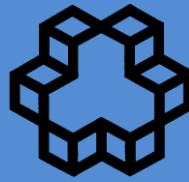




مجله کنترل

ISSN 2008-8345



قطب علمی کنسل صنعتی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۶، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۱

فهرست مقالات

یک رویکرد فعال جهت طراحی سیستم کنترل تحمل پذیر خطای مبتنى بر مدل برای موتورهای القایی سه فاز ۱

حامد رضایی، محمد جواد خسروجردی

ارزیابی عملکرد الگوریتم شناسایی بدون بعد برای سامانه ستاره یاب نصیر ۱ در حضور خطاهای سیستمی با استفاده از روش مونت - کارلو ۱۵

جعفر روشندیان، شبنم یزدانی، سید مهدی حسنی، مسعود ابراهیمی

سینماتیک وارون ربات بازوی ۷ درجه آزادی تحت محدودیت‌های موقعیت مفاصل و مانع در فضای کاری ۲۳
ربات با استفاده از شبکه عصبی - فازی و روش برنامه‌ریزی مرتبه دو

حمید توشنی، محمد فرخی

همکاری انسان و ماشین برای کنترل حرکت پنجه ربات صلب با پایه الاستیک روی مسیر نامعین ۳۹

علی صالحی، محمد جعفر صدیق

طراحی قانون هدایت بهینه مقاوم سه بعدی برای موشك با استفاده از کنترل مد لغزشی و کنترل SDRE ۵۵
سید سجاد موسی پور، قاسم علیزاده، سهراب خانمحمدی

ارائه یک روش جدید برای آنالیز مقاومت پاسخ بازیهای با مقادیر سود تقریبی ۶۵
گلاره ویسی، رجب اصغریان قنادیزدی

طراحی رویتگر مرتبه کاهش یافته غیر متمرکز برای سیستم‌های مقیاس بزرگ در حضور ورودی نامعین ۷۷
بیژن معاونی، مینا غلامی



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی
خواجه نصیرالدین طوسی ، جلد ۶، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۱

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سید خندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی

دبير اجرایی: پروفسور حمید خالوزاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزنا (استاد) - پروفسور

علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری

(استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی غفاری، پروفسور

علی خاکی صدیق، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسوروی، دکتر محمد تقی بطحایی، دکتر محمد تقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی،

دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین

سیفی، دکتر احمد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمد رضا اکبرزاده توتوچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر

جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، پرسور مسعود شفیعی، دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر مهرداد جوادی، دکتر داود کریم زادگان، مهندس

علی کیانی.

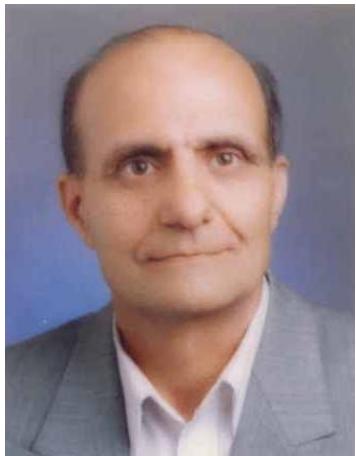
ایران - تهران، صندوق پستی ۳۵۹۵-۱۵۸۱۵

تلفن : ۸۱۰۳۲۲۳۱

فاکس: ۸۱۰۳۲۲۰۰

www.isice.ir

تحلیل از بنیانکذار سیتم های فازی در ایران پروفور ولی الله طحانی



شادوون پروفور ولی الله طحانی در سال ۱۳۲۲ در شهرستان شهرضا و دخانواده ای اصیل و متین دیده به جهان کشود. ایشان تحصیلات ابتدایی و دبیرستان را در همان شهر به پایان رسانده. در سال ۱۳۴۱، با کسب رتبه اول در لکنور رودی، وارد دانشگاه نفت آبادان شد. پس از فارغ التحصیلی از این دانشگاه، با دریافت بورس برای ادامه تحصیل عازم آمریکا شد. پروفور طحانی دوره های کارشناسی ارشد و دکترای خود را در دانشگاه هند سی بر قرآن و علوم کامپیوتر دانشگاه کالیفرنیا برگذری به ترتیب در سال های ۱۳۴۷ و ۱۳۵۱ با موفقیت به پایان رساند. رساله دکترای ایشان تحت راهنمایی پروفور زاده، بنیانکذار سیتم های فازی و از بزرگان هند سی بر قرآن ارزان شد. پروفور زاده دیگر تکارکتاب روند تحول مفهوم فازی اشاره می نماید که رساله دکترای پروفور طحانی کی از تحقیق پژوهش های زینه متغیرهای زبانی، روابط فازی و استنتاج تقریبی است. ایده های نتایج حاصل از این پژوهش به صورت دو مقاله پراستناد در سال های ۱۹۷۶ و ۱۹۷۷ در مجله های Information Processing and Management منتشر شده که مرجعی ارزشمند برای پژوهشی بعدی بوده است. پروفور طحانی پس از مراجعت به ایران، از سال ۱۳۵۱ تا ۱۳۶۱ ابتدا به عنوان استادیاری و دانشیاری در رشته هند سی بر قرآن مشغول تدریس بود و از سال ۱۳۶۲ تا ۱۳۷۷ به عنوان استادیاری و استادی در دانشگاه بر قرآن کامپیوتر دانشگاه صفتی اصelman فعالیت های آموزشی و پژوهشی خود را بنا نموده. ایشان طی این سال ها افتخار پذیری دانشگاه پذیری کنسرسیوم زندگانی ایشان کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترای را داشته اند. استاد طحانی در طول عمر پر کرت خود خدمات علمی بیشتری را به جامعه علمی کشور ارائه نموده، بطور ویژه می توان به پیشگامی ایشان برای ایجاد و توسعه زینه های آموزشی و پژوهشی جدید در پژوهش فازی پاچاه های داده، کنسل فازی، کنسل عصبی فازی، بینه سازی فازی، پایداری سیتم های فازی و سیتم های کنسل غیرخطی اشاره کرد. محترمینکه راهنمایی و مشاوره های این استاد بزرگ کوار نقش اساسی در تریست تعداد زیادی از استادی و متخصصین زنده و کارآمد فعال در عرصه های دانشگاهی و صنعتی داشته است. بجز این کنفرانس پروفور ولی الله طحانی بنیانکذار سیتم های فازی در ایران و از پیکارهای هند سی کنسل کشور بودند. از نشانه های بارز اخلاقی ایشان باید به تواضع، فروتنی، اخلاص، وجود انکاری و مردم داری اشاره نموده. استاد طحانی علیرغم ابتلاء به مباری تا آخرین سخنات دست از تلاش برنداشت و عاشقانه در عرصه علم و پژوهشی گام بر می داشتند و سرانجام در مردادماه ۱۳۷۹ پس از یک عمر فعالیت صادقانه درجهت اعلیای نام ایران، دعوت حق را یک گفت و به دیار حق شافت. یادشان گرامی و روشنان شاد باد.

فهرست مقالات

- یک رویکرد فعال جهت طراحی سیستم کنترل تحمل پذیر خطا مبتنی بر مدل برای موتورهای
القایی سه فاز ۱ حامد رضایی، محمد جواد خسروجردی
- ارزیابی عملکرد الگوریتم شناسایی بدون بعد برای سامانه ستاره یاب نصیر ۱ در حضور خطاهای
سیستمی با استفاده از روش مونت-کارلو ۱۵ جعفر روشنی‌یان، شبنم یزدانی، سید مهدی حسنی، مسعود ابراهیمی
- سینماتیک وارون ربات بازوی ۷ درجه آزادی تحت محدودیت‌های موقعیت مفاصل و مانع در
فضای کاری ربات با استفاده از شبکه عصبی-فازی و روش برنامه‌ریزی مرتبه دو ۲۳ حمید توشنی، محمد فرخی
- همکاری انسان و ماشین برای کنترل حرکت پنجه ربات صلب با پایه الاستیک روی مسیر نامعین ۳۹ علی صالحی، محمد جعفر صدیق
- طراحی قانون هدایت بهینه مقاوم سه بعدی برای موشک با استفاده از کنترل مد لغزشی و کنترل
SDRE ۵۵ سید سجاد موسی‌پور، قاسم علیزاده، سهراب خان‌محمدی
- ارائه یک روش جدید برای آنالیز مقاومت پاسخ بازیهای با مقادیر سود تقریبی ۶۵ گلاره ویسی، رجب اصغریان قنادیزدی
- طراحی رویتگر مرتبه کاهش یافته غیر متتمرکز برای سیستم‌های مقیاس بزرگ در حضور ورودی
نامعین ۷۷ بیژن معاونی، مینا غلامی

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که در برگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش‌بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمنغیره.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص خطا، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقيقی و سیستم‌های کنترل سوپر واپرایزی.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می‌تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۵) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- (۶) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه‌های صنعتی.
- (۷) مهندسی پزشکی.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه‌های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می‌آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرماید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می‌توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ Zar B و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسنده‌گان

آدرس پستی کامل همه نویسنده‌گان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسنده‌گان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسنده‌گان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخش‌های مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می‌باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می‌باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشت‌های پژوهشی می‌باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده‌دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصراً محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسنندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسنندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسنندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

یک رویکرد فعال جهت طراحی سیستم کنترل تحمل پذیر خطا مبتنی بر مدل برای موتورهای القایی سه فاز

حامد رضایی^۱، محمد جواد خسروجردی^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد کنترل دانشگاه صنعتی سهند تبریز، rezaei.hamed1@gmail.com

^۲ دانشیار گروه کنترل دانشگاه صنعتی سهند تبریز، khosrowjerdi@sut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۱۱/۲۰، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۱/۴/۵)

چکیده: در این مقاله، رویکرد فعالی مبتنی بر مدل جهت طراحی یک سیستم کنترل تحمل پذیر خطا برای جبران خطاهای مکانیکی ناشی شده از ساختار داخلی استاتور و رتور موتور القایی سه فاز ارایه می‌شود. ساختار این سیستم کنترل از دو بخش اصلی تشکیل یافته است. بخش نخست یک کنترل کننده نامی برای حالت بدون خطا و به منظور کنترل شار و سرعت رتور می‌باشد که در این پژوهش از یک کنترل کننده خطی ساز فیدبک استفاده گردیده است. بخش دوم از یک رویتگر مدل غزشی جهت تخمین خطاهای جمع‌شونده در مدل فضای حالت موتور القایی سه فاز که بیانگر خطاهای مکانیکی در ساختار داخلی استاتور و رotor موتور القایی می‌باشد، تشکیل شده است. این رویتگر علاوه بر تخمین خطاهای که جهت جبران سازی اثر خطاهای مکانیکی در عملکرد موتور مورد استفاده قرار می‌گیرند، جهت تخمین شارهای محوری غیر قابل اندازه‌گیری برای تمام موقعیت‌های کاری موتور نیز بکار می‌رود. کارایی رویکرد ارایه شده جهت جبران سازی خطاهای مکانیکی موتور القایی با استفاده از نتایج شبیه‌سازی نمایش داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: موتور القایی، خطای مکانیکی، سیستم کنترل تحمل پذیر خطا، شناسایی و محل یابی خطا، رویتگر مدل غزشی

An Active Approach to Model-based Fault Tolerant Control System Design for Three Phase Induction Motors

Hamed Rezaei, Mohammad Javad Khosrowjerdi

Abstract: In this paper, a model-based active fault tolerant control system (FTCs) is proposed for three phase induction motor (IM) drives subjected to the mechanical faults caused by both stator and rotor failures. FTCs structure consists of two main parts. The first part is a nominal controller based on feedback linearization for fault-free case to achieve control objectives (rotor flux and speed control). The second part is a sliding mode observer (SMO) in order to estimate additive faults which model mechanical faults in the state space model of IM. This observer has been used not only for fault reconstruction and production of additional control inputs for compensating their undesirable influences on performance of IM, but also for online estimation of axial fluxes in any operating conditions. The simulations results are shown to illustrate the effectiveness of the proposed approach to compensate the mechanical faults in IM.

Keywords: Induction Motor (IM), Mechanical Fault, Fault Tolerant Control system (FTCs), Fault Detection and Isolation (FDI), Sliding Mode Observer (SMO).

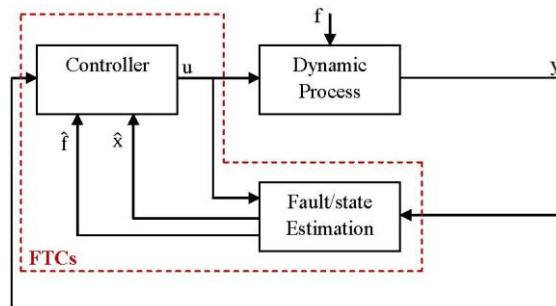
- مقدمه

حالی که در یکی از اجزای حلقه کنترل، خطای خاصی رخ دهد، اهمیت خاصی پیدا نموده است. با توجه به استاندارد کمیتهی SAFEPROCES خطای در یک سیستم دینامیکی، انحراف حداقل یک مشخصه و یا یک پارامتر سیستم از مقدار قابل پذیرش، معمول و استاندارد دینامیکی بالاخص سیستم‌های صنعتی در تمام شرایط کاری از جمله در

در سال‌های اخیر، تلاش‌های فراوانی از سوی پژوهشگران به منظور بالا بردن اینمی سیستم‌های تحت کنترل در چارچوب استانداردهای مشخص صورت گرفته است. بدین منظور کنترل حلقة بسته سیستم‌های دینامیکی بالاخص سیستم‌های صنعتی در تمام شرایط کاری از جمله در

مبتنی بر مدل جهت طراحی FTC بر اساس نظریه‌ی غیرخطی تنظیم خروجی برای موتور القایی سه فاز ارایه شده است. در [۱۷] طراحی FTC با استفاده از منطق فازی برای موتور القایی مورد بررسی قرار گرفته است. یک سیستم FTC غیرفعال با رویکرد مقاوم برای موتور القایی با وجود تغییر مقاومت و ممان اینرسی شفت روتور در [۱۸] ارائه شده است. همچنین در [۱۹] یک سیستم FTC با روش کنترل گام به عقب^۱ بر مبنای رویتگر مدل لغزشی^۲ مرتبه دوم با توجه به تغییرات پارامتر مقاومت رتور در مدل موتور القایی سه فاز طراحی شده است.

یکی از رویکردهای فعال در طراحی سیستم‌های مبتنی بر تخمین خطا و استفاده از آن در جریان سازی خطا می‌باشد. به عنوان مثال می‌توان به روش‌های طراحی مبتنی بر رویتگر با ورودی ناشناخته^۳ [۲۰-۲۱]، استفاده از رویتگر مدل لغزشی [۳۵-۳۶]، استفاده از رویتگر غیر خطی برای تخمین خطای سنسور [۳۴] اشاره نمود. در [۴۱، ۳۷] روش‌هایی برای طراحی سیستم‌های FTC با استفاده از تخمین همزمان خطا و متغیرهای حالت ارائه شده‌اند که اساس آنها مطابق ساختار شکل ۱ می‌باشد. در این شکل f ، u و y به ترتیب سیگنال خطا در فرآیند مورد نظر، خروجی قابل اندازه‌گیری و ورودی کنترل می‌باشند در حالیکه \hat{x} و \hat{f} تخمینی از متغیرهای حالت و خطا می‌باشند.



شکل ۱ : ساختار کلی سیستم FTC بر مبنای تخمین خطا

هسته مرکزی این مقاله مشابه [۱۶] بر مدل کردن خطاهای مکانیکی موتور القایی به صورت خطاهای جمع شونده است اما برخلاف مرجع مذکور، تخمین خطا با استفاده از رویتگر مدل لغزشی صورت گرفته و در طراحی سیستم FTC نیز نیازی به کاربرد نظریه غیرخطی نسبتاً پیچیده تنظیم خروجی نیست بلکه فرایند طراحی FTC در قالب یک رویکرد فعال مبتنی بر تخمین خطا مطابق شکل ۱ و با استفاده از مدل فضای حالت موتور القایی جهت جبران اثر خطاهای مکانیکی بر روی عملکرد سیستم کنترل حلقه بسته انجام می‌پذیرد. در این رویکرد ساختاریافته یک کنترل کننده نامی وظیفه تحقق اهداف کنترلی در شرایط بدون خطا را بر عهده دارد که در این پژوهش از یک کنترل کننده‌ی خطی ساز فیدبک استفاده شده است. سپس با استفاده از مدل نمودن خطاهای مکانیکی به شکل خطاهای

خود تعریف می‌شود. به طور کلی خطاهای را می‌توان به خطاهای سنسورها، محرك‌ها و اجزای داخلی فرآیندهای دینامیکی دسته بندی نمود [۱-۲]. در واقع سیستم‌های کنترل تحمل پذیر خطا (FTC) به منظور تضمین پایداری سیستم کنترل حلقه بسته و همچنین بهبود عملکرد آن پس از رخداد یک یا چند خطاهای مشخص طراحی می‌شوند. به طور کلی طراحی این سیستم‌ها را می‌توان در قالب دو رویکرد متفاوت فعال و غیرفعال انجام داد که با توجه به هدف طراحی و همچنین رفتار خطاهای متفاوت در عملکرد سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند [۴، ۳].

با توجه به کاربرد فراوان موتورهای القایی سه فاز در صنایع گوناگون به علت ساختار ساده با استحکام بالا، قابلیت اطمینان بالا و عملکرد خوب، بهبود عملکرد آن‌ها برای موقعیت‌های متفاوت کاری از جمله پس از رخداد خطاهای متفاوت مورد توجه قرار گرفته است. معمولاً رخداد خطاهای با توجه به نوع، مکان و شدت آن‌ها در اجزای سیستم کنترل حلقه بسته ای دسته از موتورها می‌تواند منجر به افت عملکرد، ناپایداری در سیستم کنترل و در نهایت آسیب‌های جدی به ساختار موتور شود. دسته‌ی عملدهای از خطاهای مربوط به خطاهای ساختار داخلی موتور القایی در حین عملکرد می‌باشد بطوریکه می‌توان آن‌ها را به دو نوع خطاهای الکتریکی و مکانیکی تقسیم نمود. خطای اتصال کوتاه شدن سیم پیچ‌های استاتور، شکست میله‌های رتور، شکست رینگ‌ها، گریز از مرکز رتور، تاب خوردگی شفت رتور و خطاهای مربوط به یاطاقدان‌ها و بار چند نمونه متدالول از این دو گروه خطاهای می‌باشند [۵]. به طور کلی این نوع از خطاهای آثاری همچون افزایش گشتاور نوسانی، تولید هارمونیک‌های جعلی در جریان‌های استاتور، افزایش حرارت، افزایش تلفات و کاهش بازدهی مؤثر موتور القایی را به همراه دارند [۵-۷]. همچنین خطاهای مکانیکی در ساختار داخلی موتور عمده‌تاً بدون اختلال در پایداری سیستم کنترل حلقه بسته تا حد زیادی موجب افت عملکرد مشخصه‌های مرتبط با موتور می‌شوند بطوریکه اصرار به ادامه‌ی کار در یک زمان محدود به ویژه در کاربردهای حساس و حیاتی در حضور آن‌ها نمی‌تواند آسیب جدی به ساختار موتور وارد نماید. در نتیجه طراحی سیستم‌های FTC به منظور شناسایی نوع خطاهای و تصحیح عملکرد موتور القایی تا حد ممکن پس از رخداد آن‌ها مورد توجه قرار گرفته است.

در سالهای اخیر مقالات متعددی به بررسی روش‌های شناسایی و جبران انواع خطاهای در عملکرد موتور القایی مبتنی بر یک مدل ریاضی از آن پرداخته‌اند. روش طراحی فیلترهای غیرخطی به منظور تخمین همزمان پارامترها و متغیرهای حالت در موتور القایی با هدف شناسایی تغییرات ناگهانی در پارامترها که نمایش دهنده‌ی رخداد انواع خطاهای در ساختار داخلی این دسته از موتورها هستند، بسیار مرسوم می‌باشد [۸-۱۰]. در [۱۱-۱۳] از یک ساختار سوئیچینگ برای جبران اثر خطاهای بر روی عملکرد موتور استفاده شده است. روش‌های متنوعی در [۱۴-۱۵] جهت جبران اثر خطاهای سنسور بر روی عملکرد موتورهای القایی سه فاز پیشنهاد شده‌اند. در [۱۶] با فرض معلوم بودن دینامیک خط رويکردي

¹ Backstepping Control

² Sliding Mode Observer (SMO)

³ Unknown Input Observer (UIO)

ساختار این مقاله به این صورت تقسیم بندی شده است: در بخش ۲، یک مدل فضای حالت برای موتور القایی سه فاز توصیف می‌شود. در بخش ۳، مشخصات یک کنترل کننده نامی به منظور کنترل شار و سرعت رتور در شرایط کاری متفاوت بیان می‌گردد. در بخش ۴ ایده مدل نمودن خطاهای مکانیکی به صورت خطاهای جمع شونده در مدل فضای حالت موتور مطرح می‌گردد. در بخش ۵ یک رویکرد مد لغزشی به منظور تخمین همزمان خطاهای جمع شونده و شارهای غیر قابل اندازه-گیری طراحی می‌گردد. در بخش ۶، با استفاده نتایج بخش‌های قبل، فرایند مقاله با استفاده از مدل خطاهای مکانیکی موتور القایی به صورت خطاهای جمع شونده در معادلات فضای حالت موتور و طراحی یک رویکرد مد لغزشی، قادر به تخمین و جبران‌سازی دسته‌ی وسیعی از این نوع خطاهای جمله شکست میله‌های رتور، شکست یا ترک رینگ‌های انتهایی، خطاهای یاطاقان و گیربکس و عدم تقارن‌ها می‌باشد. علاوه بر این با عدم تاثیر پذیری طراحی کنترل کننده نامی از واحد رویکرد، قابلیت استفاده از هر الگوریتم کنترل برای کنترل کننده نامی با توجه به کیفیت عملکرد آن وجود دارد.

شایان ذکر است که در سالهای اخیر طراحی کنترل کننده‌ها و انواع رویکردها به منظور کنترل و تخمین متغیرهای حالت در موتورهای القایی سه فاز به طور گسترده‌ای مورد بررسی قرار گرفته اند اما با این وجود ارایه روش‌های طراحی FTC با استفاده از یک ساختار مشخص که تلفیقی از این دو واحد مجزا باشند، کمتر مورد توجه بوده اند. رویکرد ارایه شده در این مقاله با استفاده از مدل خطاهای مکانیکی موتور القایی به صورت خطاهای جمع شونده در معادلات فضای حالت موتور و طراحی یک رویکرد مد لغزشی، قادر به تخمین و جبران‌سازی دسته‌ی وسیعی از این نوع خطاهای انتهایی، خطاهای یاطاقان و گیربکس و عدم تقارن‌ها می‌باشد. علاوه بر این با عدم تاثیر پذیری طراحی کنترل کننده نامی از واحد رویکرد، قابلیت استفاده از هر الگوریتم کنترل برای کنترل کننده نامی با توجه به کیفیت عملکرد آن وجود دارد.

در مقایسه با کارهای انجام گرفته در مقالات سالهای اخیر ویژگیهای شاخص و نوآوریهای پژوهش حاضر را می‌توان به طور خلاصه به صورت زیر بیان نمود: ۱. استفاده از رویکرد پرطریق‌دار مدل کردن کلاس وسیعی از خطاهای موتور القایی به صورت سیگنالهای جمع شونده در مدل فضای حالت که امکان استفاده از طیف گسترده و غنی از روش‌های تشخیص و محل یابی خط (FDI) و طراحی FTC مبتنی بر مدل را میسر می‌سازد. این ویژگی از این حیث حائز اهمیت است که در برخی از مقالات سالهای اخیر نظری [۱۲] صرفاً تغییرات مقاومت رotor و گشتاور بار به صورت سیگنالهای جمع شونده در نظر گرفته شده اند. ۲. کاربرد رویکرد مد لغزشی جهت تخمین خطاهای شاخص این روش خطاهای رخ داده را امکان‌پذیر می‌سازد. از ویژگیهای این روش امکان کاهش حساسیت آن نسبت به تغییرات آهسته‌ی پارامتر مقاومت رotor و افزایش ناگهانی گشتاور بار می‌باشد. اگرچه در مقالات زیادی از روش مد لغزشی برای کنترل موتور القایی استفاده گردیده است ولی کاربرد این ابزار جهت تشخیص خطاهای طراحی FTC برای موتور القایی در مقالات گزارش نشده است. ۳. امکان طراحی مجزای کنترل کننده نامی با هر روش دلخواه و به انتخاب طراح جهت آورده کردن اهداف کنترلی مورد نظر و ارایه یک روش ساختاریافته و ساده تر جهت طراحی FTC نسبت به روش‌های پیچیده‌ای نظری [۱۶] مبتنی بر نظریه غیرخطی تنظیم خروجی. ۴. عدم نیاز به یک مکانیزم سوئیچینگ و مشکلات مربوط به آن نظری [۱۲] و کارهای مشابه. ۵. استفاده از یک رویکرد فعال جهت طراحی FTC نسبت به رویکردهای محافظه کارانه مبتنی بر ابزارهای کنترل مقاوم نظری [۱۸].

۲- مدل موتور القایی سه فاز

در این بخش، مدل دینامیکی موتور القایی سه فاز به فرم معادلات فضای حالت غیرخطی در حالت بدون خط ارایه می‌شود. این مدل در سالهای اخیر جهت تحلیل و طراحی انواع کنترل کننده‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. در اینجا با فرض مدار مغناطیسی خطی و صرف نظر کردن از تلفات، مدل فضای حالت موتور القایی سه فاز در قاب مرجع ساکن به صورت زیر توصیف می‌گردد [۱۶, ۲۲]

$$\dot{x} = f(x) + g_a u_a + g_b u_b + d T_L \quad (1)$$

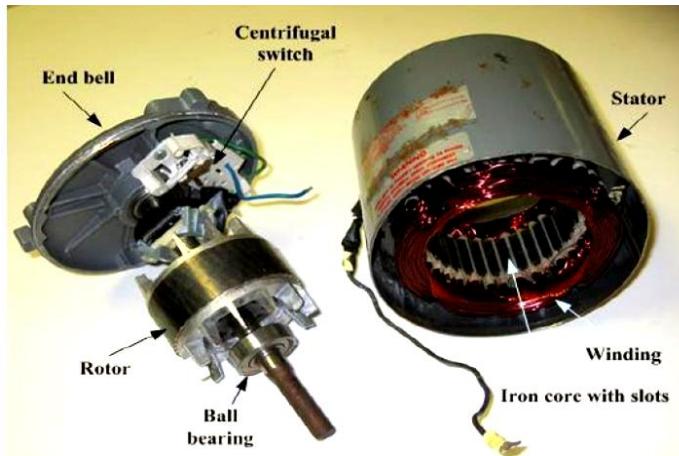
به طوریکه $x = (\omega_m \psi_a \psi_b i_a i_b)^T$ بردار متغیرهای حالت و u_a و اجزای بردار ولتاژ استاتور و ورودی‌های کنترل می‌باشند. متغیرهای حالت عبارتند از ω_m سرعت رotor، ψ_a و ψ_b اجزای بردار شار رotor و i_a و i_b اجزای بردار جریان استاتور. T_L نیز گشتاور بار رotor (ورودی ناشناخته) می‌باشد. بردارهای g_a و g_b و d نیز به صورت زیر بدست می‌آیند

$$f(x) = \begin{pmatrix} \mu(\psi_a i_b - \psi_b i_a) \\ -\frac{1}{\tau_r} \psi_a - n_p \omega_m \psi_b + \frac{L_m}{\tau_r} i_a \\ -\frac{1}{\tau_r} \psi_b + n_p \omega_m \psi_a + \frac{L_m}{\tau_r} i_b \\ \frac{\beta}{\tau_r} \psi_a + n_p \beta \omega_m \psi_b - \frac{1}{\tau_1} i_a \\ \frac{\beta}{\tau_r} \psi_b - n_p \beta \omega_m \psi_a - \frac{1}{\tau_1} i_b \end{pmatrix}$$

$$g_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \end{pmatrix}^T, \quad d = \begin{pmatrix} -\frac{1}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$g_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_1} \end{pmatrix}^T$$

که در آن



شکل ۲ : ساختار داخلی یک موتور القایی سه فاز

کنترل شار و سرعت رتور برای تمامی محدوده‌های گوناگون سرعت نیز یک شرط اساسی در طراحی کنترل کننده‌ی نامی به شماره می‌آید [۲۲]. بنابراین می‌بایست برای تمام نقاط کاری مختلف قیود زیر برآورده شوند

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\omega_m(t) - \omega_{ref}(t)| = 0 \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\psi_r(t) - \psi_{ref}(t)| = 0 \quad (3)$$

در حالت بدون خطای می‌توان از رویکردهای مختلفی جهت طراحی کنترل کننده‌ی نامی استفاده نمود [۲۷-۲۳]. در این مقاله با توجه به کارهای موفق گزارش شده در زمینه کنترل غیرخطی موتور القایی، یک کنترل کننده‌ی خطی ساز فیدبک به عنوان کنترل کننده‌ی نامی برای موتور القایی سه فاز در حالت بدون خطای انتخاب شده است. جزئیات طراحی این کنترل کننده با استفاده از معادلات موتور القایی سه فاز در قاب ساکن در [۲۲] به تفصیل شرح داده شده است که در اینجا از تکرار آنها صرف نظر می‌گردد.

۴- مدل خطاهای مکانیکی در موتور القایی

در این بخش به بررسی اثر خطاهای مکانیکی بر روی جریان‌های استاتور و دینامیک آنها در قاب ساکن با هدف کامل نمودن مدل مطرح شده در (۱) با در نظر گرفتن این نوع از خطاهای پرداخته می‌شود. مقالات متعددی اثر خطاهای مکانیکی بر روی جریان‌های استاتور را مورد ارزیابی و تحلیل قرار داده‌اند به طوریکه وجه مشترک تمامی آنها پدید آمدن هارمونیک‌های جعلی با فرکانس و دامنه‌ای وابسته به نوع و شدت خطای در جریان‌های استاتور ناشی از این نوع خطاهای می‌باشد [۳۳-۲۹]. شکل ۲

ساختار داخلی یک موتور القایی سه فاز را نمایش می‌دهد.

به طور کلی خطاهای مکانیکی که در ساختار داخلی موتور القایی سه فاز رخ می‌دهند، موجب نوسانات گشتاور بار اضافی و یا گریز از مرکز فاصله‌ی هوایی می‌شوند بطوریکه برای تحلیل اثرات این نوع از خطاهای بر روی جریان استاتور از این دو مشخصه استفاده می‌شود [۲۹]. نوسانات

$$\begin{aligned} \tau_r &= \frac{L_r}{R_r} & L_1 &= L_s - \frac{L_m^2}{L_r} & R_1 &= R_s + R_r \left(\frac{L_m}{L_r} \right)^2 \\ \beta &= \frac{L_m}{L_r L_1} & \mu &= \frac{n_p L_m}{J L_r} & \tau_1 &= \frac{L_1}{R_1} \end{aligned}$$

در اینجا L_r , R_r , L_s و R_s به ترتیب مقاومت‌ها و اندوکتانس‌های استاتور و رتور، L_m اندوکتانس مغناطیس کنندگی و n_p تعداد جفت قطب‌ها و J ممان اینرسی شفت رتور می‌باشند.

در مدل (۱) جریان‌های i_a و i_b قابل اندازه‌گیری می‌باشند به طوریکه برای دستیابی به این متغیرها در قاب ساکن از مقادیر سه فاز R , S و T می‌توان از تبدیل زیر استفاده نمود [۲۷]

$$\begin{aligned} i_a &= \left(\frac{1}{3} \right) (2i_R - i_S - i_T) \\ i_b &= \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right) (i_S - i_T) \end{aligned}$$

برای ولتاژهای قابل اندازه‌گیری ورودی نیز این تبدیل و معکوس آن به منظور انتقال از سه فاز به دو فاز در قاب ساکن و بالعکس قابل کاربرد می‌باشد.

شایان ذکر است که در طراحی کنترل کننده‌ی نامی نیاز به تمامی متغیرهای حالت تعریف شده در (۱) می‌باشد. در این میان متغیرهای حالت مربوط جریان‌های استاتور i_a و i_b و سرعت رتور ω_m توسط سنسورها قابل اندازه‌گیری و متغیرهای حالت مربوط به شار رتور ψ_a و ψ_b غیر قابل اندازه‌گیری می‌باشند که باید توسط رویتگر تخمین زده شوند.

۳- کنترل کننده نامی

با استفاده از مدل توصیف شده برای موتور القایی سه فاز در (۱)، جهت طراحی کنترل کننده‌ی نامی مبتنی بر نظریه‌ی اساسی کنترل جهت میدان [۲۸-۲۳]، ابتدا اهداف کنترل به صورت ردیابی همزمان دو متغیر دامنه‌ی شار رتور $|\psi_r|$ برابر با $\sqrt{\psi_a^2 + \psi_b^2}$ و سرعت رتور ω_m توسط دو سیگنال مرجع $|\psi_{ref}|$ و $|\omega_{ref}|$ انتخاب می‌گردند. جداسازی

گریز از مرکز استاتیکی و دینامیکی آشکار می‌شود به طوریکه مرکز چرخشی و هندسی رتور نسبت به مرکز چرخشی استاتور متفاوت می‌باشد.

شکل ۳ یک شماتیک کلی از سه نوع گریز از مرکز را نمایش می‌دهد [۲۹]. در حالت کلی گریز از مرکز استاتیکی حالت خاصی از گریز از مرکز دینامیکی محسوب می‌شود که علت آن ساکن بودن نقطه‌ای است که کمترین فاصله‌ی هوایی را دارد.

با توجه به مباحث مطرح شده انواع گریز از مرکزها ناشی از خطای مکانیکی استاتور و رتور با تغییر در طول فاصله‌ی هوایی، موجب تغییرات در ضربی نفوذپذیری هسته، نیروی محركه‌ی مغناطیسی مجموع استاتور و رتور چگالی شار و شار هسته، و در نهایت تولید هارمونیک‌های جعلی با فرکانسی مرتبط با نوع گریز از مرکز و دامنه و فازی مرتبط با شدت خطای در جریان‌های استاتور می‌شوند. با فرض اینکه این نوع از خطاهای در یک شرایط پایدار از لحظه عملکرد در موتور القایی سه فاز رخ می‌دهند، جریان‌های استاتور در قاب ساکن می‌توانند به صورت زیر جایگزین شوند [۱۶].

$$i_a(t) \rightarrow i_a(t) + \Gamma \sin(2\pi f_c t + \phi) \quad (4)$$

$$i_b(t) \rightarrow i_b(t) + \Gamma \cos(2\pi f_c t + \phi) \quad (5)$$

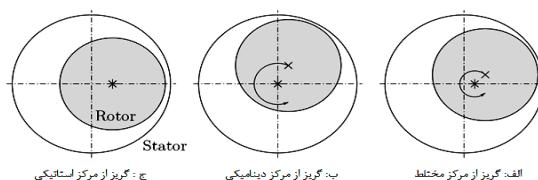
بنابراین با توجه به رابطه‌ی (۱) می‌توان دینامیک جریان‌های استاتور را با در نظر گرفتن اثر خطاهای مکانیکی به شکل معادلات زیر تصحیح نمود

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{\beta}{\tau_r} \psi_a + n_p \beta \omega_m \psi_b - \frac{1}{\tau_1} i_a + \frac{1}{L_1} u_a - \frac{\tau_1}{\Gamma} \sin(\omega_c t + \phi) + \Gamma \omega_c \cos(\omega_c t + \phi) \quad (6)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{\beta}{\tau_r} \psi_b - n_p \beta \omega_m \psi_a - \frac{1}{\tau_1} i_b + \frac{1}{L_1} u_b - \frac{\Gamma}{\tau_1} \cos(\omega_c t + \phi) - \Gamma \omega_c \sin(\omega_c t + \phi) \quad (7)$$

در روابط فوق f_c یک فرکانس مشخص وابسته به نوع گریز از مرکز ایجاد شده است که برای گریز از مرکز استاتیکی و گریز از مرکز دینامیکی به ترتیب f_{sup} و $f_c = (1 \pm 2k \frac{s_\omega}{\omega_s}) f_{sup}$ می‌باشد. همچنین فرکانس منبع تغذیه، ω_s فرکانس زاویه‌ای استاتور، k عدد صحیح و $s_\omega = \omega_s - n_p \omega_m$ به عنوان فرکانس زاویه‌ای لغزش تعریف

گشتاور بار معمولاً توسط خطای عدم تقارن بار، تاب خوردگی شفت



شکل ۳: شماتیکی از گریز از مرکزهای استاتیکی، دینامیکی و مختلط. * مرکز چرخشی رتور و × مرکز هندسی رتور تعریف می‌شوند

رتور، خطای گیربکس و شکست دندانه‌ای آن و یا خطای مربوط به یاطاقان ایجاد می‌شود [۲۹]. گریز از مرکز فاصله‌ی هوایی نیز معمولاً به دلیل ضعیف شدن یا شکست یاطاقان، ارتباط نامناسب رتور با بدنه و عدم تقارن آن نسبت به محور مرکزی موتور ایجاد می‌شود. در این مقاله انحصاراً به بررسی اثر گریز از مرکز فاصله‌ی هوایی ناشی از خطاهای مکانیکی بر روی جریان‌های استاتور پرداخته می‌شود. گریز از مرکز فاصله‌ی هوایی که منجر به تغییرات طول فاصله‌ی هوایی نسبت به بدنه موتور و استاتور می‌گردد، معمولاً به سه دسته گریز از مرکز استاتیکی، دینامیکی و ترکیبی از این دو نوع قابل تقسیم شدن می‌باشد که هر کدام از آن‌ها دارای ویژگی‌های مشخصی می‌باشد و به صورت زیر توصیف می‌گرددند [۲۹، ۱۶]

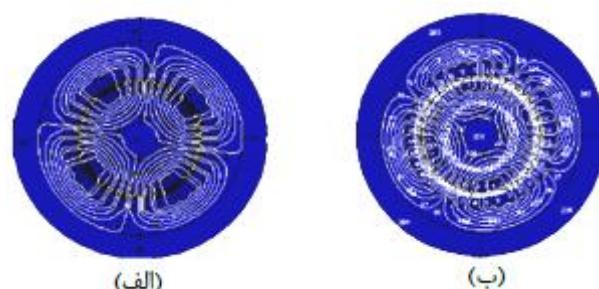
• گریز از مرکز استاتیکی : مرکز چرخشی و مرکز هندسی

رتور یکی می‌باشد اما نسبت به مرکز استاتور اختلاف دارند به طوریکه نقطه‌ای که کمترین طول فاصله‌ی هوایی را داراست نسبت به استاتور ساکن می‌باشد. این نوع گریز از مرکز در واقع از نامتقارن بودن استاتور ناشی می‌شود.

• گریز از مرکز دینامیکی : مرکز هندسی رتور نسبت به

مرکز چرخشی متفاوت می‌باشد به طوریکه مرکز چرخشی با مرکز هندسی استاتور یکی می‌باشد. نقطه‌ای که کمترین طول فاصله‌ی هوایی را داراست نسبت به استاتور دارای حرکت می‌باشد. این نوع گریز از مرکز در واقع از نامتقارن بودن رتور حاصل می‌شود.

• گریز از مرکز ترکیبی : در این نوع، دو اثر مربوط به عدم



شکل ۴: چگالی شار: (الف) عملکرد بدون خطای در حالت دائم، (ب) عملکرد در حضور گریز از مرکز استاتیکی، در حالت دائم

محدوده‌ی مجاز می‌باشد. هدف این بخش طراحی یک رویتگر مدل لغزشی به منظور تخمین همزمان خطاهای جمع‌شونده f_a و f_b ناشی از خطاهای مکانیکی و شارهای محوری غیرقابل اندازه‌گیری ψ_a و ψ_b می‌باشد. این روش طراحی مبتنی بر استفاده از سیگنال مانده (سیگنال اختلاف میان خروجی‌های قابل اندازه‌گیری و تخمین آنها) است. در این طراحی لازم است شرط مقاوم نمودن سیگنال مانده در برابر ورودی ناشناخته گشتوار باشد و تغییرات آهسته‌ی مقاومت رتور لحاظ گردد. این عمل موجب حساس‌تر شدن بیشتر سیگنال مانده به خطاهای جمع‌شونده ناشی از خطاهای مکانیکی و در نتیجه آشکار نمودن خطاهای و بهبود کیفیت تخمین آنها خواهد شد [۷، ۳۴].

به منظور طراحی یک رویتگر مدل لغزشی ابتدا با استفاده از یک جداسازی مستقیم مدل غیر خطی موتور القایی در رابطه (۸) با یک مدل خطی متغیر با زمان جایگزین می‌شود

$$\dot{z} = A(\omega_m)z + g_{an}u_a + g_{bn}u_b + E_{an}f_a + E_{bn}f_b \quad (11)$$

$$y = Cz \quad (12)$$

بطوریکه $z = (\psi_a \ \psi_b \ i_a \ i_b)^T$ بردار متغیرهای حالت و C از روابط زیر به دست خواهند آمد

$$A(\omega_m) = \begin{pmatrix} A_1(\omega_m) & & & \\ & A_2 & & \\ -\frac{1}{L_r}R_r & -n_p\omega_m & \frac{L_m}{L_r}R_r & 0 \\ n_p\omega_m & -\frac{1}{L_r}R_r & 0 & \frac{L_m}{L_r}R_r \\ \frac{\beta}{L_r}R_r & n_p\beta\omega_m & -\frac{1}{\tau_1} & 0 \\ -n_p\beta\omega_m & \frac{\beta}{L_r}R_r & 0 & -\frac{1}{\tau_1} \\ & & A_3(\omega_m) & A_4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

همچنین ماتریس‌های ثابت g_{an} ، g_{bn} و E_{an} از حذف سطر اول ماتریس‌های مشابه در رابطه (۸) حاصل می‌شوند.

این تغییر مدل در عمل به علت بزرگتر بودن ثابت زمانی مکانیکی موتور نسبت به ثابت زمانی الکتریکی آن، موجب جداسازی بخش‌های الکتریکی و مکانیکی مدل در نظر گرفته شده می‌شود و امکان حذف اثر ورودی اغتشاش بار بر روی سیگنال مانده را فراهم می‌کند [۷]. این جایگزینی با توجه به اینکه سرعت مکانیکی رotor به عنوان یک پارامتر قابل اندازه‌گیری در نظر گرفته می‌شود امکان پذیر می‌باشد.

برای طراحی رویتگر فرض می‌شود که نرم بردار خطاهای جمع‌شونده $f = (f_a \ f_b)^T$ در مدل (۱۱) در شرط زیر صدق کند [۳۸-۳۹]

$$\|f(t)\| \leq \rho(t) \quad (13)$$

که در آن $\rho(t)$ تابعی معلوم می‌باشد. در ادامه، مدل دینامیکی مطرح شده در (۱۱) به دو بخش، برای متغیرهای حالت قابل اندازه‌گیری و غیر قابل اندازه‌گیری به صورت زیر تقسیم می‌شود

$$z_1 = (\psi_a \ \psi_b)^T \quad (14)$$

$$z_2 = (i_a \ i_b)^T \quad (15)$$

می‌گردد و $2\pi f_c = \omega_c$ خواهد بود. دامنه‌ی Γ و فاز ϕ نیز مقادیر ناشناخته‌ای می‌باشند که وابسته به شدت خطای هستند [۲۹، ۱۶]. یکی از روش‌های شناسایی این نوع از خطاهای بدون نیاز به یک مدل ریاضی از موتور القایی و استفاده از آنالیزهای متنوع فرکانسی بر روی جریان‌های استاتور می‌باشد [۳۲-۳۳]. عملکرد این روش‌ها در شناسایی گریز از مرکز استاتیکی به علت تولید هارمونیک‌هایی با محتویات فرکانس اصلی در جریان استاتور کاملاً ضعیف می‌باشد. شکل ۴ اثر گریز از مرکز استاتیکی ناشی از عدم تقارن در ساختار استاتور را بر روی چگالی شار در یک حالت پایدار نمایش می‌دهد [۳۰].

با استفاده از روابط (۱)، (۶) و (۷) مدل موتور القایی سه فاز در حالت کلی با مدل زیر قابل توصیف می‌باشد

$$\dot{x} = f(x) + g_a u_a + g_b u_b + E_a f_a + E_b f_b + d T_L \quad (8)$$

$E_a = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$ ، $E_b = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$ که در آن بردار متغیرهای حالت و سایر پارامترها در (۱) تعریف شده‌اند. f_a و f_b خطاهای جمع‌شونده ناشناخته ناشی از خطاهای مکانیکی در ساختار داخلی موتور القایی سه فاز می‌باشند که اندازه‌ی آنها برابر با صفر است زمانیکه هیچ خطای در ساختار موتور وجود نداشته باشد. پس از بروز خطای این سیگنال‌ها دارای یک دامنه‌ی محدود می‌باشند [۱۶]. با صفر قرار دادن خطاهای جمع‌شونده همان مدل نامی موتور القایی در (۱) به دست خواهد آمد. این خطاهای جمع‌شونده با استفاده از روابط (۶) و (۷) به شکل زیر قابل بیان می‌باشند

$$f_a = +\Gamma \left[\omega_c \cos(\omega_c t + \phi) - \frac{1}{\tau_1} \sin(\omega_c t + \phi) \right] \quad (9)$$

$$f_b = -\Gamma \left[\omega_c \sin(\omega_c t + \phi) + \frac{1}{\tau_1} \cos(\omega_c t + \phi) \right] \quad (10)$$

این نکته حائز اهمیت است که برای خطاهای مکانیکی ناشی از عدم تقارن رotor روابط مربوط به خطاهای جمع‌شونده در (۹) و (۱۰) به مجموعی از توابع سینوسی با دامنه و فازهای ناشناخته مرتبط با شدت خطای و مقدار K تبدیل خواهد شد [۱۶].

نکته ۱: خطای شکست میله‌های رotor و ترک رینگ‌های انتهایی موتور که از فشارهای دمایی به علت افزایش بار، افزایش تلفات، جرقه‌های ناگهانی، فشارهای مغناطیسی به علت نیروهای الکترو-مغناطیسی، نویزهای الکترو-مغناطیسی و چرخشی ناشی می‌شوند، هارمونیک‌هایی شبیه به هارمونیک‌های تولید شونده ناشی از گریز از مرکز دینامیکی به علت عدم تقارن رotor در جریان‌های استاتور قاب ساکن به وجود می‌آورند [۱۶، ۵].

۵- تخمین همزمان شارهای محوری و خطاهای

چالش اصلی در طراحی یک رویتگر جهت تخمین همزمان شارهای و خطاهای جمع‌شونده را می‌توان مربوط به مدل دینامیکی غیرخطی موتور القایی سه فاز و وجود پارامترهایی با عدم قطعیت در آن دانست که مهمترین آنها تغییرات آهسته‌ی مقاومت رotor به علت بالا رفتن درجه حرارت در نقطه‌ی کار و همچنین تغییرات ناگهانی گشتوار بار در یک

۷- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی‌های کامپیوتری برای نشان دادن کارایی رویکرد ارایه شده جهت طراحی FTC برای یک موتور القایی سه فاز $1.5kW$ قفس سنجابی، $50Hz$ با تقدیمی نامی ($220V - 380$) و با مشخصات الکتریکی و مکانیکی مطابق جدول ۱ ارایه شده‌اند.

کلیه بخش‌های سیستم کنترل، از جمله موتور القایی، اینورتر سه فاز با مدولاسیون $SVPWM$ با فرکانس سوئیچینگ $3.5kHz$ رویتگر طراحی شده و کنترل کننده‌ی نامی به صورت گسته برای دستیابی به یک دقت و سرعت بالا شبیه‌سازی شده‌اند. نتایج به دست آمده حاصل سه مرحله شبیه‌سازی می‌باشند

- بررسی عملکرد کنترل کننده‌ی نامی در حضور خطاهای بدون FTC استفاده از
- بررسی عملکرد رویتگر طراحی شده در تخمین خطاهای
- بررسی کارایی FTC در بهبود عملکرد موتور پس از رخداد خطاهای مکانیکی

برای بررسی کارایی رویکرد ارایه شده، نتایج شبیه‌سازی‌ها در حضور خطاهای مکانیکی استاتور و رotor و پارامتر عدم قطعیت‌دار مقاومت رتور که تغییرات آن به شکل $R_r = R_{rN} + .3R_{rN}(1 - \exp(-1.5t))$ دارد. $\dot{R}_r = R_{rN}(.3 - .3\exp(-1.5t))$ مدل می‌شود، تحلیل می‌گردد. گشتاور بار موتور ثابت و برابر با $5Nm$ و مقدار سرعت و شار مرجع به ترتیب برابر با $0.7Wb$ و $90rad/s$ انتخاب می‌شوند. با فرض رخداد خطاهای مکانیکی استاتور در حالت پایدار برای موتور القایی سه فاز و با استفاده از روابط (۴) و (۵)، جریان‌های قاب ساکن با جریان‌های هارمونیکی با دامنه‌ای برابر با $\Gamma = 0.4$ ، فازی برابر با $\phi = 0$ و فرکانسی برابر با فرکانس منع برای مدل نمودن گریز از مرکز استاتیکی هارمونیکی در نظر گرفته می‌شوند. زمان رخداد گریز از مرکز استاتیکی $t = 3s$ انتخاب شده است.

جدول ۱: پارامترهای الکتریکی و مکانیکی موتور القایی سه فاز

| واحد | اندازه | پارامتر |
|----------|--------|----------|
| H | .1554 | L_s |
| Ω | 1.2 | R_s |
| Ω | 1 | R_{rN} |
| H | .1568 | L_r |
| H | .15 | L_m |
| kgm^2 | .013 | J |
| Nm | 5 | T_{LN} |
| - | 2 | n_p |

شکل ۶ اثر خطاهای مکانیکی استاتور را در شرایطی که فقط کنترل-کننده خطی ساز فیدبک به عنوان کنترل کننده‌ی نامی در کنترل حلقه بسته‌ی موتور شرکت دارد، نمایش می‌دهد. همانطور که در این نمودار آشکار می‌باشد، این نوع خطاهای در بار نامی بر روی سرعت رotor

که در آن τ سیکوال مانده و σ_1 و σ_2 ثابت‌های مبتنی بر مدل برای تخمین خطاهای جمع شونده، اگر رابطه‌ی زیر به کار گرفته شود

$$\hat{f} = v^{eq} \quad (28)$$

آنگاه می‌توان اثبات نمود که

$$\| \hat{f} - f \| \leq \| A_3(\omega_m) \| \cdot \| \tilde{z}_1 \| \quad (29)$$

در نتیجه با توجه به پایدار مجانب بودن خطای \tilde{z}_1 خطای تخمین به سمت صفر می‌خواهد نمود [۴۱].

۶- طراحی FTC

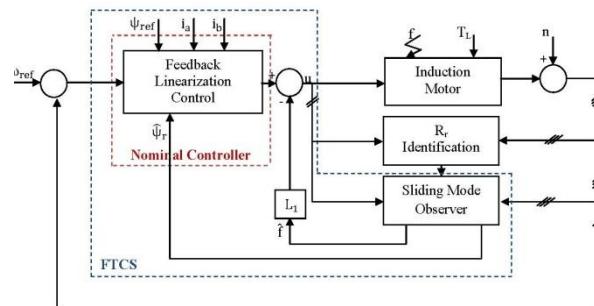
در این بخش با استفاده از تخمین خطاهای جمع شونده مطابق رابطه (۲۸)، رویکردی جهت طراحی سیستم FTC ارایه می‌شود که با استفاده از آن امکان جبران اثر خطاهای مکانیکی در عملکرد موتور القایی سه فاز میسر می‌شود.

به منظور طراحی FTC ورودی‌های کنترل u_a و u_b در (۸) به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$u_a = u_{a0} - L_1 \hat{f}_a \quad (30)$$

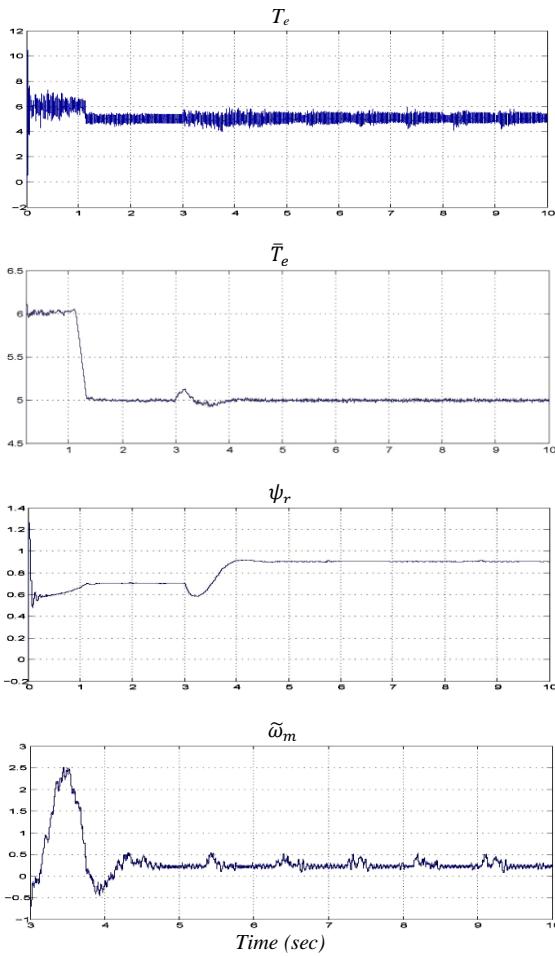
$$u_b = u_{b0} - L_1 \hat{f}_b \quad (31)$$

که در اینجا u_{a0} و u_{b0} خروجی‌های کنترل کننده‌ی نامی (کنترل کننده خطی ساز فیدبک) در حالت بدون خطای می‌باشند. با ورودی‌های کنترل در نظر گرفته شده به صورت روابط (۳۰) و (۳۱) حذف خطاهای جمع شونده مدل شده ناشی از خطاهای مکانیکی در معادلات فضای حالت موتور القایی در قاب ساکن میسر می‌گردد. دیاگرام بلوکی روش ارائه شده جهت طراحی FTC در شکل ۵ نمایش داده شده است.

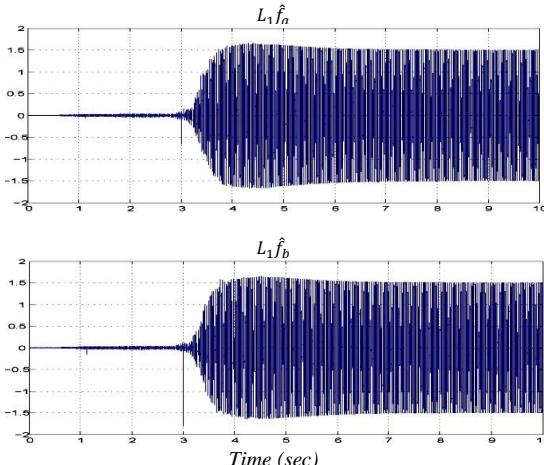


شکل ۵: سیستم کنترل تحمل پذیر خطای برای موتور القایی سه فاز.

در واقع رویکرد ارایه شده در شکل ۵ مبتنی بر مدل و به صورت غیرصریح می‌باشد و مزیت اصلی آن جداسازی کنترل کننده‌ی نامی از واحد تخمین خطای مکانیکی در کنترل حلقة بسته می‌باشد. جداسازی کنترل کننده نامی امکان تنظیم پارامترهای آن را جهت بهبود عملکرد حلقة کنترل موتور میسر می‌سازد. شایان ذکر است که خطاهای تخمین زده شده به علت محدود بودن انرژی نمی‌توانند حلقة کنترلی پایدار برای موتور القایی سه فاز را ناپایدار نمایند [۴۲-۴۷].



شکل ۶: عملکرد موتور فقط با وجود کنترل کننده نامی در حضور خطای مکانیکی استاتور



شکل ۷: تخمین خطاهای جمع‌شونده ناشی از خطای مکانیکی استاتور توسعه رویتگر

اثر بسیار ناچیز داشته در حالیکه منجر به تولید گشتاورهای نوسانی در گشتاور الکترومغناطیسی که از رابطه ($\psi_a i_b - \psi_b i_a$) حاصل می‌شود، گردیده است. اثر این نوع خطاهای در مقدار متوسط گشتاور نیز کاملا مشهود می‌باشد. در عین حال رخداد گریز از مرکز استاتیکی توانسته موجب تغییر و افزایش دامنه شار رتور شود. این افزایش بالا رفتن شدت خطای می‌تواند منجر به جابجایی نقطه‌ی زانویی شار از مقدار نامی خود و در نهایت ایجاد پدیده اشباع مغناطیسی، بالا رفتن حرارت موتور در شرایط کاری و حتی سوختن سیم پیچ های استاتور یا رتور شود.

پس از رخداد خطای مکانیکی استاتور، خطاهای جمع‌شونده‌ای که بیانگر این نوع خطاهای در مدل فضای حالت قاب ساکن می‌باشند توسط رویتگر مدل لغزشی تخمین زده می‌شوند. برای این هدف پارامترهای طراحی در (۲۷)، $\sigma_1 = 50$ و $\sigma_2 = 0.1$ انتخاب می‌گردد. شکل ۷ و شکل ۸ کیفیت تخمین خطاهای جمع‌شونده را نمایش می‌دهند.

با توجه به شکل ۹ اثر سیستم FTC در جبران خطای مکانیکی استاتور در عملکرد موتور القایی سه فاز، کاملا مشهود می‌باشد. خطای سرعت رتور پس از رخداد خطای تقریباً برابر با صفر می‌باشد و نوسانات گشتاور الکترومغناطیسی تا حد زیادی کاهش یافته است. همچنین شار رتور که در هنگام بروز خطای گریز از مرکز استاتیکی دارای رفتاری کاملاً متفاوت با حالت بدون خطای بوده است، با این روش توانسته مقدار مرجع خود را تقریباً با یک خطای بسیار کوچکتر دنبال کند. میزان بهبود عملکرد موتور پس از رخداد خطای کاملاً در ارتباط با کیفیت تخمین خطاهای توسعه رویتگر مدل لغزشی می‌باشد.

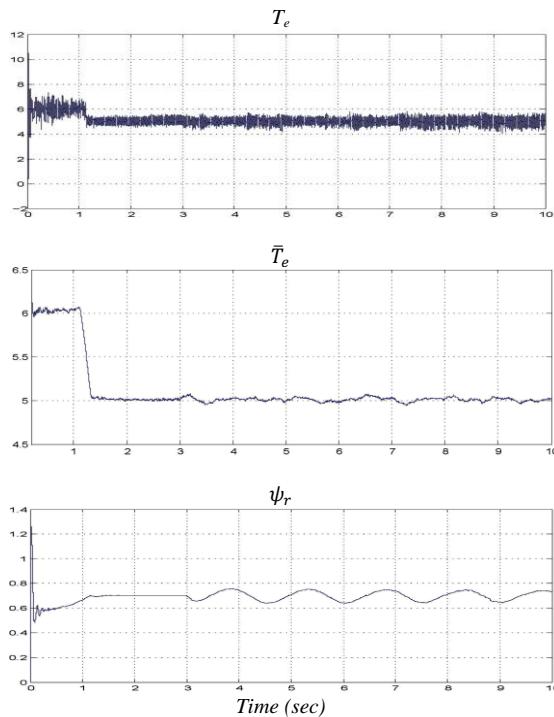
در مرحله‌ی بعد هدف بررسی کارایی سیستم FTC به منظور بهبود عملکرد موتور در هنگام بروز خطای مکانیکی رتور می‌باشد. همانطور که بیان شد پس از رخداد این نوع خطای هارمونیک‌هایی با فرکانس مشخص $(1 \pm 2k \frac{\omega_c}{\omega_s}) f_c = f_{sup}$ در جریان‌های استاتور تولید می‌شوند. برای شیوه‌سازی خطای مکانیکی رتور فقط با در نظر گرفتن هارمونیک‌های اول ($k = \pm 1$) و با توجه به روابط (۴) و (۵) جریان‌های استاتور در یک شرایط پایدار کاری از موتور به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند

$$i_a \rightarrow i_a + \Gamma_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \Gamma_{-1} \sin(\omega_{-1} t + \phi_{-1})$$

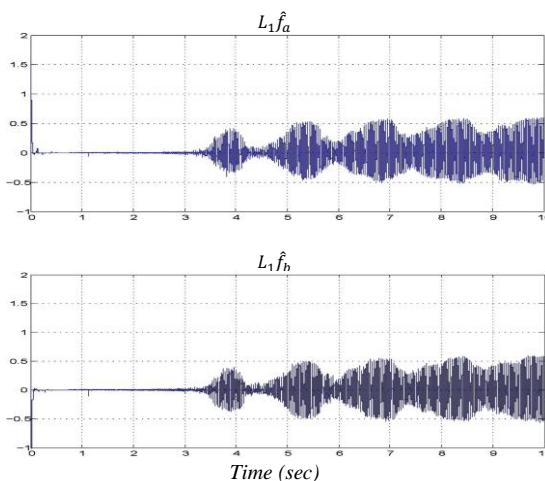
$$i_b \rightarrow i_b + \Gamma_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \Gamma_{-1} \cos(\omega_{-1} t + \phi_{-1})$$

که در آن شدت خطای $\phi_1 = \phi_{-1} = 0$ ، $\Gamma_1 = \Gamma_{-1} = 0.1$ و $\omega_1 = \omega_{-1}$ به ترتیب برابر با ω_c به ازای $k = 1$ و $k = -1$ می‌باشند.

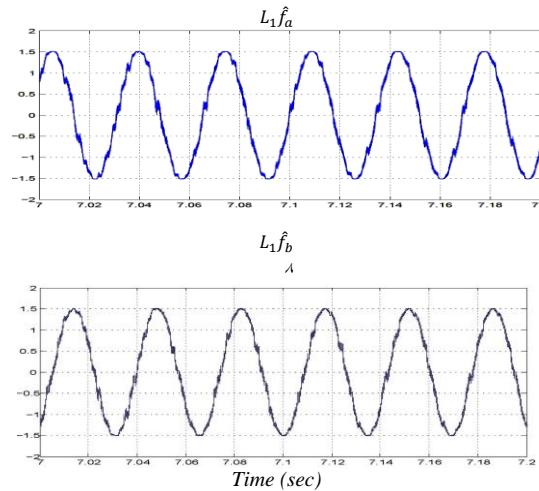
می‌باشد. شکل ۱۱ کیفیت تخمین خطاهای جمع‌شونده پس از رخداد خطای مکانیکی رتور در موتور را نمایش می‌دهد. این نکته حائز اهمیت می‌باشد که کیفیت تخمین خطاهای جمع‌شونده با توجه به میزان بهبود عملکرد موتور با سیستم FTC قابل سنجش می‌باشد. در واقع در سیستم شیوه‌سازی شده این جریان‌های استاتور هستند که برای نمایش دادن رفتار خطای بر روی عملکرد موتور هارمونیک‌دار شده‌اند و در نتیجه خطاهای جمع‌شونده با روابط (۹) و (۱۰) به صورت مستقیم به سیستم اعمال نمی‌شوند تا مقایسه‌ای مابین f و \hat{f} به منظور کیفیت تخمین انجام شود.



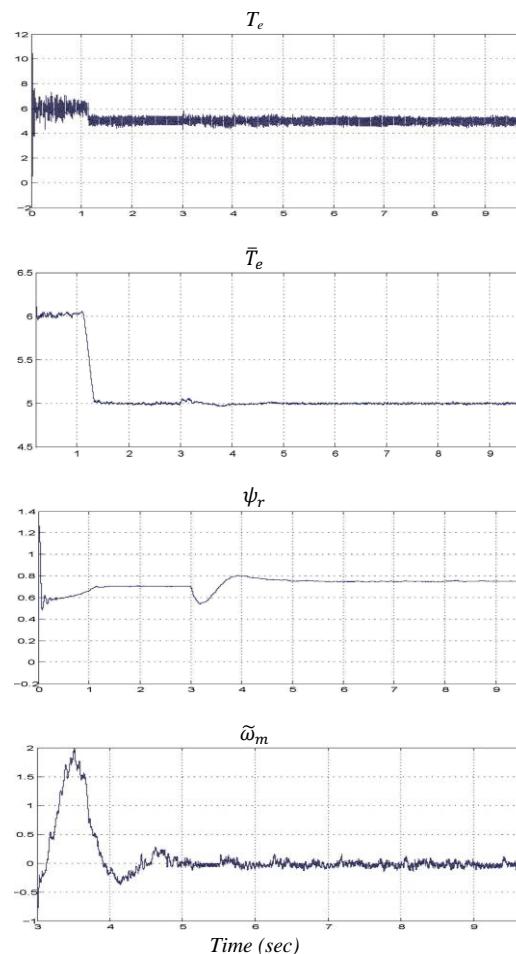
شکل ۱۰: عملکرد موتور فقط با وجود کنترل کننده نامی در حضور خطای مکانیکی رتور



شکل ۱۱: تخمین خطاهای جمع‌شونده ناشی از خطای مکانیکی رتور



شکل ۸: بزرگنمایی خطاهای تخمین زده شده



شکل ۹: عملکرد سیستم FTC در حضور خطای مکانیکی استاتور

شکل ۱۰ اثر خطای بر روی گشتاور و شار رتور را نمایش می‌دهد. با توجه به ماهیت این نوع خطای شار رتور پس از بروز آن نوسانی گشته و مقدار مرجع خود را ردیابی نمی‌کند. گشتاور الکترومغناطیسی نیز پس از گریز از مرکز دینامیکی وضعیتی مشابه با شار رتور دارد و نوسانی شده است به طوریکه اثر آن در متوسط گشتاور الکترومغناطیسی بسیار واضح‌تر

موتور القایی و پیاده سازی عملی این سیستم FTC بر روی یک موتور القایی دانست.

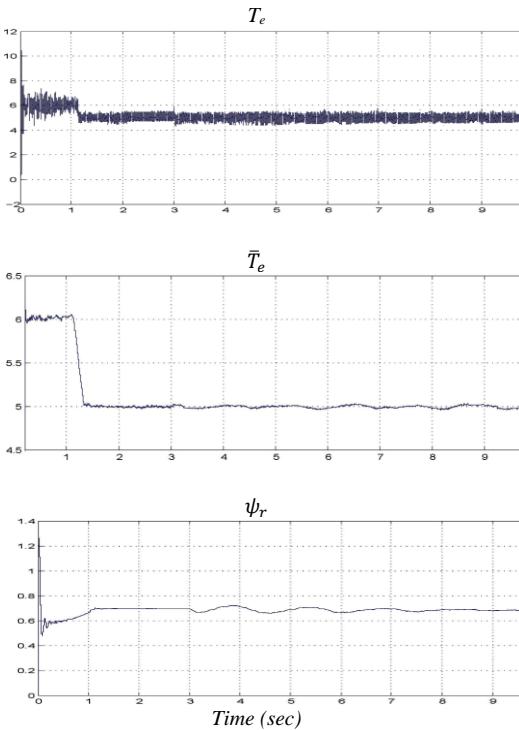
تشکر و قدردانی

در اینجا لازم است از جانب آقای دکتر مددی سرپرست محترم مرکز تحقیقات انرژی های نو در دانشگاه صنعتی سهند تبریز تشکر و قدردانی گردد.

مراجع

- [1] K. S. Gaied and A. F. Mohamed. H, "Diagnosis and Fault Tolerant Control of the Induction Motors Techniques: A Review," Australian Journal of Basic and Applied Sciences, pp 227-247, 2010.
- [2] R. Isermann, "Model-Based Fault Detection and Diagnosis-Status and Application," International Federation of Automatic Control(IFAC), 2004.
- [3] M. Blanke, M. Staroswiecki and N. E. Wu, "Concepts and Methods in Fault-Tolerant Control," American Control Conference (ACC), pp. 2606-2620, 2001.
- [4] Y. Zhang and J. Jiang, "Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control System ,," Annual Reviews in Control, vol. 32, pp. 229-252, 2008.
- [5] E. Darie, "About Monitoring of Induction Motor Fault," International Conference on Electromechanical and Power Systems, 2007.
- [6] G. K. Singh and S. Kazzaz, "Isolation and Identification of Dry Bearing Faults in Induction Machine Using Wavelet Transform," Tribology International, vol. 42, pp 849- 861, 2009.
- [7] C. Combastel, S. Lesecq, S. Petropol and S.Gentil, "Model-Based and Wavlet approaches to Induction Motor on-line Fault Detection," Control Engineering Practice, vol. 10, pp 493-509, 2002.
- [8] F. Karimi, J. Poshtan and M. Poshtan, "Detection of Broken Rotor Bars in Induction Motors using Nonlinear Kalman Filters," ISA Transactions, vol. 49, pp 189-195, 2010.
- [9] L. Baccarini, J. Tavares, B. Menezes and W. Caminhas, "Sliding Mode Observer for on-Line Broken Rotor Bar Detection," Electric Power Systems Research, vol. 80, pp 1089-1095, 2010.
- [10] G. Kenne, A. A. Tarek, F. Lagarrigue and A. Azande, "Nonlinear Systems Time Varying Parameter Estimation: Application to Induction Motors," Electric Power Systems Research, vol. 78, pp 1881-1888, 2008.
- [11] J. E. Dongmo, H. G. Kwiatny, G. Bajpay and C. Teolis, "Variable Structure Design of Fault Tolerant Control System for Induction Motors," Electric Ship Technologies Symposium, pp. 531-535, 2007.
- [12] A. Fekih, "Effective Fault Tolerant Control Design for Nonlinear Systems: application to a Class of Motor Control System," IET Control Theory and Applications, 2007.

در شکل ۱۲ می توان بهبود عملکرد موتور را با سیستم FTC بر اساس تخمین خطاهای جمع شونده مشاهده نمود. نوسانات ناشی در گشتاور الکترومغناطیسی و متوسط آن و همچنین شار رتور تا حد قابل ملاحظه ای کاهش یافته است به طوریکه شار رتور توانسته مقدار مرجع خود را با خطای کمی دنبال نماید.



شکل ۱۲: عملکرد سیستم کنترل تحمل پذیر خطای مکانیکی رتور

۸- نتیجه گیری

در این مقاله یک رویکرد فعال کارآمد جهت طراحی سیستم FTC مبتنی بر مدل کردن خطاهای مکانیکی استاتور و رتور موتور القایی سه فاز به صورت سیگنالهای جمع شونده در معادلات فضای حالت ارایه گردید. مدلسازی خطای به صورت سیگنالهای جمع شونده امکان بهره مندی از طیف وسیع و متنوعی از روش‌های تشخیص و جبران سازی خطای مبتنی بر مدل را میسر می سازد. در رویکرد پیشنهاد شده در مقاله نشان داده شد که چگونه می توان علاوه بر خطاهای مکانیکی، متغیرهای حالت غیرقابل اندازه گیری موتور را نیز توسط یک رویتگر مدل‌لغزشی تخمین زد. اساساً سیستم FTC مبتنی بر استفاده از این سیگنالهای تخمین زده شده جهت جبران خطاهای مکانیکی رخ داده در ساختار داخلی موتور و تحقق اهداف کنترلی می باشد. نتایج شبیه سازی کارایی روش ارایه شده را به خوبی نشان دادند. ادامه منطقی این پژوهش را می توان در تعیین روش بکاررفته در این مقاله جهت در نظر گرفتن سایر خطاهای محتمل در

- Asian Journal of Scientific Research, vol. 1, no. 4, pp 324-337, 2008.
- [26] A. Miloudi and A. Draou, "Robust Controller Design Feedback Linearization for Control of Indirect Field Oriented Induction Machine Drive," Leonardo Electronic Journal of Practices and Technology, pp 1-16, 2005.
- [27] K. Jamoussi, M. Ouali and H. Charradi, "A Sliding Mode Speed of an Induction Motor," American Journal of Applied Sciences, vol. 12, no. 4, pp. 987-994, 2007.
- [28] N. Kalaiarasi and K. S. R. Anjaneyulu, "Adaptive Vector Control of Induction Motor Drives," International Journal of Electrical and Power Engineering, vol. 1, no. 2, pp 239-245, 2007.
- [29] M. Blodt, P. Granjon, B. Raison and J. Regnier, "Mechanical Fault Detection in Induction Motor Drives through Stator Current Monitoring-Theory and Application Examples," InTech , pp 451-488, 2010.
- [30] J. Faiz and B. M. Ebrahimi, "Static Eccentricity Fault Diagnosis in an Accelerating No-Load Three-Phase Saturated Squirrel-Cage Induction Motor," Progress in Electromagnetics Research B, vol. 10, pp 35-54, 2008.
- [31] A. Nikranjbar, M. Ebrahimi and A. S. Wood, "Model-Based Fault Diagnosis of Induction Motor Eccentricity Using Particle Swarm Optimization," Proc ImechE, vol. 223 Part C: J. Mechanical Engineering Science, 2008.
- [32] J. Faiz, B. M. Ebrahimi, H. A. Toliat and W. S. Abu-Elhaija "Mixed-Fault Diagnosis in Induction Motors Considering Varying Load and Broken Bars Location," Energy Conversion and Management , vol. 51, pp 1432-1441, 2010.
- [33] S. Gunal, D. G. Ece and O. N. Gerec, "Induction Machine Condition Monitoring using Notch-Filtered Motor Current," Mechanical Systems and Signal Processing , vol. 23, pp 2658-2670, 2009.
- [34] P. Garimella and B. Yao, "An Adaptive Robust Framework for Model-Based State Fault Detection," Proceeding of the American Control Conference(ACC), 2006.
- [35] L. Baccarini, J. Tavares, B. Menezes and W. Caminhos, "Sliding Mode Observer for on-Line Broken Rotor Bar Detection," Electric Power Systems Research, vol. 80, pp 1089-1095, 2010.
- [36] R. Raoufi and H. J. Marquez, "Simultaneous Sensor and Fault Reconstruction and Diagnosis Generalized Sliding Mode Observers," American Control Conference (ACC) , pp. 7016-7021, 2010.
- [37] C. Edwards and C. P. Tan, "Sensor Fault Tolerant Control using Sliding Mode Obsevers," Control Engineering Practice, vol. 14, pp 897-908, 2006.
- [38] X. G. Yan and C. Edwards, "Robust Sliding Mode observer-Based Actuator Fault Detection and Isolation for a Class Nonlinear Systems," Proceeding of the 4 th
- [13] H. Nademi, F. Tahami and M. Rezaei, "Fault Tolerant IPMS Motor Drive Based on Adaptive BackStepping Observer With Unknown Stator Resistance," Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), pp. 1780-1785, 2008.
- [14] M. Seron, M. Romero and J. Dona, "Sensor Fault Tolerant Control of Induction Motors," Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control (IFAC), pp. 1230-1235, 2008.
- [15] S. K. Sahoo, G. Das and V. Subhramanyam, "Sensor Fault Tolerant of Direct Torque Control in Induction Motor Drives," International Journal of Recent Trends in Engineering, vol. 2, no. 6, 2009.
- [16] C. Bonivento, A. Isidori, L. Marconi and A. Paoli, "Implicit Fault Tolerant Control: application to Induction Motor," Automatica, vol. 40, pp 355-371, 2004.
- [17] F. Tahami, A. Shojaei and D. Ahmadi Khatir, "A Diversity Based Reconfigurable Method for Fault Tolerant Control of Induction Motors," International symposium on Power Electronics , Electrical Drives, Automation and Motion, 2006.
- [18] H. Khechini and M. Gossa, " Fault Tolerant Robust Applied for Induction Motor (LMI Approach) ," Journal of Electrical Systems, pp 162-175, 2007.
- [19] N. Deghali, M. Ghanes, S. Djennoune and J. P. Barbot, " Backstepping Fault Tolerant Control Based on Second Order Sliding Mode Observer : Application to Induction Motors," 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, FL, USA , pp 12-15, 2011.
- [20] Y. Guan and M. Saif, "A Novel Approach to the Design of Unknown Inputs Observers," IEEE Transaction. On Aut. Control, vol. 36, no. 5, pp. 302-635, 1991.
- [21] Y. Xiong and M. Saif, "Unknown Disturbance Inputs Estimation based on a State Functional Observer Design , " Automatica, vol. 39, pp. 1389-1398, 2003.
- [22] R. Marino, S. Peresada and P. Valigi, "Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motor," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 38, no. 2, 1993.
- [23] F. Naceri, S. Belkacem, M. Kercha and T. Benmokrane, "Performance Analysis of Field Oriented Control and Direct Torque Control for Sensorless Induction Motor Drives," Proceeding of the 15th Mediterranean Conference Control & Automation, 2007.
- [24] M. Abid, A. G. Aissaoui, Y. Ramdani and A. K. Zebelah, "Sliding Mode Speed and Flux Control of Field-Oriented Induction Machine," Acta Electrotechnica et informatica, vol. 7, no. 1, 2007.
- [25] N. M. Noaman, "Speed Control for IFOC Induction Machine with Sliding Mode Controller,"

- [42] M. J. Khosrowjerdi, "Mixed H_2/H_∞ approach to Fault-Tolerant Controller Design for Lipschitz nonlinear systems," IET Control Theory and Applications, pp. 299-307, 2011.
- [43] S. H. Jeon, D. Baang and Y. Choi, "Adaptive Feedback Linearization Control Based on Airgap Flux Model for Induction Motors," International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 4, no. 4, pp 414-427, 2006.
- [44] K. S. Gaid, and H. W. Ping, "Wavelet Fault Diagnosis and Tolerant of Induction Motors: A Review," International Journal of Physical Sciences, vol. 6, no. 3, pp 358-376, 2011.
- IEEE Conference on Decision and Control, pp. 987-992, 2005.
- [39] X. G. Yan and C. Edwards, "Nonlinear Robust Fault Reconstruction and Estimation using a Sliding Mode Observer," Automatica, vol. 43, pp. 1605-1614, 2007.
- [40] C. C. Chan and H. Wang, "An Effective Method for Rotor Resistance Identification for High-Performance Induction Motor Vector Control," IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 37, no. 6, 1990.
- [41] H. K. Khalil, Nonlinear systems, Prentice-Hall, Third Edition, 2002, pp. 156.

ارزیابی عملکرد الگوریتم شناسایی بدون بعد برای سامانه ستاره یاب نصیر ۱ در حضور خطاهای سیستمی با استفاده از روش مونت- کارلو

جعفر روشنی یان^۱، شبیم یزدانی^۲، سید مهدی حسنی^۳، مسعود ابراهیمی^۴

^۱ استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، roshanian@kntu.ac.ir

^۲ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، S Yazdani@kntu.ac.ir

^۳ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، smh1384@gmail.com

^۴ فارغ التحصیل دکتری مهندسی هوافضا، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ebrahimi_k_m@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۹/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۴/۱۱)

چکیده: الگوریتم شناسایی بدون بعد یکی از الگوریتم‌های شناسایی الگوی ستاره جدید است که تا به اکنون تحلیل خطای

جامع به منظور بررسی مقاومت الگوریتم در مقابل مجموع خطاهای سیستمی بر روی آن صورت نگرفته است؛ به همین دلیل

علیرغم امتیازات منحصر به فرد آن مانند عدم وابستگی به تغییر فاصله کانونی و جا به جایی مرکز نوری تصویر، کاربردهای

عملیاتی آن همچنان محدود مانده است. در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن تاثیر مجموع خطاهای سیستمی به صورت جا به

جا مختصات نقاط روشن در صفحه تصویر، مقاومت الگوریتم بدون بعد بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم

بدون بعد در مقابل مقدار متعارف $1/0$ پیکسل به عنوان دقت تعیین محل نقاط روشن در صفحه تصویر، مقاوم نبوده و

جوابگوی نیازهای عملیاتی سامانه ستاره یاب نصیر ۱ نمی‌باشد. در نتیجه با اعمال اصلاحاتی به الگوریتم مذکور، عملکرد آن

در حضور خطاهای مشابه بهبود یافته است.

کلمات کلیدی: حسگر ستاره، الگوریتم‌های شناسایی الگوی ستاره، روش بدون بعد، روش جستجوی بردار k.

Performance Analysis of Nasir 1 Star Tracker in the Presence of Systematic Errors using Monte-Carlo Method

Jafar Roshanian, Shabnam Yazdani, Mehdi Hassani, Masoud Ebrahimi

Abstract: Non-Dimensional star pattern recognition is a novel algorithm which an overall system error analysis in order to determine its robustness is not performed for it so far. Although the mentioned algorithm is independent of Focal length and optical offset variations, its operational usage is still bounded. In this research, algorithm's robustness is determined using an overall error effect of bright point coordinate variations. The results demonstrate that the non-dimensional algorithm performance is pretty fragile in the presence of a common 0.1 pixel error, which makes the algorithm unable to perform onboard Nasir 1 star tracker. Eventually the algorithm was modified and the results show great improvements.

Keywords: Star Tracker, Star Pattern Recognition, Non-Dimensional method, K-vector search technique.

که این الگوریتم تحت هر شرایط عملیاتی، قادر به فعالیت و تشخیص صحیح باشد. در صورتیکه اطلاعات ورودی به الگوریتم با واقعیت موجود تطابق کافی نداشته باشند، عدم تشخیص و یا بدتر از آن، تشخیص اشتباه بسیار محتمل است. در نتیجه لازم است منابع مختلف تولید خطا بررسی شده و اثرگذاری آنها مورد مطالعه قرار گیرد.

در یک دسته بندی کلی عوامل ایجاد خطا در مشخصه مورد استفاده در شناسایی به صورت زیر تقسیم می‌شوند^[۳]:

خطای اپتیک: خطا در کالیراسیون زیمنی، تاثیرات حرارتی، تفکیک رنگ، اعوجاج اپتیک، اعوجاج هاله نور^۴
خطای مرکزیابی: غیر یکنواخت بودن پیکسل‌ها، خطای کوانتمی کردن، عدم قطعیت الگوریتم پردازش تصویر زاویه نویز معادل^۵: نویز خوانش اطلاعات، نویز جریان تاریک^۶، نویز انحراف نور، نویز فوتون

برای بررسی تاثیر هر یک از خطاهای فوق روی عملکرد الگوریتم شناسایی ستاره، لازم است تا هر یک از آنها با دقت بالایی مدل شوند که این مدل‌سازی با پیچیدگی‌های زیادی همراه بوده و از بحث تحقیق حاضر خارج است. اما باید توجه داشت که مجموع خطاهای سخت افزاری و نرم افزاری مذکور، در نهایت باعث ایجاد تغییر در اطلاعات ورودی به الگوریتم شناسایی می‌شوند. به عنوان مثال با تعیین ضعیف موقعیت نقاط روشن که می‌تواند به هر دلیلی من جمله عوامل ذکر شده در فوق ایجاد شده باشد، مختصات غلط به عنوان ورودی الگوریتم شناسایی مورد استفاده قرار گرفته و با تبدیل این مختصات به زاویه، مشخصه شناسایی الگوریتم، با میزانی خطا همراه خواهد بود.

جهت اجتناب از پیچیدگی مدل سازی انواع خطاهای، یک روش اعمال تاثیر نهایی مجموع خطاهای روی ویژگی مورد استفاده در الگوریتم شناسایی می‌باشد. این روش تحلیل خطا بر روی الگوریتم‌های شناسایی مختلفی نظری روش‌های بر مبنای زاویه فضایی پیاده سازی شده است^[۴]. در این روش‌ها مجموع خطاهای ممکن روی ویژگی شناسایی که در روشی مانند هرم، زاویه فضایی بین ستارگان است، بررسی شده و اثرات آنها به طور مستقیم در الگوریتم اعمال می‌گردد و از مدل‌سازی تک نک منابع تولید خطا اجتناب شده است. در پژوهش حاضر نیز با الهام گرفتن از این روش، تحلیل خطایی بر روی الگوریتم شناسایی بدون بعد صورت گرفته است.

در این راستا در بخش ۲ توضیح مختصی از چگونگی عملکرد الگوریتم بدون بعد ارائه می‌شود. در بخش ۳ روش جستجو و وابستگی زمان لازم در این روش به محدوده جستجوی مورد استفاده بررسی شده است در بخش ۴ صحت الگوریتم در حضور خطای نرمال ناشی از جا به جایی مختصات نقاط روشن بررسی شده و مفاهیم تغییر زاویه بیان

۱- مقدمه

حسگر ستاره یا ب یا همان سامانه ناوبری نجومی، یکی از دقیق‌ترین ابزارهای ناوبری برای ماهواره‌ها و فضایی‌ها محسوب می‌شود. این سامانه با مقایسه ستارگان موجود در محدوده دید خود با ستارگانی که اطلاعات آنها را در حافظه ذخیره دارد، به تعیین وضعیت ماهواره پردازد. یک سامانه ستاره یا ب شامل دو زیر مجموعه اصلی سخت افزار و نرم افزار است. زیرمجموعه‌ی سخت افزار شامل دوربین نجومی، حسگر نوری و متعلقات آن (CCD)^۱ و همچنین پردازنده پروازی است؛ در حالیکه زیر مجموعه‌ی نرم افزاری شامل نرم افزارهای پردازش تصویر، نرم افزار شناسایی الگوی ستاره و نرم افزار تعیین وضعیت است. نرم افزار پردازش تصویر وظیفه تحلیل عکس‌های تهیه شده توسط دوربین و تعیین مختصات نقاط نورانی در صفحه تصویر را به عهده دارد؛ نرم افزار شناسایی الگو موظف است به کمک ویژگی شناسایی خود، ستارگان موجود در تصویر را شناسایی کند و نرم افزار تعیین وضعیت با استفاده از هر دو اطلاعات پردازش تصویر و ستارگان شناسایی شده به تعیین جهت گیری محور ماهواره می‌پردازد. در پژوهش حاضر تمرکز بر روی الگوریتم شناسایی بدون بعد بوده و هدف تحلیل عملکرد آن در حضور مجموع خطاهای سیستمی است.

از سال ۱۹۷۶ که جانکیت^۲ و همکارانش زاویه فضایی بین ستارگان را به عنوان یک ویژگی اصلی در شناسایی الگوهای ستاره مطرح کردند، دانشمندان و محققان در تلاشند تا ویژگی‌های دیگری بیانند که حتی الامکان حداقل وابستگی به مجموع پارامترهای دخیل در امر شناسایی را دارا باشند. این پارامترها شامل اندازه تصویر، فاصله کانونی، مرکز اپتیکی تصویر، زمان نوردهی، روشنایی ستارگان ثبت شده در تصویر و اطلاعات الگوریتم‌های پردازش تصویر هستند. با این حال تا سال ۲۰۰۶ الگوریتمی که هیچگونه وابستگی به مشخصات نامبرده را نداشته باشد ابداع نشده بود.

در سال ۲۰۰۶ سامان^۳ الگوریتم بدون بعد^[۱] را برای رفع این نقیصه ابداع کرد که برای شناسایی ستارگان به اطلاعات مربوط به فاصله کانونی و جایه جایی مرکز نوری تصویر احتیاج ندارد. این الگوریتم از زاویه بین اضلاع مثلث تشکیل شده در صفحه تصویر و تشابه آنها با پایگاه داده‌ای از همین جنس، که از اطلاعات ستارگان در دستگاه اینرسی تهیه شده است، استفاده می‌کند؛ بنابراین نه تنها نیازی به کالیبراسیون فاصله کانونی و محل مرکز نوری نداشته بلکه قادر به تخمین مقادیر آنها به صورت برخط نیز هست و در مواردی از این روش برای تخمین اولیه اندازه فاصله کانونی نیز استفاده شده است^[۲]. با این وجود، عدم وابستگی الگوریتم بدون بعد به مشخصات تصویر، باعث نمی‌شود

⁴ PSF distortion

⁵ Noise Equivalent angle

⁶ Dark Current Noise

¹ Charged Coupled Device

² J. Junkins

³ Malak Samaan

تغییرات فاصله کانونی و محل مرکز نوری حفظ شده و یکسان باقی می- مانند.

برای تولید زوایا از رابطه آشنای ضرب داخلی دو بردار استفاده می- شود که در اینجا بردارهای تشکیل دهنده زاویه همان اضلاع مثلث هستند و از معادله ۱ پیروی می کنند:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{\mathbf{r}_{ij}^T \mathbf{r}_{ik}}{\|\mathbf{r}_{ij}\| \|\mathbf{r}_{ik}\|} \\ \cos \alpha_2 &= -\frac{\mathbf{r}_{ik}^T \mathbf{r}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ik}\| \|\mathbf{r}_{ij}\|} \\ \cos \alpha_3 &= \frac{\mathbf{r}_{ik}^T \mathbf{r}_{jk}}{\|\mathbf{r}_{ik}\| \|\mathbf{r}_{jk}\|} \end{aligned} \quad (1)$$

در معادله (۱) منظور از $\mathbf{r}_{kj} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k$ و $\mathbf{r}_{ik} = \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i$ و $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ اضلاع مثلث متناظر با بردارهای یکه ستاره و i ها بردارهای ستاره در کره آسمان هستند. زوایای روی صفحه تصویر نیز از روند مشابه قابل استخراج هستند.

جدول ۱: بخشی از پایگاه داده تولیدی برای الگوریتم بدون بعد

| شناخته شده سوم | شناخته شده دوم | شناخته شده اول | بزرگترین زاویه | کوچکترین زاویه | شناخته مثلث |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| ۵۸۸۶۷ | ۴۷۳۹۱ | ۶۱۱۹۹ | ۹۲/۵۱۴۵۱ | ۲۸/۶۰۳۹۷ | ۲۶۳۱۸۵ |
| ۶۰۲۶۰ | ۶۷۲۳۴ | ۶۳۷۲۴ | ۹۴/۸۰۲۲۷ | ۲۸/۶۰۴ | ۲۶۳۱۸۶ |
| ۸۷۹۳۶ | ۸۸۶۳۵ | ۹۲۰۴۱ | ۱۱۵/۸۲۲۳۶ | ۲۸/۶۰۴۰۸ | ۲۶۳۱۸۷ |
| ۲۵۸۵۹ | ۳۰۷۸۸ | ۳۱۱۲۵ | ۱۱۲/۲۴۸۷ | ۲۸/۶۰۴۰۹ | ۲۶۳۱۸۸ |
| ۹۵۳۷۲ | ۹۴۴۸۱ | ۹۲۸۱۸ | ۱۲۲/۲۴۸۳ | ۲۸/۶۰۴۱۵ | ۲۶۳۱۸۹ |
| ۱۷۴۴۰ | ۲۴۸۴ | ۷۵۸۸ | ۹۷/۷۵۰۸۲ | ۲۸/۶۰۴۲۵ | ۲۶۳۱۹۰ |
| ۳۸۸۲۷ | ۴۷۱۷۵ | ۴۴۸۱۶ | ۸۱/۷۶۲۸۴ | ۲۸/۶۰۴۹۵ | ۲۶۳۱۹۱ |

۳- روش جستجو

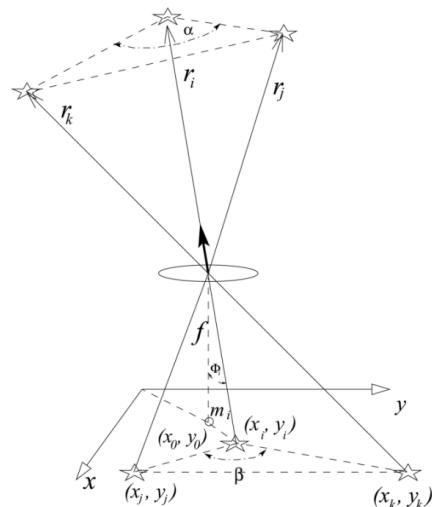
مهمنترين بخش هر الگوریتم شناسایی در حسگر ستاره یاب بخش جستجوی آن به حساب می آید. یک روش جستجوی بهینه که در کمترین زمان دقیق ترین مقایسه را بین اطلاعات ورودی و پایگاه داده انجام دهد موقعيت عملکرد یک الگوریتم را رقم می زند. روش های معمول موجود مانند درخت دو دویی^۱ با وجود دقت مناسب، زمان بالا و محاسبات زیادی احتیاج دارند، در نتیجه روش های مبتنی بر جستجوی مقایسه ای چنان مناسب به حساب نمی آیند.

در سال ۱۹۹۷ مورتاری^۲ روش جدیدی برای جستجو و مقایسه عناصر پایگاه داده با اطلاعات ورودی ابداع کرد [۵ و ۶] که از آن سال تا به اکنون روش اصلی جستجوی اکثر الگوریتم های شناسایی ستاره به شماره رفته و علاوه بر کاربرد در شناسایی ستارگان عمومیت خود را در

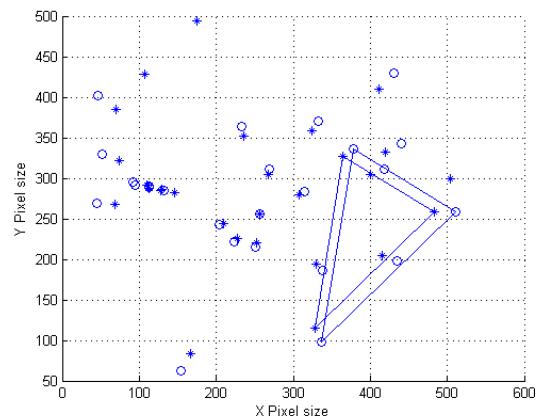
خواهد شد. در بخش ۵ نیز نتایج تست های مونت کارلو ارائه خواهد گشت.

۲- روش شناسایی الگوی بدون بعد [۲]

پایگاه داده الگوریتم شناسایی بدون بعد شامل کوچکترین و بزرگترین زاویه صفحه ای مثلث های موجود در فضای اینرسی، ستاره های تشکیل دهنده این مثلث و شناسه آنها در کاتالوگ ستارگان و شماره مثلث در پایگاه داده می باشد. در هنگام شناسایی نیز الگوریتم با محاسبه زوایای مثلث تشکیل شده در صفحه تصویر و تطبیق دادن آنها با اطلاعات موجود در پایگاه داده به مثلث یکتا رسیده و شناسایی صورت می پذیرد؛ این تطبیق زوایا در مرجع [۱] به طور مفصل اثبات شده است. در مرجع [۱] نشان داده شده است که زاویه α (زاویه مثلث تشکیل شده در فضای به رئوس ستارگان) با زاویه β (زاویه مثلث تشکیل شده در صفحه تصویر به رئوس همان ستارگان) مطابق شکل ۱ برابر است. در عین حال به راحتی قابل درک است که با وجود تغییر اندازه مثلث، زوایای بین اضلاع حفظ شده و دو مثلث مشابه مطابق شکل ۲ تولید خواهد شد.



شکل ۱: نمایش زاویه مثلث در فضای و در صفحه تصویر [۱]



شکل ۲: تغییر اندازه و محل تصویر مثلث در اثر تغییر فاصله کانونی و مرکز نوری [۱]

. با توجه به این دو موضوع، می توان گفت که زوایای مثلث های تشکیل شده در فضای و مثلث های تشکیل شده در تصویر، بدون توجه به

¹ Binary search tree

² Daniel Mortari

در نمونه مورد مقایسه طبق جدول ۱ در صورتیکه $q=1/1000\cdot 2$ و $m=135/1000$ بوده و ورودی الگوریتم، کوچکترین زاویه برابر $28/60490$ درجه باشد برای شروع عملیات جستجو باید یک محدوده بالا و پایین حول زاویه کوچکتر انتخاب شود.

این محدوده را می‌توان با اعمال یک اسکالر α_{error} که اندازه آن رابطه مستقیم با اندازه بازه انتخاب شده دارد، ایجاد کرد. به عنوان نمونه در صورتیکه $\alpha_{error}=0/012$ انتخاب شود بازه مورد بررسی از اندیس ۲۶۳۰۵۳ شروع و به ۲۶۳۷۷۲ ختم می‌شود که شامل ۲۱۹ مثبت است در حالیکه اندیس مثبت مطلوب ۲۶۳۱۸۸ است.

هرچه α_{error} کوچکتر باشد این محدوده کوچکتر شده و الگوریتم سعی می‌کند خود را بیشتر به زاویه ورودی محدود کند مثلاً اگر $\alpha_{error}=0/0001$ باشد محدوده جستجو از اندیس ۲۶۳۱۸۴ تا ۲۶۳۱۹۰ تغییر خواهد کرد که زمان جستجوی کمتری لازم دارد. همانطور که از جدول ۱ نیز قابل مشاهده است زوایای کوچک در بازه‌های متوسط، در رقم چهارم اشاره با یکدیگر تفاوت دارند، در صورتیکه میزان α_{error} مقدار کوچکی در نظر گرفته شود در حالیکه زاویه کوچک با دقت چهار رقم اشاره با میزان واقعی موجود در پایگاه داده مطابقت نداشته باشد، امکان اینکه ترکیب اصلی حتی در بازه تشخیص قرار نگیرد بسیار است. حال همان حالت ابتدایی مثال را در نظر بگیرید که ۲۱۹ مثبت با توجه به زاویه کوچک‌اشان انتخاب شده‌اند. در اینجا برای رسیدن به جواب یکتا لازم است زاویه بزرگتر نیز با پایگاه داده مقایسه شود ولی این زاویه فقط با بازه بدست آمده مقایسه خواهد شد و آن ترکیبی که کمترین فاصله را از زاویه بزرگتر داشته باشد به عنوان پاسخ مسئله انتخاب می‌گردد. برای مطابق کردن زاویه بزرگتر باشد تفاوت مقدار ورودی با مقدار موجود در بازه از یک حد آستانه‌ای کوچکتر باشد، این شرط باعث می‌شود در صورتیکه به دلیل دقت پایین در محاسبه زاویه، از حد مناسب کوچکتر بود الگوریتم بدون تشخیص به کار خود پایان دهد که بهتر از پاسخ غلط است!

همچنین باید توجه داشت که ارتباط مستقیم مقدار عددی α_{error} با زمان جستجو سبب می‌شود تا تعیین مقداری بهینه برای آن از اهمیت بالایی برخوردار باشد. در واقع هرچه مقدار α_{error} بزرگتر باشد، با توجه به بزرگتر شدن محدود بررسی، زمان و محاسبات بیشتری صورت خواهد پذیرفت

۴- بررسی مقاومت الگوریتم شناسایی در حضور خطا

دقت الگوریتم شناسایی وابستگی مستقیمی به دقت پردازش تصویر دارد. اما همانطور که در مقدمه نیز اشاره شد خطا در عوامل سخت افزاری مانند کالیبراسیون نوری تصویر و غیره می‌توانند تصویر را به گونه‌ای دچار اختشاش نمایند که حتی با وجود دقت بالای پردازش تصویر نیز، محل نقاط نورانی با آنچه در واقعیت هست، تفاوت داشته

سایر مباحث نیازمند به مقایسه عنصر به عنصر نیز حفظ کرده است. روش جستجوی فوق که به روش جستجوی بردار k معروف است در زیر به طور خلاصه بیان شده است و طبق جدول ۱ که قسمتی از یک پایگاه داده است مثالی در مورد آن حل خواهد شد.

فرض کنیم y آرایه‌ای از داده‌ها به طول n باشد (این داده‌ها می‌توانند فاصله زوایه‌ای بین زوج ستاره‌ها در میدان دید باشند) و s همان آرایه اما مرتب شده بترتیب نزولی باشد یعنی $s(i+1) \leq s(i)$.

فرض کنیم I برداری باشد که نحوه مرتب شدن را حفظ کند یعنی $y(I(i)) = s(i)$. با فرض اینکه y بطور یکنواخت توزیع شده است، معادله خط مستقیمی که دو نقطه $[1, y_{min}]$ و $[n, y_{max}]$ را به هم متصل می‌کند به صورت (۳) خواهد بود:

$$z(x) = mx + q \quad (2)$$

که در آن $m = \frac{y_{max} - y_{min}}{n-1}$ و $q = y_{min} - m$. با شروع از $k(1) = 0$ بردار k بصورت زیر ساخته می‌شود:

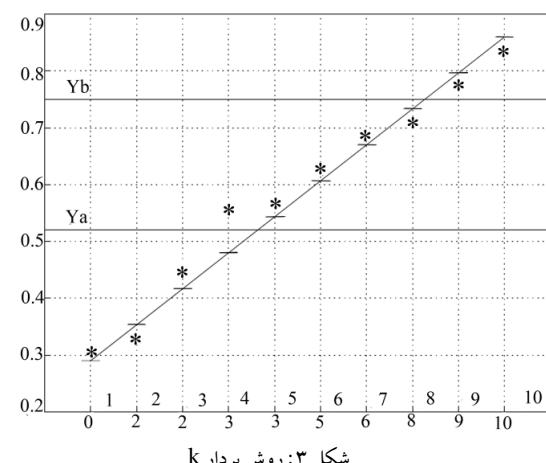
$$k(i) = j \quad \text{if } s(j) \leq z(i) \leq s(j+1) \quad (3)$$

که در آن اندیس i از ۲ تا $(n-1)$ تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، تعداد عناصرهای (j) کمتر از مقدار (i) را مطابق شکل ۳ می‌دهد.

بعد از اینکه بردار k ساخته شد، یافتن دو اندیسی که به ازای آنها تمام داده‌ایی که در بازه $[y_a, y_b]$ قرار می‌گیرند مشخص شوند، تقریباً یک کار بدون جستجو است. در حقیقت اندیس‌های مرتب با این مقدادر از (۴) بدست می‌آیند:

$$j_b = \left\lceil \frac{y_a - q}{m} \right\rceil, \quad j_t = \left\lceil \frac{y_b - q}{m} \right\rceil \quad (4)$$

که در آن تابع $[x]$ اولین عدد صحیح کوچکتر از x و $[x]$ اولین عدد صحیح بزرگتر از x می‌باشد

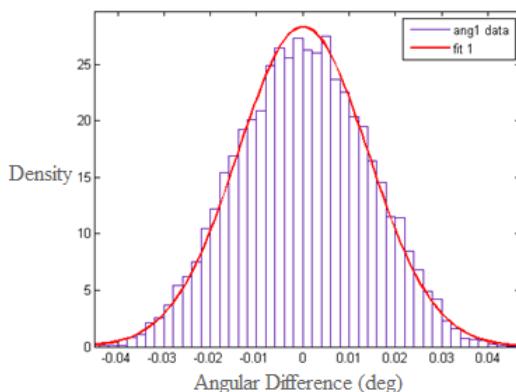


شکل ۳: روش بردار

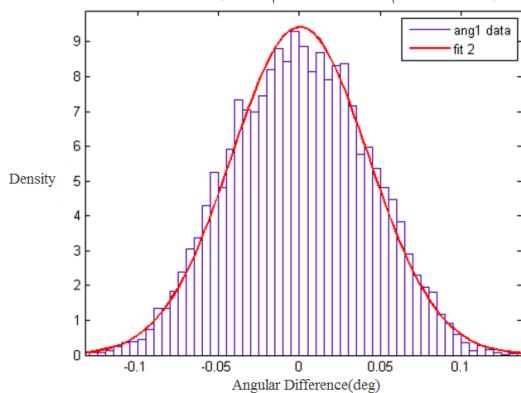
بعد از محاسبه j_b و j_t می‌توان مقداری زیر را از (۵) محاسبه کرد:

$$k_{start} = k(j_b) + 1, \quad k_{end} = k(j_t) \quad (5)$$

داشتن مقداری k_{start} و k_{end} بیانگر راه حل مسئله جستجو است چراکه عناصرهای مورد جستجوی $y_i \in [y_a, y_b]$ تمام مقداری $y(I(k))$ هستند که در آن k از k_{start} تا k_{end} تغییر می‌کند



شکل ۵: هیستوگرام اعمال خطای نیم پیکسل روی زاویه اول یک مثلث بزرگ



شکل ۶: هیستوگرام اعمال خطای نیم پیکسل روی زاویه اول یک مثلث کوچک

با توجه به نتایج فوق و این موضوع که مثلث‌های تشکیل شده در تصویر می‌توانند اندازه‌های مختلفی داشته باشند؛ برای بررسی تاثیر خطای موقعیت نقاط روشن بر زاویا، از یک مثلث با مساحت متوسط نسبت به ابعاد تصویر استفاده می‌شود.

با روش فوق، متناظر با هر میزان خطا در مختصات نقاط روشن بر حسب پیکسل، میزانی خطای در زاویای مثلث‌ها بوجود خواهد آمد که در جدول ۲ خلاصه شده‌اند.

با این مقدمه می‌توان از روش مونت کارلو برای تعیین مقاومت الگوریتم استفاده کرد. این روش با گام‌های زیر پیاده شود:

- انتخاب خط دید تصادفی برای سامانه و تعیین ستارگان موجود در محدوده دید

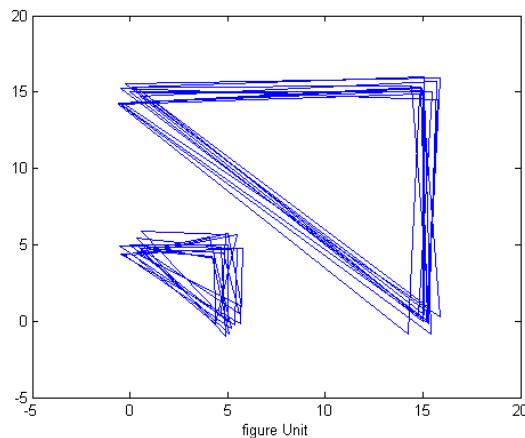
تشکیل مثلث‌هایی به رئوس ستارگان منتخب در محدوده دید اعمال خطای محاسبه شده مطابق جدول ۲ بر روی زاویای محاسبه شده در بند ۲

انجام عملیات شناسایی (تطبیق زاویای بند ۳ با پایگاه داده) مقایسه شناسایی‌های صورت گرفته با ستارگان اولیه موجود در محدوده دید به منظور اندازه گیری میزان صحت شناسایی تکرار عملیات فوق به ازای ده هزار خط دید نتایج این عملیات در جدول ۲ نمایش داده شده است.

باشد. در نتیجه‌ی این تفاوت، زوایای محاسبه شده از صفحه تصویر با مقادیر ذخیره شده آنها در پایگاه داده تفاوت داشته و در نهایت الگوریتم یا بدون شناسایی به کار خود پایان می‌دهد و یا شناسایی غلط دچار خطا می‌گردد. در بخش بعد تأثیر کلی خطاهای سخت افزاری، اپتیک و پردازش تصویر در ترکیب با یکدیگر بررسی می‌شوند. این خطاهای صورت تغییر تصادفی در مختصات نقاط روشن اعمال می‌شود که نهایتاً اندازه زاویه محاسبه شده را تغییر می‌دهد. شایان ذکر است که با توجه به مرجع [۱] تغییر در فاصله کانونی و مرکز تصویر نوری، تأثیری در اندازه زاویه صفحه‌ای مثلث‌ها نداشته و لزومی به بررسی آن وجود ندارد. با توجه به ماهیت موارد موثر در این خطا و اینکه توزیع نرمال توزیع مناسی جهت توصیف اکثر پدیده‌های طبیعی می‌باشد، در این تحقیق نیز از تابع چگالی احتمال با توزیع نرمال استفاده شده است. علاوه بر این با توجه به موارد بیان شده در بخش‌های قبل و عدم تأثیر گذاری جای بیانی مرکز اپتیکی، میانگین این خطاهای صفر در نظر گرفته شده است.

۴-۱- خطای روی زاویای مثلث تصویر

در ابتدا بهتر است بررسی مختصری بر تأثیر جای بیانی نقاط روشن در مثلث‌ها با مساحت‌های مختلف صورت پذیرد. چنانکه در شکل ۴ مشهود است، اعمال خطای یکسان بر مختصات رئوس یک مثلث نوعی بزرگ (با توجه به نسبت آن با اندازه تصویر) در قیاس با یک مثلث نوعی کوچک خطای کمتری بر روی زوایای مثلث ایجاد می‌کند.



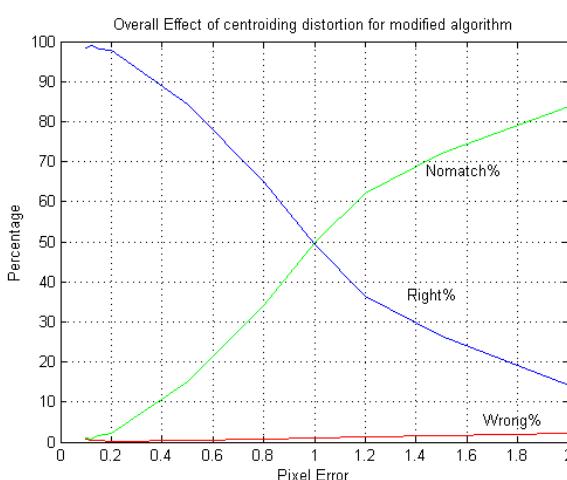
شکل ۴: اعمال خطای نیم واحد بر روی مختصات رئوس مثلث

به عنوان مثال در صورتیکه فرض کنیم پردازش تصویر در بهترین حالت دقیقی برابر $5/5$ پیکسل دارد، به مختصات نقاط تشکیل دهنده مثلث، مقداری تصادفی نیم پیکسل (یا تبدیل آن در واحد متریک) اعمال می‌شود. با اعمال چنین خطای هیستوگرام تفاوت زاویه تولیدی جدید با زاویه اولیه به صورت اشکال ۵ و ۶ به ترتیب برای مثلث‌های بزرگ و کوچک قابل مشاهده است.

منجر به شکست ماموریت فضایی گردد. در نتیجه الگوریتم بدون بعد برای سامانه ستاره یاب نصیر ۱ با مجموع خطای ۱/۰ پیکسل مناسب نبوده و برای عملیاتی کردن این الگوریتم، بهبود عملکرد آن اجتناب ناپذیر است. بهبود این الگوریتم با استفاده از اضافه نمودن یک ویژگی شناسایی دیگر امکان پذیر شده است [۷]. نتایج تست مشابه برای الگوریتم بهبود یافته در جدول ۳ قابل مشاهده است.

جدول ۳ خطای ورودی به الگوریتم شناسایی و عملکرد الگوریتم بهبود یافته

| درصد عدم تشخیص | درصد تشخیص | درصد تشخیص | درصد تشخیص | نفاوت زاویه اندازه گیری شده با مقدار مقدار واقعی | خطای موقعیت نقاط بر روشن حسب پیکسل | ۳۵ نفاوت زاویه اندازه گیری شده با مقدار مقدار واقعی |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|--|---|--|
| ۰/۸۹۷۶ | ۰/۶۲۰۲ | ۹۸/۴۸۱۷ | ۰/۰۳۰۴ | ۰/۱ | ۰/۰۲ | ۰/۰۱ |
| ۰/۷۷۲۱ | ۰/۳۱۶۲ | ۹۸/۹۱۱۶ | ۰/۰۳۶۲ | ۰/۱۲ | ۰/۰۴ | ۰/۱ |
| ۱/۵۷۸۶ | ۰/۳۴۸۵ | ۹۸/۰۷۲۸ | ۰/۰۴۶۸ | ۰/۱۵ | ۰/۰۳۰۴ | ۰/۱ |
| ۲/۰۶۸۱ | ۰/۲۲۲۷ | ۹۷/۷۰۹۰ | ۰/۰۶۰۳ | ۰/۲ | ۰/۰۳۶۲ | ۰/۱۲ |
| ۱۵/۱۳۱ | ۰/۴۳۳۸ | ۸۴/۴۳۴۷ | ۰/۱۵۴۳ | ۰/۵ | ۰/۰۴۶۸ | ۰/۱۵ |
| ۳۴/۱۳۷ | ۰/۷۲۸۸ | ۶۵/۱۳۳۸ | ۰/۲۲۹۵ | ۰/۸ | ۰/۰۶۰۳ | ۰/۲ |
| ۴۹/۹۳۵ | ۰/۹۲۳۵ | ۴۹/۱۴۱۴ | ۰/۲۹۱۷ | ۱ | ۰/۰۶۱۹۰ | ۰/۰۶۰۳ |
| ۶۲/۱۶۹ | ۱/۳۰۲۹ | ۳۶/۵۲۷۷ | ۰/۳۶۴۸ | ۱/۲ | ۰/۰۲ | ۰/۰۲ |
| ۷۲/۱۶۴ | ۱/۴۹۰۳ | ۲۶/۳۴۵۱ | ۰/۴۴۹۶ | ۱/۵ | ۰/۰۲ | ۰/۰۲ |
| ۸۳/۷۶۳ | ۲/۱۸۷۵ | ۱۴/۰۷۵۸ | ۰/۶۲۶۴ | ۲ | ۰/۰۲ | ۰/۰۲ |

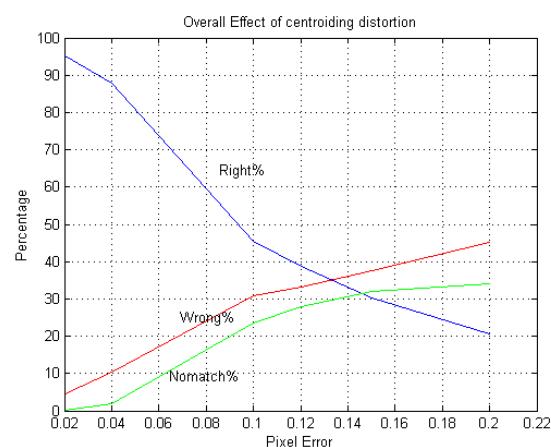


شکل ۸ ترکیب نمودارهای موفقیت، شکست و عدم تشخیص برای الگوریتم بهبود یافته

از جدول ۳ و شکل ۸ قابل مشاهده است که با اضافه کردن یک ویژگی شناسایی دیگر به الگوریتم بدون بعد، نه تنها میزان مقاومت الگوریتم در مقابل خطای زاویه‌ای بهبود یافته است بلکه با افزایش خطای مذکور، عملیات بدون شناسایی به کار خود پایان می‌دهد که در قیاس با

جدول ۲ خطای ورودی به الگوریتم شناسایی و عملکرد الگوریتم بدون بعد

| ۳۵ نفاوت زاویه اندازه گیری شده با مقدار مقدار واقعی | درصد تشخیص | درصد تشخیص | درصد غلط | درصد اصح | ۳۵ موقعیت نقاط بر روشن حسب پیکسل | ۳۵ موقعیت نقاط نقاط روشن بر حسب پیکسل |
|--|---------------|---------------|-------------|-------------|---|--|
| ۰/۱ | ۴/۶۰۳۰ | ۹۵/۲۹۷۰ | ۰/۰۰۶ | ۰/۰۰۲ | ۰/۰۱ | ۰/۰۲ |
| ۲ | ۱۰/۲۷۴۲ | ۸۷/۷۷۵۸ | ۰/۰۱ | ۰/۰۴ | ۰/۰۱ | ۰/۱ |
| ۲۲/۶۴۷۳ | ۳۰/۹۲۵۲ | ۴۵/۴۲۷۵ | ۰/۰۳۰۴ | ۰/۱ | ۰/۰۳۰۴ | ۰/۱ |
| ۲۸ | ۳۳/۲۰۷۲ | ۳۸/۷۹۲۸ | ۰/۰۳۶۲ | ۰/۱۲ | ۰/۰۳۶۲ | ۰/۱۲ |
| ۳۲ | ۳۷/۷۰۸۷ | ۳۰/۲۹۱۳ | ۰/۰۴۶۸ | ۰/۱۵ | ۰/۰۴۶۸ | ۰/۱۵ |
| ۳۴/۲ | ۴۵/۱۸۱۰ | ۲۰/۶۱۹۰ | ۰/۰۶۰۳ | ۰/۲ | ۰/۰۶۰۳ | ۰/۲ |



شکل ۷ ترکیب نمودارهای موفقیت، شکست و عدم تشخیص برای الگوریتم بدون بعد

همانطور که در جدول ۲ و شکل ۷ قابل مشاهده است با افزایش خطای موقعیت نقاط روشن درصد تشخیص نادرست الگوریتم نیز افزایش می‌یابد؛ در حالیکه از نقطه نظر عملیاتی افزایش عدم تشخیص بسیار مطلوب‌تر از تشخیص غلط است. علاوه بر این مطابق با نتایج جدول ۲ رسیدن به مقدار مطلوب تشخیص صحیح به دقت‌هایی بسیار فراتر از دقت ۰/۱ پیکسل نیازمند است. در عین حال بالا بردن دقت به زیر ۰/۱ پیکسل نیز باعث تحمیل هزینه‌های بیشتر برای سخت افزار دقیق‌تر و همچنین بالا رفتن پیجندگی پیاده سازی می‌گردد. همچنین وجود خطای معادل با ۰/۱ پیکسل جا به جایی در نقاط روشن، لزوم بالا بردن محدوده جستجو را همانطور که در بخش ۳ نیز توضیح داده شد، در پی خواهد داشت که مهمترین تاثیر آن در بالا بردن زمان لازم برای عملیات جستجو است. در صورتیکه زمان لازم برای مجموعه نرم افزاری یعنی پردازش تصویر، شناسایی و تعیین وضعیت از زمان لازم برای تهیه دوباره عکس بیشتر باشد، تعیین وضعیت ماهواره با اختلال مواجه شده و ممکن است

مراجع

- [1] D. Mortari, M. A. Samaan, " Non-Dimensional star identification for uncalibrated star cameras" *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 54, No. 1, January–March 2006, pp. 000–017
- [2] M. J. Swanzy "Analysis and demonstration: A proof of concept compass star tracker" *Master thesis, Texas A&M university* December 2006.
- [3] A. Eisenman, C. Christian Liebe "The Advancing State-of-the-art in Second Generation Star Trackers", Aerospace Conference, IEEE, 1998.
- [4] M. Samaan, S. Theil " Development of a low cost star tracker for SHEFEX mission", Aerospace science and Technology, September 2011.
- [5] D. Mortari, "Search-less algorithm for star pattern recognition," *J. Astronaut. Sci.*, vol. 45, pp. 179–194, 1997.
- [6] D. Mortari, "K-vector range searching techniques," *Adv. Astronaut. Sci.*, vol. 105, pp. 449–464, 2000.
- [7] [الگوریتم‌های پردازش تصویر و شناسایی الگو، جلد دوم، سامانه ناوبری نجومی نصیر ۱، خرداد ماه ۱۳۹۱]

عملکرد الگوریتم بدون بعد در شرایط مشابه بسیار مطلوب‌تر بوده و عملیات تعیین وضعیت را به جز تاخیر در تصویر برداری مجدد، با خطر دیگری مواجه نمی‌سازد.

۵- نتیجه گیری

اگر چه در حالت کلی افزایش دقت سیستم باعث افزایش دقت تعیین محل نقاط روشن در پردازش تصویر شده و نتیجتاً موجب بهبود عملکرد الگوریتم می‌گردد، لیکن هزینه‌های سخت افزاری و نرم افزاری بیشتری را در بی خواهد داشت. با توجه به نتایج ارائه شده در پژوهش حاضر حد مصالحه دقت و زمان محاسباتی برای الگوریتم بدون بعد بهبود یافته در حدود ۰/۱ پیکسل مجاز در نظر گرفته می‌شود چرا که کاهش دقت علاوه بر کاهش عملکرد، باعث افزایش زمان محاسباتی شده و ممکن است زمان به روز رسانی مورد نیاز را با مشکل مواجه سازد. برای فعالیت‌های آینده پیشنهاد می‌شود با استفاده از شبیه‌سازهای آسمان عملکرد الگوریتم بررسی گشته و به جای اعمال خطابه زاویه، خط را مستقیماً به مختصات کارتزین ستارگان تصویر اعمال نمود. این امر یک کام به واقعیت نزدیکتر است، در عین حال مدل کردن هر یک از منابع خطابه نیز می‌تواند در به واقعیت نزدیک کردن نتایج موثر باشد.

سینماتیک وارون ربات بازوی ۷ درجه آزادی تحت محدودیت‌های موقعیت مفاصل و مانع در فضای کاری ربات با استفاده از شبکه عصبی-فازی و روش برنامه‌ریزی مرتبه دو

حمید توشنی^۱، محمد فرخی^۲

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، h_toshany@yahoo.com

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، farrokhi@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۱/۲۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۴/۱۷)

چکیده: تحلیل سینماتیک وارون ربات‌های بازوی سری افزونه از جمله ابزارهای ضروری در زمینه‌های مختلف رباتیکی مانند طراحی، تولید مسیر و کنترل این سیستم‌ها می‌باشد. با توجه به این که در بسیاری از ربات‌های افزونه، جواب تحلیلی برای سینماتیک وارون آن‌ها وجود ندارد، شیوه‌های حل عددی نیازمند اجرا و بررسی در این زمینه می‌باشند. در این مقاله، از ترکیب شبکه‌های عصبی، سیستم‌های فازی و روش برنامه‌ریزی مرتبه دو برای تعیین متغیر مفاصل استفاده خواهد شد. براساس رویکرد پیشنهادی، هفت شبکه عصبی متناظر با هر متغیر مفصل درنظر گرفته شده و با تطبیق وزن آن‌ها توسط روش برنامه‌ریزی مرتبه دو، پیکربندی مناسب ربات جهت ردیابی مسیر مطلوب در فضای دکارتی تعیین می‌شود. از طرفی، وزن اولیه شبکه‌ها با استفاده از سیستم فازی و براساس مجاورت مجری نهایی تا نقطه مطلوب و امکان‌پذیری متغیر مفاصل تعیین می‌شود. برنامه اجتناب از مانع با بررسی شرایطی چون انتخاب متغیر مفاصل در گیر در معادلات قیود بازوها و تعیین بحرانی ترین بازو صورت می‌گیرد. به منظور برقراری قیود مسئله در روش برنامه‌ریزی مرتبه دو، از تحقق یافتن شرایط کان-تاکر استفاده خواهد شد. ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی با شیوه‌سازی و تحلیل نتایج بر روی ربات بازوی PA-10 صورت خواهد گرفت.

کلمات کلیدی: سینماتیک وارون، ربات بازوی سری افزونه، شبکه عصبی، روش برنامه‌ریزی مرتبه دو، سیستم فازی، اجتناب از مانع.

Inverse Kinematics of 7 DOF Robot Manipulator under Joint Angle Limits and Obstacle in the Workspace of Robot using Neural network, Fuzzy System and Quadratic Programming Approach

Hamid Toshani, Mohammad Farrokhi

Abstract: Analysis of the inverse kinematics of redundant manipulators is one of the necessary tools in various robotic fields such as design, motion planning and control of these systems. Since, there is not an analytical solution for the inverse kinematics of several redundant manipulators, numerical approaches are needed to execute and investigate in this field. In this paper, combination of the neural networks, fuzzy systems and quadratic programming is used to obtain the joint variables. According to the proposed approach, seven neural networks are considered according to the each joint variable and by adaptation of the neural network's weights, suitable configurations of the robot is determined to track a desired trajectory in the Cartesian space. Meanwhile, initial weights of the neural networks are obtained by fuzzy systems based on the vicinity of the end-effector to desired point and feasibility of the joint variables. Obstacle avoidance scheme is

performed by investigation of the conditions including choosing the joint variables that involved in the equations of the arms constraints and determination of the most critical arm. In order to establish the constraints of the problem in the quadratic programming, realization of the Kun-Tucker conditions will be used. Evaluation of the proposed approach will be carried out on the PA-10 manipulator by simulation and analysis of the results.

Keywords: Inverse Kinematics, Redundant Manipulator, Neural Network, Quadratic Programming, Fuzzy System, Obstacle Avoidance.

تطبیق موقعیت مفاصل براساستابع لیالپانوف طراحی شده و از اطلاعات ژاکوبی و ترانهاده آن در هر لحظه استفاده می‌شود. همچنین، بهمنظور اجتناب از مانع، از فرم توسعه یافته ژاکوبی استفاده شده که علاوه بر ژاکوبی، عبارتی که معرف تصویر تابع هزینه به فضای پوچ ژاکوبی است، اضافه شده است. روش ارایه شده در این مقاله ساده‌بوده لیکن محاسبه ماتریس تطبیق از بار محاسباتی بالایی برخوردار بوده و در هر لحظه نیاز به محاسبه ژاکوبی و ترانهاده آن دارد. در مرجع [۲] از شبه وارون ژاکوبی به همراه برنامه اجتناب از مانع استفاده شده است. جهت اجتناب از مانع، فرم توسعه یافته‌ای از شبه وارون ژاکوبی ارایه شده که بخشی از آن معرف حداقل خطای دکارتی و بخشی دیگر معرف تجزیه افزونگی^۱ است که خود حرکت^۲ ربات را توصیف می‌کند. به طور مشابه، در مرجع [۳] با استفاده از این رویکرد و در قالب حلقه‌بسته و با فیدبک گرفتن از خطای دکارتی، سینماتیک وارون رباتی با هفت درجه آزادی تحت محدودیت‌های فیزیکی مفاصل حل شده است. رویکردهای پیشنهادی در نزدیکی نواحی تکین دارای مشکلات ناپایداری عددی می‌باشند. با توجه به نتایج ارائه شده، زمان اجرای محاسبات بالا بوده و برای کاربردهای سریع مناسب نمی‌باشد.

در مرجع [۴] از شبه وارون ژاکوبی در سطح شتاب استفاده شده و با فرض معلوم‌بودن مسیر مطلوب و با تعریف مفهومی به نام زمان مجازی، مسیر حرکت ربات اصلاح شده است. در این روش، کندن‌مودن حرکت ربات جهت اجتناب از محدودیت فیزیکی ربات، باعث کاهش کیفیت عملکرد روش شده است. در مرجع [۵] از روش حداقل مرباعات میرا به منظور میرانمودن حرکت مفاصل در نزدیکی نواحی تکین استفاده شده است. فاکتور میرایی براساس کوچک‌ترین مقدار تکین ماتریس ژاکوبی تعیین شده است. روش پیشنهادی از ناپایداری عددی جلوگیری می‌کند. لیکن، محاسبه فاکتور میرایی زمان بر بوده و روش را کند می‌کند. در مرجع [۶] برای حل سینماتیک وارون، ترکیب حداقل مرباعات میرا و الگوریتم ژنتیک پیشنهاد شده است. در این روش، از توزیع گوسی برای فاکتور میرایی و از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی پارامترهای توزیع مذکور استفاده شده است. با توجه به فرایند بهینه‌سازی قطع خط^۳، کاربرد

۱- مقدمه

مسئله سینماتیک وارون به عنوان نگاشتی غیرخطی که وظیفه تعیین پیکربندی‌های مناسب مفاصل را در طول حرکت ربات بر عهده دارد، از اهمیت بالایی در حوزه‌های مختلف رباتیکی برخوردار است. با توجه به این که این نگاشت بسته به ساختار طراحی شده برای ربات بازو ممکن است دارای جوابی به فرم بسته نباشد (مانند ربات‌های افونه) و چالش‌های متفاوتی در ارتباط با آن وجود دارد، تحقیقات وسیعی در این زمینه و با توجه با اهداف تعریف شده برای آن صورت گرفته است. دسته‌ای از تحقیقات بر روی ربات‌هایی که جوابی به فرم بسته دارند تاکیدارند و دسته وسیعی نیز روی تعیین جواب تقریبی برای سینماتیک وارون با استفاده از روش‌های عددی متوجه شده‌اند.

به طور معمول، برای مواجهه با قیود، ربات‌های افونه مورد استفاده قرار می‌گیرند. این ربات‌ها، از مهارت و چابکی^۴ بیشتری نسبت به ربات‌های غیرافزونه برخوردار هستند. درواقع، در آن‌ها تعداد درجه‌های آزادی از تعداد درجه‌های آزادی (عملگرهای) موردنیاز برای تعیین موقعیت و جهت مطلوب مجری نهایی بیشتر می‌باشد. با استفاده از ویژگی افزونگی می‌توان علاوه بر وظیفه اولیه ربات که به طور معمول ردیابی مسیر مطلوب می‌باشد، اهداف ثانویه یا قیود مسئله را نیز برآورده نمود. از جمله مهم‌ترین قیود سینماتیک وارون عبارتند از: اجتناب از محدودیت‌های فیزیکی مفاصل، اجتناب از مانع، اجتناب از تکینگی، حداقل انرژی مفاصل، بهینه‌سازی گشتاور مفاصل و تکرار پذیری حرکت مفاصل. از آنجایی که حل مسئله سینماتیک وارون ربات‌های بازوی‌های افونه می‌تواند به بینهایت جواب منجرب شود، یافتن جواب به فرم بسته امکان‌پذیر نیست. بنابراین، برای این ربات‌ها، صرفاً باید از روش‌های عددی استفاده کرد.

از جمله مهم‌ترین و پرکاربردترین روش‌های ارائه شده در حوزه سینماتیک وارون، روش‌های مبتنی بر وارون ماتریس ژاکوبی هستند. این رویکردها تقریبی مرتبه اول از نگاشت غیرخطی سینماتیک وارون هستند و از ارتباط بین سرعت مجری نهایی و سرعت مفاصل که توسط وارون ماتریس ژاکوبی صورت می‌گیرد، استفاده می‌کنند. در مرجع [۱] ماتریس

² redundancy resolution

³ self motion

⁴ offline

¹ manipulability

مرجع [۱۳] شبکه عصبی^۳ MLP برای تعیین زوایای مفاصل ربات سه درجه آزادی به همراه اجتناب از مانع به کار گرفته شده است. در این روش، جزئیات عملکرد روش در مواجهه با مانع در فضای کاری بررسی نشده و اشاره‌های به دقت جواب‌های نهایی نشده است. در مرجع [۱۴] از دو شبکه عصبی MLP و RBF برای ربات شش درجه آزادی استفاده شده است. جهت آموزش قلع خط شبکه، علاوه بر موقعیت و جهت مجری نهایی، از تغییرات آنها نیز استفاده شده و خروجی شبکه، تغییرات مفاصل می‌باشد که با دراختیار داشتن موقعیت قبلی آنها، بروزرسانی آنها صورت می‌گیرد. روش پیشنهادی برای کاربردهای استاتیکی مناسب است و ملاحظه قیود در آن کاری سخت و دشواری می‌باشد. در مرجع [۱۵] از شبکه SOM^۴ برای یافتن متغیر مفاصل ربات هفت درجه آزادی استفاده شده و برای یافتن چندین جواب سینماتیک وارون، الگوریتمی موسوم به زیرخوشه‌سازی ارائه شده است.

در مراجع [۱۶]، [۱۷] و [۱۸] از شبکه دوگان^۵ استفاده شده است. هدف مسئله، استفاده ترکیبی از نرم دو و بی‌نهایت سرعت مفاصل تحت اجتناب از مانع استفاده شده است. از طرفی، بهینگی جواب اصلاح شده و شرایط همگرایی نمایی نیز بررسی شده است. در نهایت، این شبکه توسعه بیشتری یافته و فرم دیگری تحت عنوان شبکه اولیه-دوگان مطرح شده است. همچنین، دو مسئله اجتناب از محدودیت مفاصل و تکارپذیری حرکت آنها درنظر گرفته شده و شرایط لازم برای تحقق آنها فراهم شده است. شبکه‌های عصبی دوگان و اولیه-دوگان، ساختاری ساده دارند. نیازی به هیچ گونه وارون ماتریسی ندارند و به صورت بی‌درنگ جواب را تعیین می‌کنند. اما، این روش‌ها به ساختار ربات وابسته‌اند و نیاز به محاسبه ژاکوبی و ترانهاده آن دارند. معادلات دینامیکی آنها از ترم‌های غیرخطی بالایی برخوردار بوده و بار محاسبات آنها در حالت کلی بالا بوده و برای کاربردهای سریع مناسب نیستند.

در این مقاله، سینماتیک وارون ربات بازوی ۷ درجه آزادی-PA-10 با استفاده از روش بهینه‌سازی مقید که از ترکیب شبکه‌های عصبی، سیستم‌های فازی و روش برنامه‌ریزی مرتبه دو بهره می‌گیرد، تعیین خواهد شد. بر اساس رویکرد پیشنهادی، هفت شبکه عصبی RBF متناظر با هر متغیر مفصل درنظر گرفته شده است. ورودی هر شبکه موقعیت مطلوب در فضای دکارتی و خروجی آن یکی از زاویه مفاصل می‌باشد. با تطبیق وزن شبکه‌های عصبی توسط روش برنامه‌ریزی مرتبه دو، پیکربندی مناسب رباتات جهت ردیابی مسیر مطلوب در فضای دکارتی تعیین می‌شود. از طرفی، وزن اولیه شبکه‌ها با استفاده از سیستم فازی و براساس مجاورت مجری نهایی تا نقطه مطلوب و امکان‌پذیری متغیر مفاصل تعیین

این روش در محیط‌های دینامیکی و نامنظم دشوار بوده و مستلزم درنظر گرفتن همه جواب‌های است.

دسته مهم دیگر روش‌های حل سینماتیک وارون، روش‌های مبتنی بر گرادیان تابع هزینه هستند که جوابی تقریبی را در قالب فرایندی تکراری به دست می‌آورند. در مرجع [۷] از روش نیوتون-رافسون برای حل سینماتیک وارون ربات‌های افزونه و غیرافزونه استفاده شده است. روش پیشنهادی به شرایط اولیه حساس بوده و بار محاسباتی بالایی دارد. در مرجع [۸] برای تعیین جواب سینماتیک وارون ربات شش درجه آزادی، روش‌هایی چون شبکه‌نیوتون، حداقل مربuat میرا و روش خطی‌سازی با تصحیح تغییرات مفاصل مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند. در مرجع [۹] روشنی تحت عنوان رویکرد مُدل برای تعیین جواب سینماتیک وارون ربات‌های فوق افزونه مطرح شده است. بر مبنای این روش، ساختار چنین ربات‌هایی را می‌توان با استفاده از منحنی‌ای به نام منحنی استقامت^۶ توصیف نمود. روش پیشنهادی قابلیت اعمال قیود را داشته و پیکربندی‌های تکین را می‌تواند شناسایی کند. لیکن ساختاری وایسته به مدل دارد و حل آن پیچیده می‌باشد.

در مرجع [۱۰] رویکردی موسوم به نقشه راه سینماتیک^۷ مطرح شده که براساس تعریف معیاری جهت تعیین فاصله بین پیکربندی‌های ربات از یکدیگر عمل می‌کند. روش پیشنهادی، مسئله اجتناب از برخورد بازوها به یکدیگر را خطاب قرار داده است. اما جستجوی محلی برای تعیین پیکربندی بهینه، زمان بر بوده و روند آن دشوار می‌باشد. در مرجع [۱۱] از رویکردی تکراری بر مبنای اطلاعات هندسی پیکربندی ربات استفاده شده است. تکنیک پیشنهادی از دو مرحله تشکیل شده است. در فاز اول، روندی تکراری از مجری نهایی به سمت پایه ربات صورت گرفته و در آن ابتدا، دست یابی موقعیت هدف بررسی شده و روند تکراری دیگری از پایه ربات به سمت مجری نهایی طی می‌شود. با ترکیب این دو فاز و پس از تکرارهای نسبتاً کوتاه، پیکربندی مناسب مفاصل تعیین می‌شود. مشکل اساسی این روش، ایده هندسی آن برای یافتن جواب دقیق و با اجتناب از محدودیت مفاصل است که برای ربات‌هایی با درجه‌های آزادی بالا و ساختاری پیچیده مطلوب نمی‌باشد. در مرجع [۱۲] روشی هندسی مطرح شده که با ثابت فرض کردن زوایای دوم به بعد و در نظر گرفتن دو زاویه مجزا در معادلات سینماتیک مستقیم، پیکربندی مناسب مفاصل تعیین می‌شود. روش پیشنهادی به ساختار ربات وابسته بوده و برای ربات‌های پیچیده با دشواری روبرو خواهد بود.

شبکه‌های عصبی با توجه به محاسبات توزیع شده و موازی و قابلیت نگاشت غیرخطی و ویژگی‌هایی چون تطبیق‌پذیری با محیط، به طور گسترشده‌ای در زمینه سینماتیک وارون مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در

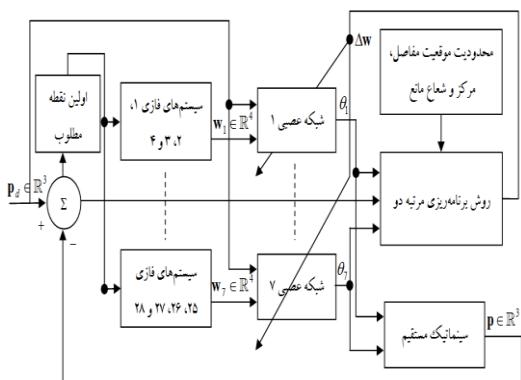
^۳ Multi Layer Perceptron

^۴ Self Organizing Map

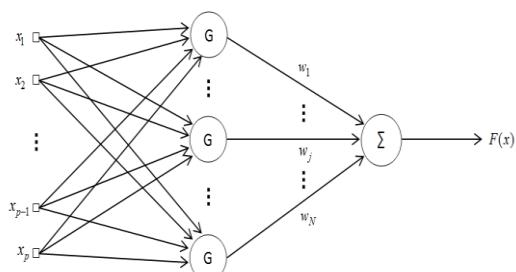
^۵ Dual network

^۶ backbone

^۷ kinematics roadmap



شکل ۱: ساختار کلی روش پیشنهادی



شکل ۲: ساختار شبکه RBF

۳- زیرسیستم‌های ساختار پیشنهادی

ساختار روش پیشنهادی از سه زیرسیستم اصلی تشکیل شده است که عبارتند از: شبکه عصبی، روش برنامه‌ریزی مرتبه دو و سیستم فازی. جواب سینماتیک وارون ربات بازوی هفت درجه آزادی با ترکیب این زیرسیستم‌ها تعیین خواهد شد. از طرفی، حل مسئله با درنظر گرفتن محدودیت‌هایی چون موقعیت مفاصل و موانع در فضای کاری صورت گرفته است. جزئیات هر یک از زیرسیستم‌های مذکور در ادامه تشریح خواهد شد.

۱-۳ شبکه عصبی

شبکه عصبی مورداستفاده در ساختار پیشنهادی، شبکه تابع شعاعی پایه (RBF) می‌باشد که از سه لایه ورودی، پنهانی و خروجی برخوردار است. توابع فعال‌سازی لایه پنهانی، توابع گوسی هستند که مرکز و پنهانی آن‌ها قابل تنظیم می‌باشد. وزن‌های لایه خروجی که ارتباط خطی بین لایه پنهانی و خروجی را فراهم می‌کنند، پارامترهای قابل تنظیم دیگر شبکه می‌باشند. با توجه به این که روش حل مسئله به صورت بی‌درنگ انجام می‌پذیرد، پارامترهای توابع گوسی ثابت درنظر گرفته شده و تنها وزن‌های لایه خروجی تطبیق داده می‌شوند. لازم به ذکر است که یادگیری با مرکز و پنهانی ثابت از جمله روش‌های آموزش شبکه عصبی RBF می‌باشد. لذا، یادگیری شبکه عصبی با فرایندی بهینه‌سازی خطی و در فضای دکارتی صورت می‌گیرد. در این شیوه آموزش، بردار مرکز بطور تصادفی از میان داده‌های آموزش انتخاب شده و پنهانی توابع نیز براساس

می‌شود. قیودی که در برنامه حل سینماتیک وارون درنظر گرفته شده‌اند شامل محدودیت موقعیت مفاصل و مانع در فضای کاری ربات می‌باشند. برنامه اجتناب از مانع با بررسی شرایطی چون انتخاب متغیر مفاصل در گیر در معادلات قیود بازوها و تعیین بحرانی ترین بازو صورت می‌گیرد. به منظور برقراری قیود مسئله در روش برنامه‌ریزی مرتبه دو، از تحقق یافتن شرایط کان-تاکر استفاده خواهد شد. ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی با شبیه‌سازی و تحلیل نتایج بر روی ربات بازوی PA-10 صورت خواهد گرفت. از مزایای روش پیشنهادی، قابلیت اجرایی بی‌درنگ، درنظر گرفتن محدودیت مفاصل، اجتناب از موانع و حالت‌های تکین می‌باشد. علاوه بر آن، روش پیشنهادی نیاز به تنظیمات زیادی نداشته و به سادگی برای کاربر قابل اجرا است.

در ادامه این مقاله، ابتدا در بخش ۲ ساختار کلی روش پیشنهادی مطرح شده و سپس در بخش ۳ به تشریح زیرسیستم‌های آن پرداخته خواهد شد. در بخش ۴، برنامه اجتناب از مانع تشریح خواهد شد. نتایج شبیه‌سازی و تحلیل آنها در بخش ۵ بررسی خواهد شد. نتیجه گیری نیز در بخش ۶ ارایه خواهد شد.

۲- ساختار کلی روش پیشنهادی

در این مقاله، جهت تعیین پیکربندی مفاصل متناظر با موقعیت مطلوب دکارتی، از ترکیب شبکه عصبی با روش برنامه‌ریزی مرتبه دو استفاده می‌شود. متناظر با هر زاویه مفصل، یک شبکه عصبی RBF مورد استفاده قرار گرفته شده و در نتیجه، هفت شبکه عصبی به صورت موازی و برای تعیین هر یک از زاویه‌های مفاصل ربات بازوی سری هفت درجه آزادی افزونه استفاده شده‌اند. فرایند یادگیری شبکه‌ها در فضای دکارتی و به این صورت بی‌درنگ صورت می‌گیرد. شکل ۱ ساختار کلی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد، که در آن p_i موقعیت مطلوب در فضای دکارتی، p موقعیت لحظه‌ای مجری نهایی، θ_i ($i=1, \dots, 7$) زاویه مفصل نام، w_i بُردار وزن‌های اولیه شبکه عصبی مفصل نام و ΔW بُردار تطبیق وزن‌های شبکه عصبی می‌باشد. جهت برآورده شدن قیود مسئله که عبارتند از: محدودیت‌های فیزیکی مفاصل و مانع در فضای کاری، روش برنامه‌ریزی مرتبه دو برای تطبیق وزن‌های لایه خروجی شبکه عصبی مورداستفاده قرار می‌گیرد. از طرفی، سیستم فازی نیز شرایط اولیه مناسب را برای شبکه عصبی فراهم می‌کند.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{m \times m} & \mathbf{A}_{m \times n} & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{A}^T_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{c} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (7)$$

که در آن m تعداد متغیرهای طراحی \mathbf{w} و n تعداد قیود مسئله می‌باشد. جهت برقراری قیود مسئله، شرایطی موسوم به کان-تاکر^۱ باید برآورده شوند. این شرایط عبارتند از:

- ماتریس \mathbf{H} معین مثبت باشد.
- ماتریس $\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{m \times m} & \mathbf{A}_{m \times n} & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{A}^T_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \end{bmatrix}$ وارون پذیر باشد.
- بردارهای \mathbf{u} و \mathbf{s} مثبت باشند.
- رابطه $\mathbf{u}^T \mathbf{s} = 0$ برقرار شود.

با محاسبه بردار جستجوی \mathbf{d} ، وزن‌های شبکه عصبی به صورت زیر تطبیق می‌شوند:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \eta \mathbf{d}(k) \quad (8)$$

۳-۳ سیستم فازی

سیستم‌های فازی نیز مانند شبکه‌های عصبی دارای قابلیت نگاشت غیرخطی براساس جفت داده‌های ورودی- خروجی بوده و از چند بخش تشکیل شده‌است. بخش نخست آن فازی گر است که ورودی صحیح را به مقداری فازی یا غیردقیق تبدیل می‌کند. موتور استنتاج با استفاده از قواعد فازی و توابع عضویتی که بر مبنای تجربه شخص خبره ساخته شده‌اند، خروجی‌های فازی را تعیین می‌کند. در انتها نیز فازی‌زدا وجود دارد. جایی که خروجی‌های فازی، به مقادیر واضح تبدیل می‌شوند. ورودی-های سیستم فازی مورد نظر، مختصات دکارتی مجری نهایی و خروجی آن وزن متاثر لایه خروجی شبکه عصبی می‌باشد. به عبارتی، برای هر وزن شبکه عصبی، یک سیستم فازی درنظر گرفته می‌شود. هدف سیستم فازی این است که جواب اولیه مناسب را برای شبکه عصبی فراهم کند. با استفاده از شرایط اولیه مناسب، این امکان فراهم می‌شود که الگوریتم برنامه‌ریزی مرتبه دو با حداقل زمان ممکن به جواب بهینه همگرا شود. باید توجه داشت که تشکیل سیستم فازی و اجرای آن برای یافتن وزن-های اولیه به صورت قطع خط انجام می‌شود. بنابراین، مشکلی را از نظر بی‌درنگ‌بودن روش برای مسائل کنترلی بوجود نمی‌آورد. بنابراین، روند کلی الگوریتم پیشنهادی برای حل سینماتیک وارون ربات بازوی سری افونه را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

- ۱- مسیر مطلوب دکارتی به تعدادی نقاط گسسته تقسیم می‌شود. این نقاط به عنوان ورودی به شبکه‌های عصبی اعمال می‌شوند.

فاصله بردار مراکز از یکدیگر تعیین می‌شوند. ساختار کلی شبکه عصبی RBF به صورت شکل ۲ می‌باشد.

با توجه به ساختار ارائه شده در شکل مذکور، رابطه بین ورودی و خروجی شبکه به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m w_i G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|) \quad (1)$$

که در آن w_i وزن لایه خروجی متناظر با نرون شماره i ، m تعداد نرون‌ها و $G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|)$ معرف تابع فعال‌سازی است که رابطه آن به صورت زیر می‌باشد:

$$G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{t}_i)^T(\mathbf{x} - \mathbf{t}_i)}{\sigma_i^2}\right)\right) \quad (2)$$

۲-۳ روش برنامه‌ریزی مرتبه دو

به طور کلی، هدف مسئله بهینه‌سازی مقید، تعیین بردار \mathbf{w} به گونه‌ای است که تابع هزینه $f(\mathbf{w})$ مشروط به قید نامساوی ≤ 0 $g(\mathbf{w})$ حداقل گردد. از جمله روش‌های مناسب جهت حل چنین مسائلی، روش برنامه‌ریزی مرتبه دو می‌باشد که معادلات کلی آن به صورت زیر می‌باشد [۱۹]:

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \mathbf{c}^T \mathbf{d} + .5 \mathbf{d}^T \mathbf{H} \mathbf{d} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{d} &\leq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن تابع \bar{f} ، بردارهای \mathbf{c} ، \mathbf{b} و ماتریس \mathbf{A} برابرخواهد بود با

$$\begin{aligned} \bar{f} &= f(\mathbf{w}^k + \Delta \mathbf{w}^k) - f(\mathbf{w}^k) \\ c_i &= \frac{\partial f(\mathbf{w}^k)}{\partial w_i}; b_j = -g_j(\mathbf{w}^k) \\ \mathbf{A} &= \left[a_{ij} \right]_{m \times n}; a_{ij} = \frac{\partial g_j(\mathbf{w}^k)}{\partial w_i} \\ d_i &= \Delta w_i^k; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

برای حل مسئله برنامه‌ریزی مرتبه دو، ابتدا با تعریف بردار \mathbf{s} قیود نامساوی به صورت زیر به قید مساوی تبدیل می‌شوند:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{d} + \mathbf{s} = \mathbf{b} \quad s \geq 0 \quad (5)$$

سپس، تابع لاگرانژ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L = \mathbf{c}^T \mathbf{d} + .5 \mathbf{d}^T \mathbf{H} \mathbf{d} + \mathbf{u}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{d} + \mathbf{s} - \mathbf{b}) \quad (6)$$

که در آن \mathbf{u} بردار ضریب لاگرانژ نام دارد. با مشتق گیری تابع لاگرانژ نسبت به بردار جستجوی \mathbf{d} و بردارهای \mathbf{u} و \mathbf{s} ، رابطه ماتریسی زیر تشکیل می‌شود که براساس آن می‌توان بردار جستجوی \mathbf{d} را جهت تطبیق وزن-های شبکه به دست آورد:

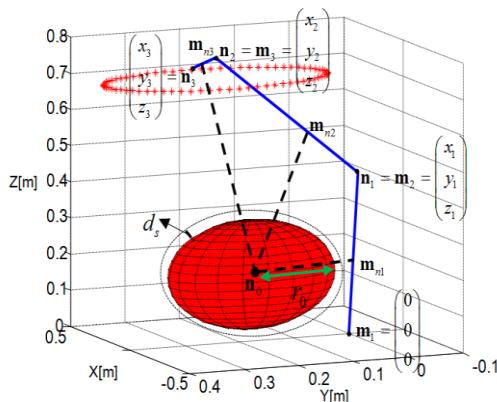
^۱ Kun-Tucker

که در آن n شماره بازو و α پارامتری وابسته به مختصات مفاصل است ($0 \leq \alpha \leq 1$). فاصله نقطه دلخواه \mathbf{m}_{ni} تا مرکز مانع \mathbf{n}_0 برابر است با

$$dist = \|\mathbf{m}_i + \alpha \mathbf{m}_i \mathbf{n}_i - \mathbf{n}_0\|^2 \quad (10)$$

با مشتق گیری از رابطه حاصل نسبت به پارامتر α ، مختصات نقطه بحرانی \mathbf{m}_{ni}^* به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{m}_{ni}^* = \mathbf{m}_i + \left(\frac{(\mathbf{m}_i \mathbf{n}_0)^T (\mathbf{m}_i \mathbf{n}_i)}{(\mathbf{m}_i \mathbf{n}_i)^T (\mathbf{m}_i \mathbf{n}_i)} \right) \mathbf{m}_i \mathbf{n}_i; i = 1, 2, 3 \quad (11)$$



شکل ۳: موقعیت نقاط روی بازوها و مانع نسبت به یکدیگر

نقطه بحرانی معرف نقطه‌ای روی بازوی ربات است که از کمترین فاصله تا مرکز مانع نسبت به سایر نقاط بازو برخوردار می‌باشد. به منظور کاهش تعداد قیود مربوط به بازوها در شبکه‌های عصبی، دو راه کار در نظر گرفته می‌شود. در ابتدا، معادلات قیود بازو استخراج شده و براساس آن‌ها، تنها قیودی در شبکه عصبی در نظر گرفته می‌شوند که متغیر مفصل متناظر با خروجی شبکه را در اختیار داشته باشند. لازم به ذکر است که در هر قید بازو، تنها مختصات ابتداء و انتهای بازو و اطلاعات مانع دخالت دارند. برای نمونه، مختصات ابتداء و انتهای بازوی نخست ربات بازوی PA-10 به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_1 &= [0 \ 0 \ 0]^T \\ \mathbf{n}_1 &= [0.5c_1s_2 \ 0.5s_1s_2 \ 0.5c_2]^T \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن c_i و s_i معرف ($i=1,2$) و $\cos(\theta_i)$ و $\sin(\theta_i)$ می‌باشند.

با توجه به رابطه (12)، قید بازوی نخست تنها در شبکه‌های عصبی اول و دوم شامل شده و سایر شبکه‌ها از این قید مستثنی می‌باشند. راه کار دیگر این است که در هر لحظه، بحرانی ترین بازو تعیین شود. این بازو از

۲- با توجه به محدوده تغییرات مسیر مطلوب دکارتی و میزان فاصله آنها از یکدیگر، بردار مراکز و پهنهای تابع گوسی شبکه‌های عصبی تعیین می‌شوند. بردار مراکز به طور تصادفی از داخل بازه تغییرات مسیر مطلوب انتخاب شده و واریانس نیز به طور تقریبی بر اساس حداقل فاصله مراکز از یکدیگر تعیین می‌شود. در این صورت، خروجی شبکه با استفاده از روابط (۱) و (۲) به طور لحظه‌ای بدست می‌آید.

۳- اطلاعات قیود مسئله شامل محدودیت موقعیت مفاصل ربات، شعاع و مرکز مانع یا موانع به طور برنامه‌ریزی مرتبه دو اعمال شده و این روش براساس رابطه (۷) و تحقق شرایط کان-تاکر، وزن‌های شبکه عصبی را به روز می‌نماید.

۴- متناظر با هر مسیر مطلوب در فضای دکارتی، اولین نقطه از آن مسیر به سیستم‌های فازی اعمال شده و آنها وزن‌های اولیه شبکه عصبی را براساس معیارهایی چون امکان پذیری جواب مفاصل و مجاورت مجری نهایی به اولین نقطه مطلوب دکارتی تعیین می‌نمایند.

۵- روند مذکور در جهت کاهش خطای دکارتی مجری نهایی طراحی شده و چنانچه این خطای آستانه معینی کمتر شود، الگوریتم متوقف می‌شود. وزن‌های نهایی متناظر با هر نقطه از مسیر مطلوب به عنوان وزن‌های اولیه شبکه عصبی برای نقطه بعدی از مسیر مطلوب در نظر گرفته می‌شود.

۴- برنامه اجتناب از مانع

به منظور فرمول‌سازی مسئله اجتناب ازمانع، فرض کنید که مانع موجود در فضای کاری توسط کره‌ای به شعاع r_0 و مرکز $\mathbf{n}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ مخصوص شده باشد. همچنین، مختصات ابتداء و انتهای بازوی ربات هم به ترتیب با $\mathbf{n}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ و $\mathbf{m}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ ($i=1,2,3$) توصیف می‌شود. برای این که امکان هرگونه برخوردی بین بازو و مانع رخ ندهد، ناحیه‌ای امنیتی حول کره مخصوص کننده مانع در نظر گرفته می‌شود. فاصله بین نقطه بحرانی و مرکز مانع باید از مجموع شعاع کره و ناحیه امنیتی بیشتر باشد. نقطه بحرانی روی هر بازو، نزدیک‌ترین فاصله را به مرکز مانع دارد. شکل ۳، موقعیت مانع و بازوی ربات، نقاط بحرانی و ناحیه امنیتی را نشان می‌دهد.

شعاع ناحیه امنیتی برابر d_s می‌باشد. مختصات هر نقطه روی بازوی i را می‌توان به صورت پارامتری و با اطلاعات موقعیت دکارتی مفاصل ابتداء و انتهای بازو تعیین نمود. فرض کنید $\mathbf{m}_{ni} = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ مرکز را می‌توان به صورت پارامتری و با توجه به مختصات ابتداء و انتهای مذکور را می‌توان به صورت پارامتری و با توجه به مختصات ابتداء و انتهای بازو نوشت. به عبارت دیگر

$$\mathbf{m}_{ni} = \mathbf{m}_i + \alpha \mathbf{m}_i \mathbf{n}_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

| محدوده سرعت مفاصل بر حسب رادیان بر ثانیه | محدوده موقعیت مفاصل بر حسب درجه | نوع مفصل | شماره مفصل |
|--|---------------------------------|----------|------------|
| ± ۱ | ± ۱۷۷ | دورانی | ۱ |
| ± ۱ | ± ۹۱ | دورانی | ۲ |
| ± ۱ | ± ۱۷۴ | دورانی | ۳ |
| ± ۲ | ± ۱۳۷ | دورانی | ۴ |
| ± ۲ π | ± ۲۵۵ | دورانی | ۵ |
| ± ۲ π | ± ۱۶۵ | دورانی | ۶ |
| ± ۲ π | ± ۳۶۰ | دورانی | ۷ |

از طرفی، برای تعیین بردار کمبود \mathbf{s} و بردار ضربی لاغرانژ \mathbf{u} ، شرط $\mathbf{u}^T \mathbf{s} = 0$ در فرایند حل مسئله لحاظ شده است. همچنین، با انتخاب ماتریس $\mathbf{H} = \alpha \mathbf{I}$ ، شرط مثبت معنی آن برآورده خواهد شد. پارامتر تنظیم λ نیز به گونه‌ای انتخاب می‌شود که شرط $0 \leq s_i \leq u_i$ برقرار شود. پیکربندی‌های ربات در هر لحظه باید به گونه‌ای طراحی شوند که همواره قبود فیزیکی مفاصل برقرار شوند تا مجری نهایی قادر به ادامه حرکت خود بوده و ربات نیز دچار هیچ گونه آسیبی از این ناحیه نشود. این قبود به صورت زیر می‌باشد:

$$\theta_{i\min} \leq \theta_i \leq \theta_{i\max}; \quad i=1,2,\dots,7 \quad (13)$$

که در آن $\theta_{i\min}$ و $\theta_{i\max}$ به ترتیب، حداقل و حداکثر مقدار موقعیت مفصل نام می‌باشند. از طرفی، با توجه به اینکه در ربات PA-10، حداقل موقعیت هر مفصل برابر منفی حداکثر مقدار آن می‌باشد، قيد موقعیت هر مفصل به صورت زیر خواهد بود:

$$|\theta_i| - \theta_{i\max} \leq 0; \quad i=1,2,\dots,7 \quad (14)$$

تشکیل قبود اجتناب از مانع برمنای فاصله بین موقعیت نقطه بحرانی تا مرکز مانع، شعاع کره و ناحیه امنیتی صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر، فرمول‌سازی مسئله به صورت زیر خواهد بود:

$$r_0 + d_s - \|\mathbf{m}_{ni}^* - \mathbf{n}_0\| \leq 0; \quad i=1,2,3 \quad (15)$$

با توجه به روش برنامه‌ریزی مرتبه دو، بردار منفی قبود \mathbf{b} و ماتریس مشتقان قبود \mathbf{A} برابر خواهد بود با

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_j &= -\begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1j} \\ \mathbf{h}_{2j} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}_{1j}}{\partial \mathbf{w}_j} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2j}}{\partial \mathbf{w}_j} \end{bmatrix} \\ \mathbf{h}_{1j} &= |\theta_j| - \theta_{j\max}; \quad \mathbf{h}_{2j} = r_0 + d_s - \|\mathbf{m}_{nj}^* - \mathbf{n}_0\| \quad (16) \\ \mathbf{w}_j &= [w_{1j} \quad w_{2j} \quad w_{3j} \quad w_{4j}]^T; \quad j=1,2,\dots,7 \end{aligned}$$

که در آن \mathbf{m}_{nj}^* موقعیت بحرانی ترین نقطه نسبت به مرکز مانع

نزدیک‌ترین فاصله نسبت به سایر نقاط روی بازوها برخوردار است. چنانچه در هر لحظه، بازوی مذکور از مانع اجتناب ورزد، سایر بازوها نیز از برخورد حفظ خواهند شد. برای این منظور، کافی است که در هر مرحله از فرایند بهینه‌سازی، بازویی که نزدیک‌ترین فاصله را تامع دارد، تعیین شده و تنها قید مربوط به این بازو در شبکه‌های عصبی اعمال شود.

۵- نتایج شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

به منظور نشان دادن عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله، شبیه‌سازی‌های کامپیوتری بر روی ربات بازوی PA-10 که ساخت شرکت میتسوبیشی است، انجام شده است. این ربات که یکی از متداول‌ترین ربات‌های افزونه است، دارای هفت درجه آزادی با مفاصل دورانی می‌باشد. پارامترهای دناویت-هارتبرگ (D-H) این ربات در جدول ۱ ارایه شده است که در آن $d_7 = .08n$, $d_5 = .5m$, $d_3 = .45m$, $d_1 = .45m$ هستند. محدودیت موقعیت و سرعت مفاصل این ربات در جدول ۲ ارائه شده است. جهت تطبیق مناسب وزن‌های شبکه به گونه‌ای که اهداف اولیه و ثانویه به خوبی برآورده شوند، از روش برنامه‌ریزی مرتبه دو که در بخش ۲-۳ ارایه شد، استفاده می‌شود. برای برقراری شایط کان-تاکر، ابتدا با قراردادن پارامتر تنظیم λ به صورت $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ و ترکیب با ماتریس

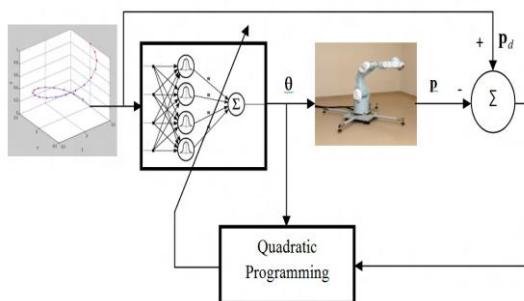
$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{m \times m} & \mathbf{A}_{m \times n} & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{A}^T_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \end{bmatrix}, \text{مشکل تکینگی آن حل خواهد شد.}$$

جدول ۱: پارامترهای D-H ربات بازوی PA-10

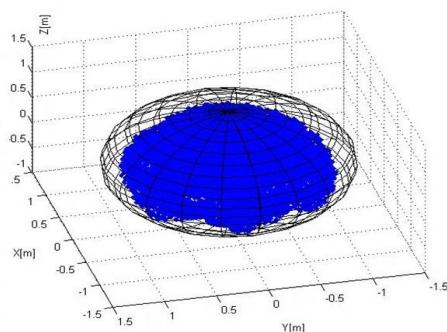
| شماره مفصل | زاویه پیچش | طول بازو | آفست بازو | متغیر مفصل |
|------------|------------|----------|-----------|------------|
| ۱ | . | . | . | θ_1 |
| ۲ | -۹۰ | . | . | θ_2 |
| ۳ | ۹۰ | . | . | θ_3 |
| ۴ | -۹۰ | . | . | θ_4 |
| ۵ | ۹۰ | . | . | θ_5 |
| ۶ | -۹۰ | . | . | θ_6 |
| ۷ | ۹۰ | . | . | θ_7 |

جدول ۲: محدوده موقعیت و سرعت ربات PA-10

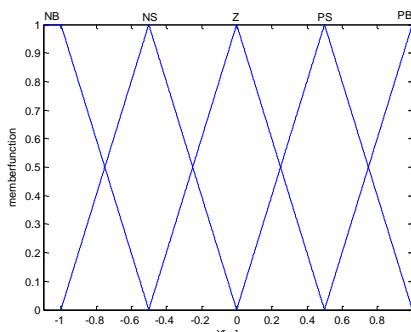
داده‌های ورودی، ابتدا مجموعه‌ای از نقاط دکارتی به طور یکنواخت از داخل فضای کاری ربات جمع‌آوری می‌شود. در شکل ۵ نمونه‌ای از داده‌های فضای کاری ربات بازوی PA-10 ارایه شده است. با استفاده از ساختار شکل ۴، داده‌های خروجی یا وزن‌های شبکه عصبی متاظر با داده‌های دکارتی ورودی به دست می‌آیند. به ازای این وزن‌ها، خطای ساختار شکل ۶، داده‌های خروجی یا وزن‌های شبکه عصبی متاظر با داده‌های دکارتی ورودی به دست می‌آیند. به ازای این وزن‌ها، خطای مجری نهایی صرف نظر از زمان اجرای محاسبات حداقل شده است. براساس اطلاعات به دست آمده، برای هر یک از داده‌های ورودی و خروجی، ۵ تابع عضویت مثلثی تعریف خواهد شد. در شکل ۶ توابع عضویت ورودی X نشان داده شده است. با استفاده از روش جدول ارجاع، متاظر با هر جفت داده ورودی- خروجی یک قاعده فازی تعیین می‌شود. این امر با مقداردهی توابع عضویت تعریف شده برای هر داده و یافتن تابع عضویتی با حداقل مقدار صورت می‌گیرد. سپس، با تعریف درجه عضویتی برای هر قاعده، قواعد متناقض حذف می‌شوند.



شکل ۴: ساختار پیشنهادی بدون سیستم فازی برای جمع‌آوری داده‌های لازم
جهت تشکیل سیستم فازی



شکل ۵: مجموعه‌ای از داده‌های فضای کاری ربات بازوی PA-10



می‌باشد. با استفاده از معادلات رابطه (۱۶) و رابطه (۷) بردار جستجوی تعیین می‌شود. با تعیین بردار جستجو تحت برقراری شرایط کان-تاکر و با استفاده از رابطه (۷)، وزن‌های شبکه به صورت زیر تطبیق می‌شوند:

$$\begin{aligned} w_i(k+1) &= w_i(k) + \eta \Delta w_i(k) \\ \Delta w_i(k) &= d_i(k); i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (۱۷)$$

با بهروز شدن وزن‌های شبکه، متغیر مفاصل ربات نیز به عنوان خروجی شبکه به صورت زیر به روز می‌شوند:

$$\begin{aligned} \theta_i(k) &= \sum_{j=1}^4 w_j(k) G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|); i = 1, 2, \dots, 7 \\ G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|) &= \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(\mathbf{x}_d - \mathbf{t}_i)^T(\mathbf{x}_d - \mathbf{t}_i)}{\sigma_i^2}\right)\right) \end{aligned} \quad (۱۸)$$

از طرفی، با تعیین مقدار جدید موقعیت مفاصل، موقعیت مجری نهایی \mathbf{x} و به دنبال آن اطلاعات خطای دکارتی e و مشتق آن به روز شده و برای تطبیق مجدد وزن‌های شبکه مورداستفاده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= [x(k) \quad y(k) \quad z(k)]^T; e(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_d &= [x_d \quad y_d \quad z_d]^T; J = \frac{1}{2} \|e(k)\|^2 \end{aligned} \quad (۱۹)$$

لازم به ذکر است که تمامی هفت شبکه عصبی RBF دارای ۴ نرون می‌باشد. در ارتباط با سینماتیک وارون، شرایط وزنی باید به گونه‌ای انتخاب شوند که موقعیت اولیه مجری نهایی تا حد امکان به اولین نقطه مطلوب نزدیک باشد و از طرفی، موقعیت اولیه مفاصل متاظر نیز شرط امکان پذیری جواب را رعایت کنند. چنانچه شرایط اولیه این شرط را برآورده نسازند، زمان اجرای محاسبات به طور طبیعی افزایش خواهد- یافت. به منظور کاهش این زمان، از سیستم فازی برای مقداردهی اولیه وزن‌های شبکه عصبی استفاده می‌شود. تشکیل این سیستم فازی براساس برنامه جدول ارجاع صورت می‌گیرد [۲۰]. براساس این روش، ابتدا باید مجموعه‌ای از داده‌های ورودی و خروجی فراهم شود. داده‌های ورودی، موقعیت‌های متفاوت در فضای دکارتی و خروجی نیز وزن لایه خطی شبکه عصبی می‌باشد. از آنجایی که سیستم‌های فازی دارای یک خروجی می‌باشند، به ازای هر وزن شبکه عصبی یک سیستم فازی درنظر گرفته می‌شود. لذا، با توجه به این که هر شبکه عصبی دارای ۴ نرون می‌باشد، در مجموع ۲۸ سیستم فازی تشکیل می‌شود تا وزن‌های اولیه هفت شبکه عصبی را تعیین نمایند.

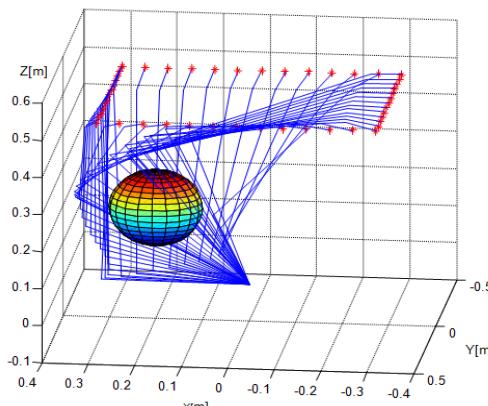
جهت جمع‌آوری داده‌های ورودی و خروجی، با استفاده از برنامه کنترل سینماتیکی پیشنهادی و بدون وجود سیستم فازی، وزن‌های نهایی شبکه که به ازای آن‌ها خطای دکارتی مجری نهایی حداقل شده است، تعیین شده و این وزن‌ها همراه با ورودی متاظر ذخیره می‌شوند. برای این منظور، از ساختاری مطابق با شکل ۴ استفاده می‌شود. برای جمع‌آوری

روند محاسباتی ساختار پیشنهادی در شکل ۷ نشان داده شده است.

مطابق با این ساختار، ابتدا اولین نقطه از مسیر مطلوب به سیستم فازی اعمال می‌شود. خروجی این سیستم، به عنوان وزن‌های اولیه به شبکه عصبی تزریق می‌شود. شبکه‌ها با این وزن‌ها و نقطه مطلوب به عنوان ورودی، زاویه مفاصل را تعیین می‌کنند.

روش برنامه‌ریزی مرتبه دو از اطلاعات خطای دکارتی، بردار و ماتریس مشتقات قیود استفاده نموده و از این طریق، تطبیق مناسب وزن‌ها را با درنظر گرفتن شرایط همگرایی و برآورده شدن شرایط کان-تاکر صورت می‌دهد. شرط توقف الگوریتم این است که تابع هزینه رابطه (۱۹) باید کمتر از مقدار از پیش تعیین شده $= 10^{-6}$ باشد. در این صورت، نقطه بعدی از مسیر مطلوب به عنوان ورودی جدید اعمال می‌شود.

به منظور شبیه‌سازی و تحلیل روش پیشنهادی، مسیری مستطیل شکل در نظر گرفته شده است. از طرفی، مانعی با مرکز $(0.2, 0.2, 0.2)$ و شعاع ۰.۱ متر فضای کاری ربات را محدود نموده است. در ابتدا، حل مسئله به صورت نامقید صورت می‌گیرد. شرایط اولیه ربات نیز صفر در نظر گرفته شده است. شکل ۸ پیکربندی‌های ربات در حالت نامقید و هنگام ریدیابی مسیر مطلوب نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، تعدادی از بازوی‌های ربات هنگام ریدیابی مسیر مطلوب به مانع برخورد نموده‌اند. حال مسیر مطلوب مذکور به برنامه پیشنهادی و مطابق با روند ارائه شده در شکل ۵ اعمال می‌شود. شکل ۹ پیکربندی‌های ربات در حالت مقید و جهت ریدیابی مسیر مستطیلی نشان می‌دهد. مطابق با این شکل، بازوی‌های ربات به طور کامل از مانع اجتناب ورزیده‌اند. از طرفی، جهت دست‌بایی به چنین پیکربندی‌هایی، متغیر مفاصل باید در محدوده مجاز خود قرار گیرند. به عبارت دیگر، جواب سینماتیک وارون باید امکان‌پذیر باشد تا ربات قادر به ریدیابی مسیر موردنظر باشد.



شکل ۸: پیکربندی‌های نهایی ربات در حالت نامقید

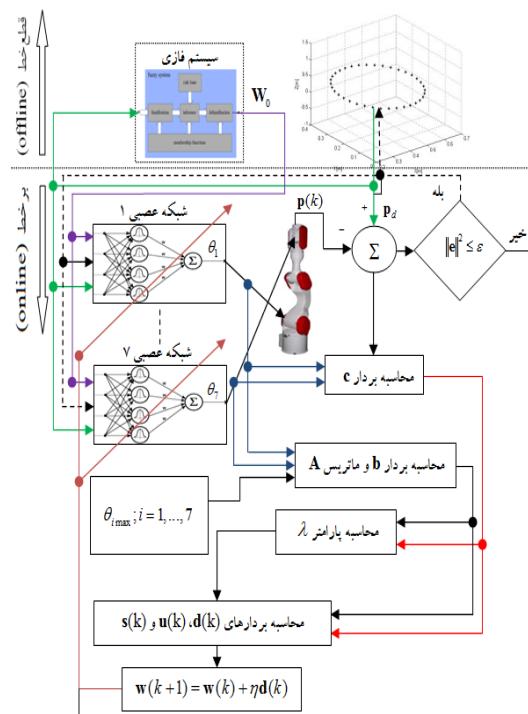
شکل ۶: توابع عضویت ورودی X

در نهایت، با انتخاب فازی گر تکین، فازی‌زدای میانگین مرکز و موتور جستجوی ضرب، سیستم فازی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$f(W) = \frac{\sum_{l=1}^n \bar{W}^l \mu_x^l(x) \mu_y^l(y) \mu_z^l(z)}{\sum_{l=1}^n \mu_x^l(x) \mu_y^l(y) \mu_z^l(z)} \quad (۲۰)$$

که در آن، \bar{W} شماره قاعده، \bar{W}^l مرکز تابع عضویت خروجی و $(\mu_x^l(x), \mu_y^l(y), \mu_z^l(z))$ به ترتیب معرف توابع عضویت ورودی‌های x, y و z می‌باشند.

تفکه ۱: سیستم‌های فازی در الگوریتم پیشنهادی تنها برای اولین نقطه از هر مسیر مطلوب وارد عمل شده و هدف آن‌ها سرعت بخشیدن به فرایند حل سینماتیک وارون متناظر با نقطه دکارتی مذکور می‌باشد.



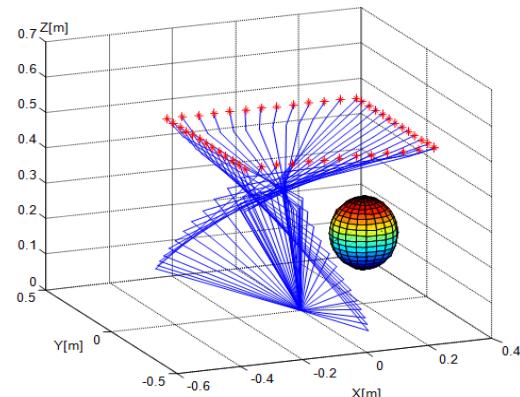
شکل ۷: روند محاسباتی ساختار پیشنهادی

تفکه ۲: با توجه به اینکه هر سیستم فازی دارای سه ورودی و یک خروجی می‌باشد، امکان نمایش جدول قواعد فازی به صورت دو بعدی وجود ندارد. از طرفی، برای هر یک از داده‌های ورودی و خروجی تعداد ۵ تابع عضویت در نظر گرفته شده که با توجه به فضای کاری غیرخطی شدید ربات بازوی PA-10، برای هر سیستم فازی بیش از ۹۰ قاعدة فازی با حذف قواعد متناقض بدست آمده است. لذا، از ارایه قواعد فازی در این مقاله صرف نظر شده و تنها چگونگی تشکیل این قواعد و نتایج حاصل از عملکرد سیستم‌های فازی تشریح شده است.

با توجه به این شکل ، مجری نهایی ربات در فاصله کمتر از پنج میلی‌متر از موقعیت‌های مطلوب دکارتی قرارداده و لذا، هدف اولیه ربات به خوبی محقق شده است. نکته‌ای که باید در این قسمت اشاره نمود این است که با توجه به حل عددی سینماتیک وارون، مسئله دقت جواب تا حدودی قربانی می‌شود. از طرفی، خطای دکارتی بدست آمده را می‌توان به میزان بیشتری کاهش داد، اما این امر زمان اجرای محاسبات را افزایش داده و اجرای بی‌درنگ روش پیشنهادی را با مشکل روپرتو می‌نماید. بنابراین، باید مصالحه‌ای را بین زمان اجرای محاسبات و دقت جواب برقرار نمود. هنگام طراحی حرکت مفاصل ربات، هرچه بازوها از مانع دورتر باشند، ربات با پیوستگی بهتری مسیر موردنظر را طی خواهد نمود. فاصله بین بازو و مانع باید هر لحظه از مجموع شاعع مانع و ناحیه امنیتی بیشتر باشد. شکل ۱۲ معرف فاصله بین بحرانی ترین بازو تا مانع می‌باشد. مطابق با شکل مذکور، حداقل فاصله بحرانی ترین بازو تا مرکز مانع حدود ۰.۱۵ متر می‌باشد که از شاعع مانع ۰.۱ متر همواره بیشتر است. با توجه به این که حل مسئله سینماتیک وارون به صورت بی‌درنگ صورت می‌گیرد، زمان اجرای محاسبات بسیار حائزهایت می‌باشد. در واقع، روش پیشنهادی باید قادر باشد که در زمان نمونه‌برداری مناسب برای کاربردهای بی‌درنگ، متغیر مفاصل را تعیین نماید.

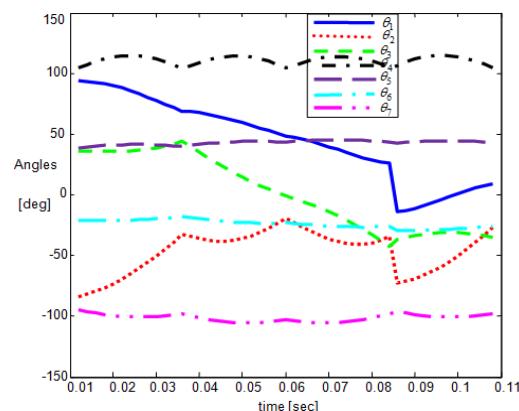
شکل ۱۳ زمان اجرای محاسبات را متناظر با نقاط گستته مسیر مستطیلی نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، زمان اجرای محاسبات متناظر با هر نقطه دکارتی کمتر از ۶۰ میلی‌ثانیه (به غیر از نقطه اول) می‌باشد که برای شرایط بی‌درنگ مناسب می‌باشد. باید توجه داشت که برنامه کامپیوتری شیوه‌سازی در محیط MATLAB نوشته شده است. چنانچه از زبان‌های برنامه نویسی سطح پایین‌تر همانند C++ استفاده شود، زمان اجرای الگوریتم بسیار کمتر از آنچه در شکل ۱۳ نشان داده شده است، خواهد شد که به این ترتیب اجرای بی‌درنگ روش پیشنهادی همواره تضمین خواهد شد.

باید یاد آور شد که زمان اجرای متناظر با نخستین داده از مسیر مطلوب تا حدودی بیشتر از سایر نقاط می‌باشد. دلیل این امر این است که همگرا شدن الگوریتم از وزن‌های اولیه شبکه عصبی که توسط سیستم فازی بدست آمده‌اند، همواره زمان بر می‌باشد. در حالی که برای سایر نقاط دکارتی چنین وضعیت وجود ندارد، زیرا از وزن‌های نهایی متناظر با نقطه قبلی به عنوان وزن‌های اولیه نقطه بعدی استفاده می‌شود. پیکربندی ربات متناظر با این وزن‌ها به پیکربندی مطلوب بسیار نزدیک می‌باشد و لذا، الگوریتم در زمان کوتاهی جواب مسئله را می‌یابد.

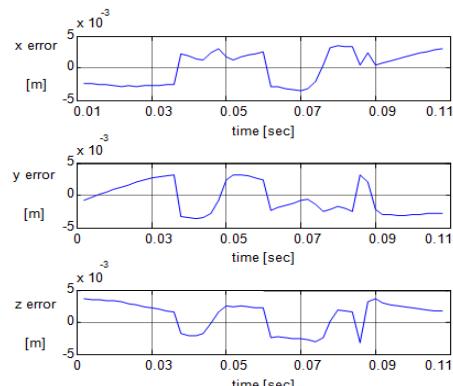


شکل ۹: پیکربندی‌های نهایی ربات در حالت مقید

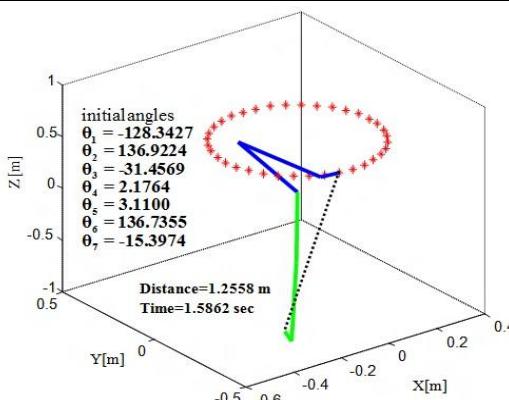
در ساختار پیشنهادی این مسئله نیز لحاظ شده و متناظر با پیکربندی‌های شکل ۹ موقعیت نهایی مفاصل به گونه‌ای تعیین شده‌اند که همواره از محدودیت ساختاری خود اجتناب ورزیده‌اند. این مسئله در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود. اجتناب از مانع و محدودیت‌های فیزیکی ربات از جمله اهداف ثانویه ربات محسوب می‌شوند که با استفاده از خاصیت افزونگی قابل اجرا می‌باشد. به طور معمول، مهم‌ترین و اصلی‌ترین وظیفه ربات این است که مسیر طراحی شده برای حرکت آن را با حداقل خطای دکارتی تعییب نماید. این خطای معرف اختلاف بین مجری نهایی و موقعیت هدف می‌باشد. خطای مذکور که متناظر با پیکربندی‌های نهایی ربات جهت ردیابی مسیر مستطیلی شکل می‌باشد، در شکل ۱۱ ارایه شده است.



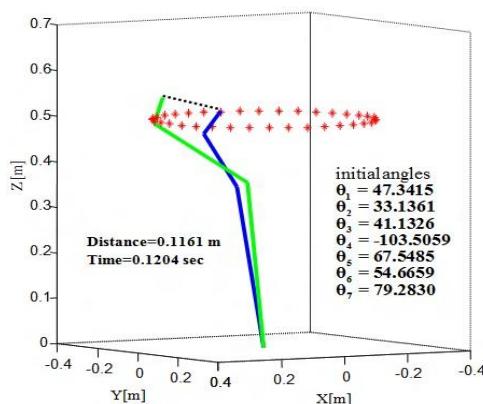
شکل ۱۰: موقعیت نهایی مفاصل در حالت مقید



شکل ۱۱: خطای ردیابی مجری نهایی



شکل ۱۴: پیکربندی اولیه و نهایی ربات متاتاظر با اولین نقطه مطلوب بدون سیستم فازی



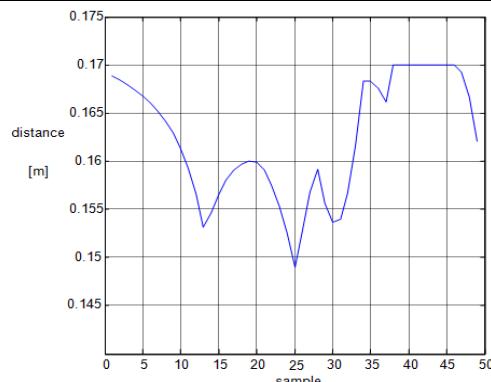
شکل ۱۵: پیکربندی اولیه و نهایی ربات متاتاظر با اولین نقطه مطلوب با سیستم فازی

به منظور مقایسه عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله با روش‌های موجود در مقالات، نتایج شیوه‌سازی با نتایج روش شبه‌وارون ژاکوبی که متداول‌ترین و مهم‌ترین روش در زمینه حل سینماتیک وارون ربات‌های افرونه می‌باشد، مقایسه خواهد شد. در روش شبه‌وارون ژاکوبی، با بیان مسئله در سطح سرعت و براساس ارتباط بین سرعت مجری نهایی و سرعت مفاصل توسط ماتریس ژاکوبی، ابتدا سرعت مفاصل را تعیین نموده و سپس، موقعیت آن را تعیین می‌کند. در اینجا مقایسه نتایج با فرم توسعه یافته روش شبه‌وارون ژاکوبی که در مرجع [۳] ارایه شده است، انجام خواهد شد. در این روش

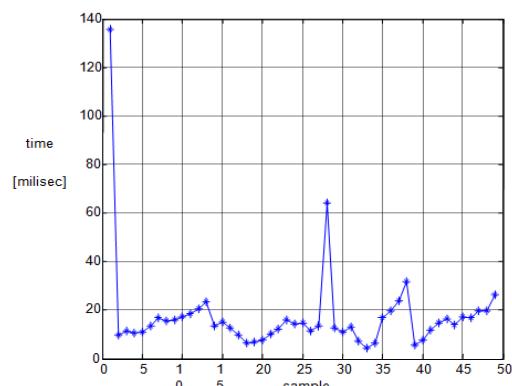
$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^\dagger \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^\dagger \mathbf{J}) \dot{\mathbf{q}}_0, \quad \mathbf{J}^\dagger = \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_0 = -\gamma \frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_d + k_p (\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) \quad (21)$$

که در آن $\dot{\mathbf{q}}$ ، $\dot{\mathbf{x}}$ ، $\dot{\mathbf{x}}_d$ و \mathbf{J}^\dagger به ترتیب سرعت مفاصل، سرعت مجری نهایی، سرعت مطلوب و شبه‌وارون ماتریس ژاکوبی می‌باشند. $\Phi(\mathbf{q})$ نیز تابع هزینه مناسب جهت برآورده شدن قیود می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این روش از دو بخش تشکیل شده است. در بخش

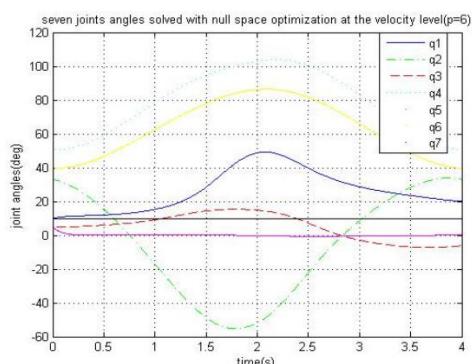


شکل ۱۲: فاصله بین بحرانی ترین بازو و مانع

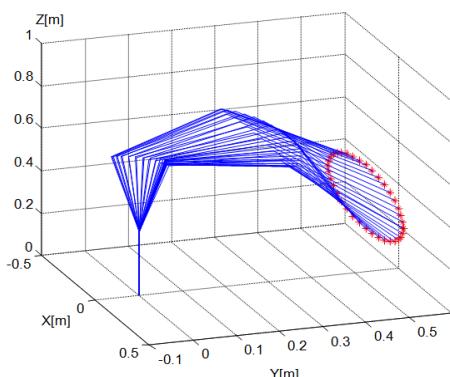


شکل ۱۳: زمان اجرای محاسبات متاتاظر با نقاط مسیر مستطیلی

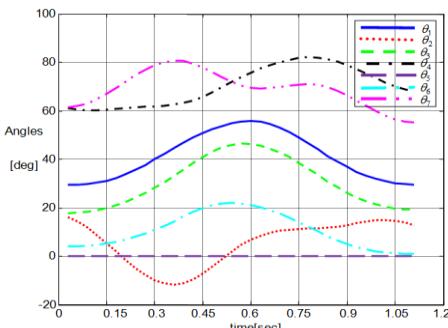
همان‌طور که در قسمت‌های قبل اشاره شد، تعیین وزن‌های اولیه شبکه عصبی جهت دست‌یابی به اولین نقطه از مسیر مطلوب بر عهده سیستم فازی می‌باشد. این سیستم بر مبنای دو معیار مجاورت مجری نهایی به اولین نقطه مطلوب و امکان‌پذیری متغیر مفاصل، وزن‌های اولیه شبکه عصبی را فراهم می‌نماید. برای ارائه عملکرد سیستم فازی، ابتدا شرایطی در نظر گرفته شده است که در آن، فاصله شبیه‌سازی تا موقعیت هدف زیاد بوده و متغیرهای اولیه مفاصل نیز شرط امکان‌پذیری مفاصل را رعایت نکرده‌اند. شکل ۱۴ نتیجه ژاکوبی تا موقعیت هدف در آن، فاصله اولین نقطه از مسیر دایری نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، عدم وجود شرایط اولیه مناسب باعث شده است که ربات در زمانی بیشتر از یک ثانیه به موقعیت هدف خود دست یابد که هرگز برای کاربردهای بی‌درنگ و سریع مناسب نمی‌باشد. برای جبران سازی چنین وضعیتی، سیستم فازی به ساختار روش پیشنهادی اضافه شده است. شکل ۱۵ پیکربندی نهایی و اولیه ربات را متاتاظر با اولین نقطه از این مسیر نشان می‌دهد. با توجه به شکل مذکور، پیکربندی اولیه ربات در فاصله نسبتاً نزدیکی نسبت به موقعیت مطلوب قرار گرفته و متغیر اولیه مفاصل نیز در محدوده مجاز خود واقع می‌شوند. چنین شرایط اولیه‌ای باعث شده است که ربات در زمانی حدود ۱۲۰ میلی ثانیه به موقعیت هدف دست پیدا کند.



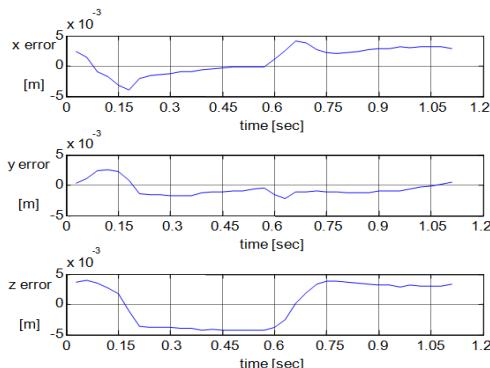
شکل ۱۷: موقعیت نهایی مفاصل ربات [۳]



شکل ۱۸: پیکربندی‌های ربات با استفاده از روش پیشنهادی



شکل ۱۹: موقعیت نهایی مفاصل با استفاده از روش پیشنهادی

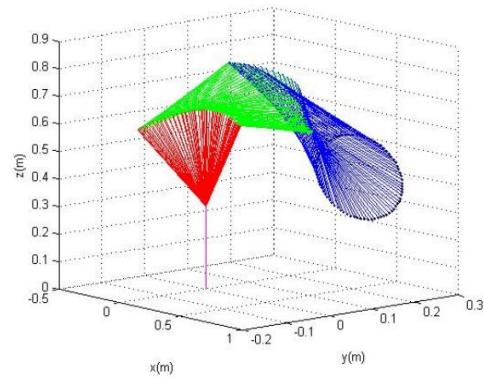


شکل ۲۰: خطای ردیابی مجری نهایی با استفاده از روش پیشنهادی

اول هدف این است که خطای دکارتی حداقل شود و در بخش دوم هدف مسئله برآورده شدن قیود می‌باشد. در ابتدا با توجه به این که در مرجع [۱۱] تنها قیود فیزیکی مفاصل درنظر گرفته شده است، مقایسه بین دو روش بر مبنای اجتناب از این قید صورت می‌گیرد. لازم به ذکر است در مرجع مذکور از ربات بازوی POWERCUBE استفاده شده است.تابع هزینه جهت اجتناب از محدودیت موقعیت مفاصل به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\Phi_1(\mathbf{q}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i - \bar{q}_i}{q_{im} - q_{im}} \right)^2 \quad (22)$$

که در آن q_{im} و \bar{q}_i به ترتیب حداقل و حداًکثر موقعیت زاویه ای q_i را نشان می‌دهند. \bar{q}_i بیانگر مقدار میانی گستره تغییرات مفصل i می‌باشد و n درجه آزادی ربات است. براساس مرجع موردنظر، ردیابی بر روی مسیری بیضوی با شعاع بزرگ ۰.۳۵ متر و شعاع کوچک ۰.۱۵ متر و در صفحه $Y-X$ -صورت می‌گیرد. شکل‌های ۱۶ و ۱۷ که از مرجع [۳] اقتباس شده است، به ترتیب پیکربندی‌های ربات و موقعیت نهایی مفاصل را نشان می‌دهند. براساس شکل ارایه شده، حل سینماتیک وارون برای تحقق جوابی امکان‌پذیر، ۴ ثانیه به طول انجامیده است. نتایج شبیه‌سازی-های روش پیشنهادی، در شکل ۱۸ ارایه شده است.

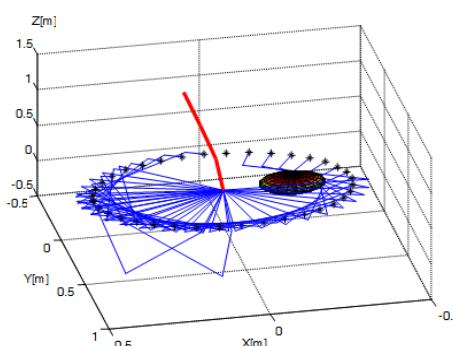


شکل ۱۶: پیکربندی‌های ربات [۳]

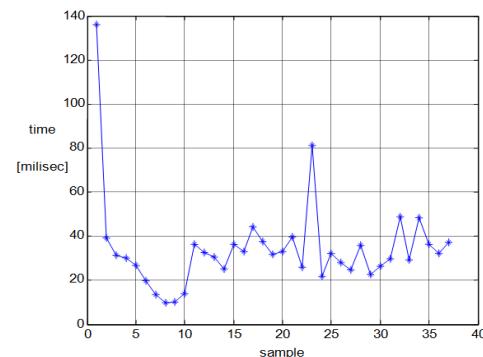
معایب این روش محسوب می‌شود. همان‌طور که در شکل ۲۲ مشاهده می‌شود، روش شبه‌وارون به ازای یکی از نقاط مطلوب نتوانسته است پیکربندی مناسب را جهت حداقل ساختن خطای مجری نهایی تعیین کند. دلیل این امر وابستگی روش مذکور به شرایط اولیه و عدم تضمین همگرایی متغیر مفاسد می‌باشد. در واقع، چنانچه به ازای شرایط وزنی خاصی روش قادر به ادامه حرکت خود نباشد، در همان وضعیت باقی مانده و ناچار باید الگوریتم را متوقف نموده و داده بعدی به آن اعمال شود. از طرفی، در این روش حتماً باید مفاسد بحرانی در هر لحظه تشخیص داده شده و متوقف شوند تا سایر مفاسد، جبران‌سازی را انجام دهند. این مسئله عموماً منجر به نایوستگی در حرکت ریات می‌شود.

اگر چه ساختار روش شبے وارون، ساده بوده و از حجم محاسباتی بالایی برخوردار نیست، اما در صورت بروز چنین مشکلی، زمان آن بسیار افزایش می‌یابد. زیرا باید بعد از تعداد تکرارهای مشخصی، الگوریتم را متوقف نموده و نقطه بعدی اعمال شود.

زمان کل محاسبات مسیر مذکور برابر ۲۸۶۹ ثانیه شده است. از طرفی، مشکل اساسی دیگر در روش مذکور وابستگی به تنظیم مناسب ضرایب وزنی است و از آنجایی که هیچ روش اصولی برای انتخاب مقادیر بهینه برای آنها وجود ندارد، در روش شبهوارون ژاکوبی تضمینی وجود ندارد که به ازای انتخاب مقادیر خاصی برای ضرایب وزنی توابع هزینه، جواب مناسب برای تمام نقاط مسیر مطلوب بدست آید. حال همین مسیر به ساختار پیشنهادی در این مقاله اعمال می شود. شکل ۲۴ پیکربندی های ربات و خطای مجری نهایی را نشان می دهد. در روش پیشنهادی، تنها پارامتر قابل تنظیم، نرخ همگرایی ۰.۵ می باشد که برابر ۰.۵ در نظر گرفته شده است. همان طور که مشاهده می شود، پیکربندی های ربات به طوری که خطای مجری نهایی به حداقل مقدار مطلوب تنزل پیدا کنند، تعیین شده اند.



شکا ۲۲: سک بندهای دیات با استفاده از دوش شهادون ڈاکوی



شکل ۲۱: زمان اجرای محاسبات با استفاده از روش پیشنهادی

خطای ردیابی مجری نهایی ناچیز بوده و زمان اجرای محاسبات نیز بسیار کمتر از روش حل مرجع [۳] می‌باشد (شکل‌های ۲۰ و ۲۱).

در ادامه، دو قید محدودیت موقعیت مفاصل و موانع در فضای کاری ربات در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که با توجه به این که روش حل مرجع [۳] تنها محدودیت فیزیکی مفاصل را در نظر گرفته است، در این قسمت شبیه‌سازی‌ها بر روی ربات PA-10 صورت گرفته و تنظیم پارامترها به صورت سعی و خطأ و با هدف یافتن بهترین مقادیر آن‌ها انجام گرفته است. تابع هزینه مناسبی که به طور معمول استفاده می‌شود، به صورت مجموع وزن‌دار توابع جریمه می‌باشد. تابع جریمه مربوط به محدودیت موقعیت مفاصل به صورت زیر می‌باشد:

$$\Phi_2(h(\mathbf{q})) = \begin{cases} .5\left(\frac{1}{h(\mathbf{q})} - \frac{1}{h_0}\right)^2 & h_0 < h(\mathbf{q}) < 0 \\ 0 & h(\mathbf{q}) \leq h_0 \end{cases} \quad (\text{**)}$$

که در آن $dist_{min}$ حداقل فاصله بین نزدیک‌ترین نقطه روی بازو تا مرکز مانع می‌باشد، h_0 مقدار دلخواهی است که میزان تاثیر قیود را مشخص نموده و d_s نیز ناحیه امنیتی حول مانع می‌باشد.تابع هزینهنهایی σ اند خواهد بود

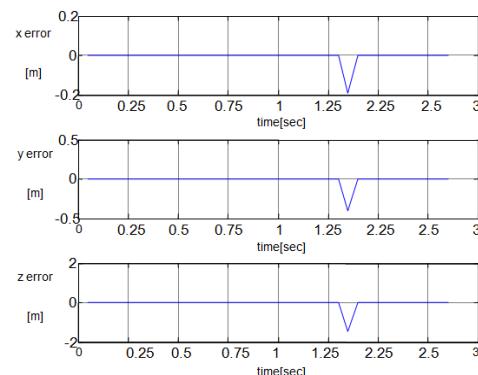
$$\Phi_e(\mathbf{q}) = \alpha\Phi_1(\mathbf{q}) + \sum_{i=1}^n \beta_i\Phi_2(h_i(\mathbf{q})) \quad (13)$$

که در آن α و β ضرایب وزنی توابع هزینه می‌باشند. مسیر در نظر گرفته شده، دایره‌ای با شعاع ۰.۴ متر و مرکز (۰, ۰) می‌باشد. همچنین، مانعی به شعاع ۰.۱ متر و مرکز (۰.۲, ۰.۱۵) (۰, ۰.۱۵) در نظر گرفته شده است. پارامترهای روش شبه‌وارون ژاکوبی عبارتند از: $\gamma = 0.6$, $\lambda = 0.0$, $\alpha = 0.52$ و $\beta_1 = 0.0$, $\beta_2 = -0.0$. این مقادیر با سعی و خطاب بدست می‌آیند که در واقع یکی از $h_0 = -5$.

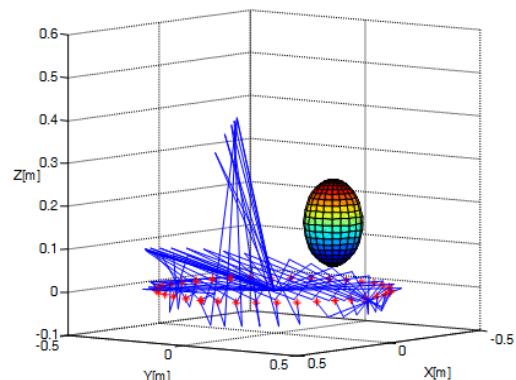
در این مقاله، از ترکیب شبکه عصبی، روش برنامه‌ریزی مرتبه دو و سیستم فازی برای تعیین جواب سینماتیک وارون ربات بازوی هفت درجه آزادی افزونه و تحت محدودیت‌های موقعیت مفاصل و مانع در فضای کاری ربات استفاده شده است. در روش پیشنهادی، شبکه عصبی با استفاده از فرایند بهینه‌سازی خطی و بی‌درنگ در فضای دکارتی و بهره‌گیری از ساختاری بسیار ساده، متغیر مطلوب مفاصل را تعیین نموده است. روش برنامه‌ریزی مرتبه دو نیز با تطبیق مناسب وزن‌های شبکه، وظیفه برآورده نمودن قیود مستله را بر عهده داشته است. سیستم فازی بر مبنای دو معیار مجاورت مجری نهایی تا نقطه هدف و امکان پذیری جواب، وزن‌های اولیه شبکه عصبی را با هدف کاهش زمان اجرای محاسبات متناظر با نخستین نقطه از مسیر مطلوب تعیین نموده است. برنامه اجتناب از مانع با تعیین بحرانی ترین بازو در هر مرحله از اجرای الگوریتم صورت گرفته و این مسئله تعداد قیود بازوی در گیر در هر شبکه را به حداقل رسانده است. الگوریتم پیشنهادی بدون نیاز به تعریف هیچ گونه تابع هزینه و تنظیم ضرایب وزنی، مسئله را حل نموده و با توجه به فرایند یادگیری داده به داده، برای محیط‌های دینامیکی مطلوب می‌باشد. حل مسئله در سطح موقعیت صورت گرفته و هیچ گونه نیازی به اطلاعات صریح مدل ربات نمی‌باشد. لذا، روش ارائه شده از قابلیت تعمیم‌پذیری بالایی برخوردار بوده و قادر به مواجهه با هر گونه قید مرتبط با مسئله سینماتیک وارون می‌باشد.

مراجع

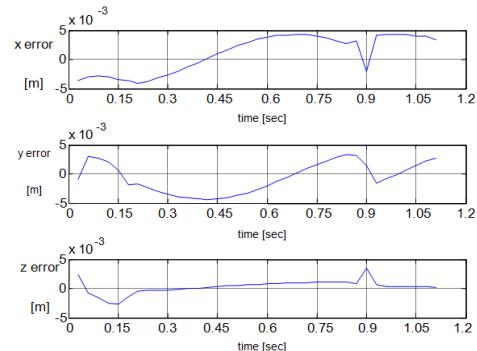
- [1] V. Perdereau, "Real-time control of redundant robotic manipulators for mobile obstacle avoidance," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 41, no. 1, pp. 41-59, 2002.
- [2] M. Benzaoui, "Redundant robot manipulator control with obstacle avoidance using extended jacobian method," *18th Mediterranean Conference in Control & Automation (MED), Morocco, Marrakech*, pp. 371-376, 2010.
- [3] J. Wang, Y. Lee and X. Zhao, "Inverse kinematics and control of a 7-DOF redundant manipulator based on the closed-loop algorithm," *Advanced Robotic Systems*, vol. 7, no. 4, pp. 1-10, 2011.
- [4] G. Antonelli, "A new on-line algorithm for inverse kinematics of robot manipulators ensuring path tracking capability under joint limits," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 1, pp. 162-167, 2003.
- [5] C. W. Wampler, "Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares



شکل ۲۳: خطای ردیابی مجری نهایی با استفاده از روش شبه‌وارون ژاکوبی



شکل ۲۴: پیکربندی‌های ربات با استفاده از روش پیشنهادی



شکل ۲۵: خطای ردیابی مجری نهایی با استفاده از روش پیشنهادی

در این روش، مشکلاتی چون حساسیت به شرایط اولیه، گرفتاری در خطاهای محلی و عدم برقراری شرایط مناسب همگرایی وجود ندارد. از طرفی، هر گر نیاز به متوقف نمودن مفاصل بحرانی نبوده و ساختار پیشنهادی بدون نیاز به تنظیم هیچ گونه ضرایب وزنی، با حداقل تنظیمات ممکن به حل مسئله می‌پردازد و لذا، درجه سعی و خطا در آن حداقل می‌باشد. زمان اجرای محاسبات برابر ۱.۱۱۵۱ ثانیه می‌باشد و برای کاربردهای بی‌درنگ و سریع مناسب می‌باشد.

- نتیجه‌گیری

- [13] T. Bhattacharjee and A. Bhattacharjee, "A study of neural network based inverse kinematics solution for a planar three joint robot with obstacle avoidance," *Assam University Journal of Science and Technology*, vol. 5, no.2, pp. 1-7, 2010.
- [14] S. S. Chiddarwar and N. Ramesh Babu, "Comparison of RBF and MLP neural networks to solve inverse kinematic problem for 6R serial robot by a fusion approach," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 23, no. 7, pp. 1083-1092, 2010.
- [15] S. Kumar, N. Patel and L. Behera, "Visual motor control of a 7 DOF robot manipulator using function decomposition and sub-clustering in configuration space," *Neural Processing Letters*, vol. 28, no. 1, pp. 17-33, 2008.
- [16] Y. Xia and J. Wang, "A dual neural network for kinematic control of redundant robot manipulators," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 31, no. 1, pp. 147-154, 2001.
- [17] Y. Zhang, J. Wang and Y. Xu, "A dual neural network for bi-criteria kinematic control of redundant manipulators," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 18, no. 6, pp. 923-931, 2002.
- [18] Y. Zhang and J. Wang, "Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators using a dual neural network," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 34, no. 1, pp. 752-759, 2004.
- [19] A. Jasbir, *Introduction to Optimum Design*, Second Edition, Elsevier Academic Press, San Diego, 2004.
- [20] L. X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [6] L. Phuoc, et al., "Damped least square based genetic algorithm with Ggaussian distribution of damping factor for singularity-robust inverse kinematics," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 22, no. 7, pp. 1330-1338, 2008.
- [7] A. Goldenberg, et al., "A complete generalized solution to the inverse kinematics of robots," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 1, no. 1, pp. 14-20, 1985.
- [8] S. Sasaki., "Feasibility study of manipulator inverse kinematics problems with applications of optimization principles," *Mechanism and machine theory*, vol. 28, no. 5, pp. 685-697 1993.
- [9] G. S. Chirikjian and J. W. Burdick, "A modal approach to hyper-redundant manipulator kinematics," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 10, no. 3, pp. 343-354, 1994.
- [10] J. M. Ahuactzin and K. Gupta, "A motion planning based approach for inverse kinematics of redundant robots: the kinematic roadmap," *Expert Systems with Applications*, vol. 14, no. 1-2, pp. 159-167, 1998.
- [11] A. Aristidou and J. Lasenby, "FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem," *Graphical Models*, vol. 73, no. 5, pp. 243-260, 2011.
- [12] S. Yahya, M. Moghavvemi and H. Mohamed, "Geometrical approach of planar hyper-redundant manipulators: Inverse kinematics, path planning and workspace," *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 19, no.1, pp. 406-422, 2011.



علی صالحی^۱، محمد جعفر صدیق^۲

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، asalehi@me.iut.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، jafars@cc.iut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۱/۳۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۴/۲۶)

چکیده: پاره‌ای از کاربردهای رباتیک نظیر جوشکاری و تعمیر شکاف‌های ایجاد شده، نیازمند کنترل حرکت پنجه ربات بر روی مسیری با معادله نامعین است. در این‌گونه کاربردها همکاری انسان و ماشین می‌تواند به عنوان یکی از بهترین راه حل‌ها در نظر گرفته شود. معمولاً در این نوع کاربردها از یک ابزار راهبر به شکل ربات اصلی و با مقیاس کوچکتر استفاده می‌شود. از سوی دیگر، امکان استفاده از ابزار راهبر با شکل شبیه ربات اصلی برای ربات‌های الستیک و یا دارای هندسه پیچیده وجود ندارد و لذا لازم است شکل خاصی از ابزار راهبر با توجه به شرایط محیطی و توانایی انسان طراحی شده و الگوریتم هدایت برمبنای آن توسعه داده شود. در این تحقیق حل چنین مساله‌ای مورد نظر بوده و به این منظور الگوریتم مناسبی برای هدایت پنجه با توجه به قابلیت‌های انسان و ابزار راهبر مناسب پیشنهاد شده است. فرمان صادره بر مبنای این الگوریتم هدایت از طریق یک کنترل‌کننده شبکه‌گشتوار محاسبه شده به ربات اعمال شده تا تعقیب مسیر را در حضور اغتشاشات ناشی از حرکت پایه ربات تضمین نماید. با توجه به عدم توانایی کاربر در اندازه‌گیری دقیق خطای پنجه از مسیر و نیز خطای سرعت پنجه، مقاومت کنترل‌کننده نسبت به خطاهای مذکور مورد بررسی قرار گرفته است. توانایی الگوریتم پیشنهادی برای حرکت پنجه بر روی مسیر مطلوب از طریق شبیه‌سازی عددی بررسی و تایید شده است.

کلمات کلیدی: همکاری انسان و ماشین، هدایت، معادله مسیر نامعین، ربات پایه متحرک.

Control of a Manipulator with Elastic Base Moving on Unknown Path

Ali Salehi, Mohammad Jafar Sadigh

Abstract: Cooperation of man and machine is one of the best solutions for moving the end-effector of a manipulator on a specific path with unknown relation. In such a solution deviation from the path is assessed by operator and necessary correcting command is generated by him based on that. This navigation command is, then, used by control algorithm of manipulator to move the end-effector on the desired path. This problem gets more difficult if the base of manipulator is moving on a platform such as a cart or a large manipulator, with inherent flexibility, to achieve a large workspace. In such cases it is impossible to use a master similar to the manipulator itself. This paper presents a fuzzy navigation algorithm for moving end-effector of a manipulator mounted on a moving base. The algorithm which is based on estimation of cross track error of end-effector, generates necessary command which is used by a proposed computed-torque method algorithm to move the end-effector on the desired path. Simulation results shows versatility of the proposed methods for navigation and control of the system even in presence of disturbances due to flexibility of base.

Keywords: Man and Machine Cooperation, Navigation, Unknown Path, Flexible Base Robot.

۱- مقدمه

نماید به نحوی که ربات عملیات موردنظر را به صورت مناسب اجرا نماید، یک چالش جدی به شمار می‌آید.

طراحی الگوریتم کنترلی مناسب اولین قدم در تحقیق حاضر به حساب می‌آید. بسیاری از الگوریتم‌های کنترلی تعیین مسیر دارای دو قسمت کنترل کننده مدار پیشرو و حلقه‌بسته هستند. کنترل کننده مدار پیشرو براساس مدل دینامیکی ربات و معادله مسیر مطلوب و کنترل کننده حلقه‌بسته براساس خطای موقعیت و سرعت طراحی می‌شوند. بنابراین نوع مسیر مطلوب، معلوم بودن یا نبودن معادله آن و قابل اندازه‌گیری بودن یا نبودن خطای بر طراحی کنترل کننده تاثیرگذاراند. به همین دلیل کنترل کننده باید به گونه‌ای طراحی شود که نه تنها توانایی حذف خطاهای ایجادشده در مدل ناشی از نامعین بودن مسیر را داشته باشد، بلکه نسبت به عدم دقت در اندازه‌گیری خطای مقاوم باشد. نامعین بودن معادله مسیر، امکان محاسبه خطای در صورت دانستن مکان و سرعت پنجه را از میان می‌برد و استفاده از توانایی انسان در برآورد خطای جهت رفع این مساله، منشاء عدم دقت مقادیر خطای است.

انتخاب ساختار مکانیکی مناسب راهبر یکی از مسائل مهم در کنترل ربات‌ها با استفاده از روش راهبر-رهرو است. در صورتی که ربات تحت کنترل ساده باشد و تعداد بازووهای آن کم باشد می‌توان راهبری عیناً مشابه ربات - از نظر سینماتیکی - ولی با ابعاد کوچک ساخت که انسان با متصل کردن آن به دست خود به راحتی بتواند همه اعضای آنرا حرکت دهد و ربات نیز عیناً همان حرکات را برای تمام اجزا خود دنبال کند و یک تناظر یک به یک بین حرکت راهبر و رهرو بوجود آورد. ولی اگر ربات پیچیده باشد و تعداد اعضای آن زیاد باشد، راهبر نیز پیچیده می‌شود و انسان با دست خود به سادگی نمی‌تواند همه حرکات موردنظر خود را روی راهبر اعمال کند تا ربات آنها را دنبال کند و این باعث سردرگم شدن کاربر خواهد شد. علاوه بر این وجود انعطاف‌پذیری باعث می‌شود که حتی اگر کاربر بتواند اعضای راهبر انعطاف‌پذیر را حرکت دهد، ربات به خاطر کم عملگر بودن نمی‌تواند همه حرکات و تغییرشکل‌های اعمالی از طرف کاربر را دنبال کند و تناظر یک به یکی بین حرکت راهبر و رهرو بوجود نخواهد آمد که این عامل خود باعث ایجاد خطاهای جدید می‌شود. بنابراین در ربات‌های پیچیده و انعطاف‌پذیر باید از راهبر پنجه استفاده کرد. راهبر پنجه فقط حرکت پنجه را - مستقل از حرکت بقیه اجزاء سیستم - تعیین می‌کند و چگونگی حرکت بازوها برای حصول حرکت تعیین شده پنجه، بوسیله الگوریتم‌های کمکی نظری الگوریتم‌های تقسیم کار به طرز مناسب تعیین می‌شود.

در زمینه کنترل ربات‌های با پایه انعطاف‌پذیر و همچنین سیستمهای کم-عملگر پژوهش‌های گسترده‌ای انجام شده است. در برخی از این تحقیقات روش‌هایی برای کنترل حرکت پنجه ربات براساس اندازه‌گیری ارتعاشات پایه و غلبه بر آنها ارایه شده‌اند [۱-۵]. کنترل امپدانس [۶، ۷] و طراحی براساس مدل سختی [۸] نیز بررسی شده‌اند. Hishinuma و همکارانش به صورت عملی یک ربات افزونه روی یک پایه انعطاف‌پذیر

ربات‌های صلب با پایه متحرک را با توجه به وجود عدم دقت ناشی از حرکت پایه می‌توان یک ربات صلب متصل به پایه الاستیک تقریب زد. یکی از ویژگی‌های اینگونه ربات‌ها، امکان کنترل حرکت پنجه آنها در فضای کار وسیع است. این رباتها در بازرگانی، تعمیرات، جوشکاری، رنگ آمیزی و تیز کردن پلها، کشتی‌ها، مخازن بزرگ، هواپیماها و تاسیسات زیرآبی و هسته‌ای کاربرد دارند. به خاطر وجود انعطاف‌پذیری این سیستم‌ها کم-عملگراند و به همین دلیل کنترل این ربات‌ها علیرغم دارای بودن ویژگی‌های منحصر به فرد کاربردی و حرکتی نسبت به ربات‌های معمولی پیچیدگی‌های بیشتری دارد. با این حال مزایای این ربات‌ها باعث کاربرد روزافزون آنها شده و محققان را برآن داشته‌است تا به بررسی مسائل و حل مشکلات مربوط به استفاده از آنها بپردازند.

مشکل اصلی کنترل موقعیت ربات‌های انعطاف‌پذیر غلبه بر ارتعاشات و رفع خطای ناشی از آن است. در مقابل، مزیت ربات‌های صلب با پایه انعطاف‌پذیر این است که می‌توان با استفاده از حرکت پایه، ربات صلب و دقیق را به نقطه دلخواه نزدیک کرد و با کنترل دقیق ربات صلب، بدون احتیاج به جلوگیری از ارتعاشات پایه و غلبه بر آن، خطای بوجود آمده را جبران کرد. کاربردهای ویژه این سیستم‌ها در محیط‌های ناشناخته در طی عملیات پیچیده نظری جوشکاری یک شکاف با معادله نامعلوم، عرصه‌های جدیدی از تحقیقات را می‌گشاید. در این کاربردها انعطاف‌پذیری پایه و نامعین معادله مسیر از یک سو و لزوم کنترل سرعت در امتداد مسیر مورد نظر از سوی دیگر بکارگیری ابزار و الگوریتمی کارآمد برای «دیدن» و تعیین خطای الزامی می‌نماید که یک راه حل آن، استفاده از الگوریتم‌های همکاری انسان و ماشین جهت هدایت حرکت ربات است. این راه حل مبتنی بر استفاده از متاد راهبر-رهرو بوده و عملاً انسان با حرکت دادن یک ابزار راهبر ربات اصلی را هدایت می‌نماید.

مهم‌ترین مزیت روش راهبر-رهرو استفاده از توانایی‌های انسان در مشاهده و تشخیص مسیر حرکت، درک خطای مسیر، تحلیل شرایط حرکت، پیش‌بینی حرکت لازم برای جبران خطای و توانایی در تولید دستورات اصلاحی لازم است. هرچند این راه حل بهنوبه خود مشکلات جدیدی را مطرح خواهد کرد که عملتاً ناشی از نوع رفتار فازی انسان در تشخیص خطای و تولید دستورات کنترلی است. همچنین در این روش - همکاری انسان و ماشین - انعطاف‌پذیری پایه مشکلات جدیدی را ایجاد می‌نماید.

از سوی دیگر وسعت فضای کار باعث ناممکن شدن استفاده از یک ابزار راهبر با هندسه مشابه سیستم اصلی می‌گردد و در نتیجه تناظر یک به یک بین فرمان‌های صادره از سوی انسان و فرمان‌های مورد نیاز ربات نیز ناممکن می‌گردد. در اثر این مشکل طراحی ابزار مناسب راهبر که بتواند فرمان‌های موردنظر را از انسان دریافت نموده و همچنین طراحی الگوریتمی که بتواند این دستورات را به دستورات موردنیاز ربات ترجمه

مطلوب در فضای کار است در حالیکه در روش های مشابه از خطای متغیرهای مفاصل استفاده شده است. با توجه به اینکه برآورد دقیق خطای سرعت نسبت به خطای موقعیت برای انسان مشکل تر است، پایداری سیستم در حالتی که فقط خطای موقعیت با دقت قابل قبول و علامت خطای سرعت به درستی برآورده می شود بررسی شده و شرط لازم برای پایداری معادله خطای مشخص شده است. صحت و کارآیی روش پیشنهادی از طریق شبیه سازی عددی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله ابتدا دینامیک مساله و چگونگی دسته بندی معادلات آن بررسی و پس از آن روش کنترلی پیشنهادی و روابط مربوطه ارایه شده اند. سپس اثر نامعین بودن معادله مسیر مطلوب بر معادلات کنترل کننده و دینامیک خطای تبیین و در ادامه نیز پایداری سیستم با وجود خطای در برآورد خطای سرعت حرکت پنجه اثبات شده است. پس از آن الگوریتم هدایت و چگونگی مدل سازی فازی کاربر راهبر توضیح داده شده و در انتها نیز نتایج شبیه سازی های انجام شده، جمع بندی و نتیجه گیری آمده است.

۲- دینامیک

رباتی با پایه انعطاف پذیر دارای n درجه آزادی و m عملگر ($m < n$) در نظر گرفته شده است. معادلات حرکت سیستم با استفاده از روش لاگرانژ به صورت زیر بدست می آید

$$\mathbf{M}_{n \times n}(\mathbf{q}, t) \ddot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{h}_n(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t) = \mathbf{B}_{n \times m}(\mathbf{q}, t) \boldsymbol{\tau}_m \quad (1)$$

که در آن $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس ضرایب جرمی، $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n$ بردار بخش غیر خطی دینامیک شامل اثرات کریولیس و گرانش، $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ماتریس ضرایب عملگرهای $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^m$ بردار گشتاور عملگرهای $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ متغیرهای حالت سیستم و t زمان هستند. اگر مسیر مطلوب حرکت پنجه به صورت p معادله

$$g_i(\mathbf{q}, t) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad p < m \quad (2)$$

نوشته شود، می توان سیستم را تحت p قید مصنوعی حرکت به صورت معادله (2) در نظر گرفت. برآورده شدن این قیدها به معنی حرکت پنجه روی مسیر مطلوب بوده و برای این کار به p عملگر نیاز است. بدون ایجاد محدودیت در کلیت روش، p عملگر آخر بردار گشتاور $\boldsymbol{\tau}$ به عنوان گشتاورهای قیدی \mathbf{C} انتخاب می شوند و وظیفه برآورده کردن قیدها را بر عهده دارند. بنابراین می توان معادلات حرکت را به صورت زیر تقسیم کرد

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3)$$

که در آن $\mathbf{h}_1 \in \mathbb{R}^{n-p}$ ، $\mathbf{M}_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ، $\mathbf{M}_2 \in \mathbb{R}^{(n-p) \times n}$ ، $\mathbf{B}_{12} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$ ، $\mathbf{B}_{11} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (m-p)}$ ، $\mathbf{h}_2 \in \mathbb{R}^p$

را از دور کنترل کردن [۹]. صدیق و Misra روشی را برای استخراج معادلات حرکت حداقل-مرتبه سیستم های دینامیکی تحت قیدهای مجازی ارایه کردن [۱۰]. این روش بعداً توسط صدیق و زمانی فکری جهت طراحی کنترل کننده مدار باز بر اساس مفهوم حرکت مقید با اعمال قیود مصنوعی به سیستم برای رباتهای کم-عملگر نظری رباتهای پایه متحرك و رباتهای الاستیک به کار گرفته شد [۱۱]. این کنترل کننده توسط صدیق و صالحی با افزودن یک حلقة خارجی برای جبران خطای پنجه از مسیر، بسط یافته و برای کنترل میکرو-ماکرو ربات ها استفاده شد [۱۲]. آنها همچنین روش راهبر-رهرو را برای کنترل میکرو-ماکرو ربات ها بکار برداشتند که در آن ماکرو بوسیله راهبر حرکت می کند و میکرو به گونه ای کنترل می شود که خطای حرکت پنجه حذف شود [۱۳].

امروزه سیستم های تله اپریشن دوسویه به ابزاری بسیار موثر برای انجام کارهای پیچیده در محیط های دور از دسترس و خطرناک و نیز انجام عمل جراحی بدل شده اند [۱۴] و تحقیقات گسترده ای در این زمینه [۱۵-۲۵] و نیز استفاده از روش راهبر-رهرو و مسائل مرتبط با آن صورت گرفته است [۲۶-۳۰]. اکثر تحقیقات در زمینه وجود تاخیر زمانی ثابت یا متغیر و معلوم یا نامعین در کانال ارتباطی و اثرات آن بر کارایی و پایداری سیستم های تله اپریشن انجام شده است [۳۱-۳۷].

در عمله تحقیقات انجام شده در زمینه تله اپریشن و کنترل به روش راهبر-رهرو، از راهبر بازو استفاده شده است و به مسائلی چون تاخیر زمانی سیستم ارتباطی، گم شدن اطلاعات و پایداری سیستم پرداخته اند [۳۸] ولی مساله رهرو انعطاف پذیر مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین تحقیقات قبلی نشان می دهد که استفاده از روش راهبر-رهرو برای کنترل رباتهای پیچیده در ماموریت های پیچیده نیازمند طراحی ساخت افزار خاص و روش های کنترلی مناسب با آنهاست. تفاوت اصلی تحقیق حاضر با تحقیقات قبلی در این زمینه را می توان در استفاده از راهبر پنجه دانست که ضمن ایجاد سهولت در کاربری و رفع محدودیت فضای کار و حل مشکل پیچیدگی ربات راهبر، مشکلات جدی را در زمینه الگوریتم هدایت و الگوریتم کنترلی لازم برای هدایت دقیق پنجه در عین قبول حرکت نادقيق پایه بوجود می آورد. حل این مسائل محور اصلی تحقیق حاضر را تشکیل می دهد.

در مقاله حاضر در ادامه تحقیقات قبلی با بسط روش ارایه شده در مراجع [۱۲، ۱۳]، برای کنترل ربات های با پایه انعطاف پذیر روشی مبتنی بر اعمال معادلات مسیر مطلوب به عنوان قیدهای مصنوعی حرکت ارایه و تأثیر نامعلوم بودن معادله مسیر مطلوب و عدم امکان محاسبه خطای از مسیر مطلوب بر کارایی آن بررسی شده است. همچنین این تحقیق با ارایه یک روش هدایت پنجه توسط کاربر امکان تعیین خطای پنجه از مسیر به عنوان ورودی الگوریتم کنترل را فراهم نموده است.

کنترل کننده پیشنهادی در واقع کنترل کننده ای شبه CTM است با این تفاوت که خطای مورد استفاده در حلقة بسته آن خطای پنجه از مسیر

با محاسبه $\ddot{\mathbf{q}}$ از رابطه (۹) و جایگذاری آن در رابطه (۵)، مقدار
به صورت زیر بدست می‌آید

$$\mathbf{C} = (\mathbf{B}_{22})^{-1} (\mathbf{M}_2 \tilde{\mathbf{M}}^{-1} (\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{U} - \tilde{\mathbf{h}}) + \mathbf{h}_2 - \mathbf{B}_{21}\mathbf{U}) \quad (11)$$

اما اگر به هر دلیل خطایی در تعیب مسیر بوجود آید این
کنترل کننده مدارباز قادر به جبران آن نیست و باید بازخورد مناسبی به
این کنترل کننده اضافه شود و با تنظیم گشتاورهای قیدی \mathbf{C} ، خطایها
جبران و حذف شوند. برای این منظور، بالا حاظ کردن خطا از مسیر و
بازنویسی رابطه (۲)، معادله

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}, t) = \dot{\mathbf{d}}(t) \quad (12)$$

حاصل می‌شود که در آن δ بردار خطا از مسیر پنجه ربات است. در
شارایطی که معادله مسیر مطلوب معلوم باشد و حرکت پنجه با استفاده از
سینماتیک ربات و با اندازه‌گیری متغیرهای مفاصل تعیین شود، مقدار
بردار خطای حرکت پنجه و نرخ تغییرات آن قبل محاسبه است. در
حالی که معادله مسیر مطلوب نامعین و امکان محاسبه وجود نداشته باشد،
اندازه‌گیری این خطا تنها با استفاده از روش‌های بینایی و پردازش تصویر
مسیر می‌گردد. این روش می‌تواند بسیار گران و به لحاظ عملیاتی پیچیده
باشد. از سوی دیگر، انسان با نگاه کردن به حرکت ربات و فضای کار،
توانایی برآورده کردن این کمیت‌ها را دارد که رویکرد تحقیق حاضر
استفاده از این قابلیت جهت تعیین خطا است. به هر حال با فرض در
دسترس بودن بردار خطای، مشتق دوم رابطه (۱۲) برابر است با

$$\mathbf{A}_{p \times n}(\mathbf{q}, t)\ddot{\mathbf{q}}_n + \dot{\mathbf{A}}_{p \times n}(\mathbf{q}, t)\dot{\mathbf{q}}_n = \dot{\mathbf{E}}_p(\mathbf{q}, t) + \ddot{\mathbf{d}}_p(t) \quad (13)$$

که با ترکیب معادلات (۴) و (۱۳) بدست می‌آید

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{h}} = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{U} + \mathbf{D}\ddot{\mathbf{d}} \quad (14)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}}_{n \times n} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}} \\ \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{h}}_n = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{h}} \\ \dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{E}} \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{B}}_{n \times (m-p)} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{n \times p} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n-p) \times p} \\ \mathbf{I}_{p \times p} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

است. با محاسبه $\ddot{\mathbf{q}}$ از رابطه (۱۴) و جایگذاری آن در رابطه (۴)
بدست می‌آید

$$\mathbf{M}'\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{h}' = \mathbf{B}_{22}\mathbf{C} \quad (16)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \mathbf{M}' &= \mathbf{M}_2 \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{D} \\ \mathbf{h}' &= \mathbf{M}_2 \tilde{\mathbf{M}}^{-1} (\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{U} - \tilde{\mathbf{h}}) + \mathbf{h}_2 - \mathbf{B}_{21}\mathbf{U} \end{aligned} \quad (17)$$

$\mathbf{C} \in \mathcal{R}^p$ ، $\mathbf{U} \in \mathcal{R}^{m-p}$ ، $\mathbf{B}_{22} \in \mathcal{R}^{p \times p}$ ، $\mathbf{B}_{21} \in \mathcal{R}^{p \times (m-p)}$
پیش ضرب $[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{12}(\mathbf{B}_{22})^{-1}]$ در معادله (۳)، این معادله به دو
دسته معادله زیر تقسیم می‌شود [۱۲]

$$\overline{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \overline{\mathbf{h}} = \overline{\mathbf{B}}\mathbf{U} \quad (4)$$

$$\mathbf{C} = (\mathbf{B}_{22})^{-1} (\mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_2 - \mathbf{B}_{21}\mathbf{U}) \quad (5)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{M}}_{(n-p) \times n} &= \mathbf{M}_1 - \mathbf{B}_{12}(\mathbf{B}_{22})^{-1}\mathbf{M}_2 \\ \overline{\mathbf{h}}_{n-p} &= \mathbf{h}_1 - \mathbf{B}_{12}(\mathbf{B}_{22})^{-1}\mathbf{h}_2 \\ \overline{\mathbf{B}}_{(n-p) \times (m-p)} &= \mathbf{B}_{11} - \mathbf{B}_{12}(\mathbf{B}_{22})^{-1}\mathbf{B}_{21} \end{aligned} \quad (6)$$

رابطه (۴) معادلات حداقل مرتبه سیستم مقید است. این معادله
به همراه مشتق دوم معادله قیدها، رابطه (۲)، n معادله بدست می‌دهد که
مستقل از گشتاورهای \mathbf{U} و \mathbf{C} بوده و همواره قیدها را برآورده می‌کند.
از معادله (۵) نیز می‌توان گشتاورهای قیدی لازم برای اعمال قیدها را
محاسبه کرد.

۳- کنترل

اگر ربات به اندازه کافی درجه آزادی برای اعمال قیدها داشته باشد،
مقدار گشتاور \mathbf{U} می‌تواند بر اساس هر روشی – مثلاً کنترل کننده PD –
که باعث حرکت پایه در نزدیکی مسیر مطلوب شود، تعیین گردد. البته
این روش باعث کنترل دقیق حرکت پایه ربات نخواهد شد ولی با اعمال
گشتاورهای \mathbf{C} از رابطه (۵)، حتماً قیدها برآورده شده و پنجه ربات روی
مسیر مطلوب حرکت می‌کند [۱۲]. برای محاسبه \mathbf{C} ابتدا مشتق دوم
معادلات قید یعنی رابطه (۲) به صورت

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}, t)_{p \times n} \ddot{\mathbf{q}}_n + \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{q}, t)_{p \times n} \dot{\mathbf{q}}_n = \dot{\mathbf{E}}(\mathbf{q}, t)_p \quad (7)$$

بدست می‌آید که در آن $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{p \times n}$ ماتریس ژاکوبین سیستم و
 $\dot{\mathbf{E}} \in \mathcal{R}^p$ بردار شتاب حرکت پنجه روی مسیر مطلوب است. با افزودن
معادله (۷) به معادله (۴) دسته معادلات زیر را بدست می‌دهد

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{M}}_{(n-p) \times n} \ddot{\mathbf{q}}_n + \overline{\mathbf{h}}_{n-p} = \overline{\mathbf{B}}_{(n-p) \times (m-p)} \mathbf{U}_{m-p} \\ \mathbf{A}(\mathbf{q}, t)_{p \times n} \ddot{\mathbf{q}}_n + \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{q}, t)_{p \times n} \dot{\mathbf{q}}_n = \dot{\mathbf{E}}(\mathbf{q}, t)_p \end{cases} \quad (8)$$

که می‌تواند به فرم بسته زیر بازنویسی شود

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{h}} = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{U} \quad (9)$$

که در آن

$$\tilde{\mathbf{M}}_{n \times n} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}} \\ \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{h}}_n = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{h}} \\ \dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{E}} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_{n \times (m-p)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (10)$$

خوبی در تشخیص جهت حرکت دارد، این فرض برای سیستم‌های کنترل راهبر-رهرو معقول و قابل دست‌بایی است. حال اگر از این فیدبک خطای سرعت استفاده شود، قانون کنترل به صورت زیر در می‌آید

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}_{22}^{-1}(\mathbf{h}' + \mathbf{M}'(\mathbf{K}_v \mathbf{f}(t) \dot{\delta} + \mathbf{K}_p \delta)) \quad (23)$$

که با قرار دادن آن در رابطه (۱۶)، بدست می‌آید

$$\ddot{\delta} + \mathbf{K}_v \mathbf{f}(t) \dot{\delta} + \mathbf{K}_p \delta = \mathbf{0} \quad (24)$$

که با فرض قطری بودن \mathbf{K}_v و \mathbf{K}_p ، می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$\ddot{\delta}_i + K_{v_i} f_{ii}(t) \dot{\delta}_i + K_{p_i} \delta_i = 0 \quad i = 1, \dots, p \quad (25)$$

و با صرف نظر کردن از ذکر اندیس i جهت ساده‌نویسی، هر یک از این p معادله به شکل زیر در می‌آید

$$\ddot{\delta} + K_v f(t) \dot{\delta} + K_p \delta = \mathbf{0} \quad (26)$$

جهت بررسی پایداری سیستم و همگرایی مجانبی آن با استفاده از تئوری لیپانوف، تابع لیپانوفی به صورت زیر فرض می‌شود

$$V = \frac{1}{2} (\dot{\delta} + \alpha \delta)^2 + \frac{1}{2} b(t) \delta^2 \quad (27)$$

$$b(t) = K_p - \alpha^2 + \alpha K_v f(t)$$

که با فرض

$$0 < \alpha < \sqrt{K_p} \quad (28)$$

تابع لیپانوف V ثابت معین می‌شود. البته با توجه به رفتار انسان، در شرایط معمولی برآورده کاربر از خطای پیوسته و هموار است و پس از آموزش و تمرین کافی، راهبر را بصورت پیوسته و نرم - همانند هنگام رانندگی خودرو - حرکت خواهد داد. نتیجتاً تابع f پیوسته بوده و بنابراین شرط پیوستگی تابع لیپانوف V برقرار است. مشتق این تابع برابر است با

$$\dot{V} = [\alpha - K_v f(t)] \dot{\delta}^2 + \frac{\alpha}{2} [K_v f(t) - 2K_p] \delta^2 \quad (29)$$

واضح است که با فرض دو شرط زیر، \dot{V} منفی معین خواهد شد

$$\frac{\alpha}{K_v} < f(t) \quad (30)$$

$$\dot{f}(t) < \frac{2K_p}{K_v}$$

مجدها با توجه به چگونگی رفتار انسان، مشخص است که f نیز هموار و پیوسته خواهد بود و با توجه به اینکه حداقل سرعت پاسخ کاربر و اعمال تغییرات بوسیله راهبر به توانایی‌های انسان محدود است، بنابراین

است. این معادله دیفرانسیل نشان دهنده رفتار خطای پنجه از مسیر است. با انتخاب گشاورهای قیدی به صورت

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}_{22}^{-1}(-\mathbf{M}'(\mathbf{K}_v \dot{\delta} + \mathbf{K}_p \delta) + \mathbf{h}') \quad (18)$$

و جایگذاری آن در رابطه (۱۶)، معادله زیر بدست می‌آید

$$\ddot{\delta} + \mathbf{K}_v \dot{\delta} + \mathbf{K}_p \delta = \mathbf{0} \quad (19)$$

که همگرایی مجانبی خطای به صفر را نشان می‌دهد.

۴- معادله مسیر نامشخص

حال اگر معادله مسیر معلوم نباشد و متغیر تخمینی $\hat{\mathbf{E}}$ به جای $\dot{\mathbf{E}}$ قرار گیرد، رابطه (۱۸) به صورت زیر در می‌آید

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}_{22}^{-1}(\mathbf{M}_2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{U} + \mathbf{h}_2 - \mathbf{B}_{21} \mathbf{U}) - \mathbf{M}_2 \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \left[\begin{array}{c} \bar{\mathbf{h}} \\ \dot{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{E}} \end{array} \right] - \mathbf{M}'(\mathbf{K}_v \dot{\delta} + \mathbf{K}_p \delta) \quad (20)$$

که با قرار دادن آن در رابطه (۱۶)، بدست می‌آید

$$\ddot{\delta} + \mathbf{K}_v \dot{\delta} + \mathbf{K}_p \delta = \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{M}_2 \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{E}} - \hat{\mathbf{E}} \end{array} \right] \quad (21)$$

در این معادله جمله سمت راست به عنوان یک نیروی محرك عمل می‌کند، اما چون $\dot{\mathbf{E}}$ در انتهای مسیر صفر می‌شود (حالت سکون)، کافی است $\hat{\mathbf{E}}$ هم به گونه‌ای انتخاب شود که در انتهای صفر شود تا نیروی محرك صفر شده و متعاقباً خطای به صفر میل کند. البته مشخص است که با انتخاب $\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{0}$ هم همین نتیجه حاصل می‌شود. البته در طول حرکت پنجه بر روی مسیر به خاطر خطای صفر نبودن $\dot{\mathbf{E}} - \hat{\mathbf{E}}$ ، مقداری خطای در تعیب مسیر ایجاد می‌شود ولی به دلیل شتاب کم حرکت جهت جلوگیری از تحريكی مودهای انعطاف‌پذیری سیستم، این مقدار اختلاف کوچک و محدود مانده و بنابراین خطای نیز محدود باقی می‌ماند.

۵- عدم دقت در اندازه‌گیری خطای سرعت

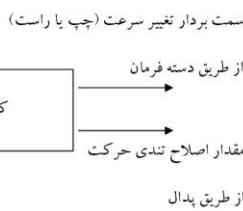
با داشتن مقادیر دقیق خطای موقعیت و سرعت پنجه معادله خطای به صورت رابطه (۱۹) بدست می‌آید، اما اگر فرض شود در اندازه‌گیری خطای سرعت پنجه دقت کافی وجود ندارد و مقدار این خطای دقیق اندازه‌گیری نمی‌شود و فقط جهت آن همیشه درست است یعنی به جای $\hat{\delta}$ مقدار $\hat{\delta}$ اندازه‌گیری شود که به صورت

$$\hat{\delta} = \mathbf{f}(t) \delta, \quad \begin{cases} f_{ij}(t) = 0 & \text{if } i \neq j \\ 0 < f_{ii}(t) \leq F_{ii} & \end{cases} \quad (22)$$

تعریف می‌شود و در آن هر $f_{ii}(t)$ یک تابع ثابت نامعلوم و تابع زمان است که حد بالای محدودی نیز دارد. با توجه به اینکه انسان توانایی

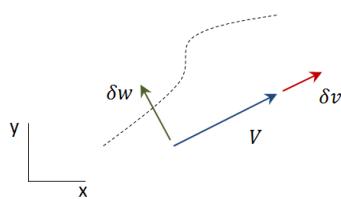
خطای حرکت پنجه را نیز اصلاح کرده و آنرا روی مسیر مطلوب و با تندي مطلوب حرکت داد. در این روش به جای چهار ورودی (دو مولفه خطای موقعیت و دو مولفه خطای سرعت) فقط دو ورودی یعنی جهت و اندازه یک بردار برای تصحیح حرکت پنجه توسط کاربر و از طریق ابزار راهبر تولید می‌شود. کاربر برای اصلاح جهت حرکت می‌تواند زاویه اصلاح را توسط راهبر تولید کند و تندي حرکت را نیز بوسیله یک پدال تنظیم کند. این الگوریتم به جهاتی شبیه روشی است که انسان در رانندگی خودرو استفاده می‌کند بدین صورت که جهت حرکت را با چرخاندن فرمان و تندي حرکت را با فشردن پدال تنظیم می‌کند. در اینجا نیز کاربر میزان خروج از مسیر را توسط اهرم دستی و میزان سرعت در امتداد مسیر را توسط پدال کنترل می‌کند.

الگوریتم هدایت به این صورت است که کاربر با توجه به خطای پنجه از مسیر و سمت انحراف آن (چپ یا راست مسیر) و مقدار خطای اندازه سرعت، جهت بردار تغییر سرعت لازم در جهت عمود بر سرعت فعلی به منظور جبران خطای موقعیت را از طریق راهبر و بوسیله پدال مقدار اصلاح تندي حرکت را تولید می‌کند. بنابراین در اینجا ورودی‌ها خطای پنجه از مسیر و خطای تندي حرکت هستند که کاربر با توجه به آنها دو خروجی جهت بردار تغییر سرعت (چپ یا راست بردار سرعت و عمود بر آن) و مقدار اصلاح تندي حرکت را به ترتیب توسط دسته فرمان و پدال تولید می‌کند (شکل (۱)).



شکل ۱. نمودار ورودی‌ها و خروجی‌های الگوریتم هدایت

این خروجی‌ها در واقع مقدار اصلاح سرعت در امتداد بردار سرعت و مقدار اصلاح سرعت در امتداد عمود بر مسیر حرکت را معین می‌کند. با توجه به اینکه امتداد سرعت پنجه براساس اندازه گیری مختصات تعیین یافته سیستم و با استفاده از سینماتیک مستقیم قابل محاسبه است بردار تغییر سرعت را می‌توان به مولفه‌های خود در جهت X و Y تجزیه نمود. هرچند امتداد عمود بر مسیر نامعلوم است و لذا نمی‌توان مولفه‌های بردار اصلاح سرعت در جهت عمود بر مسیر را به مولفه‌های آن در جهت X و Y تجزیه کرد. برای رفع این مشکل فرض می‌شود که امتداد بردار سرعت موازی مسیر مطلوب باشد در این صورت با توجه به شکل (۲)، رابطه (۳۲) بدست می‌آید.



آنچه حرکت پنجه را نیز اصلاح کرده و آنرا روی مسیر مطلوب و با اندازه کافی بزرگ، α تا حد ممکن کوچک و K_p نیز به تناسب شرایط حرکتی و جهت تنظیم و تعديل کارایی و پایداری سیستم، انتخاب شوند. از طرف دیگر چون $f \leq F$ و حد بالا دارد، تابع لیاپانوف انتخابی از تابع مستقل از زمان مثبت معینی به شکل

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}(\dot{\delta} + \alpha\delta)^2 + \frac{1}{2}b(t)\delta^2 \\ &\leq \frac{1}{2}(\dot{\delta} + \alpha\delta)^2 + \frac{1}{2}(K_p - \alpha^2 + \alpha K_v F)\delta^2 \end{aligned} \quad (31)$$

کوچک‌تر است و نتیجتاً تابع لیاپانوف مفروض کاهنده (Decrescent) است. بنابراین با این شرایط مبداء به صورت یکنواخت پایدار مجانبی است و خطای به صفر می‌گیرد [۳۹]. البته می‌توان نشان داد که شرط دارا بودن حد بالا برای f ضروری نیست و با این وجود سیستم پایدار مجانبی خواهد بود [۴۰].

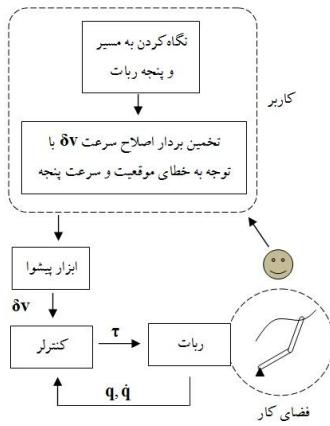
۶- الگوریتم هدایت

ورودی روش کنترلی تبیین شده در حل مساله اول ترکیبی از خطای موقعیت و سرعت پنجه در فضای کار است. با توجه به معلوم‌نبودن معادله مسیر و مشکل‌بودن اندازه گیری این خطاهای نیاز به راهکاری برای حذف این اندازه گیری‌ها و جایگزینی آن با روشی است که اساس آن بر استفاده از توانایی انسان در تشخیص خطای حرکت پنجه و تصحیح آن باشد. با توجه به ماهیت کنترل کننده پیشنهادی و لزوم استفاده از روش راهبر-رهرو، راه حل پیشنهادی ارایه الگوریتم هدایت است. الگوریتم هدایت باید به گونه‌ای طراحی شود که میزان خطا موقوعیت و سرعت پنجه در امتداد مسیر باشد. همچنین این الگوریتم باید ورودی‌های لازم برای کنترل کننده را تولید کند.

انسان با نگاه کردن به پنجه ربات و مسیر، می‌تواند فاصله پنجه از مسیر مطلوب و همچنین خطای تندي حرکت پنجه را تشخیص دهد اما نمی‌تواند مقدار همه مولفه‌های خطای تندي حرکت را تعیین کند. بنابراین الگوریتم هدایت باید براساس تخمین کاربر از دو کمیت فاصله پنجه از مسیر و خطای تندي حرکت پنجه توسعه یابد و ترکیبی از مقادیر خطای (و یا تخمین آنها) به عنوان خروجی الگوریتم محاسبه گردد. البته حتی اگر انسان قادر به تشخیص هر چهار مولفه خطای حرکت پنجه باشد، تولید همزمان چهار ورودی جهت تصحیح این خطاهای از طریق ابزار راهبر به سادگی امکان‌پذیر نبوده و باعث سردرگمی کاربر و ناکارآیی روش می‌شود. علاوه بر این ابزار راهبری با چهار ورودی به مراتب پیچیده‌تر از راهبری است که دو ورودی دارد و نتیجتاً کار کردن با آن نیز به مراتب مشکل‌تر است.

اساس الگوریتم هدایت توجه به این واقعیت است که با تغییر دادن مناسب جهت و اندازه بردار سرعت یک ذره می‌توان مسیر طی شده توسط ذره و تندي حرکت را کنترل کرد. بنابراین بر همین اساس می‌توان

حرکت پنجه ربات و میزان خطای آن از مسیر مطلوب، بر اساس الگوریتم هدایت کمیت‌های لازم برای اصلاح جهت و اندازه حرکت پنجه را از طریق راهبر تولید می‌کند. سپس این کمیت‌ها به مقادیر خطای تبدیل شده و به عنوان ورودی به کنترل کننده داده می‌شوند. کنترل کننده نیز با توجه به مقادیر خطای و وضعیت سیستم، گشتاورهای لازم برای جبران خطاهای را تعیین کرده و به ربات اعمال می‌کند. این چرخه مجدداً توسط کاربر با توجه به خطاهای جدید تکرار می‌شود.



شکل ۳. بلوک دیاگرام روش کنترل و هدایت حرکت پنجه ربات

برای شبیه‌سازی و بررسی کارایی الگوریتم هدایت باید کل سیستم مدل شود و بنابراین به مدل رفتار کاربر راهبر نیاز است. مناسب‌ترین ابزار برای مدل‌سازی رفتار انسان، منطق و روش فازی است. قسمت اول مدل‌سازی کاربر-راهبر مربوط به زمانی است که انسان به حرکت پنجه و مسیر نگاه می‌کند و میزان انحراف پنجه از مسیر و خطای تندی حرکت آن را بر اساس متغیرهای زبانی تخمین زده و برآورد می‌کند. این قسمت را می‌توان با یک فازی ساز مدل کرد که مقادیر خطای موقعیت و سرعت را به عنوان ورودی می‌گیرد و برآوردهای خطای را به عنوان خروجی براساس متغیرهای زبانی تولید می‌کند.

قسمت بعد مدل‌سازی کاربر مربوط به بخش بررسی برآوردهای خطای استنتاج و استدلال ذهنی و نهایتاً نتیجه گیری درباره چگونگی، مقدار و جهت تصحیحات لازم برای جبران خطاهای برحسب متغیرهای زبانی است. این مرحله باید شامل دو قسمت پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی باشد تا امکان تصمیم‌گیری فراهم شود. ورودی این بخش برآوردهای خطای برحسب متغیرهای زبانی مربوط به بخش اول و خروجی آن برآورد اصلاحات لازم (برآورد چگونگی حرکت راهبر و یا پدال) براساس متغیرهای زبانی است.

قسمت آخر مدل‌سازی کاربر مربوط به فرآیند تولید دستورات از طریق ابزار راهبر با حرکت دادن آن با توجه به استدلال و برآوردهای اصلاحات لازم در مرحله قبل است. این قسمت معادل یک غیرفازی‌ساز است که به عنوان ورودی، برآوردهای اصلاحات لازم را به صورت متغیرهای زبانی گرفته و مقدار و جهت حرکت راهبر و پدال را به صورت عدد در خروجی تولید می‌کند.

شکل ۲. بردار سرعت و بردارهای اصلاح سرعت

$$\begin{cases} \delta\vec{x} = \delta v \cdot n_1 + \delta w \cdot n_2 \\ \delta\vec{y} = \delta v \cdot n_2 + \delta w \cdot n_1 \end{cases} \quad (۳۲)$$

که در آن n_1 و n_2 کسینوس هادی‌های بردار سرعت در دستگاه x ، y و δv و δw مقدار بردار اصلاح سرعت تعیین شده توسط پدال و اهرم دستی هستند. مزیت این روش در سهولت یادگیری و انجام آن به علت شباهت به رانندگی است هنگام هدایت پنجه با این الگوریتم تا زمانی که مسیر به گونه‌ای است که پنجه از کاربر دور می‌شود سمت چپ و راست مسیر معنی درستی دارد. اما زمانی که در طی مسیر پنجه به سمت کاربر باید (و یا به طرفین حرکت کند)، تشخیص سمت چپ و راست مسیر مشکل شده و حتی بالعکس می‌شود. این مساله در رانندگی اتومبیل با دنده عقب نیز اتفاق می‌افتد و رانندگان مبتدی عموماً برعکس فرمان می‌دهند. این مشکل را می‌توان با استفاده از سیستم‌های تصویربرداری و پردازش تصویر برطرف نمود. به این صورت که با استفاده از روش‌های پردازش تصویر همیشه قسمتی از مسیر که نزدیک پنجه قرار دارد را در جهت خاص - مثلاً جهت عمودی - روی صفحه نمایش برای کاربر نشان داد تا کاربر به راحتی بتواند سمت چپ و راست مسیر را که در الگوریتم هدایت لازم است (مستقل از جهت واقعی حرکت پنجه)، تشخیص دهد و حرکت پنجه را با استفاده از راهبر کنترل کند. با توجه به اینکه مسیر مطلوب ممکن است پیچیده و طولانی باشد و یا نور و شرایط محیط کار برای انسان مناسب نباشد، مزیت دیگر استفاده از ابزارهای بینایی و پردازش تصویر، امکان بزرگ‌نمایی پنجه و مسیر نزدیک آن و نیز تنظیم و فیلتر کردن نور جهت دیده شدن بهتر مسیر و حرکت و خطای پنجه است. مثلاً در کاربرد جوشکاری با حذف پرتو شدید ناشی از جوشکاری، محل جوشکاری و جوش سیار بهتر دیده می‌شود و پرتوها نیز برای کاربر ضروری نخواهد داشت.

بطور کلی در این روش هدایت کاربر براساس مشاهده و تخمین فاصله پنجه از مسیر، جهت سرعت پنجه و خطای تندی حرکت آن، جهت و مقدار تغییرات لازم جهت تصحیح حرکت را برآورد کرده و آنها را از طریق راهبر به عنوان ورودی به کنترل کننده می‌دهد. با توجه به ماهیت تفکر و منطق انسان، کاربر نمی‌تواند خروجی‌های دقیق و عددی برای خطاهای تولید کند و فقط مقادیر زبانی و خروجی‌های فازی تولید می‌کند. مثلاً اگر پنجه از مسیر منحرف شده باشد، کاربر با نگاه کردن به پنجه و مسیر، برای خطای موقعیت و جهت آن خروجی‌های فازی نظری انحراف کم به سمت چپ و یا انحراف زیاد به سمت راست را تولید می‌کند. البته انسان با تمرین و یادگیری به طور ناخودآگاه، این مقادیر فازی را با استفاده از ابزار راهبر به مقادیر عددی تبدیل می‌کند. در این الگوریتم باید مقدار و جهت سرعت فعلی معلوم باشد تا با استفاده از ورودی‌های تولید شده توسط کاربر مولفه‌های خطای محاسبه گردد. بلوک دیاگرام روش کنترل و هدایت حرکت پنجه ربات در شکل (۳) نشان داده شده است. ابتدا کاربر با نگاه کردن به فضای کار و چگونگی

جدول ۱. نمادهای بکار رفته در تعریف توابع عضویت ورودی‌ها

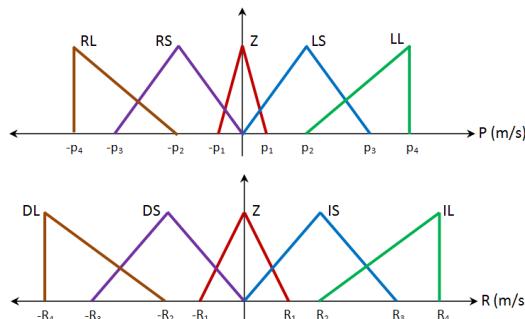
| خطای تندی حرکت ΔV | | خطای موقعیت پنجه δ | |
|---------------------------|---------------|---------------------------|------------------------------|
| نماد | معنی | نماد | معنی |
| SL | سیار آهسته | RL | انحراف زیاد به سمت راست مسیر |
| SS | کمی آهسته | RS | انحراف کم به سمت راست مسیر |
| Z | با تندی مناسب | Z | روی مسیر |
| FS | کمی تند | LS | انحراف کم به سمت چپ مسیر |
| FL | بسیار تند | LL | انحراف زیاد به سمت چپ مسیر |

مقادیر محورهای افقی به میزان مهارت و تجربه کاربر بستگی دارد و در شیوه‌سازی‌ها مقادیر مفروض برای آنها بیان می‌شوند. بخش دوم مدل فازی شامل پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی است. پایگاه قواعد فازی با این فرض نوشته شده است که کاربر با توجه به خطای موقعیت پنجه، اندازه و سمت (چپ یا راست بردار سرعت) بردار تغییر سرعت و براساس خطای تندی حرکت، مقدار کاهش و یا افزایش سرعت را برآورد می‌کند. بنابراین پایگاه قواعد فازی به صورت جدول (۲) خواهد بود.

جدول ۲. پایگاه قواعد فازی

| | |
|---|----------------------------------|
| ۱. برآورد اندازه و سمت بردار تغییر سرعت | ۲. برآورد مقدار تغییر تندی حرکت |
| If ΔV is SL then R is IL | If δ is RL then P is LL |
| If ΔV is SS then R is IS | If δ is RS then P is LS |
| If ΔV is Z then R is Z | If δ is Z then P is Z |
| If ΔV is FS then R is DS | If δ is LS then P is RS |
| If ΔV is FL then R is DL | If δ is LL then P is RL |

در شکل (۶) توابع عضویت خروجی‌های اندازه و سمت بردار تغییر سرعت و مقدار اصلاح تندی که پایگاه قواعد فازی براساس آنها نوشته شده، نشان داده شده اند.



شکل ۶. توابع عضویت خروجی‌ها

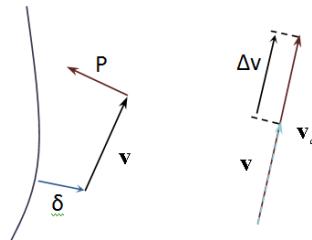
در جدول (۳) معادل هریک از نمادهای بکار رفته در تعریف توابع عضویت آورده شده است.

جدول ۳. نمادهای بکار رفته در تعریف توابع عضویت خروجی‌ها

| اندازه و سمت بردار تغییر سرعت P | | مقدار اصلاح تندی R | |
|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------|----------------|
| نماد | معنی | نماد | معنی |
| RL | تغییر سرعت زیاد به سمت راست | DL | کاهش زیاد تندی |

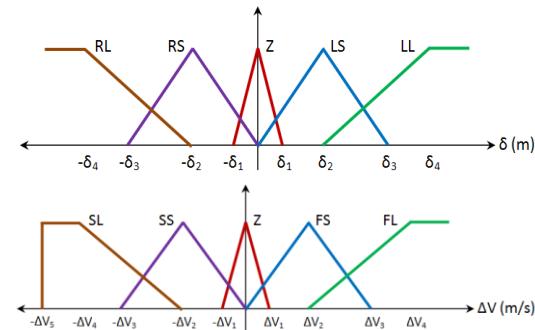
۶-۱ مدل فازی کاربر-راهبر برای الگوریتم هدایت

کاربر در این الگوریتم باید به تناسب میزان خطای موقعیت δ و سمت آن - چپ یا راست مسیر - اندازه و سمت بردار تغییر سرعت لازم در جهت عمود بر بردار سرعت فعلی یعنی بردار P و میزان تغییرات تندی حرکت R که متناسب با اختلاف اندازه بردار سرعت فعلی و بردار سرعت مطلوب ΔV است را تعیین کند (شکل (۴)). یادآوری این نکته لازم است که در بکارگیری این الگوریتم هدایت فرض بر آن است که کاربر مسیر را از طریق یک صفحه نمایش به نحوی می‌بیند که امتداد مسیر قائم بوده و جهت حرکت از پایین صفحه به بالای آن است و لذا خطای مسیر همواره به صورت انحراف به راست یا چپ دیده می‌شود.



شکل ۴. پارامترهای مدل فازی کاربر-راهبر برای الگوریتم هدایت

اولین بخش مدل فازی کاربر-راهبر بخش فازی‌ساز و مهمترین مساله در فازی‌ساز انتخاب توابع عضویت است. در اینجا ورودی‌های فازی‌ساز خطای موقعیت پنجه δ و خطای تندی حرکت ΔV هستند که توابع عضویت آنها در شکل (۵) نشان داده شده است. خطای موقعیت پنجه بیان کننده فاصله پنجه از مسیر است که مثبت و منفی بودن آن قرار گرفتن پنجه به ترتیب در سمت چپ و راست مسیر (نسبت به ناظر همرا پنجه) را نشان می‌دهد. مقادیر مثبت و منفی خطای تندی نیز به ترتیب بیانگر تند و کند بودن حرکت است. البته مقدار منفی خطای تندی نمی‌تواند از مقدار مشخصی کمتر شود و بنابراین تابع عضویت سمت چپ آن محدود شده است.

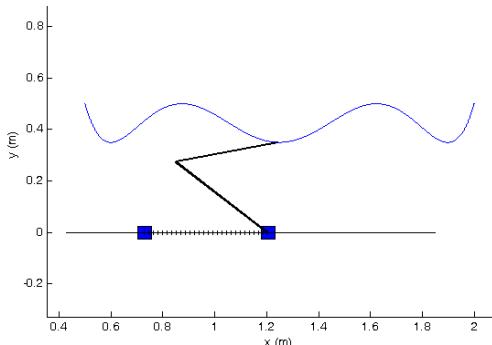


شکل ۵. توابع عضویت ورودی‌ها

در جدول (۱) معادل هریک از نمادهای بکار رفته در تعریف توابع عضویت آورده شده است.

| | |
|----------|-----|
| Motor 1 | 1.5 |
| Motor 2 | 1 |
| Slider 1 | 0.5 |
| Slider 2 | 0.5 |
| Payload | 0.1 |

| | | | |
|----|---------------------------|----|-----------------------|
| RS | تغییر سرعت کم به سمت راست | DS | کاهش کم تندی |
| Z | بی نیاز از تغییر سرعت | Z | بی نیاز از اصلاح تندی |
| LS | تغییر سرعت کم به سمت چپ | IS | افزایش کم تندی |
| LL | تغییر سرعت زیاد به سمت چپ | IL | افزایش زیاد تندی |



شکل ۸ ربات و مسیر مطلوب در فضای کار

معادله مسیر مطلوب حرکت پایه به صورت رابطه (۳۴) است و یک کنترل کننده ساده PD برای حرکت دادن پایه در نظر گرفته شده است. این حرکت پایه جهت شبیه‌سازی حرکات پایه متوجه ک و یا ماکرو رباتی است که ربات بر روی آن نصب شده و با آن جابجا می‌شود و تغییر شکل و نوسانات فر نیز نشان دهنده اثرات انعطاف‌پذیری پایه‌ای نظری ماکرو ربات است.

$$\begin{cases} x_{Bd} = \begin{cases} 0.75(1-\cos(\omega t)) & t \leq \frac{\pi}{\omega} \\ 1.5 & t > \frac{\pi}{\omega} \end{cases} \\ y_{Bd} = 0 \end{cases} \quad (34)$$

گشتاورهای τ_1 و τ_2 به عنوان گشتاورهای قیدی در نظر گرفته شده‌اند یعنی $\tau_1 = \tau_2 = C$. مقادیر خطا از مسیر مطلوب توسط کاربر بوسیله یک راهبر پنجه تعیین می‌شود. در شبیه‌سازی‌های انجام شده حالت‌های مختلف معلوم بودن و یا نبودن معادله مسیر و نیز وجود خطا در خطای سرعت پنجه از مسیر مطلوب بررسی شده است.

اولین شبیه‌سازی با فرض معلوم بودن معادله مسیر و اندازه‌گیری دقیق خطای انجام شده و نتایج آن در شکل (۹) نشان داده شده است. در همه نتایج نشان داده شده پارامتر Δ نشان دهنده میزان تغییر شکل فر و δ_x و δ_y نشان دهنده مقدار خطای پنجه از مسیر مطلوب است. دقت شود که براساس رابطه (۳۳)، در زمان ۵۰ ثانیه یعنی انتهای مسیر مطلوب، پنجه باید بایستد و شتاب حرکت ناگهان صفر شود که باعث ایجاد تغییرات ناگهانی، پرش و نوسانات در نمودارها می‌شود.

در شکل (۱۰) نتایج شبیه‌سازی با فرض نامعلوم بودن معادله مسیر مطلوب و اندازه‌گیری دقیق مقادیر خطای پنجه آمده است. در این شبیه‌سازی‌ها مقدار متغیر تخمینی $\hat{E} = \mathbf{0}$ فرض شده است. از مقایسه شکل‌های (۹) و (۱۰) مشخص است که نامعلوم بودن معادله مسیر مطلوب

مقادیر محورهای افقی به میزان مهارت و تجربه کاربر بستگی دارد و در شبیه‌سازی‌ها مقادیر مفروض برای آنها بیان می‌شوند. برای موتور استنتاج فازی نیز می‌توان از موتور استنتاج حاصل ضرب یا موتور استنتاج مینیمم استفاده کرد که در شبیه‌سازی‌های ارایه شده در این مقاله از موتور استنتاج حاصل ضرب استفاده شده است.

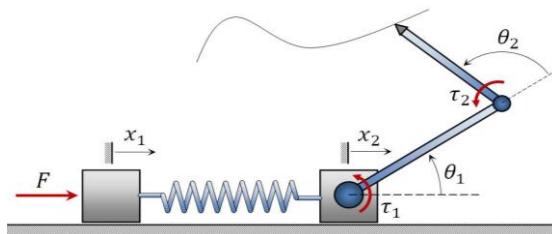
آخرین بخش مدل فازی، غیرفازی‌ساز است که در آن می‌توان از روش‌های مرکز تقلیل و یا میانگین مراکز استفاده کرد که در نتایج نشان داده شده از روش میانگین مراکز استفاده شده است.

۷- نتایج شبیه‌سازی

برای نشان دادن کارایی روش ارایه شده، شبیه‌سازی‌هایی انجام شده که در آنها رباتی با چهار درجه آزادی، سه عملگر و دو بازوی صلب مطابق شکل (۷) در نظر گرفته شده است. در شبیه‌سازی‌ها معادله مسیر مطلوب پنجه به صورت معادله (۳۳) با $\omega = \pi/50$ فرض شده است که مسیر مطلوب به همراه ربات در شکل (۸) نشان داده شده است.

$$x_d = \begin{cases} 0.5 + 0.75(1-\cos(\omega t)) & t \leq \frac{\pi}{\omega} \\ 2 & t > \frac{\pi}{\omega} \end{cases} \quad (33)$$

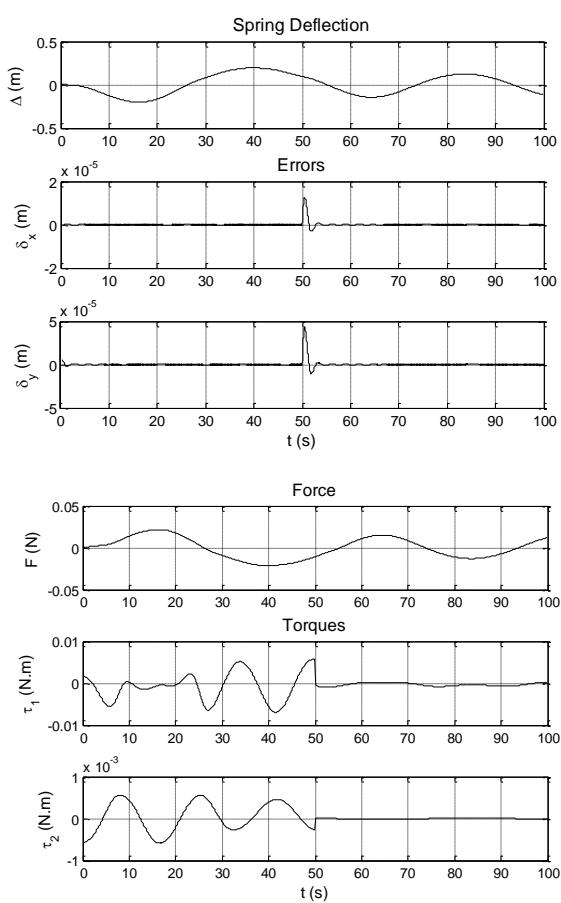
$$y_d = \begin{cases} 0.5 - 0.15\sin(3\omega t)^2 & t \leq \frac{\pi}{\omega} \\ 0.5 & t > \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$$



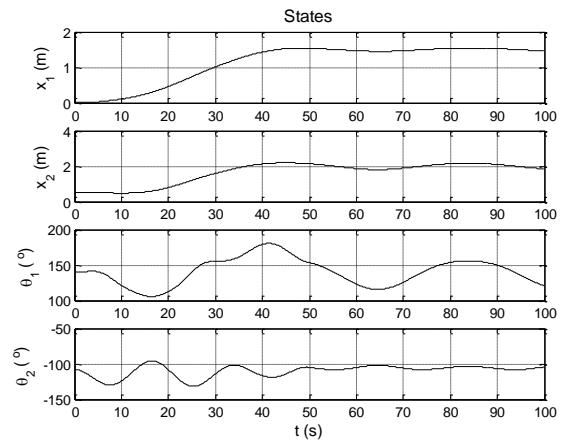
شکل ۷. ربات دو بازویی با پایه انعطاف‌پذیر است. ابعاد و پارامترهای فیزیکی مفروض برای ربات در جدول (۴) آمده است.

جدول ۴. مقادیر پارامترهای فیزیکی ربات مفروض در شبیه‌سازی‌ها

| Links | | |
|--------------------------|----------------|--------------------|
| | Mass (kg) | Length (m) |
| Link 1 | 0.5 | 0.45 |
| Link 2 | 0.1 | 0.4 |
| Spring | | |
| Spring | Constant (N/m) | Initial Length (m) |
| | 0.5 | 0.5 |
| Motors, Sliders, Payload | | |
| | Mass (kg) | |

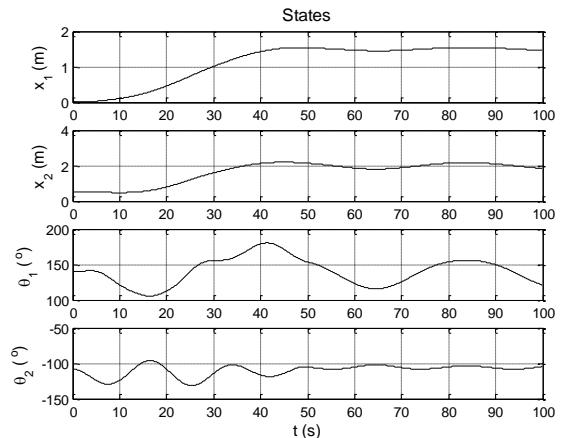


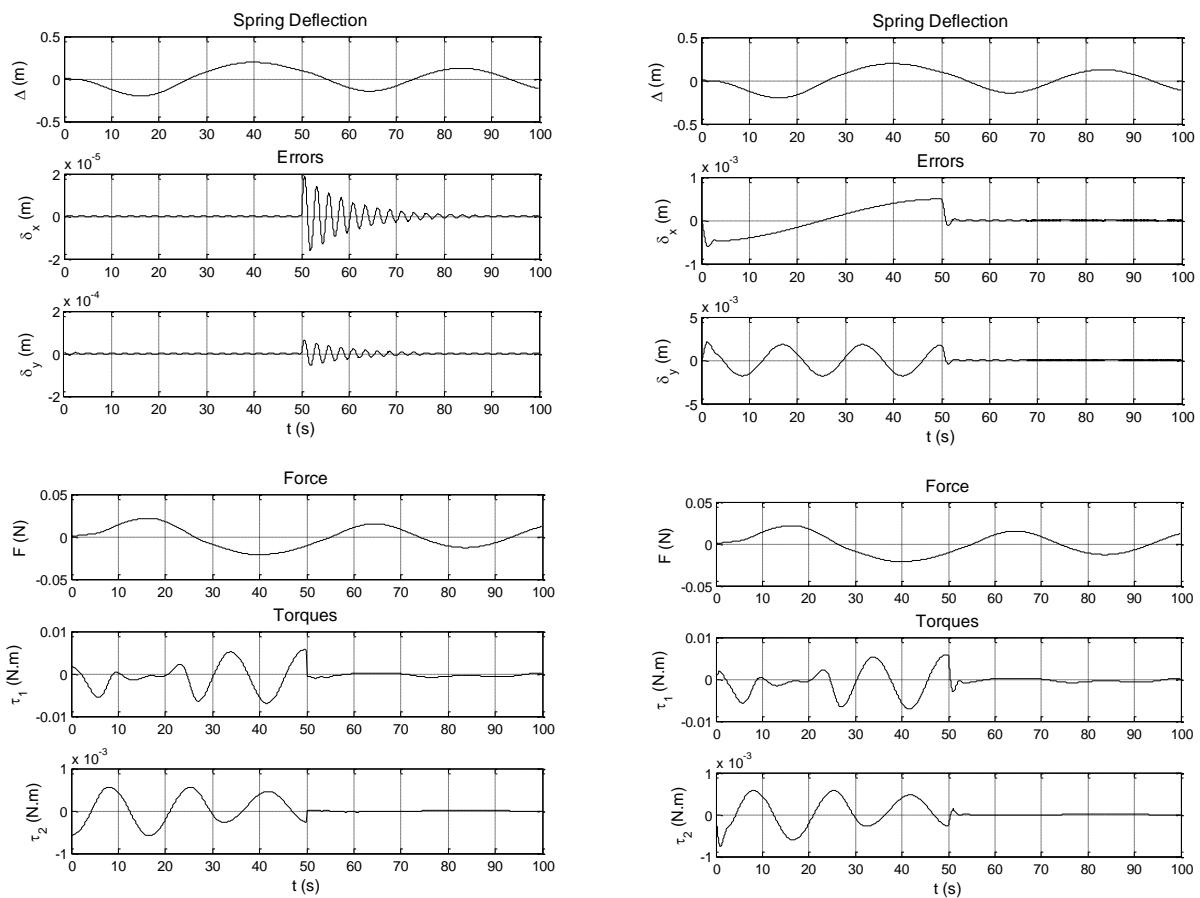
شکل ۹. نتایج شبیه‌سازی با معادله مسیر معلوم و اندازه گیری دقیق خطای پنجه



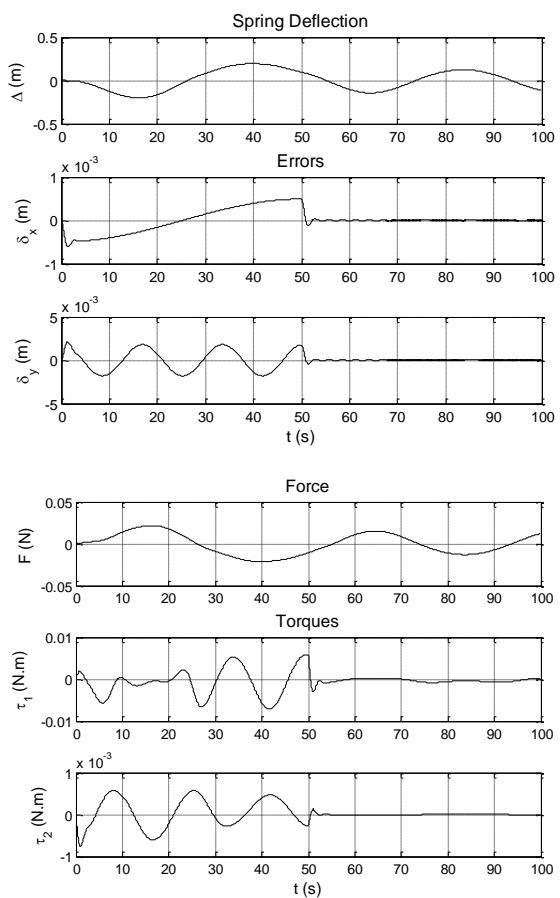
باعث افزایش خطای در طی مسیر شده ولی مقدار آن در حد قابل قبول باقی می‌ماند و در انتهای مسیر نیز خطای نهایتاً صفر می‌شود. در شبیه‌سازی بعدی فرض بر معلوم بودن معادله مسیر و وجود خطای در اندازه گیری خطای سرعت پنجه است که نتایج آن در شکل (۱۱) آمده است. این نتایج نشان می‌دهد که مقدار خطای نسبت به حالت اول افزایش یافه و لی میزان آن نسبت به حالت دوم که معادله مسیر نامشخص است، کمتر است. این شبیه‌سازی با هدف تعیین مقاومت کنترل کننده به وجود خطای در اندازه گیری سرعت پنجه توسط کاربر صورت گرفته که نتایج نشان دهنده کارآیی کنترل کننده در این شرایط است. در این شبیه‌سازی مقدار خطای تخمینی بصورت نوسانی با دامنه متغیر از ۱۰ تا ۲۰ درصد مقدار خطای واقعی با رعایت شرط (۲۲) در نظر گرفته شده است که برای نمونه مقدار واقعی و تخمینی مولفه y خطای سرعت در شکل (۱۲) آمده است.

جهت بررسی فرضیات تحلیل پایداری بخش ۵، به عنوان مثال مقدار f_{22} و مشتق آن مربوط به مولفه y خطای سرعت شبیه‌سازی سوم در شکل (۱۳) نشان داده شده است. با توجه به این نمودارها مشخص است که با انتخاب $k_p = 6$ و $\alpha = 0.1$ ، جهت پایداری سیستم براساس شروط پایداری استخراج شده، کافی است مقدار k_i در بازه $6 < k_i < 1$ باشد که در این شبیه‌سازی $k_i = 2$ انتخاب شده است.

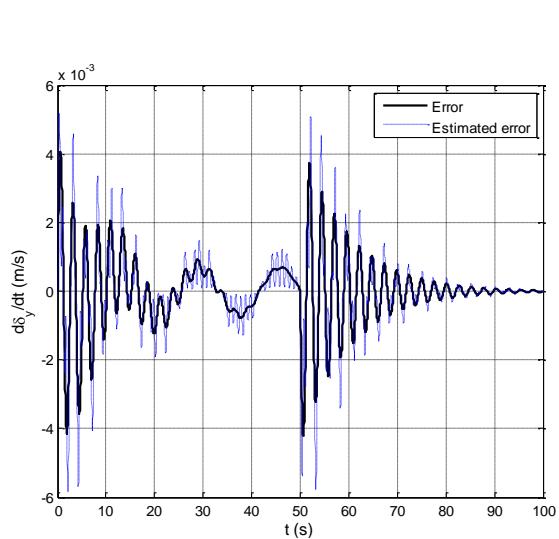




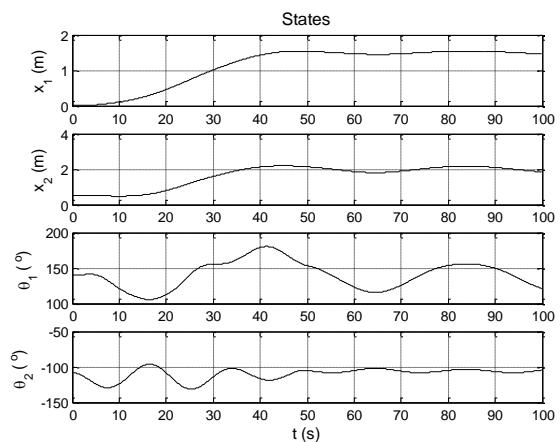
شکل ۱۱. نتایج شبیه‌سازی با معادله مسیر معلوم و وجود خطای اندازه‌گیری خطای سرعت پنجه

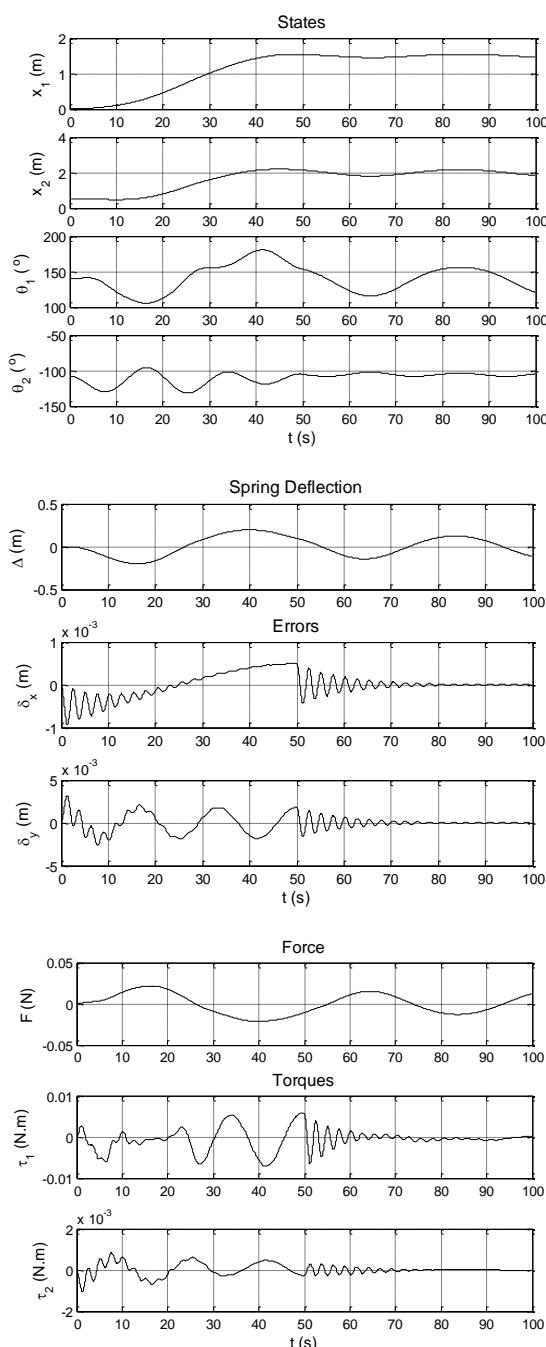


شکل ۱۰. نتایج شبیه‌سازی با فرض نامعلوم بودن معادله مسیر مطلوب و $\dot{E} = 0$ و اندازه‌گیری دقیق مقادیر خطای پنجه



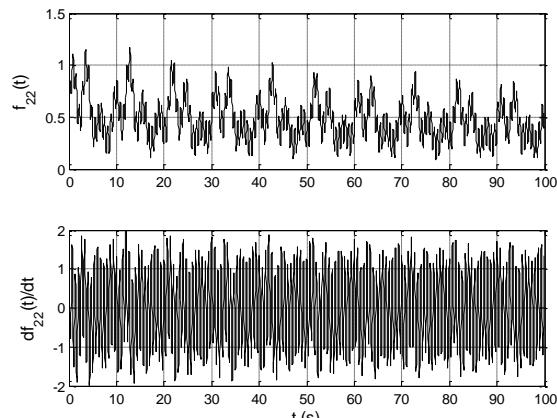
شکل ۱۲. مقایسه مقدار واقعی و تخمینی مولفه ۷ خطای سرعت شبیه‌سازی سوم





شکل ۱۴. نتایج شیوه‌سازی با معادله مسیر نامعلوم و $\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{0}$ و
وجود خطا در اندازه‌گیری خطای سرعت پنجه

همانگونه که از نتایج مشخص است با وجود حرکت‌های پایه، پنجه با دقت نسبتاً مناسبی مسیر را دنبال کرده است ولی با توجه به ماهیت الگوریتم هدایت و عدم امکان تصحیح جهت بردار سرعت، همانطور که پیش‌بینی می‌شد پنجه حول مسیر مطلوب دارای نوسانات کم دامنه است که با توجه به نوع کاربرد موردنظر و افزایش مهارت کاربر دامنه آنها قابل کاهش می‌باشد.

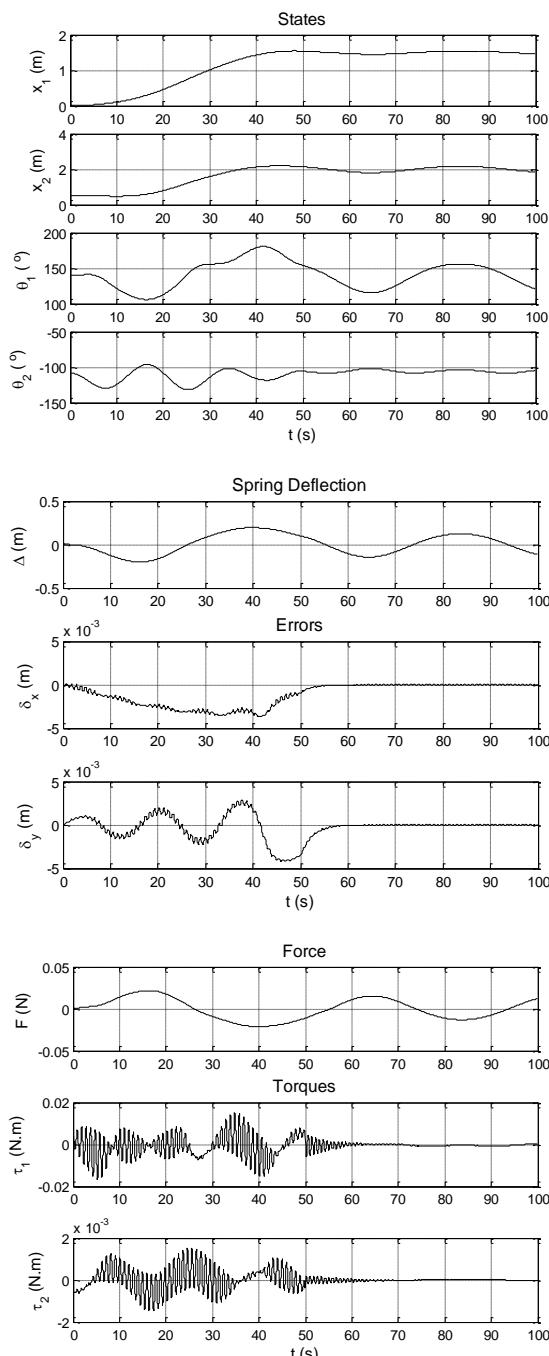


شکل ۱۳. مقدار f_{22} و مشتق آن مربوط به مولفه ۷ خطای سرعت شیوه‌سازی سوم

نتایج شیوه‌سازی در حالت نامعلوم بودن معادله مسیر و همچنین وجود خطای در اندازه‌گیری خطای سرعت پنجه در شکل (۱۴) آورده شده است. در این شیوه‌سازی‌ها نیز مقدار متغیر تخمینی $\hat{\mathbf{E}}$ فرض شده و همانند شیوه‌سازی قبل، مقداری خطا به خطای سرعت اضافه شده است. در شکل (۱۵) نتایج خطای این شیوه‌سازی به همراه خطای شیوه‌سازی دوم که فقط معادله مسیر نامعلوم بود، رسم شده است که مطابق انتظار، خطاهای بوجود آمده بیشتر شده است. در شکل (۱۶) نیز نتایج خطای این شیوه‌سازی با شیوه‌سازی سوم که معادله مسیر معلوم بود، مقایسه شده‌اند که نشان دهنده افزایش خطا است. نتایج این شیوه‌سازی موید این نکته است که الگوریتم کنترل کننده پیشنهادی را می‌توان به همراه الگوریتم پیشنهادی هدایت برای تعقیب یک مسیر نامعین توسط پنجه بکار برد. نتایج شیوه‌سازی این حالت که با فرض امکان اندازه‌گیری خط به صورت فازی توسط کاربر استوار بوده در شکل (۱۷) ارایه شده است. پارامترهای مفروض در شیوه‌سازی الگوریتم هدایت در جدول (۵) ارایه شده‌اند.

جدول ۵. پارامترهای توابع عضویت مفروض در شیوه‌سازی الگوریتم هدایت

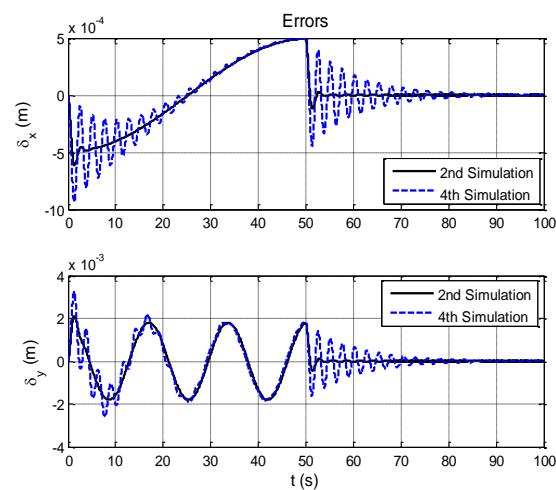
| | | | |
|------------------|-----------------------------------|----------------------------------|------------------|
| δ (m) | $\delta_1 = \delta_2 = 0.005$ | $\delta_3 = \delta_4 = 0.01$ | - |
| ΔV (m/s) | $\Delta V_1 = \Delta V_2 = 0.005$ | $\Delta V_3 = \Delta V_4 = 0.01$ | $\Delta V_5 = 1$ |
| P (m/s) | $P_1 = P_2 = 0.007$ | $P_3 = P_4 = 0.018$ | - |
| R (m/s) | $R_1 = R_2 = 0.006$ | $R_3 = R_4 = 0.015$ | - |



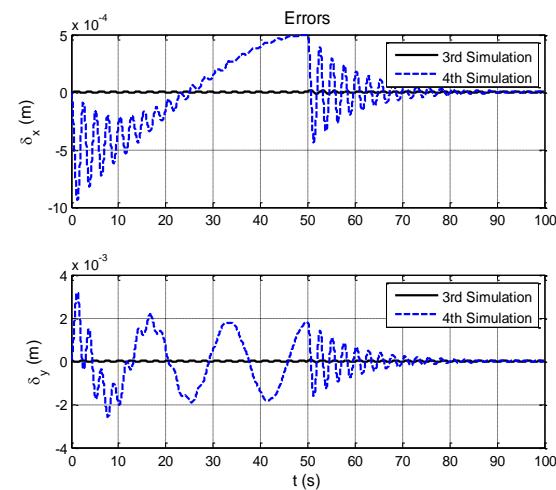
شکل ۱۷. نتایج شبیه‌سازی با معادله مسیر نامعلوم و $\dot{E} = 0$ و استفاده از الگوریتم هدایت پنجه

۸- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله کنترل کننده‌ای برای حرکت دادن پنجه یک ربات با پایه الاستیک بر روی مسیری در فضای کار ارایه شد. در این روش مساله به دو قسمت تقسیم می‌شود. ابتدا پایه ربات به کمک یک کنترل کننده ساده در نزدیکی مسیر مطلوب حرکت می‌کند تا مسیر در فضای دسترس ربات باقی بماند. سپس کنترل کننده طراحی شده بر مبنای قید مصنوعی با تنظیم حرکت ربات خطای پنجه از مسیر را جبران کرده و آنرا صفر



شکل ۱۵. مقایسه خطای حرکت پنجه در شبیه‌سازی‌های دوم و چهارم



شکل ۱۶. مقایسه خطای حرکت پنجه در شبیه‌سازی‌های سوم و چهارم

مقادیر ماقریم خطای پنجه از مسیر در دو جهت X و Y طی شبیه‌سازی‌های انجام شده، جهت مقایسه کمی در جدول (۶) آمده است. در حالت‌های مختلف بررسی شده خطای پنجه در نقطه انتهای مسیر صفر می‌شود و حتی در شرایط نامعلوم بودن معادله محدود و وجود خطای اندازه‌گیری خطای سرعت پنجه نیز مقادیر خطای محدود و قابل قبول هستند که نشان‌دهنده کارآیی مناسب کنترل کننده است.

جدول ۶. مقایسه کمی مقادیر خطای پنجه در شبیه‌سازی‌های مختلف (برحسب متر)

| شیوه‌سازی | بیشترین خطای در راستای X | بیشترین خطای در راستای Y |
|-----------|--------------------------|--------------------------|
| اول | 1×10^{-5} | 5×10^{-5} |
| دوم | 5×10^{-4} | 2×10^{-3} |
| سوم | 2×10^{-5} | 1×10^{-4} |
| چهارم | 1×10^{-3} | 3×10^{-3} |
| پنجم | 4×10^{-3} | 4×10^{-3} |

- [10] Sadigh, M. J., Misra, A. K., "A Direct Method to Generate the Minimum-Order Equation of Motion for System with Artificially Imposed Constraints", Proceeding of the AIAA/AAS conferences, Scottsdale, AZ, paper 94-3737, 1994.
- [11] Sadigh M. J., Zamani Fekri M., "A New Approach Based On Constrained Motion to Control of A Moving Base Manipulator", International Astronautical Federation or International Academy of Astronautics, 2001.
- [12] Sadigh M. J., Salehi A., "A Robust Closed Loop Control for Fast Maneuvers of Micro-Macro Manipulators", Proceeding of International Astronautical Conference, Vancouver, Canada, Paper no. IAC-04-IAF-A.5.04, 2004.
- [13] Sadigh M. J., Salehi A., Keshmiri M., "A Semi-Manual Master-Slave Algorithm for Control of Flexible Micro-Macro Manipulators", 13th IEEE IFAC Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics MMAR, Poland, pp. 991-996, 2007.
- [14] Passenberg, C., Peer, A., and Buss, M., "A survey of environment-, operator-, and task-adapted controllers for teleoperation systems", Mechatronics, Vol. 20(7), pp. 787-801, 2010.
- [15] Hirabayashi T., Akizono J., Yamamoto T., Sakai H., Yano H., "Teleoperation of Construction Machines with Haptic Information for Underwater Applications", Automation in Construction, Vol. 15 (5), pp 563-570, 2006.
- [16] Sadeghi M. S., Momeni H. R., Amirifar R., " H^∞ and L1 Control of a Teleoperation System via LMIs", Applied Mathematics and Computation, Vol. 206 (2), pp 669-677, 2008.
- [17] Shim H., Jun B., Lee P., Baek H., Lee J., "Workspace control system of underwater tele-operated manipulators on an ROV", Ocean Engineering, pp. 1036-1047, 2010.
- [18] Arata J., Kozuka H., Kim HW, Takesue N., Vladimirov B., Sakaguchi M., Tokuda J., Hata N., Chinzei K., Fujimoto H., "Open core control software for surgical robots", Int J Comput Assist Radiol Surg, Vol. 5(3), pp. 211-220, 2010.
- [19] Haddadi A., Hashtrudi-Zaad K., "Bounded-Impedance Absolute Stability of Bilateral Teleoperation Control Systems", IEEE Transactions on Haptics, Vol. 3(1), pp. 15-27, 2010.
- [20] Botturi D., Vicentini M., Righele M., Secchi C., "Perception-centric Force Scaling in Bilateral Teleoperation", Mechatronics, Vol.20, pp. 802-811, 2010.
- [21] Mohammadi A., Tavakoli M., Marquez H. J., "Disturbance observer based control of nonlinear haptic teleoperation systems ", IET Control Theory & Applications, Vol. 5(17), pp. 2063-2074, 2011.
- [22] Janabi-Sharifi F., Hassanzadeh I., "Experimental Analysis of Mobile-Robot Teleoperation via Shared Impedance Control", IEEE Transactions on Systems,
- می‌کند. در این مقاله فرض بر نامعلوم بودن معادله مسیر است و خطای پنجه از مسیر نیز توسط کاربر و از طریق یک الگوریتم هدایت و با استفاده از راهبر پنجه تعیین می‌شود. پایداری روش در حالتی که در اندازه‌گیری خطای سرعت پنجه خطأ وجود داشته باشد، اثبات شد و کارآئی روش با مدل‌سازی فازی رفتار کاربر و با وجود نامعلوم بودن معادله مسیر مطلوب توسط شبیه‌سازی نشان داده شد. نتایج بدست آمده عدم نیاز کنترل کننده به مشخص بودن معادله مسیر مطلوب و اندازه‌گیری دقیق خطای سرعت پنجه را نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] Nenchev D.N., Yoshida K., Vichitkulsawat P., Uchiyama M., "Reaction Null-Space Control of Flexible Structure Mounted Manipulator Systems", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol.15, no.6, pp.1011-1023, Dec 1999.
- [2] George L.E., Book W.J., "Inertial Vibration Damping Control of a Flexible Base Manipulator", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol.8, no.2, pp.268-271, June 2003.
- [3] Bassan H., Talebi H.A., Patel R.V., Moallem M., "Real-time Vibration Control of an Industrial Manipulator Mounted on a Compliant Base", Proceedings of the American Control Conference, vol.6, pp. 5766- 5771, July 2004.
- [4] Ueda J., Yoshikawa T., "Robust Arm Configuration of Manipulator Mounted on Flexible Base", *IEEE Transactions on Robotics*, vol.20, no.4, pp. 781- 789, August 2004.
- [5] Mavroidis C., Dubowsky S., Raju V., "End-Point Control of Long-Reach Manipulator Systems", Proceedings of the Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Milan, Italy, pp 1740-1744, 1995.
- [6] Salehi M., Vossoughi G.R., Vajedi M., Brooshaki M., "Impedance Control and Gain Tuning of Flexible Base Moving Manipulators using PSO method", International Conference on Information and Automation, pp.458-463, June 2008.
- [7] Wongratanaphisan T., Cole M., "Robust Impedance Control of a Flexible Structure Mounted Manipulator Performing Contact Tasks", *IEEE Transactions on Robotics*, vol.25, no.2, pp.445-451, April 2009.
- [8] Ott C., Albu-Schaffer A.; Hirzinger G., "A Cartesian Compliance Controller for a Manipulator Mounted on a Flexible Structure", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.4502-4508, October 2006.
- [9] Hishinuma T., Nenchev D.N., "Singularity-Consistent Vibration Suppression Control With a Redundant Manipulator Mounted on a Flexible Base", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.3237-3242, October 2006.

-
- [31] Shahdi A., Soroushpour S., "Adaptive/robust control for time-delay teleoperation", IEEE Transactions on Robotics, Vol. 25(1), pp. 196-205, 2009.
- [32] Ryu, J.-H., Artigas, J., Preusche, C., "A passive bilateral control scheme for a teleoperator with time-varying communication delay", Mechatronics, Vol. 20, pp. 812-823, 2010.
- [33] Ganjefar S., Najibi S., Momeni H., "A novel structure for the optimal control of bilateral teleoperation systems with variable time delay", Journal of the Franklin Institute, Vol. 348(7), pp. 1537-1555, 2011.
- [34] Slawiński E., Mut V., Fiorini P., Salinas L., "Quantitative Absolute Transparency for Bilateral Teleoperation of Mobile Robots", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and humans, Vol. 42(2), pp. 430-442, 2012.
- [35] Hosseini-Sunny K., Momeni H., and Janabi-Sharifi F., "A modified adaptive controller design for teleoperation systems," J. Robotics and Autonomous Systems, vol. 58(5), pp. 676–683, 2010.
- [36] Forouzantabar A., Talebi H. A., Sedigh A. K., "Bilateral control of master-slave manipulators with constant time delay", ISA Transactions, Vol. 51(1), pp. 74-80, 2011.
- [37] Forouzantabar A., Talebi H. A., Sedigh A. K., "Adaptive neural network control of bilateral teleoperation with constant time delay", Nonlinear Dynamics, Vol. 67(2), pp. 1123-1134, 2012.
- [38] Hokayem P., Spong M. W., "Bilateral teleoperation: An historical survey", Automatica, vol. 42(12), pp. 2035-2057, 2006.
- [39] Slotine J. J. E., Li W., Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, 1991.
- [40] Rouche N., Habets P., Laloy M., Stability Theory by Liapunov's Direct Method, Springer-Verlag, 1977.
- Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, pp.591-606, 2011.
- [23] Veras E., Khokar K., Alqasemi R., Dubey R., "Scaled telerobotic control of a manipulator in real time with laser assistance for ADL tasks", Journal of the Franklin Institute, Vol. 349, pp. 2268–2280, 2012.
- [24] Horise Y., Nishikawa A., Sekimoto M., Kitanaka Y., Miyoshi N., Takiguchi S., Doki Y., Mori M., Miyazaki F., "Development and evaluation of a master-slave robot system for single-incision laparoscopic surgery", Int. J. of CARS, Vol. 7(2), pp. 289-296, 2012.
- [25] Hirche S., Buss M., "Human-Oriented Control for Haptic Teleoperation", Proceedings of the IEEE, Vol. 100(3), pp. 623 – 647, 2012.
- [26] Noguchi N., Will J., Reid J., Zhang Q., "Development of a master-slave robot system for farm operations", Computers and Electronics in agriculture, vol. 44, pp. 1-19, 2004.
- [27] Wojtara, T., Nonami, K., Shao, H., Yuasa, R., Amano, S., Waterman, D., Nobumoto, Y., "Hydraulic master-slave land mine clearance robot hand controlled by pulse modulation", Mechatronics, Vol. 15(5), pp. 589-609, 2005.
- [28] Tavakoli M., Aziminejad A., Patel R., Moallem M., "Discrete-time bilateral teleoperation: modelling and stability analysis", IET Control Theory & Applications, Vol. 2(6), pp. 496-512, 2008.
- [29] Malysz P., Soroushpour S., "A Kinematic Control Framework for Single-Slave Asymmetric Teleoperation Systems", IEEE Transactions on Robotics, Vol. 27(5), pp. 901-917, 2011.
- [30] Khademian B., Hashtrudi-Zaad K., "Dual-User Teleoperation Systems: New Multilateral Shared Control Architecture and Kinesthetic Performance Measures", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 17(5), pp. 895 – 906, 2012.



طراحی قانون هدایت بهینه مقاوم سه بعدی برای موشک با استفاده از کنترل مدل غزشی و کنترل SDRE

سید سجاد موسی پور^۱، قاسم علیزاده^۲، سهراب خان محمدی^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، smoosapour@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، Alizadeh@tabrizu.ac.ir

^۳ استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، Khan@tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۷/۰۲/۱۳۹۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۱/۰۵/۱۳۹۱)

چکیده: در این مقاله، با ترکیب روش‌های کنترل بهینه SDRE و کنترل مدل غزشی یک قانون هدایت جدید برای موشک بر علیه اهداف دارای مانور طراحی می‌شود. به این علت که دینامیک اتوپایلوت در مرحله انتهایی پرواز موشک نقش بسیار مهمی در موفقیت یا عدم موفقیت پرواز دارد و می‌تواند باعث تأخیر در اجرای فرامین هدایتی شود، این دینامیک در معادلات حالت لحظاتی می‌شود. مقاوم بودن قانون هدایت طراحی شده با استفاده از روش دوم لیاپانوف اثبات می‌شود. از مزایای قانون هدایت پیشنهادی این است که برای پیاده‌سازی به منحنی دقیق شتاب هدف نیاز ندارد و تنها حداکثر مقدار شتاب هدف مورد نیاز است. ضرایب ظاهر شده در قانون هدایت پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدست می‌اید. برای بررسی کارایی قانون هدایت طراحی شده، با در نظر گرفتن شرایط پروازی مختلف، در گیری سه بعدی موشک و هدف شیوه سازی می‌شود و نتایج با قانون هدایت ناوبری تناوبی مقایسه می‌گردد. نتایج شیوه سازی نشان می‌دهد که قانون هدایت پیشنهادی، در برابر اختشاشات شتاب هدف از مقاومت بالایی نسبت به قانون ناوبری تناوبی افزودنی برخوردار است و همچنین به راحتی می‌توان بین سرعت همگرایی، زمان برخورد و تلاش کنترلی مصالحه انجام داد.

کلمات کلیدی: موشک، هدایت، کنترل بهینه، کنترل مقاوم، مدل غزشی، الگوریتم ژنتیک.

Three-Dimensional Optimal Robust Guidance Law Design for Missile Using Sliding-Mode Control and SDRE Control

Seyed Sajad Moosapour, Ghasem Alizadeh, and Sohrab Khanmohammadi

Abstract: In this paper, a new guidance law is designed for missile against maneuvering target by integrating optimal control SDRE technique and sliding-mode control. Due to the fact that autopilot dynamic has a very important role in success or unsuccess of engagement in terminal phase, and it can make delay in guidance commands execution, this dynamic is taken into account in state equations. The robustness of the designed guidance law against disturbances is proved by the second method of Lyapunov. The proposed guidance law does not need accurate target maneuver profile and just need the maximum value of the target maneuver. Coefficients in proposed guidance law are obtained using genetic algorithm. For investigating effectiveness of proposed guidance law, by considering different scenarios, three-dimensional missile-target engagement is simulated. Then results are compared with conventional augmented proportional navigation guidance (APNG) law. Simulation results show that the proposed guidance law has high robustness against target maneuver disturbances and also one can compromise between convergence speed, intercept time and control effort.

Keywords: Missile, guidance, optimal control, robust control, sliding-mode, genetic algorithm.

در برابر تغییرات پارامترهای مدل مقاوم است. در [۱۶] برای موشکهای مجهز به کنترل بردار پیشران، با استفاده از کنترل مد لغزشی و کنترل تطبیقی، برای کمینه کردن فاصله نسبی موشک و هدف به صورت نمایی، یک قانون هدایت مد لغزشی تطبیقی طراحی شده است. همچنین در [۱۷] برای اهداف ثابت یا اهداف دارای حرکت آرام، با استفاده از کنترل مد لغزشی یک قانون هدایت آشیانه یا بغل ارائه شده است.

به هر حال، زمانی که تغییرات پارامترها ناچیز است و اغتشاشی وجود ندارد؛ یعنی سیستم در حالت نامی خود قرار دارد؛ مقاوم بودن دیگر چالش و مسئله اصلی در طراحی نخواهد بود و باید دیگر معیارها نیز در نظر گرفته شود. سوالی که پیش می‌آید این است که آیا می‌توان کنترل-کننده‌ای طراحی کرد که علاوه بر مقاوم بودن در برابر نامعینی‌ها، معیارهای دیگری نظیر حداقل مصرف انرژی، همگرایی سریع حالتها و ... را داشته باشد. می‌توان با ترکیب روش‌های کنترل مد لغزشی و کنترل بهینه، قانون هدایتی طراحی کرد که هم عملکرد بهینه داشته باشد و هم در برابر اغتشاشات شتاب هدف مقاوم باشد و اثر پیش‌بینی‌های غیر صحیح شتاب هدف را جبران کند [۱۸-۲۱].

در این تحقیق، دینامیک‌های مرتبه اول برای اتوپایلوت در هر سه کانال در نظر گرفته می‌شوند، سپس با ترکیب روش‌های کنترل مد لغزشی و کنترل بهینه یک قانون هدایت برای موشک در فضای سه بعدی طراحی می‌شود. قانون هدایت طراحی شده بر اساس روش کنترل بهینه معادله ریکاتی وابسته به حالت^۱ (SDRE) [۲۲، ۲۳] بدست می‌آید. در این روش کنترل بهینه غیر خطی، معادلات حالت سیستم به فرم ضرایب وابسته به حالت^۲ (SDC) تبدیل می‌شوند و سپس همانند روش تنظیم کننده خطی بهینه^۳ (LQR) معادله ماتریس ریکاتی حل می‌شود. در قانون هدایت طراحی شده ضرایب مختلفی ظاهر می‌شود که این ضرایب نیز به منظور عملکرد بهتر با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدست می‌آید. شرایط پروازی مختلفی در نظر گرفته می‌شود و برای انواع مختلف شتاب هدف شیوه سازی‌های متعددی انجام می‌شود و نتایج با قانون هدایت ناوی بری تنسی افزودنی^۴ یا APNG مقایسه می‌شود.

ساختار تحقیق حاضر به این صورت می‌باشد: نخست مدل ریاضی در گیری موشک و هدف با در نظر گرفتن دینامیک‌های مرتبه اول برای اتوپایلوت در هر سه کانال بدست می‌آید. سپس اهداف مسئله پرواز به صورت یک مسئله کنترلی بیان می‌شود. در ادامه روش SDRE توضیح داده خواهد شد. طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی^۵ یا OSMG بر

۱- مقدمه

تاکنون قوانین هدایت متنوعی برای موشکهای آشیانه یا بغل ارائه شده است. روش‌های کنترل مدرن، نظری کنترل بهینه و کنترل مد لغزشی برای طراحی قوانین هدایت موشک به طور چشمگیری استفاده می‌شود. قوانین هدایت بهینه برای موشک با دینامیک ایده‌آل [۱]، دینامیک مرتبه اول [۲] و دینامیک مرتبه دوم [۳] استخراج شده است. این قوانین هدایت بهینه برای اهداف دارای مانور تصادفی [۴] و دینامیک مرتبه بالا [۵] تعیین داده شده اند. حل حلقه بسته هدایت بهینه برای موشک با سرعت متغیر با زمان در [۶] و برای دینامیک با تأخیر زمانی نامعین در [۷] بدست آمده است. هدایت بهینه و تخمین غیر خطی برای اهداف با شتاب کاهشی در [۸] و شتاب افزایشی در [۹] انجام شده است. در مرجع [۱۰] برای اهداف دارای شتاب ثابت قانون هدایت فواصل زمانی ثابت ارائه شده است. همچنین در [۱۱، ۱۲]^۶ به صورت مفصل قوانین هدایت به طور کلی و هدایت بهینه به طور خاص موروث شده است.

اگر چه قوانین هدایت بهینه از نظر مصرف انرژی عملکرد مطلوبی دارند ولی دارای معیوبی نیز هستند. تخمین شتاب هدف و تخمین زمان باقیمانده تا اصابت به هدف از جمله مشکلاتی است که در پیاده سازی قوانین هدایت بهینه خود را نشان می‌دهد. تخمین به علت تأخیر زمانی ذاتی، مشکلاتی را در اجرای فرامین هدایتی به وجود می‌آورد. یکی از مهمترین ضعفهای قوانین هدایت بهینه این است که در حضور نامعینی‌هایی نظیر تغییرات پارامترها و اغتشاشات بیرونی، عملکرد سیستم هدایت کاهش می‌یابد و ممکن است در مواردی منجر به نایابی دارای سیستم فاصله بگیرد و حتی ممکن است در مواردی منجر به نایابی دارای گردد. در هدایت بهینه برای اهداف متخرک، به علت وابستگی قانون هدایت بهینه به فاصله نسبی، سرعت نسبی و شتاب نسبی، پیاده سازی آن مشکل می‌باشد. لازم به ذکر است در قانون هدایت بهینه منحنی آینده شتاب هدف به طور کامل نیاز می‌باشد و در نتیجه هر گونه تغییر در شتاب هدف ممکن است نتایج نامطلوبی به همراه داشته باشد.

از سوی دیگر، روش کنترل مد لغزشی به علت توانایی بالای آن در مقاوم ساختن سیستم تحت کنترل در برابر نامعینی‌ها، به عنوان یک ابزار قدرتمند به طور گسترده‌ای در طراحی قوانین هدایت غیر خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مهمترین مزیت کنترل کننده مد لغزشی عدم حساسیت پاسخ سیستم در برابر اغتشاشات و نامعینی‌های مدل می‌باشد [۱۳، ۱۴]. به عنوان نمونه در [۱۵] یک قانون هدایت مد لغزشی برای یک موشک هوا به هوا با در نظر گرفتن دینامیک غیر خطی طراحی شده است. همچنین ثابت شده است که قانون هدایت حلقه بسته بدست آمده،

¹ State-dependent Riccati equation

² State-dependent coefficient

³ Linear quadratic regulator

⁴ Augmented proportional navigation guidance

⁵ Optimal sliding mode guidance

محاسبه گردد. حال اگر r, θ, ϕ ، v_r, v_θ, v_ϕ ، $a_{Mr}, a_{M\theta}, a_{M\phi}$ به عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته شوند؛ که در آن سرعت نسبی شعاعی^۲، $v_r = r\dot{\theta}\cos\phi$ و سرعت نسبی جانبی^۳ هستند؛ معادلات (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۲]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t) \quad (3)$$

که در آن بردار حالت ($\mathbf{x}(t)$ ، بردار میدان ($\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$ ، بردار شتاب موشک ($\mathbf{u}(t)$ ، بردار شتاب هدف ($\mathbf{w}(t)$ و ماتریس‌های \mathbf{D} و \mathbf{B} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} rv_r \\ \frac{v_\theta}{\cos\phi} \\ \frac{v_\phi}{\cos\phi} \\ -v_r^2 - v_\theta^2 - a_{Mr} \\ -v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan\phi - a_{M\theta} \\ -v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan\phi - a_{M\phi} \\ -(r/T)a_{Mr} \\ -(r/T)a_{M\theta} \\ -(r/T)a_{M\phi} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \phi \\ v_r \\ v_\theta \\ v_\phi \\ a_{Mr} \\ a_{M\theta} \\ a_{M\phi} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{T} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w}(t) = \begin{pmatrix} a_{Tr} \\ a_{T\theta} \\ a_{T\phi} \end{pmatrix}$$

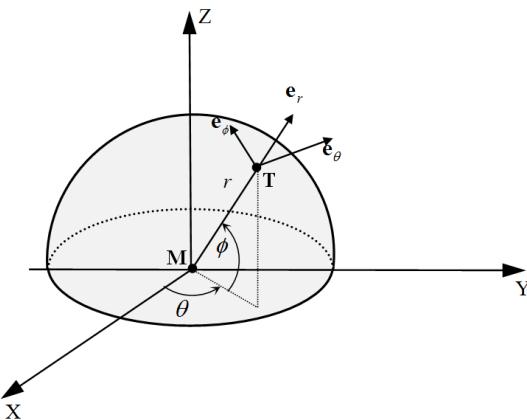
۳- بیان مساله

سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

اساس روش SDRE در بخش بعدی آورده می‌شود. بعد از طراحی قانون هدایت به منظور اثبات کارایی و عملکرد مناسب آن، شبیه سازی‌های متعددی انجام می‌شود. در پایان نتایج تحقیق حاضر جمع‌بندی می‌شود.

۲- مدل ریاضی

شکل ۱ هندسه سه بعدی پرواز را در دستگاه مختصات کروی (r, θ, ϕ) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، موشک در مرکز دستگاه قرار دارد و هدف نیز بر کره محیط می‌باشد. فاصله نسبی موشک و هدف و زوایای جانبی^۱ نسبی به ترتیب با r ، θ و ϕ نمایش داده شده است.



شکل ۱: هندسه سه بعدی در گیری موشک و هدف

جهت سادگی، موشک و هدف به صورت جرم نقطه‌ای فرض می‌شوند. فرض کنید $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$ بردارهای یکه در جهت محورهای مختصات مفروض باشد. بردار فاصله نسبی \mathbf{r} را می‌توان بر حسب بردارهای یکه به صورت $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$ نوشت. با دوبار مشتق گرفتن متوالی از این رابطه، مؤلفه‌های شتاب نسبی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\theta}^2 \cos^2\phi &= a_{Tr} - a_{Mr} \\ r\ddot{\theta}\cos\phi + 2r\dot{\theta}\cos\phi - 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\sin\phi &= a_{T\theta} - a_{M\theta} \\ r\ddot{\phi} + 2r\dot{\phi} + r\dot{\theta}^2 \cos\phi \sin\phi &= a_{T\phi} - a_{M\phi} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن a_{Tr} ، $a_{T\theta}$ و $a_{T\phi}$ مؤلفه‌های شتاب هدف؛ و a_{Mr} ، $a_{M\theta}$ و $a_{M\phi}$ مؤلفه‌های شتاب اعمالی موشک می‌باشد. اگر دینامیکهای مرتبه اول در هر سه کanal برای اتوبایلوت در نظر گرفته شوند، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{Mr} + (1/T)a_{Mr} &= (1/T)u_r \\ \dot{a}_{M\theta} + (1/T)a_{M\theta} &= (1/T)u_\theta \\ \dot{a}_{M\phi} + (1/T)a_{M\phi} &= (1/T)u_\phi \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن T ثابت زمانی دینامیک اتوبایلوت می‌باشد؛ و u_r ، u_θ و u_ϕ نیز مؤلفه‌های ورودی کنترلی می‌باشد که باید توسط قانون هدایت

² Radial relative velocity

³ Tangential relative velocities

¹ Aspects or azimuth angles

برای بیان روش SDRE لازم است ابتدا با مفهوم خطی سازی تعمیم یافته که یک مفهوم کلیدی در این روش طراحی می‌باشد، آشنا شویم: خطی سازی تعمیم یافته یا پارامتریزه کردن SDC، فرایندی است که طی آن سیستم غیر خطی به یک ساختار شبه خطی شامل ماتریسهای SDC تبدیل می‌شود. با فرض $\mathbf{f}(0) = 0$ و همچنین اگرتابع \mathbf{f} مشتق پذیر باشد، در این صورت همواره یکتابع ماتریسی غیر خطی پیوسته وجود خواهد داشت به طوری که:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} \quad (9)$$

که در آن $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ با فاکتور گیری ریاضی بدست می‌آید و واضح است که برای $n > 1$ ، منحصر بفرد نیست. بنابراین خطی سازی تعمیم یافته سیستم غیر خطی (۹) با فرض $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x})$ به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) \quad (10)$$

که دارای یک ساختار خطی با ماتریسهای به فرم $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ می‌باشد. با الهام گرفتن از مساله LQR که با یک معادله جبری ریکاتی^۲ (ARE) توصیف می‌شود، کنترل فیدبک SDRE نیز یک رهیافت مشابه برای مساله تنظیم کننده غیر خطی بهینه فراهم می‌کند. کنترل کننده فیدبک حالت SDRE به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \quad (11)$$

که در آن $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ یک ماتریس مثبت معین متقارن منحصر به فرد در هر نقطه از \mathbf{x} می‌باشد که از حل معادله جبری ریکاتی وابسته به حالت بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x}) + \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \\ - \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

شایان ذکر است که ماتریس $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ در صورتی وجود خواهد داشت که زوج $\{\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{B}(\mathbf{x})\}$ برای تمام \mathbf{x} ها به صورت نقطه‌ای کنترل پذیر و زوج $\{\mathbf{C}(\mathbf{x}), \mathbf{A}(\mathbf{x})\}$ که $\mathbf{C}^T(\mathbf{x})\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}(\mathbf{x})$ برای تمام \mathbf{x} ها به صورت نقطه‌ای آشکار پذیر باشد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود روش حل SDRE برای مسئله تنظیم کننده غیر خطی زمان نامحدود (۶) و (۷)، تعمیمی است از روش LQR نامتغیر با زمان و زمان نامحدود، که در آن تمام ضرایب ماتریسی به صورت وابسته به حالت می‌باشند. در هر لحظه، ماتریسهای SDC به صورت ثابت فرض می‌شوند و ورودی کنترلی با حل مساله کنترل بهینه LQR محاسبه می‌گردد. این روش می‌تواند به عنوان یک جایگزین قدرتمند برای روش‌هایی مانند حل مساله معادلات مشتقی غیر خطی با شرایط مرزی جداگانه^۳ (TPBVP) و یا حل معادلات مشتقی جزئی

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \delta(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن $\mathbf{x}(t)$ و $\mathbf{u}(t)$ به ترتیب بردار حالت و بردار ورودی، $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ توابع غیر خطی از بردار حالت، و $\delta(\mathbf{x}, t)$ تابعی نامعین و بیانگر هر نوع نامعینی نظری تغییرات پارامترهای داخلی، اغتشاشات بیرونی و دینامیکهای مدل نشده می‌باشد. فرض می‌شود $\delta(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, t)$ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, t) \quad (5)$$

همچنین فرض می‌شود $\|\bar{\delta}(\mathbf{x}, t)\| \leq \gamma_0 + \gamma_1 \|\mathbf{x}(t)\|$ ، که در آن γ_0 و γ_1 ثابت‌های مثبتی هستند. حال اگر فرض شود که $\bar{\delta}(\mathbf{x}, t) = 0$ در این صورت سیستم (۵) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) \quad (6)$$

در سیستم فوق فرض کنید $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{con}$ می‌تواند تابع هزینه زیر را کمینه کند.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}(\mathbf{x}) \mathbf{u}(t) \right\} dt \quad (7)$$

که در آن $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ توابع غیر خطی از بردار حالت \mathbf{x} می‌باشد. $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ بصورت نقطه‌ای مثبت نیمه معین و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ نیز بصورت نقطه‌ای مثبت نیمه معین می‌باشد. برای جبران عدم قطعیت‌های سیستم (۵) قانون کنترل به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{con} + \mathbf{u}_{dis} \quad (8)$$

که \mathbf{u}_{con} برای بهینه سازی سیستم نامی و \mathbf{u}_{dis} برای از بین بردن اثر اغتشاشات بیرونی و تغییرات پارامترها به کار می‌رود و باید محاسبه گردد. قانون هدایت بهینه مدل غزشی باعث می‌شود علاوه بر اینکه سیستم دارای عملکرد بهینه باشد، در برابر اغتشاشات نیز مقاوم باشد. برای طراحی قسمت بهینه قانون کنترلی یعنی \mathbf{u}_{con} ، از روش SDRE و برای طراحی \mathbf{u}_{dis} از کنترل مدل غزشی استفاده می‌شود.

۴- روش کنترل بهینه SDRE [۲۲، ۲۳]

۱-۴ تنظیم کننده بهینه غیر خطی^۱

مسئله تنظیم بهینه غیر خطی زمان نامحدود و پیوسته با زمان را برای سیستم (۶) در نظر بگیرید. هدف کمینه سازی معیار عملکرد زمان نامحدود با بردار حالت غیر مربعی (nonquadratic) و بردار ورودی مربعی (quadratic) معادله (۷) می‌باشد.

² Algebraic Riccati equation

³ Two-point boundary value problem

¹ Nonlinear optimal regulator

آن را نمی دهد و در نتیجه کاهش آن از یک حد معین می تواند منجر به ناپایداری شود.

۵- طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی

برای طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی، سطح لغزشی به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{aligned} s(t, \mathbf{x}(t)) = & \mathbf{G}(\mathbf{x})[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(0)] - \mathbf{G}(\mathbf{x}) \times \\ & \int_0^t [\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})] \mathbf{x}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن $\mathbf{G}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ یک ماتریس دلخواه است و باید در شرط غیر تکین بودن ماتریس حاصل ضرب $\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$ صدق کند. از معادله (۱۲) بوضوح مشخص است که $s(0, \mathbf{x}(0)) = 0$ ؛ بنابراین سیستم از سطح لغزشی تعریف شده شروع به کار می کند. با مشتق گرفتن از رابطه (۱۳) نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{s} = & \mathbf{G}(\mathbf{x})[\dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)] \\ = & \mathbf{G}(\mathbf{x})[\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)] \\ & + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \\ = & \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})[\mathbf{u}(t) + \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)] \end{aligned}$$

حال اگر $\dot{s} = 0$ برقرار شود، ورودی کنترلی به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{u}_{con} = -\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \quad (14)$$

اگر ورودی کنترلی بدست آمده از ثوری مد لغزشی با ورودی کنترلی روش SDRE مقایسه شود، ملاحظه می شود که این دو رابطه دقیقاً یکسان هستند. در واقع با در نظر گرفتن سطح لغزشی فوق قانون کنترلی بدست آمد که نه تنها در برابر اغتشاشات مقاوم است بلکه دارای عملکردی بهینه نیز می باشد و به عبارتی یک قانون هدایت بهینه مد لغزشی خواهد بود.

حال با انتخابتابع لیپانوف $V = (1/2)\mathbf{s}^T\mathbf{s}$ قانون کنترلی طراحی می شود که متغیرهای سویچینگ در زمان محدود به سمت سطح لغزشی میل کنند و همواره روی آن باقی بمانند. یک شرط کافی برای این منظور $\dot{V} = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} < 0$ می باشد. برای این منظور قانون مد لغزشی به صورت زیر انتخاب می شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \mathbf{u}_{con} + \mathbf{u}_{dis} \\ \mathbf{u}_{con} = & -\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t), \\ \mathbf{u}_{dis} = & -[\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})]^{-1} \times [\eta + \gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \\ & + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \text{sgn}(\mathbf{s}), \end{aligned} \quad (15)$$

که در رابطه فوق η یک ضریب ثابت مثبت می باشد. همچنین در در این تحقیق محدودیتهایی نیز بر روی سیگنال کنترل اعمال می شود که با در

همیلتون-جاکوبی-بلمن^۱ مورد استفاده قرار گیرد. در واقع در روش SDRE هیچ نیازی به حل معادلات مشتقی مذکور نمی باشد و در نتیجه یکی از مهمترین مزایای این روش سادگی و کارایی آن می باشد. حال به ذکر چند نکته راجع به روش SDRE می پردازیم.

۲-۴ درجه های آزادی اضافی

برای سیستم اسکالر، پارامتریزه کردن SDC یا خطی سازی تعمیم یافته برای هر $x \neq 0$ منحصر به فرد می باشد ($a(x) = f(x)/x$)^۲ ولی برای سیستمهای چند متغیره، می توان شان داد که بی شمار نمایش SDC وجود دارد. منحصر به فرد نبودن نمایش SDC یک انعطاف پذیری در طراحی بوجود می آورد که می توان به کمک آن عملکرد سیستم را بهبود داد و یا بین معیارهای بهینگی، پایداری، مقاوم بودن و دفع اغتشاش مصالحه انجام داد. همچنین با تغییر ماتریسها ($\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ می توان بین تلاش کنترلی و همگرایی سریع خطای مصالحه انجام داد.

۳-۴ پیاده سازی زمان واقعی

همان گونه که ذکر شد، روش SDRE یک روش کنترل فیدبک کامل می باشد که به تمام حالتها نیاز دارد. بنابراین برای سیستم که در آن تمام حالتها اندازه گیری نمی شوند، باید یک رویت گر برای تخمین حالتها طراحی و به کار گرفته شود.

در پیاده سازی واقعی نمونه برداری از حالتها در هر لحظه از زمان t_k برای سیستم پیوسته با زمان انجام می شود و سیگنال کنترل پیوسته با زمان (۱۳) محاسبه و به سیستم اعمال می شود. در واقع نیازی به گسترش سیستم نمی باشد. مهمترین قسمت محاسباتی برای پیاده سازی روش SDRE به دست اوردن جواب حالت ماندگار معادله جبری ریکاتی در حالت زمان فعلی x_k می باشد. زیرا این معادله ماتریسی باید به روش عددی و تکراری حل شود که زمان بر خواهد بود. روش های حل عددی نظیر تجزیه Schure، ماتریس همیلتونین و ... برای حل این معادله استفاده می شود. البته برای بعضی سیستمهای خاص می توان با استفاده از یک بسته نرم افزاری سمبولیک، یک حل فرم بسته برای قانون کنترل بدست آورد.

اندازه بازه نمونه برداری $t_k - t_{k+1}$ نیز یکی از مسائل مهم عملی در حفظ پایداری روش SDRE در حین پیاده سازی می باشد. نشان داده شده است که باید تغییرات ماتریسها \mathbf{P} ، \mathbf{A} و \mathbf{B} در هر بازه نمونه برداری نسبت به تغییرات ماتریس \mathbf{Q} خیلی کوچک باشد. بنابراین از لحاظ فیزیکی، با انتخاب هر چه بزرگتر ماتریس \mathbf{Q} ، پایداری سیستم افزایش می یابد. البته باید توجه داشت که افزایش زیاد ماتریس \mathbf{Q} نیز منجر به افزایش تلاش کنترلی خواهد شد. نکته دیگر در مورد مساله پیاده سازی این است که، برای سیستمهای با غیر خطی گری بالا محدودیتهای موجود بر روی نرخ نمونه برداری اجازه افزایش بیش از حد

¹ Hamilton-Jacobi-Bellman

² Real-time implementation

خط دید موشک به هدف نجربه خود و ثابت بماند، در اینجا نیز می‌توان کاری کرد که زوایای چرخش خط دید ثابت بماند و نرخ این زوایا صفر شود. در واقع سرعتهای نسبی جانبی را می‌توان به عنوان متغیرهای سوئیچینگ در نظر گرفت. بنابراین بردار سطح لغزشی به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T = [v_r + k \ v_\theta \ v_\phi]^T \quad (17)$$

بعد از انتخاب متغیرهای سوئیچینگ، تنها متغیر مجھول باقیمانده، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ می‌باشد. فرض کنید:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}\mathbf{w} &= [sw_1 \ sw_2 \ \dots \ sw_9]^T = [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(0)] \\ &\quad - \int_0^t [\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})]\mathbf{x}(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (18)$$

با توجه به فرض فوق، می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{s}\mathbf{w} = \mathbf{s} \quad (19)$$

همان‌طور که از رابطه فوق مشخص است، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ منحصر به‌فرد نیست و باید برای محاسبه آن شرط غیر تکین بودن حاصل ضرب $\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$ برقرار باشد. با در نظر گرفتن شرایط فوق، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{s_1 + c_1 sw_4}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_1 & 0 & 0 \\ \frac{s_2 + c_2 sw_5}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & 0 \\ \frac{s_3 + c_3 sw_6}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

که در آن c_1 ، c_2 و c_3 ثابت‌های دلخواهی هستند که باید مخالف صفر باشند. در این مقاله، از الگوریتم ژنتیک برای محاسبه این ضرایب استفاده می‌شود. تابع هزینه‌ای که الگوریتم ژنتیک باید برای محاسبه این ضرایب کمینه کند، همان تابع هزینه (7) می‌باشد.

۶- شبیه سازی

در این بخش شبیه سازی‌های عددی متعددی انجام می‌شود و قابلیت قانون هدایت پیشنهادی از جبهه‌های مختلف بررسی می‌شود. شرایط پروازی مختلف و انواع مختلف شتاب هدف در نظر گرفته می‌شود و سپس کارایی قانون هدایت بهینه مدل‌لغزشی طراحی شده با قانون هدایت متداول ناوبری تابعی افزودنی یا APNG مقایسه می‌شود. انتشارات پیرونی در معادله (۳) توسط سه نوع شتاب هدف زیر تولید می‌شود تا مقاوم بودن قانون هدایت بررسی شود:

-۱- شتاب هدف پله:

نظر گرفتن آنها، قانون هدایت بدست آمده (۱۵) به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\mathbf{u}_{sat} = Sat(\mathbf{u}) = [Sat(u_r) \ Sat(u_\theta) \ Sat(u_\phi)]^T \quad (16)$$

که در رابطه فوق تابع اشباع^۱ بصورت زیر خواهد بود:

$$Sat(u_i(t)) = \begin{cases} u_{i\max} & \text{if } u_i > u_{i\max} \\ u_i & \text{if } u_{i\min} \leq u_i \leq u_{i\max}, i = r, \theta, \phi \\ u_{i\min} & \text{if } u_i < u_{i\min} \end{cases}$$

در واقع با وجود اشباع شتاب موشک، سیگنال کنترل معادله (۱۵) بعد از تولید توسط قانون هدایت به ورودی تابع اشباع داده می‌شود و سپس سیگنال حاصل یا \mathbf{u}_{sat} معادله (۱۶) به سیستم اعمال می‌شود. حال، با در نظر گرفتن تابع لیپانوف انتخاب شده، به اثبات پایداری نمایی آن می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T (\mathbf{G}(\mathbf{x})[\dot{\mathbf{x}}(\tau) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)]) \\ &\quad + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(\tau) \\ \dot{V} &= \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) [\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(\tau) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)] \\ &\quad + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(\tau) \\ \dot{V} &= \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) [\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(\tau) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau)] \\ &\quad + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(\tau) \\ \dot{V} &= \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) [-\mathbf{B}(\mathbf{x})[\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})]^{-1}[\eta + \gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \\ &\quad + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau)] \\ \dot{V} &= -\eta \|\mathbf{s}\|_1 + \mathbf{s}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{B}\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau) \\ &\quad - [\gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \|\mathbf{s}\|_1 \\ \dot{V} &\leq -\eta \|\mathbf{s}\|_1 + \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{s}\| \|\bar{\delta}(\mathbf{x}, \tau)\| - \\ &\quad [\gamma_0 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1 \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| \|\mathbf{x}\|] \|\mathbf{s}\|_1 \\ \dot{V} &\leq -\eta \|\mathbf{s}\|_1 + \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| (\gamma_0 + \gamma_1 \|\mathbf{x}\|) [\|\mathbf{s}\| - \|\mathbf{s}\|_1] \\ \text{که در آن } \|\mathbf{s}\|_1 &\text{ یانگر نرم یک می‌باشد. با توجه به اینکه } \|\mathbf{s}\|_1 < \|\mathbf{s}\| \text{ و} \\ &\text{با استفاده از رابطه آخر نتیجه می‌گیریم که } \dot{V} < 0. \end{aligned}$$

اکنون، متغیرهای سطح سوئیچینگ را انتخاب می‌کنیم. برای این منظور چند نکه باید مد نظر قرار داده شود. اول اینکه متغیر سوئیچینگ باید طوری انتخاب شود که فاصله نسبی موشک و هدف در نهایت صفر شود و برخورد صورت گیرد. انتخاب یکی از متغیرهای سوئیچینگ به صورت $s_1 = v_r + k$ ، تضمین می‌کند که فاصله نسبی موشک و هدف به صورت یک خط مستقیم و با شیب منفی به سمت صفر میل خواهد کرد. همچنین، همان‌گونه که در قانون هدایت تابعی می‌شود که

¹ Saturation

دست امده اند. همچنین مقادیر γ_0 و γ_1 نیز به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$\gamma_1 = 10^{-3} \quad \gamma_0 = 20$$

در تمام شبیه سازی ها محدودیت $\|u_i\| \leq 10g$ به روی ورودی

اعمال می شود. فرض می شود دستور شتاب توسط یک میکرو کامپیوuter موجود در موشک ارسال می شود و زمان نمونه برداری برابر ۱۰ میلی ثانیه است. مقادیر ضرایب c_1 , c_2 و c_3 به کمک الگوریتم ژنتیک به صورت زیر بدست می آیند:

$$c_1 = 0.453, c_2 = 0.356, c_3 = 0.862$$

در الگوریتم ژنتیک استفاده شده برای محاسبه ضرایب فوق، تعداد ۳۰ کروموزوم به عنوان جمعیت اولیه در نظر گرفته شد. تعداد نسلها برابر ۱۰۰۰ فرض شد. برش تک نقطه ای، جهش گوسی و انتخاب چرخ رولت عملگرهای به کار رفته در الگوریتم ژنتیک می باشند. نرخ برش و جهش نیز به ترتیب برابر 0.07 و 0.059 در نظر گرفته شده است.

قلاش کنترلی: در اینجا ورودی کنترلی برای هر دو قانون

OSMG و APNG مقایسه می شود. دستور شتاب برای هر دو قانون و برای هر دو حالت ۱ و ۲، به ترتیب در شکل های ۲ و ۳ آورده شده است. شکل ۲ نتایج شبیه سازی را برای شرایط اولیه حالت اول، که در ان هدف به سمت موشک حرکت می کند، نشان می دهد. شکل ۳ نتایج شبیه سازی را برای شرایط اولیه حالت دوم، که در ان هدف از موشک دور می شود، نشان می دهد.

در هر دو حالت میزان سوخت مصرفی مقایسه شده است. مولفه u_r در قانون APNG، به این دلیل که دستور شتاب تولیدی عمود بر خط دید اعمال می شود، برابر صفر است؛ ولی این مولفه شتاب در OSMG مخالف صفر می باشد. با مشاهده شکلها و با در نظر گرفتن هر سه مولفه شتاب و محاسبه اندازه بردار شتاب در طول زمان، قانون هدایت OSMG میزان سوخت و انرژی تقریباً کمتری نسبت به قانون APNG مصرف می کند. این به این دلیل است که در معیار عملکرد قانون هدایت پیشنهادی، مصرف انرژی کنترلی لحظه گردیده است و لی در قانون هدایت APNG در نظر گرفته نمی شود. همچنین برای اهداف دارای شتاب سینوسی و با دامنه های مختلف، دستور شتاب APNG به صورت نوسانی می باشد، در حالی که در قانون هدایت پیشنهادی دستور شتاب موشک، نوسانات ناشی از شتاب هدف را ندارد. شایان ذکر است، به علت استفاده ازتابع اشاعع^۱ به جای تابع علامت^۲ در قسمت ناپیوسته سیگنال کنترل قانون هدایت پیشنهادی، در مولفه های شتاب موشک پدیده وز و حذف گردیده است.

خطای ردیابی، زمان نهایی و فاصله خطای همان طور که

می دانیم هدف از طراحی قانون هدایت در اینجا این است که قانونی

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix} = \lambda_T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -\dot{\phi} \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\theta \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\phi \end{bmatrix} = \mathbf{w}_{step}$$

-۲ شتاب هدف شبیه:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix} = \lambda_T t \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -\dot{\phi} \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\theta \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\phi \end{bmatrix} = \mathbf{w}_{ramp}$$

-۳ شتاب هدف سینوسی:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix} = \lambda_T \sin(\Omega t) \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -\dot{\phi} \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\theta \\ \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \mathbf{e}_\phi \end{bmatrix} = \mathbf{w}_{sin}$$

$$\mathbf{w}_{sin} = \sin(\Omega t) \mathbf{w}_{step}$$

که در روابط فوق λ_T بهره شتاب هدف می باشد و در شبیه سازی ها یک عدد تصادفی در محدوده صفر تا چهار برابر شتاب جاذبه زمین فرض می شود. برای بررسی کارایی قانون هدایت پیشنهادی دو حالت مختلف زیر در نظر گرفته می شود:

$$\text{حالت اول: هدف از موشک دور می شود} \quad (w_r > 0) \\ r = 5\text{km} \quad , \quad \theta = \pi/3 \quad , \quad \phi = \pi/3 \\ v_r = -500 \text{ m/s} \quad , \quad v_\theta = 200 \text{ m/s} \quad , \quad v_\phi = 300 \text{ m/s}$$

$$\text{حالت دوم: هدف به موشک نزدیک می شود} \quad (w_r < 0) \\ r = 10\text{km} \quad , \quad \theta = \pi/3 \quad , \quad \phi = \pi/3 \\ v_r = -1000 \text{ m/s} \quad , \quad v_\theta = 200 \text{ m/s} \quad , \quad v_\phi = 300 \text{ m/s}$$

ماتریس های وزنی $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ به صورت ماتریس های قطری زیر در نظر گرفته می شوند:

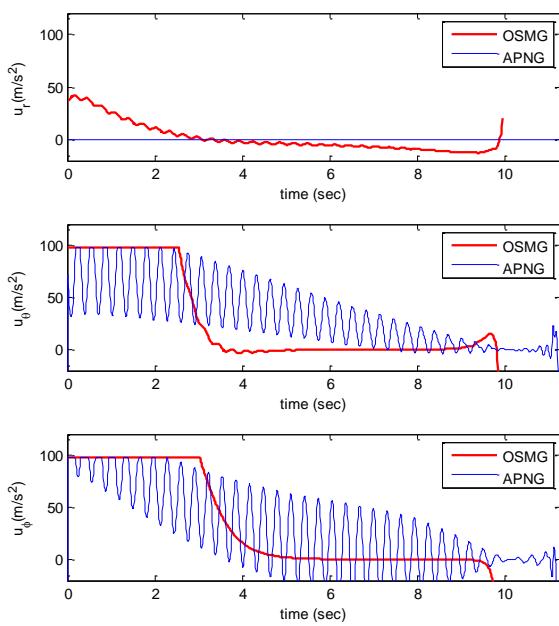
$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = diag(10^{-5}, 1, 1, 10^{-10}, 1, 1, 10^{-10}, 10^{-10}, 10^{-10})$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) = diag(10, 10, 10)$$

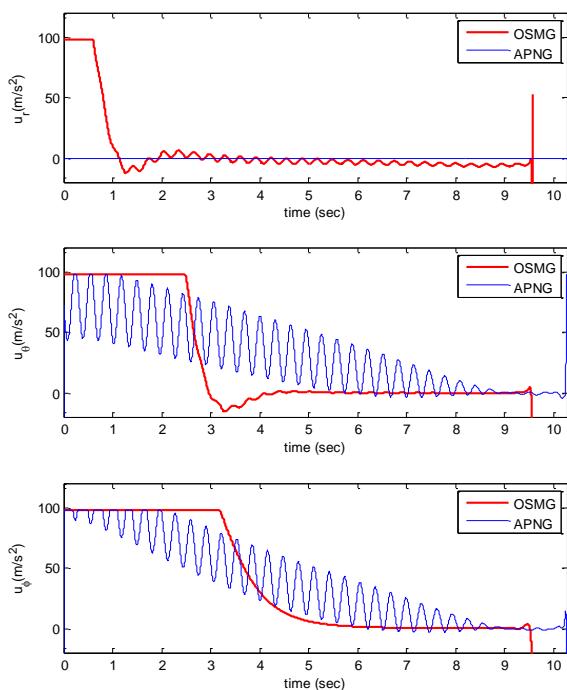
که در روابط فوق، $diag$ ماتریس قطری است و درایه های قطر اصلی آن مشخص شده است. شایان ذکر است این ماتریسها با سعی و خطاب

¹ Saturation

² Sign



شکل ۱: تلاش کنترلی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.



شکل ۲: تلاش کنترلی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.

بdest آید که نرخ زاویه خط دید در هردو محور عرضی^۱ و طولی^۲، و همچنین فاصله نسبی، با وجود نامعینی‌های شتاب هدف به کمترین مقدار خود رسانده شوند. همان‌گونه که در شکل‌های ۴ تا ۷ مشاهده می‌شود، سرعنهای نسبی جانبی و همچنین فاصله نسبی برای هر دو حالت در نظر گرفته شده، در صورت استفاده از قانون هدایت پیشنهادی، همگی سریعتر از قانون APNG به سمت صفر می‌کنند.

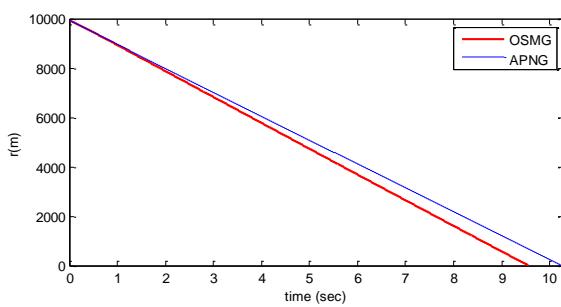
زمان نهایی پرواز برای هر دو قانون OSMG و APNG و برای حالت اول به ترتیب ۹.۹۶ و ۱۱.۲۷ ثانیه و برای حالت دوم ۹.۵۶ و ۱۰.۲۷ ثانیه می‌باشد. همچنین فاصله خطأ (Miss distance) برای هر دو قانون و برای حالت اول به ترتیب ۰.۴۷ و ۰.۲۶ متر و برای حالت دوم ۰.۱۶ و ۰.۶۴ متر می‌باشد.

بنابراین قانون هدایت پیشنهادی نه تنها تا اندازه‌ای ارزی کنترلی کمتری مصرف می‌کند بلکه می‌تواند زمان نهایی پرواز را نیز کاهش دهد. البته، قابل ذکر است که ضریب شتاب هدف \bar{h} یک عدد تصادفی است و ممکن است مقدار آن در هر بار اجرای شبیه‌سازی تغییر یابد.

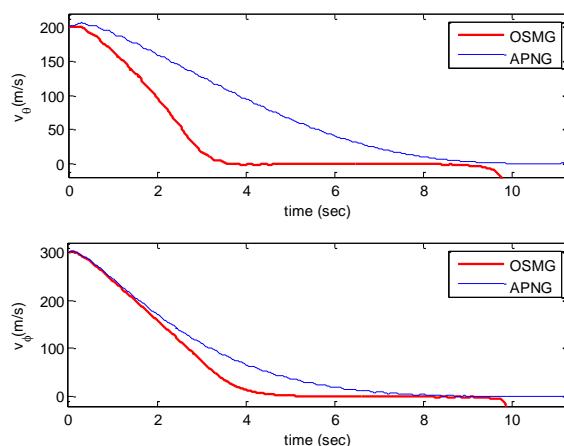
مقاوم بودن در برابر اغتشاشات: برای بررسی مقاوم بودن قانون هدایت پیشنهادی، از سه نوع شتاب هدف مختلف در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود و سپس نتایج با قانون APNG مقایسه می‌گردد. همان‌طور که می‌دانیم کنترل مدلغزشی باعث می‌شود قانون کنترل در برابر اغتشاشات بیرونی یا تغییرات پارامترها حساسیت خیلی کمی داشته باشد. بنابراین انتظار می‌رود که قانون هدایت پیشنهادی، به لحاظ بهره بردن از کنترل مدلغزشی در برابر اغتشاشات مقاوم باشد. برای حالت اول و برای شتاب هدف از نوع پله و شبیب، شبیه‌سازی انجام شده است. شکل‌های ۸ و ۹ منحنی فاصله نسبی موشک و هدف را به ترتیب برای شتاب هدف پله و شبیب نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل‌ها ملاحظه می‌گردد، قانون APNG نمی‌تواند منجر به برخورد موشک و هدف شود ولی قانون هدایت پیشنهادی موفق به دفع اثر اغتشاش شتاب هدف می‌شود و باعث برخورد موشک به هدف می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که قانون OSMG در برابر اغتشاشات شتاب هدف، به مرتب از قانون APNG مقاوم‌تر است.

علاوه بر این، قانون APNG برای پیاده سازی به مقادیر لحظه‌ای شتاب هدف به صورت دقیق نیاز دارد، در صورتی که قانون هدایت پیشنهادی تنها به حداقل دامنه شتاب هدف احتیاج دارد و این یکی دیگر از مزایای قانون هدایت پیشنهادی می‌باشد.

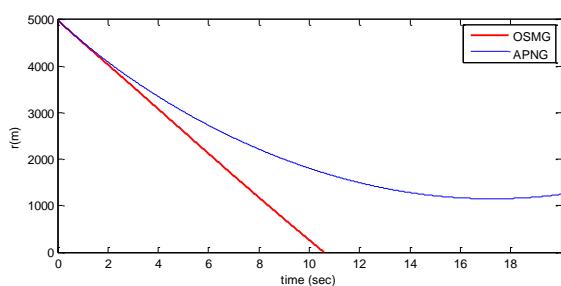
¹ Pitch
² Yaw



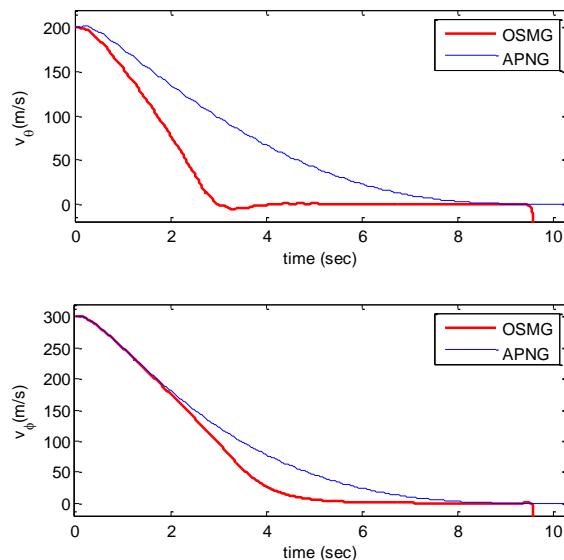
شکل ۶: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.



شکل ۷: سرعتهای نسبی جانبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.



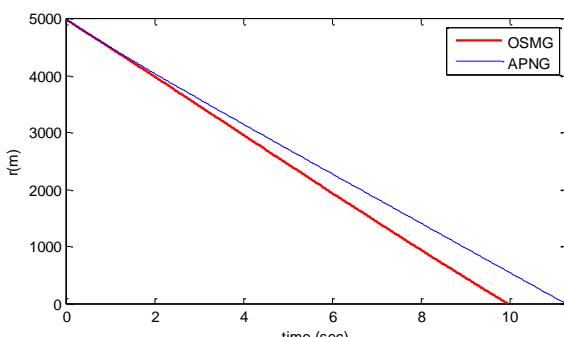
شکل ۸: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف پله و با شرایط اولیه حالت اول.



شکل ۹: سرعتهای نسبی جانبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.

۷- نتیجه گیری

یک قانون هدایت جدید برای موشک بر ضد اهداف دارای مانور بالا، با ترکیب روش‌های کنترل بهینه و مدل غزشی طراحی شده است. از روش کنترل بهینه SDRE برای طراحی قانون هدایت و از الگوریتم ریاضیک برای تنظیم تعدادی از پارامترها استفاده شده است. دینامیک مرتبه اول برای حلقة کنترل و هدایت در معادلات در نظر گرفته شده است و سپس قانون هدایت در فضای سه بعدی استخراج شد. اثبات مقاوم بودن قانون هدایت پیشنهادی با استفاده از روش دوم لیباونوف ارائه شد. همچنین با در نظر گرفتن انواع شتاب هدف و برای شرایط پروازی مختلف، با انجام شیوه سازی‌های مختلف عددی، مقاوم بودن و موثر بودن قانون هدایت پیشنهادی نشان داده شد. در قانون هدایت پیشنهادی، به لحاظ بهره بردن از روش کنترل بهینه می‌توان مصالحه‌ای بین خطای ردیابی و سیگنال کنترل انجام داد و همچنین به لحاظ استفاده از کنترل مد



شکل ۱۰: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.

- [12] P. Pastrik, S. M. Seltzer, and M. E. Warren, "Guidance laws for short-range tactical missiles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 4, no. 2, pp. 98–108, 1981.
- [13] E. J. -J. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991, ch. 7.
- [14] R. B. Fernandez and J. K. Hedrick, "Control of multivariable nonlinear systems by the sliding-mode method," *International Journal of Control*, vol. 46, no. 3, 1019–1040, 1987.
- [15] S. D. Brierley and R. Longchamp, "Application of sliding-mode control to air-air interception problem," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 306–325, 1990.
- [16] F.-K. Yeh, "Adaptive-sliding-mode guidance law design for missiles with thrust vector control and divert control system," *Journal of Control Theory & Applications, IET*, vol. 6, no. 4, pp. 552–559, 2012.
- [17] C.-H. Lee, T.-H. Kim, M.-J. Tahk, and K.-S. Kim, "Design of guidance law for passive homing missile using sliding mode control," *International Conference on Control Automation and Systems, Gyeonggi-do*, pp. 2380–2385, 2010.
- [18] C. Y. Kai, F. Li, L. Xiaogeng, and L. Ling, "Optimal sliding-mode terminal guidance law design of airborne boost-phase ballistic missile interception," *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 40-41, pp. 15–20, 2011.
- [19] Z. Hu, X. Tang, and Y. Wang, "A 3-dimensional robust guidance law with impact angle constraint," *Control and Decision Conference, Beijing, China*, pp. 999–1006, 2011.
- [20] M. Bahrami, B. Ebrahimi, and J. Roshanian, "Optimal sliding-mode guidance law for fixed-interval propulsive maneuvers," In Proc. IEEE Conference on Control Application, Munich, Germany, pp. 1014–1018, 2006.
- [21] B. Ebrahimi, M. Bahrami, and J. Roshanian, "Optimal sliding-mode guidance with terminal velocity constraint for fixed-interval propulsive maneuvers," *Acta Astronautica*, vol. 62, no. 10, pp. 556–562, 2008.
- [22] T. Çimen, "Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method," *Annual Reviews in Control*, vol. 34, pp. 32–51, 2010.
- [23] T. Çimen, "State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey," In Proc. of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 3761–3775, July 2008.

لغشی، قانون هدایت پیشنهادی در برابر اغتشاشات شتاب هدف مقاوم می‌باشد. همچنین به دلیل نیاز به مقدار حداکثر شتاب هدف، و نه مقدار لحظه‌ای دقیق آن، در عمل مشکلات مربوط به پیاده سازی را نخواهد داشت.

مراجع

- [1] P. Zarchan, "Tactical and strategic missile guidance," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 3rd ed., vol. 176, AIAA, New York, 1997.
- [2] R. G. Cottrell, "Optimal intercept guidance for short range tactical missiles," *AIAA Journal*, vol. 9, no. 7, 1414–1415, 1971.
- [3] E. J. Holder and V. B. Sylvester, "An analysis of modern versus classical homing guidance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 599–606, 1990.
- [4] I. Rusnak, "Advanced guidance laws for acceleration constrained missile, randomly maneuvering target and noisy measurements," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 456–464, 1996.
- [5] I. Rusnak and L. Meir, "Optimal guidance for high-order and acceleration constrained missile," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 3, pp. 589–596, 1991.
- [6] H. J. Cho, C. K. Ryoo, and M. J. Tahk, "Closed-form optimal guidance law for missiles of time-varying velocity," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19, no. 5, pp. 1017–1023, 1996.
- [7] I. Yaesh, and J. Z. Ben-Asher, "Optimal guidance with a single uncertain time lag," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 18, no. 5, pp. 981–988, 1995.
- [8] M. E. Hough, "Optimal guidance and nonlinear estimation for interception of decelerating targets," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 2, pp. 316–324, 1995.
- [9] M. E. Hough, "Optimal guidance and nonlinear estimation for interception of accelerating targets," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 5, pp. 961–968, 1995.
- [10] M. A. Massoumnia, "Optimal midcourse guidance law for fixed-interval propulsive maneuvers," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 3, pp. 465–470, 1995.
- [11] J. Z. Ben-Asher and I. Yaesh, "Advances in missile guidance theory," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 180, AIAA, New York, 1998.

ارائه یک روش جدید برای آنالیز مقاومت پاسخ بازیهای با مقادیر سود تقریبی

گلاره ویسی^۱، رجب اصغریان قنادیزدی^۲

^۱ دانشجوی دکترای کنترل، گروه برق، دانشگاه فردوسی، gveis@gmail.com

^۲ استاد، دانشکده مهندسی، گروه برق، دانشگاه فردوسی، rajaab.asgharian@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۳/۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۶/۱۵)

چکیده: معمولاً هنگام استفاده از تئوری بازیها برای حل مسائل تصمیم‌گیری دنیای واقعی، مقادیر سود بازیها با تقریب و عدم قطعیت همراه هستند. اما بررسی مراجع نشان می‌دهد که تا کنون کار چندانی در زمینه آنالیز مقاومت پاسخ بازیهای با سود تقریبی و مشاهده رفتار این پاسخها در حضور عدم قطعیت انجام نشده است. در این مقاله دو معیار ساده برای ارزیابی مقاومت نقاط نش ارائه خواهیم داد. با استفاده از این معیارها، می‌توان رفتار نقاط نش یک بازی در حضور عدم قطعیت را با هم مقایسه کرده و پاسخهای را که مقاوم‌تر هستند، انتخاب کرد. هم‌چنین در این مقاله دو روش جدید برای ارزیابی مقاومت نقاط تعادل همبسته پیشنهاد می‌دهیم. روش اول، یک معیار کمی برای محاسبه میزان مقاومت نقاط نش همبسته بوده و روش دوم، معیاری برای مقایسه این پاسخها و رتبه‌بندی آنها به شمار می‌رود. به علاوه در این مقاله روشی برای بهبود مقاومت نقاط نش ارائه خواهد شد. روش پیشنهادی، در یک همسایگی حول نقاط نش به دنبال پاسخهای تقریبی با مقاومت بیشتری گردد. هم‌چنین پیشنهاد می‌دهیم که اگر تصمیم‌گیرنده از میزان مقاومت پاسخهای نش یک بازی راضی نباشد، ممکن است بتواند در مجموعه نقاط همبسته، پاسخهای مقاوم‌تر پیدا کند. به کمک چند مثال عددی، کارایی و اعتبار روش‌های پیشنهادی ارزیابی خواهد شد.

کلمات کلیدی: تئوری بازیها، نقطه تعادل نش مقاوم، نقطه تعادل همبسته مقاوم، آنالیز مقاومت، عدم قطعیت مقادیر سود بازیها

A Novel Approach to Robustness Analysis for the Solutions of the Games with Approximate Payoffs

Gelareh Veisi, Rajab Asgharian

Abstract: When using game theory for modeling real-world problems, players' payoffs are usually known approximately. Literature reveals that some authors have modeled the approximate payoffs using stochastic or fuzzy variables and some others have used robust optimization techniques to solve these games. Surprisingly little work has been done on robustness analysis of real-world's games solutions.

In this paper, we propose two simple and practical measures to assess robustness degrees of Nash equilibria. These measures quantitatively show how Nash points behave in the presence of uncertainty and they can be used as refinements of Nash equilibrium. Also we propose two novel approaches to assess robustness degrees of correlated equilibria. One approach is a quantitative way to calculate robustness degrees and the other is a comparative measure to rank correlated equilibria in order of their robustness. We suggest that the decision maker may be able to find more robust solutions in the set of non-Nash correlated equilibria. Moreover, we present a method to improve robustness of Nash points. The improvement algorithm searches for more robust solutions in a neighborhood around a Nash point. We validate our methods with some numerical examples. The examples verify the efficiency of the methods.

Keywords: game theory, robust Nash point, robust correlated equilibrium, robustness analysis, payoff uncertainty

است. X_2^* را از مجموعه نقاط نش حذف کند. یعنی X_2^* نسبت به تغییرات مقادیر سود بازی بسیار حساس می‌باشد. بنابراین در حضور عدم قطعیت، انتخاب X_2^* بسیار عاقلانه‌تر خواهد بود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در این مثال به سادگی می‌توان میزان مقاومت پاسخهای بازی را با یکدیگر مقایسه کرده و تصمیم نهایی را انتخاب نمود. اما آنالیز مقاومت پاسخهای همه بازیها به این سادگی نیست. این مثال از مرجع [۴] گرفته شده است. در مقاله مذکور، نویسنده‌گان نتیجه گرفته‌اند که X_1^* می‌تواند هر تغییراتی کوچکتر یا مساوی ۱ را در هر دو جهت حول مقادیر سود نامی تحمل کرده و نقطه نش باقی بماند. هم‌چنین، مطابق تعریف این مرجع، X_2^* یک نقطه تعادل نش مقاوم محسوب نمی‌شود. نویسنده‌گان این مقاله، نقاط تعادل نش مقاوم را به صورت نقاط تعادلی که با تغییر مقادیر سود بازی، ثابت می‌مانند، تعریف می‌کنند. اما با در نظر گرفتن این تعریف، بسیاری از بازیها، نقطه تعادل نش مقاوم ندارند. در چنین شرایطی، به معیاری احتیاج داریم که بتواند مقاومت پاسخهای یک بازی را با یکدیگر مقایسه کرده و از بین نقاط تعادل غیر مقاوم، گزینه‌های قابل اعتمادتر را انتخاب کنند. لذا در این مقاله، معیارهای ساده و کاربردی، برای ارزیابی میزان مقاومت نقاط تعادل نش، بدون پیچیدگی زیاد محاسباتی ارائه خواهد شد. با استفاده از این معیارها می‌توان رفتار نقاط نش یک بازی در حضور عدم قطعیت را با هم مقایسه کرده و پاسخهای را که نسبت به تغییرات مقادیر سود بازی مقاوم‌تر هستند، انتخاب کرد. بنابراین، معیارهای پیشنهادی، راهکاری نیز برای برخورد با مسئله وجود چند نقطه تعادل نش در یک بازی به شمار می‌روند. یعنی به کمک این معیارها، می‌توان یک پاسخ را از بین چند نقطه تعادل نش، انتخاب کرد. هم‌چنین در این مقاله، دو روش جدید برای ارزیابی مقاومت نقاط تعادل همبسته پیشنهاد می‌دهیم. نقاط تعادل همبسته، همان عقلاییت نقاط نش را داشته و حتی ممکن است در بعضی از مسائل با در نظر گرفتن سود بازیکنان، راهکارهای بهتری را ارائه دهند. اما بررسی مراجع نشان می‌دهد که تا کنون توجه کافی به مفاهیم و کاربردهای نقاط همبسته نشده و بهویژه در زمینه مفهوم تعادل همبسته برای بازیهای با مقادیر سود تقریبی، کاری انجام نشده است. در هر یک از معیارهای تعاریف مناسی را برای نقاط تعادل مقاوم پیشنهاد می‌دهیم. این تعاریف با توجه به نیازهای مسائل دنیا واقعی، ارائه شده و قبلًا در مراجع به آنها پرداخته نشده است. علاوه بر اینها، دو روش نیز برای بهبود مقاومت نقاط نش ارائه خواهد شد. از تمام روشهای پیشنهادی می‌توان به سادگی برای بازیهای با ابعاد بالا نیز استفاده نمود. هم‌چنین از معیارهای ارائه شده در این مقاله می‌توان برای مدل‌های تئوری بازیها در مسائل مختلف دنیا واقعی، استفاده کرد. به کمک چند مثال عددی، کارایی و اعتبار روشهای پیشنهادی، ارزیابی خواهد شد.

۱- مقدمه

نظریه بازیها تاکنون برای مدل‌سازی و تصمیم‌گیری در بسیاری از مسائل دنیا واقعی مورد استفاده قرار گرفته است [۳-۱]. اما مشکل اینجاست که در مسائل دنیا واقعی، اغلب به مدل‌های بازیهای با اطلاعات ناقص برخورد می‌کنیم. یعنی بازیهایی که در آنها بازیکنان اطلاعات کاملی راجع به اجزای بازی نداشته و یا اطلاعات بازی بین همه بازیکنان مشترک نمی‌باشد. بازیهای با اطلاعات ناقص، فرض اصلی بازیهای کلاسیک را نقض می‌کنند. در نظریه کلاسیک بازیها، فرض بر آن است که بازیکنان، استراتژیهای آنها و مقادیر سودشان کاملاً معلوم بوده و این اطلاعات، در اختیار همه بازیکنان قرار دارد. به همین دلیل، هنگام استفاده از تئوری بازیها برای مسائل دنیا واقعی، باید راهکار مناسب و متفاوتی را اتخاذ کرد.

یکی از انواع بازیهای با اطلاعات ناقص، بازیهایی هستند که در آنها بازیکنان از مقادیر سود خود و حریفان مطمئن نمی‌باشند. این بازیها را بازیهای با مقادیر سود تقریبی می‌نامیم. در این بازیها، مقادیر سود بازی با تقریب و عدم قطعیت همراه بوده و این اطلاعات مانند عدم وجود مشترک است. یعنی بازیکنان، اطلاعات خصوصی راجع به اجزای بازی ندارند. این عدم قطعیت ممکن است به دلایل مختلف مانند عدم وجود اطلاعات کافی یا صحیح و یا گرد کردن مقادیر پارامترها اتفاق یافتد. به عنوان مثال، بازی ماتریسی 2×2 ، با مقادیر سود مذکور در جدول ۱ را در نظر بگیرید.

جدول ۱: مقادیر نامی ماتریس‌های سود بازی

| بازیکن | بازیکن دوم | |
|--------|------------|----------|
| | S_{21} | S_{22} |
| اول | S_{11} | ۲،۲ |
| | S_{12} | ۰،۰ |

در جدول فوق، S_{ij} به استراتژی i از بازیکن ۱ و j از شاره می‌کند. هم‌چنین در خانه‌های جدول، عدد اول، سود بازیکن اول و عدد دوم، سود بازیکن دوم می‌باشد. این بازی، دو نقطه تعادل نش خالص دارد: $X_1^* = [(1, 0), (0, 1)]$ و $X_2^* = [(0, 1), (1, 0)]$. حال فرض کنید که مقادیر سود بازی با عدم قطعیت همراه بوده و ممکن است هر مقادیر را در یک بازه حول مقادیر نامی مذکور اختیار کنند. این بازه‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲: بازه‌های ممکن برای مقادیر سود بازی

| | S_{21} | S_{22} |
|----------|------------|-----------|
| S_{11} | [۱۳]، [۱۳] | [−۰۵، ۰۵] |
| S_{12} | [−۰۵، ۰۵] | [−۰۵، ۰۵] |

با در نظر گرفتن این بازه‌ها، واضح است که X_1^* ، نقطه تعادل نش تمام تحقیقاتی ممکن بازی محسوب می‌شود. یعنی X_1^* ، نسبت به تغییرات مقادیر سود بازی مقاوم بوده و در حضور عدم قطعیت نیز خواص خود را حفظ می‌کند. اما برخی تغییرات اندک در مقادیر سود بازی، ممکن

اعتمادتر را انتخاب کند. از طرفی در مسائل دنیای واقعی، ممکن است با نوع دیگری از بازیهای با اطلاعات ناقص مواجه شویم که نمی‌توان آنها را به کمک مدل‌های بازیهای بیزین توصیف کرد. بازیهای با مقادیر سود تقریبی از جمله این بازیها هستند.

در مدل‌های بازیهای با مقادیر سود تقریبی، بازیکنان اطلاعات خصوصی راجح به اجزای بازی نداشته و توزیع احتمالاتی پارامترهای غیر قطعی مسئله را نیز نمی‌دانند. به علاوه در بازیهای با مقادیر سود تقریبی، اغلب احتمال وقوع تمام حالات ممکن یکسان بوده و هیچ کدام به سمت صفر میل نمی‌کند. بررسی مراجع نشان می‌دهد که برای حل بازیهای با مقادیر سود تقریبی، بسیاری از مقالات از روشهای مبتنی بر بهینه‌سازی مقاوم، استفاده کرده‌اند [۱۲-۱۷]. به عنوان مثال، هیاشی^۴ این پیشنهاد را مطرح کرد که هر بازیکن، باید به صورت بدینانه مقادیر ممکن سود خود را در نظر بگیرد [۱۳]. هیاشی، عدم قطعیت سود و استراتژیهای بازیکنان را در نظر گرفته و نقطه تعادل نش بازیهای نامتقارن دونفره را با روش مبتنی بر بهینه‌سازی مقاوم و با در نظر گرفتن بدترین حالت، بدست آورد. در سال ۲۰۰۹، همین روش، برای محاسبه نقاط نش بازیهای چند نفره غیرهمکارانه، تعمیم داده شد [۱۴]. در این مقاله نیز عدم قطعیت در مقادیر سود و استراتژیهای بازیکنان لحظه شده بود. در سال ۲۰۰۶، روشی بسیار بدینانه تر از روش هیاشی پیشنهاد داده شد [۱۷]. هم‌چنین از روشهای مبتنی بر کنترل مقاوم، برای حل انواعی از بازیها در حضور عدم قطعیت استفاده شده است [۱۸]. برخلاف بازیهای بیزین، در مورد تعریف نقطه نش مقاوم برای بازیهای با مقادیر سود تقریبی، کار قابل توجهی انجام نشده است. در سال ۲۰۰۷، تعریفی برای نقطه تعادل نش مقاوم در بازیهای با مقادیر سود تقریبی ارائه شد. طبق این تعریف، نقاط نش مقاوم، نقاط تعادلی هستند که با تغییر مقادیر سود بازی، ثابت می‌مانند. اما با در نظر گرفتن این تعریف، بسیاری از بازیها نقطه تعادل نش مقاوم نخواهند داشت [۴].

به طور خلاصه، مرور مراجع نشان می‌دهد که در زمینه بازیهای با مقادیر سود تقریبی، اصطلاح "نقطه تعادل مقاوم"، اغلب در مواردی استفاده شده که بازیکنان از روشهای بهینه‌سازی مقاوم برای اتخاذ استراتژیهای خود استفاده می‌کنند و به ندرت بحث آنالیز مقاومت پاسخهای این بازیها، مورد توجه قرار گرفته است. روشهای بهینه‌سازی مقاوم، یک راهکار عملی را برای حل بازیهای با مقادیر سود تقریبی ارائه می‌دهند. اما پس از محاسبه پاسخهای یک بازی، به هر روش، من جمله روشهای مبتنی بر بهینه‌سازی مقاوم، این سوال مطرح می‌شود که کدام-یک از پاسخهای بدست آمده، در حضور عدم قطعیت و در مواجهه با تحقیقهای مختلف بازی، این‌تر و مقاوم‌تر بوده و بخش عمده خواص خود را حفظ می‌کنند. این مقاله، پاسخی به همین سوال محسوب می‌شود.

۲- مروی بر کارهای انجام شده

در این بخش مروی اجمالی بر کارهای انجام گرفته در زمینه بازیهای با اطلاعات ناقص ارائه می‌شود. با بررسی مراجع، انگیزه و جایگاه کار این مقاله نیز مشخص خواهد شد. در سال ۱۹۶۷، هاریزانی^۱ مدلی را برای یک کلاس از بازیهای با اطلاعات ناقص ارائه داد [۷]. در این بازیها که بازیهای بیزین نامیده می‌شوند، بازیکنان اطلاعات کاملی راجح به مقادیر سود و استراتژیهای حریفان خود ندارند. در واقع، هر بازیکن یکسری اطلاعات خصوصی راجح به اجزای بازی دارد. هاریزانی برای بیان این اطلاعات خصوصی، مفهوم " نوع" را برای هر بازیکن مطرح کرد. هر بازیکن، هنگام انتخاب استراتژیش نمی‌داند که با چه " نوعی" از حریفان روبرو خواهد شد، اما اطلاعاتی راجح به توزیع احتمالاتی انواع ممکن بازیکنان در اختیار خواهد داشت [۶، ۵]. کارهای زیادی در زمینه بازیهای بیزین و ارائه مقاهم پاسخ برای آنها انجام شده است. در چند مقاله به مفهوم نقطه تعادل بازیهای بیزین در صورت عدم وجود توزیع احتمالاتی، پرداخته شده که نقطه تعادل به وقوع پیوسته^۲ یکی از معروف‌ترین آنها به شمار می‌رود [۷]. اما مشکل اینجاست که شرط وجود این تعادل، بسیار قوی بوده و اکثر بازیهای بیزین چنین پاسخی ندارند. علاوه بر اینها، از حدود سال ۱۹۸۰، کارهای متنوعی برای تعریف نقاط تعادل مقاوم در بازیهای بیزین انجام شده است [۸-۱۱]. به عنوان مثال می‌توان به مقاله‌ای در سال ۱۹۸۸، اشاره کرد [۸]. در این مقاله، نویسنده‌گان عدم قطعیت در مقادیر سود بازی، استراتژیهای بازیکنان یا اطلاعات خصوصی هر بازیکن را در نظر گرفته و تعاریفی را برای نقطه تعادل نش مقاوم، پیشنهاد دادند. در مدل این مقاله، هر تغییری ممکن است در شرایط نامی یک بازی، شامل مقادیر سود و استراتژیهای بازیکنان، اتفاق یافتد، ولی احتمال این تغییرات، بسیار کم بوده و به سمت صفر میل می‌کند [۸]. پس از این مقاله، در سال ۱۹۹۰، مقاهم دیگری برای مقاومت نقطه تعادل در بازیهای بیزین، مورد بررسی قرار گرفت [۹]. در سال ۱۹۹۷ نیز، کاجی و موریس^۳، تعریف دیگری را برای نقطه تعادل نش مقاوم در مدل‌های بازی بیزین ارائه دادند [۱۱]. هم‌چنین در سال ۲۰۰۵، رفتار پاسخ بازیهای با اطلاعات کامل، وقتی شرط مشترک بودن همه اطلاعات بازی حذف شود، مورد مطالعه قرار گرفت [۱۱]. به طور خلاصه، مرور مراجع نشان می‌دهد که تا کنون در مورد آنالیز مقاومت نقاط تعادل بازیهای بیزین، کارهای متفاوتی انجام گرفته است. مراجع مختلف، عدم قطعیت را در مقادیر سود بازی، استراتژیهای بازیکنان و یا باورهای مشترک اولیه آنها در نظر گرفته و تعاریفی را برای نقطه تعادل نش مقاوم در حضور این عدم قطعیتها ارائه داده‌اند. اما با در نظر گرفتن این تعاریف، بسیاری از بازیها، نقطه تعادل نش مقاوم ندارند. در این صورت، به معیاری احتیاج داریم که بتواند مقاومت پاسخهای یک بازی را با یکدیگر مقایسه کرده و از بین نقاط تعادل غیر مقاوم، گزینه‌های قابل

¹. Harasanyi

². Ex- post

³. Kaji and Morris

⁴. Hayashi

در سال ۱۹۹۱، مک کلوی^۱، نشان داد که نقاط تعادل نش یک بازی نرمال، ریشه‌های یک تابع حقیقی به فرم $R \rightarrow \Sigma \vdash v$ هستند که تابع لیپانوف نش نامیده می‌شود^[۱۹]. این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود

: [۲۱-۱۹]

$$v(\sigma) = \sum_{i \in N} \sum_{1 \leq j \leq k_i} g_{ij}(\sigma) \quad (۷)$$

که در آن $(\sigma)_{ij} g_{ij}$ عبارت است از:

$$g_{ij}(\sigma) = \{\max[\pi_i(s_{ij}, \sigma_{-i}) - \pi_i(\sigma), 0]\}^2 \quad (۸)$$

مک کلوی نشان داد که تابع لیپانوف نش به ازای همه مقادیر $\sigma \in \Sigma$ ، پیوسته، مشتق پذیر و بزرگتر یا مساوی صفر است. به علاوه وی ثابت کرد که ریشه‌های این تابع، یعنی مینیمم‌های سراسری آن، نقاط تعادل نش بازی منتظر هستند^[۱۹].

۱-۳ نقاط تعادل هم‌بسته

نقشه تعادل هم‌بسته، یک توزیع احتمالاتی روی تمام ترکیب‌های ممکن استراتژی‌های خالص بازی بوده و شرط تعادل ضعیف‌تری را نسبت به نش برآورده می‌کند^[۳، ۲۲، ۲۳]. فرض کنید که S ، فضای استراتژی S تعداد اعضای آن باشد. برداری با ابعاد $D_s = \prod_i k_i$ به فرم

$$(\mu_1, \dots, \mu_{D_s}) = (\mu_1, \dots, \mu_{k_1}, \dots, \mu_{k_n}), \quad (۹)$$

$$\mu_l \geq 0, \quad l = 1, \dots, D_s \quad (۹)$$

$$\sum_{l=1}^{D_s} \mu_l = 1 \quad (۱۰)$$

در روابط فوق، μ_l ، احتمال بازی کردن i امین ترکیب استراتژی توسعه بازیکنان بازی را نشان می‌دهد. یک توزیع احتمالاتی روی فضای استراتژی، مانند مل، نقطه تعادل هم‌بسته محاسبه می‌شود، اگر و فقط اگر برای هر بازیکن $s = (s_i, s_{-i}) \in S$ ، رابطه زیر برقرار باشد^[۲۲-۲۴]:

(۱۱)

$$\sum_{s_{-i} \in S_{-i}} \mu(s_i, s_{-i}) \pi_i(s_i, s_{-i}) \geq \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} \mu(s_i, s_{-i}) \pi_i(s'_i, s_{-i}) \quad \text{for all } s'_i \in S_i$$

رابطه (۱۱) را می‌توان به صورت زیر نیز در نظر گرفت:

(۱۲)

$$\sum_{s_{-i} \in S_{-i}} ((\pi_i(s_i, s_{-i}) - \pi_i(s'_i, s_{-i})) \mu(s_i, s_{-i}) \geq 0 \quad \text{for all } s'_i \in S_i$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، شرط فوق باید برای تمام گزینه‌های دیگری که در اختیار بازیکن ۱ ام قرار دارد، یعنی s'_i ، برقرار باشد. با توجه به محدودیت نامساویهای فوق، در نقطه تعادل هم‌بسته هیچ یک از بازیکنان تمایلی برای تغییر استراتژی خود نخواهد داشت. در نقاط تعادل نش، این احتمالات، حاصل ضرب مقادیر مستقلی برای هر بازیکن بوده و رابطه $(\mu(s_i, s_{-i}) - \mu(s'_i, s_{-i})) \mu(s_i, s_{-i}) = 0$ برقرار می‌باشد. به بیان دیگر، نش

۳- مبانی تئوری مورد استفاده در مقاله

برای توصیف یک بازی ایستای n نفره به فرم نرمال باید موارد زیر را مشخص کرد^[۱]:

الف) مجموعه بازیکنان

$$N = \{1, 2, \dots, n\} \quad (۱)$$

ب) مجموعه استراتژیهای خالص برای هر بازیکن

$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{ik_i}\} \quad i = 1, \dots, n \quad (۲)$$

که S_i مجموعه استراتژیهای بازیکن i ام بوده و k_i تعداد استراتژیهای خالص این بازیکن را نشان می‌دهد.

ج) سود هریک از بازیکنان به ازای تمام ترکیب‌های ممکن استراتژیهای خالص اتخاذ شده توسط آنها:

$$\pi_i: S \rightarrow R \quad \text{where } S = \prod_{i \in N} S_i \quad i = 1, \dots, n \quad (۳)$$

در رابطه فوق، S مجموعه تمام ترکیب‌های ممکن استراتژی‌های بازیکنان بوده و فضای استراتژی نامیده می‌شود. π_i نیز سود بازیکن i ام را نشان می‌دهد. برای بازیکن i ام، مجموعه استراتژیهای مختلف عبارت است از:

$$\Sigma_i = \{\sigma_i = (p_{i1}, \dots, p_{ik_i}): \sum_j p_{ij} = 1, p_{ij} \geq 0\} \quad (۴)$$

درایه‌های بردار σ_i ، توابعی حقیقی مقدار روی i هستند که باید شرایط فوق را برآورده کنند. هم‌چنین p_{ij} به $p_i(s_{ij})$ اشاره کرده و احتمال انتخاب استراتژی j توسط بازیکن i ام را نشان می‌دهد.

حال فرض کنید که $K = \sum_{i \in N} k_i = \sum_{i \in N} \sum_{j \in S_i}$ بوده و $\Sigma = \sum_{i \in N} \Sigma_i$ در نظر گرفته شود. المانهای Σ ، ترکیب‌های مختلف استراتژیهای خالص و مختلط همه بازیکنان و به فرم $(\sigma_1, \dots, \sigma_n) = \sigma$ هستند که $\sigma_i \in \Sigma_i$ بوده و مطابق رابطه (۴) می‌باشد. بنابراین Σ ، زیرمجموعه‌ای از R^K خواهد بود. در این حالت پیامد انتظاری بازیکن i ام را رابطه زیر بدست می‌آید:

(۵)

$$\pi(\sigma_i, \sigma_{-i}) =$$

$\sum_{s_1 \in S_1} \dots \sum_{s_n \in S_n} p_1(s_1) \dots p_n(s_n) \pi_i(s_1, \dots, s_n)$

طبق تعریف، بردار $\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*) \in \Sigma$ یک نقطه تعادل

نش است، اگر و فقط اگر برای هر بازیکن $i \in N$ و تمام مقادیر

$\sigma_i \in \Sigma_i$ ، رابطه (۶) برقرار باشد:

$$\pi_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*) \leq \pi_i(\sigma^*) \quad (۶)$$

در این رابطه، $(\sigma_i, \sigma_{-i}^*)$ نشان‌دهنده موقعیتی است که بازیکن i ام

استراتژی دلخواه σ_i را بازی کرده و بقیه بازیکنان استراتژیهای مشخص شده در نقطه تعادل نش را بازی می‌کنند. نقطه تعادل نش، یکی از پرکاربردترین مفاهیم پاسخ برای موقعیتهای تصمیم‌گیری تعاملی به شمار می‌رود. در نقطه نش، هیچ از بازیکنان با در نظر گرفتن اینکه سایر حریفان استراتژی‌های نش خود را بازی می‌کنند؛ تمایلی برای تغییر استراتژیهای خود نخواهد داشت.

^۱. Mckelvey

البته اگر تولید نمونه‌ها، به صورت کاملاً تصادفی انجام شود، احتمال اینکه فضای خوبی پوشش داده نشده و نمونه‌ها در خوش‌های متوجه شوند، زیاد خواهد بود [۲۵، ۲۶]. لذا در این مقاله از روش نمونه‌برداری لاتین هایپرکیوب^۱ استفاده خواهیم کرد که تا حدودی این مشکل را برطرف کرده و فضای مسئله را به طور مناسب پوشش می‌دهد. در این روش، بازه تغییرات هر پارامتر غیرقطعی به n قسمت افزایش شده و از هر قسمت فقط یک نمونه، به طور تصادفی انتخاب می‌گردد. سپس نمونه‌های انتخابی برای هریک از پارامترها، به صورت تصادفی و بدون جایگزینی با هم جوړ شده و یک مجموعه شامل n نمونه برای مقادیر غیرقطعی تولید می‌گردد [۲۸]. اگر نمونه‌های پارامترهای غیرقطعی در آنالیز مقاومت، با استفاده از روش لاتین هایپرکیوب تولید شوند، جوابهای بدست آمده، قابل اعتمادتر خواهند بود [۲۵، ۲۶]. البته باید به این نکته نیز توجه داشت که هرچه تعداد نمونه‌ها بیشتر باشد، پیچیدگی محاسباتی روش بیشتر شده ولی صحبت نتایج، افزایش خواهد یافت.

۱-۴- معیار اول

ابتدا باید تعریف خود را برای اصطلاح "نش تقریبی" ارائه دهیم. این تعریف بر مبنای تعریف مشابهی برای تقریب نقطه ثابت، ارائه شده است.

تعریف ۱: فرض کنید که $X^* \in \Sigma$ ، یک نقطه تعادل نش خالص یا مختلط برای بازی ماتریسی G باشد. استراتژی خالص یا مختلط $X' \in \Sigma$ ، یک تقریب ϵ قوی برای X^* نامیده می‌شود اگر و فقط اگر $\|X^* - X'\| < \epsilon$

تعریف ۲: بازی ماتریسی G با تابع لیپاونوف $R: \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ را در نظر بگیرید. اگر به ازای استراتژی خالص یا مختلط X' متعلق به Σ ، مقدار تابع لیپاونوف کوچکتر از ϵ بوده و ϵ به اندازه کافی کوچک باشد، آنگاه X' تزدیک یکی از نقاط نش بازی ماتریس X^* قرار خواهد داشت. در این حالت X' یک تقریب ϵ ضعیف از X^* بوده و نقطه نش با تقریب ضعیف نامیده می‌شود.

تعریف ۳: فرض کنید که X^* یک نقطه تعادل نش برای بازی ماتریسی نامی G باشد. X^* یک نقطه نش مقاوم نامیده می‌شود، اگر و فقط اگر برای تمام تحقیقات ممکن (محتمل) G ، نش یا نش با تقریب ضعیف محسوب شود.

در بسیاری از موارد، نقاط نش صدرصد مقاوم نبوده و در تمام حالات ممکن، شرط تعریف ۳ را ارضا نمی‌کنند. بنابراین درجه مقاومت یک پاسخ را می‌توان متناسب با تعداد تحقیقات ممکن بازی که برای آنها شرط تعریف فوق برآورده می‌شود، در نظر گرفت. در صورتی که با در نظر گرفتن این معیار، مقاومت یک پاسخ بیشتر از ۵۰ درصد باشد، آن

یک توزیع احتمالاتی غیرهمبسته روی فضای استراتژی است. در حالیکه نقطه تعادل همبسته این شرط را نداشته و کلی تراست. ثابت شده است که مجموعه نقاط تعادل همبسته بازیهای متنهای، غیرتهی بوده و مجموعه نقاط نش را در بر می‌گیرد. یعنی، هر نقطه نش، یک تعادل همبسته نیز محسوب می‌شود [۲۲-۲۴]. رابطه (۱۱) را می‌توان به فرم ماتریسی زیر نیز بیان کرد:

$$A\mu' \geq 0 \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) ماتریس محدودیت A به ابعاد $N_{con} \times D_s$ است. N_{con} تعداد محدودیتهای نامساوی بوده و از رابطه (۱۴) بدست می‌آید:

$$N_{con} = \sum_{i=1}^n k_i(k_i - 1) \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، k_i تعداد استراتژیهای بازیکن i ام می‌باشد. به طور خلاصه، نقاط تعادل همبسته باید محدودیتهای مشخص شده در روابط (۹)، (۱۰) و (۱۳) را ارضا کنند. به همین دلیل، محاسبه آنها حتی برای بازیهای با ابعاد بالا نیز، به سادگی و با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی خطی امکان‌پذیر خواهد بود.

۴- آنالیز مقاومت نقاط تعادل نش

در این بخش، دو معیار کاربردی برای ارزیابی میزان مقاومت نقاط تعادل نش ارائه می‌دهیم. در هریک از دو معیار، با توجه به دغدغه‌های مسائل دنیای واقعی، تعریف خاصی برای "نقطه نش مقاوم" پیشنهاد داده خواهد شد. در معیار اول، منظور از نقاط تعادل نش مقاوم، آن دسته از نقاط تعادلی است که در مواجهه با تغییرات محدود مقادیر سود بازی، نش یا نزدیک باقی مانده و همه یا بخش عمده خواص خود را حفظ می‌کنند. اما در معیار دوم، ما به دنبال پاسخهایی هستیم که در حضور عدم قطعیت، در مجموعه نقاط تعادل همبسته باقی می‌مانند. هر دو معیار، بسیار ساده، منطقی و کاربردی هستند و تصمیم‌گیرنده، براساس شرایط مسئله، ممکن است هریک را انتخاب کند. کار مقاله در این بخش، گامی در جهت ارائه مفهوم "تئوری بازیهای مقاوم" محسوب می‌شود. که منظور از تئوری بازیهای مقاوم، یافتن آن دسته از پاسخهای بازیهای نامی است که در مواجهه با تحقیقات مختلف مقادیر سود بازی، مقاومت را هستند. فرض می‌کنیم که پارامترهای غیرقطعی ممکن است هر مقداری در یک بازه حول مقادیر نامی خود را اختیار کنند. هم‌چنین در نظر می‌گیریم که هیچ اطلاعی راجع به توزیع احتمالاتی مقادیر غیرقطعی مسئله در دست نمی‌باشد.

در این مقاله برای آنالیز مقاومت، از روش‌های مبتنی بر نمونه‌برداری از پارامترهای غیرقطعی استفاده خواهیم کرد. نمونه‌برداری، یک روش ساده و متداول برای ارزیابی مقاومت به شمار می‌رود [۲۵-۲۷]. این روش، به شرایط خاصی روی مدل مسئله نیاز نداشته و می‌توان برای هر مسئله و با هر ابعادی، بدون پیچیدگی محاسباتی از آن استفاده کرد [۲۷].

^۱. Latin Hypercube Sampling

$$\text{Robustness'first measure}' = 100 \left(1 - \frac{n_1}{N} \right) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)، n_1 تعداد تحقیق‌هایی است که مقدار تابع لیپانوف آنها به ازای نقطه نش مورد نظر از ماکریم تغییرات مجاز بیشتر بوده و N تعداد کل تحقیق‌های در نظر گرفته شده است. با استفاده از این معیار، مقاومت نقاط نش، عددی بین ۰ و ۱۰۰ خواهد بود.

۲-۴ - معیار دوم

ایده دومین معیار پیشنهادی برای ارزیابی مقاومت نقاط تعادل نش، بر مبنای مفهوم تعادل هم‌بسته استوار است. با توجه به اینکه نقاط نش، زیر مجموعه‌ای از نقاط تعادل هم‌بسته هستند، منطقی به نظر می‌رسد که در جستجوی آن دسته از نقاط نشی باشیم که علیرغم تغییرات ماتریس سود بازی، در مجموعه مرجع خود، یعنی مجموعه نقاط هم‌بسته، باقی می‌مانند. یعنی برای این نقاط، عقلایت تعادل هم‌بسته هنگام مواجهه با تحقیق‌های ممکن بازی، حفظ خواهد شد. معیار دوم بر مبنای تعریف زیر استوار است:

تعریف ۴: فرض کنید که X^* یک نقطه تعادل نش برای بازی نامی G باشد. آنگاه X^* یک نقطه نش مقاوم نوع ۲، نامیده می‌شود، اگر و فقط اگر X^* ، یک تعادل هم‌بسته برای تمام تحقیق‌های ممکن G باشد.

به کمک تعریف فوق، معیار دوم برای ارزیابی مقاومت یک نقطه نش به این صورت پیشنهاد داده می‌شود:

$$\text{Robustness'second measure}' = 100 \frac{n_2}{N} \quad (16)$$

برای محاسبه میزان مقاومت نقاط نش به کمک رابطه فوق، با استفاده از روش نمونه‌برداری لاتین هایپرکیوب، N تحقق مختلف برای ماتریس سود بازی بدست می‌آید. آنگاه n_2 تعداد تحقیق‌هایی است که X^* یک نقطه تعادل هم‌بسته برای آنها محسوب می‌شود. باز محاسباتی این روش، از معیار اول بسیار کمتر است. زیرا نقاط تعادل هم‌بسته برخلاف نقاط نش، با مجموعه‌ای از نامساوی‌های ساده خطی مشخص می‌شوند. اما از آنجایی که این معیار، حفظ خواص بیشتری را نسبت به معیار اول در نظر می‌گیرد، مقادیر بدست آمده توسط آن، کمتر از مقادیر بدست آمده با شاخص اول خواهد بود. در واقع درجه مقاومت بدست آمده توسط معیار اول، نوعی تقریب خوش‌بینانه و کران بالا برای مقادیر بدست آمده توسط دومین معیار محسوب می‌شود.

۵- آنالیز مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته

در این بخش، دو روش جدید برای ارزیابی میزان مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته ارائه خواهد شد. روش اول، یک شاخص کمی برای ارزیابی مقاومت نقاط هم‌بسته است که ایده آن از دومین معیار پیشنهادی در بخش قبل الهام گرفته شده و روش دوم، یک شاخص ساده برای

پاسخ "تقریبی مقاوم" نامیده می‌شود. لذا با در نظر گرفتن تعاریف فوق، روند ارزیابی اولین شاخص مقاومت پیشنهادی به شرح زیر خواهد بود: گام اول: برای آنالیز مقاومت، ابتدا باید مقادیر تعادل لیپانوف نامی را در همسایگی نقاط نش ارزیابی نمود. بدین منظور، یک همسایگی حول هر یک از نقاط نش در نظر گرفته خواهد شد. ابعاد این همسایگی، ماکریم انحراف مجاز از احتمالات نقطه نش را نشان می‌دهد که بر تصمیم نهایی تاثیری نمی‌گذارد. بنابراین انتخاب آن کاملاً به مسئله بستگی دارد و اینکه تصمیم‌گیرنده با احتمالات مربوط به نش مختلط چگونه برخورد می‌کند. به عنوان مثال اگر برای یک بازی 2×2 ، آستانه تحمل برابر ۰.۰۵ در نظر گرفته شود و $[X^*] = [0.1, 0.9]$ یک نقطه تعادل نش خالص برای این بازی باشد، یعنی با استراتژیهای مانند $[0.05, 0.95]$ ، $[0.05, 0.95]$ یا $[0.98, 0.02]$ ، $[0.96, 0.04]$ نیز از دید تصمیم‌گیرنده نهایی مشابه X^* برخورد شده و این تغییر احتمالات تاثیری در تصمیم نهایی نمی‌گذارد. مسلماً تصمیم‌گیرنده می‌تواند با توجه به شرایط مسئله این آستانه تحمل را تغییر دهد.

سپس یک مجموعه از پروفایلهای استراتژی نمونه در هر همسایگی در نظر گرفته می‌شود. به منظور تولید پروفایلهای نمونه، از روش لاتین هایپرکیوب استفاده خواهد شد. با استفاده از این روش، تعدادی استراتژی نمونه در هر همسایگی حول نقاط تعادل نش انتخاب شده و سپس مقدار تابع لیپانوف نامی به ازای تمام نمونه‌ها محاسبه می‌گردد. تابع لیپانوف، به ازای این نمونه‌ها، مقداری نزدیک به صفر خواهد داشت. دلیل این امر آن است که تابع لیپانوف یک تابع پیوسته بوده و فقط در نقاط نش، مقدارش برابر صفر می‌شود [۱۹]. لذا با توجه به اینکه تمام نمونه‌ها از یک همسایگی کوچک حول نقاط تعادل نش انتخاب شده‌اند، مقدار تابع لیپانوف به ازای آنها، نزدیک صفر خواهد بود. بیشترین مقدار تابع لیپانوف به ازای همه استراتژیهای نمونه در هر همسایگی، به عنوان ماکریم تغییرات مجاز تابع لیپانوف حول نقطه نش مربوطه در نظر گرفته خواهد شد.

تعداد نمونه‌هایی که در هر همسایگی مورد بررسی قرار می‌گیرند،

به صورت مسئله بستگی داشته و باید به دقت تعیین گردد. با افزایش تعداد نمونه‌ها، حجم محاسبات افزایش پیدا می‌کند، اما نتایج بدست آمده به واقعیت نزدیک‌تر خواهد بود.

گام دوم: در گام دوم، تحقیقات مختلف ماتریس سود بازی در نظر گرفته می‌شوند. بدین منظور، ابتدا برای پارامترهای غیرقطعی تاثیرگذار روی سود بازی، تعدادی نمونه تولید می‌شود. برای تولید نمونه‌ها، مجدداً می‌توان از روش لاتین هایپرکیوب استفاده کرد. سپس با استفاده از مجموعه نمونه‌های تولید شده برای پارامترهای غیرقطعی تاثیرگذار روی سود بازی، N تحقق مختلف ممکن برای بازی بدست می‌آید. هر یک از این بازیها، تابع لیپانوف متفاوتی خواهد داشت. برای محاسبه میزان مقاومت یک نقطه نش، باید مقدار تمام این توابع را به ازای آن نقطه تعادل بدست آورد. آنگاه میزان مقاومت نقطه نش مربوطه به کمک رابطه (۱۵) بدست می‌آید.

به کمک رابطه (۱۷)، می‌توان به سادگی میزان تخطی از هریک از محدودیتها را محاسبه کرد. (i) V ، درایه سطر ۱ام بردار V بوده و میزان تجاوز از محدودیت ۱ام را نشان می‌دهد. (1) $b(i,1)$ و (2) $b(i,2)$ نیز کران بالا و پایین عدد بازه‌ای ۱ام در ماتریس b هستند. ۴ هم یک عدد بسیار کوچک و مثبت است. با استفاده از رابطه (۱۷)، اگر $[b(i,1), b(i,2)] > 0$ ، میزان تخطی از محدودیت ۱ام برابر صفر بوده و اگر عدد بازه‌ای مذکور یک عدد منفی باشد، یعنی $b(i,2) < 0$ ، میزان تجاوز از محدودیت مربوط به آن یک عدد بسیار بزرگ خواهد بود.

از میانگین بردار V می‌توان برای مقایسه میزان مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته در حضور عدم قطعیت استفاده کرد. هرچه میانگین تجاوز از محدودیتها برای یک نقطه تعادل بیشتر باشد، یعنی احتمال برآورده نشدن محدودیتها به‌ازای تحقیقات مختلف، بیشتر بوده و لذا میزان مقاومت آن نقطه تعادل در حضور عدم قطعیت، کمتر خواهد بود. با استفاده از این روش، دیگر نیازی به نمونه‌برداری از پارامترهای غیرقطعی مسئله نخواهیم داشت. مثالهای عددی نشان می‌دهند که نتایج این معیار، با نتایج شاخصهای مبتنی بر نمونه‌برداری منطبق بوده و آنها را تایید می‌کند.

۶- بیبود میزان مقاومت پاسخهای یک بازی

در بعضی از مدل‌های ثوری بازیها، ممکن است تصمیم‌گیرنده از میزان مقاومت نقاط تعادل نش بdest آمده راضی نباشد. در چنین مسائلی، تصمیم‌گیرنده می‌تواند یکی از دو روش ذیل را اتخاذ نماید.

۶-۱- جستجوی پاسخهای مقاوم‌تر در همسایگی نقاط تعادل نش

به عنوان اولین روش، پیشنهاد می‌دهیم که اگر تصمیم‌گیرنده از میزان مقاومت پاسخهای یک بازی، رضایت نداشته باشد، می‌تواند دقت احتمالات نقاط نش را قربانی کرده و پاسخهایی تقریبی با مقاومت بالاتر بدست آورد. برای اینکه مصالحه‌ای بین خواص نقاط تعادل نش و مقاومت آنها در حضور عدم قطعیت برقرار گردد، از یک الگوریتم بهینه‌سازی محدود استفاده خواهد شد. این الگوریتم باید به دنبال پاسخهایی بگردد که بیشترین مقاومت را داشته و در یک همسایگی حول نقاط نش باقی می‌مانند. بعد این همسایگی، ماکریم انحراف مجاز از احتمالات نقطه نش را نشان می‌دهد که بر تصمیم نهایی تاثیری نمی‌گذارد. همان طور که قبلاً نیز به آن اشاره شد، این ابعاد، در هر مسئله و با توجه به شرایط آن توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود.

با توجه به ویژگی‌های تابع پیشنهادی برای سنجش میزان مقاومت نقاط تعادل نش، از الگوریتم ژنتیک برای حل این مسئله بهینه‌سازی مقید استفاده خواهد شد. با استفاده از تابع جریمه، مسئله بهینه‌سازی مقید را به یک مسئله بدون محدودیت تبدیل می‌کنیم. تابع جریمه، پاسخهایی را که در همسایگی مجاز نقاط نش واقع نیستند، جریمه کرده و برازنده‌گی آنها

مقایسه مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته یک بازی بوده و فقط پاسخها را براساس میزان مقاومت‌شان رتبه‌بندی می‌کند.

۶-۲- ارائه یک معیار کمی برای سنجش مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته

این معیار، بر مبنای تعریف پیشنهادی زیر برای نقطه هم‌بسته مقاوم بوده و نوعی تعمیم برای تعریف ۴ محسوب می‌شود.

تعریف ۵: فرض کنید که M ، یک نقطه تعادل هم‌بسته برای بازی نامی G باشد. آنگاه M ، یک نقطه هم‌بسته مقاوم نامیده می‌شود، اگر و فقط اگر یک تعادل هم‌بسته برای تمام تحقیقات ممکن G باشد.

با توجه به تعریف فوق، نقاط تعادل هم‌بسته‌ای که در تمام حالات ممکن پارامترهای غیرقطعی مسئله، خواص خود را حفظ می‌کنند، به عنوان پاسخهای مقاوم در نظر گرفته می‌شوند. یعنی نقاط تعادل هم‌بسته مقاوم، به ازای تمام تحقیقات ممکن بازی، محدودیتها نامساوی مربوطه را راضا می‌کنند. با در نظر گرفتن تعریف فوق، می‌توان از رابطه (۱۶) برای محاسبه میزان مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته نیز استفاده کرد. در این صورت، n_2 تعداد نمونه‌هایی است که تمام خواص تعادل هم‌بسته برای آنها حفظ می‌شود.

۶-۳- ارائه یک معیار نسبی برای مقایسه مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته

در این بخش، یک معیار نسبی برای مقایسه مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته ارائه می‌دهیم. در این معیار، در نظر می‌گیریم که یک نقطه تعادل هم‌بسته بازی نامی، تا چه اندازه از محدودیتها نامساوی مربوطه با در نظر گرفتن تحقیقات مختلف بازی تجاوز می‌کند. با کمک این معیار، نقاط تعادل هم‌بسته براساس میزان مقاومت‌شان در حضور عدم قطعیت، رتبه‌بندی خواهد شد. این معیار، پیچیدگی محاسباتی چندانی ندارد و محاسبه آن برای بازیهای با ابعاد بالا نیز به سادگی انجام می‌شود.

همان‌طور که قبلاً نیز به آن اشاره شد، نقاط تعادل هم‌بسته با مجموعه‌ای از نامساوی‌های خطی ماتریسی به فرم $A\mu' \geq 0$ توصیف می‌شوند. اگر مقادیر سود بازی با عدم قطعیت همراه باشد، درایه‌های ماتریس محدودیت A نیز اعداد بازه‌ای بوده و ممکن است هر مقداری را در بازه مربوطه اختیار کنند. لذا تحقیقات مختلفی برای ماتریس A وجود خواهد داشت و یک نقطه تعادل بازی نامی، ممکن است در محدودیت نامساوی مربوط به برخی از این تحقیقاً صدق نکند. در نظر بگیرید که $A\mu'$ مساوی b باشد. در این صورت b ، یک ماتریس با ابعاد $N_{con} \times 2$ خواهد بود که هر یک از سطرهای آن کرانهای یک عدد بازه‌ای را نشان می‌دهد. لذا پیشنهاد می‌دهیم که میزان تجاوز از هریک از N_{con} محدودیت نامساوی را می‌توان به کمک رابطه زیر محاسبه کرد:

$$V(i) = \frac{\min(b(i,1), 0)}{\max(\varepsilon, (b(i,2) - b(i,1)))} \quad i = 1, \dots, N_{con} \quad (17)$$

تغییرات مجاز تابع لیپانوف حول پاسخ مربوطه در نظر گرفته می‌شود.
نتایج جدول ۳، میانگین ۱۰۰ اجرای متوازن برنامه هستند.
جدول ۳: مکریم تغییرات مجاز تابع لیپانوف حول هریک از نقاط تعادل

نش

| نقاط نش | ماکریم تغییرات مجاز تابع لیپانوف حول هر نقطه نش |
|---------|---|
| X_1^* | ۰.۰۱۵۰ |
| X_2^* | ۰.۰۱۸۱ |

هم‌چنین میزان مقاومت هر یک از نقاط نش، با در نظر گرفتن مجموعه‌ای شامل ۳۰۰ تحقق مختلف بازی و با استفاده از هر دو معیار محاسبه شده و در جدول (۴) ارائه شده است. این نتایج نیز میانگین بدست آمده برای ۱۰۰ اجرای متوازن برنامه، با در نظر گرفتن مجموعه نمونه‌های مختلف هستند.

جدول ۴: میزان مقاومت نقاط تعادل نش

| نقاط نش | میزان مقاومت (معیار اول) | میزان مقاومت (معیار دوم) | میانگین تجاوز از محدودیتها | رتبه‌بندی نقاط نش |
|---------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|-------------------|
| X_1^* | ۱۰۰ | ۱۰۰ | ۰ | ۱ |
| X_2^* | ۴۵ | ۲۵ | -۰.۰۲۵ | ۲ |

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج بدست آمده با نتایج مرجع [۴] مخوانی دارد. البته باید توجه داشت که شاخصهای عددی ارائه شده در این فصل، اطلاعات بیشتری را در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهند. به کمک این شاخصها می‌توان میزان مقاومت پاسخهای یک بازی را به طور کمی با یکدیگر مقایسه کرد.

در دو ستون آخر جدول نتایج مربوط به معیار نسبی بخش ۲.۵، ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، برای X_1^* ، میانگین تجاوز از محدودیتها برابر است و بنابراین کاملاً مقاوم می‌باشد. این نتیجه به خوبی با نتیجه بدست آمده از معیارهای کمی نیز منطبق است. نکته جالب توجه دیگر در مورد نتایج این مثال، آن است که X_1^* ، یک استراتژی پایدار تکاملی است، در حالیکه X_2^* ، این ویژگی را ندارد. استراتژیهای پایدار تکاملی، پاسخهای یک بازی تکاملی بوده و زیر مجموعه‌ای از نقاط تعادل نش بازی کلاسیک متناظر یک بازی تکاملی محسوب می‌شوند [۱]. برای اطلاعات بیشتر در مورد تعاریف و مفاهیم استراتژیهای پایدار تکاملی به مراجع [۱] و [۲۹] مراجعه شود.

مثال ۲.۷ یک بازی 2×2 را در نظر بگیرید که ماتریس سود نامی آن در جدول ۵ ارائه شده است:

جدول ۵: مقادیر نامی ماتریسهای سود بازی

| بازیکن ۱ | بازیکن ۲ | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| | S ₂₁ | S ₂₂ |
| S ₁₁ | -۳، -۳ | ۴، ۰ |
| S ₁₂ | ۰، ۴ | ۲، ۲ |

این بازی سه نقطه تعادل نش دارد: $[0.4, 0.6]$ ، $[0.6, 0.4]$ ، $[0.4, 0.6]$ ، $X_1^* = [0.4, 0.6]$ ، $X_2^* = [0.6, 0.4]$ و $[0.1, 0.1]$. مجدداً فرض کنید که مقادیر سود بازی، تقریبی بوده و ممکن است مطابق جدول ۶، هر مقداری

را کاهش می‌دهد. با استفاده از تابع جرمیه، الگوریتم ژنتیک قادر به جستجوی پاسخهای مقاوم تر در همسایگی هر یک از نقاط تعادل نش خواهد بود. برای سنجش مقاومت پاسخها می‌توان از هریک از دو معیار پیشنهادی استفاده کرد. اگر در یک همسایگی پاسخی مقاوم تر پیدا نشود، تصمیم گیرنده می‌تواند ابعاد همسایگی را افزایش داده و به دنبال تقریبهای ضعیف‌تر اما مقاوم‌تر بگردد. هم‌چنین می‌توان روند بهبود مقاومت نقاط نش را با الگوریتم محاسبه آنها ادغام کرد. به بیان دیگر با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی چنددهفده، محاسبه نقاط تعادل نش، یعنی نقاط بهینه سراسری تابع لیپانوف، و بیشینه کردن مقاومت آنها در حضور عدم قطعیت را به طور همزمان انجام داد.

۲-۶- جستجوی پاسخهای مقاوم‌تر در مجموعه نقاط

تعادل همبسته

در روش دوم، پیشنهاد می‌دهیم که اگر تصمیم گیرنده از میزان مقاومت پاسخهای یک بازی، رضایت نداشته باشد، می‌تواند در مجموعه نقاط همبسته غیرنش به دنبال پاسخهای مقاوم‌تر بگردد. مجموعه نقاط تعادل همبسته، یک چند وجهی همبند و محدب بوده و مجموعه نقاط تعادل نش را که ممکن است غیرهمبند و غیر محدب باشد، در بر می‌گیرد. هم‌چنین ثابت شده است که نقاط نش روی مرزهای مجموعه نقاط همبسته قرار دارند [۲۳]. بنابراین ممکن است بتوان در مجموعه نقاط غیرمرزی، پاسخهای مقاوم‌تر را پیدا کرد. در این صورت، توصیه می‌شود که تصمیم گیرنده نقاط نش غیر مقاوم را کنار گذاشته و نقاط همبسته غیر نش اما مقاوم را، به عنوان تصمیم نهایی انتخاب کند.

۷- مثالهای عددی

مثال ۱.۲: اکنون به مثال مطرح شده در بخش مقدمه برمی‌گردیم. همان‌طور که اشاره شد، بازی مذکور، دو نقطه تعادل نش دارد. برای محاسبه اولین شاخص مقاومت، آستانه تحمل $0.05 \pm$ را برای تغییر احتمالات نقاط تعادل نش در نظر می‌گیریم. بنابراین همسایگی مجاز یک استراتژی به فرم $X_0 = (p, 1-p)$ ، شامل همه استراتژیهایی خواهد بود که به صورت $X = (p+r_1, 1-p+r_2)$ تعریف می‌شوند. به شرطی که r_1 و r_2 دو عدد رندوم بین -0.05 و 0.05 باشند. البته با توجه به اینکه استراتژی هر بازیکن یک توزیع احتمالاتی بوده و باید در رابطه (۱۸) صدق کند، پروفایلهای تولید شده برای هر بازیکن، مطابق رابطه (۱۹)، نرمالیزه خواهند شد.

$$X = (x_1, x_2) : x_1 + x_2 = 1, x_i \geq 0 \quad \forall i \quad (18)$$

$$X = \frac{|X|}{\sum_{i=1}^2 |x_i|} \quad (19)$$

با استفاده از روش لاتین هایپرکوب، ۲۰۰ استراتژی نمونه در همسایگی مجاز هر پاسخ تولید می‌شود. سپس مقدار تابع لیپانوف به ازای همه این نمونه‌ها ارزیابی شده و بیشترین مقدار آن به عنوان مکریم

برای تایید صحت نتایج بدست آمده، نقاط تعادل نش تمام تحققهای نمونه بازی را به کمک یک الگوریتم ژنتیک مالتی مدار بدست آورده و با نتایج بدست آمده از معیارهای پیشنهادی مقایسه کردیم. مسلماً این کار از نظر محاسباتی مناسب نبوده و نباید به عنوان یک شاخص برای ارزیابی میزان مقاومت نقاط تعادل نش، به کار گرفته شود و در اینجا فقط برای اعتبارسنجی روشهای پیشنهادی از آن استفاده شده است.

مثال ۳.۷: بازی جوچه

جدول ۹: مقادیر نامی ماتریس‌های سود بازی (بازی جوچه)

| بازیکن اول | بازیکن دوم | | |
|------------|-----------------|-----------------|-----|
| | S ₂₁ | S ₂₂ | |
| | S ₁₁ | ۴.۴ | ۱.۵ |
| | S ₁₂ | ۵.۱ | ۰.۰ |

این بازی سه نقطه تعادل نش دارد: $[0.5, 0.5, 0.5]$ ، $[0.5, 0.5, 0.5]$ ، $[0.5, 0.5, 0.5]$. حال فرض کنید که مقادیر سود بازی در بازه‌های مطابق جدول ۱۰، تغییر کنند.

جدول ۱۰: بازه‌های ممکن برای مقادیر سود بازی (بازی جوچه)

| | S ₂₁ | S ₂₂ |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| S ₁₁ | [۲۶] ، [۲۶] | [۰.۵ ، ۱.۵] ، [۲۵۷.۵] |
| S ₁₂ | [۲۵۷.۵] ، [۰.۵ ، ۱.۵] | [−۰.۵ ، ۰.۵] |

جدول ۱۱: میزان مقاومت نقاط تعادل نش (بازی جوچه)

| نقاط نش | میزان مقاومت (معیار اول) | میزان مقاومت (معیار دوم) | میانگین تجاوز از محدودیتها | نقاط نش | رتبه‌بندی |
|------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|---------|-----------|
| X ₁ * | ۱ | ۰ | −۰.۵ | ۲ | |
| X ₂ * | ۷۱ | ۶۹ | −۰.۹۷۲ | ۱ | |
| X ₃ * | ۷۱ | ۶۹ | −۰.۹۷۲ | ۱ | |

براساس تعریف مرجع [۴]، این بازی هیچ نقطه تعادل نش مقاومی ندارد. نتایج بدست آمده از معیارهای پیشنهادی نیز نشان می‌دهند که میزان مقاومت هیچ یک از پاسخها ۱۰۰ نیست. اما همان‌طور که اشاره شد، با استفاده از معیارهای پیشنهادی، امکان مقایسه مقاومت نقاط نش غیر مقاوم فراهم شده و تصمیم‌گیرنده می‌تواند پاسخی را که قابل اعتمادتر است، انتخاب کند.

اکنون با استفاده از الگوریتم ژنتیک در مجموعه نقاط هم‌بسته غیرنش بدنیل پاسخهای مقاوم‌تری می‌گردیم. نتایج دو مرتبه اجرای الگوریتم، از شرایط اولیه مختلف، در جدول ۱۲ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، دو نقطه تعادل هم‌بسته با میزان مقاومت قابل قبولی بدست آمده است. هر دو پاسخ، از نقطه نش مختلف این بازی، یعنی *X₁، مقاوم‌تر هستند. در صورت لزوم، می‌توان الگوریتم را از شرایط اولیه دیگری نیز راهاندازی کرده و گزینه‌های بیشتری را بدست آورد.

در یک بازه حول مقادیر نامی را اختیار کنند. مقادیر آستانه تحمل، تعداد نمونه‌ها و تعداد دفعات اجرای متولی برنامه، مشابه مثال ۱.۷ در نظر گرفته شوند.

جدول ۱۲: بازه‌های ممکن برای مقادیر سود بازی

| | S ₂₁ | S ₂₂ |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| S ₁₁ | [−۴.۵ ، −۱.۵] | [۲۶] ، [۰.۵] |
| S ₁₂ | [−۰.۵ ، ۰.۵] | [۱۳] ، [۱۳] |

جدول ۷: ماکریم تغییرات مجاز تابع لیپانوف حول هریک از نقاط تعادل نش

| نقاط نش | ماکریم تغییرات مجاز تابع لیپانوف حول هر نقطه نش |
|------------------|---|
| X ₁ * | ۰.۰۳۲۸ |
| X ₂ * | ۰.۰۲۲۵ |
| X ₃ * | ۰.۰۲۴۵ |

جدول ۸: میزان مقاومت نقاط تعادل نش

| نقاط نش | نقاط نش | نقاط نش | نقاط نش | نقاط نش |
|------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|-----------|
| نقاط نش | میزان مقاومت (معیار اول) | میزان مقاومت (معیار دوم) | میانگین تجاوز از محدودیتها | رتبه‌بندی |
| X ₁ * | ۱۰ | ۰ | −۰.۵ | ۲ |
| X ₂ * | ۹۶ | ۹۴ | −۰.۰۴۱۷ | ۱ |
| X ₃ * | ۹۶ | ۹۴ | −۰.۰۴۱۷ | ۱ |

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقاومت اولین نقطه تعادل نش با استفاده از معیار اول، ۱۰ درصد ارزیابی شده است. یعنی اگر مقادیر سود بازی در بازه‌های مجازشان تغییر کنند، این تعادل در ۹۰ مورد از ۱۰۰ مورد، خواص خود را کاملاً از دست می‌دهد. بنابراین X₁*، یک نقطه نش مقاوم نیست. اما X₂* و X₃، نقاط نش مقاوم هستند. همان‌طور که پیش‌بینی کردۀ بودیم، مقادیر بدست آمده با معیار اول، بزرگ‌تر از مقادیر ارزیابی شده با معیار دوم هستند. در واقع مقاومت محاسبه شده با معیار اول، نوعی تقریب خوش‌بینانه برای مقادیر بدست آمده با دومین شاخص محسوب می‌شود. دلیل این امر نیز آن است که شاخص دوم، شرایط سخت‌تری را برای مقاومت در نظر گرفته و حفظ خواص بیشتری را تضمین می‌کند. باید توجه داشت که با استفاده از شاخصهای مراجعه قبلی، هیچ یک از این سه نقطه تعادل، مقاوم محسوب نمی‌شوند. اما شاخصهای پیشنهادی، امکان مقایسه نقاط نش غیر مقاوم را فراهم می‌آورند. مانند مثال قبل در دو ستون آخر جدول، نتایج مرتبط با معیار نسبی ارائه شده است. همان‌طور که قبل نیز به آن اشاره شد، اگر میانگین تجاوز از محدودیتها برای یک پاسخ بیشتر باشد، میزان مقاومت آن پاسخ در حضور عدم قطعیتها کمتر خواهد بود. لذا X₂* و X₃ مقاوم تر بوده و رتبه ۱ را به خود اختصاص داده‌اند.

جدول ۱۵: میزان مقاومت نقاط تعادل نش

| نقاط نش | میزان مقاومت (معیار اول) | میزان مقاومت (معیار دوم) | میانگین تجاوز از محدودیتها | رتبه بندی نقاط نش |
|------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|-------------------|
| X_1^* | ۱ | ۰ | -۰.۲۹۱۷ | ۳ |
| X_2^* | ۰ | ۰ | -۰.۲۹۱۷ | ۳ |
| X_3^* | ۰ | ۰ | -۰.۲۹۱۷ | ۳ |
| X_4^* | ۰ | ۰ | -۰.۵ | ۴ |
| X_5^* | ۵ | ۴ | -۰.۱۶۶۷ | ۲ |
| X_6^* | ۵ | ۴ | -۰.۱۶۶۷ | ۲ |
| X_7^* | ۱۰۰ | ۱۰۰ | ۰ | ۱ |
| X_8^* | ۵ | ۴ | -۰.۱۶۶۷ | ۲ |
| X_9^* | ۱۰۰ | ۱۰۰ | ۰ | ۱ |
| X_{10}^* | ۵ | ۴ | -۰.۱۶۶۷ | ۲ |
| X_{11}^* | ۱۰۰ | ۱۰۰ | ۰ | ۱ |
| X_{12}^* | ۵ | ۴ | -۰.۱۶۶۷ | ۲ |
| X_{13}^* | ۴ | ۴ | -۰.۱۶۶۷ | ۲ |

همان طور که ملاحظه می شود، با وجود افزایش ابعاد بازی، نتایج بدست آمده از هر سه معیار، کاملاً با هم سازگار هستند. البته باید توجه داشت که اگر میانگین تجاوز از محدودیتها، بزرگتر یا مساوی -۰.۲۹۱۷ باشد، میزان مقاومت با دو معیار کمی، برابر با صفر ارزیابی می شود و لذا با در نظر گرفتن این دو معیار، مقاومت نقاط نش X_1^* تا X_3^* و X_{12}^* با مقاومت X_4^* ، تفاوتی ندارد. نتایج این مثال نشان می دهد که شاخصهای پیشنهادی برای بازیهای با ابعاد بالا نیز معتبر هستند. از بین نقاط تعادل نش خالص این بازی، X_7^* , X_9^* و X_{12}^* که مقاومت از بقیه هستند، پایدار تکاملی نیز بوده و بقیه نقاط نش خالص، ویژگی پایداری تکاملی را ندارند.

مثال ۵.۷ (جستجوی پاسخهای مقاومت در همسایگی نقاط تعادل نش)

جدول ۱۶: مقادیر نامی ماتریسهای سود بازی

| بازیکن اول | بازیکن دوم | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| | S ₂₁ | S ₂₂ |
| S ₁₁ | ۲۰ | ۰۱ |
| S ₁₂ | ۰۱ | ۱۰ |

این بازی فقط یک نقطه تعادل نش دارد: $X^* = \left[\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right) \right]$ که میزان مقاومت آن با استفاده از شاخص اول، ۱۴٪ است. مسلماً این مقاومت در اغلب مسائل تصمیم گیری قبل اعتماد نخواهد بود. همان طور که اشاره شد، می توان با استفاده از الگوریتم زنیک در همسایگی X^* ،

جدول ۱۲: میزان مقاومت نقاط تعادل هم بسته غیرنش

| نقاط تعادل هم بسته | میزان مقاومت (معیار دوم) | میانگین تجاوز از محدودیتها |
|-------------------------------|--------------------------|----------------------------|
| CE ₁ =[۰.۰۵۰.۵۰] | ۵۰ | -۰.۱۹۴۴ |
| CE ₂ =[۰.۰۲۵۰.۷۵۰] | ۵۰ | -۰.۱۹۴۴ |

مثال ۴.۷ (بازی $3 \times 3 \times 3$): با توجه به اینکه روشهای آنالیز مقاومت ارائه شده در این مقاله برای بازیهای چند نفره هم قابل استفاده هستند، نتایج مربوط به یک مثال از بازیهای سه نفره را نیز ارائه می دهیم. این بازی یکی از مثالهای موجود در نرم افزار گمبیت^۱ است. نرم افزار گمبیت یک کتابخانه شامل ابزارهای آنالیز و حل بازیهای ایستا و پویا بوده و در نوع خود یکی از قوی ترین کارهای ارائه شده به شمار می رود [۳۰]. این بازی سه نفره، سیزده نقطه تعادل نش دارد و یک مثال چالش برانگیز و پیچیده به شمار می رود.

جدول ۱۳: مقادیر نامی ماتریسهای سود بازی

| S ₃₁ | S ₂₁ | S ₂₂ | S ₂₃ | S ₃₂ | S ₂₁ | S ₂₂ | S ₂₃ | S ₃₃ | S ₂₁ | S ₂₂ | S ₂₃ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| S ₁₁ | ۱۱۱ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | S ₁₁ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | S ₁₁ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | ۰۰۰ |
| S ₁₂ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | S ₁₂ | ۰۰۰ | ۱۱۱ | ۰۰۰ | S ₁₂ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | ۰۰۰ |
| S ₁₃ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | S ₁₃ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | S ₁₃ | ۰۰۰ | ۰۰۰ | ۱۱۱ |

جدول ۱۴: نقاط تعادل نش بازی

| نقاط نش | احتمالات مربوط به نقاط تعادل نش بازی |
|------------|--------------------------------------|
| X_1^* | [۰.۰۵۰.۵۰.۵] |
| X_2^* | [۰.۰۵۰.۵۰.۰, ۰.۰۵۰.۵۰.۰] |
| X_3^* | [۰.۰۵۰.۰۵۰.۵] |
| X_4^* | [۰.۰۳۳.۰.۳۳.۰.۳۳] |
| X_5^* | [۰.۰۱۰.۰.۰۱۰.۰.۰۱۰] |
| X_6^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |
| X_7^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |
| X_8^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |
| X_9^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |
| X_{10}^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |
| X_{11}^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |
| X_{12}^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |
| X_{13}^* | [۰.۰۰۰.۰.۰۰۰.۰.۰۰۰] |

کارهای آینده به مقایسه رفتار بازیهای کلاسیک و تکاملی در حضور عدم قطعیت، خواهیم پرداخت.

ما در این مقاله، مدلهای بازیهای ایستا را در نظر گرفته و نتایج خود را برای مثالهایی از این بازیها ارائه کردیم. بازیهای ایستا، بازیهایی با حرکت هم‌زمان بازیکنان هستند. اما در بازیهای پویا (بازیهای فرم گسترده)، بازیکنان در زمانهای مختلف، تصمیمهای خود را اتخاذ می‌کنند و هر بازیکن، هنگام انتخاب تصمیم خود، حداقل از بخشی از تصمیم‌گیریهای قبلی مطلع است. هر بازی پویا با یک بازی ایستا متناظر بوده و نقاط تعادل بازی پویا، زیرمجموعه‌ای از نقاط تعادل بازی ایستای متناظر هستند. لذا می‌توان با معیارهای ارائه شده در این مقاله، مقاومت نقاط تعادل نش فرم ایستای متناظر یک بازی پویا را بدست آورده و برای مقایسه پاسخهای بازی پویا نیز از آنها استفاده کرد. یعنی معیارهای ارائه شده در این مقاله، برای بازیهای پویا هم، قابل تعمیم و استفاده هستند. البته در کارهای آینده می‌توان بحث آنالیز مقاومت را مستقیماً در روند برگشت به عقب در نظر گرفته و معیارهایی را خاص بازیهای پویا ارائه داد.

هم‌چنین در کارهای آینده می‌توان به کمک قضایای ریاضی، مقاومت نقاط تعادل نش و نقاط هم‌بسته غیرنش را با یکدیگر مقایسه کرد. به علاوه استفاده از معیارهای پیشنهادی برای حل مسائل تصمیم‌گیری دنیای واقعی، نکته دیگری است که می‌تواند در کارهای آتی در نظر گرفته شود.

مراجع

- [1] J. N. Webb, Game theory: Decisions, Interaction and Evolution, Springer, London, 2006.
- [2] E. Rasmusen, Games and Information: An Introduction to Game Theory, Blackwell, 2000.
- [3] N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos and V. V. Vazirani, editors, Algorithmic Game Theory, Cambridge University Press, 2007.
- [4] A.D. Procaccia and J. S. Rosenschein, " A computational characterization of multiagent games with fallacious rewards", Proceedings of 6th International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, USA, pp. 1152-1165, 2007.
- [5] J. Harasanyi, "Games with incomplete information played by 'Bayesian' players: parts I-III", Management Science, vol. 14, no. 3, 1967.
- [6] S. Zamir, "Bayesian Games: Games with incomplete information", Working Paper, 2008.
- [7] J. Cremer and R. McLean, "Optimal selling strategies under uncertainty for a discriminating monopolist when demands are interdependent", Econometrica, vol. 53, no. 2, pp. 345-362, 1985
- [8] D. Fudenberg, D. M. Kreps and D. K. Levine, "On the robustness of equilibrium refinements", Journal of Economic Theory, vol. 44, no. 2, pp. 354-380, 1988.
- [9] E. Dekel and D. Fudenberg, "Rational behavior with payoff uncertainty", Journal of Economic Theory, vol. 52, no. 2, pp. 243-267, 1990.

به دنبال پاسخهای مقاومت‌تر گشت. با بهره‌گیری از یک جمعیت پانزده نفره و پس از ۵۶ نسل، پاسخ X_{new} بدست می‌آید. فاصله اقلیدسی بین X_{new} و X^* برابر 0.05415 ± 0.0814 بوده و اختلاف بین احتمالات این دو استراتژی از آستانه مجاز، ± 0.05 بیشتر نیست. اما مقاومت X_{new} ، طبق معیار اول، 27% است. یعنی با اعمال اندکی تغییرات روی احتمالات نقطه نش، میزان مقاومت آن تاحدود دو برابر بهبود یافته است. باید توجه داشت که X^* ، تنها نقطه تعادل هم‌بسته این بازی نیز به شمار می‌رود. لذا نمی‌توان در مجموعه نقاط تعادل هم‌بسته، پاسخ مقاومت‌تری را پیدا کرد.

۸- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این مقاله دو معیار جدید برای ارزیابی مقاومت نقاط تعادل نش در حضور عدم قطعیت ارائه شد. با استفاده از این معیارها، می‌توان مقاومت نقاط نش را با هم مقایسه کرده و پاسخهایی را که نسبت به تغییرات سود بازی مقاومت‌تر هستند، انتخاب کرد. هم‌چنین در این مقاله دو روش جدید برای آنالیز مقاومت نقاط تعادل هم‌بسته ارائه شد. روش اول، یک معیار کمی برای محاسبه مقاومت این نقاط بوده و روش دوم، یک معیار نسبی برای مقایسه آنها براساس رفتارشان در حضور عدم قطعیت به شمار می‌رود.

نتایج مثالهای عددی، چند نکته جالب را نشان می‌دهند. اولاً همان‌طور که در نتایج همه مثالها ملاحظه می‌شود، نقاط نش خالص در صورت وجود، مقاومت‌تر از نقاط نش مختلط هستند. در مراجع، همین نتیجه برای مدلهای بازیهای بیزین، بدست آمده است. بنابراین در مورد بازیهای با مقدادیر سود تقریبی، بهتر است در وهله اول به دنبال پاسخهایی با استراتژی خالص باشیم و اگر چنین پاسخهایی وجود نداشت، جستجو برای پاسخهای مختلط را آغاز کنیم. دو مین نکته‌ای که در نتایج مثالهای عددی ملاحظه می‌شود، آن است که در صورت وجود چند نقطه تعادل عددی ملاحظه می‌شود، آن است که در صورت وجود چند نقطه تعادل نش خالص برای یک بازی، آنها بی‌آمد است. پایدار تکاملی هستند، رفتاری مقاومت‌تر از بقیه دارند. همان‌طور که اشاره کردیم، استراتژیهای پایدار تکاملی، پاسخهای بازی تکاملی متناظر یک بازی کلاسیک بوده و زیر مجموعه‌ای از نقاط نش بازی کلاسیک هستند. نتایج مثالهای عددی نشان می‌دهند که در حضور عدم قطعیت، بهتر است به جای بازیهای کلاسیک، از مدلهای مبتنی بر بازیهای تکاملی استفاده کنیم، زیرا این مدلها، پاسخهای کلاسیک فرض بر آن است که بازیکنان بسیار منطقی و تئوری بازیهای کلاسیک در حالیکه در محيطی که با عدم قطعیت همراه است، چنین رفتاری غیر منطقی و غیر عاقلانه خواهد بود! در مدلهای بازیهای تکاملی، بازیکنان با گذشت زمان و با روند مشابه یادگیری تقویتی، یاد می‌گیرند که چگونه رفتار کنند و بنابراین رفتار آنها در برخورد با مسائل دنیای واقعی، منطقی‌تر و قابل اعتمادتر خواهد بود. در

- [20] R. Lung and D. Dumitrescu, "An evolutionary model for solving multi-player non-cooperative games", Proceeding of International Conference on Knowledge Engineering, Romania, pp. 209-216, 2007.
- [21] N. G. Pavlidis, K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, "Computing Nash equilibria through computational intelligence Methods", Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 175, no. 1, pp. 113-136, 2005.
- [22] C. H. Papadimitriou and T. Roughgarden, "Computing correlated equilibria in multi-player games", Journal of the ACM, vol 55, no. 3, 2008.
- [23] R. Nau, G. S. Canovas and P. Hansen, "On the Geometry of Nash Equilibria and Correlated Equilibria", International Journal of Game Theory, vol. 32, no. 4, pp. 443-453, 2003.
- [24] R. Aumann, "Subjectivity and correlation in randomized strategies", Journal of Mathematical Economics, vol. 1, no. 1, pp. 67-96, 1974.
- [25] J. C. Helton and F. J. Davis, "Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems", Reliability Engineering and System Safety, vol. 81, no. 1, pp. 23-69, 2003.
- [26] J.C. Helton, J. D. Johnson, C. J. Sallaberry and C. B. Storlie, "Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis", Reliability Engineering and System Safety, vol. 91, no. 10, pp. 1175-1209, 2006.
- [27] L. Nillson, "Robustness analysis of Fe- models", M.S. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Lund University, Sweden, 2006.
- [28] R. L. Iman, J. M. Davenport and D. K. Zeigler, "Latin hypercube sampling (A Program User's Guide)", Technical Report SAND79-1473, Sandia Laboratories, Albuquerque, 1980.
- [29] J. M. Alexander, Evolutionary Game Theory, Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2003.
- [30] R. D. McKelvey, A. M. McLennan and T. L. Turocy, "Gambit: Software tools for game theory", 2010
- [10] A. Kajii and S. Morris, "The robustness of equilibria to incomplete information", *Econometrica*, vol. 65, no. 6, pp. 1283-1309, 1997.
- [11] S. Morris and T. Ui, "Generalized potentials and robust sets of equilibria", *Journal of Economic Theory*, vol. 124, pp. 45-78, 2005
- [12] S. Hayashi, T. Yamaguchi, N. Yamashita and M. Fukushima "A matrix splitting method for symmetric affine second-order cone complementarity problems", Technical Report 2003-008, Department of Applied Mathematics and Physics, Kyoto University, 2003.
- [13] S. Hayashi, N. Yamashita and M. Fukushima, "Robust Nash Equilibria and second-order complementarity problems", *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, vol. 6, pp. 283-296, 2005.
- [14] R. Nishimura, S. Hayash and M. Fukushima, "Robust Nash equilibria in N-person non-cooperative games: uniqueness and reformulation", *Pacific Journal of Optimization*, vol. 5, pp. 237-259, 2009.
- [15] R. Nishimura, S. Hayashi and M. Fukushima, "Semidefinite complementarity reformulation for robust Nash equilibrium problems with Euclidean uncertainty sets", *Journal of Global Optimization*, pp. 1-14, 2011.
- [16] M. Marinacci, "Ambiguous games", *Games and Economic Behavior*, vol. 31, no. 2, pp. 191-219, 2000.
- [17] M. Aghassi and D. Bertsimas, "Robust game theory", *Mathematical Programming, Series B*, vol. 107, pp. 231-273, 2006.
- [18] M. J. Lizarraga and L. Fridman, "Robust Nash strategies based on integral sliding mode control for a two players uncertain linear affine quadratic game", *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 5, no. 2, pp. 241-251, 2009.
- [19] R. D. McKelvey, "A Liapunov function for Nash equilibria", Technical Report, California Institute of Technology, California, 1991.



طراحی رویتگر مرتبه کاهش یافته غیر متمرکز برای سیستم‌های مقیاس بزرگ در حضور ورودی نامعین

بیژن معاونی^۱، مینا غلامی^۲

^۱ استادیار دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد کنترل، دانشگاه تربیت دیبر شهید رجایی، minagholamii@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۳/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۶/۳۱)

چکیده: در این مقاله روشی نوین برای طراحی رویتگر مرتبه کاهش یافته غیر متمرکز برای سیستم‌های دینامیکی مقیاس بزرگ با ورودی نامعین مطرح می‌گردد. در روش پیشنهادی، سیستم مقیاس بزرگ با استفاده از تبدیل‌های مناسب به تعدادی زیر سیستم شامل ترم های تداخلی تجزیه گشته و در معادلات دینامیکی حاصل هر زیر سیستم حذف خواهد گردید، لذا در تخمین متغیرهای حالت به تبادل اطلاعات مابین زیر سیستم‌ها نیازی نخواهد بود. در این مقاله، با برقراری شرط وجودی یک رویتگر پایدار با ورودی نامعین برای هر زیر-سیستم و با استفاده از تحلیل دینامیک خطای تخمین، همگرایی خطای تخمین به سمت صفر تضمین گشته و رویتگرهای غیر متمرکز مرتبه کاهش یافته پایداری طراحی می‌شود. در انتها با ارائه مثال عددی و انجام شبیه سازی، عملکرد مطلوب رویتگر پیشنهادی تحلیل و بررسی خواهد گشت.

کلمات کلیدی: سیستم مقیاس بزرگ، رویتگر غیر متمرکز، رویتگر مرتبه کاهش یافته، رویتگر با ورودی نامعین.

Decentralized Reduced Order Observer Design for Large-Scale Plants with Unknown Inputs

Bijan Moaveni, Mina Gholami

Abstract: In this paper, we propose a new method to design a decentralized reduced order observer for large scale plants with unknown inputs. In this approach, large scale plant is decomposed into several subsystems with interconnected terms, then interconnected terms will be eliminated by using the appropriate transformations in new form of dynamical equation of each subsystem. Based on this method, states estimation doesn't require exchanging information between the subsystems. Here, if plant satisfies the existence condition for designing stable observer with unknown input (UIO), we use estimation error dynamic and negative definite to provide the observer convergence. Finally, effectiveness of the method is shown by using a numerical example and corresponding simulation.

Key words: Large Scale Plant, Decentralized Observer, Reduce Order Observer, Unknown Input Observer.

پیجیده، بسیار حائز اهمیت است که دلایل آن بر مهندسین و محققین حوزه مهندسی کنترل پوشیده نیست [۲]. برای کنترل یک سیستم ابعاد وسیع در روش‌های مبتنی بر فیدبک متغیرهای حالت، به اطلاعات تمامی متغیرهای حالت نیاز است [۳-۴]، این در حالی است که در سیستم‌های

۱- مقدمه

سیستم‌های مقیاس بزرگ را در سیستم‌های مختلفی از قبیل سیستم‌های الکترونیکی، فرآیندهای صنعتی و سیستم‌های حمل و نقل و ارتباطی می-توان یافت [۱]. مفهوم کنترل غیر متمرکز در سیستم‌های ابعاد وسیع و

معادله فضایی حالت یک سیستم دینامیکی مقیاس بزرگ با ورودی نامعین به صورت (۱) است.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{D}v(t) \\ \bar{y} &= \bar{C}\bar{x}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

که $\bar{x} \in R^n$, $u \in R^m$, $v \in R^q$ و $\bar{y} \in R^p$ به ترتیب بردارهای حالت، ورودی نامعین، ورودی نامعین و خروجی می‌باشند. همچنین ماتریس‌های $\bar{C}, \bar{D}, \bar{B}, \bar{A}$ ثابت و دارای ابعاد مناسب هستند. سیستم (۱) شامل N زیر سیستم می‌باشد که به منظور سادگی از تجزیه سیستم مقیاس بزرگ در حضور ورودی‌های معین و نامعین با ساختارهای زیر استفاده می‌شود که شرایط و/یا تجزیه محدود کننده‌ای نیست و با بکارگیری تبدیل همانندی مناسب می‌توان به آن دست یافت [۱۶].

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \dots & \bar{A}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{A}_{N1} & \dots & \bar{A}_{NN} \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \bar{B}_N \end{bmatrix} \\ \bar{C} &= \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \\ \vdots \\ \bar{C}_N \end{bmatrix}, \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} \bar{D}_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \bar{D}_N \end{bmatrix} \end{aligned}$$

در واقع سیستم مذکور در دسته سیستم‌های چند ورودی و چند خروجی با تعداد زیاد متغیرهای حالت، قرار می‌گیرد. برای سادگی محاسبات طراحی رویتگر و کنترل کننده در چنین سیستم‌هایی، بطور معمول از تجزیه سیستم‌های ابعاد وسیع استفاده می‌شود. بنابراین سیستم ابعاد وسیع به تعدادی زیر سیستم با ترمهای تداخلی (اثر زیر سیستم‌های دیگر در هر زیر سیستم) تجزیه می‌شود، سپس با استفاده از برقراری شرایط لازم که در قسمت‌های بعدی مطرح می‌گردد، برای هر زیر سیستم در حضور ورودی نامعین، رویتگری مرتبه کاهش یافته با ساختار مشخص طراحی خواهد شد. فرض بر آن است که سیستم چند متغیره مذکور رویت پذیر و پایدار بوده و \bar{D} دارای رتبه کامل ستونی است. برای تجزیه سیستم ابعاد وسیع، متغیرهای حالت را می‌توان به دو بخش کلی تقسیم نمود، $\bar{x}_i(t)$ بردار متغیر حالت زیر سیستم i و $\bar{x}_{i+1}^R(t)$ بردار متغیر حالت $N-1$ زیر سیستم باقیمانده در نظر گرفته می‌شوند، از این رو در معادله فضایی حالت زیر سیستم N ، بردار متغیر حالت زیر سیستم‌های باقیمانده معرف ترم‌های تداخلی می‌باشد.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_i(t) \\ \dot{\bar{x}}_i^R(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{ii} & \bar{A}_{iR} \\ \bar{A}_{Ri} & \bar{A}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_i(t) \\ \bar{x}_i^R(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \bar{B}_i & 0 \\ 0 & \bar{B}_i^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i(t) \\ u_i^R(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{D}_i & 0 \\ 0 & \bar{D}_i^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i(t) \\ v_i^R(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} \bar{C}_i & \bar{C}_i^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_i(t) \\ \bar{x}_i^R(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

واقعی، اندازه گیری تمام متغیرهای حالت امکان پذیر و اقتصادی نیست. بنابراین طراحی رویتگرها در این دسته از سیستم‌ها از اهمیت و جایگاه ویژه‌ای برخوردار می‌باشند. این امر از آن رو بسیار مهم می‌نماید که مساله طراحی و اجرای رویتگرهای متقرکز در این دسته از سیستم‌ها با چالش‌های مختلفی مواجه است [۵]. لذا محققین و مهندسین حوزه کنترل به دنبال طراحی رویتگرهای غیر متقرکز برای تخمین متغیرهای حالت زیر سیستم‌ها در کنترل سیستم‌های مقیاس بزرگ می‌باشند [۶-۱۱]. از مزایای دیگر رویتگرهای غیر متقرکز این است که در تجزیه سیستم‌های ابعاد وسیع، به گونه‌ای اثر تداخلی زیر سیستم‌ها حذف می‌گردد که این امر خود موجب سادگی در محاسبات و عدم نیاز به مبارله اطلاعات مابین زیر سیستم‌ها می‌باشد [۷-۸] [۱].

نکته قابل توجه که در طراحی و بکارگیری رویتگرها در عمل حائز اهمیت است، حضور ورودی‌های نامعین از جمله نویز و اغتشاش در سیستم‌های واقعی است. این امر اجتناب ناپذیر، بکارگیری رویتگرهای متداول (که از اطلاعات تمامی ورودی‌ها جهت تخمین متغیرهای حالت استفاده می‌کنند) را با مشکل جدی مواجه خواهد نمود. لذا استفاده از رویتگرهای با ورودی نامعین در موارد کاربردی بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است [۹-۱۱]. از سوی دیگر لازم به ذکر است که از کاربردهای عمدۀ رویتگرهای با ورودی نامعین، استفاده از ایده این دسته از رویتگرها در طراحی رویتگر های غیر متقرکز است [۱۵-۱۲]. در [۲] روشی ساده برای طراحی رویتگر غیر متقرکز با ورودی نامعین، با توجه به ساختار ویژه سیستم دینامیکی و تجزیه ماتریس ورودی نامعین، در صورت برقراری شرایط وجودی، پیشنهاد شده است. در این روش ترم‌های تداخلی به گونه‌ای تجزیه شده که به صورت ورودی نامعین در نظر گرفته می‌شوند، سپس با استفاده از تبدیل های همانندی اثر ورودی نامعین را در تعدادی از متغیرهای حالت از بین برد و در نتیجه رویتگر مرتبه کاهش یافته‌ای برای این دسته از حالت‌ها طراحی می‌شود. در [۱۶] با توجه به ساختار دینامیکی سیستم مقیاس بزرگ و برقراری شرایط ضروری با استفاده از قطری سازی و تبدیل‌های بکار برده شده، رویتگر غیر متقرکز طراحی شده است. در [۹] نیز طراحی رویتگر مرتبه کاهش یافته غیر متقرکز با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) پیشنهاد شده است. در [۱۷-۱۹] نیز طراحی رویتگر با استفاده از LMI در جهت کنترل غیر متقرکز صورت گرفته است.

در این مقاله به طراحی یک رویتگر غیر متقرکز مرتبه کاهش یافته خواهیم پرداخت که مزیت آن نسبت به روش‌های پیشین در ایجاد معادلات و روابط ماتریسی ساده در طراحی رویتگر است. در روند طراحی رویتگر پیشنهادی، از معیار پایداری لیپانوف و LMI به منظور اثبات پایداری دینامیک خطای تخمین در طراحی رویتگر استفاده شده است.

۲-آماده سازی مسئله

باتوجه به ابعاد T_{iR} ، اگر و فقط اگر $p > n - n_i$ باشد، T_{iR} وجود خواهد داشت. بنابراین شرط لازم برای وجود رویتگرهای محلی این است که تعداد خروجی‌های اندازه‌گیری شده بیشتر از تعداد متغیرهای حالت تداخلی در هر زیر سیستم باشد.

در [۲۱] نیز برای ساده شدن محاسبات در طراحی رویتگر، تبدیل زیر پیشنهاد شده است.

$$S_i = [\text{null}(\tilde{C}_i) \quad \tilde{C}_i^+] \quad (13)$$

که \tilde{C}_i^+ معکوس تعمیم یافته ماتریس \tilde{C}_i می‌باشد. با توجه به این تبدیل همانندی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_{ii}x_i(t) + B_iu_i(t) + D_iv_i(t) + G_iy \\ y_i &= C_ix_i(t) \end{aligned} \quad (14)$$

ماتریس‌های بکاربرده شده در (۱۴) عبارتند از:

$$\begin{aligned} A_i &= S_i^{-1}\tilde{A}_iS_i = \begin{bmatrix} A_{i11} & A_{i12} \\ A_{i21} & A_{i22} \end{bmatrix} \\ B_i &= S_i^{-1}\bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_{i1} \\ B_{i2} \end{bmatrix} \\ C_i &= \tilde{C}_i \times S_i = \begin{bmatrix} 0 & I_{p_i} \end{bmatrix} \\ D_i &= S_i^{-1}\bar{D}_i = \begin{bmatrix} D_{i1} \\ D_{i2} \end{bmatrix} \\ G_i &= S_i^{-1}\bar{G}_i \end{aligned} \quad (15)$$

$, A_{i12} \in R^{(n_i-p_i) \times p_i}, A_{i21} \in R^{p_i \times (n_i-p_i)}, A_{i11} \in R^{(n_i-p_i) \times (n_i-p_i)}$ که $, D_{i2} \in R^{p_i \times q_i}, B_{i2} \in R^{p_i \times m_i}, B_{i1} \in R^{(n_i-p_i) \times n_i}, A_{i22} \in R^{p_i \times p_i}$ می‌باشد. $C_i \in R^{p_i \times n_i}$ و $G_i \in R^{n_i \times p_i}$ و $D_{i1} \in R^{(n_i-p_i) \times q_i}$ می‌باشد.

۳- طراحی رویتگر مرتبه کاهش یافته برای هر زیر سیستم

برای زیر سیستم رویت پذیر (۱۴)، دینامیک رویتگر مرتبه کاهش یافته با ورودی نامعین از مرتبه $n_i - p_i$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{z}_i(t) = N_i z_i(t) + J_i u_i(t) + L_{i1} y_i(t) + L_{i2} y(t) \quad (1-16)$$

$$\hat{x}_i(t) = F_i z_i(t) - E_i y_i(t) \quad (2-16)$$

همچنین خطای تخمین در زیر سیستم نام به صورت (۱۷) است.

$$e_i(t) = z_i(t) - R_i x_i(t) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} , J_i &\in R^{(n_i-p_i) \times m_i} & , N_i &\in R^{(n_i-p_i) \times (n_i-p_i)} & \text{که} \\ , R_i &\in R^{(n_i-p_i) \times n_i} & , L_{i2} &\in R^{(n_i-p_i) \times p} & , L_{i1} \in R^{(n_i-p_i) \times p_i} \end{aligned}$$

لذا معادله فضای حالت زیر سیستم نام را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\dot{\bar{x}}_i = \bar{A}_{ii}\bar{x}_i(t) + \bar{A}_{iR}\bar{x}_i^R(t) + \bar{B}_i u_i(t) + \bar{D}_i v_i(t) \quad (4)$$

$$\bar{y}(t) = \bar{C}_i \bar{x}_i(t) + \bar{C}_{iR} \bar{x}_i^R(t) \quad (5)$$

که $\bar{y} \in R^P$ و $v_i \in R^{q_i}, u_i \in R^{m_i}, \bar{x}_i^R \in R^{n-n_i}$ $\bar{x}_i \in R^{n_i}$ می‌باشد. در اینجا هدف حذف ترم‌های تداخلی ما بین زیر سیستم‌ها با استفاده از تبدیلی مناسب است. برای دست یابی به فرم مناسب هر زیر سیستم به روش زیر می‌توان عمل کرد. با توجه به (۴)، برای حذف اثر تداخلی زیر سیستم‌های دیگر در زیر سیستم مذکور، باید در $(\bar{x}_i^R(t))$ تغییراتی اعمال گردد، در [۱۶] از ماتریس زیر برای از بین بردن اثر تداخل زیر سیستم‌ها در (۴) استفاده شده است.

$$T_i = [\bar{C}_i^R \quad Q_i] \quad (6)$$

که $(Q_i \in R^{P \times (p-(n-n_i))})$ می‌باشد، در صورتی که \bar{C}_i^R دارای رتبه کامل ستوانی باشد با انتخاب $(\bar{C}_i^R)^T$ می‌توان ناویذه بودن T_i را تضمین نمود، بنابراین $T_i^{-1} T_i = I$ را می‌توان به فرم زیر در نظر گرفت:

$$T_i^{-1} = \begin{bmatrix} T_{ii} \\ T_{iR} \end{bmatrix} \quad (7)$$

که $T_{iR} \in R^{(p-(n-n_i)) \times P}$ و $T_{ii} \in R^{(n-n_i) \times P}$ می‌باشد. از طرفی می‌دانیم که:

$$\begin{aligned} T_i^{-1} T_i &= I \Rightarrow \begin{bmatrix} T_{ii} \\ T_{iR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_i^R & Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{ii} \bar{C}_i^R & T_{ii} Q_i \\ T_{iR} \bar{C}_i^R & T_{iR} Q_i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

با توجه به (۸) و (۵) رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$\begin{aligned} T_{ii} \bar{y}(t) &= T_{ii} \bar{C}_i \bar{x}_i(t) + \bar{x}_i^R(t) \Rightarrow \\ \bar{x}_i^R(t) &= T_{ii} \bar{y}(t) - T_{ii} \bar{C}_i \bar{x}_i(t) \end{aligned} \quad (9)$$

$$T_{iR} \bar{y}(t) = T_{iR} \bar{C}_i \bar{x}_i(t) \quad (10)$$

با استفاده از (۹) در (۴) به معادله فضای حالت زیر برای زیر سیستم نام می‌توان دست یافت:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_i &= \tilde{A}_{ii} \bar{x}_i(t) + \bar{B}_i u_i(t) + \bar{D}_i v_i(t) + \bar{G}_i y \\ \tilde{y}_i &= \tilde{C}_i \bar{x}_i(t) \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{ii} &= \bar{A}_{ii} - \bar{A}_{iR} T_{ii} \bar{C}_i \\ \bar{G}_i &= \bar{A}_{iR} T_{ii} \\ \tilde{C}_i &= T_{iR} \bar{C}_i \end{aligned} \quad (12)$$

همچنین ماتریس R_i لازم است در رابطه (۱-۲۰) صدق نماید، به این منظور ابتدا ماتریس R_i به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$R_i = [R_{i1} \quad R_{i2}] \quad (25)$$

که $R_{i2} \in R^{(n_i-p_i) \times p_i}$ ، $R_{i1} \in R^{(n_i-p_i) \times (n_i-p_i)}$ است. لذا رابطه (۱-۲۰) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} N_i R_i - R_i A_i &= -L_{i1} C_i \rightarrow \\ N_i [R_{i1} &\quad R_{i2}] - [R_{i1} \quad R_{i2}] \begin{bmatrix} A_{i11} & A_{i12} \\ A_{i21} & A_{i22} \end{bmatrix} = -L_{i1} (0 \quad I_{p_i}) \\ \Rightarrow [N_i R_{i1} &\quad N_i R_{i2}] \\ - [R_{i1} A_{i11} + R_{i2} A_{i21} &\quad R_{i1} A_{i12} + R_{i2} A_{i22}] \\ = (0 &\quad -L_{i1}) \end{aligned} \quad (26)$$

با توجه به (۲۶) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} N_i R_{i1} - R_{i1} A_{i11} - R_{i2} A_{i21} &= 0 \rightarrow \\ N_i = (R_{i1} A_{i11} + R_{i2} A_{i21}) R_{i1}^{-1} & \end{aligned} \quad (27)$$

$$L_{i1} = R_{i1} A_{i12} + R_{i2} A_{i22} - N_i R_{i2} \quad (28)$$

از سوی دیگر شرط لازم و کافی برای همگرایی خطای تخمین متغیرهای حالت، منفی معین بودن ماتریس N_i می‌باشد. به منظور استفاده از آن در فرآیند طراحی معادله لیاپانوفی به صورت (۲۹) برای آن تشکیل داده شده است.

$$N_i^T P_i + P_i N_i < 0 \Rightarrow \text{if } N_i < 0 \quad (29)$$

اگر $N_i < 0$ باشد آنگاه می‌توان $P_i > 0$ را یافت تا شرایط پایداری لیاپانوف برقرار باشد. P_i ماتریس معین مثبت می‌باشد، از این‌و باشد معین منفی یا نیمه معین منفی بودن N_i را بررسی نمود. از رابطه (۲۹) داریم:

$$\begin{aligned} ((R_{i1} A_{i11} + R_{i2} A_{i21}) R_{i1}^{-1})^T P_i \\ + P_i ((R_{i1} A_{i11} + R_{i2} A_{i21}) R_{i1}^{-1}) &< 0 \\ (R_{i1} A_{i11} R_{i1}^{-1})^T P_i + P_i (R_{i1} A_{i11} R_{i1}^{-1}) \\ + (R_{i2} A_{i21} R_{i1}^{-1})^T P_i + P_i (R_{i2} A_{i21} R_{i1}^{-1}) &< 0 \end{aligned} \quad (30)$$

با تعریف دو متغیر زیر:

$$\begin{aligned} (R_{i1} A_{i11} R_{i1}^{-1})^T P_i + P_i (R_{i1} A_{i11} R_{i1}^{-1}) &= n_1 \\ (R_{i2} A_{i21} R_{i1}^{-1})^T P_i + P_i (R_{i2} A_{i21} R_{i1}^{-1}) &= n_2 \end{aligned} \quad (31)$$

برای برقراری شرط پایداری لیاپانوف در (۳۰) می‌توان حالت‌های زیر را بررسی نمود. به فرض پایداری هر زیر سیستم (A_{i11}) صرف‌نظر از علامت R_{i1} ، همواره n_1 معین منفی می‌باشد. در نتیجه $P_i > 0$ را می‌توان از معادله لیاپانوف زیر بدست آورد.

$$(R_{i1} A_{i11} R_{i1}^{-1})^T P_i + P_i (R_{i1} A_{i11} R_{i1}^{-1}) = n_1 < 0 \quad (32)$$

$$\begin{aligned} E_i \in R^{n_i \times p_i}, F_i \in R^{n_i \times (n_i-p_i)}, B_{i2} \in R^{p_i \times m_i} \\ G_i \in R^{n_i \times p_i} \text{ می‌باشد. لذا دینامیک خطای با استفاده از روابط (۱۴)،} \\ \text{و (۱۷) عبارت است از:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= \dot{z}_i(t) - R_i \dot{x}_i(t) = N_i z_i(t) + J_i u_i(t) + L_{i1} y_i(t) \\ &+ L_{i2} y(t) - R_i A_{ii} x_i(t) \\ &- R_i B_i u_i(t) - R_i D_i v_i(t) - R_i G_i y = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

که آنرا می‌توان به صورت زیر مرتب و بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= N_i e_i(t) + (N_i R_i - R_i A_i + L_{i1} C_i) x_i(t) \\ &+ (J_i - R_i B_i) u_i(t) + (L_{i2} - R_i G_i) y - R_i D_i v_i(t) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

حال به منظور همگرایی مجانبی خطای به سمت صفر، لازم است معادلات (۲۰) برقرار بوده و همچنین ماتریس مربوطی N_i دارای مقداری ویژه با قسمت حقیقی منفی باشد.

$$N_i R_i - R_i A_i = -L_{i1} C_i \quad (1-۲۰)$$

$$R_i B_i = J_i \quad (۲-۲۰)$$

$$R_i G_i = L_{i2} \quad (۳-۲۰)$$

$$R_i D_i = 0 \quad (۴-۲۰)$$

از سوی دیگر برای تخمین متغیرهای حالت x_i که هدف اصلی این مقاله است می‌توان خطای تخمین متغیرهای حالت را به فرم زیر بازنویسی نموده و مساوی صفر قرار داد.

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t) - x_i(t) &= F_i z_i(t) - E_i y_i(t) - x_i(t) = \\ F_i z_i(t) - E_i C_i x_i(t) - x_i(t) + F_i R_i x_i(t) - F_i R_i x_i(t) &= \\ F_i (z_i(t) - R_i x_i(t)) + (F_i R_i - F_i R_i - I_{n_i}) x_i(t) &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

با توجه به (۲۱) می‌توان ماتریس‌های بکار برده شده در تخمین x_i باید ضریب بردار متغیر حالت را صفر نموده که به همین منظور:

$$\begin{aligned} F_i e_i(t) + (F_i R_i - E_i C_i - I_{n_i}) x_i(t) &= 0 \\ \rightarrow F_i R_i - E_i C_i - I_{n_i} &= 0 \rightarrow \begin{bmatrix} F_i & E_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_i \\ -C_i \end{bmatrix} = I_{n_i} \end{aligned} \quad (22)$$

با توجه به (۲۲) می‌توان ماتریس‌های بکار برده شده در تخمین x_i را به سادگی و با محاسبات ساده‌تر ولی به شرط مشخص بودن ماتریس R_i بدست آورد. به عبارت دیگر لازم است:

$$\begin{bmatrix} F_i & E_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_i \\ -C_i \end{bmatrix}^{-1} \quad (23)$$

بدیهی است شرط برقراری رابطه (۲۳) کامل بودن رتبه ماتریس R_i می‌باشد. از سوی دیگر برای محاسبه R_i ، با توجه به رابطه (۴-۲۰) داریم:

$$R_i D_i = 0 \Rightarrow R_i = \text{null}(D_i) \quad (24)$$

-۸ برای تضمین پایداری خطأ، معادله لیپانوف (۲۹) در نظر گرفته شده است، در صورتی که $A_{i21} < 0$ و $(D_{i1}^+(D_{i2}^+))A_{i21} < 0$ ، آنگاه

$$N_i \text{ ماتریسی منفی معین بوده و زمانی که } N_i \geq 0 \text{ در صورت برقراری (۳۵)، منفی معین بدست خواهد آمد.}$$

-۹ در صورت پایداری N_i با استفاده از R_i ، ماتریس‌های J_i در

$$(۲-۲۰) \text{ و } L_{i2} \text{ در (۳-۲۰) و } L_{i1} \text{ در (۲۸) محاسبه می‌شوند.}$$

-۱۰ با استفاده از (۲۳) می‌توان تخمین متغیر حالت زیر سیستم ثام در (۲-۱۶) را محاسبه نمود.

از آنجا که علامت R_{i1} نامعین می‌باشد به منظور برقراری تابع لیپانوف مذکور علامت ماتریس n_2 را بررسی می‌نماییم، با توجه به (۲۴) می‌توان رابطه زیر را در نظر گرفت [۲۱].

$$R_{i1}D_{i1} + R_{i2}D_{i2} = 0 \rightarrow \quad (۳۳)$$

$$R_{i2} = (-R_{i1}D_{i1})(D_{i2}^+) + k_i(I_{p_i} - D_{i2}D_{i2}^+)$$

$$\begin{aligned} n_2 = & ((-R_{i1}D_{i1})(D_{i2}^+)A_{i21}R_{i1}^{-1})^T P_i \\ & + P_i((-R_{i1}D_{i1})(D_{i2}^+)A_{i21}R_{i1}^{-1}) < 0 \end{aligned} \quad (۳۴)$$

برای برقراری (۳۴) باید علامت $\beta_i = (-D_{i1})(D_{i2}^+)A_{i21}$ را بررسی نمود، اگر ماتریس $(-D_{i1})(D_{i2}^+)A_{i21}$ معین منفی یا نیمه معین منفی باشد، رابطه (۳۰) برقرار بوده به عبارتی مجموع دو ماتریس معین منفی بطور حتم معین منفی می‌باشد [۲۲]. اگر ماتریس $(-D_{i1})(D_{i2}^+)A_{i21}$ معین مثبت یا نیمه معین مثبت (شامل مقادیر ویژه با قسمت حقیقی مثبت یا صفر) باشد و در صورت برقراری رابطه (۳۵)، n_2 به طور حتم معین منفی بوده و معادله لیپانوف ذکر شده برقرار می‌باشد. σ بردار شامل مقادیر ویژه هر ماتریس است.

$$|\sigma_{\beta_i}| < |\sigma_{A_{i11}}| \quad (۳۵)$$

۱-۳- الگوریتم طراحی

بر اساس مطالب و معادلات ارائه شده در بخش پیشین، امکان جمع بندی روند طراحی رویتگر بر اساس الگوریتم زیر ممکن خواهد بود:

-۱ بررسی پایداری و رویت پذیری سیستم ابعاد وسیع با ساختار مطرح شده در (۱)، همچنین \bar{D} باید دارای رتبه ستونی کامل باشند.

-۲ دسته بندی متغیرهای حالت سیستم (۱) و رسیدن به رابطه های (۴) و (۵) برای زیر سیستم ثام.

-۳ در صورتی که تعداد خروجی‌های اندازه گیری شده بیشتر از تعداد متغیرهای حالت تداخلی باشد، با استفاده از ماتریس (۶) و معکوس آن به معادله (۱۱) برای هر زیر سیستم خواهیم رسید.

-۴ به منظور ساده نمودن محاسبات با استفاده از تبدیل (۱۲)، رابطه (۱۴) برای هر زیر سیستم حاصل می‌گردد.

-۵ رویتگر مرتبه کاهش یافته (۱۶) با توجه به پایداری و رویت پذیری (۱۴) در نظر گرفته می‌شود.

-۶ با توجه به تعریف خطای تخمین در (۱۷) و حل معادلات مربوط به صفر شدن آن که در روابط (۱-۲۰) تا (۴-۲۰) مشخص شده است، با در نظر گرفتن (۴-۲۰)، R_i طبق (۲۴) محاسبه می‌شود.

-۷ سپس ماتریس N_i طبق (۲۷) محاسبه می‌شود.

با توجه به پایداری و رویت پذیری سیستم و کامل بودن رتبه ستونی ماتریس \bar{D} امکان طراحی رویتگر با ورودی نامعین مورد نظر مطابق با الگوریتم پیشنهادی در بخش ۱-۳ وجود دارد. در گام اول سیستم اصلی را به دو زیر سیستم تقسیم نموده، که هر زیر سیستم شامل سه متغیر حالت C_i می‌باشد. با توجه به رویت پذیری هر زیر سیستم و رتبه ماتریس i برای هر زیر سیستم یک رویتگر مرتبه کاهش یافته از مرتبه ۲ با استفاده الگوریتم ارائه شده در بالا طراحی می‌شود. حالت‌های تخمین زده شده و خطای تخمین برای هر زیر سیستم با در نظر گرفتن ورودی نامعین به صورت پله واحد در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است. همچنین شکل‌های ۳ و ۴ نشان دهنده مقایسه روش پیشنهادی و روش طراحی رویتگر لیونبرگر [۲۳] می‌باشد، با توجه به شیوه سازی‌های انجام شده رویتگر لیونبرگر در این گونه از سیستم‌ها کارایی لازم را ندارد.

$$\bar{x}_2(0) = [0 \ 1 \ 3]^T$$

$$x_2(0) = \text{inv}(S_2) \times \bar{x}_2(0) = [2.5774 \ 1.4226 \ -1.1547]^T$$

با استفاده از روش مطرح شده، معادله روینگر مرتبه کاهش یافته برای زیر سیستم‌های اول و دوم عبارت است از:

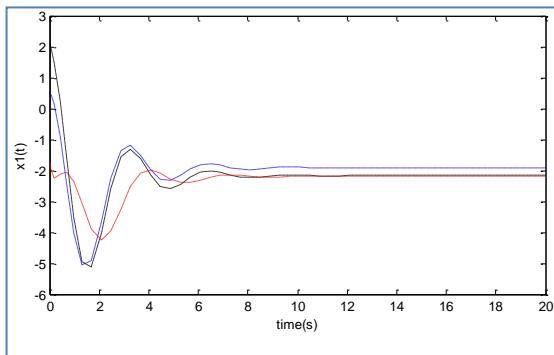
$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= \begin{bmatrix} -1.6463 & -3.1833 \\ 0.4892 & -1.6678 \end{bmatrix} z_1(t) + \begin{bmatrix} 0.8584 \\ 1.1239 \end{bmatrix} u_1(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0.2980 \\ 0.3349 \end{bmatrix} y_1(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1.0275 & 2.0792 & -2.4233 & -0.3441 \\ -0.5178 & 0.4763 & -0.863 & 0.3867 \end{bmatrix} y(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2(t) &= \begin{bmatrix} 0.2010 & 1.2798 \\ -1.5168 & -2.8460 \end{bmatrix} z_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_2(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0.1279 \\ -0.1024 \end{bmatrix} y_2(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} -0.9466 & -0.1735 & 0.7732 & -2.0241 \\ 0.6818 & 0.0412 & -0.6405 & 1.1919 \end{bmatrix} y(t) \end{aligned}$$

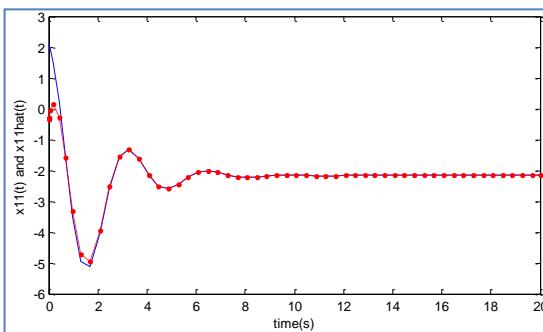
شرایط اولیه روینگر های مرتبه کاهش یافته زیر سیستم‌های مورد نظر به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$z_1(0) = [1 \ -1]^T$$

$$z_2(0) = [0 \ 1]^T$$



الف-نمایش متغیر های حالت زیر سیستم اول از مرتبه ۳



ب-نمایش اولین متغیر حالت زیر سیستم اول به همراه تخمین آن توسط روینگر از مرتبه ۲ با ورودی نا معین

تبدیل های ماتریسی قابل استفاده برای دست یابی به معادله فضای حالت

مطلوب زیر سیستم اول عبارتند از:

$$T_1 = [\bar{C}_1^R \quad Q_1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5774 \\ 1 & 0 & 0 & 0.5774 \\ 1 & 0 & 1 & 0.5774 \end{bmatrix}$$

$$, \quad S_1 = \begin{bmatrix} 0.8165 & -0.4082 & 0.2887 \\ -0.1266 & 0.5633 & 0.5774 \\ 0.5633 & 0.7184 & -0.2887 \end{bmatrix}$$

با استفاده از T_1^{-1} و S_1^{-1} به معادله زیر برای زیر سیستم اول دست خواهیم یافت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \begin{bmatrix} -2.9207 & 0.8 & -0.2096 \\ -1.51 & -0.5828 & -0.0727 \\ 2.9345 & 0.2735 & -0.48 \end{bmatrix} x_1(t) + \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1.3798 \\ 0.3101 \\ 0 \end{bmatrix} u_1(t) + \begin{bmatrix} -0.1266 \\ 0.5633 \\ 1.1547 \end{bmatrix} v_1(t) + \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0.0956 & 1.4225 & -1.8366 & -0.4142 \\ 0.5422 & 1.1521 & -1.6633 & -0.5113 \\ -1.5127 & -1.4241 & 0.6947 & -0.7294 \end{bmatrix} y \end{aligned}$$

$$y_1 = [0 \ 0 \ 1] x_1(t)$$

شرایط اولیه زیر سیستم اول به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\bar{x}_1(0) = [1 \ -1 \ 2]^T$$

$$x_1(0) = \text{inv}(S_1) \times \bar{x}_1(0) = [2.0696 \ 0.4652 \ -1.7321]^T$$

تبدیل های ماتریسی قابل محاسبه برای زیر سیستم دوم عبارتند از:

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5774 \\ 1 & 1 & 0 & -0.5774 \\ 0 & 1 & 0 & 0.5774 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

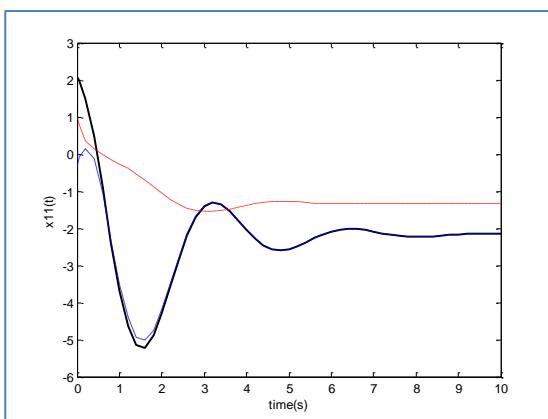
$$S_2 = \begin{bmatrix} 0.5774 & -0.5774 & 0.5774 \\ 0.2113 & 0.7887 & 0.5774 \\ 0.7887 & 0.2113 & -0.5774 \end{bmatrix}$$

در نتیجه :

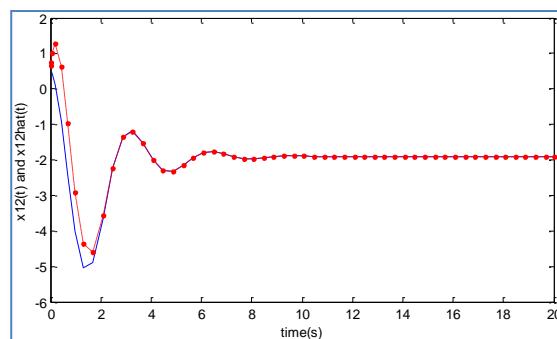
$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \begin{bmatrix} -2.3541 & -2.1617 & 1.2366 \\ 1.6084 & -0.4026 & -1.0634 \\ 0.3641 & -1.9692 & -0.9 \end{bmatrix} x_2(t) + \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0.7887 \\ 0.2113 \\ 1.1547 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0.7887 \\ 0.2113 \\ 1.1547 \end{bmatrix} v_2(t) + \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1.0869 & 0.2115 & -0.8754 & 1.0808 \\ -0.9069 & -0.1215 & 0.7854 & -2.1408 \\ 0.8987 & 0.3252 & -0.5735 & 0.5543 \end{bmatrix} y \end{aligned}$$

$$y_2 = [0 \ 0 \ 1] x_2(t)$$

و شرایط اولیه برای زیر سیستم دوم عبارت است از:



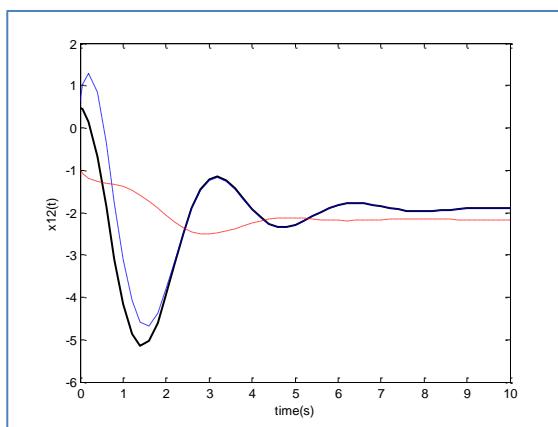
الف-نمایش اولین متغیر حالت زیر سیستم اول با استفاده از روش پیشنهادی و رویتگر لیونبرگر



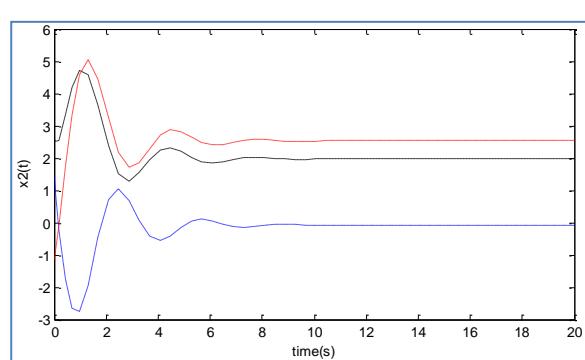
ج-نمایش دومین متغیر حالت زیر سیستم اول به همراه تخمین آن

شکل ۱- رویتگر غیر متمرکز با ورودی نامعین برای زیرسیستم اول

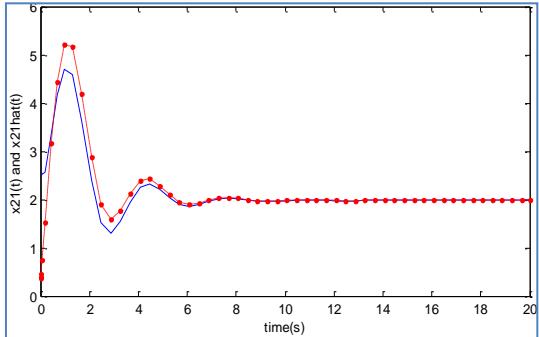
(خط توپر: متغیر حالت و خط-نقطه: تخمین متغیر حالت)



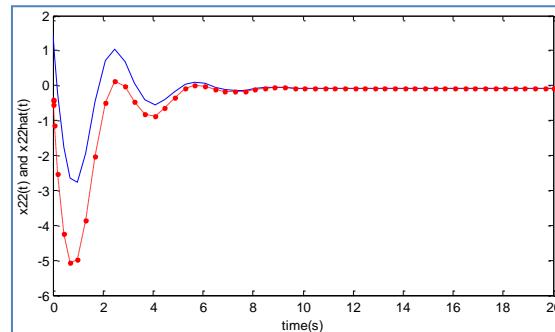
ب-نمایش دومین متغیر حالت زیر سیستم اول با استفاده از روش پیشنهادی و رویتگر لیونبرگر



الف-نمایش متغیرهای حالت زیر سیستم دوم از مرتبه ۳



ب-نمایش اولین متغیر حالت زیر سیستم دوم به همراه تخمین آن توسط رویتگر از مرتبه ۲ با ورودی نامعین



ج-نمایش دومین متغیر حالت زیر سیستم دوم به همراه تخمین آن

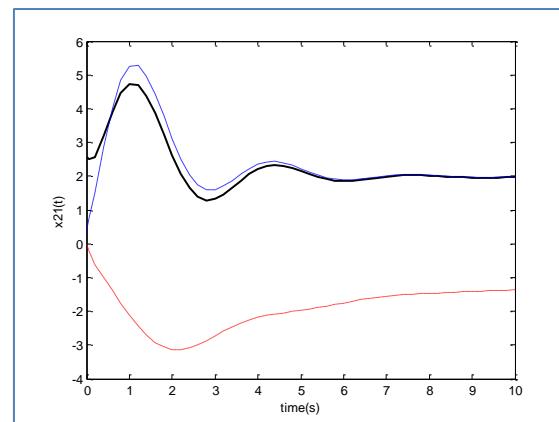
شکل ۲- رویتگر غیر متمرکز با ورودی نامعین برای زیرسیستم دوم

(خط توپر: متغیر حالت و خط-نقطه: تخمین متغیر حالت)

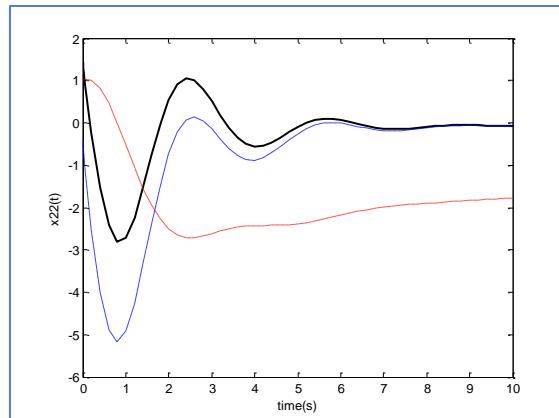
- [1] Y. Zhu and P. R. Pagilla, "decentralized output feedback control of a class of large-scale interconnected systems," IMA. Journal of Mathematical Control and Information, vol. 24, pp. 57-69, 2007.
- [2] M. Saif and Y. Guan, "Decentralized state estimation in large-scale interconnected dynamical systems," IEEE Automatica, Vol. 28, No. 1, pp. 215-219, 1992.
- [3] J. T. Spooner and K. M. Passino, "Decentralized adaptive control of nonlinear systems using radial basis neural networks," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 44, No. 11, pp. 2050-2057, 1999.
- [4] S. N. Huang, K. K. Tan and T. H. Lee, "A decentralized control of interconnected systems using neural networks," IEEE Trans. Neural Netw, Vol. 13, No. 6, pp. 1554-1557, 2002.
- [5] K. Kalsi and J. Lian and S. H. Zak, "Decentralized control using reduced-order unknown input observers," IEEE Conference on Decision and Control, 2008.

- [12] D. D. Siljackson and M. B. Vukcevic, "Decentralization stabilization and estimation of large- scale linear systems," IEEE Trans. Aut. Control, Vol. 21, No.3, pp. 363-366, 1976.
- [13] D. D. Siljackson and M. K. Vukcevic, "On decentralized estimation," Int. J. Control., Vol. 27, pp. 113-131, 1978.
- [14] M. K. Sundareshan, "Decentralized observation in large scale systems," IEEE Trans. Syst. Man Cybern, Vol. 7, pp. 863-867, 1977.
- [15] M. K. Sundareshan and R. M. Elbanna, "Design of decentralized observation schemes for large scale systems: some new result," Automatica, Vol. 26, No. 4, pp. 789-796, 1990.
- [16] M. Aldeen and J. F. Marsh, "Decentralised observer-based control scheme for interconnected dynamical systems with unknown inputs," IEE Proc. Control Theory and Applications, Vol. 146, NO. 5, pp. 349-358, 1999.
- [17] D. D. Sijak and D. M. Stipanovic, "Autonomous decentralized control," In Proc, International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Nashville, TN, 2001.
- [17] Y. Zhu and P. R. Pagilla, "Decentralized output feedback control of a class of large-scale interconnected systems," IMA J. Math. Control, Vol. 24, No. 1, pp. 57-69, 2006.
- [18] J. Lian, K. Kalsi and S. H. Zak, "Reduced order observer based decentralized controller design: the lmi approach," 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, Makedonia Place, Thessaloniki, Greece, 2009.
- [19] Y. Guan and M. Saif, "A novel approach to the design of unknown input observers," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 36, No. 5, pp. 632-635, 1991.
- [20] P. Kudva, N. Viswanadham, and A. Ramakrishna, "Observers for linear systems with unknown inputs," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-25, No. 1, pp. 113-115, 1980.
- [21] A. Karimi, "Robust controller design by convex optimization," Lectures in Robust Control, 2007.

[۲۳] علی، دکتر خاکی صدیق، اصول کنترل مدرن ، انتشارات دانشگاه تهران ،
چاپ ششم، ۱۳۸۸ .



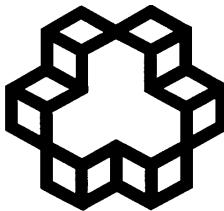
الف- نمایش اولین متغیر حالت زیر سیستم دوم با استفاده از روش پیشنهادی و رویتگر لیونبرگر



ب- نمایش دومین متغیر حالت زیر سیستم دوم با استفاده از روش پیشنهادی و رویتگر لیونبرگر

شکل ۴- مقایسه رویتگر پیشنهادی با رویتگر لیونبرگر برای زیر سیستم دوم.
خط توپر و خط چن و خط نقطه به ترتیب نشان دهنده حالت اصلی، حالت تخمین زده شده توسط رویتگر پیشنهادی و حالت تخمین زده شده توسط رویتگر لیونبرگر می باشد)

- [6] M. Aldeen and K. H. Lau and J. F. Marsh, "A decentralized observer for interconnected systems," UKACC International Conference on control, No. 455, 1998.
- [7] M. K. Sundareshan, "Decentralized observation in large scale Systems," IEEE Trans. Syst. Man Cybern, Vol. 7, pp. 863-867, 1977.
- [8] A. S. Tlili and N. B. Braiek, "Decentralized observer based guaranteed cost control for nonlinear interconnected systems," International journal of Control and Automation, Vol. 2, No. 2, 2009.
- [9] C. D. Johnson, "On observers for linear systems with unknown and inaccessible inputs," Int. J. Contr., Vol. 21, pp. 825-831, 1975.
- [10] S. H. Wang, E. J. Davision and P. Dorato, "Observing the states of systems with unmeasurable disturbances," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 20, No. 5, pp. 716-717, 1975.
- [11] P. Kudva, N. Viswanaghram and A. Ramakrishna, "Observers for linear time invariant systems subject to unknown inputs," Int. J. Contr. Vol. 35, pp. 183-188, 1982.



Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control

(ISSN 2008-8345)



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 6, No. 2, Summer 2012.

Publisher: **Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers**

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Prof. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Mousavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Prof. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan , Prof. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Abbas. Sheri-Moghadam, Prof. Masoud Shafiee., Dr. Hamid Reza Momeni, Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Davod Karimzadegan, Ali Kiani.

P.O. Box 15815-3595, Tehran – IRAN
Tel : (+9821) 81032231
Fax: (+9821) 81032200

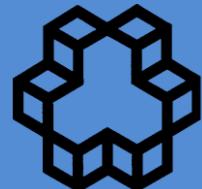
<http://www.isice.ir>

control@isice.ir

I
S
I
C
E

Journal of Control

ISSN 2008-8345

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control
Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of
K.N. Toosi University of Technology**
Vol. 6, No. 2, Summer 2012

Contents

| | |
|--|----|
| An Active Approach to Model-based Fault Tolerant Control System Design for Three Phase Induction Motors | 1 |
| Hamed Rezaei, Mohammad Javad Khosrowjerdi | |
| Performance Analysis of Nasir 1 Star Tracker in the Presence of Systematic Errors using Monte-Carlo Method | 9 |
| Jafar Roshanian, Shabnam Yazdani, Mehdi Hassani, Masoud Ebrahimi | |
| Inverse Kinematics of 7 DOF Robot Manipulator under Joint Angle Limits and Obstacle in the Workspace of Robot using Neural network, Fuzzy System and Quadratic Programming Approach | 23 |
| Hamid Toshani, Mohammad Farrokhi | |
| Control of a Manipulator with Elastic Base Moving on Unknown Path | 39 |
| Ali Salehi, Mohammad Jafar Sadigh | |
| Three-Dimensional Optimal Robust Guidance Law Design for Missile Using Sliding-Mode Control and SDRE Control | 55 |
| Seyed Sajad Moosapour, Ghasem Alizadeh, Sohrab Khanmohammadi | |
| A Novel Approach to Robustness Analysis for the Solutions of the Games with Approximate Payoffs | 65 |
| Gelareh Veisi, Rajab Asgharian | |
| Decentralized Reduced Order Observer Design for Large-Scale Plants with Unknown Inputs | 77 |
| Bijan Moaveni, Mina Gholami | |