(\hat{\mu}) A_{ij} \quad (2)$$

$$A_{\mu} = \sum_{i=1}^r h_i(\mu) A_i \quad (3)$$

که در آن μ و $\hat{\mu}$ به ترتیب بردارهای متغیرهای مقدم قواعد سیستم فازی و رویتگر فازی و r تعداد قواعد فازی می‌باشد.

۲- تعریف مساله و پیش‌نیازها

۲-۱- مدل فازی T-S دارای اغتشاش

یک مدل فازی T-S برای یک سامانه غیر خطی زمان-پیوسته را می‌توان بوسیله اجتماع غیر خطی فازی از روابط خطی ورودی-خروجی سامانه غیر خطی اصلی بدست آورد. صورت کلی i -امین قاعده یک مدل فازی دارای اغتشاش بصورت زیر است [۲]:

IF μ_1 is M_{i1} and ... and μ_p is M_{ip} ,

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_{1i} x(t) + B_{2i} u(t) + \varphi(t), \\ y(t) = C_i x(t), \end{cases} \quad (4)$$

که در آن μ_i می‌باشد $\sim \mu_1$ متغیرهای مقدم قواعد هستند که می‌توانند تابعی از متغیرهای حالت، اغتشاشات خروجی، و یا زمان باشند، M_{ij} ($j = 1, 2, \dots, p, i = 1, 2, \dots, r$) توابع تعلق مرتبط با i -امین قاعده و $x(t) \in \mathbb{R}^n$ $\varphi(t) \in \mathbb{R}^n$ $y(t) \in \mathbb{R}^m$ $u(t) \in \mathbb{R}^m$ $A_{1i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $C_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ یک بردار اغتشاش خارجی است که عناصر آن به فضای $L_2[0, \infty)$ تعلق دارند و $B_{2i} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ماتریس‌های i -ام محلی می‌باشند.

با استفاده از نماد بیان شده در رابطه (۴)، دینامیک کلی سامانه فازی T-S دارای اغتشاش بصورت زیر استنتاج خواهد شد:

$$\dot{x}(t) = A_{\mu} x(t) + B_{2\mu} u(t) + \varphi(t), \quad (5)$$

$$y(t) = C_{\mu} x(t), \quad (6)$$

که در آن $\mu = [\mu_1 \ \mu_2 \ \dots \ \mu_p]$ و:

$$h_i(\mu) = w_i(\mu) / \sum_{i=1}^r w_i(\mu), \quad (7)$$

$$w_i(\mu) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\mu_j). \quad (8)$$

۲-۲- رویتگر فازی و ساختار غیر-

در این مقاله از رویتگر فازی زیر استفاده خواهد شد:

$$\dot{x}(t) = A_{\hat{\mu}} \hat{x}(t) + B_{2\hat{\mu}} u(t) + L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} (y(t) - \hat{y}(t)), \quad (9)$$

همچنین، معیار کارآبی H_∞ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

F_j (ج = ۱, ..., r) وجود داشته باشند بنحویکه LMI‌های زیر برقرار باشند:

$$P_{11\rho} - P_{11r} \geq 0, \quad \rho = 1, \dots, r-1, \quad (23)$$

$$P_{22\rho} - P_{22r} \geq 0, \quad \rho = 1, \dots, r-1, \quad (24)$$

$$\Omega_{jj}^i < 0, \quad i, j = 1, \dots, r, \quad (25)$$

$$\frac{2}{r-1} \Omega_{jj}^i + \Omega_{jk}^i + \Omega_{kj}^i < 0, \quad i, j, k = 1, \dots, r, \quad j \neq k, \quad (26)$$

که در آن:

$$\Omega_{jk}^i = \begin{bmatrix} \Theta_{ijk}^i & * & * \\ \tilde{R}^T & -\gamma^2 I & 0 \\ TW_k & 0 & -I \end{bmatrix}, \quad i, j = 1, \dots, r, \quad (27)$$

و:

$$\Theta_{ijk}^i = \begin{bmatrix} \theta_{ijk}^{11} & * & * & * \\ \theta_{ijk}^{21} & \theta_{ijk}^{22} & * & * \\ \theta_{ijk}^{31} & \theta_{ijk}^{32} & -P_{33k} - P_{33k}^T & * \\ \theta_{ijk}^{41} & \theta_{ijk}^{42} & -P_{43k} - P_{43k}^T & -P_{44k} - P_{44k}^T \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\theta_{ijk}^{11} = A_j P_{11k} + B_{2j} P_{31k} + Y_j^1 + (*) - \sum_{\rho=1}^{r-1} \phi_\rho (P_{11\rho} - P_{11r}),$$

$$\theta_{ijk}^{21} = (A_i - A_j) P_{11k} + (B_{2i} - B_{2j}) P_{31k} - Y_j^1 + P_{32k}^T B_{2j}^T + (Y_j^2)^T,$$

$$\theta_{ijk}^{22} = A_i P_{22k} + (B_{2i} - B_{2j}) P_{32k} - Y_j^2 + (*)$$

$$- \sum_{\rho=1}^{r-1} \phi_\rho (P_{22\rho} - P_{22r}),$$

$$\theta_{jk}^{31} = -F_j - P_{31k} + P_{33k}^T B_{2j}^T + (Y_j^3)^T,$$

$$\theta_{jk}^{32} = -P_{32k} + P_{33k}^T (B_{2i} - B_{2j})^T - (Y_j^3)^T,$$

$$\theta_{ijk}^{41} = (C_i - C_j) P_{11k} - P_{41k} + P_{34k}^T B_{2j}^T + L_j^T,$$

$$\theta_{ijk}^{42} = C_i P_{22k} - P_{42k} + P_{34k}^T (B_{2i} - B_{2j})^T - L_j^T,$$

$$W_k = [P_{11k} \quad P_{22k} \quad 0 \quad 0], \quad (29)$$

و Y_j^i برابر با L_j یا صفر یا هر ترکیب ممکن از L_j و صفر می‌باشد بسته به اینکه $P_{44\hat{\mu}}$ برابر با P_{44k} یا صفر یا هر ترکیب ممکن از $P_{44\hat{\mu}}$ و صفر (ج = ۱, ۲, ۳) و $i = 1, \dots, r$ باشد.

اثبات- تابع پیشنهادی لیاپانوف فازی زیر را در نظر بگیرید:

$$V(\zeta(t)) = \zeta^T(t) E^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t), \quad (30)$$

که در آن:

$$E^T P_{\hat{\mu}}^{-1} = P_{\hat{\mu}}^{-T} E \geq 0. \quad (31)$$

ایده اصلی برای در نظر گرفتن این تابع لیاپانوف از [۶] گرفته شده است. فرض کنید ماتریس $P_{\hat{\mu}}$ به صورت زیر تقسیم‌بندی شده است:

که در آن $\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & Q \\ Q & Q \end{bmatrix}$ و $\tilde{Q} = diag[\bar{Q} \quad 0 \quad 0]$ می‌باشد.

$$\int_0^f \zeta^T(t) \tilde{Q} \zeta(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^f \varphi^T(t) \varphi(t) dt, \quad (32)$$

-۴-۲ پیش‌نیازها

از لم زیر در اثبات نتیجه اصلی این مقاله استفاده خواهد شد:

لم ۱ [۲۸]- برای ماتریس‌های $i, j, k = 1, \dots, r$, χ_{jk}^i ، اگر روابط زیر برقرار باشند:

$$\chi_{jj}^i > 0, \quad i, j = 1, \dots, r, \quad (33)$$

$$\frac{2}{r-1} \chi_{jj}^i + \chi_{jk}^i + \chi_{kj}^i > 0, \quad i, j, k = 1, \dots, r, \quad j \neq k, \quad (34)$$

آنگاه رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r h_i(\mu) h_j(\hat{\mu}) h_k(\hat{\mu}) \chi_{jk}^i > 0. \quad (35)$$

۳- طراحی کنترلگر H_∞ پایدارساز با محدودیت کنترلی

در این بخش، در قضیه ۱ روندی جدید برای طراحی کنترلگر بر پایه رویتگر فازی (۱۱) برای سامانه فازی دارای اغتشاش (۵)-(۶) ارائه می‌گردد بنحویکه سامانه حلقه-بسته (۱۷) پایدار مجانبی گردد و معیار H_∞ (رابطه (۱۹)) با استفاده از رویکرد بر پایه تابع لیاپانوف فازی تضمین گردد. به علاوه، در قضیه ۲ علاوه بر موارد اشاره شده در قضیه ۱، با فرض محدود بودن حالت اولیه سامانه و برقراری شرط $\|\hat{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)}$ ، که در آن $\hat{x}_0 > 0$ کران بالای مفروض بر روی حالت اولیه رویتگر می‌باشد، روش پیشنهادی رابطه $\|u(t)\| \leq \lambda$ را تضمین خواهد کرد که در آن $0 < \lambda < 1$ اسکالار است.

قضیه ۱- فرض کنید تابع $\dot{h}_i(\hat{\mu}(t))$ در رابطه (۷)، شرط $\phi_\rho(\hat{\mu}(t)) \geq \phi_\rho$ را برای $t > 0$ و $\rho = 1, \dots, r-1$ و $\phi_\rho(\hat{\mu}(t)) \geq \phi_\rho$ ، که در آن ϕ_ρ ها تعدادی اسکالار معلوم می‌باشد، تضمین کنند. آنگاه، سامانه حلقه-بسته بر پایه رویتگر (۱۷) در عدم حضور اغتشاش $\phi(t)$ پایدار مجانبی است و معیار H_∞ ارائه شده در (۱۹) را با ضریب میرایی > 0 در هنگام حضور اغتشاش $\phi(t)$ تضمین می‌کند، اگر تعدادی ماتریس مشت-معین P_{11k} و P_{22k} ، P_{4ik} ، P_{3ik} و P_{44k} باشند، و بهره‌های رویتگر و کنترلگر L_j و صفر برای $i = 1, 2, 3$ هستند، و پیشنهادی رابطه $\|u(t)\| \leq \lambda$ را

$$P_{\hat{\mu}}^T \tilde{Q} P_{\hat{\mu}} = \begin{bmatrix} P_{1\hat{\mu}} Q P_{1\hat{\mu}} & * & 0 & 0 \\ P_{2\hat{\mu}} Q P_{1\hat{\mu}} & P_{2\hat{\mu}} Q P_{2\hat{\mu}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = W_{\hat{\mu}}^T T^T T W_{\hat{\mu}},$$

که در آن W_i و $Q = T^T T$ در رابطه (۲۸) تعریف شده است. از خواص تابع $h_\rho(\hat{\mu}(t))$ می‌توان عبارت $\sum_{\rho=1}^r h_\rho(\hat{\mu}(t)) = 0$ را نوشت. بنابراین، با استفاده از فرض $\dot{h}_\rho(\hat{\mu}(t)) \geq \phi_\rho$ و مکمل شور، رابطه (۳۵) برقرار است اگر رابطه (۲۳) و شرط زیر برقرار باشند:

$$\begin{bmatrix} \left(P_{\hat{\mu}}^T \tilde{A}_{cl}^T + \tilde{A}_{cl} P_{\hat{\mu}} \right) & * & * \\ -\left(\sum_{\rho=1}^{r-1} \phi_\rho E(P_\rho - P_r) \right) & & \\ \tilde{R}^T & -\gamma^2 I & 0 \\ TW_{\hat{\mu}} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (36)$$

با استفاده از دینامیک حلقه-بسته (۱۸) و ساختار تابع لیاپانوف در (۳۱)، عبارت $\tilde{A}_{cl} P_{\hat{\mu}} + P_{\hat{\mu}}^T \tilde{A}_{cl}^T$ را به صورت زیر بازنویسی می‌نماییم:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{cl}^T P_{\hat{\mu}} + P_{\hat{\mu}}^T \tilde{A}_{cl}^T = \\ \begin{bmatrix} \psi^{11} & * & * & * \\ \psi^{21} & \psi^{22} & * & * \\ \psi^{31} & \psi^{32} & -P_{33\hat{\mu}} - P_{33\hat{\mu}}^T & * \\ \psi^{41} & \psi^{42} & -P_{43\hat{\mu}} - P_{34\hat{\mu}}^T & -P_{44\hat{\mu}} - P_{44\hat{\mu}}^T \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (37)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \psi^{11} &= A_{\hat{\mu}} P_{11\hat{\mu}} + B_{2\hat{\mu}} P_{31\hat{\mu}} + L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} P_{41\hat{\mu}} + (*), \\ \psi^{21} &= (A_{\hat{\mu}} - A_{\hat{\mu}}) P_{11\hat{\mu}} + (B_{2\hat{\mu}} - B_{2\hat{\mu}}) P_{31\hat{\mu}} \\ &\quad - L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} P_{41\hat{\mu}} + P_{32\hat{\mu}}^T B_{2\hat{\mu}}^T + P_{42\hat{\mu}}^T P_{44\hat{\mu}}^T L_{\hat{\mu}}^T, \\ \psi^{22} &= A_{\hat{\mu}} P_{22\hat{\mu}} + (B_{2\hat{\mu}} - B_{2\hat{\mu}}) P_{32\hat{\mu}} - L_{\hat{\mu}} P_{44\hat{\mu}}^{-1} P_{42\hat{\mu}} + (*), \\ \psi^{31} &= -F_{\hat{\mu}} - P_{31\hat{\mu}} + P_{33\hat{\mu}}^T B_{2\hat{\mu}}^T + P_{43\hat{\mu}}^T P_{44\hat{\mu}}^T L_{\hat{\mu}}^T, \\ \psi^{32} &= -P_{32\hat{\mu}} + P_{33\hat{\mu}}^T (B_{2\hat{\mu}} - B_{2\hat{\mu}})^T - P_{43\hat{\mu}}^T P_{44\hat{\mu}}^T L_{\hat{\mu}}^T, \\ \psi^{41} &= (C_{\hat{\mu}} - C_{\hat{\mu}}) P_{11\hat{\mu}} - P_{41\hat{\mu}} + P_{34\hat{\mu}}^T B_{2\hat{\mu}}^T + L_{\hat{\mu}}^T, \\ \psi^{42} &= C_{\hat{\mu}} P_{22\hat{\mu}} - P_{42\hat{\mu}} + P_{34\hat{\mu}}^T (B_{2\hat{\mu}} - B_{2\hat{\mu}})^T - L_{\hat{\mu}}^T. \end{aligned}$$

توجه کنید که به علت انتخاب خاص تابع لیاپانوف (۳۱)، ردیف‌های سوم و چهارم ماتریس لیاپانوف $P_{\hat{\mu}}$ ، ماتریس‌هایی کمکی هستند و انتخاب آنها آزاد می‌باشد [۳۰]. بنابراین، می‌توان فرض نمود که P_{43k} ، P_{42k} و P_{44k} برابر P_{41k} یا ماتریس صفر یا ترکیبی از این دو ماتریس باشند.

$$P_{\hat{\mu}} = \sum_{k=1}^r h_k(\hat{\mu}(t)) \begin{bmatrix} P_{11k} & 0 & P_{13k} & P_{14k} \\ 0 & P_{22k} & P_{23k} & P_{24k} \\ P_{31k} & P_{32k} & P_{33k} & P_{34k} \\ P_{41k} & P_{42k} & P_{43k} & P_{44k} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

برای برقراری رابطه (۳۰)، باید برقرار باشند. همچنین، ماتریس‌های P_{24k} ، P_{23k} ، P_{14k} ، P_{13k} و P_{22k} باید برابر با صفر باشند و $P_{22k} > 0$ و $P_{11k} > 0$ (برقرار باشند).

مشتق زمانی تابع لیاپانوف فازی (۲۹) در مسیر دینامیک (۱۷) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\zeta(t)) &= \dot{\zeta}^T(t) E^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t) + \zeta^T(t) E^T \dot{P}_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t) \\ &\quad + \zeta^T(t) P_{\hat{\mu}}^{-T} \tilde{R} \varphi(t) + \varphi^T(t) \tilde{R}^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t) \\ &= \zeta^T(t) \tilde{A}_{cl}^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t) + \zeta^T(t) P_{\hat{\mu}}^{-T} \tilde{A}_{cl} \zeta(t) \\ &\quad - \zeta^T(t) E^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \dot{P}_{\hat{\mu}} P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t) + \zeta^T(t) P_{\hat{\mu}}^{-T} \tilde{R} \varphi(t) \\ &\quad + \varphi^T(t) \tilde{R}^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t). \end{aligned} \quad (32)$$

سامانه حلقه-بسته (۱۷) پایدار مجانبی است و معیار کارآیی H_∞ ارائه شده در (۱۹) را با ضریب میرای $\gamma > 0$ برآورده می‌کند، اگر [۲۹]

$$\dot{V}(\zeta(t)) + \zeta^T(t) \tilde{Q} \zeta(t) - \gamma^2 \varphi^T(t) \varphi(t) < 0.$$

بنابراین:

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \varphi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \left(\tilde{A}_{cl}^T P_{\hat{\mu}}^{-1} + P_{\hat{\mu}}^{-T} \tilde{A}_{cl} + \tilde{Q} \right) P_{\hat{\mu}}^{-1} \\ -P_{\hat{\mu}}^{-T} \left(\sum_{\rho=1}^r h_\rho(\hat{\mu}) EP_\rho \right) P_{\hat{\mu}}^{-1} \\ \tilde{R}^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \varphi \end{bmatrix} - \gamma^2 I < 0. \quad (33)$$

اگر رابطه زیر برقرار باشد، آنگاه رابطه (۳۳) نیز برقرار خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} \left(\tilde{A}_{cl}^T P_{\hat{\mu}}^{-1} + P_{\hat{\mu}}^{-T} \tilde{A}_{cl} + \tilde{Q} \right) P_{\hat{\mu}}^{-1} \\ -P_{\hat{\mu}}^{-T} \left(\sum_{\rho=1}^r h_\rho(\hat{\mu}) EP_\rho \right) P_{\hat{\mu}}^{-1} \\ \tilde{R}^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (34)$$

با ضرب کردن عبارت $diag\{P_{\hat{\mu}}^T, I\}$ و ترانهاده آن در قبل و بعد رابطه (۳۴) خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} \left(P_{\hat{\mu}}^T \tilde{A}_{cl}^T + \tilde{A}_{cl} P_{\hat{\mu}} + P_{\hat{\mu}}^T \tilde{Q} P_{\hat{\mu}} \right) \tilde{R} \\ -\left(\sum_{\rho=1}^r h_\rho(\hat{\mu}) EP_\rho \right) \tilde{R} \\ \tilde{R}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (35)$$

هم چنین عبارت $P_{\hat{\mu}}^T \tilde{Q} P_{\hat{\mu}}$ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t)^T \left(\frac{1}{\lambda^2} P_{11\hat{\mu}}^{-1} F_{\hat{\mu}}^T F_{\hat{\mu}} P_{11\hat{\mu}}^{-1} \right) \hat{x}(t) &\leq \zeta^T(t) E^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(t) \\ &\leq \zeta^T(0) E^T P_{\hat{\mu}}^{-1} \zeta(0) \\ &\leq \hat{x}(0)^T P_{11\hat{\mu}}^{-1} \hat{x}(0) + \tilde{x}(0)^T P_{22\hat{\mu}}^{-1} \tilde{x}(0) \\ &\leq \hat{x}(0)^T (M_{\hat{x}(0)}^{-2} I) \hat{x}(0) + \tilde{x}(0)^T P_{22\hat{\mu}}^{-1} \tilde{x}(0). \end{aligned} \quad (44)$$

هم‌چنین فرض کنید که:

$$P_{22\hat{\mu}}^{-1} \leq M_{\hat{x}(0)}^{-2} I. \quad (45)$$

با تعریف $\alpha_0 = M_{\hat{x}(0)}^{-2}$ به عنوان یک متغیر LMI و استفاده از مکمل شور، می‌توان گفت که اگر رابطه (۴۰) برقرار باشد آنگاه رابطه (۴۵) نیز برقرار خواهد بود. حال از نامساوی (۴۵) در رابطه (۴۴) استفاده می‌نماییم. بنابراین:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t)^T \left(\frac{1}{\lambda^2} P_{11\hat{\mu}}^{-1} F_{\hat{\mu}}^T F_{\hat{\mu}} P_{11\hat{\mu}}^{-1} \right) \hat{x}(t) \\ \leq \hat{x}(0)^T (M_{\hat{x}(0)}^{-2} I) \hat{x}(0) + \tilde{x}(0)^T (M_{\hat{x}(0)}^{-2} I) \tilde{x}(0) \leq 1. \end{aligned} \quad (46)$$

بنابراین $\|u(t)\| \leq \lambda$ و رابطه $\|u(t)\|_2^2 \leq 1$ برقرار خواهد شد. هم‌چنین، رابطه (۴۲) را به صورت زیر بازنویسی می‌نماییم:

$$\hat{x}(t)^T \left(\frac{1}{\lambda^2} P_{11\hat{\mu}}^{-1} F_{\hat{\mu}}^T F_{\hat{\mu}} P_{11\hat{\mu}}^{-1} - P_{11\hat{\mu}} \right) \hat{x}(t) < 0. \quad (47)$$

با استفاده از مکمل شور داریم:

$$\begin{bmatrix} P_{11\hat{\mu}} & F_{\hat{\mu}}^T \\ F_{\hat{\mu}} & \lambda^2 I \end{bmatrix} > 0. \quad (48)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که اگر (۴۸) برقرار باشد آنگاه (۴۸) نیز برقرار خواهد بود. بنابراین اثبات کامل می‌شود. \square

تکته ۱: در قضیه ۲ برای آنکه کران بالایی بالاتری برای $\|\tilde{x}(0)\|$ بدست آوریم، می‌توانیم قضیه را با مینیمم کردن پارامتر α_0 حل نماییم (مسئله مینیمم سازی بر اساس α_0). پس از حل LMI‌های قضیه ۲ و بدست آوردن مقدار پارامتر α_0 ، رابطه $\|\tilde{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)}$ که در آن $M_{\hat{x}(0)} = \alpha_0^{-0.5}$ است، بدیهی خواهد بود. بنابراین در حالت عملی، برای ارضای قید بر روی سیگنال کنترلی $\|u(t)\| \leq \lambda$ ، لازم است که شرایط اولیه سامانه دو نامساوی زیر را ارضاء نمایند:

$$\|\hat{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)},$$

$$\|x(0) - \hat{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)}.$$

تکته ۲: در طراحی عملی، برای تضمین یک کران بالا بر روی سیگنال کنترلی، معلوم بودن شرایط اولیه حلقه-بسته منطقی به نظر می‌رسد. البته دانستن شرایط اولیه سیستم حلقه-بسته در هنگام طراحی عملی نمی‌باشد. برای غلبه بر این مشکل، شرایط LMI در قضیه ۲ مستقل از مقدار دقیق شرایط اولیه حلقه-بسته در نظر گرفته شد و فقط حد بالایی $\|\hat{x}(0)\|$

با جایگزینی (۳۷) در (۳۶) و سپس اعمال مکمل شور و لم ۱، روابط (۲۴) و (۲۵) به دست می‌آیند. بنابراین اثبات کامل می‌شود. \square

در قضیه زیر، شرایط طراحی جدیدی را ارائه می‌کنیم که علاوه بر تضمین پایداری مجانبی حلقه-بسته و معیار H_∞ بیان شده در (۱۹)، محدودیت $\|u(t)\| \leq \lambda$ بر روی سیگنال کنترلی نیز برقرار گردد.

قضیه ۲- فرض کنید حالت اولیه سامانه فازی T-S محدود باشد. هم‌چنین فرض کنید $\|\hat{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)}$ و توابع $\hat{h}_i(\hat{\mu}(t))$ در رابطه (۷)، رابطه $\hat{h}_i(\hat{\mu}(t)) \geq \phi_i$ را برای $t > 0$ و $i = 1, \dots, r-1$ ، $\rho = 1, \dots, r-1$ ، که در آن ϕ_i ها تعدادی اسکالر معلوم می‌باشد، تضمین کنند. اگر P_{3ik} ماتریس مثبت-معین P_{11k} ، P_{22k} ، M_k ، P_{4ik} و P_{44k} یا صفر باشد، P_{3ik} ترکیب ممکن از P_{44k} و صفر برای $i = 1, 2, 3$ هستند، بهره‌های α_0 روتینگر و کنترلگر J و L_j و F_j و اسکالر مثبت وجود داشته باشند بنحویکه (۲۳)-(۲۵) و λ بر قرار باشند:

$$\begin{bmatrix} P_{11i} & F_i^T \\ F_i & \lambda^2 I \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad (38)$$

$$P_{11i} \geq M_{\hat{x}(0)}^2 I, \quad i = 1, \dots, r, \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 I & I \\ I & P_{22i} \end{bmatrix} \geq 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad (40)$$

آنگاه، سامانه حلقه-بسته بر پایه روتینگر (۱۷) در عدم حضور اختشاش $\phi(t)$ پایدار مجانبی است و معیار H_∞ ارائه شده در (۱۹) را با ضریب میرایی $\gamma > 0$ در هنگام حضور اختشاش $\phi(t)$ تضمین می‌کند و رابطه $\|u(t)\| \leq \lambda$ برقرار است.

اثبات- اثبات روابط (۲۳)-(۲۵) مانند روش ارائه شده در اثبات قضیه ۱ می‌باشد. برای تضمین رابطه $\|u(t)\| \leq \lambda$ ، ابتدا توجه کنید که:

$$\frac{1}{\lambda^2} \|u\|_2^2 = \frac{1}{\lambda^2} \hat{x}(t)^T P_{11\hat{\mu}}^{-1} F_{\hat{\mu}}^T F_{\hat{\mu}} P_{11\hat{\mu}}^{-1} \hat{x}(t). \quad (41)$$

حال فرض کنید که:

$$\hat{x}(t)^T \left(\frac{1}{\lambda^2} P_{11\hat{\mu}}^{-1} F_{\hat{\mu}}^T F_{\hat{\mu}} P_{11\hat{\mu}}^{-1} \right) \hat{x}(t) < \hat{x}(t)^T P_{11\hat{\mu}}^{-1} \hat{x}(t). \quad (42)$$

با توجه به اینکه شرایط اولیه بردار حالت سامانه محدود فرض شده است و $\|\hat{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)}$ می‌باشد، می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$$\|\tilde{x}(0)\| = \|x(0) - \hat{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)}. \quad (43)$$

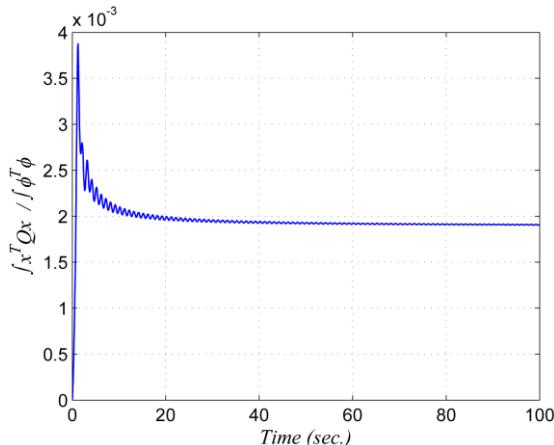
که در آن $M_{\hat{x}(0)}$ متغیری است که نشاندهنده کران بالایی بر روی شرایط اولیه بردار خطای سامانه می‌باشد. با استفاده از خواص تابع لیپانوف و روابط (۳۹) و (۴۰)، رابطه زیر را خواهیم داشت:

در این بخش، برای امکان مقایسه با روش‌های قبلی فرض می‌کنیم که محدودیتی بر روی سیگنال کنترلی وجود ندارد. با فرض $\gamma = 0.45$ و $P_{42\hat{\mu}} = [P_{44\hat{\mu}} \ 0]$ ، $P_{41\hat{\mu}} = [0 \ 0]$ و $P_{43\hat{\mu}} = 0$ ، یک LMI‌های قصیه ۱ حل می‌نماییم. یک پاسخ ممکن با ماتریس‌های زیر بدست خواهد آمد:

$$F_1 = [11.8019 \ -1.5579], F_2 = [11.9812 \ -1.6123], \\ L_1 = \begin{bmatrix} 7.1052 \\ -1.1596 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 9.4194 \\ -0.2797 \end{bmatrix},$$

$$P_{111} = \begin{bmatrix} 2.1042 & 0.4683 \\ 0.4683 & 4.2129 \end{bmatrix}, P_{112} = \begin{bmatrix} 1.1981 & 0.1762 \\ 0.1762 & 3.1871 \end{bmatrix}, \\ P_{441} = 3.8254, P_{442} = 3.0348$$

لازم به ذکر است که روش‌های طراحی [۲۰] و [۲۲] در مرحله اول LMI‌های خود برای این مدل فازی T-S به پاسخ‌های غیرممکن (Infeasible) منجر خواهند شد. به علاوه، روش ارائه شده در [۲۱] سامانه‌های فازی T-S دارای اختشاش را پوشش نمی‌دهد و روش ارائه شده در [۲۳] برای مسائل با اختشاش‌های متعلق به فضای کاربرد ندارد. شکل ۱ نسبت $\int x^T Qx / \int \varphi^T \varphi$ را برای اختشاش $\varphi(t) = 0.5 \sin(\pi t) \times [1 \ 1]^T$ نشان می‌دهد. در این حالت شرایط اولیه برابر با صفر در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به این شکل واضح است که مقدار $\int x^T Qx / \int \varphi^T \varphi$ بسیار پایین‌تر از مقدار بهینه $\gamma = 0.45$ برای تمام t است.



شکل ۱: نرخ $\int x^T Qx$ به انرژی اختشاش

۴-۴- طراحی کنترلگر H_∞ با محدودیت کنترلی

با فرض $P_{43\hat{\mu}} = 0$ ، $M_{\hat{x}(0)} = 0.6$ ، $\lambda = 1.8$ و $\gamma = 1.4$ ، $P_{42\hat{\mu}} = [P_{44\hat{\mu}} \ 0]$ ، $P_{41\hat{\mu}} = [0 \ 0]$ و $Q = diag\{0.03, 0.03\}$ یک پاسخ ممکن به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$F_1 = [1.2609 \ -1.1723], F_2 = [1.2594 \ -1.1668],$$

برای طراحی لازم است. هم‌چنین هنگام بکار گیری کنترلگر معرفی شده در قضیه ۲ باید به این نکته توجه کنیم که مقدار کران بالای $\|x(0) - \hat{x}(0)\|$ از مقدار $M_{\hat{x}(0)}$ کوچکتر یا با آن مساوی باشد.

نکته ۳: در مقایسه با روش‌های طراحی ارائه شده در [۲۰] و [۲۲] که بر پایه LMI‌های دومرحله‌ای هستند، شرایط طراحی در قضیه ۱، LMI‌های یک-مرحله‌ای هستند که با استفاده از نرم‌افزارهای حل کننده فعلی بسیار آسان‌تر حل می‌شوند. هم‌چنین، در مقایسه با الگوریتم‌های طراحی ارائه شده در [۲۱] و [۲۳] که به ترتیب نیازمند تعیین دستی چهار و شش پارامتر اسکالر برای حل LMI هایشان می‌باشند، شرایط طراحی در این مقاله LMI‌های اکید می‌باشند که یافتن پاسخ را ساده‌تر می‌نمایند. به علاوه، در این مقاله برای اولین بار از رویکرد بر پایه تابع لیپانوف فازی استفاده نموده‌ایم و شرایط محدودیت بر روی کنترلگر را در مسئله طراحی کنترلگر H_∞ بر پایه رویتگر فازی برای سامانه‌های فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم نیز در نظر گرفته‌ایم.

۴- نتایج شبیه‌سازی

یک مدل فازی T-S دو-قانون را با ماتریس‌های محلی ناپایدار زیر در نظر بگیرید [۲۱]:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 \\ -2.3 & -1 \end{bmatrix}, \\ B_{21} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{22} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 10 & 1 \end{bmatrix}$$

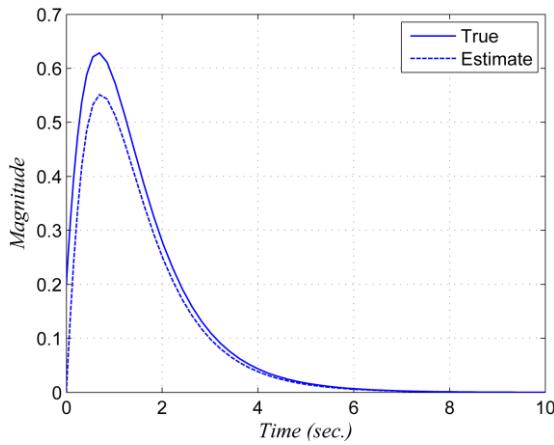
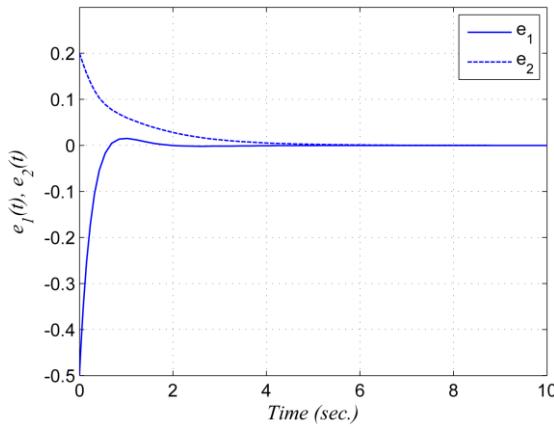
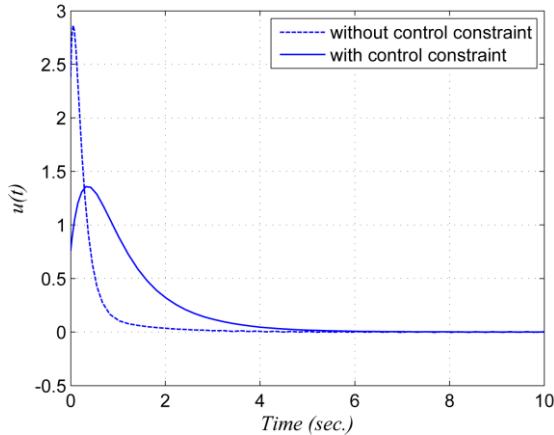
تابع تعلق فازی نیز به صورت زیر می‌باشند:

$$h_1(x(t)) = 0.5 + \frac{\arctan(x_2(t))}{\pi}, \\ h_2(x(t)) = 1 - h_1(x(t)),$$

که در آن $x^T(t) = [x_1^T(t) \ x_2^T(t)]^T$. با استفاده از روش ارائه شده در [۵] با فرض $|x_i(t)| \leq 1.1$ ، می‌توان نتیجه گرفت که $\dot{h}_1(x(t)) \geq \phi_1$ که در آن $\dot{h}_1(x(t)) = -1.156$. در این مقاله اثر اختشاش مدل فازی T-S نسبت به بردار حالت تضعیف می‌شود. اما به هر حال، نمی‌توان نتیجه گرفت که این تضعیف اثر نسبت به $\dot{h}_1(x(t))$ نیز انجام گرفته شده باشد. بنابراین، بهتر است که یک مقدار بزرگر (از لحظه اندازه) برای پارامتر ϕ_1 در نظر بگیریم [۳۰]. در این مثال مقدار $\phi_1 = -2.5$ را که بسیار بزرگر از مقدار نامی آن است انتخاب می‌کنیم.

برای طراحی کنترلگر برای این سامانه فازی T-S، از SeDuMi [۳۱] به عنوان نرم‌افزار حل کننده و از YALMIP [۳۲] به عنوان نرم‌افزار تجزیه کننده (parser) در MATLAB استفاده می‌کنیم.

۴-۱- طراحی کنترلگر H_∞

شکل ۳: منحنی های $x_2(t)$ و $\hat{x}_2(t)$ برای سامانه حلقه-بسته بدون اختشاششکل ۴: خطاهای تخمین $e_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ و $e_2(t) = x_2(t) - \hat{x}_2(t)$ برای سامانه حلقه-بسته بدون اختشاش.شکل ۵: سیگنال کنترلی $u(t)$ برای سامانه حلقه-بسته با محدودیت کنترلی (خطوط توپر) و بدون محدودیت کنترلی (خطوط نقطه ای).

با توجه به شکل ۵، واضح است که سامانه حلقه-بسته محدودیت کنترلی $|u(t)| \leq 1.8$ را بوسیله کنترلگر ارائه شده در این مقاله تضمین نموده است. در واقع، در حالتی که محدودیت کنترلی در طراحی اعمال می شود، $\max|u(t)| = 1.36$ است در حالی که در طراحی بدون محدودیت کنترلی، $\max|u(t)| = 2.86$ می باشد که بیش از دو

$$\alpha_0 = 2.795, L_1 = \begin{bmatrix} 1.7116 \\ -0.9106 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 2.2202 \\ -0.2578 \end{bmatrix},$$

$$P_{111} = \begin{bmatrix} 0.4924 & -0.4262 \\ -0.4262 & 4.8305 \end{bmatrix},$$

$$P_{112} = \begin{bmatrix} 0.4909 & -0.4390 \\ -0.4390 & 3.6792 \end{bmatrix},$$

$$P_{441} = 3.4064, P_{442} = 3.3800$$

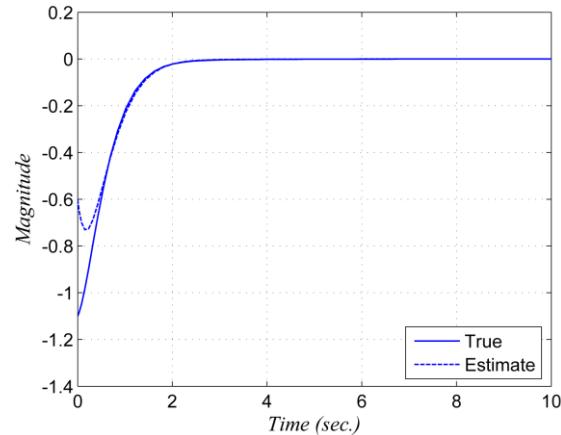
بنابراین، بهره های کنترلگر غیر-PDC در رابطه (۱۱) و رویتگر فازی (۹) به ترتیب به صورت:

$$-\left(\sum_{i=1}^2 h_i(\hat{x}) F_i \left(\sum_{i=1}^2 h_i(\hat{x}) P_{11i} \right)^{-1} \right)$$

$$\left(\sum_{i=1}^2 h_i(\hat{x}) L_i \left(\sum_{i=1}^2 h_i(\hat{x}) P_{44i} \right)^{-1} \right)$$

خواهد بود. شکل های ۲، ۳ و ۴ به ترتیب مسیرهای $x_1(t)$ ، $x_2(t)$ و خطاهای تخمین را برای حالت اولیه $x(0) = [-1.1 \quad 0.2]^T$ و $\varphi(t) = [0.6 \quad 0]^T$ نشان می دهد.

شکل ۵ سیگنال کنترلی $u(t)$ را برای سامانه حلقه-بسته نشان می دهد. به علاوه، سیگنال کنترلی را برای حالتی که طراحی کنترلگر بدون نظر گرفتن محدودیت کنترلی (با همان مقدار سطح میرایی اختشاش $\gamma = 1.4$) انجام شده است، توسط خطوط نقطه ای در شکل ۵ نشان داده شده است.

شکل ۲: منحنی های $x_1(t)$ و $\hat{x}_1(t)$ برای سامانه حلقه-بسته بدون اختشاش

۵- نتیجه گیری

در این مقاله روش طراحی کنترلگر H_{∞} بر پایه رویتگر فازی برای سامانه‌های فازی T-S دارای اختشاش و دارای محدودیت کنترلی ارائه شد. برای پوشش دادن سامانه‌های فازی بیشتر، فرض بر این بود که متغیرهای مقدم قواعد رویتگر فازی و کنترلگر فازی نامعلوم هستند و از متغیرهای حالت تخمین‌زده شده برای تخمین این متغیرهای مقدم قواعد استفاده شد. با اعمال رویکرد سامانه توصیف‌گر، با هزینه بزرگتر شدن ابعاد مسئله روش طراحی کنترلگر H_{∞} بر پایه رویتگر فازی به صورت تعدادی شرایط LMI فرمولبندی شد. از یک تابع لیاپانوف فازی برای به دست آوردن شرایط LMI با محافظه کاری کمتر به نسبت نتایج قبل استفاده شد. همچنین، تعدادی شرایط طراحی بر اساس LMI‌ها برای حالتی که محدودیتی بر روی سیگنال کنترلی وجود دارد ارائه شد. موثر بودن روش طراحی ارائه شده توسط یک مثال شیوه‌سازی ارائه شد.

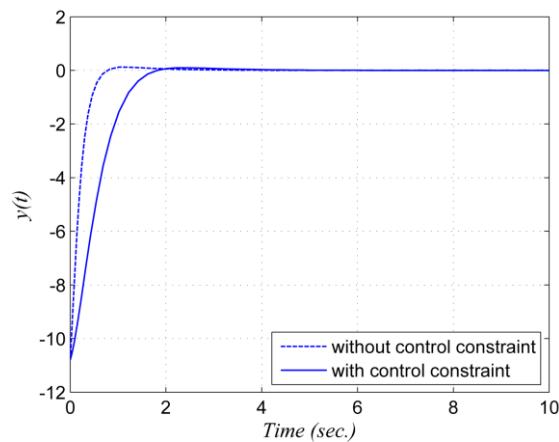
مراجع

- [1] T. Takagi and M. Sugeno, 1985, “Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control,” *IEEE Trans. Syst., Man., Cybern.*, SMC-15, 116-132.
- [2] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, 1998, “Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6, 250-265.
- [3] J. Park, J. Kim and D. Park, 2001, “LMI-based design of stabilizing fuzzy controllers for nonlinear systems described by Takagi-Sugeno fuzzy model,” *Fuzzy Sets and Systems*, 122 (1), 73-82.
- [4] C.H. Fang, Y.S. Liu, S.W. Kau, L. Hong, and C.H. Lee, 2006, “A new LMI-based approach to relaxed quadratic stabilization of T-S fuzzy control systems,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 14 (3), 386-397.
- [5] K. Tanaka, T. Hori, and Hua O. Wang, 2003, “A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems,” *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 11 (4), 852-859.
- [6] K. Tanaka, H. Otake, H.O. Wang, 2007, “A descriptor system approach to fuzzy control system design via fuzzy Lyapunov functions,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 15 (3), 333-341.
- [7] B.-J. Rhee, S. Won, 2006, “A new fuzzy Lyapunov function approach for a Takagi-Sugeno fuzzy control system design,” *Fuzzy Sets and Systems*, 157, 1211 – 1228.
- [8] L. A. Mozelli, R. M. Palhares, G. S.C. Avellar, 2009, “A Systematic Approach to Improve Multiple Lyapunov Function Stability and Stabilization Conditions for Fuzzy Systems,” *Information Sciences*, 179, 1149-1162.

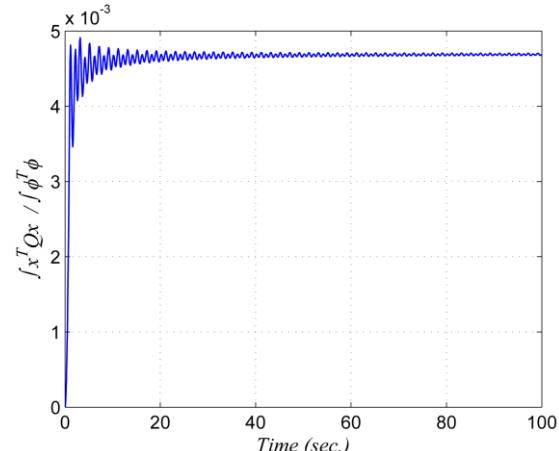
برابر بزرگتر از حداقل مقدار حالت با محدودیت کنترلی است و نشان‌دهنده موثر بودن روش طراحی ارائه شده در این مقاله می‌باشد.

لازم به ذکر است که با توجه به مقدار $\alpha_0 = 2.795$, برقراری شرط $|u(t)| \leq 1.8$ با توجه به شرایط اولیه $\|\hat{x}(0)\| \leq 0.6$ و $\|x(0) - \hat{x}(0)\| \leq M_{\hat{x}(0)} = 0.5982$ سامانه حلقه-بسته را برای حالت‌های طراحی بدون محدودیت کنترلی و دارای محدودیت کنترلی در نظر گرفته شده‌اند نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۶ ملاحظه می‌شود، استفاده از قید بر روی سیگنال کنترل باعث می‌شود که سرعت پاسخ کاهش یابد.

شکل ۷ ارضا معيار کارآیی H_{∞} ارائه شده در (۱۹) را با اختشاش بزرگ ($\varphi(t) = 10\sin(\pi t)$) نشان می‌دهد. واضح است که نرخ $\int x^T Q x / \int \varphi^T \varphi$ به مقدار اسکالاری کمتر از 0.0071 همگرا می‌شود. بنابراین، مقدار $\sqrt{0.0071} \approx 0.084$ بسیار پایین‌تر از مقدار از پیش تعیین شده $\gamma = 1.4$ می‌باشد.



شکل ۶: سیگنال خروجی ($x(t)$) برای سامانه حلقه-بسته بدون محدودیت کنترلی (خطوط توپر) و با محدودیت کنترلی (خطوط نقطه‌ای).



شکل ۷: برقراری کارآیی H_{∞} برای اختشاش بالای $\varphi(t) = 10\sin(\pi t)$.

- Sugeno's form," *Fuzzy Sets and Systems*, 157, 1248–1259.
- [22] A.H. Besheer, H.M. Emara and M.M. Abdel Aziz, 2007, "Fuzzy-based output-feedback H_∞ control for uncertain nonlinear systems: an LMI approach," *IET Control Theory Appl.*, 1 (4), 1176–1185.
- [23] Chung-Shi Tseng, Bor-Sen Chen and Yen-Fang Li, 2009, "Robust fuzzy observer-based fuzzy control design for nonlinear systems with persistent bounded disturbances: A novel decoupled approach," *Fuzzy Sets and Systems*, 160, 2824–2843.
- [24] Huai-Ning Wu and Han-Xiong Li, 2008, " H_∞ Fuzzy Observer-Based Control for a Class of Nonlinear Distributed Parameter Systems With Control Constraints," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16 (2) , 502-516.
- [25] J. Yoneyama, 2009, " H_∞ filtering for fuzzy systems with immeasurable premise variables: An uncertain system approach," *Fuzzy Sets and Systems*, 160, 1738–1748.
- [26] Xiao-Heng Chang and Guang-Hong Yang, 2011, "A descriptor representation approach to observer-based H_∞ control synthesis for discrete-time fuzzy systems," *Fuzzy Sets and Systems*, 185 (1), 38-51.
- [27] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot and D. Maquin, 2010, "State estimation of Takagi–Sugeno systems with unmeasurable premise variables," *IET Control Theory Appl.*, 4(5), 897–908.
- [28] H.D. Tuan, P. Apkarian, T. Narikiyo and Y. Yamamoto, 2001, "Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9 (2), 324–332.
- [29] S. Boyd, L. El-Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory", *Philadelphia, PA: SIAM*, 1994.
- [30] K. Guelton, T. Bouarar, N. Manamanni, 2009, "Robust dynamic output feedback fuzzy Lyapunov stabilization of Takagi–Sugeno systems-A descriptor redundancy approach," *Fuzzy sets and systems*, 160, 2796–2811.
- [31] J. F. Sturm, 1999, "Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones," *Optimization Methods and Software*, 11-12, 625–653.
- [32] J. Löfberg, 2004, "YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB," in Proceedings of the CACSD Conference, 284–289.
- [9] S.-W. Kau, H.-J.Lee, C.-M.Yang, C.-H. Lee, L. Hong and C.-H. Fang, 2007, "Robust H_∞ fuzzy static output feedback control of T-S fuzzy systems with parametric uncertainties," *Fuzzy Sets and Systems*, 158, 135–146.
- [10] Jiuxiang Dong and Guang-Hong Yang, 2009, "Static output feedback H_∞ control of a class of nonlinear discrete-time systems," *Fuzzy Sets and Systems*, 160, 2844–2859.
- [11] M. Nachidi, A. Benzaouia, F. Tadeo and M.A. Rami, 2008, "LMI-Based Approach for Output-Feedback Stabilization for Discrete-Time Takagi–Sugeno Systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 16 (5), 1188-1196.
- [12] D. Huang and S. K. Nguang, 2007, "Static output feedback controller design for fuzzy systems: An ILMI approach," *Information Sciences*, 177, 3005- 3015.
- [13] J. Yoneyama, 2009, "Output Feedback Control for Fuzzy Systems with Immeasurable Premise Variables," *IEEE Conference on fuzzy systems (FUZZ-IEEE 2009)*, Korea, pp. 802-807.
- [14] S. K. Nguang and P. Shi, 2006, "Robust H_∞ output feedback control design for fuzzy dynamic systems with quadratic D -stability constraints: an LMI approach", *Information Sciences*, 176, 2161-2191.
- [15] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*, New York: Wiley, 2001.
- [16] JunYoneyama, 2006, "Robust H_∞ control analysis and synthesis for Takagi–Sugeno general uncertain fuzzy systems," *Fuzzy Sets and Systems*, 157, 2205–2223.
- [17] Liu Xiaodong and Zhang Qingling, 2003, "New approaches to H_∞ controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI," *Automatica*, 39, 1571-1582.
- [18] J.C. Lo and M.L. Lin, 2007, "Existence of similarity transformation converting BMIs to LMIs," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 15 (5), 840–851.
- [19] B. Mansouri, N. Manamanni, K. Guelton, A. Kruszewski and T.M. Guerra, 2009, "Output feedback LMI tracking control conditions with H_∞ criterion for uncertain and disturbed T-S models," *Information Sciences*, 179, 446–457.
- [20] S.K. Nguang and P. Shi, 2003, " H_∞ fuzzy output feedback control design for nonlinear systems: an LMI approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 11 (3), 331–340.
- [21] T.M. Guerra, A. Kruszewski, L. Vermeiren and H. Tirmant, 2006, "Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi–

ارائه روش جدید درونیابی پایدار در طراحی خودخلبان مقاوم زمانبندی بهره

سید محمد جواد معافی مدنی^۱، ایمان محمد زمان^۲

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، javadmadany@yahoo.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، mohammadzaman@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۱/۱۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۳/۲۴)

چکیده: در این مقاله یک روش جدید درونیابی پایدار برای طراحی خودخلبان مقاوم یک رهگیر ارائه شده بر مبنای درونیابی بین نواحی مشترک پایدار کنترل کننده‌های محلی بوده و تضمین پایداری سیستم حلقه بسته را در کل فضای ممکن می‌نماید. برای پیدا کردن نواحی پایدار هر کنترل کننده محلی از ابزار v-gap metric استفاده شده و از روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهی H_{∞} برای طراحی کنترل کننده‌های محلی استفاده شده است. همچنین پیچیدگی روش ارائه شده نسبت به سایر روش‌های درونیابی حفظ کننده پایداری کمتر می‌باشد. نتایج شیوه‌سازی سه درجه آزادی نشان‌دهنده تضمین کارآیی و پایداری سیستم حلقه بسته در طول مسیر پرواز می‌باشد.

کلمات کلیدی: خودخلبان مقاوم، درونیابی حفظ کننده پایداری، کنترل کننده زمانبندی بهره، v-gap metric.

A New Stability Preserving Interpolation Method in Robust Gain Scheduling Autopilot Design

Mohammad Javad Moafi Madani, Iman Mohammadzaman

Abstract: This paper presents a new stability preserving interpolation technique for robust gain scheduling autopilot design. The interpolation method is based on interpolation in the common stability region of local controllers and generates a gain-scheduled controller that is stabilizing at every operating point of a closed loop system. For selection of stability region of local controllers, the notion of the v-gap metric and its connection to robust loop-shaping theory is used. The proposed method facilitates the design of gain-scheduled controllers that preserves stability of the closed loop system. The simulation results given show the generality and effectiveness of the proposed control strategy in terms of the stability, performance and robustness, of the system.

Keywords: Robust autopilot, stable interpolation, gain scheduling controller, v-gap metric.

Q: فشار دینامیکی

S: سطح مرجع

D: قدرت

V_M : سرعت رهگیر

X: نیروی وارد بر رهگیر در راستای X بدنه

Y: نیروی وارد بر رهگیر در راستای Y بدنه

Z: نیروی وارد بر رهگیر در راستای Z بدنه

L: گشتاور حول محور رول

فهرست علایم

RH_{∞} : فضای توابع کسری حقیقی محدود و آنالیتیک در نیمه

راست صفحه مختلط

$\bar{\sigma}$: بزرگترین مقدار تکین ماتریس

$\underline{\sigma}$: کوچکترین مقدار تکین ماتریس

$\| \cdot \|$: نرم بی نهایت ماتریس

$[G_s, k_{\infty}]$: حاشیه پایداری مقاوم سیستم

γ : معکوس حاشیه پایداری مقاوم

کنترل کننده زمان بندی بهره نهایی بین این کنترل کننده‌ها، درونیابی انجام می‌شود [۷-۸]. روش‌های مبتنی بر مدل خطی تغییر ناپذیر با زمان، روش‌های بدون محافظه کاری بوده و وجود کنترل کننده زمان بندی بهره همواره در این روش‌ها تضمین شده است ولی تحلیل پایداری در این روش‌ها با پیچیدگی همراه است. در سال‌های گذشته از سوئیچینگ سخت، درونیابی بین صفر و قطب و بهره تابع تبدیل، درونیابی بین ضرایب تابع تبدیل کنترل کننده‌های محلی در هنگام انتقال از یک ناحیه به ناحیه دیگر و ترکیب خروجی کنترل کننده‌های محلی استفاده شده است [۹-۱۰]. تمام این روش‌ها جزء روش‌های قدیمی مبتنی بر مدل خطی بوده و به طور خلاصه می‌توان گفت مزیت این روش‌ها در سادگی طراحی و پیاده‌سازی کنترل کننده زمان بندی بهره نهایی می‌باشد و مهمترین عیب آن‌ها نیز عدم تضمین پایداری کنترل کننده فراگیر است. اما از میان روش‌های مبتنی بر مدل خطی تغییر ناپذیر با زمان، می‌توان به روش‌هایی اشاره کرد که در آن‌ها در مورد پایداری سیستم زمان بندی بهره نهایی نیز تضمین‌هایی داده شده است. یکی از روش‌های درونیابی که در آن در مورد پایداری سیستم زمان بندی بهره نهایی بحث شده است روش درونیابی فیدبک حالت و مشاهده‌گر می‌باشد. این روش به علت درونیابی بین چندین ماتریس فضای حالت دارای پیچیدگی فراوانی است ولی در مقالاتی برای اثبات پایداری این روش ایده‌هایی مطرح شده است [۱۰]. یکی دیگر از روش‌هایی که توانایی تضمین پایداری سیستم زمان بندی بهره نهایی را دارد روش‌های درونیابی بین ماتریس‌های نمایش پارامتر یولا است و در نتیجه ساختار کنترل کننده زمان بندی بهره نهایی به صورت ترکیب کسری خطی از سیستم وابسته به پارامتر با کنترل کننده‌های محلی می‌باشد [۱۱-۱۳]. در [۱۲] و [۱۳] یک روش درونیابی حفظ کننده پایداری برمبنای درونیابی روی پارامترهای یولا ارائه شده و از آن برای طراحی خودخلبان رهگیر استفاده شده است. مهمترین شرط درونیابی در این روش شرط پوشش پایداری است. این شرط بیان می‌کند که هر کنترل کننده محلی باید توانایی تضمین پایداری برای یک همسایگی باز حول نقطه نامی را به ازای پارامترهای فریز شده سیستم داشته باشد و درونیابی نیز درون نواحی مشترک پایداری امکان‌پذیر است. اما در این روش درجه کنترل کننده فراگیر بسیار بالاتر از درجه کنترل کننده‌های محلی بوده و پیاده‌سازی آن دارای پیچیدگی فراوانی می‌باشد. همچنین پایداری سیستم وابسته به پارامتر در مرحله طراحی مدنظر قرار نگرفته و تنها پایداری سیستم به ازای پارامترهای فریز شده مورد بررسی قرار می‌گیرد و بعد از مرحله طراحی با بررسی یک قید روی بیشینه نرخ تغییرات متغیر زمان بندی بهره، پایداری سیستم وابسته به پارامتر نهایی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

به منظور بهبود مشکلات و پیچیدگی‌های بیان شده در بالا، در این مقاله یک روش جدید برای درونیابی پایدار بین کنترل کننده‌های محلی ارائه شده است. مهمترین شرط درونیابی در این روش، شرط پوشش

M : گشتاور حول محور پیچ

N : گشتاور حول محور یاو

P : سرعت زاویه‌ای حول محور X بدنی

Q : سرعت زاویه‌ای حول محور Y بدنی

R : سرعت زاویه‌ای حول محور Z بدنی

m : جرم رهگیر

I_y : ممان اینرسی طولی

I_z : ممان اینرسی عرضی

δ : زاویه بالک عملگر

$C_{z\alpha}$: تغییرات Z ناشی از تغییرات زاویه بالک

$C_{\alpha z}$: تغییرات Z ناشی از تغییرات زاویه حمله

$C_{m\alpha}$: تغییرات M ناشی از تغییرات زاویه بالک

$C_{m\alpha}$: تغییرات M ناشی از تغییرات زاویه حمله

۱- مقدمه

طراحی خودخلبان برای رهگیرها و تحلیل پایداری و کارآیی آن در طول مسیر پروازی یکی از مسائل مورد توجه مهندسین کنترل بوده و تلاش‌های تحقیقاتی زیادی را به خود جلب نموده است [۱-۳]. پیچیدگی‌های حاکم بر دینامیک رهگیر مثل رفتار غیرخطی، وجود نامعینی و دینامیک وابسته به پارامتر منجر به گسترش تحقیقات پرامون طراحی کنترل کننده برای این سیستم و تحلیل پایداری و کارآیی آن شده است. از این میان، روش زمان بندی بهره یکی از رایج‌ترین روش‌ها در تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر و همچنین طراحی خودخلبان رهگیرها می‌باشد [۴]. در حال کلی می‌توان روش‌های زمان بندی بهره را با توجه به نحوه خطی متغیر با پارامتر و غیرخطی به دو دسته زمان بندی بهره بر مبنای مدل خطی متغیر با پارامتر و زمان بندی بهره بر مبنای مدل خطی غیرمتغیر با زمان تقسیم کرد [۵]. در روش‌های مبتنی بر مدل خطی متغیر با پارامتر، دینامیک سیستم غیرخطی به صورت یک سیستم خطی با ماتریس‌های فضای حالت تغییر پذیر با زمان مدل می‌شود و تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده در این روش‌ها با استفاده از تحلیل تابع لیاپانوف و یا قضیه بهره کوچک انجام می‌شود [۶]. تحلیل پایداری با استفاده از تابع لیاپانوف یا قضیه بهره کوچک محافظه کارانه بوده و در نهایت ساختار کنترل کننده از نظر شبیه‌سازی و پیاده‌سازی پیچیده خواهد بود. علاوه بر آن ممکن است شرایط امکان‌پذیری توابع لیاپانوف برقرار نباشد و وجود کنترل کننده فراگیر تضمین شده نیست (منظور از کنترل کننده فراگیر کنترل کننده زمان بندی بهره است که از ترکیب کنترل کننده‌های محلی و احتمالاً دینامیک سیستم وابسته به پارامتر به دست آمده است).

در روش‌های مبتنی بر مدل خطی تغییر ناپذیر با زمان عموماً چند سیستم خطی از روی سیستم غیرخطی اولیه در نقاط کار مختلف به دست آمده و برای هر کدام از آن‌ها کنترل کننده فراگیر کنترل کننده زمان بندی دارای مشابه نیستند و در نهایت به منظور دست یافتن به

^۱ Youla parameter

بيان کننده مقدار مقاومت سیستم در برابر نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول سیستم نامی می باشد، در این مقاله از روش شکل دهنده حلقه H_{∞} برای طراحی کنترل کننده محلی استفاده می شود. زیرا در این روش نیز کنترل کننده مقاوم به گونه ای طراحی می شود که حاشیه پایداری مقاوم سیستم در برابر نامعینی های روی ضرایب نسبت به هم اول سیستم نامی بیشینه گردد. البته به منظور رفع مشکل درجه بالای کنترل کننده روش شکل دهنده حلقه H_{∞} از یک نوع روش طراحی استفاده شده است تا کنترل کننده مقاوم طراحی شده دارای درجه پایینی باشد. این روش به نام روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهنده حلقه H_{∞} شناخته می شود. تحقق فضای حالت G_s را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$G_s = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (1)$$

که در آن $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times n_u}, C \in R^{n_y \times n}, D \in R^{n_y \times n_u}$ و سیستم شکل دهنده شده در روش شکل دهنده حلقه H_{∞} می باشد [۱۶]. تحقق مینیمال فضای حالت ضرایب نسبت هم اول G_s به صورت زیر می باشد [۱۶]:

$$\begin{aligned} \tilde{N} &= \begin{bmatrix} A + LC & L \\ E^{-1/2}C & E^{-1/2} \end{bmatrix} \\ \tilde{M} &= \begin{bmatrix} B + LD & L \\ E^{-1/2}D & E^{-1/2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن $E = I + DD^T$ و $L = -(BD^T + ZC^T)$ بوده و ماتریس Z جواب معادله جبری ریکاتی زیر است:

$$\begin{aligned} (A - BF^{-1}D^TC)Z + Z(A - BF^{-1}D^TC)^T \\ - ZC^TE^{-1}CZ + BF^{-1}B^T = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

که در رابطه فوق $F = I + D^TD$ می باشد. علاوه بر آن تحقق فضای حالت سیستم کلی شده^۱ متناظر با روش شکل دهنده حلقه به صورت زیر به دست می آید [۱۶]:

$$P = \begin{bmatrix} A_s & -LE^{1/2} & B \\ \begin{bmatrix} 0 \\ C \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ E^{1/2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} I_{n_u} \\ D \end{bmatrix} \\ C & E^{1/2} & D \end{bmatrix} \quad (4)$$

لم زیر شرایط وجود کنترل کننده استاتیکی شکل دهنده حلقه H_{∞} که با K_{∞} نمایش داده می شود را بیان می نماید:

لم ۱: تحقق فضای حالت سیستم شکل دهنده شده G_s مطابق رابطه (۱) و نرم بی نهایت تابع تبدیل حلقه بسته از اغتشاش به خروجی مطابق رابطه زیر می باشد:

$$\left\| \begin{bmatrix} K_{\infty} \\ I \end{bmatrix} (I - G_s K_{\infty})^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\| \leq \gamma = \varepsilon^{-1} \quad (5)$$

پایداری وابسته به پارامتر است بطوریکه با برقراری شرط مذکور، پایداری کلی سیستم تصمین شده و ساختار ساده ای برای کنترل کننده فراگیر بدست می آید. تفاوت بین این شرط با شرط پوشش پایداری بیان شده در مراجع [۱۲] و [۱۳] این است که در مراجع مذکور تنها به بررسی پایداری سیستم برای مقادیر فریز شده می پردازد. این پایداری بدین معنی است که سیستم وابسته به پارامتر ثابت مقادیر متغیر زمان بندی بهره به صورت یک سیستم LTI تبدیل شده و سپس پایداری آن مورد بررسی قرار می گیرد. ولیکن در شرط پایداری وابسته به پارامتر ارائه شده در این مقاله، یک همسایگی باز حول نقطه نامی مشخص می شود که سیستم وابسته به پارامتر به ازای تغییرات پارامترها یکی در اینجا بدین معنی است که به صورت کلی پایدار باشد. پایداری کلی در اینجا بدین معنی است که سیستم وابسته به پارامتر به ازای تغییرات متغیر زمان بندی بهره (بدون فریز شدن)، پایدار بماند. در حقیقت در شرط پوشش پایداری وابسته به پارامتر، بررسی مقادیر ویژه سیستم به تهایی کافی نمی باشد و لذا برای پیدا کردن همسایگی باز حول هر نقطه نامی به گونه ای که شرط مورد نظر را ارضاء کند، ابزار v-gap metric پیشنهاد شده است. با استفاده از این ایده برای هر کنترل کننده محلی نواحی محلی پایدار مشخص شده و روشی برای درونیابی بین دو کنترل کننده محلی نواحی درون ناحیه اشتراک پایداری دو کنترل کننده ارائه می شود. همچنین کنترل کننده فراگیر ارائه شده در این مقاله تنها با ترکیب کنترل کننده های محلی به دست می آید ولی در سایر روش ها با ترکیب کنترل کننده های محلی و سیستم وابسته به پارامتر به دست می آید. در حقیقت با ورود دینامیک سیستم وابسته به پارامتر به دینامیک کنترل کننده فراگیر، دشواری و پیچیدگی فراوانی در پیاده سازی کنترل کننده فراگیر حاصل می شود که با این ایده این مشکل برطرف می گردد.

از آنجایی که قضاایی پایداری که توسط ابزار v-gap metric معرفی می شود با روش شکل دهنده حلقه H_{∞} مرتبط است، بنابراین در این مقاله برای طراحی کنترل کننده محلی از روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهنده حلقه H_{∞} استفاده شده است که در آن درجه کنترل کننده مقاوم صفر بوده و درجه کنترل کننده فراگیر تنها برابر درجه وزن های شکل دهنده حلقة می باشد و لذا منجر به یک کنترل کننده با درجه نسبی پایین می گردد که مشکلات پیداه سازی عملی را برخلاف روش کلاسیک شکل دهنده حلقه H_{∞} نخواهد داشت. این ویژگی باعث سادگی فراوان در پیاده سازی کنترل کننده زمان بندی بهره نهایی خواهد شد [۱۴].

۲- کنترل کننده استاتیکی شکل دهنده حلقه H_{∞}

برای طراحی کنترل کننده زمان بندی بهره با استفاده از درونیابی پایدار بین کنترل کننده های محلی، لازم است کنترل کننده های محلی توانایی تصمین پایداری برای یک همسایگی باز حول نقطه نامی را داشته باشند. از آنجایی که در این مقاله از ابزار v-gap metric برای پیدا کردن همسایگی باز حول نقطه نامی استفاده می شود و این ابزار در حقیقت

^۱ Generalized plant

در این قسمت به ارائه برخی تعاریف و فرضیات مورد استفاده در مقاله پرداخته شده است. برای سادگی فرض می‌شود سیستم وابسته به پارامتر تنها به یک پارامتر وابستگی دارد و تعمیم این روش برای حالت بیشتر از یک پارامتر به سادگی قابل انجام است.

تعريف ۱: سیستم خطی تغییر پذیر با پارامتر $G(\rho)$ به همراه مجموعه بسته $\Gamma \subset R$ که بیان گر محدوده تغییرات متغیرهای زمان بندی بهره است ($\rho \in \Gamma$), داده شده است. همچنین فرض کنید به ازای مقادیر ثابت $\rho_1, \dots, \rho_q \in \Gamma$ کنترل کننده‌های خطی تغییرناپذیر با زمان K_1, \dots, K_ρ طراحی شده است به گونه‌ای که هر کنترل کننده قادر به حفظ پایداری سیستم خطی غیرمتغیر با زمان (ρ_i) متناظر با خود باشد. کنترل کننده تغییرناپذیر با پارامتر $G(\rho)$ را که از روی K_1, \dots, K_ρ ساخته شده است، کنترل کننده حفظ کننده پایداری می‌گویند اگر شرایط زیر برقرار باشد [۱۳]:

۱. ضرایب $K(\rho)$ به صورت توابع پیوسته‌ای از ρ باشند.

$$K(\rho_i) = K_i \quad \text{for } i=1, \dots, q \quad .2$$

۳. سیستم $G(\rho)$ را به ازای تمام $\rho \in \Gamma$ پایدار کند.

با استفاده از تعريف ۱، در این مقاله یک روش درونیابی حفظ کننده پایداری ارائه شده است که در آن مهمترین شرطی که روی کنترل کننده‌های خطی تغییرناپذیر با زمان که بین آنها درونیابی پایدار صورت می‌گیرد؛ شرط پوشش پایداری سیستم وابسته به پارامتر می‌باشد. این شرط بدین معنی است که هر کنترل کننده محلی در این حالت باستی توانایی تضمین پایداری سیستم حلقه بسته به ازای یک ناحیه در اطراف نقطه نامی به ازای تغییرات پارامترهای سیستم را نیز داشته باشد. ولیکن در روش‌های قبلی درونیابی حفظ کننده پایداری، هر کنترل کننده محلی باستی سیستم را در یک ناحیه در اطراف نقطه نامی به صورت فریز شده پایدار کند.

تعريف ۲ شرط پوشش پایداری وابسته به پارامتر $G(\rho)$: سیستم خطی تغییر پذیر با پارامتر $G(\rho)$ به همراه مجموعه بسته $\Gamma \subset R$ که بیان گر محدوده تغییرات متغیرهای زمان بندی بهره است را در نظر بگیرید که کنترل کننده‌های محلی K_1, K_2, \dots, K_q در نقاط کار $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q$ را پایدار کند. به گونه‌ای طراحی شده‌اند که K_i سیستم نامی $G(\rho_i)$ را پایدار کند. حال اگر به ازای هر کنترل کننده محلی K_i یک همسایگی باز U_i که شامل ρ_i است وجود داشته باشد به گونه‌ای که K_i سیستم $G(\rho)$ را به ازای محدوده تغییرات $\rho \in U_i$ پایدار کند و شرط $\bigcup_{i=1}^q U_i = \Gamma$ برقرار باشد، آن‌گاه گفته می‌شود که شرط پوشش پایداری وابسته به پارامتر ارضاء شده است.

از آن‌جایی که در این مقاله هدف آن است سیستم وابسته به پارامتر به ازای یک محدوده تغییرات پارامتر به صورت کلی پایدار بماند، آزمون موقعیت مقادیر ویژه کافی نمی‌باشد. لذا برای این کار ابزار v-gap

کنترل کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H_∞ (k_∞) به گونه‌ای که رابطه (۵) کمینه گردد؛ وجود دارد اگر $\gamma > 1$ و ماتریس معین مشت R وجود داشته باشند بطوریکه دو نامساوی زیر را ارضاء نمایند:

$$R(A+LC)^T + (A+LC)R < 0 \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} AR+RA^T - \gamma BB^T & RC^T - \gamma BD^T & -LE^{1/2} \\ CR - \gamma BD^T & -\gamma E & E^{1/2} \\ -E^{1/2}L^T & E^{1/2} & -\gamma I_{n_y} \end{pmatrix} < 0 \quad (7)$$

□

بعد از بررسی شرایط امکان‌پذیری مساله در نامساوی‌های فوق، کنترل کننده K_∞ با استفاده از لم کران حقیقی به صورت زیر ساخته می‌گردد [۱۴]:

$$K_\infty = \tilde{k}(I + D\tilde{k})^{-1} \quad (8)$$

که در آن \tilde{k} با حل نامساوی زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{k}\tilde{C} + \tilde{C}^T\tilde{k}^T\tilde{B}^T < 0 \quad (9)$$

که در رابطه فوق ماتریس‌های $\tilde{C}, \tilde{B}, \tilde{A}$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} AR+RA^T & 0 & RC^T & -LE^{1/2} \\ 0 & -\gamma I_{n_u} & 0 & 0 \\ CR & 0 & -\gamma I_{n_y} & E^{1/2} \\ -E^{1/2}L^T & 0 & E^{1/2} & -\gamma I_{n_y} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} B \\ I_{n_u} \\ D \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} CR & 0 & 0 & E^{1/2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

که در آن ماتریس لیپانوف R با استفاده از لم ۱ بدست می‌آید.

در حالت کلی طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه به دید مهندسی و تجربه طراح بستگی دارد. این وزن‌ها می‌باشد که به گونه‌ای طراحی شوند که تمامی معیارهای کارآیی در حوزه فرکانس به خوبی ارضاء شوند. یعنی بهره تابع در فرکانس‌های پایین و بالا به ترتیب به اندازه کافی بزرگ و کوچک شود. همچنین در حوالی فرکانس عبور پاسخ فرکانسی دارای شب تند نباشد. برای اجتناب از طراحی وزن‌ها به صورت کلاسیک اخیراً روش‌های سیستماتیکی ارائه شده است [۱۷، ۱۸]. در این مقاله از روش سیستماتیک ارائه شده در [۱۸] برای طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه و کنترل کننده استاتیکی مقاوم استفاده شده است.

۳- تعاریف و فرضیات

کنترل کننده محلی استفاده شده است. اساس این ایده تبدیل یک سیستم وابسته به پارامتر به یک سیستم LTI بوده که در آن وابستگی به پارامتر به صورت وجود نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول سیستم LTI مدل می‌گردد و با استفاده از لم ۲ تحلیل پایداری سیستم وابسته به پارامتر انجام می‌گیرد.

سیستم وابسته به پارامتر $G(\rho)$ را به ازای محدوده تغییرات پارامتر $\rho \in U_i$ در نظر بگیرید. این سیستم را می‌توان به صورت یک سیستم LTI $(G(\rho_i))$ در نظر گرفت که در آن تمام وابستگی‌های سیستم به پارامتر ρ به صورت وجود نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول آن مدل می‌گردد. برای این منظور باید توجه کرد که همواره می‌توان سیستم وابسته به پارامتر $G(\rho)$ را به ازای تغییرات پارامتر $\rho \in U_i$ در تمام نقاط فریز کرد و با G_Δ نمایش داد که در آن G_Δ به صورت زیر می‌باشد:

$$(1) \quad G_\Delta = G(\rho) \Big|_{\rho=\rho_k, \rho_k \in U_i}$$

فرض کنید درون هر ناحیه i نقطه ρ_i به عنوان نقطه نامی انتخاب گردد. می‌توان به ازای هر سیستم فریز شده G_Δ ، کمترین مقدار نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول سیستم نامی $(G(\rho_i))$ را مطابق رابطه (۱) به گونه‌ای یافت که سیستم نامی به سیستم G_Δ تبدیل شود و آن را با $\delta_v(G(\rho_i), G_\Delta)$ نمایش داد. علاوه بر آن بیشینه مقدار نرم نامعینی به ازای تمام تغییرات پارامتر $\rho \in U_i$ درون ناحیه i ، برای آن که سیستم نامی به سیستم G_Δ تبدیل شود با β_i نمایش داده می‌شود یعنی:

$$(2) \quad \sup_{G_\Delta \subset G(\rho)} \delta_v(G(\rho_i), G_\Delta) = \beta_i$$

آن‌گاه می‌توان سیستم وابسته به پارامتر $G(\rho)$ به ازای محدوده تغییرات پارامتر $\rho \in U_i$ را به صورت یک سیستم نامی $(G(\rho_i))$ در نظر گرفت که دارای بیشینه نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول خود به اندازه β_i می‌باشد. در نتیجه مطابق لم ۲ می‌توان گفت چنان‌چه کنترل کننده‌ای بتواند سیستم نامی $(G(\rho_i))$ را پایدار کند و پارامتر $G(\rho)$ را به ازای محدوده تغییرات پارامتر $\rho \in U_i$ پایدار نماید.

با توجه به روش بیان شده، می‌توان محدوده تغییرات متغیرهای زمان‌بندی بهره ($\rho \in \Gamma$) را به گونه‌ای به چند زیرناحیه U_i ، ($i=1, \dots, q$) تقسیم کرد که اولاً اجتماع این زیرناحیه‌ها تمام فضای تغییرات متغیرهای زمان‌بندی بهره را پوشش دهد (یعنی $\bigcup_{i=1}^q U_i \subset \Gamma$) و همچنین هر کنترل کننده نامی طراحی شده برای هر زیرناحیه توانایی تضمین پایداری برای سیستم وابسته به پارامتر درون v -gap با توجه به خود را داشته باشد. با فرض این که زیرناحیه‌های ($i=1, \dots, q$) روش درونیابی پایدار بین دو کنترل کننده انتخاب شده‌اند قضیه زیر ایجاد می‌گردد. همچنین از این روش برای پیدا کردن ناجیه محلی پایدار برای یک سیستم وابسته به پارامتر استفاده خواهد شد. در مرجع [۵] از ایده‌های مشابه این روش برای پیدا کردن نقاط کار بهینه برای طراحی

metric پیشنهاد شده است. انگیزه گسترش ایده‌های gap یا v-gap در اندازه‌گیری تفاوت رفتار حلقه‌بسته دو سیستم از روی رفتار حلقه‌باز آن‌ها می‌باشد. **Error! Reference source not found.** فرض کنید ضرایب نسبت به هم اول سیستم $G = NM^{-1}$ باشد. آن‌گاه فاصله v-gap بین سیستم‌های G, G_Δ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۱۵]:

$$(1) \quad \delta_v(G, G_\Delta) = \inf_{\substack{\left[\begin{matrix} \Delta_N \\ \Delta_M \end{matrix} \right] \in RL_\infty \\ wnode(M + \Delta_M) = \eta(G)}} \left\{ \left\| \begin{matrix} \Delta_N \\ \Delta_M \end{matrix} \right\|_\infty : G_\Delta = (N + \Delta_N)(M + \Delta_M)^{-1} \right\}$$

که در آن $g(s)$ برابر تعداد چرخش منحنی نایکوئیست تابع $g(s)$ حول مبدأ در جهت چرخش عقره‌های ساعت بوده و $(G)_\eta$ برابر تعداد قطب‌های سمت راست سیستم G می‌باشد. این رابطه بیان‌گر آن است که می‌توان با پیدا کردن مقدار کمینه نامعینی لازم روی ضرایب نسبت به هم اول سیستم نامی به گونه‌ای که به سیستم اغتشاش‌یافته تبدیل شود، به مقدار مشابه رفتار دینامیکی حلقه‌بسته دو سیستم با یک فیدبک پی برد. لم زیر ارتباط بین مفهوم v-gap و پایداری را به خوبی بیان می‌کند [۱۵]:

لم ۱: سیستم نامی G که در آن $\beta \leq \alpha < \varepsilon_{opt}(G)$ است را درنظر بگیرید. برای کنترل کننده داده شده K و برای تمام سیستم‌های غیر نامی که دارای ویژگی $\delta_v(G, G_\Delta) \leq \beta$ هستند، رابطه زیر برقرار است:

$$(2) \quad \arcsin[G, K] > \arcsin\alpha - \arcsin\beta$$

اگر و فقط اگر: $\square . \varepsilon[G, K] > \alpha$

با قرار دادن $\beta = \alpha$ در لم ۲ می‌توان گفت $[G_\Delta : K]$ پایدار است اگر و فقط اگر $\varepsilon[G, K] > \alpha$.

لم ۳: فرض کنید سیستم فیدبک $[G : K]$ پایدار باشد. مجموعه‌های π و κ را به صورت زیر در نظر بگیرید **Error! Reference source not found.**

$$(3) \quad \pi := \{G_\Delta : \delta_v(G_\Delta, G) < r_1\}, \quad \kappa := \{K_\Delta : \delta_v(K_\Delta, K) < r_2\},$$

آن‌گاه سیستم فیدبک $[G_\Delta : K_\Delta]$ برای تمام $G_\Delta \in \pi$, $K \in \kappa$ پایدار است اگر و فقط اگر:

$$(4) \quad \arcsin[G, K] \geq \arcsin r_1 + \arcsin r_2$$

۴- روش درونیابی پایدار پیشنهادی

در این بخش روش درونیابی حفظ کننده پایداری ارائه می‌شود. ابتدا روشی برای تحلیل پایداری یک سیستم وابسته به پارامتر با ابزار v-gap metric ارائه می‌گردد. همچنین از این روش برای پیدا کردن ناجیه محلی پایدار برای یک سیستم وابسته به پارامتر استفاده خواهد شد. در مرجع [۵] از ایده‌های مشابه این روش برای پیدا کردن نقاط کار بهینه برای طراحی

می توان بهازای هر سیستم فریزشده K_{Δ} ، کمترین مقدار نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول کنترل کننده نامی K_i را مطابق رابطه (۱) به گونه ای یافت که کنترل کننده نامی به کنترل کننده K_{Δ} تبدیل شود و آن را با $\hat{K}_i(\rho)$ نمایش داد. علاوه بر آن بیشینه مقدار نرم نامعینی بهازای تمام تغییرات پارامتر ρ درون ناحیه $[a_i \ b_i]$ ، برای آن که کنترل کننده نامی به کنترل کننده K_{Δ} تبدیل شود مطابق رابطه (۶) با r_2 نمایش داده می شود. آن گاه می توان کنترل کننده زمان بندی بهره (ρ) به ازای محدوده تغییرات پارامتر $\rho \in [a_i \ b_i]$ را به صورت يك کنترل کننده نامی K_i در نظر گرفت که دارای بیشینه نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول خود به اندازه r_2 می باشد. همچنین اگر بیشینه مقدار نرم نامعینی بهازای تمام تغییرات پارامتر ρ درون ناحیه $[a_i \ b_i]$ شود مطابق رابطه (۵) با r_1 نمایش داده شود، آن گاه مطابق لم ۳ می توان نتیجه گرفت اگر رابطه (۴) برقرار باشد آن گاه کنترل کننده $\hat{K}_i(\rho)$ سیستم $G(\rho)$ را درون ناحیه مشترک پایداری $\rho \in [a_i \ b_i]$ پایدار می کند.

بايد توجه کرد اگر شرط رابطه (۴) برقرار نباشد می بايست ناحیه مشترک پایداری را کوچکتر انتخاب کرد و اين کار می بايست آنقدر ادامه يابد تا شرط مذکور صادق باشد. در نهايىت با استفاده از قضيه ۱، بهمنظور برقراری پایداری سیستم در کل بازه $\rho \in [\rho_i \ \rho_{i+1}]$ کنترل کننده فراگير بصورت زير تعریف می شود:

$$K_i(\rho) = \begin{cases} K_i & \rho \in [\rho_i \ a_i] \\ \hat{K}_i(\rho) & \rho \in [a_i \ b_i] \\ K_{i+1} & \rho \in (b_i \ \rho_{i+1}] \end{cases} \quad (7)$$

که در آن ضرایب کنترل کننده تابع پیوسته ای از پارامتر ρ خواهد بود. حال می توان روش ارائه شده برای درونیابی پایدار در محدوده تغییرات $\rho \in [\rho_i \ \rho_{i+1}]$ را به راحتی تعیین داد به گونه ای که تمام فضای تغییرات پارامتر ρ را پوشش دهد. برای اين کار فرض کنید بهازای هر ناحیه مشترک پایداری $[a_i \ b_i]$ کنترل کننده های حفظ کننده پایداری $K_i(\rho)$ مطابق رابطه (۷) طراحی شده است. کنترل کننده زمان بندی بهره حفظ کننده پایداری نهایی برای تمام ناحیه Γ به صورت زير خواهد بود:

$$K(\rho) = \begin{cases} K_i, & \rho \in U_i, \rho \notin \bigcup_{j=1}^{q-1} [a_j \ b_j], i = 1, \dots, q \\ \hat{K}_j(\rho), & \rho \in [a_j \ b_j], j = 1, \dots, q-1 \end{cases} \quad (8)$$

بهمنظور شفاف تر شدن مراحل طراحی کنترل کننده زمان بندی بهره، تمام مراحل طراحی در قالب نمودار گردشی در شکل ۱ آمده است.

۵- طراحی خودخلبان مقاوم زمان بندی بهره

مشترک از اشتراك دو زيرناحیه پایدار دو کنترل کننده مجاور به دست آمده است. چنان چه اثبات پایداری برای درونیابی بين دو کنترل کننده مجاور K_i و K_{i+1} و برای ناحیه مشترک پایداری $[a_i \ b_i] \subset (U_i \cap U_{i+1})$ ، انجام گيرد، به راحتی می توان همين اثبات را برای نواحی مشترک پایداری بعدی انجام داد و کنترل کننده زمان بندی بهره کلی را یافت.

قضيه ۱: کنترل کننده های محلی K_i و K_{i+1} در نقاط ρ_i و ρ_{i+1} را درنظر بگيريد بطوری که سیستم $G(\rho)$ را در زيرناحیه U_i پایدار می کند و ناحیه مشترک پایداری آنها به صورت $[a_i \ b_i] \subset (U_i \cap U_{i+1})$ می باشد. کنترل کننده درونیابی شده $\hat{K}_i(\rho)$ بصورت:

$$\hat{K}_i(\rho) = \left(\frac{b_i - \rho}{b_i - a_i} \right) K_i + \left(\frac{\rho - a_i}{b_i - a_i} \right) K_{i+1} \quad (3)$$

سیستم $G(\rho)$ را بهازای ناحیه $[a_i \ b_i]$ پایدار می نماید اگر رابطه زير برقرار باشد:

$$\arcsin \varepsilon_{G(d_i), K_i} \geq \arcsin r_1 + \arcsin r_2 \quad (4)$$

که در آن r_1 و r_2 به صورت زير تعریف می شود:

$$\sup_{G_{\Delta} \subset G(\rho) \text{ for } \rho \in [a_i \ b_i]} \delta_v(G(\rho), G_{\Delta}) = r_1 \quad (5)$$

$$\sup_{K_{\Delta} \subset K(\rho) \text{ for } \rho \in [a_i \ b_i]} \delta_v(K_i, K_{\Delta}) = r_2 \quad (6)$$

و G_{Δ} و K_{Δ} برابر با $\hat{K}_i(\rho)$ و $G(\rho)$ به ازاي مقادير فريز شده $\rho \in [a_i \ b_i]$ می باشنند.

اثبات: فرض کنید کنترل کننده محلی K_i و K_{i+1} سیستم $G(\rho)$ را بهازای $[a_i \ b_i]$ و $[\rho_i \ \rho_{i+1}]$ (در نتیجه ناحیه مشترک پایداری $[a_i \ b_i]$ $\rho \in [\rho_i \ \rho_{i+1}]$ باشد). با استفاده از لم ۳ می توان نشان داد کنترل کننده زمان بندی بهره $\hat{K}_i(\rho)$ سیستم $G(\rho)$ را پایدار می کند. روش کار به صورت زير می باشد:

کنترل کننده زمان بندی بهره $\hat{K}_i(\rho)$ را به ازاي محدوده تغییرات پارامتر $\rho \in [a_i \ b_i]$ در نظر بگيريد. فرض کنید سیستم $G(\rho)$ به ازاي $\rho = a_i$ به عنوان سیستم نامی و کنترل کننده محلی K_i مربوط به ناحیه پایداری $(\rho_i \ b_i)$ نيز به عنوان کنترل کننده نامی در نظر گرفته شود، آن گاه کنترل کننده وابسته به پارامتر ρ $\hat{K}_i(\rho)$ را می توان به صورت يك کنترل کننده نامی LTI در نظر گرفت که در آن تمام وابستگی های کنترل کننده به پارامتر ρ به صورت وجود نامعینی روی ضرایب نسبت به هم اول آن مدل می گردد. برای اين منظور باید توجه کرد که همواره می توان کنترل کننده زمان بندی بهره $\hat{K}_i(\rho)$ را بهازای تغییرات پارامتر $\rho \in [a_i \ b_i]$ در نقاط مختلف فریز کرد و با K_{Δ} نمایش داد. همچنین

$$\begin{aligned} Y &= QS \left(C_{y\beta} \beta + C_{y\delta} \delta_r + C_{y_r} \cdot \frac{D}{2U} R \right) \\ Z &= QS \left(C_{z\alpha} \alpha + C_{z\delta} \delta_e + C_{z_q} \cdot \frac{D}{2U} Q \right) \\ L &= QSD \left(C_{l\alpha} \alpha + C_{l_p} \cdot \frac{D}{2V} P \right) \\ M &= QSD \left(C_{m\alpha} \alpha + C_{m\delta} \delta_e + C_{m_q} \cdot \frac{D}{2U} Q \right) \\ N &= QSD \left(C_{n\beta} \beta + C_{n\delta} \delta_e + C_{n_r} \cdot \frac{D}{2U} R \right) \end{aligned} \quad (2)$$

معادلات فوق در کanal پیچش، بعد از خطی‌سازی توسط یک سیستم خطی وابسته به پارامتر $G(\rho)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$G(\rho) \equiv \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 1 \\ M_\alpha & 0 \\ V_m Z_\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_\delta \\ M_\delta \\ V_m Z_\delta \end{bmatrix} \quad (3)$$

که در رابطه فوق ضرایب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} Z_\alpha &= \frac{SQC_{z\alpha}}{m} \quad M_\alpha = \frac{SQDC_{m\alpha}}{I_y} \\ Z_\delta &= \frac{SQC_{z\delta}}{m} \quad M_\delta = \frac{SQDC_{m\delta}}{I_y} \end{aligned} \quad (4)$$

مدل فوق وابسته به پارامترهای فشار دینامیکی (Q)، و عدد ماخ (M) می‌باشد. اما به منظور سهولت پیاده‌سازی و طراحی تنها از متغیر فشار دینامیکی ($Q = \rho$) که بیشترین تاثیر را در رفتار دینامیکی سیستم حلقبسته دارد، برای زمان‌بندی بهره استفاده شده و اثر متغیر دیگر روى پایداری با ابزار v-gap تبدیل عملگر بالک نیز با یک تابع تبدیل درجه ۲ پارامتر زمان‌بندی بهره ρ به صورت زیر می‌باشد که با Γ مشخص شده است:

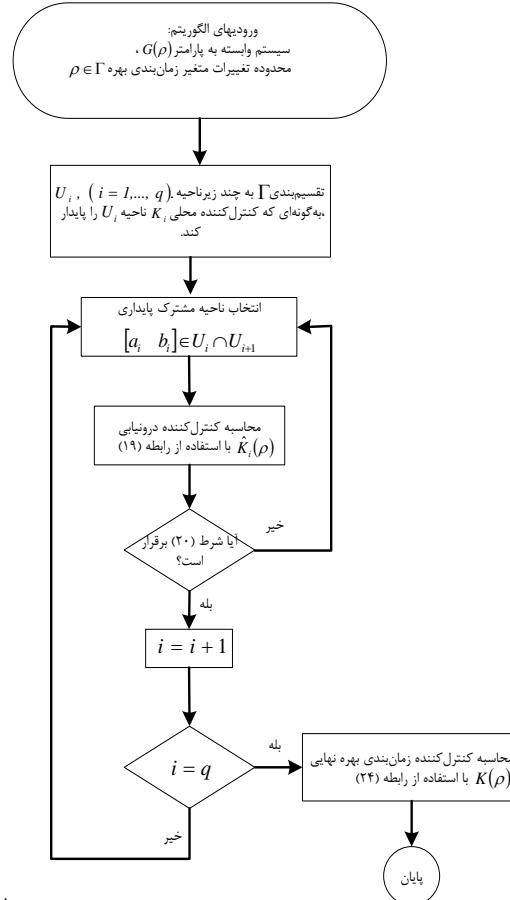
$$\Gamma: 300000 < \rho < 200000 \quad (5)$$

خروجی سیستم، شتاب رهگیر (a_z) بوده و ورودی نیز تغییر زاویه بالک (δ_e) می‌باشد. تابع تبدیل عملگر بالک نیز با یک تابع تبدیل درجه ۲ با فرکانس طبیعی 200 rad/sec و ضریب میرایی $7/0$ به صورت زیر تقریب زده شده است:

$$\frac{\delta(s)}{\delta_c(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6)$$

با استفاده از مدل یافته شده در رابطه (۳) به سادگی می‌توان توابع تبدیل شتاب خروجی (a_z) نسبت به تغییر زاویه بالک (δ) و سرعت زاویه‌ای (q) نسبت به δ را یافت. معمولاً به منظور داشتن پاسخ گذراش مناسب در حلقه خودخلبان، از حلقه داخلی سرعت زاویه‌ای مطابق شکل ۲ استفاده می‌شود. با استفاده از ژیروسکوپ نرخی و با فیدبک گرفتن از

مدل دینامیکی رهگیر یک مدل غیرخطی وابسته به پارامتر می‌باشد. معادلات شش درجه آزادی رهگیر در دستگاه بدنی به صورت زیر می‌باشد [۱۹]:

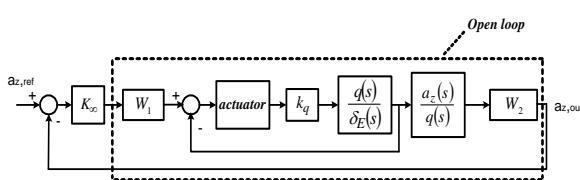


کل ۱. نمودار گردشی مراحل طراحی کنترل کننده زمان‌بندی بهره.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} &= m \begin{bmatrix} (\dot{U} + QW - RV) \\ (\dot{V} + RU) \\ (\dot{W} - QU) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} &= I_x \dot{P} \\ &= I_y \dot{Q} \\ &= I_z \dot{R} \end{aligned} \quad (1)$$

که نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی در روابط بالا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

در مشخصات هر زیرناحیه U_i به همراه بیشینه v-gap و حاشیه پایداری مقاوم آن آمده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود ملاحظات پایداری بیان شده در رابطه (۴) در هر زیرناحیه رعایت می‌گردد. در جدول ۲ مشخصات سیستم حلقه‌باز نامی به همراه وزن‌های شکل‌دهی حلقه و کنترل کننده استاتیکی مقاوم طراحی شده برای مدل رهگیر آمده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد کنترل کننده مقاوم بدون درجه می‌باشد. در جدول ۱ زیرناحیه‌های محلی U_i به گونه‌ای پیدا شد که اجتماع آن‌ها تمام محدوده تغییرات پارامتر Γ را پوشش دهد. در ادامه می‌باشد. در جدول ۱ زیرناحیه‌های محلی U_i به گونه‌ای پیدا شد که اجتماع آن‌ها تمام محدوده تغییرات پارامتر Γ را پوشش دهد. در ادامه انتخاب نواحی مشترک پایداری $[a_i \ b_i]$ درون اشتراک دو زیرناحیه محلی مجاور را به گونه‌ای یافت که شرط پایداری بیان شده در رابطه (۴) ارضاء شود. برای این منظور ابتدا نواحی مشترک پایدار به صورت $[a_i \ b_i] = (U_i \cap U_{i+1})$ می‌باشد. شرط پایداری (۴) مورد بررسی قرار گیرد. اگر این شرط برقرار نبود بازه‌ی $[a_i \ b_i]$ باید به صورت محدودتر و به صورت زیرمجموعه ناحیه اشتراک پایداری بصورت $[a_i \ b_i] \subset (U_i \cap U_{i+1})$ می‌باشد آن‌قدر کوچک شود که رابطه (۴) برقرار گردد. در جدول ۳ مشخصات نواحی $(U_i \cap U_{i+1})$ و بازه‌های $[a_i \ b_i]$ بیان شده است.



شکل ۲. تابع حلقه‌باز شکل‌دهی شده برای تحلیل پایداری با ابزار v-gap

سرعت زاویه‌ای کanal پیچ می‌توان به سادگی کنترل کننده تناسی k_q را طراحی کرد.

به منظور طراحی خودخلبان مقاوم برای رهگیر ارائه شده، می‌باشد ابتدا زیر نواحی پایدار ($i=1, \dots, q$) درون محدوده تغییرات پارامتر Γ به گونه‌ای یافت شود که در هر زیرناحیه شرط پایداری بیان شده صادق باشد ($\epsilon[G(\rho_i), k_i] > \beta_i$). برای این منظور نقطه ابتدای محدوده تغییرات پارامتر زمان‌بندی بهره $\rho_1 = 30000$ به عنوان نقطه نامی اول برای طراحی کنترل کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H^∞ انتخاب می‌شود. وزن شکل‌دهی حلقه W_1 برابر یک و W_2 نیز با استفاده از مساله بهینه‌سازی (۱۵) و الگوریتم به دست آمده در [۱۸] طراحی می‌شود. حال با توجه به شکل ۲ تابع شکل‌دهی شده $G_s(\rho_1) = W_2 G(\rho_1) W_1$ به عنوان تابع حلقه‌باز نامی (تابع نشان داده شده در شکل ۲ درون نقطه‌چین) انتخاب شده و کنترل کننده استاتیکی مقاوم مطابق روابط (۸)- (۱۲) برای آن طراحی می‌گردد. حاشیه‌پایداری مقاوم برای سیستم شکل‌دهی شده $G_s(\rho_1)$ نیز با استفاده از الگوریتم به دست آمده در **Error! Reference source not found.** محاسبه آمده در بعد از به دست آمدن حاشیه پایداری مقاوم برای سیستم شکل‌دهی شده $(G_s(\rho_1), \rho_1)$ می‌توان ناحیه U_1 که در آن شرط پوشش دارد. برای این منظور پارامتر ρ آن‌قدر افزایش می‌باید تا بیشینه v-gap ایجاد شده بین سیستم‌های شکل‌دهی شده و سیستم نامی (مطابق رابطه (۲)) از حاشیه‌پایداری مقاوم سیستم شکل‌دهی شده نامی کمتر باشد. به همین ترتیب انتهای بازه U_1 به عنوان نقطه ابتدای بازه U_2 انتخاب شده و تمام مراحل بیان شده در این جا برای پیدا کردن بازه U_1 دوباره تکرار می‌گردد. این کار آن‌قدر انجام می‌شود تا اجتماع زیرناحیه‌های محلی U_i تمام محدوده تغییرات پارامتر Γ را پوشش دهد (یعنی $U_i \subset \bigcup_{i=1}^q U_i$).

جدول ۱. مقایسه حاشیه‌پایداری مقاوم با بیشینه v-gap به دست آمده درون هر زیرناحیه

زیرناحیه ۴	زیرناحیه ۳	زیرناحیه ۲	زیرناحیه ۱	
۰/۵۵	۰/۵۲	۰/۴۵	۰/۳۱	حاشیه‌پایداری مقاوم
۰/۴	۰/۴۹	۰/۴۲	۰/۲۷	v-gap بیشترین
$100000 < U_1 < 200000$	$70000 < U_1 < 140000$	$35000 < U_2 < 90000$	$30000 < U_1 < 55000$	محدوده بازه‌های U_i

جدول ۲. مشخصات نقاط کار نامی به همراه کنترل کننده محلی و وزن‌های شکل‌دهی حلقة در هر نقطه

کنترل کننده استاتیکی مقاوم	وزن شکل‌دهی حلقة	سیستم نامی	
$K_{\infty,1} = 0.78$ $k_{q,1} = -1.25$	$W_{2,1} = \frac{0.001(s+3)(s^2 + 91s + 20000)}{(s+117)(s+16)(s+0.0001)}$	$P_1 = \frac{44000(s-6.7)(s+6.7)}{(s+3.5)(s+1.1)(s^2 + 116s + 4604)}$ $Q_1 = 30000$	زیرناحیه ۱
$K_{\infty,2} = 0.52$ $k_{q,2} = -0.95$	$W_{2,2} = \frac{0.001(s+60000)(s^2 + 26s + 0.95)}{(s+7420)(s+6.4)(s+0.0001)}$	$P_1 = \frac{163000(s-9.97)(s+9.8)}{(s+21)(s+0.75)(s^2 + 98s + 2939)}$ $Q_2 = 60000$	زیرناحیه ۲

$K_{\infty,3} = 0.63$ $k_{q,3} = -0.75$	$W_{2,3} = \frac{0.005(s+20000)(s^2+4.6s+35)}{(s+3183)(s+8.15)(s+0.0001)}$	$P_1 = \frac{36444(s-13.34)(s+13.21)}{(s^2+5.5s+33)(s^2+116s+4625)}$ $Q_3 = 100000$	زیرناحیه ۳
$K_{\infty,4} = 0.86$ $k_{q,4} = -0.45$	$W_{2,4} = \frac{0.003(s+2600)(s^2+5.5s+29)}{(s+3401)(s+14)(s+0.0001)}$	$P_1 = \frac{55564(s-16.7)(s+16.7)}{(s^2+6.6s+24)(s^2+114s+4504)}$ $Q_4 = 150000$	زیرناحیه ۴

 جدول ۳. مشخصات اشتراک نواحی محلی پایدار به هر آنچه تضمین کننده پایداری $[a_i \ b_i]$

زیرناحیه ۳ و زیرناحیه ۴	زیرناحیه ۲ و زیرناحیه ۳	زیرناحیه ۱ و زیرناحیه ۲	
$U_3 \cap U_4 = [100000 \ 140000]$	$U_2 \cap U_3 = [70000 \ 90000]$	$U_1 \cap U_2 = [35000 \ 55000]$	محدوده اشتراک دو زیرناحیه محلی
$[a_3 \ b_3] = [110000 \ 130000]$	$[a_2 \ b_2] = [75000 \ 85000]$	$[a_1 \ b_1] = [40000 \ 50000]$	محدوده مشترک پایداری $[a_i \ b_i]$

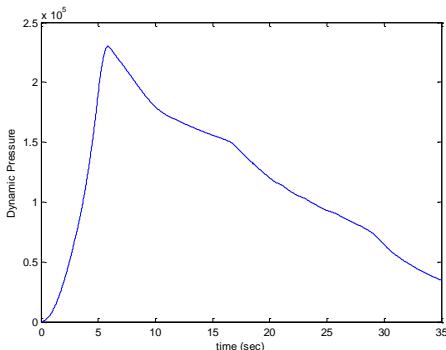
در ادامه برای نشان دادن کارآیی کنترل کننده زمان بندی بهره نهایی در سیستم غیرخطی، شبیه‌سازی سه درجه آزادی انجام می‌گیرد. به منظور مقایسه روش ارائه شده در این مقاله با سایر روش‌های کلاسیک زمان بندی بهره، درونیابی بین صفر-قطب-بهره^۱ (zpk) کنترل کننده‌های محلی که یکی از روش‌های کلاسیک درونیابی است نیز مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار می‌گیرد^{[۲۰]-[۲۱]}. در روش درونیابی بین صفر-قطب-بهره کنترل کننده‌های محلی، ابتدا در نقاط کار مختلف کنترل کننده‌های محلی طراحی شده و سپس با درونیابی خطی بین این کنترل کننده‌ها، کنترل کننده زمان بندی بهره به دست می‌آید. انتخاب نقاط کار در این روش کلاسیک بستگی به تحریج طراح داشته و فاقد روش سیستماتیک است. همچنین روش مورد نظر دارای اثبات پایداری نمی‌باشد. به منظور مقایسه بین دو روش بیان شده از همان نقاط کار به دست آمده در جدول ۲ برای طراحی کنترل کننده‌های محلی اسقفا شده است. همچنین برای طراحی کنترل کننده‌های محلی از کنترل کننده PID استفاده می‌شود. در جدول ۴ مشخصات کنترل کننده‌های محلی برای نقاط کار مختلف برای روش PID آمده است.

دستور ورودی مطابق شکل ۵ به سیستم غیرخطی اعمال شده و نتایج تعییب دستور ورودی برای هر دو روش نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد که روش درونیابی ارائه شده دارای عملکرد بهتری می‌باشد. علاوه بر آن روش درونیابی ارائه شده دارای اثبات پایداری می‌باشد در حالی که در روش کلاسیک درونیابی، تضمینی برای پایداری سیستم وابسته به پارامتر زمان بندی ندارد. در شکل ۶ نشان داده شده است که تمام ناحیه پروازی رهگیر با ساریوی طراحی شده تحریک می‌گردد.

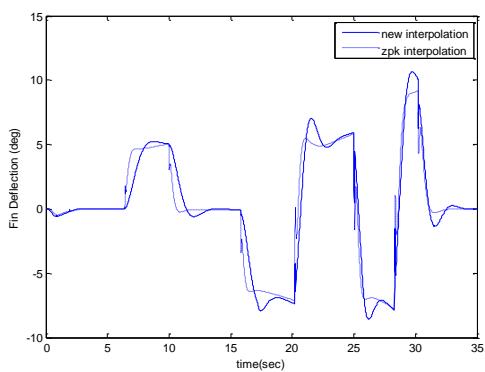
۸- نتایج شبیه‌سازی

به منظور بررسی روش مذکور در پایداری و کارآیی کنترل کننده فرآگیر نهایی شبیه‌سازی سه درجه آزادی انجام می‌گردد. شبیه‌سازی سه درجه آزادی بر مبنای معادلات غیرخطی (۱) و (۲) انجام شده است. نتایج ارائه شده در اینجا برای یک رهگیر از نوع کنترل با دم بوده و به منظور سادگی، فرمان شتاب تنها به کanal پیچ اعمال می‌گردد. همان‌گونه که بیان شد برای بهبود عملکرد سیستم در تعییب دستور ورودی، ابتدا می‌بایست حلقه داخلی سرعت زاویه‌ای (حلقه داخلی نشان داده شده در شکل ۲) با ضربی مناسب k_q بسته شود. در جدول ۲ ضربی k_q در نقاط کار مختلف آمده است. بعد از طراحی ضربی k_q وزن‌های شکل‌دهی حلقه و کنترل کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H ∞ با استفاده از الگوریتم بیان شده در مرجع [۱۸] در هر نقطه کار طراحی شده که نتایج آن در جدول ۲ آمده است. در نهایت درونیابی بین کنترل کننده‌های محلی با استفاده از روش بیان شده در بخش قبل انجام می‌گیرد. ساریوی پروازی رهگیر به گونه‌ای انتخاب می‌شود که تمام ناحیه تغییرات پارامتر زمان بندی بهره (فشار دینامیکی) را پوشش دهد. بررسی نتایج شبیه‌سازی در دو مرحله صورت می‌گیرد. در مرحله اول پایداری و کارآیی کنترل کننده‌های محلی در نقاط کار نامی مورد بررسی قرار گرفته و در مرحله دوم عملکرد کنترل کننده فرآگیر در سیستم غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای مشاهده کارآیی کنترل کننده زمان بندی بهره در سیستم خطی، پاسخ پله سیستم حلقه بسته در حالت نامی و در نقاط کار اول تا چهارم به همراه حد بهره و حدفاز آن‌ها در شکل ۳ و شکل ۴ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که تمامی معیارهای کارآیی و پایداری در حالت خطی به خوبی ارضاع شده است.

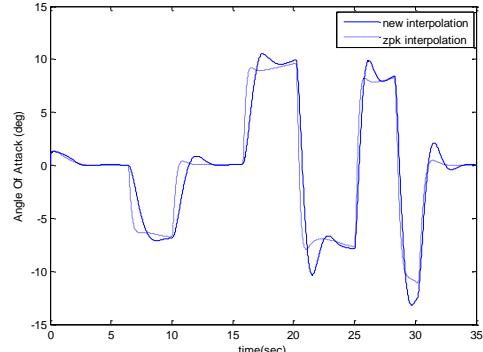
^۱ Zero-pole-gain interpolation



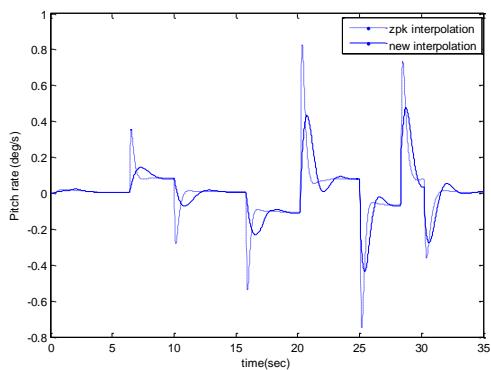
شکل ۶. فشار دینامیکی



شکل ۷. سیگنال کنترلی ورودی به عملگر

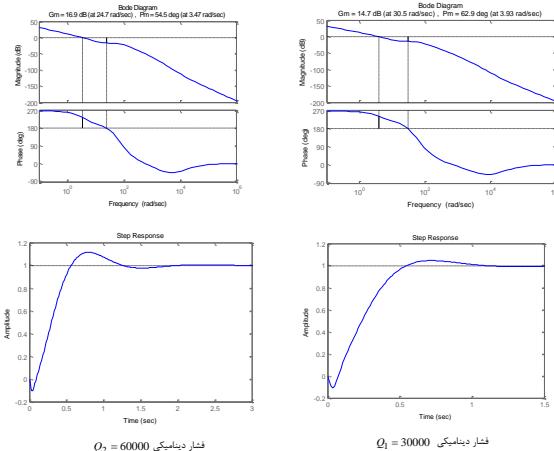


شکل ۸. زاویه حمله

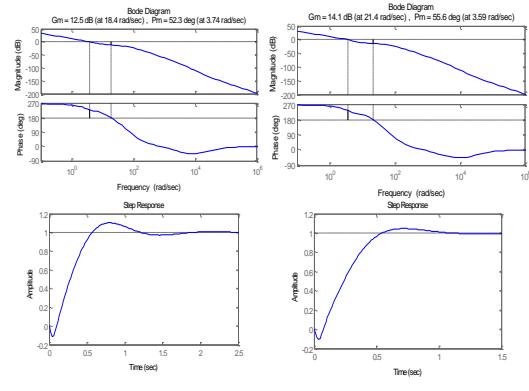


شکل ۹. سرعت زاویه‌ای کاتال پیج

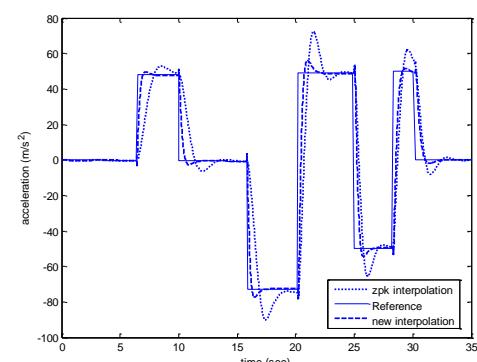
مشاهده می شود که عملکرد کنترل کننده زمان بندی بهره خوب بوده و مطابق شکل ۷ سیگنال های کنترلی تولید شده نیز مناسب می باشد. زاویه حمله رهگیر و سرعت زاویه‌ای کاتال پیج نیز در شکل ۸ و شکل ۹ آمده است که نشان دهنده عملکرد مطلوب سیستم می باشد.



شکل ۱۰. پاسخ پله و حدبهره و حدفاز برای نقاط کار اول و دوم



شکل ۱۱. پاسخ پله و حدبهره و حدفاز برای نقاط کار سوم و چهارم



شکل ۱۲. سیگنال شتاب مرجع و خروجی

جدول ۴. مشخصات نقاط کار نامی به همراه کنترل کننده محلی PID

کنترل کننده محلی PID	سیستم نامی	نقاط کار
$K_1 = -0.18 \frac{1+0.96s}{s}$	$P_1 = \frac{44000(s-6.7)(s+6.7)}{(s+3.5)(s+1.1)(s^2 + 116s + 4604)}$ $Q_1 = 30000$	۱
$K_2 = -3.69 \frac{1+0.5s}{s}$	$P_1 = \frac{163000(s-9.97)(s+9.8)}{(s+21)(s+0.75)(s^2 + 98s + 2939)}$ $Q_2 = 60000$	۲
$K_1 = -0.047 \frac{1}{s}$	$P_1 = \frac{36441(s-13.34)(s+13.21)}{(s^2 + 5.5s + 33)(s^2 + 116s + 4625)}$ $Q_3 = 100000$	۳
$K_1 = -0.02 \frac{1+0.14s}{s}$	$P_1 = \frac{55564(s-16.7)(s+16.7)}{(s^2 + 6.6s + 24)(s^2 + 114s + 4504)}$ $Q_4 = 150000$	۴

- [5] S. Theodoulis and G. Duc, "Missile autopilot design: gain scheduling and the gap metric", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 32, No.3, pp. 986-996, 2009.
- [6] M. Sato . "Gain Scheduled Output-feedback depending solely on scheduling parameters via parameter-dependent lyapunov functions". *Automatica*, Vol.47, pp.2786 2790, 2011.
- [7] F. Blanchini, S. Miani, F. Mesquine. "A separation principle for linear switching systems and parameterization of all stabilizing controllers". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54, 279–292, 2009.
- [8] F.D. Bianchi, R.S. Sanchez-Pena, M. Guadayol, "Gain scheduled control based on high fidelity local wind turbine models". *Renewable energy*, Vol.37, pp.233-240, 2012.
- [9] B. Hencey, A. Alleyne. "Robust controller interpolation design technique". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 18, pp. 1–10, 2010.
- [10] F.D. Bianchi., R.S. Sanchez Pena, "Interpolation for gain-scheduled control with guarantees"; *Automatica*, Vol. 47, pp.239 243, 2011.
- [11] B.P. Rasmussen, and A. Alleyne, "Gain scheduled control of an air conditioning system using the youla parameterization", *IEEE Transactions on Control system technology*, Vol.18, No.5, pp.1216 1225, 2010.
- [12] D.J. Stilwell, "state space interpolation for a gain scheduled autopilot", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 24, pp. 460 465, 2001.
- [13] D.J. Stilwell., and W.J. Rugh. "Stability preserving interpolation methods for the synthesis of gain

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش درونیابی پایدار برای طراحی خودخلبان رهگیر ارائه شده است. روش پیشنهادی دارای پیچیدگی کمتری نسبت به سایر روش‌های درونیابی بوده و علاوه بر آن تضمین کننده پایداری سیستم متغیر با پارامتر نیز می‌باشد. علاوه بر آن نشان داده شد که با استفاده از ابزار v-gap metric می‌توان نقاط کار مناسب برای طراحی کنترل کننده محلی انتخاب کرد. علاوه بر آن با کمک این ابزار می‌توان نواحی محلی پایداری را برای هر کنترل کننده محلی مشخص نمود. نتایج شبیه‌سازی سه درجه آزادی نشان‌دهنده عملکرد مطلوب کنترل کننده زمان‌بندی بهره نهایی می‌باشد.

مراجع

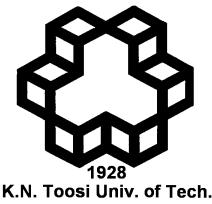
- [1] H. Buschek, "Full Envelope Missile Autopilot Design Using Gain Scheduled Robust Control", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 22, No. 1, pp.115 122, 1999.
- [2] S. Kang, H.J. Kim, J.I. Lee, B.E. Jun, and M.J. Tahk, "Roll-pitch-yaw integrated robust autopilot design for a high angle-of attack missile", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 5, pp. 1622 1628, 2009.
- [3] D. Saussie, L. Saydy, and O. Akhrif, "Gain scheduling control design for a pitch-axis missile autopilot", *AIAA Guidance, Navigation, and Control conference*, Honolulu, Hawaii, 2008.
- [4] D. J. Leith, W. E. Leithead, "Survey of gain scheduling analysis and design", *International journal of control*, Vol. 73, No.11, pp. 1001-1025, 2000.

حلقه H_∞ ، نشریه علمی-پژوهشی مهندسی هوانوردی، سال
سیزدهم، شماره دوم، صفحه ۹۴-۷۹، پائیز ۱۳۹۰.

- [19] G.M. Siouris, "Missile guidance and control systems", New York, Springer-verlag, Inc., 2004.
- [20] R.A. Nichols, R.A. Reichert, W.J. Rugh, "Gain scheduling for H-infinity controllers: A flight control example", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol(1), N(2), 69-79, 1993.
- [21] B. Paijmans, W. Sysmens, H.V. Brussel, J. Swevers, "A gain scheduling control technique for mechatronic systems with position-dependent dynamics", *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 2933-2938, 2006.

scheduled controllers", *Automatica*, Vol. 36, pp.665 671, 2000.

- [14] E. Prempain, I. Postlethwaite, "Static H_∞ loop shaping control of a fly-by-wire helicopter" *Automatica*, Vol. 41, pp. 1517 1528, sept. 2005.
- [15] G. Vinnicombe . *Uncertainty and feedback: h-infinity loop shaping and the v-gap metric*, Imperial college press, 1999.
- [16] K. Zhou, J.C. Doyle, and K. Glover, "Essential of robust control", Prentice Hall, 1998.
- [17] A. Lanzon, "Weight optimization in H_∞ loop shaping" *Automatica*, Vol. 41, No. 7, pp. 1201 1208, 2005.
- [18] معافی مدنی، محمدجواد، محمدزمان، ایمان، "طراحی خودخلبان با استفاده از روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهنده"



Journal of Control

(ISSN 2008-8345)

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology, Vol. 6, No. 1, Spring 2012.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Prof. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Mousavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Prof. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan , Prof. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Abbas. Sheri-Moghadam, Prof. Masoud Shafiee., Dr. Hamid Reza Momeni, Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Davod Karimzadegan, Ali Kiani.

P.O. Box 15815-3595, Tehran – IRAN
Tel : (+9821) 81032231
Fax: (+9821) 81032200

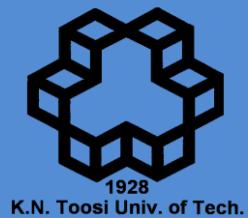
<http://www.isice.ir>

control@isice.ir

I
S
I
C
E

Journal of Control

ISSN 2008-8345



K.N. Toosi Univ. of Tech.

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology

Vol. 6, No. 1, Spring 2012

Contents

New Approach for Numerical Solution of Distributed Parameter Systems Optimal Control Problems	1
Seyed Mehdi Abasi, Ali Vahidian Kamyad	
An Efficient Multiclass Classification Method Based on Classifier Selection Technique	9
Mohammad Ali Bagheri, Gholamali Montazer	
Direct Piecewise Affine Systems: A New Class of Hybrid Systems with Affine Dynamics and Regulable Switching Boundaries	21
Hamed Molla Ahmadian Kaseb, Ali Karimpour and Naser Pariz	
Cooperative Decentralized Receding Horizon Control of Load-Frequency in a Two- Area Power System	31
Mohammad Miranbeigi, Behzad Moshiri , Ali Miranbeigi	
Implementation of Rough Neural Networks with Probabilistic Learning for Nonlinear System Identification	41
Seyyed Mohammad Javad Alehasher, Mohammad Teshnehab	
A Non-PDC H_∞ Output Feedback Controller Design for T-S Fuzzy Systems with Unknown Premise Variables and Control Constraints via LMI	51
Mohammad Hassan Asemani, Vahid Johari Majd	
A New Stability Preserving Interpolation Method in Robust Gain Scheduling Autopilot Design	61
Mohammad Javad Moafi Madani, Iman Mohammadzaman	