



نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
جلد ۶، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۱

فهرست مقالات

- ۱ روشی نوین برای یادگیری تقویتی فازی باناظر برای ناوبری ربات
فاطمه فتحی نژاد، ولی درهمی
- ۱۱ مدل سازی و تحلیل سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل خودرو
صیاد نصیری، بیژن معاونی، غلامحسین پایگانه، محمد عارفیان
- ۲۷ روش طراحی کنترلر PI برای دسته‌ای از سیستم‌های غیر خطی دارای عدم قطعیت به کمک تجزیه مجموع مربعات
حسن ذاکری، سجاد ازگلی
- ۳۷ حل عددی معادلات دیفرانسیلی - جبری به شکل هزنبرگ با استفاده از کنترل مد لغزشی
علی خالقی کارسالاری، مسعود شفیعی
- ۵۱ روشی جدید برای استحصال توان بهینه از توربین های بادی: مدل زمانی - مکانی برای مزرعه بادی با استراتژی نروفازی
سید وهاب شجاع الدینی، آرمین پارسیان نژاد، مجتبی فرزانه
- ۶۱ کنترل مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف همراه با تأخیر متغیر با زمان با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم
نسبیه ظهراپی، حمیدرضا مومنی، امیرحسین ابوالمعصومی
- ۷۱ مدل سازی دینامیکی ترکیبی یک ربات دوپا راه رونده چرخه حدی ناقص عملگر و کنترل آن در برابر اغتشاش خارجی ضربه‌ای
بهنام میری پور فرد، احمد باقری، نادر نریمان زاده



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی
خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۶، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۱

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیک: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی

دبیر اجرایی: پروفسور حمید خالوزاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد) - پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد) - پروفسور
علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری
(استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری،
پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی،
دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین
سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جواد، دکتر
جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

پروفسور مسعود شفیعی، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، پروفسور ایرج گودرزنیا، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور علی اکبر صفوی، دکترایمان محمدزمان، دکتر
علی اشرف مدرس، مهندس علی کیانی.

ایران - تهران، صندوق پستی ۳۵۹۵-۱۵۸۱۵

تلفن : ۸۱۰۳۲۲۳۱

فاکس: ۸۱۰۳۲۲۰۰

www.isice.ir

فهرست مقالات

- ۱ روشی نوین برای یادگیری تقویتی فازی باناظر برای ناوبری ربات
فاطمه فتحی نژاد، ولی درهمی
- ۱۱ مدل سازی و تحلیل سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل خودرو
صیاد نصیری، بیژن معاونی، غلامحسن پایگانه، محمد عارفیان
- ۲۷ روش طراحی کنترلر PI برای دسته ای از سیستم های غیرخطی دارای عدم قطعیت به کمک تجزیه مجموع مربعات
حسن ذاکری، سجاد ازگلی
- ۳۷ حل عددی معادلات دیفرانسیلی - جبری به شکل هزنبرگ با استفاده از کنترل مد لغزشی
علی خالقی کارسالاری، مسعود شفیعی
- ۵۱ روشی جدید برای استحصال توان بهینه از توربین های بادی: مدل زمانی - مکانی برای مزرعه بادی با استراتژی نروفازی
سید وهاب شجاع الدینی، آرمین پارسیان نژاد، مجتبی فرزانه
- ۶۱ کنترل مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف همراه با تأخیر متغیر با زمان با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم
نسبیه ظهراپی، حمیدرضا مومنی، امیرحسین ابوالمعصومی
- ۷۱ مدل سازی دینامیکی ترکیبی یک ربات دوپا راه رونده چرخه حدی ناقص عملگر و کنترل آن در برابر اغتشاش خارجی ضربه ای
بهنام میری پور فرد، احمد باقری، نادر نریمان زاده

مجله کنترل، مجله ای علمی - پژوهشی است که در برگیرنده تازه ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق میباشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدل سازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم ها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم های کنترل هوشمند، سیستم های کنترل تصادفی، سیستم های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم های ابعاد وسیع، سیستم های کنترل چندمنغیره.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستم های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم های کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستم های ایمنی و تشخیص خطا، تحلیل و طراحی سیستم های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم ها، سیستم های کنترل پیچیده، سیستم های زمان حقیقی و سیستم های کنترل سوپروایزری.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستم های هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۵) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- (۶) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
- (۷) مهندسی پزشکی.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ B Zar و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پست الکترونیک (email) نویسنده عهده دار مکاتبات در برگه مستقلى چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشت های پژوهشی می باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصرأ محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس: control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

روشی نوین برای یادگیری تقویتی فازی باناظر برای ناوبری ربات

فاطمه فتحی نژاد^۱، ولی درهمی^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کامپیوتر، دانشگاه یزد fateme.fathinezhad@stu.yazduni.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کامپیوتر، دانشگاه یزد vderhami@yazduni.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۴/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۷/۲)

چکیده: استفاده از یادگیری باناظر در ناوبری ربات‌های متحرک، با چالش‌های جدی از قبیل ناسازگاری و اختلال در داده‌ها، مشکل جمع‌آوری نمودن داده آموزش و خطای زیاد در داده‌های آموزشی مواجه می‌باشد. قابلیت‌های یادگیری تقویتی همچون عدم نیاز به داده آموزشی و آموزش تنها با استفاده از یک معیار اسکالر راندمان باعث کاربرد آن در ناوبری ربات شده است. از طرفی یادگیری تقویتی زمانبر بوده و دارای نرخ شکست‌های بالا در مرحله آموزش می‌باشد. در این مقاله، یک ایده جدید برای استفاده مؤثر از هر دو الگوریتم یادگیری فوق ارائه می‌شود. یک کنترلگر فازی سوگنو مرتبه صفر با تعدادی عمل کاندید برای هر قاعده جهت تولید فرمان‌های کنترل ربات در نظر گرفته شده است. هدف از آموزش تعیین عمل مناسب برای هر قاعده است. روش ترکیبی پیشنهاد شده دو مرحله دارد. در مرحله اول، داده آموزشی با حرکت ربات توسط ناظر در محیط جمع‌آوری می‌شود. سپس با بهره‌گیری از روش جدید ارائه شده، پارامترهای ارزش هر عمل کاندید در قواعد فازی با کمک داده‌های آموزشی مقدار دهی اولیه می‌شوند. در مرحله دوم از الگوریتم سارسی فازی برای تنظیم دقیق‌تر پارامترهای تالی کنترلگر بصورت برخط استفاده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در شبیه‌ساز KiKS برای ربات خپرا حاکی از بهبود قابل توجه در زمان یادگیری، تعداد شکست‌ها، و کیفیت حرکت ربات می‌باشد.

کلمات کلیدی: ناوبری ربات، یادگیری باناظر، یادگیری تقویتی، کنترلگر فازی.

A Novel Supervised Fuzzy Reinforcement Learning for Robot Navigation

Fateme Fathinezhad, Vali Derhami

Abstract: Applying supervised learning in robot navigation encounters serious challenges such as inconsistency and noisy data, difficulty to gathering training data, and high error in training data. Reinforcement Learning (RL) capabilities such as lack of need to training data, training using only a scalar evaluation of efficiency and high degree of exploration have encourage researcher to use it in robot navigation problem. However, RL algorithms are time consuming also have high failure rate in the training phase. Here, a novel idea for utilizing advantages of both above supervised and reinforcement learning algorithms is proposed. A zero order Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy controller with some candidate actions for each rule is considered as robot controller. The aim of training is to find appropriate action for each rule. This structure is compatible with Fuzzy Sarsa Learning (FSL) which is used as a continuous RL algorithm. In the first step, the robot is moved in the environment by a supervisor and the training data is gathered. As a hard tuning, the training data is used for initializing the value of each candidate action in the fuzzy rules. Afterwards, FSL fine-tunes the parameters of conclusion parts of the fuzzy controller online. The simulation results in KiKS simulator show that the proposed approach significantly improves the learning time, the number of failures, and the quality of the robot motion.

Keywords: Robot navigation, Supervised learning, Reinforcement learning, Fuzzy controller.

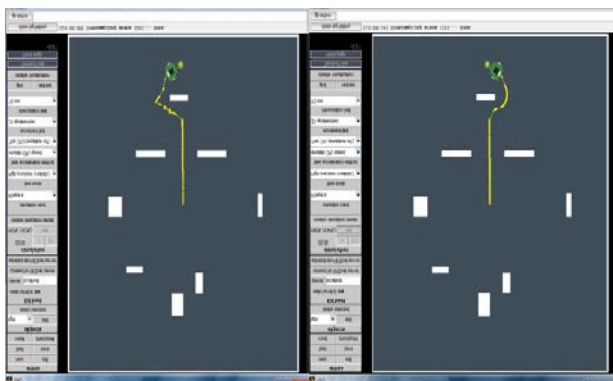
۱- مقدمه

ناوبری برای ربات‌های متحرک عبارت است از حرکت از یک نقطه معین و رسیدن به یک هدف مشخص در حالی که ربات بتواند از برخورد به موانع اجتناب کند [۲،۱]. بطور کلی در یک محیط پویا، استفاده از الگوریتم‌های سراسری^۱ برای یافتن مسیر حرکت ربات، غیرممکن و یا بسیار پرهزینه است، زیرا در این روش‌ها مدل ریاضی یا نقشه کاملی از محیط مورد نیاز است. لذا چنانچه مشخصات محیط ناشناخته باشد و یا محیط در حال تغییر باشد، مسیریابی با استفاده از روش‌های طراحی مسیر محلی انجام می‌شود. روش‌های طراحی مسیر محلی از اطلاعات فراهم شده توسط حسگرهایی مانند حسگرهای سونار و یا حسگرهای مادون قرمز بهره می‌برند [۴،۳]. در میان روش‌های ارائه شده الگوریتم‌های هندسی فرض می‌کنند که حسگرهای سنجش فاصله نصب شده بر روی ربات قادرند، بطور کامل موانع را بصورت برخط تشخیص دهند. این دو فرض در محیط‌های واقعی غیرقابل قبول و برآوردن آنها وقت گیر است [۱]. از دیگر روش‌ها، روش‌های مبتنی بر پتانسیل می‌باشند که مؤثرتر از الگوریتم‌های هندسی به نظر می‌رسند، چرا که به جزئیات کمتری از موقعیت موانع نیاز دارند، لیکن این روش‌ها نیز نقاط ضعف زیر را دارند [۵،۱]:

- ۱- رخداد کمینه محلی منجر می‌گردد که ربات در حلقه ایجاد شده بین موانع به دام بیفتد.
- ۲- حرکت ناپایدار ربات در کاربردهای عملی.
- ۳- مشکل پیدا کردن ضرایب مؤثر مربوط به سرعت و نیرو در محیط‌هایی با موانع درهم که ارائه مدل ریاضی برای محیط را دشوار می‌کند.
- ۴- افت راندمان به خاطر نایقینی و خطای مربوط به حسگرها (که برای هر حسگر متفاوت از بقیه است) به علت عملکرد بر اساس یک استراتژی از پیش تعیین شده و عدم وجود یادگیری.

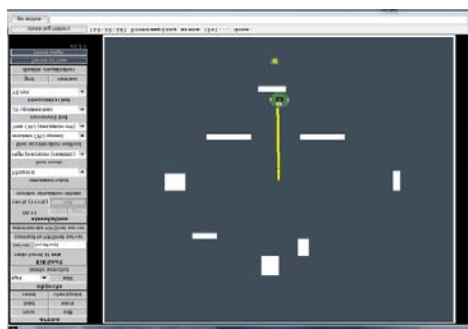
مشکلات اشاره شده در بالا، محققین را تشویق به استفاده از الگوریتم‌های یادگیرنده با استفاده از اطلاعات محلی در مسأله ناوبری ربات نموده است. این یادگیری با استفاده از اطلاعات حاصله از حسگرهای قرار گرفته بر روی ربات انجام می‌پذیرد [۶]. یادگیری باناظر یکی از روش‌های قدیمی استفاده شده برای تنظیم پارامترهای کنترلگر می‌باشد که برای آموزش کنترلگر ربات نیز از آن استفاده شده است. در این روش ابتدا ربات در محیط توسط ناظر حرکت داده شده و سپس با توجه به داده‌های جمع‌آوری شده، با استفاده از روشهای مبتنی بر گرادینان [۷] پارامترهای کنترلگر در جهت کاهش مجموع مربعات خطای خروجی تنظیم می‌شوند. این الگوریتم در مسأله ناوبری ربات با ضعف‌های جدی مانند موارد زیر مواجه است:

- ۱- عدم اطلاع ناظر از فرمان کنترلی مناسب در بعضی از وضعیت‌ها: لذا در وضعیت‌های خاص خروجی تعیین شده توسط ناظر دارای خطای زیاد می‌باشد.
- ۲- ناسازگاری در داده‌ها: بعنوان مثال در نظر بگیرید یک ربات در جلوی مانع قرار دارد و سمت چپ و راست آن خالی می‌باشد. ناظر ممکن است در چنین وضعیتی یکبار با اعمال فرمان چرخش به راست (مثلاً ۴۵+ درجه) و یک بار دیگر با چرخش به چپ (مثلاً ۴۵- درجه) ربات را از کنار مانع عبور دهد. این ناسازگاری باعث ایجاد مشکل در آموزش می‌شود. الگوریتم یادگیری باناظر برای این وضعیت یک عمل را باید تعیین نماید. واضح است که هر کدام را انتخاب کند خطا برای داده دیگر زیاد می‌شود و از آنجا که روش بر اساس کمینه کردن مجموع مربعات خطا می‌باشد، خروجی تعیین شده برای این وضعیت عددی نزدیک به صفر است. این خروجی به معنی حرکت مستقیم ربات به طرف جلو در این وضعیت و در نتیجه برخورد با مانع است. شکل ۱ بیانگر مورد مذکور می‌باشد. در دو قسمت "الف" و "ب" ربات توسط ناظر یکبار از سمت راست و یکبار از سمت چپ عبور داده شده است. نتیجه یادگیری با این داده ناسازگار حرکت مستقیم به سمت هدف و برخورد به مانع می‌باشد که در قسمت "ج" از شکل ۱ نشان داده شده است.



ب: چرخش به چپ

الف: چرخش به راست



ج: حرکت مستقیم به طرف جلو و برخورد با مانع

شکل ۱: تاثیر سوء مشکل ناسازگاری در داده‌های آموزشی.

¹-Global algorithms

ایده های ارائه شده در مراجع فوق برای فضای حالت گسسته و یا فضای عمل گسسته هستند، در حالیکه توجه ما در این مقاله بر روی فضای حالت - عمل پیوسته است.

در [۱] ایده ای برای فضای حالت و عمل پیوسته آمده است؛ در آن از داده آموزشی تولید شده توسط ناظر برای تنظیم اولیه پارامترهای بخش عملگر در معماری عملگر- نقاد^۳ [۱۵] استفاده شده است. در این مرجع ابتدا توسط یادگیری باناظر مقدار عمل برای هر حالت پیشنهاد می شود و سپس با استفاده از یادگیری تقویتی، مقدار نهایی پیرامون مقدار پیشنهادی تنظیم می شود. روش مذکور دو ضعف عمده دارد:

۱- اثر سوء ناسازگاری داده اشاره شده در بالا، باعث خطای زیاد در خروجی تنظیم شده توسط یادگیری باناظر می گردد.

۲- ضعف عدم کاوش مناسب در معماری عملگر-نقاد [۱۵]، علاوه بر ضعف ذاتی معماری عملگر-نقاد در این خصوص از آنجا که مرحله تنظیم با یادگیری تقویتی تنظیمات پیرامون مقدار تنظیم شده با روش یادگیری با ناظر صورت می گیرد، این ضعف تشدید شده است.

در کار قبلی، ما در مقاله [۱۶] ایده ای شبیه به روش فوق را در معماری نقاد-تنها بکار گرفتیم. بدین صورت که از داده های آموزشی با ناظر برای تنظیم اولیه توابع عضویت ورودی سیستم فازی استفاده شده است و آنگاه پارامترهای تالی کنترلر فازی بصورت برخط با استفاده از روش یادگیری سارسای فازی^۴ (FSL) [۹] که یک روش یادگیری تقویتی فازی^۵ (FRL) با معماری نقاد-تنها^۶ است تنظیم شده است. هرچند مشکل عدم کاوش بخاطر استفاده از معماری نقاد-تنها مرتفع شده است لیکن هیچ آموزشی در خصوص عمل خروجی مناسب برای هر وضعیت صورت نگرفته است و در واقع مقادیر تالی کنترلر فازی تنها با روش FSL تنظیم می گردند. بهمین دلیل بهبود بدست آمده فاحش نیست.

در اینجا روشی جدید برای ترکیب یادگیری باناظر و یادگیری تقویتی فازی با معماری نقاد-تنها ارائه می شود. لازم به ذکر است دو معماری معروف استفاده شده در FRL، معماری نقاد-تنها و عملگر-نقاد می باشند. از مزایای معماری نقاد-تنها پتانسیل بالا در برقراری تعادل بین کاوش و بهره برداری از تجربیات است. لذا این معماری برای مسائلی که نیاز به کاوش بالا دارند مانند ناوبری ربات مناسب می باشد. دو الگوریتم یادگیری سارسای فازی [۹] و یادگیری کیو فازی^۷ (FQL) [۴] بر اساس معماری نقاد-تنها ارائه شده اند. برای روش FQL نه تنها هیچ قضیه یا لمی در جهت همگرایی آن وجود ندارد بلکه مثالهای واگرایی [۹] آن نیز موجود می باشد. لیکن در [۹] قضایای مربوط به همگرایی و اثبات نقاط ایستای روش FSL آمده است لذا الگوریتم یادگیری تقویتی پیوسته استفاده شده در این مقاله روش FSL می باشد.

با توجه به ضعف های اشاره شده در یادگیری باناظر، استفاده از روش های هوشمند برای یادگیری ربات ها گسترش یافت. یادگیری تقویتی^۱ یک الگوریتم مدرن هوشمند است که به جهت دارا بودن قابلیت هایی همچون عدم نیاز به خروجی مطلوب، آموزش تنها با استفاده از یک معیار اسکالر راندمان، امکان آموزش برخط، و درجه کاوش بالا گزینه مناسبی جهت تنظیم پارامترهای کنترلر ربات می باشد. در واقع در یادگیری تقویتی به عامل گفته نمی شود که عمل صحیح در هر وضعیت چیست، و فقط با استفاده از یک معیار اسکالر که سیگنال تقویتی نامیده می شود خوب یا بد بودن عمل به عامل نشان داده می شود. عامل موظف است با در دست داشتن این اطلاعات، یاد بگیرد که بهترین عمل کدام است. این ویژگی یکی از نقطه قوت های خاص الگوریتم یادگیری تقویتی است [۸]. اما از جنبه دیگر، دو چالش پیش روی یادگیری تقویتی زمانبر بودن و کند بودن آموزش در آن است. این مشکل در مسائل ناوبری ربات هم که معمولاً فضای حالت بزرگ است بطور جدی مشهود است. مسأله دیگر این است که امکان تنظیم همه پارامترهای کنترلر (پارامترهای توابع عضویت مقدم در کنترلرهای فازی یا پارامترهای وزن در لایه های ابتدایی کنترلرهای عصبی) در الگوریتم های یادگیری تقویتی پیوسته که از آنها برای کنترلر ربات استفاده شده است، وجود ندارد.

یک ایده سودمند برای بهره گیری از مزایا و کاهش ضعف های دو روش یادگیری تقویتی و یادگیری باناظر، استفاده از ترکیب این دو روش یادگیری می باشد. در [۱۱] از یادگیری باناظر برای تخمین اولیه احتمال انتخاب عمل استفاده شده است. نویسنده به دنبال روش ترکیبی از یادگیری تقویتی و یادگیری باناظر خطی است که از یادگیری باناظر خطی برای تولید سیاست انتخاب عمل در یادگیری تقویتی استفاده شده است. لذا انتخاب عمل در روش یادگیری کیو^۲ با توجه به احتمال انتخاب عمل هایی که از داده آموزشی بدست آمده است انجام می شود. روش مذکور در مسأله سیستم مکالمه بکار گرفته شده است. در [۱۲] یادگیری تقویتی باناظر برای مسئله دنبال کردن خط در ربات متحرک استفاده شده است و از دانش ناظر بعنوان دانشی که می تواند برای تصمیم در خصوص کاوش در مرحله انتخاب عمل استفاده شود، بهره برده شده است. در [۱۳] ناظر با استفاده از کنترلر PID عملی را برای هر حالت انتخاب می نماید. سپس در هنگام انتخاب عمل، در روش یادگیری تقویتی عمل انتخاب شده توسط کنترلر PID شانس بالاتری برای انتخاب خواهد داشت. تابع ارزش عمل هم بر اساس روش یادگیری کیو به روز رسانی می شود. در [۱۴] نیز از ترکیب یادگیری با ناظر و یادگیری تقویتی برای مساله حرکت ربات انسان نما به سمت شارژر و اتصال به آن استفاده شده است. در اینجا سعی شده ارزش اولیه عملها از یادگیری تقویتی استفاده شود. البته فضای عملها گسسته است و کلا چهار عمل برای ربات در نظر گرفته شده است.

³-Actor-Critic

⁴-Fuzzy Sarsa Learning

⁵-Fuzzy Reinforcement Learning

⁶-Critic-only

⁷-Fuzzy Q- Learning

¹-Reinforcement Learning

²-Q-learning

ارزش - عمل تقریب زده شده برای عمل a در حالت S که با $\tilde{Q}(s, a)$ نشان داده می شود، بصورت ذیل محاسبه می شوند [۹]:

$$a_i(s_i) = \sum_{i=1}^R \mu_i(s_i) o_{ii} \quad (1)$$

$$\tilde{Q}_i(s_i, a_i) = \sum_{i=1}^R \mu_i(s_i) w_i^{ii} \quad (2)$$

پس از محاسبه عمل نهایی a_i و اعمال آن، محیط به حالت جدید S_{t+1} رفته و عمل جدید a_{t+1} با توجه به مقادیر وزن فعلی w_i انتخاب می شود. ضمناً سیگنال تقویتی r_{t+1} از محیط دریافت می گردد. آنگاه مقادیر پارامترهای وزن هر قاعده بصورت زیر به روز رسانی می شوند [۹]:

$$\Delta w_{t+1}^{ij} = \begin{cases} \alpha_i \times \Delta \tilde{Q}_i(s_i, a_i) \times \mu_i(s_i) & \text{if } j = i^+ \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

که α نرخ آموزش و γ فاکتور نزول و $\Delta \tilde{Q}$ خطای تقاضای موقتی ارزش - عمل است و بصورت ذیل محاسبه می گردد:

$$\Delta \hat{Q}_i(s_i, a_i) = r_{t+1} + \gamma \hat{Q}_i(s_{t+1}, a_{t+1}) - \hat{Q}_i(s_i, a_i) \quad (4)$$

قدم های الگوریتم FSL بصورت خلاصه در زیر آمده است [۹]:

- ۱- مشاهده حالت S_{t+1} و دریافت سیگنال تقویتی r_{t+1} .
- ۲- انتخاب یک عمل مناسب در هر قاعده با استفاده از روش انتخاب عمل بیشینه نرم.
- ۳- محاسبه عمل نهایی a_{t+1} و مقدار تقریبی تابع ارزش - عمل $\hat{Q}_i(s_{t+1}, a_{t+1})$ با استفاده از (۱) و (۲).
- ۴- محاسبه $\Delta \hat{Q}$ و بروزرسانی w با استفاده از (۳) و (۴).
- ۵- محاسبه مقدار تقریبی جدید $\hat{Q}_{t+1}(s_{t+1}, a_{t+1})$ با استفاده از (۴).
- ۶- اجرای عمل نهایی.
- ۷- $t \leftarrow t + 1$ و بازگشت به مرحله اول.

۳- طراحی کنترلر برای ناوبری ربات

برای بررسی ایده مورد بحث از ربات خپرا^۱ که یک ربات میناتور برای فعالیت های آزمایشگاهی و تحقیقاتی ساخته شده توسط شرکت سوییسی K-Team [۱۷] است، استفاده می کنیم. قابلیت فراوان این ربات و اندازه مناسب آن جهت فعالیت های آزمایشگاهی، منجر به استقبال گسترده محققین در استفاده از این ربات در ارزیابی روش های خود شده است [۱۸].

پیرامون ربات خپرا هشت حسگر مادون قرمز که هر یک دارای یک فرستنده و گیرنده هستند، وجود دارد. هر دو حسگر در یک وجه ربات نصب شده است (شکل ۲). محدوده عملکرد مؤثر حسگرهای این ربات

ایده آن است که با کمک دانش ناظر بجای تعیین یک عمل برای هر حالت، ارزش اولیه برای اعمال ممکن کنترلر تعیین می شود. سپس با کمک یادگیری تقویتی، بصورت برخط تنظیم نهایی درجهت بهبود کارایی صورت می گیرد. این ترکیب باعث ایجاد تسریع در فرایند یادگیری، بهبود کیفیت آموزش، و کاهش تعداد برخوردهای ربات به موانع و همگرایی سریعتر در حین آموزش می شود. براساس بررسی های ما، این کار اولین روش ارائه شده برای ترکیب یادگیری باناظر و یادگیری تقویتی فازی پیوسته با معماری نقاد- تنها می باشد.

ساختار مقاله به شرح زیر است. در بخش دوم الگوریتم FSL شرح داده می شود. بخش سوم نحوه طراحی ساختار کنترلر فازی را شرح می دهد. در بخش چهارم ایده مقاله برای ترکیب یادگیری تقویتی و یادگیری باناظر را شرح می دهیم. بخش پنجم به پیاده سازی و شبیه سازی کار پرداخته است. در بخش آخر بحث و نتیجه گیری آمده است.

۲- یادگیری سارسای فازی (FSL)

از آنجا که FSL از لحاظ تحلیل ریاضی و عملکرد نسبت به FQL ارجحیت دارد، بعنوان الگوریتم پایه در فرآیند یادگیری در کار ما انتخاب شده است. این الگوریتم برخلاف FQL که مستقل از سیاست می باشد، یک روش وابسته به سیاست است که تالی قاعده سیستم فازی را بصورت برخط تنظیم می نماید.

الگوریتم FSL از ترکیب سیستم های فازی بعنوان یک تقریب زننده تابعی خطی با روش سارسا [۱۰] حاصل شده است. یک سیستم فازی سوگو مرتبه صفر با n ورودی و یک خروجی و R قاعده به فرم زیر را در نظر بگیرید:

Ri : If x_1 is L_{i1} and $\dots$ and x_n is L_{in} then

o_{i1} with value w^{i1}
or o_{i2} with value w^{i2}
 $\vdots$
or o_{im} with value w^{im}

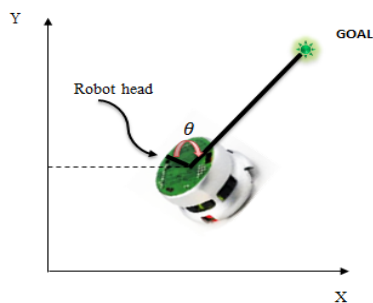
که در آن $S = x_1 \times \dots \times x_n$ بردار n بعدی متغیرهای حالت ورودی، $L_i = L_{i1} \times \dots \times L_{in}$ شامل n مجموعه فازی محدب نرمال با مرکزهای یکتا برای i امین قاعده، m تعداد عمل های گسسته ممکن برای هر قاعده، o_{ij} i امین عمل کاندید در قاعده i ام و w^{ij} مقدار ارزش تقریب زده شده برای عمل i ام در قاعده i ام است. در هر قدم زمانی برای هر قاعده، یک عمل از میان m عمل کاندید شده برای تالی قاعده بر مبنای مقدار وزن آن عمل انتخاب می شود و آنگاه عمل نهایی از ترکیب وزن دار این عمل ها حاصل می گردد. هدف آموزش به روز رسانی بر خط مقادیر وزن w^{ij} با توجه به سیگنال تقویت دریافت شده است، بگونه ای است که بهترین انتخاب عمل بر مبنای آن ها حاصل گردد [۹].

شدت آتش هر قاعده از حاصل ضرب درجه های تطابق مقدم قاعده برای ورودی های مختلف بدست می آید و خروجی سیستم a و مقدار

¹-Khepera robot

به اندازه زوایه مذکور چرخیده و پس از همراستا شدن بطور مستقیم به سمت هدف می رود. همان طور که در شکل ۳ نیز مشخص می باشد، زمانی که ربات نزدیک مانع می شود رفتار "پیگیری هدف" غیرفعال می شود و خروجی حاصل از مازول "اجتناب از موانع" به ربات اعمال می شود. وظیفه این مازول تعیین زوایه حرکت ربات در هر قدم زمانی به گونه ای است که ضمن پرهیز از برخورد به موانع در جهت نزدیک شدن به هدف، ربات حرکت کند. توجه شود از آنجا که در این مازول خروجی تولید شده با در نظر گرفتن دو مورد اجتناب از موانع و نزدیک شدن به هدف تولید می شود. لذا دیگر مانند دیگر کارهای مرتبط در این زمینه [۲۰] نیازی به یک مازول برای ترکیب خروجی های رفتارها نیست.

از این رو هزینه محاسبات و پیچیدگی سیستم کاهش یافته است. پیشنهاد ما برای طراحی ساختار این کنترلگر، یک کنترلگر فازی سوگنو مرتبه صفر می باشد. ساختار این کنترلگر بصورتی در نظر گرفته می شود که با ساختار استفاده شده در FSL همخوانی داشته باشد.



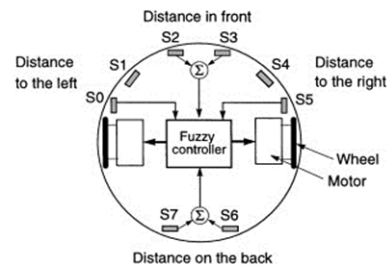
شکل ۴: محاسبه زوایه چرخش ربات برای رفتار پیگیری هدف.

کنترلگرمورد نظر دارای چهار ورودی (سه ورودی اول بعنوان معیار فاصله ربات با مانع در یکی از سه جهت راست، جلو، و عقب هستند، و ورودی چهارم زوایه پیشانی ربات با هدف) و یک خروجی (مقدار زوایه چرخشی پیشانی ربات در هنگام نزدیکی به موانع) می باشد. توابع عضویت ورودی این کنترلگر بشکل گوسی در نظر گرفته شده اند. در هر بعد ورودی بترتیب ۲، ۳، ۲ و مجموعه فازی تعریف شده است. با توجه به تقسیم بندی انجام شده در هر بعد ورودی، کنترلگر دارای ۲۴ قاعده می باشد. مقدار خروجی هر قاعده یک مقدار ثابت است که باید از مجموعه عملهای کاندید در نظر گرفته شده برای هر قاعده $A = \{O_{i1}, O_{i2}, \dots, O_{im}\}$ انتخاب شود. عمل مناسب برای هر قاعده از این مجموعه عمل کاندید تعیین می گردد. لذا هدف از آموزش تعیین عمل مناسب از میان مجموعه عمل کاندید برای تالی هر قاعده است.

۴- یادگیری سارسای فازی باناظر

در این بخش روش جدیدی برای تعیین عمل مناسب از میان مجموعه عملهای کاندید ممکن برای تالی هر قاعده، در ساختار کنترلگر فازی سوگنو مرتبه صفر ارائه می گردد. روش ارائه شده که ترکیبی از یادگیری باناظر و یادگیری تقویتی است شامل دو مرحله می باشد:

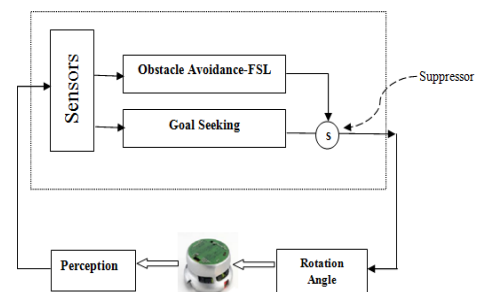
بین ۱ تا ۵ سانتیمتر است و مقدار خروجی آنها با فاصله ربات تا مانع رابطه عکس دارد. هر چه ربات به مانع نزدیک تر گردد، مقدار خروجی حسگر بیشتر و هر چه دور تر گردد، مقدار کمتری خواهد داشت.



شکل ۲: موقعیت سنسورها در ربات مینیاتوری خپرا.

بر روی هر چرخ ربات یک رمزگذار نصب شده است که با شمارش پالس های حاصل از رمزگذارها می توان مسافت طی شده توسط هر چرخ را محاسبه نمود. همچنین بسته به کاربرد می توان تجهیزات جانبی دیگری همچون دوربین، چنگک و غیره بر روی ربات نصب نمود [۱۷].

در اینجا هدف آن است که اگر ربات در مجاورت موانع قرار دارد، بدون برخورد به مانع با توجه به موقعیت هدف از موانع عبور کند، و زمانی که پیرامون ربات مانعی وجود ندارد، ربات بطور حریصانه، به سمت هدف چرخیده به سمت آن حرکت کند. برای عملکرد بهتر ربات هنگام حرکت و نیز کاهش پیچیدگی سیستم، از معماری رده بندی ۲ که بروکس در [۱۹] ارائه نموده است، استفاده می نماییم. با استفاده از این معماری برای ربات دو رفتار در نظر گرفته می شود. یک رفتار بنام "اجتناب از موانع" برای زمان هایی که ربات نزدیک موانع است و رفتار دیگر "پیگیری هدف" برای زمانی که پیرامون ربات مانعی وجود ندارد.



شکل ۳: معماری مبتنی بر رفتار.

شکل ۳ طراحی انجام شده در این مقاله بر مبنای معماری مذکور را نشان می دهد. خروجی رفتار "پیگیری هدف" همان طور که در شکل ۴ آمده است به سادگی با محاسبه زوایه پیشانی ربات با هدف بدست می آید. بدین معنی که ابتدا مقدار اختلاف زوایه بدست آمده و سپس ربات

¹-Encoder

²-Subsumption

۷- مراحل بالا را بطور کامل برای μ_{12} و سپس برای μ_{13} (مانند قبل با جایگزینی مقدار μ_{13} بجای μ_{12}) و μ_{14} (با جایگزینی مقدار μ_{14} بجای μ_{13}) تکرار می کنیم.

۸- در نهایت وقتی که مراحل بالا برای همه نمونه داده های جمع آوری شده انجام شد، ارزش عمل j امین از قاعده i امین بصورت زیر مقداردهی اولیه می کنیم.

$$w_{ij} = \frac{c_{ij}}{(\sum_j c_{ij})^2} \quad (6)$$

شبه کد روش پیشنهاد شده در شکل ۵ آمده است.

```

Initialize counter ( $C_{ij}$ ) for  $j$ -th candidate action in  $i$ -th rule with zero, assign set  $A_{\text{set}}$ 
Foreach ( $x_p, y_p$ ),  $x_p$  is input of the controller and  $y_p$  is suggested output by supervisor do
    Select four rules that have highest firing strength ( $l_1, l_2, l_3, l_4$ )
    output =  $y_p$ ,  $i = 1$ 
    repeat for each rule  $L_i$ 
        Calculate firing strength ( $\mu_{li}$ )
         $a = \lfloor \frac{\text{output}}{\mu_{li}} \rfloor$ 
        closest action to the division result is selected and indexed by  $k_i$ 
         $c_{ij} = c_{ij} + 1$ 
         $y'_p = \text{output} - \mu_{li} \times a_{lik1}$ 
        output =  $y'_p$ 
    until  $i = 4$ 
end
foreach rule  $i$ 
    foreach candidate action  $j$ 
         $w_{ij} = \frac{c_{ij}}{(\sum_j c_{ij})^2}$ 
    end
end

```

شکل ۵: شبه کد روش پیشنهاد شده برای یافتن ارزش اولیه عمل های کاندید.

پس از تعیین مقدار اولیه w_{ij} ها در مرحله دوم از الگوریتم FSL برای تنظیم برخط تالی قواعد کنترلر فازی که مقدار ارزش عمل های آن (w_{ij}) بصورت بالا مقداردهی اولیه شده است، استفاده می کنیم. روش ترکیبی مذکور را یادگیری سارسای فازی باناظر^۱ (SFSL) می نامیم. بلوک دیاگرام SFSL در شکل ۶ آمده است. بطور خلاصه روش SFSL شامل مراحل زیر می شود:

- ۱- حرکت ربات در محیط و جمع آوری داده های آموزشی.
- ۲- مقداردهی اولیه ارزش عمل های کاندید با روش ارائه شده (شکل ۵).
- ۳- تنظیم نهایی مقدار تالی قواعد با استفاده از FSL.

در مرحله اول ابتدا با حرکت ربات در محیط توسط ناظر، داده آموزشی جمع آوری می شود. در اینجا بر خلاف روش های موجود که از داده آموزشی برای تعیین عمل مشخص برای هر حالت استفاده می شود، یک روش جدید جهت استفاده از داده آموزش برای ارزش گذاری عمل های ممکن در هر حالت ارائه می شود. بدین صورت که این داده آموزشی برای مقداردهی اولیه ارزش هر عمل کاندید w_{ij} (معرفی شده در بخش دوم) در تالی هر قاعده کنترلر فازی استفاده می شود. از این رو هدفی که ما بدنبال آن هستیم تعیین ارزش برای هر خروجی انتخاب شده در هر حالت توسط ناظر است.

بدین مفهوم که مثلاً اگر ناظر عمل های متفاوتی را در یک وضعیت خاص در دفعات مجزا انتخاب کند، متناسب با تعداد انتخاب هر عمل در آن وضعیت خاص، به آن عمل ارزش داده شود. از آنجا که خروجی نهایی سیستم فازی از ترکیب وزن دار تالی انتخاب شده در هر قاعده بدست می آید. لازم است برای هر خروجی یک ترکیب ممکن از عمل های کاندید هر قاعده به گونه ای که ترکیب این اعمال بتواند منجر به مقداری نزدیک به آن خروجی شود، پیدا نموده و آنگاه ارزش آن عمل ها افزایش یابد.

هر نمونه p ام از داده های جمع آوری شده شامل جفت داده ورودی - خروجی (x_p, y_p) را در نظر بگیرید که x_p ورودی کنترلر و y_p خروجی پیشنهاد شده توسط ناظر می باشد. قدم های زیر برای تعیین ارزش اولیه عمل های کاندید در هر قاعده (w_{ij})، برای هر نمونه p ام از داده ها (x_p, y_p) دنبال می شود.

- ۱- برای ورودی x_p ، چهار قاعده غالب (قاعده هایی که بیشترین میزان شدت آتش (μ) را دارند) را انتخاب می نماییم. این قواعد با سمبل های l_1 و l_2 و l_3 و l_4 نشان داده می شوند، طوری که:

$$\mu_{11} < \mu_{12} < \mu_{13} < \mu_{14}.$$

- ۲- y_p بر μ_{11} (بیشترین شدت آتش) تقسیم می شود.

- ۳- نتیجه تقسیم با هر یک از عمل های کاندید (O_{lik1}) مقایسه می شود. سپس نزدیک ترین عمل به نتیجه تقسیم انتخاب شده و k_1 بعنوان اندیس آن عمل در نظر گرفته می شود.

- ۴- شمارنده C_{ij} را برای نشان دادن دفعات انتخاب j امین عمل کاندید، در i امین قاعده بکار می بریم. در این مرحله مقدار شمارنده عمل k_1 ام در قاعده l_1 ، (C_{lik1}) یک واحد افزایش می یابد.

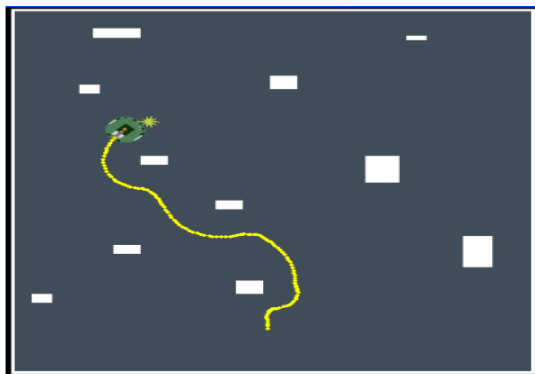
- ۵- عمل k_1 ام از مجموعه عمل های کاندید قاعده l_1 در شدت آتش این قاعده (μ_{11}) ضرب شده و این حاصل ضرب را از y_p کم می کنیم.

$$(y'_p = y_p - \mu_{11} \times a_{lik1}) \quad (5)$$

- ۶- مقدار y'_p را با مقدار y_p اولیه و مقدار شدت آتش قاعده l_2 (μ_{12}) را با مقدار شدت آتش قاعده l_1 (μ_{11}) جایگزین

می کنیم.

¹-Supervised Fuzzy Sarsa Learning



شکل ۷: نمونه ای از محیط آموزش در شبیه ساز KiKS.

با توجه به مطالب ذکر شده در بخش سوم، معماری رده بندی برای حرکت ربات در این مقاله پیشنهاد شد و هدف اصلی آموزش، تنظیم پارامترهای کنترلگر فازی برای مازول "اجتناب از موانع" در معماری طراحی شده شکل ۳، می باشد. سه ورودی اول تعریف شده در بخش سوم برای کنترلگر ربات با ترکیب خروجی های حسگرهای مادون قرمز هر کدام از وجوه راست، جلو و چپ بصورت زیر حاصل می شوند:

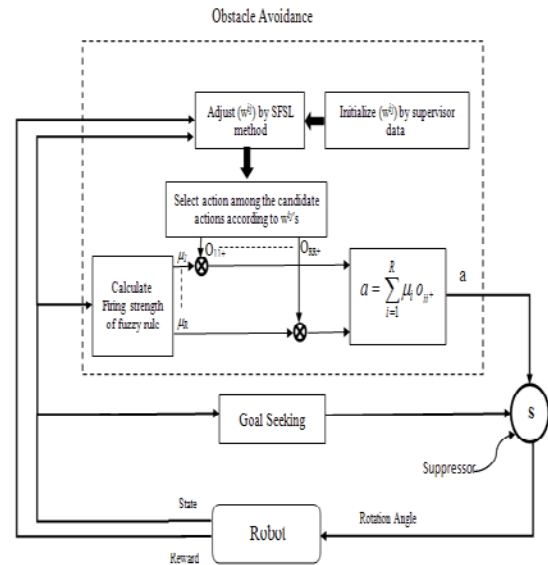
$$d_{face}(t) = 1 - \frac{\max(s_{face,1}, s_{face,2})}{1024} \quad (V)$$

$$face \in \{Left, Front, Right\}$$

که $s_{face,1}$ و $s_{face,2}$ مقدار خروجی حسگرهای یک و دو برای وجه مشخص شده در اندیس آن (چپ، جلو، و یا راست) می باشند. لازم به ذکر است خروجی حسگرها که در شبیه ساز عددی بین ۰ تا ۱۰۲۳ است بصورت پیش فرض همراه با مقداری نویز جمع شده است. مقدار صفر برای وقتی است که حسگر هیچ مانعی را در محدوده خود حس نکند و مقدار ۱۰۲۳ برای هنگامی است که حسگر تقریباً به مانع چسبیده است. ورودی چهارم زاویه پیشانی ربات با هدف است، که آن را با $\theta(t)$ نشان می دهیم و مقدار آن عددی بین ۱۸۰ و -۱۸۰ درجه می باشد.

چهار ورودی مذکور نرمالیز شده و سپس به کنترلگر وارد می گردند. خروجی کنترلگر زاویه ی چرخش پیشانی ربات است که عددی بین -۴۵ درجه تا +۴۵ درجه در نظر گرفته شده است.

مرحله اول شامل حرکت ربات توسط ناظر در محیط آموزش شکل ۷ با کمک جوی استیک^۳ می باشد. ۱۲۰۰ جفت داده ورودی - خروجی در این مرحله جمع آوری شد. از این داده ها با استفاده از روش ارائه شده در بخش چهارم، مقدار اولیه ارزش عمل های کاندید (W^{ij}) در هر قاعده کنترلگر فازی مشخص گردید.



شکل ۶: نمودار بلوکی روش SFSL.

۵- شبیه سازی

شبیه سازهای متعددی برای ربات خپرا موجود است. در این میان، شبیه ساز KiKS که یک شبیه ساز ربات خپرا در محیط برنامه نویسی MATLAB است، برای مسأله ناوبری ربات استفاده می شود که این شبیه ساز مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است [۲۱]. در این پژوهش نیز از این شبیه ساز استفاده شده است. در ابتدای کار لازم است محیط های لازم برای شبیه سازی آماده گردد. برای هر محیط ابعاد آن، موقعیت و شکل موانع، موقعیت شروع حرکت ربات، و موقعیت هدف تعیین می گردد. برای این کار از واسطه گرافیکی شبیه ساز و دستورات مرتبط با آن در شبیه ساز استفاده شده است.

ابعاد محیط آموزشی ۸۲۰×۸۲۰ میلی متر مربع است که موانع مختلفی با شکل های متفاوت در آن قرار گرفته اند. شکل ۷ محیط آموزش ربات را با موقعیت های مختلف شروع حرکت ربات و هدف نشان می دهد. در این محیط، مستطیل های سفید رنگ موانع و ستاره زرد رنگ، هدف می باشد.

هر رویداد^۱ در بخش آموزش شامل شروع از مبدأ و حرکت ربات تا رسیدن به هدف است. موقعیت هدف و شروع حرکت ربات در هر رویداد متفاوت می باشد. بخش آموزش در صورتیکه ربات به کران بالای تعداد حرکت ها که ۵۰۰ است و یا اینکه ۱۰ بار بطور متوالی بدون شکست به هدف برسد، به پایان می رسد. شماره رویدادها در پایان بخش آموزش بعنوان معیار زمان آموزش^۲ LDI در نظر گرفته می شود.

^۱-Episode

^۲-Learning Duration Index

^۳-Joystick

جهت مقایسه روش ارائه شده با یک روش ترکیبی مشابه، الگوریتم CSLAFSL [۱۶] انتخاب شد. برای روش CSLAFSL از داده آموزشی بدست آمده توسط حرکت ربات توسط ناظر برای تنظیم درجه عضویت توابع عضویت ورودی قواعد فازی طبق روش بیان شده در مقاله [۱] استفاده شد و آنگاه در معماری رده بندی ارائه شده (شرح داده شده در بخش سوم) بکار گرفته شد. همچنین دو روش FSL [۹]، و FQL [۴] نیز در معماری رده بندی ارائه شده بکار رفتند و نتایج شبیه سازی آورده شده است. توجه شود که در این دو روش ارزش اولیه عمل‌های تالی ها (w^j) صفر می باشند (مقدار دهی اولیه نشده‌اند).

نتایج شبیه سازی در جدول ۱ آورده شده است. ستون اول این جدول چهار الگوریتم یادگیری را نشان می‌دهد. ستون دوم این جدول متوسط LDI ها را در بخش آموزش نشان می‌دهد که مقدار آن از متوسط‌گیری بر روی ۱۰ اجرای مستقل بدست آمده است. ستون سوم و چهارم نشان دهنده متوسط تعداد برخوردهای ربات با موانع، بترتیب در بخش آموزش و تست می‌باشد. نهایتاً در ستون پنجم متوسط مسافت پیموده شده توسط ربات در بخش تست آورده شده است.

جدول ۱: نتایج شبیه سازی در مسئله ناوبری ربات.

Methods	Ave. LDI	Failure Rate 1	Failure Rate 2	Ave. Distance
SFSL	40	30.4	8.7	78.00
CSLAFSL	88	49.3	9.1	78.04
FSL	107	62.6	9.3	78.12
FQL	124	66.5	9.8	77.08

همانطور که از نتایج مشهود است عملکرد روش SFSL بطور قابل توجهی از سه روش دیگر بهتر است. این روش برای معیار Ave. LDI نشانگر سرعت آموزش است، ۵۰ درصد بهتر از CSLAFSL، ۶۲ درصد سریعتر از FSL و ۶۸ درصد سریعتر از FQL، کنترلگر فازی را تنظیم می‌کند. عبارتی این روش سرعت زمان آموزش را حداقل ۶۰ درصد افزایش داده است. همچنین تعداد شکست‌ها در بخش آموزش در روش SFSL از سه روش بطور قابل توجهی (تقریباً ۵۰ درصد) کمتر شده است. تعداد شکست‌ها در بخش تست نیز در روش SFSL، ۴ درصد کمتر از CSLAFSL، ۶ درصد کمتر از FSL و ۱۱ درصد کمتر از FQL می‌باشد. از آنجا که هر چهار روش در همه تکرارها در مرحله تست به هدف رسیده‌اند مسافت طی شده تا هدف در آنها تقریباً یکسان است. جهت نمایش نحوه تغییرات مقادیر وزن عمل‌های کاندید، نمودار تغییرات مقدار ارزش (w^j) عمل‌های کاندید در قاعده ۲۳ ام کنترلگر فازی در شکل ۹ آورده شده است. همانطور که دیده می‌شود ارزش مربوط به اولین عمل کاندید (مربوط به 45°) بیشترین مقدار را دارد که پس از گذشت زمان کوتاهی از آموزش مقدار ارزش آن از بقیه عمل‌ها پیشی گرفته است. همچنین

در مرحله دوم آموزش از الگوریتم FSL، برای تنظیم برخظ پارامترهای کنترلگر استفاده می‌شود. در الگوریتم FSL معیار فاصله ربات با موانع که d نامیده می‌شود، بصورت زیر تعریف گردید:

$$d = \min(d_{face}) \quad face \in \{Left, Front, Right\} \quad (۸)$$

هرگاه d صفر شود یک شکست^۱ به حساب می‌آید. هرگاه فاصله مرکز ربات تا هدف به ۵۰ میلی متر برسد، به معنی رسیدن ربات به هدف است. سیگنال تقویتی را با توجه به نزدیکی به موانع و زاویه سر ربات با هدف بصورت زیر تعریف می‌نماییم:

$$r(t) = \begin{cases} -1 & failure \\ -0.5 & d < 0.075 \\ \Delta/150 & \Delta > 0 \ \& \ d \geq 0.075 \\ -0.01 + \Delta/150 & \Delta \leq 0 \ \& \ d \geq 0.075 \\ 1 & goal \end{cases}$$

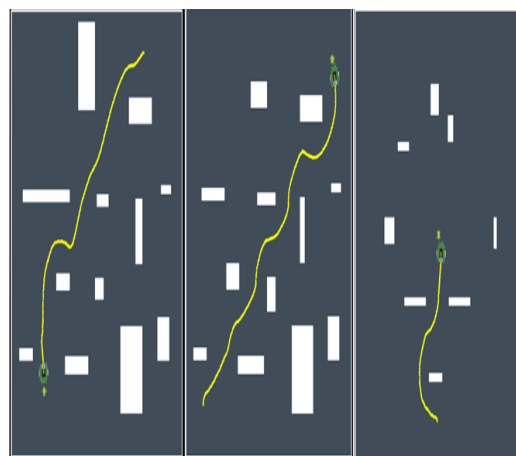
$$\Delta = |\theta(t-1)| - |\theta(t)| \quad (۹)$$

برای تالی هر قاعده ۱۳ عمل کاندید بصورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$A = \{-45, -30, -20, -15, -10, -5, 5, 15, 10, 20, 30, 45\}$$

برای آموزش در این مرحله، پانصد جفت موقعیت تصادفی برای نقطه شروع حرکت ربات و هدف در محیط آموزشی شکل ۷ تولید شدند. ده اجرای مستقل انجام پذیرفت. هر اجرا از دو بخش آموزش و تست تشکیل می‌گردد.

پس از پایان آموزش، برای ارزیابی عملکرد ربات، بخش تست انجام می‌پذیرد. در این بخش ۱۰ محیط جدید ایجاد شده که در ۸ محیط اول تنها موقعیت شروع حرکت ربات و هدف متفاوت است. شکل ۸ این محیط‌ها را نشان می‌دهد. کیفیت عملکرد در محیط تست با معیارهای تعداد برخورد به موانع، و مسافت طی شده تا رسیدن به هدف ارزیابی می‌شود.



شکل ۸: محیط‌های تست مختلف برای رویدادهای ۱ تا ۱۰ در بخش تست

^۱ - Failure

ماژول برای ترکیب رفتارها ندارد و در هر لحظه تنها خروجی یک رفتار به ربات اعمال می شود، لذا هزینه محاسباتی و طراحی کاهش یافته است. در خصوص تحلیل ریاضی روش ارائه شده باید گفته شود که از آنجا که روش مذکور در واقع از داده باناظر برای مقدار دهی اولیه پارامترهای روش FSL استفاده کرده است. لذا تمام شرایط بیان شده در قضایای ارائه شده برای FSL در مقاله [9] را دارد و تحلیل ها و قضایای ریاضی بیان شده در آن مرجع برای SFSL نیز برقرار است.

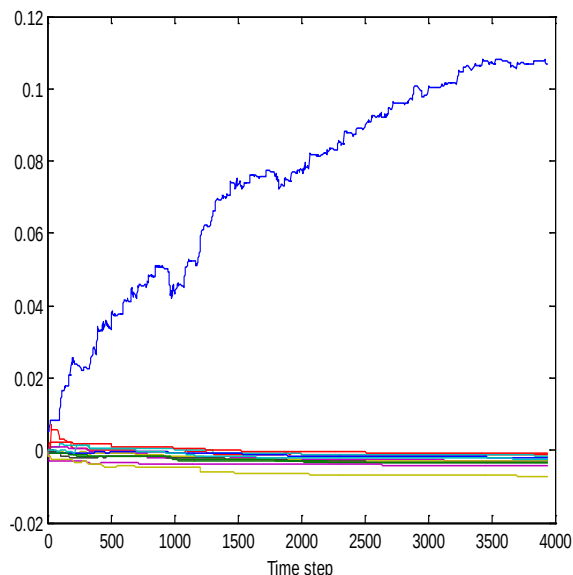
سپاسگزاری

این تحقیق با حمایت "صندوق حمایت از پژوهشگران کشور INSF" انجام شده است که بدینوسیله از آن مرکز محترم تشکر و قدردانی می گردد.

مراجع

- [1] C. Ye, N. H. C. Yung, and D. Wang, "A fuzzy controller with supervised learning assisted reinforcement learning algorithm for obstacle avoidance," IEEE Transaction Systems, Man, Cybernetics, vol. 33, no. 1, pp.17-27, Feb. 2003.
- [2] T. Belker, M. Beetz, and A. Cremers, "Learning action models for the improved execution of navigation plans," Robotics and Autonomous Systems, vol. 38, pp. 137-148, Mar. 2002.
- [3] T. Fong, I. Nourbakhsh, and K. Dautenhahn, "A survey of socially interactive robots," Robotics and Autonomous Systems, vol. 42, pp. 143-166, Mar. 2003.
- [4] L. Jouffe, "Fuzzy inference system learning by reinforcement methods," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. C, vol. 28, no.3, pp. 338-355, Aug. 1998.
- [5] H. R. Beom, and H. S. Cho, "A sensor-based navigation for a mobile robot using fuzzy logic and reinforcement learning," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 25, no. 3, pp. 464-477, Mar. 1995.
- [6] K. Macek, I. Petrovic, and N. Peric, "A reinforcement learning approach to obstacle avoidance of mobile robots," Proc. IEEE Int. Conf. Advanced Motion Control, vol.1, pp. 462-466, 2002.
- [7] J. S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, "Neuro-Fuzzy and soft computing," Prentice-Hall, 1997.
- [8] م. کلامی هریس، ن. پرز، م. ب. نقیبی سیستمی "بررسی یادگیری تقویتی و خواص سیاست بهینه در مسائل جدولی با استفاده از روش های کنترل دیجیتال"، مجله کنترل، جلد ۳، شماره ۱، بهار ۱۳۸۸
- [9] V. Derhami, V. Majd, and M. Nili Ahamadabaadi "Fuzzy Sarsa learning and the proof of its

ترتیب مقدار ارزش عملهای دیگر نیز پس از گذشت زمان کوتاهی از آموزش دیگر تغییر نمی کند.



شکل ۹: نمودار تغییرات مقدار ارزش عملها در تالی قاعده ۲۳ ام کنترلگر

۶- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله یک روش جدید برای ترکیب یادگیری باناظر و یادگیری تقویتی پیوسته پیشنهاد شد. جهت بررسی عملکرد روش مذکور از مسأله ناوبری ربات استفاده شد. در این روش فرمان های کنترلی هدایت ربات، براساس معماری رده بندی بروکس طراحی شد و فرمان نهایی از ترکیب دو رفتار "اجتناب از موانع" و "پیگیری هدف" بدست آمد. برای رفتار "اجتناب از موانع" یک کنترلگر فازی سوگنو مرتبه صفر طراحی شد. هدف یادگیری یافتن مقدار تالی مناسب برای هر قاعده این کنترلگر بود. روش ارائه شده از داده های آموزشی تولید شده که با کمک ناظر و از طریق حرکت دادن ربات در محیط بدست آمده بود، برای تقریب مقدار ارزش هر عمل کاندید استفاده نمود. در مرحله دوم آموزش، از الگوریتم FSL به عنوان الگوریتم یادگیری تقویتی پیوسته برای تنظیم نهایی مقدار تالی قواعد کنترلگر فازی بهره برده شد. نتایج شبیه سازی برای روش ارائه شده نشان داد که زمان آموزش و تعداد برخورد به موانع، کاهش قابل توجهی نسبت به سه روش CSFAFSL، FSL و FQL هنگامی که پارامترهای آنها مقدار دهی اولیه نشده اند، دارد. لازم به توجه است که در اینجا بر خلاف روش های مرسوم که از یادگیری باناظر برای تعیین مقدار خروجی کنترلگر برای هر حالت استفاده می کنند، از داده های آموزشی بدست آمده، برای ارزش دهی به عمل های کاندید در هر حالت استفاده شد. بدین طریق نه تنها از اثر مخرب داده های ناسازگار جلوگیری بعمل آمد، بلکه از دانش موجود در این داده ها نیز سود برده شد. نکته قابل توجه دیگر استفاده از معماری رده بندی جهت ناوبری ربات بود. ساختار ارائه شده دیگر نیازی به یک

- [10] R. S. Sutton, and A. G. Barto, "Reinforcement learning: An introduction," Cambridge, MIT Press, 1998.
- [۱۶] ف. فتحی نژاد، و. درهمی "ترکیب یادگیری با ناظر با یادگیری تقویتی برای ناوبری ربات"، هفدهمین کنفرانس ملی سالانه انجمن کامپیوتر ایران، صفحه: ۱۱۵-۱۱۹، اسفند ۱۳۹۰
- [17] H. Maaref, and C. Barret "Sensor-based navigation of a mobile robot in an indoor environment" Robotics and Automation systems, vol. 38, pp. 1-18, Jan. 2002.
- [18] E. O. Ari, I. Erkmen, and A. M. Erkmen, "A FACL controller architecture for a grasping snake robot," Proc. IEEE Int. Conf. Intelligent Robots and Systems, pp. 1748-1753, 2005.
- [19] R. A. Brooks, "A robust layered control system for a mobile robot," Journal of Robotics and Automation, vol. 2, pp. 14-23, Mar. 1986.
- [20] K. Anam, Prihastono, H. Wicaksono, R. Effendi, S. Kuswadi, "Hybridization of Fuzzy Q-learning and Behavior-Based Control for Autonomous Mobile Robot Navigation in Cluttered Environment" International Joint ICROS- Conf SICE, pp. 1023 - 1028, Aug. 2009.
- [21] T. Nilsson, "KIKS: KIKS Is a Khepera Simulator" <http://www.kiks.f2s.com>.
- stationary points" Asian Journal of Control, vol. 10, No. 5, pp. 535-549, September 2008.
- [11] J. Henderson, O. Lemon, K. Georgila, "Hybrid Reinforcement/Supervised Learning for Dialogue Policies from communicator data," In IJCAI workshop on Knowledge and Reasoning in Practical Dialogue Systems, 2005.
- [12] R. Iglesias, C. V. Regueiro, J. Correa, S. Barro, "supervised reinforcement learning: application to a wall following behaviour in a mobile robot," Lecture Notes in Computer Science, vol. 1416, pp. 300-309, 1998.
- [13] L. Lin, H. Xie, D. Zhang, L. Shen, "Supervised Neural Q-learning based Motion Control for Bionic Underwater Robots," Journal of Bionic Engineering, vol. 7, pp. 177-184, Sept. 2010.
- [14] N. Navarro-Guerrero, C. Weber, P. Schroeter, S. Wermter, "Real-world reinforcement learning for autonomous humanoid robot docking", Robotics and Autonomous Systems, vol. 60, pp. 1400-1407, Nov. 2012.
- [15] Su. Shun-Feng, H. Sheng-Hsiung, "Embedding Fuzzy Mechanisms and Knowledge in Box-Type Reinforcement Learning Controllers," IEEE Transaction System, Man, Cybernetic. vol. 32, pp. 645-653, Oct. 2002.

مدل سازی و تحلیل سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل خودرو

صیاد نصیری^۱، بیژن معاونی^۲، غلامحسین پایگانه^۳، محمد عارفیان^۴

^۱مربی، مرکز کارگاههای آموزشی، دانشگاه صنعتی شریف، nasiri@sharif.edu

^۲استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

^۳استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، ghp157@yahoo.com

^۴فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، arefiyan_mohammad@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۶/۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۸/۱۰)

چکیده: سیستم ترمز ضد قفل یکی از سیستم‌های ایمنی فعال می‌باشد، که به منظور دستیابی به شتاب منفی حداکثری در شرایط اضطراری ترمزگیری و همچنین افزایش پایداری و کاهش مسافت ترمزی طراحی شده است. هدف از این مقاله، مدل سازی تئوری- تجربی سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل خودرو می‌باشد. از آنجایی که این سیستم بنیان و زیر بنای سایر سیستم‌های کنترلی خودرو همچون EBD، ESP و ACC و غیره است، لذا دستیابی به معادلات حاکم بر این سیستم، حائز اهمیت فراوان است. در این مقاله ابتدا روابط دینامیکی حاکم بر سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل از پدال ترمز تا چرخ و زمین ارائه شده و سپس شبیه سازی‌های لازم بر اساس مدل ارائه شده در نرم افزار MATLAB انجام گرفته است. در پایان با انجام آزمایش‌های تجربی بر روی خودروی مجهز به ادوات و تجهیزات اندازه گیری و ثبت اطلاعات، صحت گذاری مدل سازی و شبیه سازی ارائه شده، انجام پذیرفته است.

کلمات کلیدی: سیستم ترمز خودرو، سیستم ترمز ضد قفل، مدل سازی، شبیه سازی و صحت گذاری

Modeling and Analysis of the Hydraulic Antilock Brake System of Vehicle

Sayad Nasiri, Bijan Moaveni, Golamhassan Payganeh, Mohammad Arefiyan

Abstract: Antilock brake system (ABS) is an active automobile safety system to achieve the maximum negative acceleration during the braking process. Also, ABS increases the automobile stability and reduces the stopping distance. Modeling the brake system and particularly ABS are very important, due to that ABS is the foundation of other advanced automobile control systems like EBD, ESP and ACC. In this paper, we introduce a detailed model of hydraulic ABS. Also, in this paper, we evaluate and validate the presented modeling, by comparing the results of simulations to experimental tests.

Keywords: Automobile Brake System, Antilock Brake System, Modeling, Simulation and Validation.

۱- مقدمه

حداکثری ضریب اصطکاک طولی و عرضی تأیر داشته و به موجب آن، به دنبال دست یافتن به کمترین مسافت ترمزی و افزایش مانورپذیری خودرو است [1]. سیستم ترمز ضد قفل بنیان و اساس سایر سیستم‌های

کاهش مسافت ترمزی و افزایش پایداری از مهمترین عوامل کاهش تصادفات می‌باشند. این دو عامل وابسته به مقدار ضریب اصطکاک بین تأیر خودرو و زمین می‌باشند. سیستم ترمز ضد قفل، سعی در حفظ مقدار

پیشرفته در حوزه ایمنی فعال خودرو بوده و سیستم‌هایی نظیر¹ ESP،² EBD و³ ACC از ویژگی‌های آن بهره می‌برند. بنابراین می‌توان دریافت که تحلیل سیستم ترمز ضد قفل نیز پایه و بنیان ارزیابی و طراحی سایر سیستم‌های ایمنی در خودرو به شمار می‌رود. مدل سازی سیستم ترمز ضد قفل علاوه بر اینکه ویژگی‌های آن سیستم را مشخص می‌کند، از نقطه نظر طراحی کنترل کننده برای سیستم نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

اولین بار ایده سیستم ترمز ضد قفل در سال ۱۹۰۵ در کشور آلمان مطرح گردید. در سال ۱۹۴۷ اولین ترمز ضد قفل برای قطار طراحی و در سال ۱۹۶۰ ترمز ضد قفل با کنترل کننده الکترونیکی بصورت گسترده در هواپیماها مورد استفاده قرار گرفت. در سال ۱۹۶۹ اولین ترمز ضد قفل برای خودروهای سواری که تنها بر روی چرخ‌های عقب نصب می‌شد در شرکت فورد و کلسی هیس تولید گردید. اما ترمزهای ضد قفل مدرن که دارای واحد کنترل الکترونیک می‌باشند در سال ۱۹۷۶ توسط شرکت دایملر-بنز و شرکت بوش طراحی و ساخته شد [2].

در سراسر دنیا، محققان بسیاری به مسائل مختلف موجود در طراحی سیستم ترمز ضد قفل پرداخته‌اند و به نتایج گوناگونی نیز دست یافته‌اند. از مهمترین افرادی که بر روی مدل سازی سیستم ترمز ضد قفل مطالعه و تحقیق کرده است، جردس⁴ و همکارانش بوده‌اند که به بررسی و مدل سازی سیستم ترمز خودرو پرداخته‌اند [3]. تمرکز آنها بر روی مدل سازی بوستر خلائی خودرو بوده و مدل سازی استاتیکی شیر کنترلی بوستر به همراه دینامیک هوای ورودی از مهمترین خصوصیت این مدل سازی به شمار می‌رود. همچنین در [3] به وجود خاصیت هیستریزیس بوستر اشاره گردیده است. این در حالی است که مدل سیستم هیدرولیک بسیار ساده و به صورت استاتیکی و بدون لحاظ کردن اجزاء مدولاتور ABS در نظر گرفته شده است.

از جمله دیگر تحقیقات قابل توجه در مدل سازی سیستم ترمز می‌توان به مقاله Wu و همکاران در [4] اشاره نمود که در آن به مدل سازی سیستم ترمز با جزئیات بیشتری نسبت به تحقیقات پیشین پرداخته شده است. در این مدل پیشنهادی، که با آزمایش‌های تجربی نیز همراه است، متاسفانه بوستر تنها با یک ضریب ثابت مدل شده است در حالیکه خصوصیات عملکردی شیر کنترل بوستر و دیسک عکس العملی از مهمترین بخش‌های موثر در احساس ترمزی مناسب می‌باشد و مدل سازی صحیح و دقیق این موارد در مدل سازی واقعی سیستم ترمز امری اجتناب ناپذیر است. در بخش مدل سازی، مدل هیدرولیکی ترمز یک چهارم خودرو در نظر گرفته شده است و از ساده سازی‌های بسیاری استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به ساده سازی معادلات مربوط به بخش هیدرولیک سیستم ترمز، در نظر نگرفتن نیروی اصطکاک اجزاء و غیره

اشاره کرد. از طرفی اختلاف بار عمودی روی چرخ‌های عقب و جلو در فرایند ترمز گیری قابل توجه می‌باشد که باعث افزایش عدم قطعیت بیش از پیش در مدل سیستم می‌گردد که در [4] از این موضوع صرف نظر شده است. مهمترین بخش مقاله [4]، طراحی کنترل کننده مد لغزشی PWM و ارزیابی کنترل کننده طراحی شده در آزمون تجربی است. نتایج حاصل از این مقاله به موفقیت استفاده از کنترل کننده مد لغزشی PWM برای کنترل کردن سیستم ترمز ضد قفل و آزمایش موفق آن در یک سیستم آزمایشگاهی منجر شده است و بحث صحت گذاری مدل سازی انجام شده مد نظر قرار نگرفته است و صرفاً به نتایج بعد از مدولاتور که ناشی از تغییر فشار کنترل کننده مورد نظر می‌باشد، اکتفا شده است که البته اختلاف قابل توجهی نیز در فشار هیدرولیک شبیه سازی و تست تجربی دیده می‌شود.

از تحقیقات مهم در حوزه مدل سازی سیستم ترمز به مقاله Khan و همکاران در سال ۱۹۹۲ که به مدل سازی بوستر پرداخته‌اند می‌توان اشاره کرد [5]. روش مورد استفاده برای مدل سازی و شبیه سازی بوستر، روش باند گراف⁵ بوده است، ولیکن در مقاله مذکور روابط حاکم بر سیستم موجود نمی‌باشد و مدل سازی بخش هیدرولیک سیستم ترمز ضد قفل نیز انجام نشده است. در مقاله مذکور به بررسی و کارآیی روش باند گراف و نحوه‌ی استفاده از آن در مدل سازی سیستم‌های دینامیک پرداخته شده است.

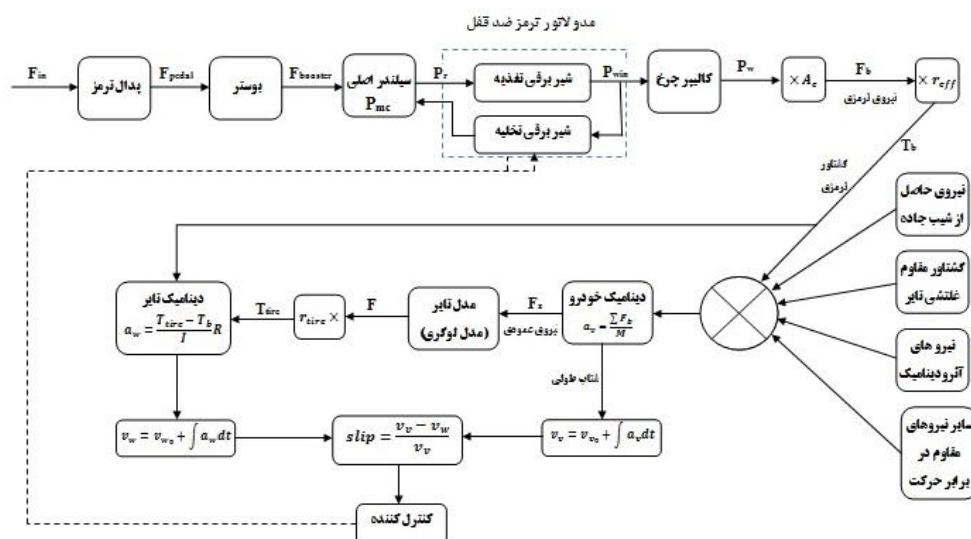
در [6]، Ho و همکاران به مدل سازی و شبیه سازی خصوصیات سیلندر اصلی سیستم ترمز در حالت استاتیکی پرداخته‌اند. در این مقاله تمرکز بر روی سیلندر اصلی سیستم ترمز بوده است. در این مدل، ابتدا مدل استاتیکی اجزاء سیلندر اصلی استخراج گردیده و تلاش شده است که نیروی اصطکاک بین پیستون و سیلندر اصلی نیز در محاسبات لحاظ گردد و در خاتمه بوسیله آزمون تجربی مدل مورد نظر مورد سنجش قرار گرفته است. در این مقاله شبیه سازی پدال ترمز و سیلندر اصلی بدون در نظر گرفتن سایر اجزاء سیستم ترمز از جمله بوستر در نرم افزار AMESim انجام شده است.

در [7]، حریفی⁶ و همکاران تنها مدل دینامیکی بدنه و تایر خودرو را ارایه کرده‌اند و از آن برای کنترل سیستم ترمز ضد قفل با استفاده از کنترل کننده مد لغزشی استفاده نموده‌اند. در این مقاله از مدل سازی تمامی اجزاء سیستم ترمز ضد قفل صرف نظر شده است و گشتاورهای ترمز اعمال شده به چرخ‌های جلو و عقب به صورت پارامتری خالص با صرف نظر از تاثیر اجزاء سیستم ترمز بر آن در نظر گرفته شده است. کوانگ⁷ و همکاران نیز در [8] به مدل سازی دینامیکی بخش هیدرولیک سیستم ترمز برای سیستم‌های کنترل کننده فعال خودرو پرداخته‌اند. روش مورد استفاده در این مقاله، روش باند گراف می‌باشد.

⁵ Bond Graph⁶ Harifi⁷ Kuang¹ Electronically Stability Programming² Electronic Brake Distribution³ Adaptive Cruise Control or Stop and Go⁴ Gerdes

- مجله کنترل، جلد ۶، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۱

۲. فشار هوای محیط و همچنین خلاء تولید شده حاصل از کارکرد موتور خودرو



شکل ۲: مدل کامل سیستم ترمز ضد قفل و دینامیک ترمزگیری

$$F_{pedal} = \frac{b}{a} F_{in} \quad (2)$$

ماکزیمم نیروی پای راست که به پدال ترمز اعمال می‌شود، برای زنان در حدود ۴۴۵ نیوتن و برای مردان ۸۲۳ نیوتن می‌باشد. هر دو پارامتر نیروی اعمالی به پدال و جابجایی آن برای بهبود عملکرد راننده ضروری و مهم می‌باشد [9]. پر واضح است که سیستم ترمز با جابجایی نامناسب پدال به خصوص در جاده‌های لغزنده دچار قفل شدن غیر عمدی چرخ‌ها شده و افزایش لغزش و کاهش رانندگی سیستم ترمز را به دنبال خواهد داشت.

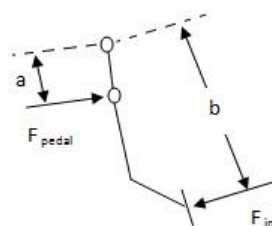
۲-۳- بوستر

بوستر وظیفه افزایش ۴ تا ۶ برابری نیروی پای راننده را بر عهده دارد [9]. نیروی پای راننده به بوستر وارد شده و سپس با اختلاف فشار ایجاد شده در دو طرف دیافراگم آن، نیروی پای راننده تقویت می‌گردد. در زمان فعال شدن بوستر، پشت دیافراگم به هوای آزاد و جلوی آن به خلاء موتور متصل می‌گردد. شکل ۴ شماتیک بوستر در حالت غیر فعال را نشان می‌دهد. همانگونه که ملاحظه می‌گردد، در این حالت دو طرف دیافراگم به خلاء موتور متصل بوده و بنابراین بوستر در وضعیت غیر فعال می‌باشد.

در سیستم ترمز ضد قفل، علاوه بر ورودی‌های فوق، عوامل تاثیر گذار دیگر عبارت است از نحوه باز و بسته شدن شیرهای برقی تغذیه و تخلیه مایع هیدرولیک سیستم ترمز که به وسیله آنها فشار مایع هیدرولیک در پشت پیستون کالیپر کنترل و در نتیجه با تغییر در گشتاور ترمزی اعمال به چرخ، لغزش کنترل می‌گردد. در حقیقت با استفاده از این شیرهای تخلیه و تغذیه است که گشتاور ترمزی و به عبارت دیگر عملکرد سیستم ترمز را می‌توان کنترل نموده و بهبود بخشید. شکل ۲ نشان دهنده مدل کلی و اجزای تشکیل دهنده سیستم ترمز است. با دقت در این نمودار می‌توان نحوه ارتباط و طریقه عملکرد سیستم ترمز ضد قفل و تعامل اجزای سیستم ترمز برای مدل سازی را مشاهده نمود. همانگونه که در شکل ۱ نیز نشان داده شده است، ورودی سیستم ترمز نیروی پای راننده بوده که به پدال ترمز اعمال می‌شود. لذا در ادامه این مقاله مدل سازی سیستم ترمز نیز، با مدل سازی پدال آغاز می‌گردد.

۳-۱- مدل سازی پدال

پدال ترمز اولین جز سیستم ترمز محسوب می‌شود که نیروی پای راننده را با توجه به شکل ۳ و بر اساس رابطه (۲) تقویت می‌کند.



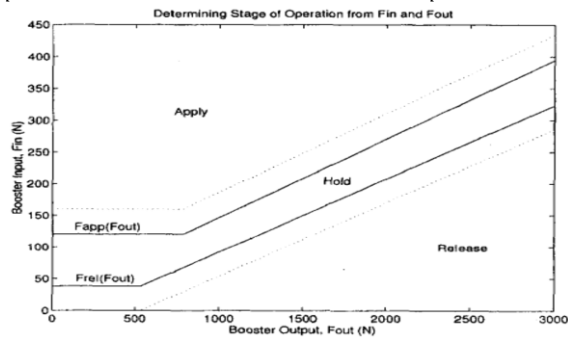
شکل ۳: مدل پدال ترمز و نیروهای وارده به آن

$$\begin{aligned} F_{pedal} < F_{rel} &\Rightarrow release \\ F_{rel} \leq F_{pedal} \leq F_{app} &\Rightarrow hold \\ F_{app} \leq F_{pedal} &\Rightarrow apply \end{aligned} \quad (5)$$

بر این اساس حالت‌های مختلف عملکرد بوستر را می‌توان بصورت زیر مدل نمود:

• حالت اعمال نیرو

$$\begin{aligned} F_{pedal} < 130 & \quad F_{out} = 0 \\ F_{pedal} = 130 & \quad 0 < F_{out} < 750 \\ F_{pedal} > 130 & \quad F_{out} = 750 + 0.03738F_{pedal} \end{aligned} \quad (6)$$



شکل ۶: حالت‌های عملکردی بوستر [2]

F_{out} ، نیروی خروجی بوستر می‌باشد.

• حالت خلاص کردن نیرو

$$\begin{aligned} F_{pedal} < 40 & \quad F_{out} = 0 \\ F_{pedal} = 40 & \quad 0 < F_{out} < 550 \\ F_{pedal} > 40 & \quad F_{out} = 550 + 0.1066F_{pedal} \end{aligned} \quad (7)$$

• حالت حفظ نیرو

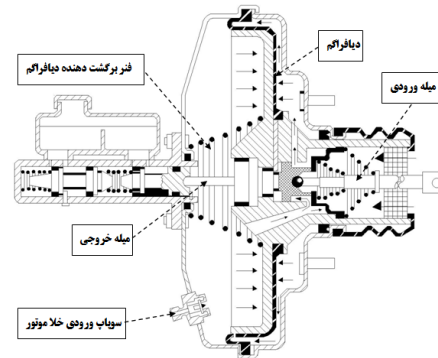
حالت ما بین اعمال نیرو و خلاص کردن نیرو حالت حفظ نیرو است. بنابراین در هریک از این حالات عملکرد بوستر مقدار P_a و P_v نیز باید تعریف گردند. مقادیر فوق توسط روابط (۸) و (۹) بیان می‌گردند.

$$P_a = \frac{m_a RT}{V_{a0} + A_d x_2} \quad (8)$$

$$P_v = \frac{m_v RT}{V_{v0} - A_d x_2} \quad (9)$$

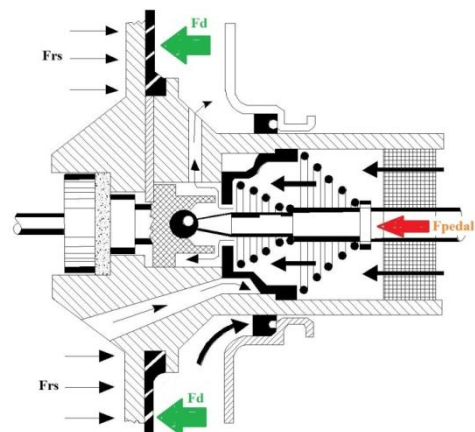
در این روابط m_a جرم هوای محفظه فشاری بوستر، m_v جرم هوای محفظه خلایی بوستر، R ثابت عمومی گازها، T دما بر حسب درجه کلوین، V_{a0} حجم اولیه محفظه فشار، V_{v0} حجم اولیه محفظه خلاء می‌باشد. مقادیر m_a و m_v را می‌توان با استفاده از روابط (۱۰) تا (۱۲) بدست آورد [3].

$$\dot{m}_a = \begin{cases} C_{aa}(P_{atm} - P_a) & apply \\ C_{leak}(P_v - P_a) & hold \\ C_{av}(P_v - P_a) & release \end{cases} \quad (10)$$



شکل ۴: بوستر ترمز در حالت غیر فعال

حالت فعال شدن بوستر در شکل ۵ نشان داده شده است. با دقت در این شکل می‌توان دریافت که با کم کردن نیروی فنر (F_{rs}) از مجموع نیروی پای راننده (F_{pedal}) و نیروی دیافراگم (F_d) مقدار نیروی خروجی بوستر حاصل می‌گردد.



شکل ۵: شیر کنترلی بوستر ترمز در حالت فعال

بنابراین می‌توان مدل ساده بوستر را با توجه به شکل ۵ به صورت رابطه (۳) در نظر گرفت.

$$F_{booster} = \begin{cases} F_d + F_{pedal} - F_{rs} & F_d + F_{pedal} > F_{rs} \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (3)$$

در این رابطه $F_{booster}$ نیروی خروجی بوستر، F_d نیروی حاصل از اختلاف فشار دو طرف دیافراگم و F_{rs} نیروی فنر برگرداننده بوستر می‌باشد. لذا مقدار نیروی F_d را می‌توان بصورت رابطه (۴) محاسبه نمود:

$$F_d = (P_a - P_v)A_d \quad (4)$$

که در این رابطه P_v نشان دهنده فشار در جلوی دیافراگم (منطقه خلایی) بوده و P_a نشانگر فشار در پشت دیافراگم (منطقه فشاری) است. همچنین A_d سطح موثر دیافراگم است.

بوستر دارای سه حالت اعمال، حفظ و خلاص کردن نیرو است و مقدار نیروی F_d در هریک از این حالات نیز متفاوت می‌باشد. با توجه به دو مقدار نیروهای مرزی F_{rel} و F_{app} که در شکل ۶ نشان داده شده‌اند، می‌توان سه حالت فوق را به صورت رابطه (۵) تعریف کرد [3].

$$C_{av} = \begin{cases} \bar{C}_{av} + \bar{C}_{leak} & F_{pedal} < F_{rel} - \bar{F}_{rel} \\ \bar{C}_{av} \left(\frac{F_{rel} - F_{pedal}}{F_{rel}} \right) + \bar{C}_{leak} & otherwise \end{cases} \quad (14)$$

مقادیر عددی پارامترهای فوق با توجه به ناحیه نقطه چین در شکل ۶ قابل استحصال می‌باشد. برای نشت جریان، ضریب جریان مختلفی در نظر گرفته می‌شود. زیرا مقدار نشتی وابسته به مقاومتی است که فنر در اثر افزایش نیرو در برابر نشتی ایجاد می‌کند. مدل ارائه شده بر اساس تغییرات خطی دیسک عکس‌العملی بصورت رابطه (۱۵) می‌باشد [3].

$$C_{leak} = \bar{C}_{leak} \left(\frac{F_{app} - F_{pedal}}{F_{app} - F_{rel}} \right) \quad (15)$$

حال برای بدست آوردن مقدار نیروی خروجی از بوستر با استفاده از رابطه (۳)، نیاز به مقدار F_{rs} می‌باشد که در رابطه (۱۶) بیان شده است.

$$F_{rs} = F_{rs0} + K_{rs} x_d \quad (16)$$

در این رابطه F_{rs0} نیروی پیش فشار وارده بر فنر برگردان بوده، K_{rs} ضریب فنریت فنر برگردان و x_d جابجایی دیافراگم می‌باشد که با توجه به رابطه (۱۷) بدست می‌آید.

$$m_d \ddot{x}_d = F_{pedal} + F_d - F_{rs} \quad (17)$$

۳-۴- مدل سازی بخش هیدرولیک

اساسی‌ترین بخش در سیستم ترمز ضد قفل، کنترل مقدار فشار مایع هیدرولیک ترمز پشت پیستون کالیپر یا سیلندر چرخ‌ها است. بنابراین تصویری درست از دینامیک هیدرولیک ترمز و مدل سازی دقیق آن در مدل سازی سیستم ترمز ضد قفل، امری ضروری در طراحی کنترل کننده برای سیستم ترمز ضد قفل به شمار می‌آید. قسمت هیدرولیک سیستم ترمز ضد قفل از سیلندر اصلی آغاز و تا سیلندر چرخ‌ها ادامه می‌یابد.

۳-۴-۱- مدل سازی سیلندر اصلی

اولین قسمت سیستم ترمز پس از بوستر، سیلندر اصلی می‌باشد که در شکل ۷ اجزای آن نشان داده شده است. با استفاده از قانون دوم نیوتن می‌توان معادله دینامیکی حاکم بر پیستون را بصورت معادله (۱۸) ارائه نمود.

$\dot{m}_a$ نرخ جرم هوای ورودی به بوستر، C_{aa} ضریب تخلیه جریان هوای خطی شده برای جریان هوای اتمسفر در حالت C_{leak} apply، ضریب تخلیه جریان هوای خطی شده برای جریان هوای اتمسفر بین محفظه فشاری و خلایی بوستر، C_{av} ضریب تخلیه جریان هوای خطی شده برای جریان هوای اتمسفر بین محفظه‌ها و P_{atm} فشار هوای اتمسفر است [3].

$$\dot{m}_v = \begin{cases} \dot{m}_{vm} & apply \\ \dot{m}_{vm} + C_{leak}(P_v - P_a) & hold \\ \dot{m}_{vm} + C_{av}(P_v - P_a) & release \end{cases} \quad (11)$$

در این رابطه $\dot{m}_v$ نرخ جرم هوای محفظه خلایی بوستر و $\dot{m}_{vm}$ نرخ جرم هوای عبوری از شیر یک طرفه می‌باشد. وظیفه این شیر یک طرفه تنها عبور دادن جریان هوای درون محفظه خلایی به سمت مانیفولد می‌باشد. بنابراین یک مدل ساده از جریان عبوری از شیر یک طرفه عبارت است از [3]:

$$\dot{m}_{vm} = \begin{cases} -C_{vm}(P_v - P_{man} - P_0) & P_v > P_{man} + P_0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (12)$$

C_{vm} ضریب تخلیه جریان خطی شده، P_0 فشار لازم برای باز شدن شیر یک طرفه و P_{man} فشار مانی فولد است [3]. یکی از عوامل مهم در عملکرد بوستر خودرو مقدار خلاء موتور می‌باشد که باعث تغییر مقدار نیروی خروجی از بوستر شده و در معادلات نیز لحاظ شده است. این موضوع سبب تغییر احساس ترمزی در حالتی که میزان خلاء موتور تغییر می‌کند شده و بعضاً راننده را دچار خطای ترمز گیری می‌نماید. این وضعیت در حالت فعال بودن کولر خودرو که خلاء کمتری نسبت به حالت عادی کار موتور ایجاد می‌کند برای راننده کاملاً مشهود می‌باشد.

۳-۳- مدل سازی اورفیس شیر کنترلی

فاصله بین میله فشاری و دیافراگم بوستر یکی از فاکتورهای مشخص کننده حالت عملکرد بوستر بوده و از طرفی این فاصله بیان کننده اندازه اورفیس شیر کنترلی نیز می‌باشد. با توجه به شکل ۴ می‌توان دریافت که، سطح موثر اورفیس بصورت خطی با جابجایی بین میله فشاری و دیافراگم بوستر تا زمان باز شدن کامل آن افزایش یابد. از دیدگاه تجربی، انجام این کار نیاز به مشخص کردن ضریب جریان برای حالت کاملاً باز اورفیس دارد. با پیدا کردن ضریب جریان در حالت فوق، دیگر مقادیر ضرایب جریان را متناسب با اندازه اورفیس می‌توان تخمین زد [3].

اگر $\bar{F}_{rel}$ و $\bar{F}_{app}$ را به عنوان نیروی مورد نیاز برای باز شدن کامل اورفیس در حالت افزایش فشار و کاهش فشار و $\bar{C}_{aa}$ و $\bar{C}_{av}$ به عنوان ضرایب تطابق جریان در نظر گرفته شوند، آنگاه C_{aa} و C_{av} عبارتند از [3]:

$$C_{aa} = \begin{cases} \bar{C}_{aa} & F_{pedal} > F_{app} + \bar{F}_{app} \\ \bar{C}_{aa} \left(\frac{F_{pedal} - F_{app}}{F_{app}} \right) & otherwise \end{cases} \quad (13)$$



شکل ۸: بلوک الکترو هیدرولیک یا مدولاتور ترمز ضد قفل

مدولاتور الکترو هیدرولیک ترمز ضد قفل از پمپ، مجموعه شیرهای برقی و ECU تشکیل شده است. با توجه به شکل ۱ مدولاتور ترمز ضد قفل و مدارهای هیدرولیک، برای مدل یک چهارم خودرو به شرح زیر مدل سازی می شود.

۳-۲-۱- فاز اول - افزایش فشار

• مدل سازی مدار ترمز تا شیر برقی تغذیه

تغییر فشار بین خروجی سیلندر اصلی و لوله هایی که سیال را به شیر تغذیه چرخ منتقل می کنند، عبارت است از:

$$\dot{P}_r = \beta_r \frac{\dot{V}_r}{V_r} = \beta_r \frac{Q_{rmc} - Q_{win}}{V_r} \quad (21)$$

β_r مدول بالک لوله بین سیلندر اصلی مدار ترمز و بلوک هیدرولیک، Q_{win} دبی روغن ارسالی به چرخ بعد از شیر تغذیه و V_r حجم لوله بین خروجی سیلندر اصلی تا تغذیه است. مقدار دبی روغن بعد از شیر برقی تغذیه و قبل از کالیپر چرخ را می توان با استفاده از رابطه (۲۲) بدست آورد.

$$Q_{win} = C_{win} C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_r - P_{win}| \text{sign}(P_r - P_{win})} \quad (22)$$

P_{win} فشار سیال بعد از شیر برقی تغذیه و قبل از رسیدن به کالیپر چرخ، $C_{win} C_d$ ضریب تخلیه اورفیس شیر برقی تغذیه و A_0 سطح اورفیس شیر برقی تغذیه می باشد.

• تغییر فشار در مدار ترمز بعد از شیر برقی تغذیه و قبل

از کالیپر چرخ

با استفاده از رابطه (۲۳) می توان فشار در مدار ترمز بعد از شیر برقی تغذیه و قبل از کالیپر چرخ را می توان بدست آورد.

$$\dot{P}_{win} = \beta_{Lwin} \frac{\dot{V}_{Lwin}}{V_{Lwin}} = \beta_{Lwin} \frac{Q_w}{V_{Lwin}} \quad (23)$$



شکل ۷: اجزا داخلی سیلندر اصلی [6]

$$M_{mc} \ddot{x}_{mc} = F_{booster} - P_{mc} A_{mc} - K_{mc}(x_{mc} + x_{mc0}) - \mu_s N - \mu_d N \text{sign} \dot{x}_{mc} - C_{mc}(\dot{x}_{mc}) \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)، M_{mc} جرم پیستون، A_{mc} و P_{mc} فشار و سطح مقطع سیلندر اصلی، K_{mc} سختی فنر سیلندر اصلی، $x_{mc} + x_{mc0}$ جابجایی فنر مدار عقب و پیش بار فنر سیلندر اصلی، $C_{mc}(\dot{x}_{mc})$ نیروی دمپینگ سیلندر اصلی و $\mu_s N + \mu_d N \text{sign} \dot{x}_{mc}$ اصطکاک ایستایی و دینامیکی است. در معادله فوق، تغییرات فشار در سیلندر اصلی از رابطه (۱۹) استخراج می گردد [10].

$$\dot{P}_{mc} = \beta_{mc} \frac{\dot{V}_{mc}}{V_{mc}} = \beta_{mc} \frac{A_{mc} \dot{x}_{mc} - Q_{mc}}{V_{mc}} \quad (19)$$

پارامترهای این رابطه عبارتند از: β_{mc} مدول بالک مایع و سیلندر اصلی برای حجم V_{mc} دبی روغن ارسالی به مدار ترمز و Q_{mc} حجم اولیه سیلندر اصلی.

دبی روغن ارسالی به مدار از رابطه (۲۰) بدست می آید [10]:

$$Q_{mc} = C_{mc} C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{mc} - P_r| \text{sign}(P_{mc} - P_r)} \quad (20)$$

که در این رابطه، $C_{mc} C_d$ ضریب تخلیه اورفیس سیلندر اصلی مدار ترمز، A_0 سطح مقطع خروجی سیلندر اصلی به مدار ترمز، ρ جرم حجمی روغن، P_{mc} فشار در سیلندر اصلی و P_r فشار در مدار ترمز است.

۳-۲-۲- بلوک الکترو هیدرولیک سیستم ترمز ضد قفل

شکل ۸ بلوک الکترو هیدرولیک یا مدولاتور ترمز ضد قفل را نشان می دهد.

نرخ فشار و دبی خروجی از کالیپر تا شیر تخلیه

$$\dot{P}_{lout} = \beta_{lout} \frac{\dot{V}_{lout}}{V_{lout}} = \beta_{l,j} \frac{Q_{wout} - Q_{SDV}}{V_{lout}} \quad (31)$$

$$Q_{SDV} = C_{SDV} C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{Lout} - P_{LPA}|} \quad (32)$$

حال باید به اندازه زمان t_{OSDV} شیر برقی تخلیه را باز نگه داشت، تا Q_{SDV} ایجاد گردد و فشار ثانویه حاصل شود و چرخ دوباره در محدوده مناسب لغزش قرار گیرد. مقدار دبی سیال عبوری از شیرهای برقی تخلیه بسته به زمان باز بودن آنها می باشد. بنابراین مقدار دبی عبوری واقعی از شیرهای برقی تخلیه از رابطه (۳۳) بدست می آید.

$$Q_{SDVA} = Q_{SDV} \times t_{OSDV} \quad (33)$$

• معادله دینامیکی حاکم بر آکومولاتور فشار ضعیف

شکل ۹ نشان دهنده بخش هیدرولیک ترمز ضد قفل می باشد که در آن آکومولاتورهای فشار ضعیف نشان داده شده است.



شکل ۹: بخش هیدرولیک بلوک ترمز ضد قفل

این آکومولاتورها دارای یک فنر و پیستون بوده که ضمن تامین دبی مورد نیاز مایع هیدرولیک در مواقع ضروری در هنگام عملکرد شیرهای برقی تغذیه و تخلیه، مقداری از ضربات ناشی از کارکرد پمپ و همچنین باز و بسته شدن شیرهای برقی را جذب می کنند. معادله دینامیکی حاکم بر آکومولاتور فشار ضعیف عبارت است از:

$$\begin{aligned} M_{LPA} \ddot{x}_{LPA} &= P_{LPA} A_{LPA} - C_{LPA} \dot{x}_{LPA} \\ &\quad - K_{LPA} (x_{LPA} + x_{0LPA}) \\ &\quad - \mu_s N_{LPA} \\ &\quad - \mu_d N_{LPA} \text{sign}(x_{LPA}) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\dot{P}_{LPA} = \beta_{LPA} \frac{\dot{V}_{LPA}}{V_{LPA}} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} &= \beta_{LPA} \frac{Q_{SDVA} - x_{LPA} A_{LPA} - Q_{OWDV}}{V_{LPA}} \\ Q_{OWDV} &= C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{LPA} - P_{PI}|} \end{aligned} \quad (36)$$

β_{Lwin} مدول بالک مدار ترمز بعد از شیر برقی تغذیه و قبل از

کالیپر، V_{Lwin} حجم اولیه مدار ترمز بعد از شیر برقی تغذیه و قبل از کالیپر و Q_w دبی روغن از لوله مدار ترمز به داخل کالیپر می باشد.

• کالیپر چرخ

با کمک رابطه (۲۴) می توان دبی و با استفاده از رابطه (۲۵) فشار ورودی به کالیپر چرخ را بدست آورد.

$$Q_w = C_w C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{win} - P_w| \text{sign}(P_{win} - P_w)} \quad (24)$$

در این رابطه، C_w ضریب سطح، A_0 سطح اورفیس سیلندر چرخ و P_w فشار درون کالیپر چرخ می باشد.

$$\dot{P}_w = \beta_w \frac{\dot{V}_w}{V_w} = \beta_w \frac{Q_w - A_w \dot{x}_w}{V_w} \quad (25)$$

معادله حرکت حاکم بر پیستون کالیپر چرخ عبارت است از:

$$\begin{aligned} M_w \ddot{x}_w &= P_w A_w - C_w \dot{x}_w - K_w x_w - F_{Lw} \\ &\quad - \mu_s N_w - \mu_d N_w \text{sign}(x_w) \end{aligned} \quad (26)$$

در این رابطه F_{Lw} نیروی وارده بر لنت چرخ است. بنابراین مرحله افزایش فشار به پایان می رسد.

۳-۲-۴-۲ فاز دوم- تثبیت فشار

مرحله دوم تثبیت فشار می باشد که بوسیله بستن شیر برقی تغذیه و همچنین بسته نگه داشتن شیر برقی تخلیه انجام می گیرد. در این حالت فشار درون کالیپر برای چرخ ثابت مانده و برابر P_w می باشد.

$$Q_w = 0 \Rightarrow P_w = \text{constant} \quad (27)$$

۳-۲-۴-۳ فاز سوم- کاهش فشار

مرحله سوم کاهش فشار مایع هیدرولیک سیستم ترمز می باشد. میزان کاهش فشار (ΔP) می تواند بر اساس مقدار کاهش نیرو جهت رسیدن به حد ماکزیمم اصطکاک بین تایر و زمین اعمال گردد که با بسته نگه داشتن شیر برقی تغذیه و باز کردن شیر برقی تخلیه انجام می گیرد. معادله دینامیکی حاکم بر پیستون کالیپر، فشار و دبی خروجی از کالیپر چرخ عبارتند از:

$$\begin{aligned} M_w \ddot{x}_w &= P_{wout} A_w - C_w \dot{x}_w - K_w x_w - F_{Lw} \\ &\quad - \mu_s N_w - \mu_d N_w \text{sign} x_w \end{aligned} \quad (28)$$

$$\dot{P}_{wout} = \beta_{wout} \frac{\dot{V}_{wout}}{V_{wout}} = \beta_{wout} \frac{\dot{x}_w A_w - Q_{wout}}{V_{wout}} \quad (29)$$

$$Q_{wout} = C_w C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{wout} - P_{Lout}|} \quad (30)$$

در روابط فوق P_{Lout} فشار خروجی از کالیپر تا شیر تخلیه و Q_{wout} دبی خروجی از کالیپر می باشد.

۳-۵- مدل سازی دینامیک خودرو

شکل ۱۰ دیباگرام آزاد خودروی در حال ترمز گیری را نشان می دهد. با استفاده از قانون دوم نیوتن می توان رابطه (۴۶) را به شرح ذیل نوشت.

$$a_x = \frac{\sum F_b}{M} \quad (46)$$

$$= \frac{F_{bf} + F_{br} + D_a + R_{xf} + R_{xr} - W \sin \theta}{M}$$

در این رابطه F_b برآیند نیروی ترمزی خودروی در حال ترمز گیری، M جرم خودرو، F_{bf} نیروی ترمزی چرخ های جلو، F_{br} نیروی ترمز چرخ های عقب، D_a نیروی مقاومت هوا، R_{xf} نیروی مقاومت غلتشی چرخ های جلو، R_{xr} نیروی مقاومت غلتشی چرخ های عقب و $W \sin \theta$ نیروی شیب جاده می باشد. نیروی مقاوم غلتشی تیر را می توان از رابطه (۴۷) محاسبه کرد [14]:

$$R_x = R_{xf} + R_{xr} = (W_f + W_r) f_r \quad (47)$$

که در آن به ترتیب W_f نیروی عمودی اعمالی به تایر های جلو، W_r نیروی عمودی اعمالی به تایر های عقب، R_w شعاع چرخ و f_r ضریب نیروی مقاومت غلتشی تیر می باشد. نیروی عمودی وارد بر چرخ های جلو و عقب نیز از رابطه (۴۸) بدست می آید.

$$W_f = \frac{WH \sin \theta}{2(L_f + L_r)} + \frac{M a_x H}{2(L_f + L_r)} + \frac{WL_r \cos \theta}{2(L_f + L_r)} - \frac{D_a H_a}{2(L_f + L_r)} \quad (48)$$

$$W_r = -\frac{WH \sin \theta}{2(L_f + L_r)} - \frac{M a_x H}{2(L_f + L_r)} + \frac{WL_f \cos \theta}{2(L_f + L_r)} + \frac{D_a H_a}{2(L_f + L_r)}$$

که در آن H ، a_x ، M ، L_f ، L_r ، H_a ، D_a به ترتیب ارتفاع مرکز ثقل خودرو از سطح جاده، شتاب طولی خودرو، جرم خودرو، فاصله مرکز چرخ جلو تا مرکز ثقل، فاصله مرکز چرخ عقب تا مرکز ثقل، ارتفاع موثر تاثیر نیروی مقاومت هوا و نیروی مقاومت هوا می باشد.

۳-۶- دینامیک چرخ

معادله دینامیکی حاکم بر چرخ خودرو که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، با در نظر گرفتن $T_b = P_w A_c \mu_{eff}$ عبارت است از:

$$\dot{\omega} = \frac{R_w F_x - P_w A_c \mu_{eff}}{J_w} \quad (49)$$

$$Q_{OWDV} + Q_{relief} + Q_{PI} = 0 \quad (37)$$

$$Q_{relief} = C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{HPA} - P_{relief}|} \quad (38)$$

در روابط بالا M_{LPA} جرم پیستون آکومولاتور، P_{LPA} فشار و A_{LPA} سطح مقطع آکومولاتور فشار ضعیف، C_{LPA} ضریب دمپ و K_{LPA} ضریب سختی فنر آکومولاتور، Q_{OWDV} دبی شیر یکطرفه، Q_{relief} دبی شیر کاهنده فشار و P_{PI} فشار ورودی پمپ هیدرولیک می باشد.

۳-۴-۲- مرحله چهارم افزایش فشار توسط سیستم ترمز ضد قفل

تغییر فشار بعد از پمپ و قبل از شیر یکطرفه عبارت است از:

$$\dot{P}_{P_o} = \beta_{P_o} \frac{\dot{V}_{P_o}}{V_{P_o}} = \beta_{P_o} \frac{Q_{P_o} - Q_{owcv}}{V_{P_o}} \quad (39)$$

$$Q_{OWCV} = C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{P_o} - P_{HPA}|} \quad (40)$$

$$\dot{P}_{HPA} = \beta_{HPA} \frac{\dot{V}_{HPA}}{V_{HPA}} \quad (41)$$

$$= \beta_{HPA} \frac{Q_{OWDV} - Q_{relief} - \dot{x}_{HPA} A_{HPA} - \sum_{i,j} \dot{Q}_{i,j}}{V_{HPA}}$$

$$M_{HPA} \ddot{x}_{HPA} = P_{HPA} A_{HPA} - C_{HPA} \dot{x}_{HPA} - K_{HPA} (x_{HPA} + x_{0HPA}) - \mu_s N_{HPA} - \mu_d N_{HPA} \text{sign} x_{HPA} \quad (42)$$

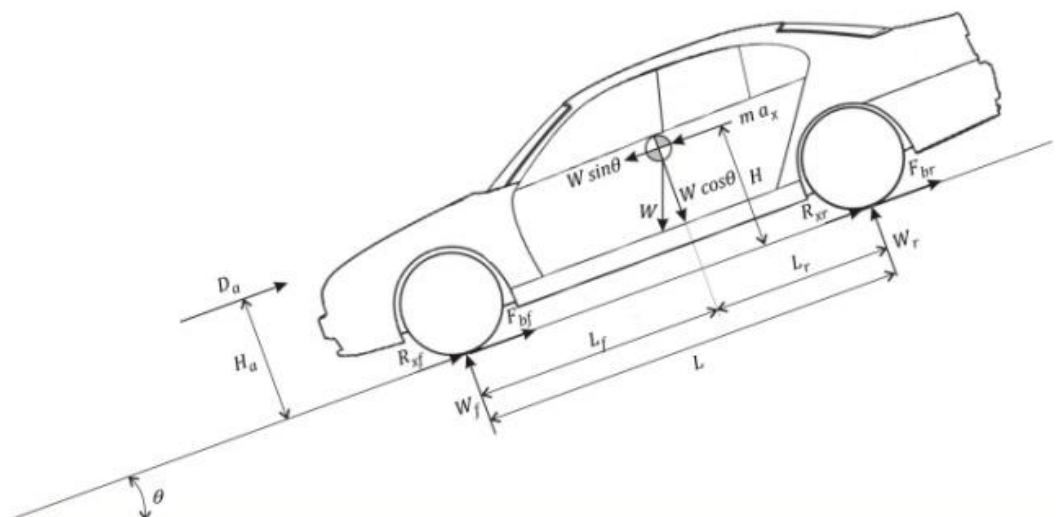
$$Q_{relief} = C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{HPA} - P_{relief}|} \quad (43)$$

$$\dot{Q}_{i,j} = C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_{HPA} - P_{Li,j}|} \quad (44)$$

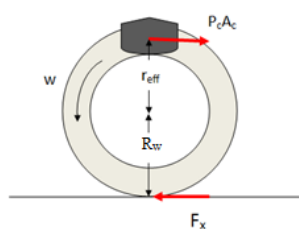
در این حالت باید شیرهای برقی تغذیه به اندازه t_{OSSV} باز باشند تا مقدار $\dot{Q}_{i,j}$ مایع هیدرولیک وارد کالیپر ترمز گردد و فشار به اندازه مورد نیاز افزایش یابد و چرخ در محدوده مجاز لغزش قرار بگیرد. مقدار دبی واقعی (Q_{SSV_A}) را می توان با استفاده از رابطه (۴۵) بدست آورد.

$$Q_{SSV_A} = Q_{SSV} \times t_{OSSV} \quad (45)$$

در رابطه (۴۵)، t_{OSSV} زمان باز بودن شیر تغذیه می باشد. در این حالت دوباره روابط افزایش فشار درون کالیپر صادق خواهند بود.

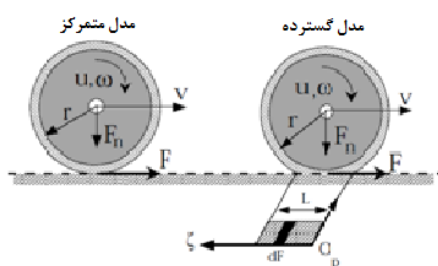


شکل ۱۰: دیاگرام آزاد خودرو در حال ترمز گیری



شکل ۱۱: شماتیک چرخ و نیروهای وارده بر آن

زاویه‌ای را می‌دهند، بدست می‌آیند. از مشهورترین این مدل‌ها، می‌توان به مدل پسیجکا اشاره کرد. در مقابل مدل‌های استاتیکی، مدل‌های دینامیکی ارایه شده‌اند. این مدل‌ها بیان کننده رفتار واقعی تایر در زمان تغییر سرعت می‌باشند و به دو دسته کلی متمرکز و گسترده تقسیم می‌شوند [12].



شکل ۱۲: مدل دینامیکی متمرکز و گسترده تایر [12]

مدل متمرکز که در شکل ۱۲ سمت چپ نشان داده شده است، یک نقطه را به عنوان نقطه تماس تایر و جاده در نظر می‌گیرد و در نتیجه معادله بدست آمده با انتگرال گیری از معادله نسبت به زمان قابل حل می‌گردد. در مقابل، مدل گسترده، سطح گسترده‌ای را برای تماس تایر با جاده در نظر می‌گیرد و توزیع بار را بصورت یکنواخت فرض می‌کند و برای حل کردن معادله نسبت به زمان و فضا باید از آن انتگرال گرفت.

که F_x نیروی اصطکاک بین تایر و زمین که از رابطه لوگر بدست می‌آید، P_w فشار مایع هیدرولیک ترمز درون کالیپر، A_c سطح مقطع پیستون کالیپر، r_{eff} شعاع دیسک ترمز، R_w شعاع تایر، J_w ممان اینرسی چرخ، μ ضریب اصطکاک بین لنت و دیسک چرخ و $\dot{\omega}$ نرخ تغییر سرعت زاویه‌ای چرخ می‌باشد. معادله دینامیکی حاکم بر مدل یک چهارم خودرو عبارت است از:

$$\dot{v} = \frac{-F_x - D_a}{M} = \frac{-F_x - \frac{1}{2} \rho C_d A_f V_r}{M} \quad (50)$$

ρ چگالی هوا، C_d ضریب درگ بدنه خودرو، A_f سطح تصویر شده خودرو، V_r سرعت نسبی خودرو نسبت به هوای محیط و $\dot{v}$ نرخ تغییرات سرعت خودرو است.

۳-۷-۲ مدل سازی تایر

مدل‌های تایر مختلفی توسط پژوهشگران پیشنهاد گردیده است که هرکدام دارای ویژگی‌های می‌باشند. بصورت کلی مدل‌های تایر را می‌توان به دو دسته مدل‌های دینامیکی و مدل‌های استاتیکی تقسیم نمود. مدل‌های اصطکاکی استاتیکی در فضای حالت در شرایط خطی و سرعت‌های زاویه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند و در حقیقت از داده‌های تجربی حاصل از تجهیزات آزمایشگاهی که امکان تغییر سرعت خطی و

(۵۵) مجموعه ۲۰ معادله حالت سیستم ترمز جمع بندی شده است. در این معادلات متغیرهای حالت عبارتند از:

$$\begin{array}{llll} x_1 = x_{mc} & x_6 = P_w & x_{11} = x_{LPA} & x_{16} = x_{HPA} \\ x_2 = \dot{x}_{mc} & x_7 = x_w & x_{12} = \dot{x}_{LPA} & x_{17} = \dot{x}_{HPA} \\ x_3 = P_{mc} & x_8 = \dot{x}_w & x_{13} = P_{LPA} & x_{18} = \omega \\ x_4 = P_r & x_9 = P_{wout} & x_{14} = P_{P0} & x_{19} = v \\ x_5 = P_{win} & x_{10} = P_{Lout} & x_{15} = P_{HPA} & x_{20} = Z \end{array}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k_{mc}}{M_{mc}} x_1 - \frac{\mu_d N}{M_{mc}} \text{sign}(x_1) - \left(\frac{C_{mc}}{M_{mc}}\right) x_2 \\ &\quad + \left(\frac{A_{mc}}{M_{mc}}\right) x_3 - (-F_{booster} + \mu_s N) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= \left(\frac{\beta_{mc} * A_{mc}}{V_{mc}}\right) x_2 \\ &\quad - \frac{\beta_{mc}}{V_{mc}} C_{mc} C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_3 - x_4| \text{sign}(x_3 - x_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= \frac{\beta_r}{V_r} C_{mc} C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_3 - x_4| \text{sign}(x_3 - x_4) \\ &\quad - \frac{\beta_r}{V_r} C_{win} C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_4 - x_5| \text{sign}(x_4 - x_5) \end{aligned}$$

$$\dot{x}_5 = \frac{\beta_{Lwin}}{V_{Lwin}} C_w C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_5 - x_6| \text{sign}(x_5 - x_6)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 &= \frac{\beta_w}{V_w} C_w C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_5 - x_6| \text{sign}(x_5 - x_6) \\ &\quad - \left(\frac{\beta_w * A_w}{V_w}\right) x_7 \end{aligned}$$

$$\dot{x}_7 = \dot{x}_8$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_8 &= -\frac{k_w}{M_w} x_7 - \frac{\mu_d N_w}{M_w} \text{sign}(x_7) - \left(\frac{C_w}{M_w}\right) x_8 \\ &\quad + \left(\frac{A_w}{M_w}\right) x_6 - (F_{lw} + \mu_s N) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_9 &= \left(\frac{\beta_{wout} * A_w}{V_{wout}}\right) x_8 \\ &\quad - \frac{\beta_{wout}}{V_{wout}} C_w C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_9 - x_{10}| \\ \dot{x}_{10} &= \frac{\beta_{Lout}}{V_{Lout}} C_w C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_9 - x_{10}| \\ &\quad - \frac{\beta_{Lout}}{V_{Lout}} C_{SDV} C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_9 - x_{10}| \end{aligned}$$

$$\dot{x}_{11} = x_{12}$$

مدل لوگر بصورت روابط (۵۱) تا (۵۳) بیان می شود. در این مدل نیروها و سطح تایر به طور متمرکز در نظر گرفته می شوند [13].

$$\dot{z} = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} \quad (51)$$

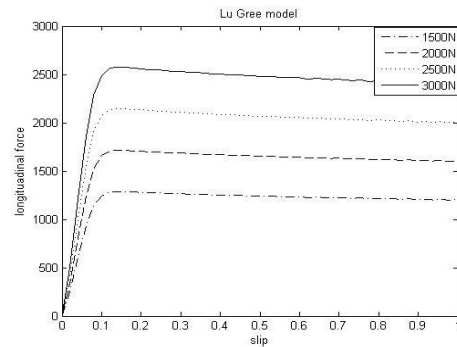
$$F = (\sigma_0 Z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_r) F_z \quad (52)$$

$$g(v_r) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-|\theta r / \theta_s|^{1/2}} \quad (53)$$

که، σ_0 ضریب سختی متمرکز طولی نرمالیزه شده لاستیک، σ_1 ضریب میرایی متمرکز طولی نرمالیزه شده لاستیک، σ_2 ضریب میرایی ویسکوز نرمالیزه شده، μ_c ضریب اصطکاک کلمب نرمالیزه شده، μ_s ضریب اصطکاک ایستایی نرمال شده، F_z نیروی عمودی، Z وضعیت اصطکاک داخلی بوده و v_s سرعت نسبی استریک^۱ می باشد.

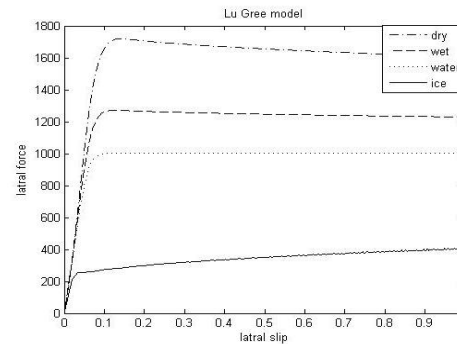
$$v_r = (r\omega - v) \quad (54)$$

که v سرعت طولی خودرو می باشد. شکل های ۱۳ و ۱۴ به ترتیب نشان دهنده نیروی طولی حاصل از مدل لوگر تحت تاثیر بارهای عمودی مختلف و نیروی طولی وارد بر تایر تحت شرایط مختلف جاده می باشند.



(۵۵)

شکل ۱۳: نیروی طولی وارد بر تایر تحت بارهای عمودی مختلف



شکل ۱۴: نیروی طولی وارد بر تایر تحت تاثیر شرایط مختلف جاده

۳-۸- معادلات فضای حالت سیستم ترمز ضد قفل

پس از انجام مدل سازی سیستم ترمز ضد قفل، در این بخش معادلات حالت سیستم استخراج شده تا مدل مورد نظر آماده شده و بتوان الگوریتم های مختلف کنترلی را ارائه، شبیه سازی و پیاده سازی کرد. در

¹ Stribeck relative velocity

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه سازی

$K_{rs}=241$ 1 N/m	$A_{mc}=4.91$ $*10^{-4}\text{ m}^2$	$A_d=5.33$ $*10^{-2}\text{ m}^2$	$V_{v0}=2.4*1$ 0^{-3} m^3
$V_{a0}=4.3*$ 10^{-4} m^3	$R=0.287$	$T=300$ $^{\circ}\text{K}$	$\bar{C}_{leak}=1.4$ $*10^{-7}\text{ m.s}$
$\bar{C}_{aa}=5.8$ $*10^{-5}\text{ m.s}$	$C_{vm}=1.26$ $*10^{-4}\text{ m.s}$	$\bar{C}_{vm}=2.2$ $*10^{-4}\text{ m.s}$	$P_0=10.67$ 0 KPa
$\bar{F}_{rel}=50$ N	$\bar{F}_{app}=50$ N	$m_d=0.0$ 5 Kg	$M_{mc}=0.00$ 5 Kg
$K_{mc}=10$ 0 N/m	$\mu_s N=70$ N سیلندر اصلی	$\mu_d N=65$ N سیلندر اصلی	$C_{mc}=100$ 0 Nm/s
$V_{mc}=1.1$ $47*10^{-5}\text{ m}^3$	$\beta_{mc}=6.9*$ 10^5 Kpa	$A_w=1.96$ $*10^{-4}\text{ m}^2$	ρ $=1.027\text{ kg/lit}$
$V_r=2.12*$ 10^{-5} m^3	$C_d=0.6$	$\mu_s=0.7$	$M=1200$ kg
$\vartheta_s=12.5$ m/s	$M_{LPA}=0.0$ 1 Kg	$A_{LPA}=$ 0.0002 m^2	$K_{LPA}=100$ N/m
$\mu_c=0.4$	$R_w=0.33$ m	$r=0.2\text{ m}$	$J_w=2.11\text{ k}$ gm^2
$\sigma_0=40$ $1/\text{m}$	$\sigma_1=4.948$ 7	$\sigma_2=0.00$ 18 s/m	$f_i=0.015$



شکل ۱۵: خودروی پراید دارای ترمز ضد قفل تحت تست جاده

جدول ۲: سنسورها و تجهیزات داده برداری نصب شده بر روی خودروی تحت آزمون

ردیف	قطعه، دستگاه	تعداد
۱	سنسور فشار سنج مایع هیدرولیک	۷
۲	سنسور فشار سنج پنوماتیک	۲
۳	سنسور دماسنج	۲
۴	سنسور نیرو سنج	۱
۵	سنسور شتاب سنج	۳
۶	دیتا لاگر شتاب سنج	۱
۷	کارت واسط داده برداری	۱
۸	جعبه تقسیم	۱
۹	ترمینال باکس	۱
۱۰	اینورتر	۲
۱۱	کامپیوتر	۱

$$\dot{x}_{12} = -\frac{k_{LPA}}{M_{LPA}}x_{11} - \frac{\mu_d N_{LPA}}{M_{LPA}}\text{sign}(x_{11}) - \left(\frac{\bar{C}_{LPA}}{M_{LPA}}\right)x_{12} + \left(\frac{A_{LPA}}{M_{LPA}}\right)x_{13}$$

$$\dot{x}_{13} = \frac{\beta_{LPA}}{V_{LPA}}C_{SDV}C_dA_0\sqrt{\frac{2}{\rho}|x_{10}-x_{13}|} - \left(\frac{\beta_{LPA}*A_{LPA}}{V_{LPA}}\right)x_{11} - \frac{\beta_{LPA}}{V_{Lout}}C_dA_0\sqrt{\frac{2}{\rho}|x_{13}-P_{PI}|}$$

$$\dot{x}_{14} = \frac{\beta_{P0}}{V_{P0}}Q_{P0} - \frac{\beta_{P0}}{V_{P0}}C_dA_0\sqrt{\frac{2}{\rho}|x_{14}-x_{15}|}$$

$$\dot{x}_{15} = \frac{\beta_{HPA}}{V_{HPA}}C_dA_0\sqrt{\frac{2}{\rho}|x_{14}-x_{15}|x_{11}} - \frac{\beta_{HPA}}{V_{HPA}}C_dA_0\sqrt{\frac{2}{\rho}|x_{15}-P_{relief}|} - \left(\frac{\beta_{HPA}*A_{HPA}}{V_{HPA}}\right)x_{16} - \frac{\beta_{HPA}}{V_{HPA}}C_dA_0\sqrt{\frac{2}{\rho}|x_{15}-P_L|}$$

$$\dot{x}_{16} = x_{17}$$

$$\dot{x}_{17} = \left(\frac{A_{HPA}}{M_{HPA}}\right)x_{15} - \frac{k_{LPA}}{M_{LPA}}x_{16} + \frac{\mu_d N_{LPA}}{M_{LPA}}\text{sign}(x_{16}) - \left(\frac{\bar{C}_{HPA}}{M_{HPA}}\right)x_{17} - \mu_s N_{HPA}$$

$$\dot{x}_{18} = \frac{R_w F_x - P_w A_c \mu_{eff}}{J_w}$$

$$\dot{x}_{19} = \frac{-F_x - \frac{1}{2}\rho C_d A_f V_r}{M}$$

$$\dot{x}_{20} = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)}$$

۴- شبیه سازی و صحنه گذاری

شبیه سازی انجام شده بر روی سیستم ترمز ضد قفل بر اساس مدل ذکر شده در این مقاله و در بسته نرم افزاری MATLAB/Simulink انجام پذیرفته است. پارامترها و ضرایب مورد استفاده در شبیه سازی بر اساس مقادیر ذکر شده در جدول ۱ بوده که از آزمایش های مختلف بر روی خودروی پراید بدست آمده است. در این شبیه سازی ها، سناریوهای مختلفی تنظیم و نتایج شبیه سازی با نتایج آزمون تجربی که بر روی خودروی پراید در شرایط واقعی انجام شد، مقایسه گردیده است.

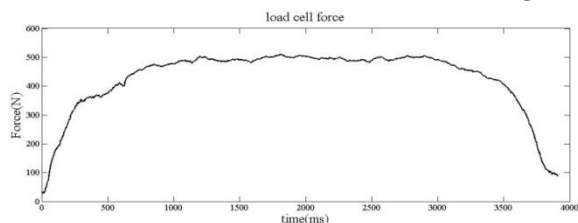
شکل ۱۵ نشان دهنده خودروی پراید مورد آزمون می باشد که در شرایط بارانی، سیستم ترمز ضد قفل نصب شده بر روی این خودرو مورد آزمون قرار گرفت. سیستم ترمز خودروی مذکور به سنسورها و تجهیزات جمع آوری داده به شرح جدول ۲ مجهز شد.

بر روی پدال خودرو یک عدد نیرو سنج^۱ که در شکل ۱۹ قابل مشاهده است، نصب و اطلاعات مربوط به نیروی پای راننده را به کارت داده بردار انتقال می دهد.

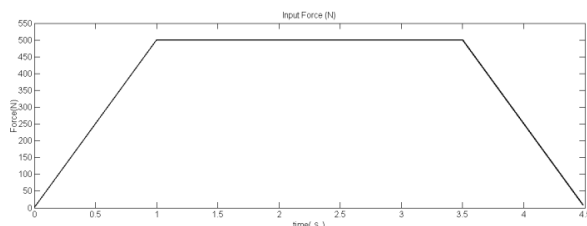


شکل ۱۹: نیروسنج نصب شده بر روی پدال ترمز

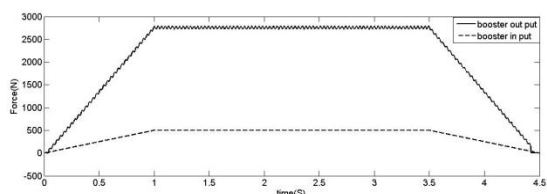
شکل ۲۰ نشان دهنده نیروی اندازه گیری شده توسط نیروسنج می باشد. به منظور ایجاد شرایط یکسان در شبیه سازی سیستم ترمز، ورودی مشابه شکل ۲۰ برای شبیه سازی مهیا گردید که در شکل ۲۱ دیده می شود.



شکل ۲۰: نیروی پای راننده وارد بر پدال آزمایش تجربی



شکل ۲۱: نیروی شبیه سازی شده پای راننده وارد به پدال



شکل ۲۲: نیروی ورودی و خروجی بوستر منتج از برنامه شبیه سازی (خط چین: نیروی ورودی بوستر، خط توپر نیروی خروجی بوستر)

شکل ۲۲ نشان دهنده نیروی ورودی به بوستر و نیروی خروجی از بوستر در برنامه شبیه سازی می باشد. همانگونه که ملاحظه می گردد، بوستر نیروی ورودی را حدود ۵ تا ۶ برابر بصورت خطی افزایش داده است.



شکل ۱۶: سنسور فشارسنج هیدرولیک

شکل ۱۶ یکی از سنسورهای فشار نصب شده بر روی مدار هیدرولیک سیستم ترمز می باشد که اطلاعات تغییر فشار سیستم را به کارت واسط داده بردار و مجموعه مرتبط با آن منتقل می کنند. همچنین سیگنال های سرعت چرخ، زمان باز و بسته شدن شیرهای کنترلی و زمان شروع و اتمام کارکرد پمپ هیدرولیک سیستم ترمز ضد قفل و غیره به کارت داده بردار منتقل گردید. این اطلاعات از طریق کابل های نصب شده روی بلوک سیستم ترمز ضد قفل که در شکل ۱۷ نشان داده شده است، دریافت می شوند.



شکل ۱۷: بلوک سیستم ترمز ضد قفل مجهز به سیم های دریافت سیگنال

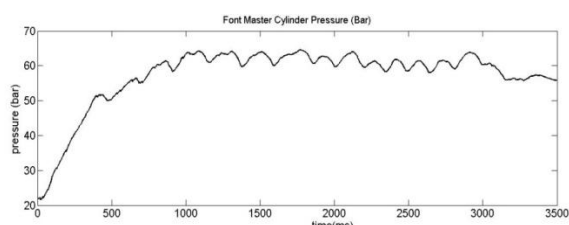
شکل ۱۸ نشان دهنده بوستر خودرو می باشد که به برخی ادوات اندازه گیری از قبیل خلاء سنج ها و موقعیت سنج ها مجهز گردیده است.



شکل ۱۸: بوستر ترمز مجهز به ادوات اندازه گیری

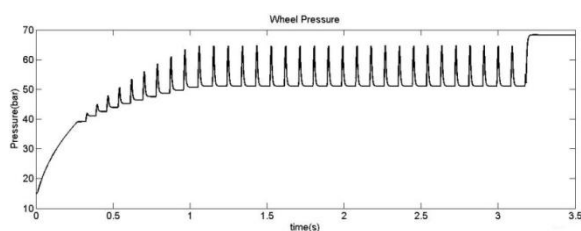
¹ Load Cell

در مرجع [6] نیز آمده است خطی بودن رفتار ورودی و خروجی سیلندر اصلی به اثبات می‌رسد. شایان ذکر است که در مرجع [6]، فقط سیلندر اصلی مد نظر بوده است و ارتباط این مجموعه با دیگر مجموعه‌های سیستم ترمز در نظر گرفته نشده است به همین خاطر تحلیل استاتیکی در نظر گرفته شده و بنابراین اختلاف فشار قابل ملاحظه‌ای بین محفظه اول و دوم سیلندر اصلی به چشم نمی‌خورد. در حالیکه در پژوهش حاضر و با مقایسه شکل‌های ۲۶ و ۲۹ اختلاف فشار مورد نظر قابل توجه می‌باشد. از طرفی در منبع [3] به لحاظ در نظر نگرفتن دینامیک ترمزگیری و همچنین جزئیات سیستم ترمز از جمله مدولاتور ABS، فشار سیلندر اصلی و فشار سیلندر چرخ با هم برابری می‌کند.



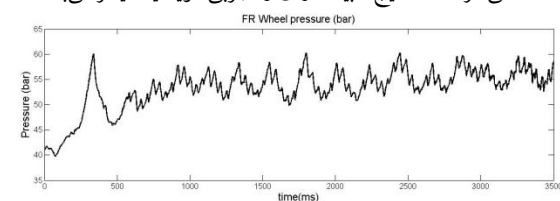
شکل ۲۶: تغییرات فشار مایع هیدرولیک ترمز سیلندر اصلی در آزمون تجربی (واحد محور افقی میلی ثانیه و واحد محور عمودی بار است)

شکل ۲۷ نشان دهنده تغییرات فشار مایع هیدرولیک ترمز بعد از شیر برقی تغذیه در برنامه شبیه سازی می‌باشد، که در رابطه (۲۲) با P_{win} نشان داده شده است.



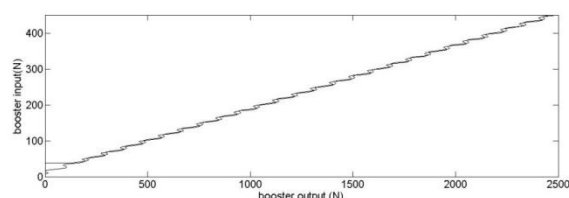
شکل ۲۷: تغییرات فشار مایع هیدرولیک ترمز بعد از شیر برقی تغذیه در شبیه سازی

شکل ۲۸ نشان دهنده تغییرات فشار مایع هیدرولیک ترمز بعد از شیر برقی تغذیه در آزمون تجربی می‌باشد. با مقایسه شکل‌های ۲۷ و ۲۸ ملاحظه می‌گردد که نتایج شبیه سازی و تجربی موید یکدیگر می‌باشند.



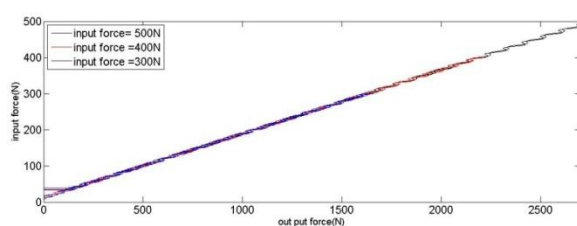
شکل ۲۸: تغییرات فشار مایع هیدرولیک بعد از شیر برقی تغذیه چرخ جلو در آزمون تجربی

با مقایسه نمودارهای شکل ۲۶ و ۲۹ می‌توان دریافت که فشار مایع هیدرولیک درون کالیپر چرخ عقب کمتر از فشار مایع هیدرولیک چرخ جلو می‌باشد که این موضوع به دلیل دینامیک ترمزگیری و انتقال بار عمودی از چرخ‌های عقب به چرخ‌های جلو خودرو می‌باشد. همانگونه



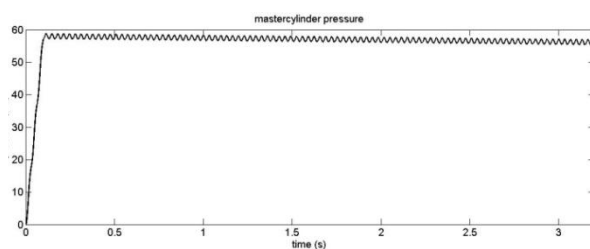
شکل ۲۳: نیروی خروجی بوستر نسبت به نیروی ورودی به آن در شبیه سازی

شکل ۲۳ نشان دهنده نسبت نیروی خروجی بوستر به ورودی بوستر می‌باشد. میزان اختلاف بین مسیر افزایش نیرو و کاهش نیروی خروجی بوستر نشان دهنده خاصیت هیستریزیس بوستر است که پارامتری بسیار مهم در احساس ترمز راننده می‌باشد. در شکل ۲۴ نیروی خروجی بوستر نسبت به مقادیر مختلف نیروی ورودی از نظر ماکزیمم مقدار در برنامه شبیه سازی نشان داده شده است.



شکل ۲۴: نیروی خروجی بوستر نسبت به مقادیر مختلف نیروی ورودی کسب شده از شبیه سازی

شکل ۲۵ نشان دهنده تغییرات فشار مایع هیدرولیک ترمز درون سیلندر اصلی در برنامه شبیه سازی می‌باشد. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌گردد محور افقی نشان دهنده زمان بر حسب ثانیه بوده و محور عمودی فشار درون سیلندر اصلی بر حسب بار را نشان می‌دهد. این شکل نشان دهنده افزایش و تثبیت فشار مایع هیدرولیک درون سیلندر اصلی می‌باشد.



شکل ۲۵: تغییرات فشار مایع هیدرولیک در سیلندر اصلی دریافت شده از شبیه سازی (واحد محور افقی ثانیه و واحد محور عمودی بار است)

شکل ۲۶ نشان دهنده تغییرات فشار مایع هیدرولیک ترمز درون سیلندر اصلی در آزمون تجربی می‌باشد. با مقایسه شکل‌های ۲۵ و ۲۶ می‌توان دریافت که تغییرات فشار درون سیلندر اصلی مشابه هم بوده و از نظر دامنه تغییرات اندکی متفاوت می‌باشند. با توجه به ۵۰۰ میلی ثانیه ابتدایی نمودار شکل ۲۶ و مقایسه با ورودی سیلندر اصلی که در واقع خروجی بوستر می‌باشد که در شکل ۲۲ نمایش داده شده است، و چنانچه

مناسبی بین نتایج وجود دارد که حاکی از صحت روند مدل سازی سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل می باشد.

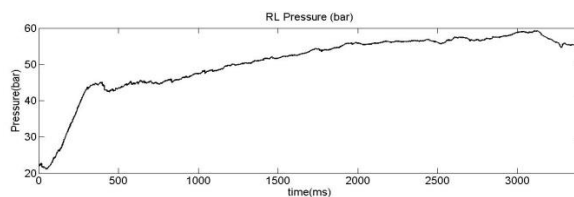
با توجه به نتایج کسب شده از روند تئوری و تجربی، نیروی پای راننده، هندسه پدال، میزان خلاء موتور، خصوصیات دیسک عکس العملی بوستر، ضریب تخلیه اوریفیس ها، خصوصیات باز و بسته شدن شیرهای برقی تغذیه و تخلیه، شعاع موثر تابر، شعاع دیسک ترمز، نوع لنت، نوع تابر، میزان آج تابر، نوع جاده، میزان بار عمودی روی چرخ، مشخصات مایع هیدرولیک ترمز و میزان هوای موجود در مایع هیدرولیک ترمز از مهمترین پارامترهای تاثیر گذار بر فرآیند ترمزگیری می باشند که باعث تغییر در تاخیر زمانی ترمز گیری شده و بنابراین مسافت ترمزی دستخوش تغییر می شود.

سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل دارای تاخیر زمانی متداولی در حدود ۰/۵ ثانیه از لحظه فشردن پدال تا شروع کاهش سرعت خودرو می باشد که عوامل فوق در تغییر این مقدار بسیار موثر هستند. در هنگام ترمزگیری فشار مایع هیدرولیک به حدود ۶۰ بار رسیده و با توجه به انتقال بار از چرخ های عقب به چرخ های جلو، فشار مایع هیدرولیک در چرخ های جلو بیشتر از فشار مایع هیدرولیک در چرخ های عقب می باشد. نتایج خروجی این پژوهش، معادلات حالتی بوده است که بیان کننده رفتار کامل سیستم ترمز ضد قفل هیدرولیکی از پدال ترمز تا چرخ می باشد. با استفاده از این معادلات حالت می توان در گام های آتی اقدام به طراحی و پیاده سازی کنترل کننده هایی کرد که با لحاظ کردن شرایط واقعی و دینامیک کامل سیستم، ارمغان بخش کاهش مسافت ترمزی و افزایش پایداری خودرو باشد.

مراجع

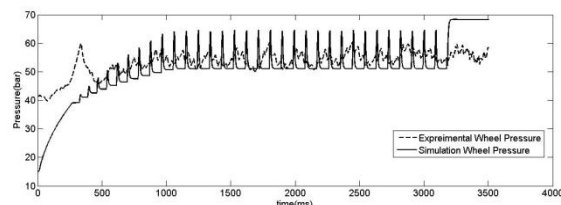
- [1] ص. نصیری، برق خودرو، ویرایش دوم چاپ پارتیان، ۱۳۹۰.
- [2] C. Orthwein, "Clutches and Brakes Design and Selection", Marcel Dekker Inc. 2004, chapter 12.
- [3] J. Christian Gerdes, J. Karl Hedrick, "Brake System Modeling for Simulation and Control", Trans. ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 121, No. 9, 1999, pp. 496-503.
- [4] M. Wu, M. Shih, "Simulated and Experimental Study of Hydraulic Anti-lock Braking System using Sliding-mode PWM Control", Mechatronics, Vol.13, No.4, 2001, pp. 331-351.
- [5] Y. Khan and P. Kulkarni, "Modelling Experimentation and Simulation of a brake apply system" in Proceedings of American Control Conference, 24-26 June, 1992, pp. 226-230.
- [6] H. Ho, J. Day, K. Hussain, A. Johnstone, "Modeling and Simulation of the Characteristics of a Hydraulic

که ملاحظه می شود با گذر زمان و کاهش تدریجی سرعت خودرو، انتقال بار از چرخ های عقب به جلو نیز کاهش یافته و میزان فشار هیدرولیک درون چرخ های عقب نیز افزایش یافته است.



شکل ۲۹: تغییرات فشار مایع هیدرولیک درون سیلندر چرخ عقب در آزمون تجربی

شکل ۳۰ تغییرات فشار مایع هیدرولیک ترمز در آزمون تجربی و برنامه شبیه سازی را با هم نشان می دهد. با توجه به این شکل، درصد خطای نمودار شبیه سازی شده نسبت به نمودار آزمون تجربی مقدار ۴/۵۶ درصد می باشد. با حذف ۵۰۰ میلی ثانیه ابتدای نمودار و محاسبه مجدد مقدار خطا، درصد خطای بدست آمده، ۱/۵۸ درصد حاصل می گردد. این درصد نشان دهنده تطابق مناسب شبیه سازی انجام شده با آزمون تجربی می باشد. قسمت عمده خطای حاصله، ناشی از فراجش اعمال نیروی اولیه ابتدای نمودار در آزمون تجربی است.



شکل ۳۰: تغییرات فشار مایع هیدرولیک چرخ در آزمون تجربی و شبیه سازی

در اینجا لازم به ذکر است که به علت عدم مدلسازی کامل سیستم ترمز در مراجع و مقالات از جمله مرجع [4]، در این مقاله به مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی مدل پیشنهادی با سایر مدل ها پرداخته نشده و همانگونه که مشاهده گردید صحت گذاری های لازم از طریق تعریف و انجام تست های تجربی و مقایسه نتایج آن با نتایج حاصل از شبیه سازی صورت گرفته است.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله مدل سازی کامل سیستم ترمز هیدرولیکی ضد قفل شامل پدال، بوستر، سیلندر اصلی، لوله های انتقال، مدولاتور، سیلندر چرخ و تابر انجام گردید. سپس شبیه سازی مدل مورد نظر در نرم افزار MATLAB انجام شد. به منظور صحت گذاری بر نتایج اخذ شده، خودروی مورد نظر به ادوات و تجهیزات داده برداری مجهز گردید و با تعریف سناریوهای مختلف، داده برداری در شرایط واقعی انجام شد. با مقایسه نتایج تجربی با نتایج شبیه سازی، ملاحظه می گردد که انطباق

- [11] ح. ابراهیمی راد، "کنترل مد لغزشی بهینه سیستم ترمز ضد قفل خودرو"، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل، دانشگاه تهران، ۱۳۸۳.
- [12] C. Canudas de Wit, P. Tsiotras, "Dynamic Tire Friction Models for Vehicle Traction Control", in Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, 1999.
- [13] C. Canudas de Wit, R. Horowitz, and P. Tsiotras, "Model-based Observers for Tire/Road Contact Friction Prediction," in New Directions in Nonlinear Observer Design, ser. Lecture Notes in Control and Information Science, Springer-Verlag, Vol. 244, 1999, pp. 23–42.
- [14] Thomas D. Gillespie, Fundamentals of Vehicle Dynamics, Society of Automotive Engineers Inc; First Edition, 1992.
- Brake Master cylinder", in Proceeding of SAE International Conference 2009.
- [7] A. Harifi, A. Aghagolzadeh, G. Alizadeh, M. Sadeghi, "Designing a Sliding Mode Controller for Slip Control of Antilock Brake Systems", Transportation Research Part C, Vol. 16, 2008, pp. 731–741.
- [8] M. L. Kuang, M. Fodor, D. Hrovat, M. Tran, "Hydraulic Brake System Modeling and Control For Active Control of Vehicle Dynamics", in Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, 1999.
- [9] R. Limpert, Brake Design and Safety, Second Edition, Society of Automotive Engineers Inc, 1999.
- [10] H. E. Merritt, "Hydraulic Control Systems", John Wiley and Sons, Inc, 1991.

روش طراحی کنترلر PI برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی دارای عدم قطعیت به کمک تجزیه مجموع مربعات

حسن ذاکری^۱، سجاد ازگلی^۲

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، hasan.zakeri@ieee.org

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، ozgoli@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۵/۱۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۸/۱۴)

چکیده: در این مقاله به ارائه یک روش الگوریتمی برای طراحی رگولاتور تناسبی-انتگرالی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی که نمایش فضای حالت آن‌ها در قالب توابع چندجمله‌ای می‌باشند، می‌پردازیم. طراحی بر اساس مدل غیرخطی از سیستم، معین و یا نامعین، و به کمک بهینه‌سازی مجموع مربعات انجام می‌گیرد. روش طراحی بر مبنای تابعی به نام تابع چگالی تبدیل به یک مسئله بهینه‌سازی محدب و به فرم برنامه‌ریزی مجموع مربعات ارائه شده و مقاومت طراحی با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری در سیستم به روشی مشابه S-Procedure تعمیم یافته، تضمین گردیده است. سپس کارایی روش ذکر شده به کمک شبیه‌سازی بررسی می‌شود. در این مقاله، علاوه بر ارائه روش جدیدی در طراحی کنترلر تناسبی-انتگرالی که مبتنی بر روش‌های خطی‌سازی محلی نبوده و به طور فراگیر عمل می‌کند، فرمول‌بندی جدیدی نیز برای بیان عدم قطعیت پارامتری در سیستم‌های غیر خطی ارائه گردیده است. شرایط پایداری به دست آمده، هیچکدام از محدودیت‌های روش‌های قبلی از جمله نیاز به خطی‌سازی تقریبی و یا سیستم پایدار را نداشته و بر اغلب دشواری‌های طراحی کنترل غلبه می‌کند. همچنین استفاده از روش تجزیه مجموع مربعات، باعث حذف محافظه کاری در به دست آوردن شرایط پایداری شده و به طور مستقیم پایداری سیستم غیرخطی را نتیجه می‌دهد.

کلمات کلیدی: کنترلر PI مقاوم، تجزیه مجموع مربعات، تابع چگالی، طراحی کنترل غیر خطی، عدم قطعیت پارامتری.

A Robust PI Control Design for a Class of Nonlinear Systems with Uncertainty Using Sum of Squares Decomposition

Hasan Zakeri, Sadjaad Ozgoli

Abstract: This paper presents a new algorithmic method to design PI controller for a class of nonlinear systems whose state space description is in the form of polynomial functions. Design procedure is taken place based on certain or uncertain nonlinear model of system and sum of squares optimization. A so called density function is employed to formulate the design problem into a convex optimization program of sum of squares optimization form. Robustness of the design is guaranteed by taking parametric uncertainty into account with an approach similar to that of generalized S-Procedure. Validity and applicability of the proposed method is certified with numerical simulation. This paper, besides presenting an innovated PI control design which is not based on local linearization and works globally, announces a new approach in formulating parametric uncertainty in nonlinear systems. Derived stability conditions do not suffer from any drawbacks seen in previous results, such as depending on a linearized model or a stable model and it can overcome most control difficulties. Furthermore, employing sum of squares techniques makes it possible to drive stability conditions with least conservatism and directly derive stability of nonlinear system.

Keywords: Robust PI Control, Sum of Squares Decomposition, Density Function, Nonlinear Control Synthesis, Parametric Uncertainty.

۱- مقدمه

کنترلگرهای PI و PID معمول‌ترین نوع کنترلگر در کنترل سیستم‌ها هستند. بیش از ۹۰٪ حلقه‌های کنترل صنعتی را کنترل‌کننده‌های PI و PID تشکیل می‌دهند. این نوع کنترل‌کننده‌ها، با وجود قیمت پایین، علاوه بر سادگی طراحی و نگهداری، از مقاومت و کارایی خوبی نیز برخوردار هستند.

کاربردهای کنترل PID و PI شامل فرایندهای صنعتی، کنترل موتور، حافظه‌های مغناطیسی و نوری، خودرو، کنترل پرواز، ابزار دقیق و غیره می‌شود. تاریخچه PID به سال ۱۸۹۰ و ناوبری خودکار کشتی‌ها برمی‌گردد [۱]. با این همه اولین بررسی نظری کنترل‌کننده‌های PID در سال ۱۹۲۲ توسط مهندس روسی-امریکایی، نیکولاس مینورسکی چاپ شد [۲]. در حال حاضر، با گذشت چندین دهه، هنوز کنترل‌گرهای PI و PID حرف اول را در کاربردهای صنعتی و نظامی می‌زنند [۳، ۴].

اما با این که کنترل PID همیشه کاربرد فراوانی داشته است، هنوز نکات مهمی در زمینه عدم قطعیت و تضمین پایداری با وجود عدم قطعیت در کنترلگرهای PID ناگفته مانده است. عدم قطعیت‌های مدل به طور صریح در روش‌هایی همچون QFT و H_∞ وارد می‌شوند که پاره‌ای از تأثیرات آن بر کنترل PID در [۵-۷] آمده است. یکی از روش‌های غنی برخورد با عدم قطعیت در سیستم‌ها، عدم قطعیت پارامتری است. این نوع مدل‌سازی، اطلاعات ما از ساختار دینامیک سیستم را بدون نیاز به دانستن مقدار دقیق پارامترها، در مدل لحاظ می‌کند. در خصوص پایداری و کنترل سیستم‌های خطی با عدم قطعیت پارامتری تحقیقات وسیعی انجام شده است [۸-۱۰]، اما عدم قطعیت پارامتری در سیستم‌های غیرخطی، به علت پیچیدگی طراحی و محاسباتی، کمتر مورد استقبال محققان قرار گرفته و هنوز از زمینه‌های مطالعاتی باز محسوب می‌شود.

در این مقاله، با استفاده از تجزیه مجموع مربعات و S-Procedure تعمیم یافته روشی برای مواجهه با عدم قطعیت پارامتری در سیستم‌های غیرخطی و در نهایت طراحی کنترل‌کننده PI ارائه شده است. وجود تجزیه مجموع مربعات، در ابتدا در سال ۱۹۰۰ توسط هیلبرت مطرح شد، اما در سال ۲۰۰۰ به عنوان تعمیمی از روش شناخته شده ناتساوی‌های ماتریسی خطی معرفی شد [۱۱] و تاکنون کاربردهای فراوانی در تحلیل و طراحی سیستم‌ها داشته است [۱۲-۱۴]. الگوریتم مجموع مربعات از روشی مشابه ناتساوی‌های ماتریسی خطی استفاده می‌کند، با این تفاوت که کلیه فرمول‌بندی‌های مسائل در سطح چندجمله‌ای انجام می‌شوند. الگوریتم مجموع مربعات به بسیاری از مسائل دشوار در کنترل غیر خطی پاسخ گفته است. به طور نمونه، مسئله بررسی پایداری نقطه تعادل یک سیستم غیر خطی به کمک جستجو برای تابع لیپانوف را در نظر بگیرید. ساخت تابع لیپانوف به روش دستی بسیار سخت و کاملاً وابسته به مهارت‌های تحلیلی طراحی پژوهشگر است؛ اما با استفاده از روش

مجموع مربعات، روش‌های الگوریتمی برای ساخت تابع لیپانوف ارائه شده است [۱۵]. پژوهشگران زیادی از تجزیه مجموع مربعات در طراحی کنترلگر برای سیستم‌های غیرخطی استفاده کرده‌اند؛ به طور مثال، در [۱۶] از تجزیه مجموع مربعات به طراحی کنترلگر غیرخطی استاتیک به روش لیپانوف استفاده شده است. قانون کنترل به دست آمده به صورت یک چندجمله‌ای از حالات سیستم می‌باشد. از جمله معایب طراحی ذکر شده، وابستگی قانون کنترل به حالت سیستم (که ممکن است در دسترس نباشد) و استاتیک بودن آن است. روش ارائه شده در [۱۷] طراحی کنترلگر غیرخطی استاتیک فیدبک خروجی است، با این حال درجه بالای تابع چندجمله‌ای به دست آمده برای قانون کنترل، پیاده سازی و اجرای آن در کاربردهای عملی را مشکل، و حتی در بعضی موارد غیرممکن می‌کند. این مشکل در [۱۸] حل شده است، که یک قانون فیدبک حالت خطی برای سیستم‌های غیر خطی ارائه داده است، اما همچنان ضعف‌هایی همچون در نظر نگرفتن معیارهای کارایی را دارد. همچنین در [۱۹] روشی برای طراحی کنترلگر فیدبک خروجی با معیار H_∞ ارائه شده است. کنترلگر ارائه شده قابلیت ضمانت بهره L_2 خروجی به ورودی نویز در یک حد از قبل تعیین شده را دارد. با این حال، انتخاب یک حد بالا برای بهره تضعیف نویز از معایب طراحی این مقاله می‌باشد. همچنین روش ارائه شده برای حل مسئله برنامه ریزی مجموع مربعات، به روش تکراری^۱ است که وابستگی کامل به نقطه شروع دارد.

همچنین پس از ارائه یک دوگان برای قضیه لیپانوف بر مبنای تابع چگالی در سال ۲۰۰۱ [۲۰]، روش‌های طراحی بر مبنای بهینه‌سازی محدب که از روش مجموع مربعات استفاده می‌کردند، ارائه شد [۲۱]. ویژگی اصلی این روش، تحدب ذاتی مجموعه جواب مسئله است که باعث استقبال از این روش در طراحی و تحلیل سیستم‌های غیرخطی شده است. این نکته در ادامه مقاله به تفصیل شرح داده خواهد شد.

در مقاله حاضر با استفاده از قضیه دوگان لیپانوف یک مسئله مجموع مربعات ارائه شده است که اگر جواب داشته باشد می‌توان از روی جواب آن بهره‌های یک کنترلگر PI را برای تضمین پایداری مقاوم به دست آورد. این نتیجه در قالب قضیه ۱ در قسمت ۳ برای سیستم نامی ارائه شده است. تعمیمی از قضیه ۱ به سیستم‌های دارای عدم قطعیت با عنوان قضیه ۲ در قسمت ۴ ارائه شده است.

در ادامه این نوشتار، ابتدا در قسمت ۲، به ارائه مبانی ریاضی مورد استفاده می‌پردازیم. مختصری از روش مجموع مربعات در این قسمت بحث خواهد شد. قسمت ۳ به طراحی کنترل‌کننده برای سیستم نامی و بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها می‌پردازد. قسمت ۴ به روش مدل‌سازی و فرمول‌بندی عدم قطعیت پارامتری و سپس طراحی کنترل

^۱ Iterative

وجود یک نمایش (تجزیه) به صورت مجموع مربعات برای یک چندجمله‌ای را بیان می‌کند.

لم ۱ [۱۱] - چندجمله‌ای $p(x)$ مجموع مربعات است، اگر و فقط اگر ماتریس $Q \geq 0$ و برداری از تک جمله‌ای‌های $Z(x)$ یافت شوند که

$$p(x) = Z^T(x)QZ(x) \quad (۴)$$

تعریف ۴ [۱۴] - به مسئله بهینه سازی محدب به شرح زیر یک مسئله برنامه‌ریزی مجموع مربعات^۴ گفته می‌شود:

چندجمله‌ای‌های $\{a_{i,j}(x)\} \in \mathcal{R}_n$ داده شده‌اند. چندجمله‌ای‌های

$\{p_i(x)\}_{i=\hat{N}+1}^N \in \Sigma_n$ و $\{p_i(x)\}_{i=1}^{\hat{N}} \in \mathcal{R}_n$ را چنان بیابید که $W^T C$ کمینه شود، طوری که

$$a_{0,j} + \sum_{i=1}^N p_i(x) a_{i,j}(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, \hat{J} \quad (۵)$$

و

$$a_{0,j} + \sum_{i=1}^N p_i(x) a_{i,j}(x) \in \Sigma_n \quad (۶)$$

برای $j = (\hat{J} + 1), \dots, J$ ؛ که در آن C بردار متشکل از ضرایب چندجمله‌ای‌های نامعلوم $p(x)$ و W بردار وزن دهی است.

یک چنین مسئله برنامه‌ریزی، به راحتی قابل حل توسط نرم‌افزارهایی همچون SOSTOOLS [۲۳] و YALMIP می‌باشد [۲۴، ۲۵].

لم ۲ (S-Procedure تعمیم یافته) [۲۲] - فرض کنید $\{p_i\}_{i=0}^m \in \mathcal{R}_n$

در صورتی که $\{s_k\}_{k=1}^m \in \Sigma_n$ یافت شود به طوری که $p_0 - \sum_{i=1}^m s_i p_i \in \Sigma_n$ آن‌گاه

$$\bigcap_{i=1}^m \{x \in \mathbb{R}^n \mid p_i(x) \geq 0\} \subseteq \{x \in \mathbb{R}^n \mid p_0(x) \geq 0\} \quad (۷)$$

لم ذکر شده، تعمیمی از قضیه شناخته شده S-Procedure است که در بخش طراحی مقاوم از آن استفاده خواهد شد.

در پایان این بخش به بیان قضیه پایداری زیر موسوم به دوگان قضیه لیاپانوف می‌پردازیم.

لم ۳ - سیستمی با معادله حالت به شکل زیر را در نظر بگیرید

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (۸)$$

که در آن $f \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ و $f(0) = 0$ است و $C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ معرف مجموعه تمام توابع پیوسته و یک‌بار مشتق‌پذیر از $\mathbb{R}^n$ به $\mathbb{R}^n$ است. حال اگر تابع غیرمنفی

مقاوم می‌پردازد. ارائه مثال‌های عددی و نتایج شبیه‌سازی در قسمت ۵ آورده شده است و نتیجه‌گیری، قسمت نهایی مقاله را تشکیل می‌دهد.

۲- مبانی ریاضی

این بخش به ارائه تعاریف مورد استفاده در این مقاله و سپس چند لم می‌پردازد. در اولین گام، تک جمله‌ای^۱ و چندجمله‌ای^۲ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

تعریف ۱ - تک جمله‌ای m_α از متغیر x تابعی است از n متغیر $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ که به صورت

$$m_\alpha(x) = x^\alpha \triangleq x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n} \quad (۱)$$

تعریف می‌شود. درجه این تک جمله‌ای به صورت $\deg m_\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i$ تعریف می‌شود [۲۲].

تعریف ۲ - چندجمله‌ای p از n متغیر، ترکیب خطی تعداد متناهی از تک جمله‌ای‌ها است:

$$p \triangleq \sum_{\alpha} c_{\alpha} m_{\alpha} = \sum_{\alpha} c_{\alpha} x^{\alpha} \quad (۲)$$

درجه چندجمله‌ای p برابر $\deg p = \max_{\alpha} \deg m_{\alpha}$ تعریف می‌شود. همچنین $\mathcal{R}_n$ به عنوان مجموعه چندجمله‌ای‌های از n متغیر تعریف می‌شود [۲۲].

در بسیاری از مسائل نظریه سیستم‌ها و کنترل به چندجمله‌ای‌ها برخورد می‌کنیم. با وجود خواص جالب توابع چندجمله‌ای که منجر به کاربردهای فراوانی در زمینه نظریه کنترل شده است، تعیین علامت چندجمله‌ای‌ها در حالت کلی کار مشکلی است. از طرف دیگر خیلی از خواص کنترلی با تعیین علامت چندجمله‌ای‌ها گره خورده است. یکی از راه‌هایی که برای غلبه بر این مشکل ارائه شده است، مفهوم مجموع مربعات^۳ می‌باشد.

تعریف ۳ [۱۱] - چندجمله‌ای $p(x)$ مجموع مربعات (SOS) نامیده می‌شود، اگر بتوان آن را به صورت زیر نمایش داد

$$p(x) = \sum_i p_i^2(x) \quad (۳)$$

بدیهی است اگر چندجمله‌ای $p(x)$ مجموع مربعات باشد، آنگاه $p(x) \geq 0$ است (هرچند خلاف آن صادق نیست). مجموعه کلیه چندجمله‌ای‌های از n متغیر و به شکل مجموع مربعات را Σ_n نام می‌گذاریم. واضح است که $\Sigma_n \subset \mathcal{R}_n$. لم زیر شرط لازم و کافی برای

^۱ Monomial

^۲ Polynomial

^۳ Sum of squares

^۴ Sum of Squares program

$$k_p = \frac{c_1}{a}, \quad k_i = \frac{c_2}{a} \quad (11)$$

که در آن a ، c_1 و c_2 پاسخ‌های به دست آمده از برنامه مجموع مربعات زیر هستند

اسکالرها $a > 0$ ، c_1 و c_2 را چنان بیابید که چندجمله‌ای

$$b(\hat{x}) \nabla \cdot (\hat{f}(\hat{x})a + \hat{g}(\hat{x})c) - \alpha \nabla b(\hat{x}) \cdot (\hat{f}(\hat{x})a + \hat{g}(\hat{x})c) \quad (12)$$

مجموع مربعات گردد؛ که در آن

$$c = c_1 \frac{\partial h}{\partial x} f(x) + c_2 h(x),$$

$$\hat{f}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} f(x) + g(x)u \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \quad \hat{g}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

و $b(\hat{x})$ یک چندجمله‌ای مثبت دلخواه است.

پرهان. با تعریف ورودی جدیدی به نام v به صورت زیر

$$v = \frac{du}{dt} \quad (14)$$

سیستم افزوده به فرم زیر را خواهیم داشت

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x) + g(x)u \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ I \end{bmatrix} v \quad (15)$$

با مشتق‌گیری از u داریم

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= k_p \dot{y}(t) + k_i y(t) \\ &= k_p \frac{dh}{dx} f(x) + k_i h(x) \end{aligned} \quad (16)$$

با علم بر این که $\dot{u} = v$ ، با استفاده از لم ۳ و برقراری شرایط پایداری برای سیستم افزوده، قرار می‌دهیم

$$\rho(\hat{x}) = \frac{a}{b(\hat{x})^\alpha}, \quad u(x) \rho(\hat{x}) = \frac{c(x)}{b(\hat{x})^\alpha} \quad (17)$$

که در آن $b(\hat{x})$ یک چندجمله‌ای از پیش تعیین شده مثبت بوده و

$$c(x) = c_1 \frac{\partial h}{\partial x} f(x) + c_2 h(x) \quad (18)$$

همچنین، ثابت α برای اطمینان از برقرار بودن شرط انتگرال‌پذیری مورد استفاده قرار گرفته و به دلخواه بزرگ در نظر گرفته می‌شود [۲۱]. بنابراین، طبق لم ۳، با توجه به اینکه

$\rho \in C^1(\mathbb{R}^n - \{0\}, \mathbb{R})$ وجود داشته باشد به طوری که $\frac{\rho(x)f(x)}{|x|}$ بر روی $\{x \in \mathbb{R}^n : |x| \geq 1\}$ انتگرال‌پذیر باشد و برای تقریباً هر x ، $[\nabla \cdot (\rho f)](x) > 0$ باشد، آنگاه برای هر حالت اولیه $x(0)$ ، مسیر حالت $x(t)$ برای $t \in [0, \infty)$ موجود بوده و با فرص $t \rightarrow \infty$ به سمت صفر میل می‌کند [۲۰].

این قضیه برای اولین بار در سال ۲۰۰۰ مطرح شد. به تابع ρ در این قضیه تابع چگالی گفته می‌شود. این تابع تفسیری مشابه چگالی ماده‌ای که در تمام فضای حالت تولید می‌شود و از طریق مسیرهای حالت به نقطه تعادل سیستم می‌ریزد دارد و به علت خواص تحدب منحصر به فردی که از خود نشان می‌دهد، کاربردهای جالبی در طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی دارد. این قضیه به نوعی دوگان تابع لیپانوف است، به این معنی که به جای یافتن تابع لیپانوف، از تابع چگالی برای بررسی پایداری استفاده می‌شود. یکی از مشکلات پیش رو در روش‌های طراحی مبتنی بر لیپانوف، غیرمحدب بودن مجموعه جواب در جستجوی توأم قانون کنترل و تابع لیپانوف است؛ اما با به کارگیری تابع چگالی و استفاده از این قضیه، به یک مسأله محدب در طراحی کنترل کننده خواهیم رسید. در بخش بعد، با استفاده از قضیه ذکر شده و مفاهیم ارائه شده در این بخش، به ارائه روش طراحی کنترلر PI خواهیم پرداخت.

۳- روش طراحی کنترل - حالت نامی

نوآوری اصلی این مقاله را می‌توان قضیه ۱ در این بخش و قضیه ۲ که در بخش بعدی ارائه خواهد شد، دانست. قضیه ۱ مربوط به حالت نامی (بدون حضور عدم قطعیت) و قضیه ۲ تعمیم همین قضیه به سیستم‌های دارای عدم قطعیت است.

سیستم غیر خطی را به شکل زیر در نظر بگیرید

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن $x \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت سیستم، $u \in \mathbb{R}$ بردار ورودی کنترلی و y خروجی سیستم هستند. توابع $f(x) \in \mathcal{R}_n^n$ ، $g(x) \in \mathcal{R}_n^n$ و $h(x) \in \mathcal{R}_n$ توابعی چندجمله‌ای از x هستند. چنانچه ذکر شد، به دنبال یافتن قانون کنترلی پایدارساز PI با بازخور خروجی به شکل زیر هستیم

$$u(t) = k_p y(t) + k_i \int_0^t y(s) ds \quad (10)$$

قضیه زیر به بیان روش عددی برای به دست آوردن قانون کنترلی مدنظر می‌پردازد.

قضیه ۱ - سیستم داده شده با معادلات (۹) با اعمال کنترل کننده (۱۰)، پایدار خواهد شد، به شرطی که مسئله برنامه‌ریزی مجموع مربعات زیر جواب داشته و ضرایب k_p و k_i به صورت زیر از انتخاب شوند:

که p_i ها چندجمله‌ای‌هایی از q می‌باشند. با این فرضیات، در قضیه زیر به بیان روش طراحی کنترل مقاوم برای سیستم نامعین غیرخطی می‌پردازیم.

قضیه ۲. سیستم نامعین (۲۰) با بردار عدم قطعیت q که در مجموعه (۲۳) قرار دارد، با قانون کنترل (۱۰) پایدار است، در صورتی که برنامه مجموع مربعات زیر جواب داشته باشد و ضرایب قانون کنترل از روابط (۱۱) به دست می‌آیند

اسکالره‌ای $a > 0$ ، c_1 و c_2 و چندجمله‌ای‌های مجموع مربعات

$\{s_k\}_{k=1}^l$ را چنان بیابید که چندجمله‌ای

$$b(\hat{x}) \nabla_x \cdot (\hat{f}(\hat{x}, q) a + \hat{g}(\hat{x}) c) - \alpha \nabla b(\hat{x}) \cdot (\hat{f}(\hat{x}, q) a + \hat{g}(\hat{x}) c) + \sum_{i=1}^l s_i p_i \quad (24)$$

مجموع مربعات گردد؛ که در آن

$$c = c_1 \frac{dh}{dx} f(x, q) + c_2 h(x, q),$$

$$\hat{f}(\hat{x}, q) = \begin{bmatrix} f(x, q) + g(x, q)u \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \quad g(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

برهان. قرار دهید

$$p_0 = b(\hat{x}) \nabla_x \cdot (\hat{f}(\hat{x}, q) a + \hat{g}(\hat{x}) c) - \alpha \nabla b(\hat{x}) \cdot (\hat{f}(\hat{x}, q) a + \hat{g}(\hat{x}) c) \quad (26)$$

از آن‌جا که $p_0 + \sum_{i=1}^l s_i p_i \geq 0$ ، آنگاه $p_0 \geq -\sum_{i=1}^l s_i p_i$ برای هر x و q . بنابراین برای هر q به شرطی که در رابطه زیر صدق کند

$$\bar{q} \in \bigcap_{i=1}^l \{q \in \mathbb{R}^l \mid p_i(q) < 0\} \quad (27)$$

داریم $\sum_{i=1}^l s_i p_i \geq 0$ ، بنابراین $p_0(x, q) > 0$ خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت

$$b(\hat{x}) \nabla_x \cdot (\hat{f}(\hat{x}, q) a + \hat{g}(\hat{x}) c) - \alpha \nabla b(\hat{x}) \cdot (\hat{f}(\hat{x}, q) a + \hat{g}(\hat{x}) c) > 0 \quad (28)$$

برای هر $q \in Q$.

$$b(\hat{x}) \nabla \cdot (\hat{f}(\hat{x}) a + \hat{g}(\hat{x}) c) - \alpha \nabla b(\hat{x}) \cdot (\hat{f}(\hat{x}) a + \hat{g}(\hat{x}) c) > 0 \quad (19)$$

است، آنگاه سیستم افزوده پایدار خواهد بود.

با استفاده از قضیه فوق با حل یک مسئله مجموع مربعات می‌توان کنترلر PI پایدارساز را برای یک سیستم غیرخطی پیدا کرد. در بخش بعد به تکمیل قضیه فوق برای رسیدن به پایداری مقاوم پرداخته شده است.

۴- روش طراحی کنترل - حالت مقاوم

اکنون به طراحی کنترل کننده تناسبی-انتگرالی برای سیستم غیر خطی همراه با عدم قطعیت پارامتری می‌پردازیم. ابتدا، لازم است چگونگی مدل‌سازی عدم قطعیت را برای روش خود ارائه دهیم. بخش پیرو به این بحث می‌پردازد.

۵-۱ مدل‌سازی عدم قطعیت

سیستمی با معادلات حالت زیر را در نظر می‌گیریم

$$\dot{x} = f(x, q) + g(x, q)u$$

$$y = h(x, q) \quad (20)$$

که در آن بردار حالت سیستم و بردار پارامترهای نامعلوم سیستم است. توابع $f(\cdot): \mathbb{R}^{n+l} \rightarrow \mathbb{R}^n$ و $g(\cdot): \mathbb{R}^{n+l} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ چندجمله‌ای‌هایی از x و q می‌باشد. سیستم بالا را سیستم نامعین^۱ می‌نامیم. فرض می‌کنیم بردار پارامتر نامعلوم q محدود به یک مجموعه محدوده نامعینی^۲ به نام Q باشد که یک گوی متناظر با نرم $\|\cdot\|_{p,W}$ و شعاع ۱ و مرکز q^* (که q^* یک بردار ثابت و معلوم است) در نظر گرفته می‌شود:

$$Q = \{q \in \mathbb{R}^l \mid W \cdot (q - q^*)_p < 1\} \quad (21)$$

که در آن

$$W = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_l),$$

$$w_1, w_2, \dots, w_l \in \mathbb{R}^{>0} \quad (22)$$

ماتریس وزن دهی است. به سادگی می‌توان دید که برای $p \in \mathbb{N}$

$$Q = \{q \in \mathbb{R}^l \mid p_i(q) < 0, i = 1, \dots, l\} \quad (23)$$

¹ Uncertain system

² Uncertainty bounding set

۵- مثال‌ها

سیستم واقعی خود به خود به شکل چندجمله‌ای بیان شده است و لذا روش ارائه شده در این مقاله برای آن قابل استفاده است.
کنترل و مدل‌سازی دو مخزن آب متوالی با یک مسیر بازیافت در [۲۶] ارائه شده است. بردار پارامتر نامی نتیجه شده از شناسایی برابر است با

$$q^* = [0.0038 \quad 0.0028 \quad 0.2087 \quad -1.1871]^T \quad (۳۳)$$

مجموعه محدوده نامعینی بیضوی به طور مستقیم از روش شناسایی کوچکترین مربعات^۴ به دست می‌آید [۲۷]. بنابراین، با توجه به (۲۱)، مجموعه Q با ضرب مستقیم، معادل زیر می‌باشد

$$Q = \{q \mid 241790q_1^2 + 11360q_1q_2 + 1380q_1q_3 - 2157.4q_1 + 241210q_2^2 + 900q_2q_3 + 1240q_2q_4 + 09.77q_2 + 150q_3^2 + 280q_3q_4 + 262.0140q_3 + 150q_4^2 + 294.2220q_4 + 151.5471 - 1 \leq 0\} \quad (۳۴)$$

که در قالب چندجمله‌ای مطلوب ما می‌باشد.

۳-۵ مثال ۳ (طراحی نامی).

سیستم داده شده با معادلات زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x + 3yz \\ y^3 - z - x^2 \\ -3z^2y - y - z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (۳۵)$$

$$h = z$$

ماتریس ژاکوبی سیستم حلقه باز و مقادیر ویژه آن چنین است:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۳۶)$$

$$\text{eig}(A) = \begin{cases} -1.6180 \\ -1 \\ +0.6180 \end{cases} \quad (۳۷)$$

بنابراین سیستم حلقه باز ناپایدار است و امکان استفاده از بسیاری از روش‌های طراحی کلاسیک مانند زیگلر-نیکولز ممکن نیست.
استفاده از روش طراحی نامی گفته شده و حل مسئله مجموع مربعات طبق قضیه ۱ در قسمت ۵ و به کمک جعبه ابزار SOSTOOLS [۲۳]، نتیجه زیر را می‌دهد

$$k_p = -30.9242, \quad k_i = -29.9239 \quad (۳۸)$$

نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۱ الی ۳ آمده است.

شکل ۱، پاسخ حلقه بسته سیستم با شرایط اولیه $[-0.1, 0.1]^T$ و اغتشاش وارد شده در لحظه بین 2π و 3π را نشان می‌دهد. جزئیات اثر

در این قسمت به ارائه مثال‌هایی از مدل‌سازی عدم قطعیت در قالب چندجمله‌ای و طراحی کنترلر PI از روش ارائه شده می‌پردازیم. به طور خاص، مثال ۱ به نحوه بیان عدم قطعیت جعبه‌ای^۱ یا مجموعه محدوده نامعینی تعریف شده به کمک نرم ∞ می‌پردازد. مثال ۲ به مدل‌سازی عدم قطعیت بیضوی^۲ پرداخته، مثال ۳ کاربرد روش طراحی را در یک سیستم نامی نشان داده است. مثال ۴، کاربرد روش طراحی مقاوم ارائه شده را در اعمال به یک سیستم واقعی، یعنی سیستم لورنز نامعین^۳، نشان می‌دهد.

۱-۵ مثال ۱ (عدم قطعیت جعبه‌ای).

یکی از شکل‌های مجموعه محدوده نامعینی که در انواع عدم قطعیت‌های پارامتری در سیستم‌های کنترل دیده می‌شود، موسوم به عدم قطعیت جعبه‌ای بوده و بیان شده به صورت نرم ∞ می‌باشد [۸]:

$$Q = \{q \mid W \cdot (q - q^*)_{\infty} \leq 1\},$$

$$q^* = (q_1^*, \dots, q_k^*), \quad (۲۹)$$

$$W = \text{diag}(w_1, \dots, w_k)$$

در این مثال می‌خواهیم نشان دهیم اگر سیستم مورد نظر دارای عدم قطعیت جعبه‌ای باشد، برای استفاده از روش ارائه شده در این مقاله چگونه می‌توان آن را تغییر داد.
مجموعه ذکر شده به صورت زیر به قالب چندجمله‌ای تبدیل می‌شود

$$\max_i |w_i (q_i - q_i^*)| \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq w_i (q_i - q_i^*) \leq 1 \quad (۳۰)$$

بنابراین

$$q_i - q_i^* - \frac{1}{w_i} \leq 0, \quad q_i - q_i^* + \frac{1}{w_i} \geq 0 \quad (۳۱)$$

پس مدل چندجمله‌ای مجموعه محدوده نامعینی به صورت زیر می‌شود

$$Q = \left\{ q \mid (q_i - q_i^*)^2 - \frac{1}{w_i^2} \leq 0, \quad i = 1, \dots, k \right\} \quad (۳۲)$$

۲-۵ مثال ۲ (عدم قطعیت بیضوی).

به دلیل وجود نویزهای اندازه‌گیری، روش‌های متداول شناسایی سیستم (شناسایی بر پایه پیش‌بینی خطا) یک مدل نامی از سیستم به همراه یک مجموعه نامعینی پارامتری بیضوی شکل را نتیجه می‌دهند. در این مثال می‌خواهیم نشان دهیم که عدم قطعیت بیضوی ناشی از شناسایی یک

^۱ Box

^۲ Ellipsoidal

^۳ Uncertain Lorenz system

^۴ Least squares identification

۴-۵ مثال ۴ (طراحی مقاوم برای سیستم واقعی).

در این مثال به طراحی کنترل کننده تناسبی-انترگالی برای سیستم لورنز نامعین با هدف رد اغتشاش می‌پردازیم. معادلات سیستم به شرح زیر است

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma(y-x) \\ x(\rho-z)-y \\ xy-\beta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (39)$$

$$h = x(t)$$

که در آن σ ، ρ ، و β پارامترهای نامعلوم و محدود به یک بازه شناخته شده هستند. فرض می‌شود که سیستم در حال سکون و در موقعیت نقطه تعادل ناپایدار مبدأ قرار داشته باشد. هدف، پایدار نگاه داشتن سیستم با وجود اعمال اغتشاش است.

شبیه‌سازی با در نظر گرفتن پارامترها در محدوده‌های زیر انجام می‌شود

$$\begin{aligned} 9 < \sigma < 11 \\ 2.5 < \beta < 3 \\ 25 < \rho < 31 \end{aligned} \quad (40)$$

در این محدوده سیستم هم رفتار آشوب گونه و هم نوسانات تناوبی از خود نشان می‌دهد. نتیجه طراحی از قضیه ۳، مقادیر زیر را به عنوان پارامترهای کنترل کننده و به کمک جعبه ابزار SOSTOOLS [۲۳] ارائه می‌دهد

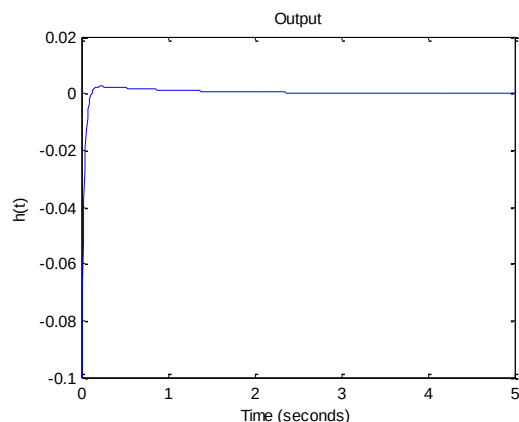
$$k_p = -1.5054, k_i = -49.6842 \quad (41)$$

شکل ۴، شبیه‌سازی پاسخ حلقه باز سیستم به یک سیگنال اغتشاش پله‌ای با دامنه واحد که در دقایق ۱ تا ۲ به سیستم وارد شده است را نشان می‌دهد. ۳ دسته پارامتر برای شبیه‌سازی سیستم در نظر گرفته شده است که ۲ تای آن‌ها به طور تصادفی از بین مجموعه مجاز پارامترها انتخاب شده و دسته سوم، پارامترهایی است که سیستم به ازای آن رفتار آشوب گونه از خود نشان می‌دهد. چنانچه در شکل ۴ مشخص است، سیستم حلقه باز با اعمال اغتشاش از حال سکون خارج شده و رفتار نوسانی و یا آشوب‌ناک از خود نشان می‌دهد. در شکل ۵، رفتار سیستم حلقه بسته با همان پارامترها در حضور سیگنال اغتشاش نمایش داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود، سیستم موفقیت خوبی در رد اغتشاش با بهره حدود 10^{-3} داشته است.

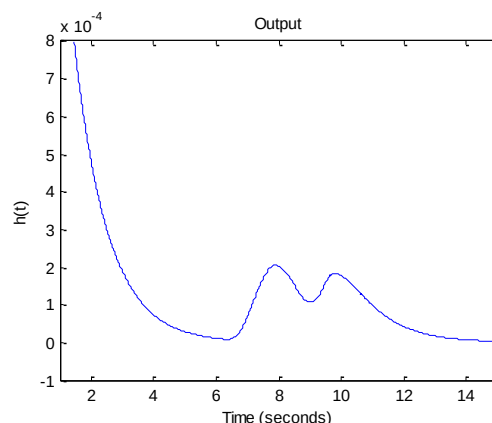
۵- نتیجه گیری

در این مقاله به ارائه یک روش الگوریتمی برای طراحی کنترلر PI مقاوم برای سیستم‌های غیر خطی پرداخته شده است. طراحی به کمک روش مجموع مربعات انجام شده و پایداری از طریق دوگان قضیه لیپانوف به اثبات رسیده است. تحلیل‌ها همگی با استفاده از مدل غیرخطی انجام شده و برخلاف روش‌های کلاسیک، هیچ گونه محافظه

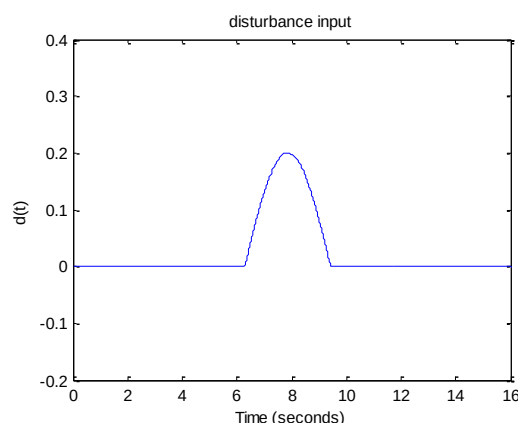
اغتشاش در شکل ۲ وارد شده است. شکل ۳، سیگنال ورودی اغتشاش را نشان می‌دهد که یک سیگنال سینوسی با دامنه 0.2 و فرکانس 1 واحد می‌باشد که از لحظه 2π تا 3π اعمال شده است. همانطور که از شکل‌ها مشخص است، سیستم در رد اغتشاش و همچنین پاسخ گذرا عملکرد بسیار مطلوبی از خود نشان داده است؛ به طوری که اغتشاش با بهره 10^{-3} ضعیف شده است.



شکل ۱: پاسخ سیستم حلقه بسته



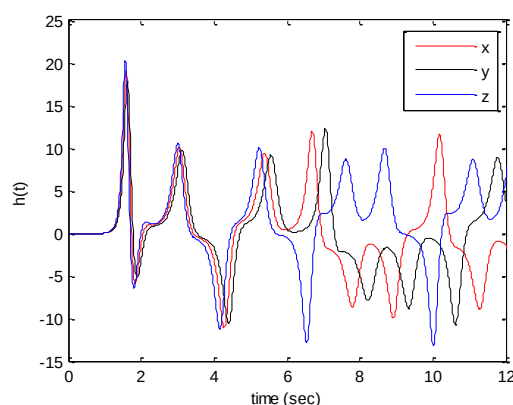
شکل ۲: بزرگ‌نمایی اثر اغتشاش



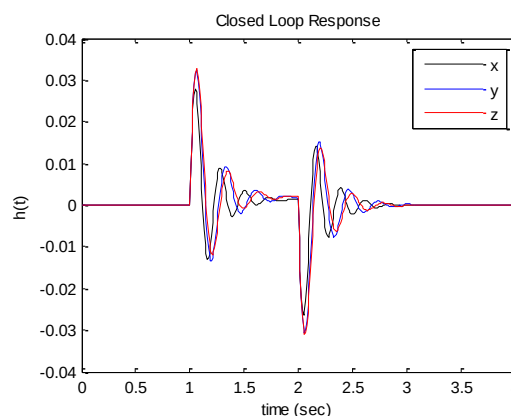
شکل ۳: سیگنال اغتشاش

- [4] Q. G. Wang, Z. Ye, and W. J. Cai, *PID Control for Multivariable Processes*: Springer, 2008.
- [5] H. Panagopoulos and K. J. Åström, "PID control design and $\mathcal{H}_\infty$ loop shaping," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 10, pp. 1249-1261, 2000.
- [6] C.-M. A. Fransson, B. A. Lennartson, T. A. Wik, and P.-O. A. Gutman, "On optimizing PID controllers for uncertain plants using Horowitz bounds," in *IFAC Workshop on digital control: Past, present, and future of PID control*, Terassa, Spain, Terassa, Spain, 2000.
- [7] B. Labibi, H. J. Marquez, and T. Chen, "LMI optimization approach to robust decentralized controller design," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 21, pp. 904-924, 2011.
- [8] B. R. Barmish, *New tools for robustness of linear systems*: Macmillan, 1994.
- [9] S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat, and L. H. Keel, *Robust control: the parametric approach*: Prentice Hall PTR, 1995.
- [10] I. Horowitz, "Quantitative feedback theory," *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, vol. 129, pp. 215-226, 1982.
- [11] P. A. Parrilo, "Structured Semidefinite Programs and Semialgebraic Geometry Methods in Robustness and Optimization," PhD, California Institute of Technology, Pasadena, California, 2000.
- [12] D. Henrion and A. Garulli, *Positive Polynomials In Control*: Springer, 2005.
- [13] Z. Jarvis-Wloszek, R. Feeley, T. Weehong, S. Kunpeng, and A. Packard, "Some controls applications of sum of squares programming," in *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, 2003, pp. 4676-4681.
- [14] A. Papachristodoulou and S. Prajna, "A tutorial on sum of squares techniques for systems analysis," in *American Control Conference*, 2005, pp. 2686-2700 vol. 4.
- [15] A. Papachristodoulou and S. Prajna, "On the construction of Lyapunov functions using the sum of squares decomposition," in *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, 2002, pp. 3482-3487 vol.3.
- [16] S. Prajna, A. Papachristodoulou, and W. Fen, "Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: a Lyapunov-based approach," in *Control Conference, 2004. 5th Asian*, 2004, pp. 157-165 Vol.1.
- [17] Y. Zhi, G. Zhao, and J. Yu, "Robust static output feedback for a class of nonlinear uncertain systems," in *Proceedings of the 2011 International Conference on Computational and Information Sciences, ICCIS 2011*, 2011, pp. 1163-1166.
- [18] H. Zakeri and S. Ozgoli, "A Polynomial Modeling and State Feedback Control of Blood Glucose

کاری ناشی از خطی سازی در طراحی وجود ندارد. روش ارائه شده همچنین عدم قطعیت موجود در سیستم غیرخطی را به شکل عدم قطعیت پارامتری در نظر گرفته است و بنابراین آزادی عمل بیشتری به طراح می‌دهد. اثبات پایداری در حضور عدم قطعیت به کمک قضیه S-Procedure تعمیم یافته انجام شده است. مثال‌های عددی، کارایی کنترلر ارائه شده در رد اغتشاش وارد شده به سیستم غیر خطی را با شبیه‌سازی عددی نشان داده اند.



شکل ۴- پاسخ حلقه باز سیستم به سیگنال اغتشاش



شکل ۵- پاسخ سیستم حلقه بسته به سیگنال اغتشاش

مراجع

- [1] S. Bennett, "Nicholas Minorsky and the automatic steering of ships," *Control Systems Magazine, IEEE*, vol. 4, pp. 10-15, 1984.
- [2] N. Minorsky, "Directional Stability of Automatically Steered Bodies," *Journal of the American Society for Naval Engineers*, vol. 34, pp. 280-309, 1922.
- [3] K. J. Åström and T. Hägglund, *Advanced PID control*: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.

- [23] S. Prajna, A. Papachristodoulou, and P. A. Parrilo, "Introducing SOSTOOLS: a general purpose sum of squares programming solver," in *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, 2002, pp. 741-746 vol.1.
- [24] J. Löfberg, "YALMIP : a toolbox for modeling and optimization in MATLAB," in *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*, 2004, pp. 284-289.
- [25] J. Löfberg, "Pre- and Post-Processing Sum-of-Squares Programs in Practice," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 54 ,pp. 1007-1011, 2009.
- [26] H. Didier, "LMIs for Robust Stabilization of Systems with Ellipsoidal Uncertainty," presented at the Process Control Conference, Slovakia, 2001.
- [27] O. D. Crisalle, H. M. Mahon, and D. Bonvin, "Study of robust control designs using the critical-direction method for ellipsoidal uncertainties," in *Southcon/94. Conference Record*, 1994, pp. 173-180.
- Regulatory in Diabetic Patients," in *4th International Conference on Intelligent and Advanced Systems (ICIAS2012)*, Kuala Lumpur, Malaysia, 2012, pp. 647-651.
- [19] M. Krug, S. Saat, and S. K. Nguang, "Nonlinear robust H_∞ static output feedback controller design for parameter dependent polynomial systems: An iterative sum of squares approach," in *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011 ,pp. 3502-3507.
- [20] A. Rantzer, "A dual to Lyapunov's stability theorem," *Systems & Control Letters*, vol. 42, pp. 161-168, 2001.
- [21] S. Prajna, P. A. Parrilo, and A. Rantzer, "Nonlinear control synthesis by convex optimization," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 49, pp. 310-314, 2004.
- [22] W. Tan, "Nonlinear Control Analysis and Synthesis using Sum-of-Squares Programming," PhD dissertation, Mechanical Engineering, University of California, Berkeley, USA, 2006.

حل عددی معادلات دیفرانسیلی-جبری به شکل هزنبرگ با استفاده از کنترل مد لغزشی

علی خالقی کارسالاری^۱، مسعود شفیعی^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، alikhaleghi@aut.ac.ir

^۲ استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، mshafiee@aut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۵/۲۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۸/۲۰)

چکیده: در این مقاله روشی برای حل عددی معادلات دیفرانسیلی-جبری به شکل هزنبرگ ارائه شده است. در روش ارائه شده یک سطح لغزشی متناسب با ایندکس سیستم تعریف شده است که معادله کاملی برای محاسبه متغیر جبری در اختیار قرار می دهد. همچنین به دلیل پایداری سطح لغزشی، همگرایی خطای دوری از خمینه ی قید در معادله ی دیفرانسیلی-جبری تضمین شده است. در انتها، روش روی چند مثال خطی ایندکس و غیر خطی اعمال شده و نتایج آورده شده است.

کلمات کلیدی: معادلات دیفرانسیلی-جبری، شکل هزنبرگ، حل عددی، کنترل مد لغزشی، ردیابی خمینه ی قید.

Solution of Differential-Algebraic Equations in Hessenberg Form Using Sliding Mode Control

Ali Khaleghi Karsalari, Masoud Shafiee

Abstract: In this paper, a method for numerical solution of differential-algebraic equations (DAEs) in Hessenberg form is presented. In this method, a sliding surface proportional to systems index is defined that generates a complete equation to calculate algebraic variables. Since the sliding surface is stable, convergence of the distance from manifold constraint in DAE is satisfied. Finally, the proposed method is applied for some linear and nonlinear index-3 systems. Numerical solutions confirm the accuracy of the proposed technique.

Keywords: differential-algebraic equations, Hessenberg form, sliding mode control, constraint manifold tracking.

[۲-۴]، تقریب پاده^۱ [۵]، تجزیه ی آدومین^۲ [۶] روش اختلال هوموتپی^۳ [۷] و تقریب های چند مربعی^۴ [۸] اشاره کرد.

به دلیل تنوع بسیار زیاد روش های حل عددی موجود، دسته بندی آنها اندکی دشوار است. یک دسته بندی می تواند بر اساس نحوه ی ساخت پاسخ باشد. دو رویکرد اصلی، حل ترتیبی و ساخت سراسری پاسخ است.

۱- مقدمه

رویکردهای مختلفی برای به دست آوردن تقریب عددی پاسخ معادله ی دیفرانسیلی-جبری وجود دارد. از جمله ی روش های ارائه شده، می توان به استفاده از فرمول تفاضل وارون [۱، ۲]، رانگ-کوتای ضمنی

^۱ Pade Approximation

^۲ Adomian decomposition

^۳ Homotopy Perturbation Method (HPM)

^۴ Multiquadratic approximation

۲- معادلات دیفرانسیلی - جبری

کلی ترین شکل معادله‌ی دیفرانسیلی - جبری به صورت زیر است:

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

$$t \in [0, T], \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{f}: \mathbb{R}^{2m+1} \rightarrow \mathbb{R}^m,$$

که در آن ماتریس ژاکوبین $\partial \mathbf{f} / \partial \dot{\mathbf{x}}$ تکین است. بسیاری از معادلات دیفرانسیلی - جبری که در مسائل عملی ظهور می‌یابند، دارای شکل ساده‌تری هستند که از جمله‌ی آن‌ها شکل هزنبرگ است اما پیش از معرفی شکل هزنبرگ لازم است خاصیت مهمی در معادلات دیفرانسیلی جبری به نام ایندکس^۴ معرفی شود.

تعریف ۱ [۲]: معادله‌ی دیفرانسیلی - جبری غیر خطی (۱) دارای ایندکس ν است اگر ν کوچکترین تعداد مشتقات به صورت

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{0},$$

$$\frac{d\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}})}{dt} = \mathbf{0},$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^\mu \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \dots, \mathbf{x}^{(\mu+1)})}{dt^\mu} = \mathbf{0} \quad (2)$$

باشد به طوری که (۲) امکان استخراج سیستم $\dot{\mathbf{x}}(t) = \phi(\mathbf{x}, t)$ را تنها با محاسبات جبری بدهد.

حال با در نظرگیری تعریف ایندکس، شکل کلی معادله‌ی دیفرانسیلی - جبری هزنبرگ با ایندکس ν قابل تعریف است [۲]:

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}_0(\mathbf{x}_1(t), t)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), t)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \mathbf{x}_3(t), t)$$

$$\vdots$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{\nu-1}(t) = \mathbf{f}_{\nu-1}(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_\nu(t), t) \quad (3)$$

که در آن $\frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_2} \dots \frac{\partial \mathbf{f}_{\nu-1}}{\partial \mathbf{x}_\nu}$ دارای رتبه‌ی کامل است. در (۳)،

معادله‌ی نخست یعنی $\mathbf{f}_0(\mathbf{x}_1(t), t) = \mathbf{0}$ معادله‌ی جبری و متغیر $\mathbf{x}_\nu(t)$ متغیر جبری خوانده می‌شود. معادلات هزنبرگ با ایندکس بیشتر از یک نقشی محوری در تئوری معادلات دیفرانسیلی - جبری ایفا می‌کنند و معادلات دیفرانسیلی - جبری عمومی‌تر قابل بازنویسی به شکل هزنبرگ با همان ایندکس هستند [۱۱]. معادلات هزنبرگ به صورت خاص در سیستم‌های مکانیکی قابل توجه هستند. از جمله بسیاری از معادلات سیستم‌های دینامیکی مقید مثل سیستم‌های چند جسمی یا ربات‌های غیرهولونومیک به صورت هزنبرگ به دست می‌آیند [۱۲، ۱۳].

در رویکرد ساخت سراسری پاسخ، که در برخی متون روش‌های طیفی^۱ نیز نامیده می‌شوند، سعی می‌شود با استفاده از یک مجموعه از توابع پایه، پاسخ در بازه‌ی حل، تقریب زده شود. لذا هدف به دست آوردن ضرایب توابع پایه به صورتی است که خطا به حد مطلوب برسد. در مقالات از توابع پایه مختلفی بهره برده شده است. از جمله، در [۹] روشی ارائه شده است که از یک چندجمله‌ای درجه‌ی دلخواه S برای تقریب پاسخ استفاده می‌کند. از چندجمله‌ای‌ها لژاندر^۲ و چیشف^۳ نیز به عنوان چندجمله‌ای‌های متعامد در تقریب عددی مسائل بسیاری استفاده شده است [۱۰].

در رویکرد ترتیبی، با توجه به معین بودن شرایط اولیه، با استفاده از یک روش گسسته‌سازی، پاسخ برای گام بعدی به دست می‌آید. به طور کلی روش‌های مبتنی بر فرمول تفاضل وارون یا رانگ-کوتای ضمنی جزء این دسته هستند.

در این مقاله روشی با رویکرد ترتیبی برای حل معادلات دیفرانسیلی - جبری که به شکل هزنبرگ داده شده باشند، ارائه شده است. این روش به روش‌های حل معادلات دیفرانسیلی معمولی همراه با قید بسیار نزدیک است. در معادلات دیفرانسیلی معمولی با قید، معادله‌ی قید، اطلاعات اضافه‌ای محسوب می‌شود که بدون آن نیز معادله‌ی دیفرانسیلی معمولی قابل حل است و اگر هیچ خطایی در حل عددی وجود نداشته باشد، معادله‌ی قید باید در پاسخ، برقرار باشد. اما به دلیل وجود خطاهای مختلف در حل عددی، ممکن است این اتفاق صورت نگیرد. لذا از معادله‌ی قید برای اصلاح پاسخ عددی در هر گام استفاده می‌شود. برای این کار سعی می‌شود معادله‌ی پایداری برای همگرا ماندن حل عددی به معادله‌ی قید تشکیل گردد و با استفاده از آن معادله، در هر گام مقدار حالت‌ها اصلاح شود. در روشی که در این مقاله بدان خواهیم پرداخت رویکرد مشابهی استفاده شده است. اما برخلاف معادلات دیفرانسیلی معمولی همراه قید، در معادلات دیفرانسیلی - جبری، قید اطلاعات اضافه محسوب نمی‌شود و بدون آن معادله قابل حل نیست. در روش ارائه شده در این مقاله، معادله‌ی قید به عنوان خطا در نظر گرفته می‌شود و با تشکیل یک معادله‌ی دیفرانسیلی پایدار روی آن، که متناسب با ایندکس سیستم تشکیل می‌شود، حالت‌های جبری دستگاه دیفرانسیلی - جبری محاسبه می‌شود.

ادامه این مقاله به شرح زیر است: در بخش دوم معادلات دیفرانسیلی - جبری تعریف شده‌اند. در بخش سوم روش حل عدد معادلات دیفرانسیلی - جبری شکل هزنبرگ ارائه شده است. در بخش چهارم در مورد انتخاب ضرایب مناسب مربوط به روش ارائه شده توضیحاتی آورده شده است. مثال‌های عددی حل شده با روش ارائه شده و مقایسه با نرم‌افزارهای موجود نیز در بخش پنجم ارائه شده‌اند.

¹ Spectral methods

² Legendre

³ Chebychev

⁴ Index

۳- حل عددی معادله‌ی هزنبرگ

معادله‌ی دیفرانسیلی- جبری شکل هزنبرگ را به صورت زیر

بازنویسی می‌نمایم:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t) &= \mathbf{f}_0(\mathbf{x}_1(t), t) \\ \dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), t) \end{aligned} \quad (۶)$$

با نگاه به (۶) دیده می‌شود که اگر در این معادله $\mathbf{x}_2(t)$ را به عنوان متغیر کنترلی ورودی در نظر بگیریم، آنگاه $\mathbf{e}(t) = \mathbf{f}_0(\mathbf{x}_1(t), t)$ را نیز می‌توان به عنوان خروجی در نظر گرفت و هدف تعیین $\mathbf{x}_2(t)$ به گونه‌ای است که $\mathbf{e}(t)$ به سمت صفر میل نماید. لذا از این دیدگاه معادله‌ی دیفرانسیلی- جبری ایندکس دو بسیار نزدیک به مسأله‌ی تنظیم در مهندسی کنترل است.

سطح لغزش، سطحی پایدار و معمولاً به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &\triangleq \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^k \mathbf{e} \\ &= \left(\frac{d^k}{dt^k} + \alpha_{k-1} \frac{d^{k-1}}{dt^{k-1}} + \dots + \alpha_1 \frac{d}{dt} + \alpha_0 \right) \mathbf{e} \\ &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \mathbf{e}^{(i)} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن $\lambda > 0$ و $\alpha_i = \binom{k}{i} \lambda^i$ است. البته در حالت کلی، ضرایب α_i می‌توانند از این قاعده پیروی نکنند بلکه تنها کافی است طوری انتخاب شوند که معادله‌ی سطح لغزش، پایدار باشد. این انتخاب پایداری را تضمین می‌کند. برای سیستم هزنبرگ با ایندکس V ، سطح لغزشی (۷) را برای $k = V-1$ در نظر می‌گیریم. از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{f}_0 &= \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1 + \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1 + \Delta_1 \\ \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{f}_0 &= \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1 + \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_2} \mathbf{f}_2 \right) \\ &\quad + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \right) \mathbf{f}_1(t) + \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial t} \\ &= \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_2} \mathbf{f}_2 + \Delta_2 \\ &\vdots \\ \frac{d^{V-1}}{dt^{V-1}} \mathbf{f}_0 &= \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_2} \dots \frac{\partial \mathbf{f}_{V-2}}{\partial \mathbf{x}_{V-1}} \mathbf{f}_{V-1} + \Delta_{V-1} \end{aligned}$$

که در آن Δ_i -ها به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial t} \\ \Delta_{i+1} &= \frac{d}{dt} \Delta_i + \frac{d}{dt} \left(\prod_{j=1}^i \frac{\partial \mathbf{f}_{j-1}}{\partial \mathbf{x}_j} \right) \mathbf{f}_i \\ &\quad + \left(\prod_{j=1}^i \frac{\partial \mathbf{f}_{j-1}}{\partial \mathbf{x}_j} \right) \left(\prod_{j=1}^i \frac{\partial \mathbf{f}_j}{\partial \mathbf{x}_j} \mathbf{f}_j + \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t) &= \mathbf{f}_0(\mathbf{x}_1(t), t) \\ \dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), t) \\ &\vdots \\ \dot{\mathbf{x}}_{V-1}(t) &= \mathbf{f}_{V-1}(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_V(t), t) \end{aligned} \quad (۴)$$

در معادله‌ی (۴) اگر پس از چند گام تضمین کنیم $\mathbf{e}(t) \rightarrow 0$ ، آنگاه می‌توان نتیجه گرفت حل عددی به سمت خمینه‌ی قید همگرا می‌شود. برای تضمین $\mathbf{e}(t) \rightarrow 0$ روش‌های مختلفی وجود دارد. اولین روش حل معادله‌ی $\mathbf{e}(t) = 0$ براساس متغیر جبری است. همان‌طور که می‌دانیم این کار برای معادلات دیفرانسیلی- جبری ایندکس یک انجام می‌شود و پاسخ مناسبی هم تولید می‌کند. اما برای ایندکس‌های بالاتر چون $\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{x}_V}$ تکیه است، امکان یافتن پاسخ وجود ندارد.

برای سیستم با ایندکس V ، با V بار مشتق‌گیری، معادله‌ی دیفرانسیلی معمولی برای کل سیستم به دست می‌آید. یعنی داریم:

$$\det \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{x}}_V} \frac{d^V \mathbf{g}}{dt^V} \right) \neq 0$$

و لذا با تشکیل این معادله‌ی دیفرانسیلی معمولی، می‌توان با استفاده از روش‌های ضمنی، سیستم را حل کرد. این روش در واقع تشکیل و حل معادله‌ی زیر است:

$$\frac{d^V \mathbf{e}}{dt^V} = \mathbf{e}^{(\mu)} = \mathbf{0}. \quad (۵)$$

مشکل روش، این است که با حل معادله‌ی (۵) برای متغیر جبری، دیگر دلیلی وجود ندارد که قید در پاسخ به دست آمده برقرار بماند و در واقع نمی‌توان تضمین نمود که $\mathbf{e}(t)$ نیز به صفر میل کند. دو اصلاح روی معادله‌ی (۵) به صورت زیر اعمال می‌شود:

(۱) نیازی نیست مشتق‌گیری، V بار انجام شود. در واقع همان‌طور که در مسأله‌ی ایندکس یک، بدون مشتق‌گیری (صفر بار مشتق‌گیری) با استفاده از روش ضمنی، معادله حل می‌شود، برای ایندکس V نیز می‌توان $V-1$ بار مشتق گرفته و معادله را به صورت ضمنی حل نمود.

(۲) برای آنکه تضمین نمایم قید در پاسخ برقرار می‌ماند، باید تضمین نمایم که $\mathbf{e}(t)$ و مشتقات آن، همگی به صفر میل می‌کنند.

در روش کنترل با استفاده از سطح لغزشی^۱، مسأله‌ای مشابه با آنچه هدف ماست، بررسی شده است. معادله‌ی سطح لغزش به گونه‌ای است که خطا و مشتقات آن همگی صفر می‌شوند. سپس از روی آن، ورودی کنترلی محاسبه می‌شود. برای توضیح بیشتر، معادله‌ی هزنبرگ ایندکس دو را در نظر می‌گیریم:

¹ Sliding Mode Control

همان طور که دیده می شود، در Δ_{i-1} ، متغیر $\mathbf{x}_i$ و مشتقات آن،

$$\mathbf{s} = (\mathbf{z} - \mathbf{a})^{v-1} \mathbf{e}_n \quad (10)$$

$$= \mathbf{e}_{n+v-1} + \alpha_{v-2} \mathbf{e}_{n+v-2} + \dots + \alpha_0 \mathbf{e}_n$$

که در آن داریم:

$$\alpha_i = \binom{v-1}{i} (-a)^i \quad (11)$$

همچنین $\mathbf{z}$ عملگری است که به صورت زیر تعریف می شود
(تبدیل $\mathbf{z}$):

$$\mathbf{z}\mathbf{e}_n = \mathbf{e}_{n+1}$$

برای پایداری کافی است $\mathbf{a}$ عددی بین صفر و یک انتخاب گردد.
لذا دستگاهی به شکل زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_0(\tilde{\mathbf{f}}_1(\tilde{\mathbf{f}}_1(\mathbf{x}_1^n, \mathbf{x}_2^n, t_n), \tilde{\mathbf{f}}_2(\mathbf{x}_1^n, \mathbf{x}_2^n, \mathbf{x}_3^n, t_n), t_{n+1}), t_{n+2}) \\ + \alpha_1 \tilde{\mathbf{f}}_0(\tilde{\mathbf{f}}_1(\mathbf{x}_1^n, \mathbf{x}_2^n), t_{n+1}) + \alpha \tilde{\mathbf{f}}_0(\mathbf{x}_1^n, t_n) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن تنها $\mathbf{x}_3^n$ مجهول است و طبق (۹)، معادله (۱۲) همواره
برای $\mathbf{x}_3^n$ دارای پاسخ است. برای ایندکس های بالاتر نیز به راحتی
می توان معادله ای مشابه را تشکیل داد.

لذا الگوریتم حل به این صورت خواهد بود:

- ۱- در لحظه ی صفر، مقادیر حالت معلوم هستند. با در نظر گرفتن $n=0$ معادله (۱۲) را تشکیل داده و مقدار $\mathbf{x}_v^0$ اصلاح می شود.
- ۲- از روی مقادیر به دست آمده در لحظه ی n ، مقادیر حالت ها در $n+1$ را محاسبه می کنیم. توجه شود که تا قبل از همگرایی به خمینه ی قید، این مقادیر با مقادیر به دست آمده در تشکیل معادله (۱۲) در مرحله ی پیش، ممکن است متفاوت باشند و باید دوباره محاسبه شوند. اما پس از همگرایی به قید، نیاز به محاسبه ی مجدد نیست.
- ۳- با در نظر گرفتن $n+1$ به عنوان مقدار جدید برای n ، محاسبه ی $\mathbf{x}_v^n$ از روی مقادیر جدید به دست آمده و معادله (۱۲) تکرار می شود.

- ۴- در صورتی که به پایان شبیه سازی رسیدیم، خارج شده و در غیر این صورت به مرحله ی ۲ بازگشت می کنیم.

۴- انتخاب ضرایب سطح لغزش

همان طور که گفته شد، برای همگرایی، در حالت پیوسته کافی است $\mathbf{L}$ بزرگتر از صفر و در حالت گسسته $\mathbf{a}$ بین صفر و یک انتخاب گردد. این دو عدد، سرعت همگرایی را تعیین می کنند. هرچه مقدار $\mathbf{L}$ بزرگتر انتخاب شود، سرعت همگرایی بیشتر می شود. از طرف دیگر مقادیر خیلی بزرگ، دستگاه را خیلی ناهموار خواهند کرد که مطلوب نیست. در یک روش گام متغیر، دستگاه نیاز به گام های خیلی کوچکی برای حل دارد و در روش های گام ثابت، موجب ناپایداری حل خواهد شد. در حالت کلی مقدار $\mathbf{L}$ باید تابعی از خطای حل و سرعت

وجود ندارد و لذا $\frac{\partial \Delta_{i-1}}{\partial \mathbf{x}_i} = \mathbf{0}$ است. همچنین برای $i = v$ داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_v} \left(\frac{d^{v-1}}{dt^{v-1}} \mathbf{f}_0 \right) \\ = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_v} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_2} \dots \frac{\partial \mathbf{f}_{v-2}}{\partial \mathbf{x}_{v-1}} \mathbf{f}_{v-1} + \Delta_{v-1} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_v} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_2} \dots \frac{\partial \mathbf{f}_{v-2}}{\partial \mathbf{x}_{v-1}} \mathbf{f}_{v-1} \right) + \frac{\partial \Delta_{v-1}}{\partial \mathbf{x}_v} \\ = 0 \\ = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_v} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_0}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_2} \dots \frac{\partial \mathbf{f}_{v-2}}{\partial \mathbf{x}_{v-1}} \mathbf{f}_{v-1} \right) \neq 0 \end{aligned}$$

لذا طبق قضیه ی تابع ضمنی، حل معادله ی ضمنی (۷) برای $\mathbf{x}_v$ ، دارای جواب است. البته استفاده از این معادله، تنها در صورتی که مشتق گیری تحلیلی امکان پذیر باشد، مناسب است. می توان با روش های عددی نیز، مشتقات را تقریب زد ولی به جای این کار، اگر از معادله ی گسسته سازی شده استفاده کنیم، راحت تر است. در ادامه روابط برای شکل گسسته سازی شده، آورده شده است.

به راحتی می توان نشان داد که معادله ی دیفرانسیلی - جبری هزنبرگ با ایندکس v ، پس از گسسته سازی به کمک یکی از روش های صریح، به صورت زیر قابل نمایش است:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \tilde{\mathbf{f}}_0(\mathbf{x}_1^n, t_n) \\ \mathbf{x}_1^{n+1} &= \tilde{\mathbf{f}}_1(\mathbf{x}_1^n, \mathbf{x}_2^n, t_n) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_{v-1}^{n+1} &= \tilde{\mathbf{f}}_{v-1}(\mathbf{x}_1^n, \mathbf{x}_2^n, \dots, \mathbf{x}_{v-1}^n, t_n) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن $\mathbf{x}_i^n = \mathbf{x}_i(t_n)$ است. معادله ی $\mathbf{0} = \tilde{\mathbf{f}}_0(\mathbf{x}_1^{n+v-1}, t_{n+v-1})$ را می توان به صورت ترکیبی از توابع تنها بر اساس مقادیر $\mathbf{x}_i^n$ (مقادیر فعلی حالت) نوشت. در ادامه برای سادگی، معادلات را برای سیستم هزنبرگ به شکل (۸) با $v=3$ به دست می آوریم. ولی تعمیم آن به ایندکس های بالاتر، ساده است. داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \tilde{\mathbf{f}}_0(\mathbf{x}_1^{n+v-1}, t_{n+v-1}) \\ &= \tilde{\mathbf{f}}_0(\mathbf{x}_1^{n+2}, t_{n+2}) \\ &= \tilde{\mathbf{f}}_0(\tilde{\mathbf{f}}_1(\mathbf{x}_1^{n+1}, \mathbf{x}_2^{n+1}, t_{n+1}), t_{n+2}) \\ &= \tilde{\mathbf{f}}_0(\tilde{\mathbf{f}}_1(\tilde{\mathbf{f}}_1(\mathbf{x}_1^n, \mathbf{x}_2^n, t_n), \tilde{\mathbf{f}}_2(\mathbf{x}_1^n, \mathbf{x}_2^n, \mathbf{x}_3^n, t_n), t_{n+1}), t_{n+2}) \\ &\triangleq \mathbf{e}_{n+2} \end{aligned}$$

در هر لحظه، مقادیر $\mathbf{x}_1^n$ و $\mathbf{x}_2^n$ در اختیار هستند و لذا در معادله ی به دست آمده، تنها $\mathbf{x}_v^n$ نامعلوم است. از طرفی معادله ی به دست آمده برای $\mathbf{x}_v^n$ دارای جواب است زیرا برای آن داریم:

$$\det \frac{\partial \mathbf{e}_{n+2}}{\partial \mathbf{x}_3^n} = \det \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_0}{\partial \mathbf{x}_1^n} \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_1}{\partial \mathbf{x}_2^n} \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_2}{\partial \mathbf{x}_3^n} \neq 0 \quad (9)$$

با هر ایندکسی را داراست. همچنین بسته‌های نرم‌افزاری مختلفی نیز در زمینه حل عددی معادلات دیفرانسیلی موجود هستند که کتابخانه‌هایی برای حل عددی معادلات دیفرانسیلی - جبری دارند. از آن جمله DASSAL/LAPACK، RADAU و GAMDA را می‌توان نام برد که همگی به زبان فورترن پیاده‌سازی شده‌اند. از بین آنها DASSAL/LAPACK مخصوص مخصوص حل معادلات دیفرانسیلی - جبری ایندکس یک است ولی دو مورد دیگر عمومی هستند.

مثال‌هایی که در این بخش ارائه شده‌اند همگی ایندکس بالاتر از یک دارند و لذا نمی‌توانیم از MATLAB برای مقایسه‌ی پاسخ‌ها استفاده کنیم. در مثال اول و دوم پاسخ دقیق سیستم در اختیار است و لذا برای آنها پاسخ روش عددی با پاسخ دقیق سیستم مقایسه شده است. در مثال دوم از نرم‌افزار APMonitor نیز برای مقایسه‌ی پاسخ استفاده شده است. برای مثال آخر نیز هیچ یک از نرم‌افزارها، پاسخ همگرا تولید نکردند ولی با استفاده از بسته‌های نرم‌افزاری پاسخ آنها محاسبه شد. میزان خطای دوری از قیده‌ها نیز به عنوان یکی از معیار بررسی پاسخ ارائه شده است.

مثال ۱: سیستم خطی ایندکس -۲ زیر را در نظر بگیرید [16]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} + \mathbf{g}(t) \\ \mathbf{0} = \mathbf{Cx} + \mathbf{r}(t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 10,$$

که در آن

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1+2t \end{bmatrix}, \mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}(t) = \begin{bmatrix} -\sin(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}(t) = -e^{-t} - \sin(t)$$

با شرایط اولیه‌ی $\mathbf{x}_1(0) = \mathbf{0}$ و $\mathbf{x}_2(0) = 1$. جواب دقیق این معادله به صورت زیر است:

$$x_1(t) = e^{-t}, x_2(t) = \sin(t), z(t) = \frac{\cos(t)}{1+2t}.$$

استفاده از روش ارائه شده، این مسأله حل شده است. معادله‌ی سطح لغزش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$e = \mathbf{Cx} + \mathbf{r} \Rightarrow s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) e$$

$$= \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{r}} + \lambda \mathbf{Cx} + \lambda \mathbf{r}$$

$$= \mathbf{CAx} + \mathbf{CBz} + \mathbf{Cg} + \dot{\mathbf{r}} + \lambda \mathbf{Cx} + \lambda \mathbf{r}$$

و در نتیجه

$$z = -(\mathbf{CB})^{-1} (\mathbf{CAx} + \mathbf{Cg} + \dot{\mathbf{r}} + \lambda \mathbf{Cx} + \lambda \mathbf{r})$$

پاسخ این مسأله با استفاده از پیاده‌سازی روش ارائه شده در نرم‌افزار MATLAB به دست آورده شد. برای این مسأله طول گام حل را برابر $h = 10^{-2}$ و ضریب همگرایی $\lambda = (200h(\nu-1))^{-1} = 0.5$ در نظر گرفتیم. پاسخ دقیق و پاسخ عددی در شکل ۱ رسم شده است. برای نمایش بهتر، از هر ۲۰ نقطه تنها یک نقطه رسم شده است.

همگرایی مورد نیاز باشد. روند نزول خطای فاصله از منحنی قید، در حالت پیوسته به صورت زیر است:

$$\mathbf{e}(t) \approx \mathbf{e}_0 t^{\nu-1} e^{\lambda t} \quad (13)$$

در صورتی که بخواهیم پس از N گام، خطا به زیر مقدار مطلوب $\mathbf{tol}$ برسد، باید داشته باشیم:

$$\mathbf{e}_0 (Nh)^{\nu-1} e^{-\lambda(Nh)} \leq \mathbf{tol}$$

$$\Rightarrow \lambda \geq \max_i \left\{ \frac{1}{Nh} \ln \frac{\mathbf{e}_{i0} (Nh)^{\nu-1}}{\mathbf{tol}_i} \right\} \quad (14)$$

البته معمولاً کاربران چنین نیازهایی ندارند و این اطلاعات را نیز وارد نمی‌کنند. برای به دست آوردن یک مقدار پیش‌فرض برای λ ، می‌توان گفت همگرایی پس از ده تا صد گام، انتخاب مناسبی است. همچنین اگر زمان تقریبی نشست را $(4\lambda(\nu-1))^{-1}$ در نظر بگیریم بازه‌ی تقریبی زیر برای λ به دست می‌آید:

$$\frac{1}{400h(\nu-1)} < \lambda < \frac{1}{40h(\nu-1)} \quad (15)$$

در حل‌های ارائه شده در بخش پنجم، مقدار $\lambda = \frac{1}{200h(\nu-1)}$ در نظر گرفته شده است. در روش‌های گام متغیر نیز باید از $h_{\max}$ در معادلات بالا استفاده شود. به همین ترتیب می‌توان a را در حالت گسسته به دست آورد. داریم:

$$\mathbf{e}(n) \approx \mathbf{e}_0 n^{\nu-1} a^{-n} \quad (16)$$

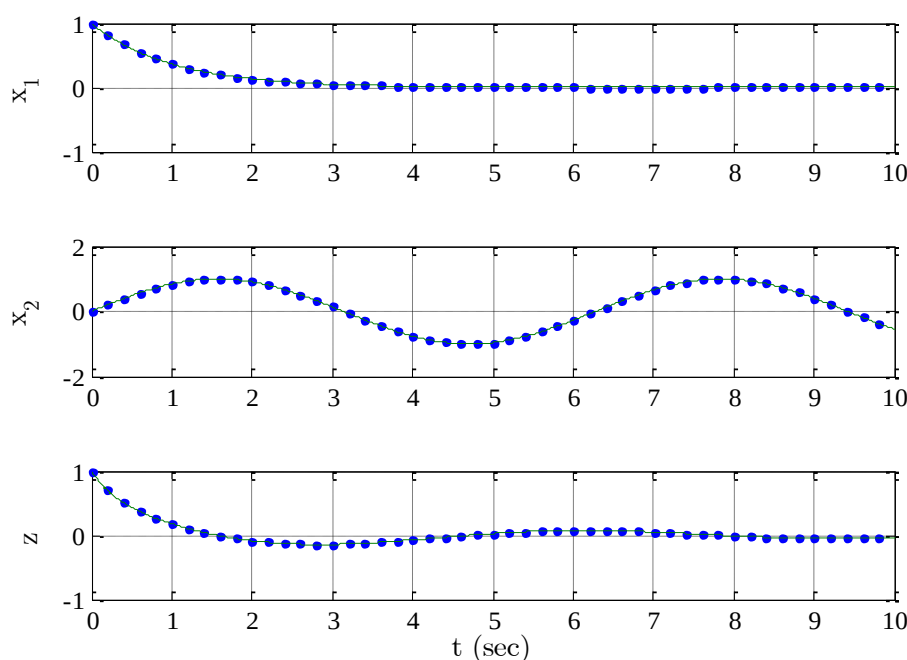
و لذا با فرضیات قبلی نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{e}_0 N^{\nu-1} a^N \leq \mathbf{tol} \Rightarrow a \leq \min_i \left\{ \sqrt[N]{\ln \frac{\mathbf{tol}_i}{\mathbf{e}_{0i} N^{\nu-1}}} \right\} \quad (17)$$

۵- حل مسائل نمونه با استفاده از روش ارائه

شده

نرم‌افزارهای مختلفی برای حل عددی معادلات دیفرانسیلی - جبری ارائه شده‌اند. در نرم‌افزار MATLAB با استفاده از تابع ode15s امکان حل معادلات دیفرانسیلی - جبری به شکل $\mathbf{M}(t, \mathbf{x})\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x})$ امکان‌پذیر است. در صورتی که ماتریس $\mathbf{M}(t, \mathbf{x})$ تکین باشد، سیستم دیفرانسیلی - جبری خواهد بود. اما این تابع تنها قادر به حل مسائل ایندکس یک است و برای ایندکس‌های بالاتر قابل استفاده نیست [۱۴]. در نرم‌افزار Wolfram Mathematica می‌توان از تابع NDSolve برای حل معادلات دیفرانسیلی - جبری کمک گرفت ولی برای معادلات با ایندکس بالاتر از یک تضمین همگرایی وجود ندارد [۱۵]. دیگر نرم‌افزار مطرح APMonitor است که توانایی حل معادلات دیفرانسیلی - جبری



شکل ۱: پاسخ دقیق (منحنی پیوسته) و پاسخ عددی با استفاده از روش ارائه شده (نقطه چین)

$$T(\dot{x}, \dot{y}) = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (۱۹)$$

عبارت $\dot{x}^2 + \dot{y}^2$ سرعت آونگ را مشخص می کند. همان طور که می دانیم جرم m آزادانه نمی تواند در هر نقطه ای دلخواه (x, y) باشد بلکه می تواند تنها روی دایره ای به شعاع l قرار گیرد. لذا طبق معادله دایره، قیدی به صورت زیر روی حالت های x و y خواهیم داشت:

$$0 = g(x, y) = x^2 + y^2 - l^2 \quad (۲۰)$$

با استفاده از (۱۸) تا (۲۰) تابع لاگرانژی را تشکیل می دهیم:

$$L(q, \dot{q}) = T(\dot{x}, \dot{y}) - U(x, y) - \lambda g(x, y) \quad (۲۱)$$

که در آن $\mathbf{q} = [x, y, \lambda]^T$ تعریف شده است. معادلات حرکت حال می توانند با استفاده از معادله ای اوپلر به دست آیند:

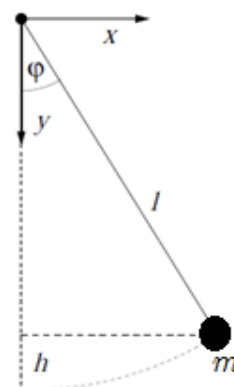
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0, \quad k = 1, 2, 3. \quad (۲۲)$$

که به رابطه ی زیر می رسم:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + 2\lambda x &= 0, \\ m\ddot{y} - mg + 2\lambda y &= 0, \\ g(x, y) &= 0. \end{aligned} \quad (۲۳)$$

با تعریف بردار $\mathbf{x} = [x, y, \dot{x}, \dot{y}, \lambda]^T$ معادلات را به صورت مرتبه ی اول می نویسیم:

مثال ۲: آونگ نشان داده شده در شکل ۲ را در نظر می گیریم [۱۷]. فرض شده است جرم m به یک میله به طول l متصل است.



شکل ۲- آونگ

برای به دست آوردن معادلات آونگ در فضای کارترین، انرژی پتانسیل را برای آن می نویسیم:

$$U(x, y) = mgh = mgl - mgy \quad (۱۸)$$

که در آن $(x(t), y(t))$ مکان جرم m در لحظه ی t است. شتاب گرانش با g و ارتفاع آونگ با h نشان داده شده است. انرژی جنبشی نیز به صورت زیر به دست می آید:

$$m=1\text{kg}, l=1\text{m}, g=9.81\text{ m/s}^2$$

همچنین فرض می‌کنیم آونگ از حالت عمودی، با سرعت اولیه یک متر بر ثانیه پرتاب شود. لذا شرایط اولیه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x_0=0, y_0=l, \dot{x}_0=1, \dot{y}_0=0$$

در شکل زیر حل آن با استفاده از روش ردیاب خمینه‌ی قید آورده شده است:

$$\dot{x}_1 = x_3$$

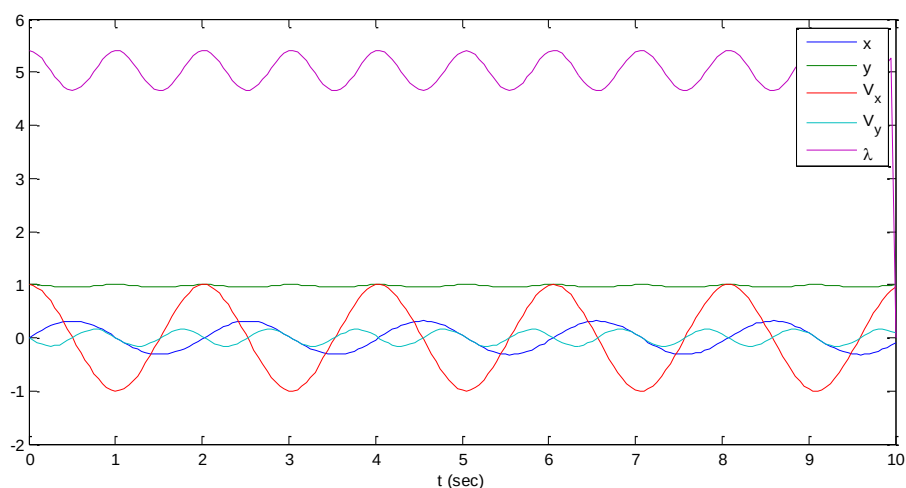
$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{2}{m} x_1 x_5 \quad (24)$$

$$\dot{x}_4 = g - \frac{2}{m} x_2 x_5$$

$$0 = x_1^2 + x_2^2 - l^2$$

قابل ذکر است که سیستم (۲۴) به شکل هزنبرگ ایندکس سه است. برای شبیه‌سازی و حل عددی، پارامترها به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

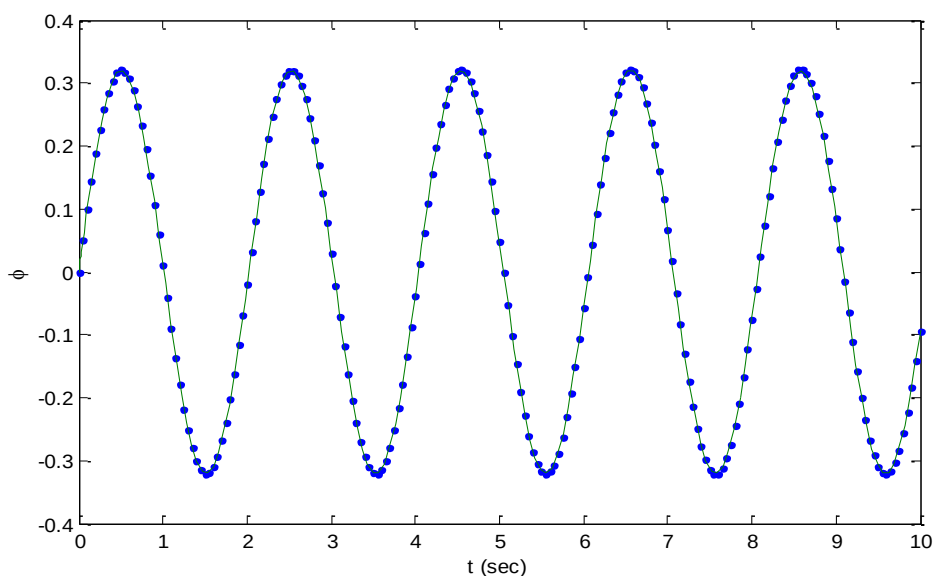


شکل ۳: حل عددی معادله‌ی آونگ با استفاده از روش ردیاب خمینه‌ی قید

$$\phi = \text{atan2}(x, y)$$

در شکل ۴ حل معادله‌ی دیفرانسیلی - جبری با روش ردیاب خمینه‌ی قید و حل معادله‌ی دیفرانسیلی معمولی آونگ رسم شده‌اند:

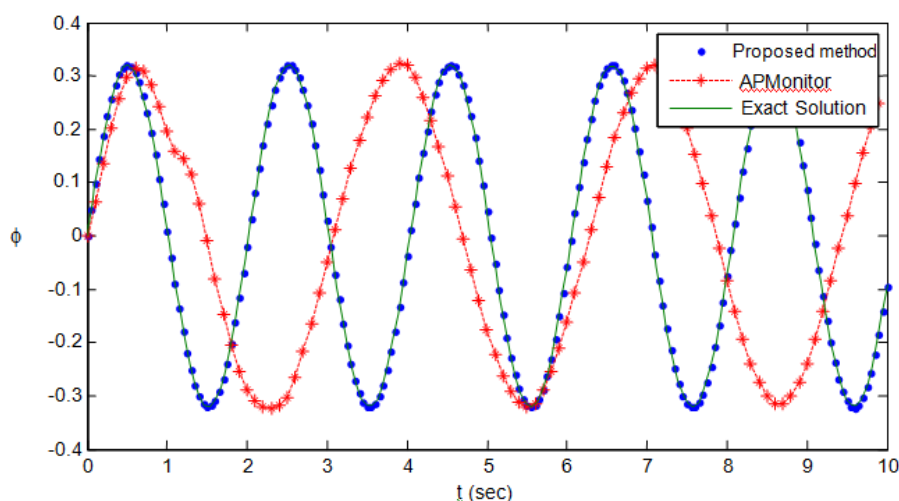
برای بررسی درستی و دقت پاسخ، آن را با حل حاصل از مدل دیفرانسیلی معمولی آن مقایسه می‌کنیم. آونگ را می‌توان به صورت معادله‌ی دیفرانسیلی معمولی نیز مدل کرد. از روی پاسخ معادله‌ی دیفرانسیلی - جبری، می‌توان مقدار زاویه‌ی آونگ را محاسبه کرد:



شکل ۴: منحنی پیوسته از حل معادله‌ی دیفرانسیلی معمولی و نقاط از حل معادله‌ی دیفرانسیلی - جبری با استفاده از روش ارائه شده به دست آمده‌اند.

مقایسه با نرم افزارهای دیگر

در بین نرم افزارهای ارائه شده تنها APMonitor قادر به حل معادله دیفرانسیلی - جبری ایندکس سه است. در شکل ۵ نتیجه شبیه سازی آونگ با نرم افزار APMonitor آورده شده است:



شکل ۵: حل دقیق معادله آونگ (نمودار پیوسته) در کنار حل عددی آن به وسیله روش ارائه شده در این مقاله (نقاط تو پر) و حل با استفاده از نرم افزار APMonitor (ستاره ها)

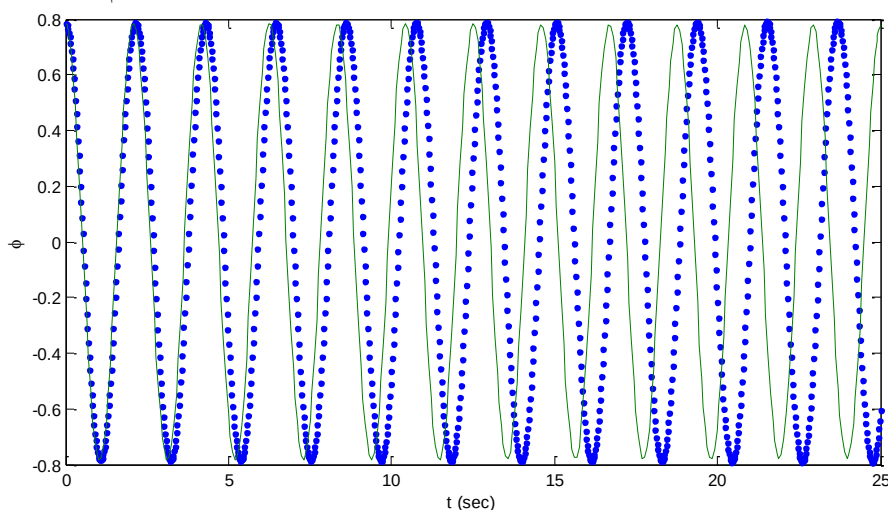
فرض می کنیم آونگ در زاویه ۴۵ درجه و بدون سرعت اولیه رها شود. شرایط اولیه ناسازگار را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$x_0 = 0.75, y_0 = 0.75, \dot{x}_0 = 0, \dot{y}_0 = 0$$

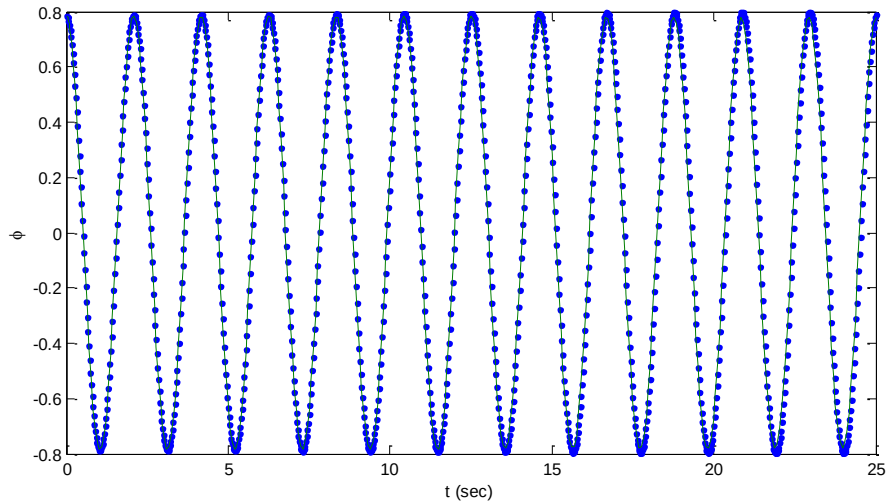
همچنین برای نمایش بهتر، مدت زمان شبیه سازی طولانی تر شده است. شکل ۶، پاسخ روش، بدون استفاده از کنترل خیمه قید است که از حل معادله دیفرانسیلی که به کمک مشتق گیری از معادله دیفرانسیلی - جبری به دست آمده، رسم شده است.

همان طور که در شکل ۵ دیده می شود، علاوه بر وجود اختلافاتی در زمان یک تا دو ثانیه، پاسخ عددی APMonitor به تدریج از پاسخ اصلی فاصله گرفته و نمی تواند قید را ارضاء نماید.

یکی از ویژگی های مهم روش ارائه شده، مقاوم بودن آن در مقابل شرایط اولیه ناسازگار است. برای بررسی این موضوع، در مثال قبل شرایط اولیه را در جهت عمود بر خیمه قید، دچار اختلال می کنیم.



شکل ۶: حل معادله دیفرانسیلی - جبری آونگ با شرایط اولیه ناسازگار بدون استفاده از روش ارائه شده



شکل ۷: حل معادله‌ی دیفرانسیلی - جبری آونگ با شرایط اولیه‌ی ناسازگار با استفاده از روش ارائه شده

$$f(t, p, \lambda) = \begin{pmatrix} (L_0 - L_l) \frac{x_l}{L_l} + \lambda_1 x_b + 2\lambda_2 (x_l - x_r) \\ (L_0 - L_l) \frac{y_l}{L_l} + \lambda_1 y_b + 2\lambda_2 (y_l - y_r) - \varepsilon^2 \frac{M}{2} \\ (L_0 - L_r) \frac{x_r - x_b}{L_r} - 2\lambda_2 (x_l - x_r) \\ (L_0 - L_r) \frac{y_r - y_b}{L_r} - 2\lambda_2 (y_l - y_r) - \varepsilon^2 \frac{M}{2} \end{pmatrix} \quad (26)$$

همچنین داریم:

$$p = [x_l, y_l, x_r, y_r],$$

$$L_l = \sqrt{x_l^2 + y_l^2},$$

$$L_r = \sqrt{(x_r - x_b)^2 + (y_r - y_b)^2}$$

تابع $\phi: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^2$ به صورت زیر است:

$$\phi(t, p) = \begin{pmatrix} x_l x_b + y_l y_b \\ (x_l - x_r)^2 + (y_l - y_r)^2 - L^2 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

x_b و y_b نیز ورودی‌های تحریک سیستم هستند. این سیستم دارای ایندکس سه و به شکل هزنبرگ است. شکل معرفی شده‌ی (۲۵) یک شکل عمومی است که معمولاً در سیستم‌های چند جسمی به وجود می‌آید.

توابع تحریک سیستم را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

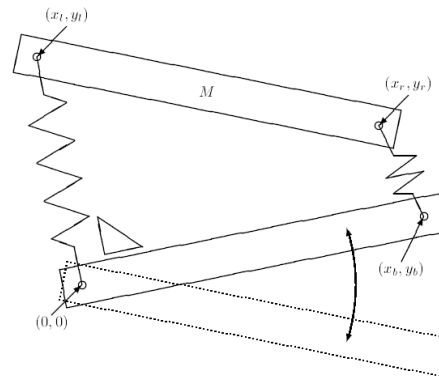
$$\begin{aligned} x_b(t) &= \sqrt{L^2 - y_b^2(t)}, \\ y_b(t) &= h \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (28)$$

مقادیر ثابت نیز در زیر آورده شده‌اند:

$$\begin{aligned} L &= 1 & \varepsilon &= 10^{-2} & h &= 10^{-1} \\ L_0 &= 1/2 & M &= 10 & \tau &= \pi/5 \\ \omega &= 10 \end{aligned}$$

همان‌طور که دیده می‌شود، در شبیه‌سازی‌های طولانی نیز، روش ارائه شده، به صورت مناسبی روی خیمه‌ی قید باقی می‌ماند.

مثال ۳: مسأله‌ی محور ماشین [18]- در شکل ۸ مدل آن آورده شده است:



شکل ۸: مدل محور ماشین

شکل ۸ دو کارت را نشان می‌دهد که با دو فنر در انتها به یکدیگر متصل هستند. نقطه‌ای که با $(0,0)$ نشان داده شده است ثابت است و کارت پایینی می‌تواند حول آن بچرخد. نقطه‌ی (x_b, y_b) نیز به صورت کنترل‌شده حرکتی نوسانی دارد. وضعیت نقاط (x_r, y_r) و (x_l, y_l) خروجی مطلوب سیستم هستند. از آوردن نحوه‌ی محاسبه‌ی معادلات سیستم خودداری می‌شود و تنها معادله‌ی نهایی آورده شده است. مسأله به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= q, \\ K\dot{q} &= f(t, p, \lambda), \\ 0 &= \phi(t, p), \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن $0 \leq t \leq 3$ ، $\lambda \in \mathbb{R}^2$ ، $p, q \in \mathbb{R}^4$ تابع $f: \mathbb{R}^7 \rightarrow \mathbb{R}^4$ به صورت زیر است:

$$e_2(t) = (x_l - x_r)^2 + (y_l - y_r)^2 - L^2$$

$$= (p_1 - p_3)^2 + (p_2 - p_4)^2 - L^2$$

$$\dot{e}_2(t) = 2(p_1 - p_3)(\dot{q}_1 - \dot{q}_3) + 2(p_2 - p_4)(\dot{q}_2 - \dot{q}_4)$$

$$\ddot{e}_2(t) = 2(\dot{q}_1 - \dot{q}_3)^2 + 2(\dot{q}_2 - \dot{q}_4)^2$$

لذا با تشکیل

$$(p_1 - p_3)(A_1\lambda + B_1 - A_3\lambda - B_3) + (p_2 - p_4)(A_2\lambda + B_2 - A_4\lambda - B_4)$$

$$= \left((p_1 - p_3)(A_1 - A_3) + (p_2 - p_4)(A_2 - A_4) \right) \lambda + (p_1 - p_3)(B_1 - B_3) + (p_2 - p_4)(B_2 - B_4) + 2(q_1 - q_3)^2 + 2(q_2 - q_4)^2$$

معادله‌ی سطح لغزش خواهیم داشت:

$$\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^2 = \ddot{e}(t) + \alpha_1 \dot{e}(t) + \alpha_0 e(t) = 0.$$

و در نتیجه:

$$0 = \begin{pmatrix} A_1 x_b + A_2 y_b \\ (p_1 - p_3)(A_1 - A_3) \\ (p_2 - p_4)(A_2 - A_4) \end{pmatrix} \lambda + \begin{pmatrix} B_1 x_b + B_2 y_b + 2q_1 \dot{x}_b \\ + 2q_2 \dot{y}_b + p_1 \ddot{x}_b + p_2 \ddot{y}_b \\ (p_1 - p_3)(B_1 - B_3) + (p_2 - p_4)(B_2 - B_4) + 2(q_1 - q_3)^2 + 2(q_2 - q_4)^2 \end{pmatrix} + \alpha_1 \begin{pmatrix} q_1 x_b + p_1 \dot{x}_b + q_2 y_b + p_2 \dot{y}_b \\ 2(p_1 - p_3)(\dot{q}_1 - \dot{q}_3) + 2(p_2 - p_4)(\dot{q}_2 - \dot{q}_4) \end{pmatrix} + \alpha_0 \begin{pmatrix} x_l x_b + y_l y_b \\ (p_1 - p_3)^2 + (p_2 - p_4)^2 - L^2 \end{pmatrix}$$

که به راحتی در هر لحظه، برای λ قابل حل است.

حل این سیستم بسیار دشوار است و اغلب نرم‌افزارهای موجود نتوانسته‌اند آن را حل کنند [۱۸]. اما این سیستم به کمک روش ارائه شده در این مقاله حل شده است. در شکل زیر نمودار (x_l, y_l) و (x_r, y_r) به عنوان خروجی‌های این سیستم رسم شده است:

شرایط اولیه‌ی سازگار هم به صورت زیر داده شده است:

$$p_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix}, q_0 = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 0 \\ -1/2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\dot{q}_0 = \frac{2}{M\varepsilon^2} f(0, p_0, \lambda_0),$$

$$\dot{p}_0 = q_0, \lambda_0 = \dot{\lambda}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

قبل از شروع تابع f را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\frac{1}{K} f(t, p, \lambda) = A(t, p)\lambda + B(t, p)$$

که در آن داریم:

$$A(t, p) = \frac{2}{M\varepsilon^2} \begin{bmatrix} x_b & 2(x_l - x_r) \\ y_b & 2(y_l - y_r) \\ 0 & -2(x_l - x_r) \\ 0 & -2(y_l - y_r) \end{bmatrix},$$

$$B(t, p) = \frac{2}{M\varepsilon^2} \begin{bmatrix} (L_0 - L_l) \frac{x_l}{L_l} \\ (L_0 - L_l) \frac{y_l}{L_l} - \varepsilon^2 \frac{M}{2} \\ (L_0 - L_r) \frac{x_r - x_b}{L_r} \\ (L_0 - L_r) \frac{y_r - y_b}{L_r} - \varepsilon^2 \frac{M}{2} \end{bmatrix}$$

همچنین در ادامه منظور از A_i یا B_i سطر i ام این ماتریس‌ها هستند.

برای قید نخست (عمود بودن فنر سمت چپ) داریم:

$$e_1(t) = x_l x_b + y_l y_b = p_1 x_b + p_2 y_b$$

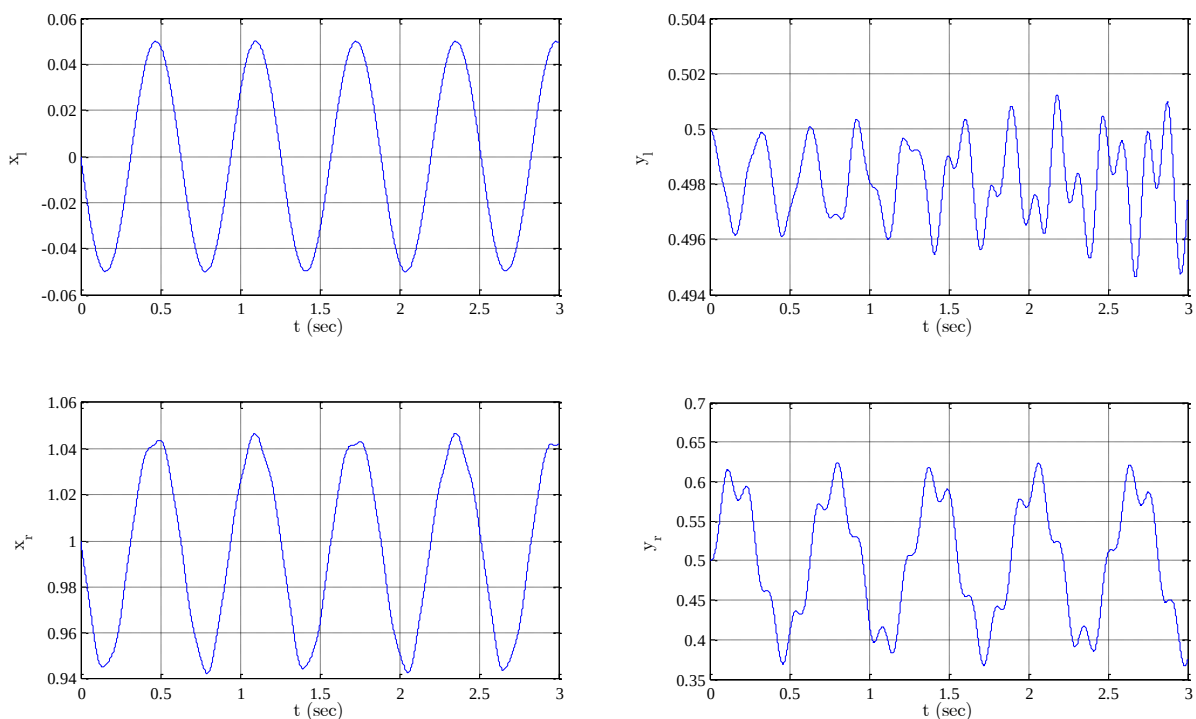
$$\dot{e}_1(t) = q_1 x_b + p_1 \dot{x}_b + q_2 y_b + p_2 \dot{y}_b$$

$$\ddot{e}_1(t) = \dot{q}_1 x_b + q_1 \dot{x}_b + q_1 \ddot{x}_b + p_1 \ddot{x}_b + \dot{q}_2 y_b + q_2 \dot{y}_b + q_2 \ddot{y}_b + p_2 \ddot{y}_b$$

$$= (A_1 x_b + A_2 y_b) \lambda + B_1 x_b + B_2 y_b$$

$$+ 2q_1 \dot{x}_b + 2q_2 \dot{y}_b + p_1 \ddot{x}_b + p_2 \ddot{y}_b$$

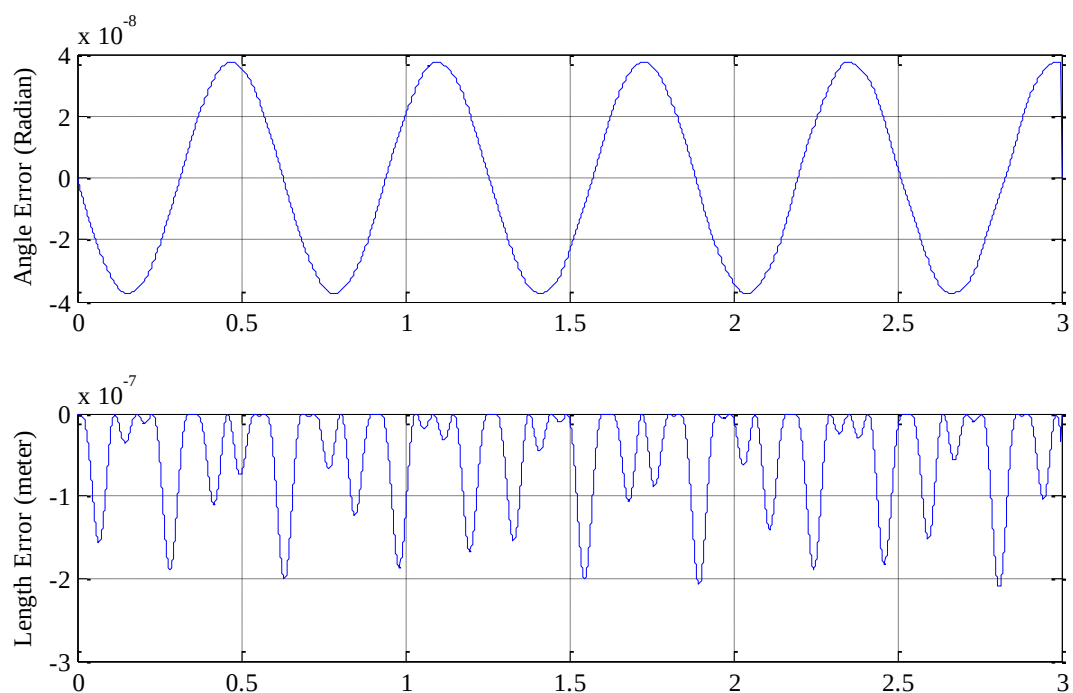
برای قید دوم (ثابت بودن طول کارت بالایی) داریم:



شکل ۹- حل سیستم محور ماشین

نقطه‌ی (x_l, y_l) از نقطه‌ی (x_r, y_r) باید برابر طول کارت بالایی یعنی یک متر باشد. در شکل ۱۰ خطای این قیدها در حین شبیه‌سازی رسم شده است.

برای بررسی درستی در شکل زیر وضعیت قیدهای سیستم نیز رسم شده است. سیستم دارای دو قید است. فنر سمت چپ عمود بر کارت پایینی نصب شده است لذا در حین شبیه‌سازی همواره زاویه‌ی بردار (x_l, y_l) با بردار (x_b, y_b) باید برابر ۹۰ درجه باشد. همچنین فاصله‌ی



شکل ۱۰- خطای فاصله از قیدها در شبیه‌سازی سیستم محور ماشین

فراخوانی تابع حالت در این روش، پنج برابر تعداد گام‌ها است که ممکن است در اثر ناموفق بودن طول گام انتخاب شده تکرار شود. در حالت کلی توانایی در دستیابی به دقت مورد نظر کاربر، در کنار سرعت حل، می‌تواند معیارهای کارایی روش حل باشند. همان‌طور که پیش‌تر بیان شد بسیاری از روش‌ها قادر به حل معادلات ایندکس بالا نیستند ولی هر سه بسته‌ی نرم‌افزاری ارائه شده در جدول ۲ موفق به حل این مسأله شده‌اند. اما بررسی آن‌ها از نظر سرعت حل، تابعی از پارامترهای مختلفی است که به دست آوردن یک معیار سراسر برای مقایسه را دشوار می‌کند. حل معادله‌ی حالت، ریشه‌یابی تابع ضمنی یا محاسبه‌ی ماتریس ژاکوبین می‌تواند منابع اصلی هزینه‌ی محاسباتی و زمانی در مسائل مختلف باشند. لذا در نتیجه‌گیری عام‌تر، بسته به نوع مسأله روش‌های ارائه شده در جدول ۲ می‌توانند بر یکدیگر ارجحیت داشته باشند.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای حل معادلات دیفرانسیلی-جبری شکل هزنبرگ ارائه شد. ایده‌ی اصلی این روش براساس روش‌های حل معادلات دیفرانسیلی معمولی همراه با قید است. برای محاسبه و تضمین همگرایی پاسخ، یک سطح لغزشی پایدار تعریف شد و نشان داده شد که تشکیل سطح لغزشی متناسب با ایندکس سیستم، برای معادلاتی که به شکل هزنبرگ نوشته شده باشند، یک معادله‌ی پایدار برای محاسبه‌ی متغیر جبری در اختیار قرار می‌دهد. سپس برای مسائلی که امکان محاسبه‌ی مشتق تحلیلی امکان‌پذیر نیست، روش حل اصلاح شد و با گسسته‌سازی مستقیم معادله‌ی دیفرانسیلی، بدون نیاز به محاسبه‌ی مشتقات تحلیلی، مسأله حل شد. از این روش می‌توان برای حل معادلات هزنبرگ با ایندکس دلخواه استفاده نمود. در انتها حل عددی مثال‌های خطی و غیرخطی براساس این روش به دست آورده شد.

مراجع

- [1] C. W. Gear and L. R. Petzold, "ODE methods for the solution of differential/algebraic systems," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 21, no. 4, pp. 716-728, 1984.
- [2] K. E. Brenan, S. L. Campbell, and L. R. Petzold, *Numerical solution of initial-value problems in differential-algebraic equations*. Elsevier Science Publishing, 1989.
- [3] U. M. Ascher and L. R. Petzold, *Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations*. 1997.
- [4] U. M. Ascher and L. R. Petzold, "Projected implicit Runge-Kutta methods for differential-

همان‌طور که در شکل دیده می‌شود خطای زاویه از مرتبه‌ی 10^{-8} رادیان و خطای طول از مرتبه‌ی 10^{-7} متر است و نشان می‌دهد به شکل مناسبی قیود در حل عددی معادله‌ی دیفرانسیلی-جبری ارضاء شده‌اند. مقادیر مرجع پاسخ در انتهای بازه‌ی انتگرال‌گیری ($t = 3\text{sec}$) به صورت زیر داده شده‌اند [۱۹]:

جدول ۱- پاسخ مرجع در پایان بازه‌ی انتگرال‌گیری

$x_l = 0.493455784275402809122 \times 10^{-1}$
$y_l = 0.496989460230171153861$
$x_r = 0.104174252488542151681 \times 10$
$y_r = 0.373911027265361256927$
$\dot{x}_l = -0.770583684040972357970 \times 10^{-1}$
$\dot{y}_l = 0.7446866587237785533466 \times 10^{-2}$
$\dot{x}_r = 0.17556815753723222276 \times 10^{-1}$
$\dot{y}_r = 0.770341043779251976443$
$\lambda_1 = -0.473688659084893324729 \times 10^{-2}$
$\lambda_2 = -0.110468033125734368808 \times 10^{-2}$

در جدول ۲ وضعیت جواب حاصل از روش ارائه شده و نیز پاسخ بسته‌های RADAU و GAMD آورده شده است.

جدول ۲- مشخصات اجرا

روش حل	RADAU	GAMD	روش پیشنهادی
خطای نسبی	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
خطای مطلق	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
طول گام اولیه در نظر گرفته شده	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
دفعات فراخوانی معادله حالت سیستم	2559	7167	1905
تعداد گام‌ها	289	98	335

از آن‌جا که پیاده‌سازی این دو نرم‌افزار به زبان فرترن بوده است به صورت کلی از پیاده‌سازی روش ارائه شده در این پروژه که به زبان MATLAB بوده است، سریع‌تر است. لذا برای مقایسه‌ی بهتر، تعداد دفعات فراخوانی تابع f (معادله‌ی حالت سیستم) و تعداد گام‌ها به عنوان معیارهای کارایی روش در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است که در هر سه مورد، طول گام حل طوری تنظیم شده است که به دقت نسبی و مطلق 10^{-7} دست یابیم. همان‌طور که دیده می‌شود روش جدید به تعداد گام‌های بیشتری برای حل نیاز داشته است ولی تعداد دفعات فراخوانی معادله‌ی حالت سیستم (که همان تابع f است) کمتر است. در این پیاده‌سازی از رانگ-کوتای گام متغیر مراتب چهار و پنج برای انتگرال‌گیری ODE داخلی استفاده شده است. تعداد دفعات ایده‌آل

- [11] R. Riaza, "Double SIB points in differential-algebraic systems," *IEEE Transaction on automatic control*, vol. 48, no. 9, pp. 1625–1629, 2003.
- [12] P. Kunkel and V. Mehrmann, *Differential-algebraic equations analysis and numerical solution*. European Mathematical Society, 2006.
- [13] P. Wijkmans, "Conditioning of differential algebraic equations and numerical solution pf multibody dynamics," 1996.
- [14] "Solve stiff differential equations and DAEs; variable order method - MATLAB," 2012. [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode15s.html>.
- [15] "Numerical Solution of Differential-Algebraic Equations," 2012. [Online]. Available: <http://reference.wolfram.com/mathematica/tutorial/NDSolveIntroductoryTutorialDAEs.html>.
- [16] F. Soltanian, S. M. Karbassi, and M. M. Hosseini, "Application of He's variational iteration method for solution of differential-algebraic equations," *Chaos, Solitons Fractals*, vol. 41, pp. 436–445, 2009.
- [17] S. Schulz, "Four lectures on differential-algebraic equations," 2003.
- [18] "Test set for IVP solvers." [Online]. Available: <http://www.dm.uniba.it/~testset/problems/caraxis.php>.
- [19] F. Mazzia and C. Magherini, "Test set for initial value problem solvers, release 2.4," 2008.
- [5] E. Çelik and M. Bayram, "On the numerical solution of differential-algebraic equations by Pade series," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 137, pp. 151–160, 2003.
- [6] M. M. Hosseini, "Adomian decomposition method for solution of differential algebraic equations," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 197, pp. 495–501, 2006.
- [7] F. Soltanian, M. Dehghan, and S. M. Karbassi, "Solution of the differential algebraic equations via homotopy perturbation method and their engineering applications," *International Journal of Computer Mathematics*, vol. 87, no. 9, pp. 1950–1974, Jul. 2010.
- [8] S. Karimi Vanani and A. Aminataei, "Numerical solution of differential algebraic equations using a multiquadric approximation scheme," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 53, pp. 659–666, Mar. 2011.
- [9] H. Pasic, "An algorithm for a numerical solution of differential-algebraic equations," in *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision & Control*, pp. 4912–4917.
- [10] M. A. El-Khateb and H. S. Hussien, "An optimization method for solving some differential algebraic equations," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 14, pp. 1970–1977, May 2009.

روشی جدید برای استحصال توان بهینه از توربین های بادی: مدل زمانی- مکانی برای مزرعه بادی با استراتژی نروفازی

سید وهاب شجاع الدینی^۱، آرمین پارسیان نژاد^۲، مجتبی فرزانة^۳

^۱ استادیار مهندسی برق، پژوهشکده برق و کامپیوتر، سازمان پژوهش های علمی و صنعتی ایران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک- تبدیل انرژی، دانشگاه حکیم سبزواری

^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد الکترونیک، دانشگاه حکیم سبزواری

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۸/۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۹/۲۰)

چکیده: در این مقاله روشی جدید برای حصول بهینه برق از توربین های مزارع برق بادی ارایه می شود. در روش پیشنهادی با استفاده از تلفیق سابقه زمانی پارامترهای باد با اطلاعات مکانی آن، مدلی مبتنی بر استنتاج فازی برای مزرعه بادی تشکیل شده و به روز می شود. با استفاده از مدل فوق، می توان پارامترهای باد دریافت شده توسط هر توربین در مزرعه بادی را به دست آورد. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، دو نوع متداول از شرایط وزشی باد با تغییرات کند و تند شبیه سازی می شود. نتایج حاکی از آن هستند که روش پیشنهادی می تواند در حالت وزش باد با تغییرات کند خطای تخمین باد و میزان یکنواختی برق حاصله را به ترتیب ۵/۳ درصد و ۰/۵۲ ولت نسبت به روش های موجود بهبود بخشد. این بهبودها در شرایط وزش باد تند به ترتیب ۱۷/۱ درصد و ۱۲/۷ ولت به دست می آیند. بر این اساس ملاحظه می شود که مدل پیشنهادی این مقاله خصوصاً در شرایط وزش بادهای با توربولانس بالا می تواند پارامترهای تنظیم دقیق تری برای توربین ها به دست آورده و در نتیجه برق یکنواخت تری را به شبکه تزریق نماید.

کلمات کلیدی: مزرعه برق بادی، تخمین، توان بهینه، مدلسازی فازی، آنترپوی.

A Novel Method for Optimum Electrical Energy Harvesting from Wind Turbines: A Space-Time Model for Wind Farm by Neuro-Fuzzy Strategy

Seyed Vahab Shojaedini, Armin Parsian'nejad, Mojtaba Farzaneh

Abstract - In this paper, a novel method is introduced for optimum energy harvest from wind farms. In the proposed method, wind farm is modeled by fuzzy-logic and the model is updated using a combination of wind parameters history and wind's spatial information. Utilizing this model, the parameters for the wind blowing through each turbine in the wind farm is estimated. To evaluate the performance of the proposed method two practical wind types are simulated. In the first scenario, the wind maintains low turbulence and its parameters change slowly while in the second scenario the wind demonstrates high turbulences and its parameters undergo sudden shifts. Simulation results for the proposed method are obtained in both scenarios. For the first scenario, the comparison reveals that the proposed method improves the accuracy of wind speed estimation and the monotonousness of the obtained electrical voltage by 5.3% and 0.52 volts respectively compared to existing methods. These improvements reach 17.1% and 12.7 volts in the presence of high turbulence winds in the second scenario. Based on these corroborating simulations, it is concluded that the proposed method provides a more accurate estimate of wind parameters for the wind blowing through the wind farm.

Keywords: Wind Farm, Estimation of Wind Parameters, Optimum Electrical Energy, Fuzzy Modeling, Entropy.

۱- مقدمه

در دو دهه اخیر، توجه کشورهای صنعتی و در چند سال گذشته، کشورهای توسعه یافته به انرژی های نو بیش از پیش متمرکز شده است [۱]. یکی از منابع انرژی در طبیعت، باد است که انرژی نهفته در آن، حدوداً ۱۵ برابر کل انرژی فسیلی موجود در دنیا است [۲]. امروزه برای دریافت انرژی باد و تبدیل آن به برق، از مزارع بزرگ شامل توربین های بادی متعدد استفاده می شود [۳]. یکی از ویژگی های مهم این شیوه از تولید برق، وابستگی شدید آن به سرعت و جهت وزش باد به عنوان عامل تولید انرژی می باشد [۴].

توربین های بادی بخاطر رفتار هیجانی باد (شامل تغییر مداوم سرعت و جهت وزش باد و وجود کریدورهای بادی مختلف در یک مزرعه بادی)، ولتاژ ثابتی را در طی مدت عملکرد خود به دست نمی دهند. این مشکل زمانی تشدید می شود که باد وزشی به مزرعه از نوع باد با توربولانس بالا باشد. در چنین شرایطی نیروگاه های بادی کیفیت شبکه توزیع رادچارفت کرده و مشکلات متعددی برای واحدهای دیسپچینگ بوجود می آورند [۵-۶].

داشتن یک تخمین درست از سرعت و جهت وزش باد برای توربین های مزرعه بادی اولاً باعث می شود که پارامترهای ژنراتورهای مولد برق چنان متناسب با سرعت و جهت وزش باد تنظیم شوند که همواره برق یکنواختی را به شبکه مصرف تزریق نمایند [۷]، ثانیاً باعث استحصال برق با حداکثر توان ممکن از باد وزیده شده می گردد [۸-۹] و ثالثاً با اصلاح زاویه آئرو دینامیکی پره ها و زاویه ی ناسل باعث ایجاد کمترین تنش مکانیکی بر روی ناسل، برج، جعبه دنده و پره ها شده و بدین ترتیب باعث افزایش عمر مفید توربین می گردد [۱۰-۱۱]. در سالیان اخیر برای داشتن چنین تخمین مناسبی تحقیقات بسیاری انجام و روش های مختلفی ارایه شده اند.

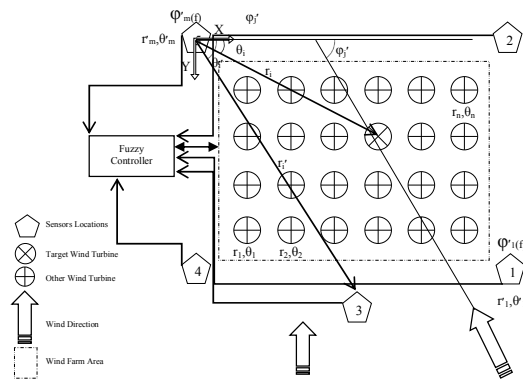
روش های پیش بینی باد وزشی با استفاده از اجرای تکنیک های مختلف آماری از قبیل حداقل سازی میانگین مجذور خطا بر روی دادگان مربوط به سرعت و جهت وزش باد در بازه های زمانی طولانی تلاش می کنند تا تخمینی از این پارامترها را برای هر لحظه از زمان ارایه دهند. متأسفانه به دلیل آن که پارامترهای باد را معمولاً نمی توان در بازه زمانی بزرگ یکنواخت فرض نمود، روش های مزبور در عمل توانایی پیش بینی دقیق پارامترهای فوق را از خود نشان نداده اند [۱۲]. در گونه پیشرفته تری از روش ها، از برازش مدل های تصادفی مانند فیلتر میان گیر خود بازگشتی بر روی دادگان سرعت و جهت وزش باد دریافتی توسط هر توربین استفاده می شود [۱۳]. علاوه بر تعیین درجه فیلتر که یکی از مسائل چالش برانگیز در این روش ها می باشد، ماهیت غیرایستار پارامترهای باد عامل دیگری است که باعث عدم حصول فیلتر مناسب برای مدلسازی سرعت و جهت وزش باد دریافتی توسط هر توربین می گردد [۱۴].

در دسته ای از روش ها، از فیلترینگ کالمن به منظور تخمین سرعت و جهت وزش باد دریافتی توربین ها استفاده می شود. در این روش ها ابتدا دادگان مربوط به سرعت و جهت وزش باد دریافتی توسط هر توربین در مجموعه ای از لحظات متوالی جمع آوری شده و سپس به عنوان ورودی یک فیلتر کالمن استفاده می شود. فیلتر مزبور سرعت و جهت وزش باد دریافتی توسط توربین ها را در لحظات آتی پیش بینی می نماید [۱۵]. محدودیت اصلی این دسته از روش ها آن است که به دلیل غیرخطی و غیر گوسی بودن نحوه تغییرات وزش باد، عمده تاً فیلتر کالمن در بسیاری از لحظات نمی تواند پیش بینی دقیقی از سرعت و جهت باد دریافتی هر توربین ارایه دهد و بدین ترتیب اهداف سه گانه ای که پیشتر ذکر شدند، در این روش ها به شکل مطلوبی حاصل نمی شوند [۱۶].

در برخی از تحقیقات از روش هایی مانند داده کاوی و شبکه های عصبی مصنوعی نیز به منظور تخمین پارامترهای مزبور استفاده شده است که با محدودیت هایی نظیر حجم بالای دادگان آموزشی، حساسیت شدید به ساختار شبکه عصبی و همچنین مشکلات همگرایی روبه رو بوده اند [۱۷]. علاوه بر محدودیت هایی که به طور جداگانه برای هر دسته از روش های تخمین پارامترهای باد دریافتی توسط هر توربین برشمرديم، باید توجه داشت که در این روش ها تخمین پارامترهای باد دریافتی توسط یک توربین، فقط بر اساس سابقه زمانی اندازه گیری حسگرموجود روی آن انجام می گیرد. چنین اتکایی به سابقه زمانی اندازه گیری ها به همراه تاخیر ناشی از سخت افزار و موتورهای کنترل زاویه یارو در تنظیم پارامترهای ژنراتورهای مولد برق، باعث می شوند که عملاً پارامترهای ژنراتورهای مولد برق در هر لحظه نسبت به سرعت و جهت وزش باد همان لحظه دارای خطای قابل توجهی باشند. این خطا خصوصاً در شرایط وزش بادهای با توربولانس بالا که در آنها پارامترهای باد تغییرات بیشتری دارند، شدیداً افزایش می یابد. بدین ترتیب تحقیقات متعددی نشان داده اند که در بسیاری از موارد استفاده از روش های تخمین پارامترهای باد مبتنی بر سابقه زمانی اندازه گیری ها، پارامترهای بهینه را برای ژنراتورهای مولد برق را به دست نداده و لذا در حصول سه هدفی که در ابتدا ذکر شدند، دارای محدودیت هستند [۱۸].

در این مقاله یک روش جدید به منظور تخمین پارامترهای باد دریافتی توسط هر توربین و تنظیم بهینه توربین بر اساس این پارامترها در مزارع تولید برق بادی ارائه می شود که بر تلفیق رشته مشاهدات زمانی با اندازه گیری مکانی سرعت و جهت باد استوار است. در روش پیشنهادی برای کل مزرعه یک مدل مبتنی بر منطق فازی تشکیل داده می شود. در این مدل علاوه بر سرعت و جهت باد دریافتی توسط توربین ها در لحظات متوالی، سرعت و جهت باد دریافتی توسط حسگرهایی که در اطراف مزرعه و قبل از توربین ها به موازات مسیر آن ها قرار داده شده اند، نیز دخالت داده می شوند. برای تشکیل مدل فوق از خوشه بندی توربین

که اعضای $\omega_j'(t')$ سرعت و جهت باد اندازه گیری شده توسط حسگر جانبی j در زمان t' هستند.



شکل ۱: جانمایی توربین ها و حسگرها در مزرعه بادی

میزان انرژی بادی که در هر مقطع زمانی به یک توربین می رسد تابعی است از جهت و سرعت باد رسیده به آن توربین در مقطع مزبور. با در نظر گرفتن $\Delta\phi_{ij}'(t)$ به عنوان اختلاف سمت توربین i ام و جهت وزش باد دریافتی توسط هر یک از حسگرهای مکانی پیشگفته و $\Delta v_{ij}'(t)$ به عنوان اختلاف سرعت آنها، بردار L بعدی $f_i(t)$ برای این توربین به صورت رابطه (۴) تعریف می گردد:

$$f_i(t) = [r_i, \Delta\phi_{i1}'(t) \dots \Delta\phi_{ij}'(t) \dots \Delta\phi_{iM}'(t), \Delta v_{i1}'(t) \dots \Delta v_{ij}'(t) \dots \Delta v_{iM}'(t)] \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad 0 \leq t \leq T_0$$

بدین ترتیب در مقطع زمانی t یک فضای برداری $F(t)$ به صورت رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$F(t) = \{f_1(t), f_2(t), \dots, f_k(t), \dots, f_N(t) | f_k(t) \in R^L\} \quad (5)$$

با توجه به امکان تغییر پارامترهای باد در فواصل زمانی مختلف، فضای برداری $F(t)$ طی این بازه های زمانی، به خوشه هایی افزای می شود که ویژگی های باد دریافتی توربین های هر خوشه شبیه به هم بوده و با سایر خوشه ها دارای بیشینه تفاوت باشند. بر این اساس در یک مقطع زمانی مانند t ، توربین ها براساس ویژگی های موثر در دریافت آنها که فضای $F(t)$ را تشکیل می دهند با منطق فازی خوشه بندی می شوند. اگر خوشه ها را مجموعه های فازی در نظر بگیریم، تابع آنتروپی فازی $E(t)$ را می توان برای کل مزرعه بادی به فرم رابطه (۶) تعریف کرد. این تابع عدم قطعیت در این موضوع که آیا توربین k که با بردار ویژگی $f_k(t)$ در فضای $F(t)$ معرفی می شود، به یک خوشه خاص تعلق دارد یا خیر را بیان کرده و می تواند مقادیری بین صفر تا $\frac{1}{N}$ را اختیار کند [۱۹].

های مزرعه با استفاده از تابع آنتروپی فازی استفاده می شود که علاوه بر به روز شدن در بازه های زمانی متوالی، با تغییرات پارامترهای باد نیز سازگاری بیشتری داشته باشد. بدین ترتیب تخمینی که این مدل برای هر توربین به دست می دهد، علاوه بر سابقه زمانی مشاهدات توربین مزبور، بر سرعت و جهت بادی که به زودی به آن خواهد رسید نیز متکی می باشد. بر اساس چنین تلفیق فازی از ویژگی های زمانی- مکانی باد وزیده شده می توان پارامترهای تنظیم دقیق تری برای هر توربین نسبت به روش های موجود خصوصاً در شرایط وزش بادهای با توربولانس بالا که پارامترهای باد وضعیت متغیرتری دارند، به دست آورد. بدین ترتیب ولتاژ خروجی با استفاده از تنظیماتی از توربین بادی به دست می آید که نسبت به باد وزیده شده به آن دارای تطابق بیشتری هستند. بدین ترتیب خروجی های واقعی کاملاً متأثر از این پیش بینی بوده و برق با کیفیت تری از مزرعه بادی به دست می آید.

ساختار مقاله به صورت زیر است. در بخش ۲، اصول ریاضی و روش تشکیل مدل زمانی- مکانی مزرعه بادی مبتنی بر منطق فازی به منظور تخمین پارامترهای باد وزیده شده به توربین ها شرح داده می شود. در بخش ۳، عملکرد روش پیشنهادی این مقاله آزموده می شود. برای این کار شبیه سازی در شرایط مختلف وزش باد انجام شده و نتایج عملکرد روش پیشنهادی در تخمین پارامترهای باد رسیده به هر توربین و کیفیت برق استحصالی از آن به دست می آید. در بخش ۴، نتایج به دست آمده از شبیه سازی ها مورد بررسی قرار گرفته و کارایی روش پیشنهادی با کارایی روش های موجود از جهات مختلف مقایسه می شود. بخش پایانی مقاله نیز به نتیجه گیری اختصاص دارد.

۲- روش پیشنهادی

فرض کنید که مطابق آنچه در شکل (۱) نشان داده شده است، در مزرعه بادی N توربین بادی هم سطح، فعال هستند که موقعیت های آنها در مختصات قطبی با رابطه (۱) توصیف می گردد:

$$X_i = [r_i, \theta_i]^T, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

در رابطه فوق X_i نشان دهنده بردار موقعیت توربین i می باشد. مطابق همین شکل تعداد M حسگر مکانی نیز در موقعیت های بیان شده با رابطه (۲) مستقر هستند.

$$X_i' = [r_i', \theta_i']^T, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

این حسگرها در هر لحظه یک بردار اندازه گیری $\omega_j'(t')$ را به صورت رابطه (۳) به دست می دهند.

$$\omega_j'(t') = [v_j'(t'), \phi_j'(t')]^T \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \dots, M, \quad 0 \leq t' \leq t$$

$$\sigma_{\mu_q}^l(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N p_{qk}(t) (f_k^l(t) - \mu_q^l(t))^2 \quad (۱۱)$$

که در آن $\mu_q^l(t)$ عبارتست از l امین عضو بردار میانگین خوشه q در مقطع زمانی t و $1 < l < L$ که:

$$L = \text{length}(f_k(t)), \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (۱۲)$$

همچنین پارامتر $\sigma_F(t)$ و رابانسن فضای $F(t)$ بوده و $\|\sigma_F(t)\|$ به صورت رابطه (۱۳) به دست می آید:

$$\|\sigma_F(t)\| = (\sigma_F^T(t) \cdot \sigma_F(t))^{1/2} \quad (۱۳)$$

اکنون برای فضای برداری $F(t)$ که به خوشه های $1 < q < Q(t)$ افراز شده است، تابع فاصله را به صورت (۱۴) حاصل می کنیم:

$$D(Q(t)) = \frac{D_{\max}(t)}{D_{\min}(t)} \sum_{q=1}^{Q(t)} \left(\sum_{q'=1}^{Q(t)} \|\mu_q(t) - \mu_{q'}(t)\| \right)^{-1} \quad (۱۴)$$

که $D_{\max}(t)$ و $D_{\min}(t)$ با (۱۵) به دست می آیند:

$$\begin{aligned} D_{\max}(t) &= \max(\|\mu_q(t) - \mu_{q'}(t)\|) \\ D_{\min}(t) &= \min(\|\mu_q(t) - \mu_{q'}(t)\|) \end{aligned} \quad (۱۵)$$

$$\forall q, q' \in \{1, 2, 3, \dots, Q(t)\}$$

برای تشکیل یا حفظ بهترین خوشه های توربینی در هر مقطع زمانی به گونه ای که دارای بیشینه فشردگی^۱ در هر خوشه و بیشینه جدایی^۲ بین خوشه ها باشند، از ترکیب دو معیار معرفی شده در روابط (۱۰) و (۱۴) استفاده شده و تابع تصمیم $\Lambda(Q(t))$ مطابق رابطه (۱۶) به دست می آید:

$$\Lambda(Q(t)) = \beta \cdot S(Q(t)) + D(Q(t)) \quad (۱۶)$$

در رابطه فوق β ضریب تنظیمی است که می تواند وزن هر یک معیارهای فشردگی و جدایی را در تابع تصمیم مشخص نماید. بر این اساس $Q(t)$ مطابق رابطه (۱۷) مشخص می شود:

$$\begin{aligned} \xi(t) &= [\Lambda(Q_{\min}(t)), \dots, \Lambda(Q'(t)), \dots, \Lambda(Q_{\max}(t))] \\ Q(t) &= Q'(t) | \Lambda(Q'(t)) = \min(\xi(t)) \end{aligned} \quad (۱۷)$$

بنابر محاسبات فوق، توربین های مزرعه بادی در مقطع زمانی t به $Q(t)$ خوشه فازی افراز می شوند که به صورت مجموعه (۱۸) نشان داده می شوند:

$$E(t) = \sum_{q=1}^{Q(t)} \sum_{k=1}^N p_{qk}(t) \cdot \log p_{qk}(t) \quad (۶)$$

در رابطه فوق $Q(t)$ تعداد خوشه های مزرعه بادی در مقطع زمانی t است و امکان تعلق هر عضو فضای $F(t)$ به خوشه ها نیز به صورت $p_{qk}(t)$ نشان داده شده که مطابق رابطه (۷) عضوی از ماتریس احتمال تعلق $P(t)$ است:

$$P(t) = \begin{bmatrix} p_{11}(t) & p_{12}(t) & \dots & p_{1k}(t) & \dots & p_{1N}(t) \\ p_{21}(t) & p_{22}(t) & \dots & p_{2k}(t) & \dots & p_{2N}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{q1}(t) & p_{q2}(t) & \dots & p_{qk}(t) & \dots & p_{qN}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{Q(t)1}(t) & p_{Q(t)2}(t) & \dots & p_{Q(t)k}(t) & \dots & p_{Q(t)N}(t) \end{bmatrix} \quad (۷)$$

که $1 < k < N$ و $1 < q < Q(t)$ هستند. اکنون تابع هدف فازی مبتنی بر ترکیب فاصله یابی و آنتروپی فازی به فرم رابطه (۸) تعریف می شود:

$$\begin{aligned} G(P(t), \mu(t), F(t)) &= \\ &= \sum_{q=1}^{Q(t)} \sum_{k=1}^N p_{qk}(t) \cdot \|f_k(t) - \mu_q(t)\|^2 + \\ &+ N \cdot \sum_{q=1}^{Q(t)} \sum_{k=1}^N p_{qk}(t) \cdot \log p_{qk}(t) \end{aligned} \quad (۸)$$

که $\mu_q(t)$ مرکز خوشه q و $\mu(t)$ بردار شامل مراکز خوشه ها در مقطع زمانی t هستند. جمله اول رابطه فوق، میانگین فواصل با وزندهی فازی بوده و جمله دوم نیز ضریب N - از تابع آنتروپی فازی $E(t)$ است.

با می نیم کردن تابع هدف تعیین شده برای این روش خواهیم داشت [۲۰]:

$$p_{qk}(t) = \left(\sum_{q'=1}^{Q(t)} \left[\frac{e^{\|f_k(t) - \mu_q(t)\|}}{e^{\|f_k(t) - \mu_{q'}(t)\|}} \right]^{1/Q(t)} \right)^{-1} \quad (۹)$$

اکنون می توان متوسط پراکندگی خوشه ها را به صورت رابطه (۱۰) بیان نمود:

$$S(Q(t)) = \frac{\sum_{q=1}^{Q(t)} \|\sigma_{\mu_q}(t)\|}{Q(t) \|\sigma_F(t)\|} \quad (۱۰)$$

که در رابطه اخیر، اعضای $\sigma_{\mu_q}(t)$ مطابق رابطه (۱۱) به دست می آیند:

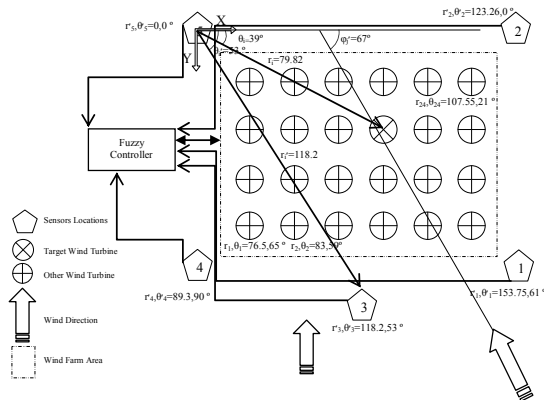
^۱Compactness

^۲Separation

پارامترهای O_1 با استفاده از روش کمینه مربعات خطا و پارامترهای O_2 نیز توسط روش تندترین شیب تخمین زده می شوند.

۳- آزمون

به منظور آزمون کارایی روش پیشنهادی، شبیه سازی برای یک مزرعه بادی شامل ۲۴ عدد توربین (N) انجام پذیرفت. در این شبیه سازی جانمایی حسگرهای مزرعه را با فواصل و ترتیب مساوی حسگرها در نظر گرفتیم (کلی ترین حالت ممکن) که با این توپولوژی تعدادی مختلفی از سنسورهای متساوی الفاصله آزمون شده که عدد ۵ (M) به عنوان تعداد بهینه حاصل و اعمال شد. جانمایی مزرعه بادی به همراه حسگرها و توربین های شبیه سازی شده در شکل (۳) نشان داده شده است. در ادامه، سناریوهای مختلفی از وزش باد تولید گردیدند. شبیه سازی این سناریوها به کمک نرم افزار استاندارد Wind-Pro انجام شد که در بسیاری از تحقیقات معتبر مربوط به توربین های بادی به نتایج این نرم افزار استناد گردیده است [۲۴]. برای تطابق شبیه سازی ها با آنچه در عمل رخ می دهد، دادگان در دو سناریوی مختلف تولید گردیدند. اولین سناریو، به شرایطی تعلق داشت که سرعت باد دارای تغییرات کمتری است (باد نجیب با سرعت بین ۳ تا ۲۵ متر بر ثانیه و توربولانس پایین ۰.۲٪) و نوع دوم آزمون ها به شرایطی می پرداخت که سرعت باد در آن دارای تغییرات شدیدی محسوب می شود (باد مگتتش با سرعت بین ۰ تا ۴۰ متر بر ثانیه و توربولانس بالای ۰.۷٪). جدول (۱) مشخصات توربین ها و ژنراتورها را در فرآیند آزمون این تحقیق نشان می دهد.



شکل ۳: ساختار مکانی مزرعه بادی در شبیه سازی ها

پس از شبیه سازی مزرعه بادی در سناریوهای فوق، روش پیشنهادی این مقاله با استفاده از بسته نرم افزاری Matlab2009 پیاده سازی و آزمون شده. به منظور ارزیابی بهتر روش پیشنهادی این مقاله، یکی از روش های جدید که بر اساس کنترل توربین بادی برای حصول بیشترین انرژی برپایه شبکه های عصبی [۲۵] عمل می کند نیز پیاده سازی شد.

$$C(t) = \{c_1(t), c_2(t), \dots, c_q(t), \dots, c_{Q(t)}(t)\} \quad (18)$$

که $c_q(t)$ عبارتست از q امین خوشه توربینی دارای $I_q(t)$ توربین عضو آن که در این مقطع زمانی حاصل شده است. اعضای این افراز از $F(t)$ با رابطه (۱۹) نشان داده می شوند:

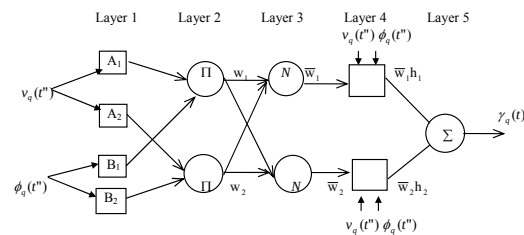
$$F'_q(t) = \{f'_{q1}(t), \dots, f'_{qi}(t), \dots, f'_{qt}(t)\} \quad (19)$$

$$f'_{qi}(t) = f_k(t) \in F(t) \mid f_k(t) \in c_q(t)$$

اکنون می توان مدل نروفازی مربوط به $c_q(t)$ را به ترتیبی که در ادامه می آید، به گونه ای به روز نمود تا بهترین تخمین از زاویه ناسل $\gamma_q(t)$ (عمود بر جهت تخمین زده شده برای باد) به دست آید. بر اساس مدل تاکاگی- سوگنو [۲۱] که در شکل (۲) نشان داده شده است، با داشتن رشته مشاهدات سرعت و جهت باد در زمانهای متوالی t'' قوانین حاکم بر ساختار فوق عبارتند از:

$$\text{If } v_q(t'') \text{ is } A_1 \text{ and } \phi_q(t'') \text{ is } B_1 \Rightarrow h_1 = \lambda_1 x + \psi_1 y + \tau_1$$

$$\text{If } v_q(t'') \text{ is } A_2 \text{ and } \phi_q(t'') \text{ is } B_2 \Rightarrow h_2 = \lambda_2 x + \psi_2 y + \tau_2 \quad (20)$$

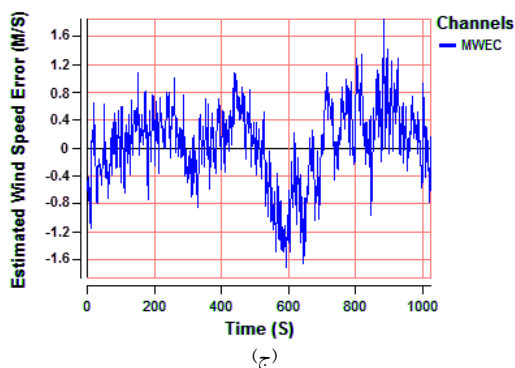
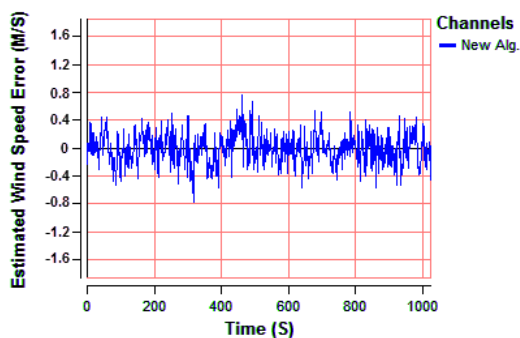


شکل ۲: مدل نروفازی هر خوشه از مزرعه بادی

که A_1, A_2, B_1, B_2 قواعد فازی حاکم بر مدل فازی فوق هستند. ژانگ نشان داد [۲۲] که در ساختار نروفازی فوق می توان با به دست آوردن خروجی هر لایه و ارایه آن به لایه مابعد، خروجی نهایی را برای لحظه آتی t از روی رشته مشاهدات لحظاتی متوالی t'' به فرم رابطه (۲۱) حاصل نمود:

$$\gamma_q(t) = \overline{w_1} v_q(t'') \lambda_1 + \overline{w_1} \phi_q(t'') \psi_1 + \overline{w_1} \tau_1 + \overline{w_2} v_q(t'') \lambda_2 + \overline{w_2} \phi_q(t'') \psi_2 + \overline{w_2} \tau_2 \quad (9)$$

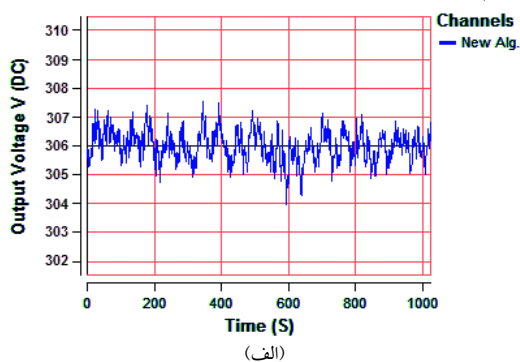
در رابطه اخیر، پارامترهای نروفازی به دو دسته پیش فرض و پارامترهای مربوط به توابع عضویت فازی تقسیم می شوند که دسته اول شامل $O_1 = (\lambda_1, \lambda_2, \psi_1, \psi_2, \tau_1, \tau_2)$ بوده و ماهیت خطی دارند و دسته دوم $O_2 = (\overline{w_1}, \overline{w_2})$ پارامترهای قوانین فازی بوده و دارای ماهیت غیرخطی هستند. برای تخمین این پارامترها مطابق الگوریتم یادگیری هایپریدی ارایه شده توسط سان و همکارانش [۲۳]



شکل ۴: نتایج یکی از شبیه سازی های سناریوی اول:

الف- باد شبیه سازی شده، ب- خطای تخمین روش پیشنهادی و ج- خطای تخمین روش MWE

در شکل (۵-الف) ولتاژ به دست آمده با اعمال روش پیشنهادی و متناظر با آن در (۵-ب)، همین خروجی در شرایط اعمال MWE در سناریوی اول ملاحظه می شوند. اگر بیشینه تفرانس برق استحصالی در هر روش را به عنوان نمایه ای از میزان یکنواختی برق تولید شده از آن روش در نظر بگیریم، اندازه این پارامتر برای خروجی روش پیشنهادی (شکل ۵-الف) برابر با ۲/۰۴ ولت و برای خروجی روش MWE (شکل ۵-ب) برابر با ۲/۲ ولت به دست آمده اند که حاکی از آن است که روش پیشنهادی این مقاله ولتاژ یکنواخت تری را از مزرعه بادی استحصال می نماید. این بهبود با نتیجه ای که در مجموعه شکل های (۴) از تخمین بهتر پارامترهای باد توسط روش پیشنهادی دیدیم، توجیه پذیر می باشد.

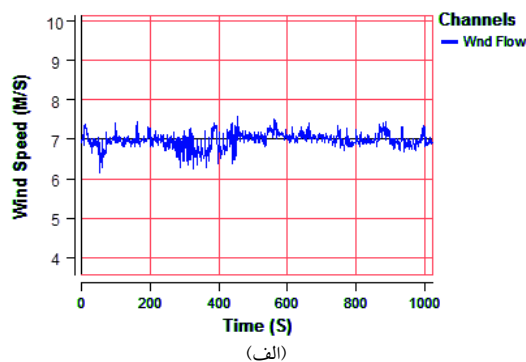


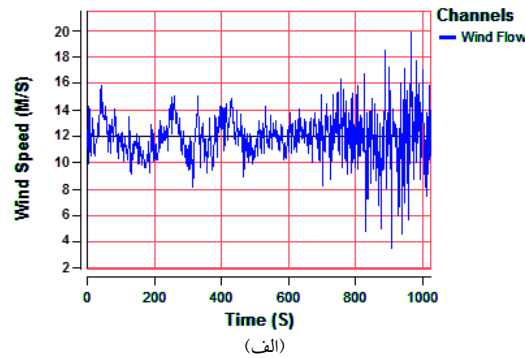
در ادامه این مقاله روش فوق را به اختصار MWE می نامیم. در تمام آزمون های این مقاله، روش فوق به موازات روش پیشنهادی بر روی نتایج شبیه سازی Wind-Pro آزمایش شد. سرانجام نتایج هر دو روش با سناریوی اصلی شبیه سازی مقایسه و شاخص های عملکرد هر یک حاصل گردید.

جدول ۱: مشخصات شبیه سازی شامل مشخصات مزرعه بادی، توربین ها، باد و پارامترهای ژنراتور

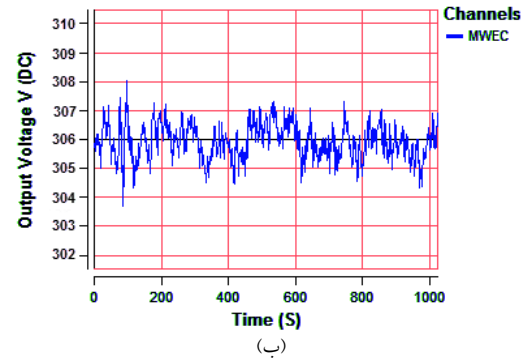
ردیف	ویژگی	مقدار
۱	تعداد توربین	۲۴
۲	نوع ژنراتور	DFIG
۳	تغییرات سرعت باد (m/s)	۰-۴۰، ۳-۲۵
۴	مقاومت استاتور (P.u)	۰/۰۱
۵	ثابت اینرسی روتور (P.u)	۳
۶	میزان تغییر زاویه گام (درجه)	۲-۵
۷	اندوکتانس استاتور (P.u)	۰/۱
۸	مقاومت روتور (P.u)	۰/۰۱
۹	اندوکتانس روتور (P.u)	۰/۰۸
۱۰	اندوکتانس مغناطیس کنندگی	۳
۱۱	شعاع روتور (m)	۳۵
۱۲	محدوده زاویه گام (درجه)	۰-۵۰

در شکل (۴) نتایج یکی از شبیه سازی های سناریوی اول آمده است. در این شکل منحنی سرعت باد شبیه سازی شده در یکی از آزمایش ها (شکل ۴-الف) به همراه نتایج روش پیشنهادی و MWE (شکل های ۴-ب و ۴-ج) نشان داده شده اند. چنان که ملاحظه می شود، قدر مطلق خطای تخمین روش پیشنهادی و روش MWE نسبت به منحنی سرعت باد در شبیه سازی اصلی تا حداکثر ۰/۸ متر بر ثانیه و ۱/۷ متر بر ثانیه بالغ می شود که حاکی از تطابق بیشتر نتایج حاصل از روش این مقاله با شبیه سازی اصلی است.



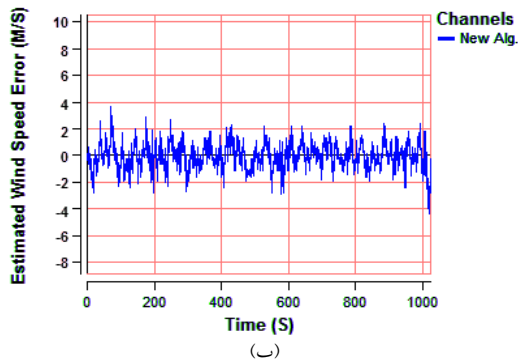


(الف)

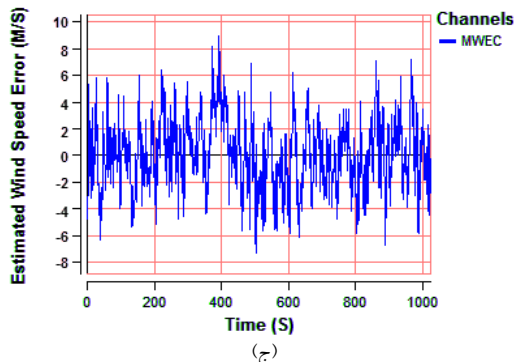


(ب)

شکل ۵: ولتاژ استحصالی در سناریوی اول با اعمال
الف- روش پیشنهادی و ب- روش MWE



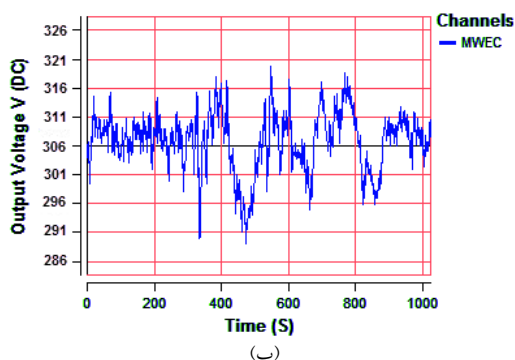
(ب)



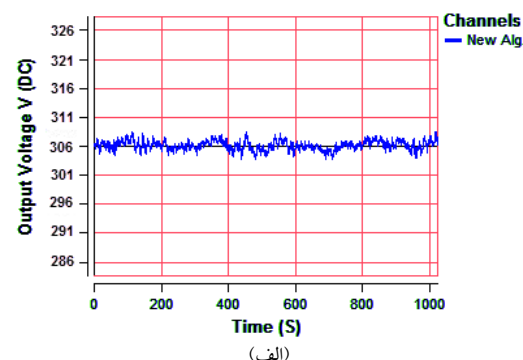
(ج)

شکل ۶: نتایج یکی از شبیه سازی های سناریوی دوم:

الف- باد شبیه سازی شده، ب- خطای تخمین روش پیشنهادی و ج- خطای
تخمین روش MWE



(ب)



(الف)

شکل ۷: ولتاژ استحصالی در سناریوی دوم با اعمال
الف- روش پیشنهادی و ب- روش MWE

شکل (۶) نتیجه آزمون روی یکی از نمونه های آزمایشی در سناریوی دوم را نشان می دهد. در این شکل، (۶-الف) سرعت باد شبیه سازی شده، (۶-ب) خطای تخمین حاصل از الگوریتم این مقاله و (۶-ج) خطای تخمین حاصل از MWE را نشان می دهند. این شکل ها نشان می دهند که قدر مطلق خطای تخمین روش پیشنهادی و روش MWE نسبت به شبیه سازی اصلی در این سناریو حداکثر به ۴ و ۹ متر بر ثانیه می رسند.

این مقادیر کمکان حاکی از برتری روش پیشنهادی نسبت به MWE در تخمین سرعت باد وزشی می باشند. به همین ترتیب شکل (۷-الف) ولتاژ به دست آمده با اعمال روش پیشنهادی این مقاله و شکل (۷-ب) همین خروجی را در شرایط اعمال MWE در سناریوی دوم نشان می دهند. مقایسه این شکل ها نیز با استفاده از معیار پیشینه تفرانس برق استحصال شده نشان می دهد که اندازه معیار فوق برای روش پیشنهادی ۳ ولت و برای خروجی روش MWE مقدار ۱۶/۰۷ ولت به دست آمده اند که از عملکرد بهتر روش پیشنهادی حکایت دارند.

۴- تفسیر

دست آمده اند. این مقادیر نشان می دهند که اثر بهبود دهنده روش این مقاله به هنگام بروز تغییرات شدیدتر در وزش باد موثرتر از شرایطی است که باد وزشی تغییرات اندکی دارد.

۵- نتیجه گیری

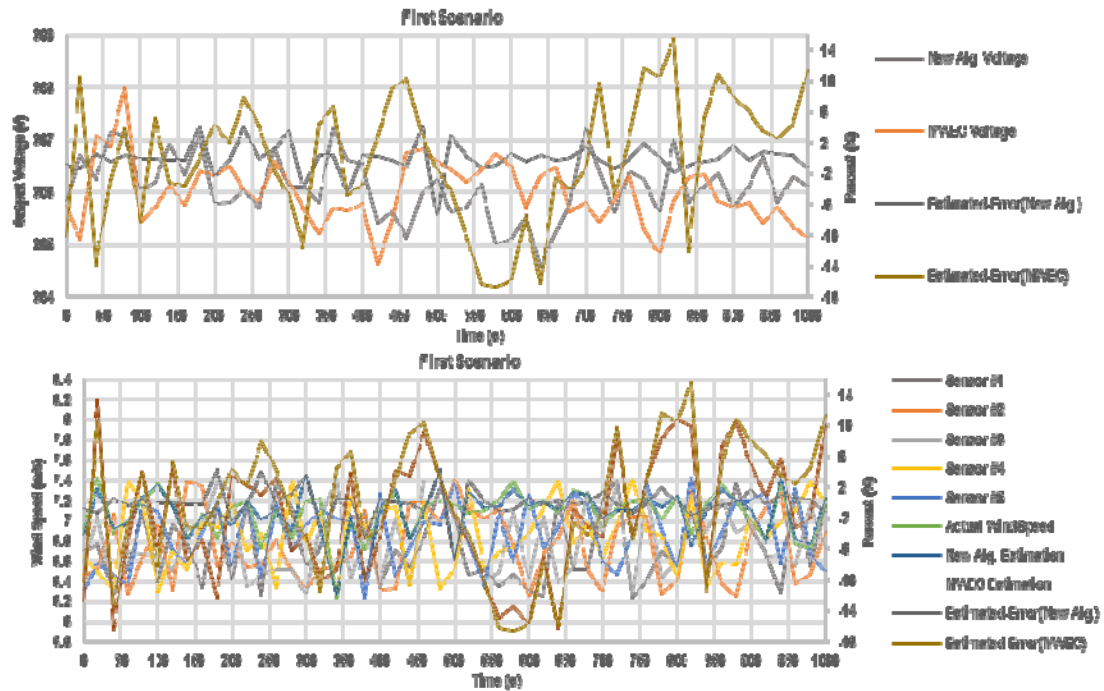
در این مقاله روشی نوین به منظور استحصال بهینه برق از توربین های واقع در مزارع برق بادی مبتنی بر مدلسازی مزرعه و توربین های آن با استفاده از تئوری فازی ارائه شد. برای تشکیل مدل فوق علاوه بر سابقه زمانی پارامترهای باد از اطلاعات مکانی آن نیز استفاده می شود. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی دو نوع متداول از شرایط وزشی باد در مزارع با تغییرات کند و تند شبیه سازی شدند. به منظور مقایسه نیز الگوریتم پیشنهادی این مقاله و یکی از جدیدترین روش های موجود موسوم به MWEK در هر دو سناریو آزموده شدند.

سرانجام مقایسه عملکرد روش های فوق نیز با استفاده از پارامتر خطای تخمین باد و یکنواختی برق تولیدی در مزرعه بادی انجام پذیرفت. نتایج حاکی از برتری روش پیشنهادی بودند به گونه ای که در سناریوی اول روش پیشنهادی این مقاله توانست خطای تخمین باد را ۵/۳ درصد و یکنواختی برق حاصله را ۵۲/۰ ولت نسبت به روش MWEK بهبود بخشد. اگرچه در نوع دوم وزش باد توربولانس بالای وزش موجب می شود تا تخمین پارامترها با بازده کمتری نسبت به سناریوی قبلی انجام شود، اما ملاحظه شد که در این گونه از وزش باد عملکرد الگوریتم پیشنهادی این مقاله نسبت به MWEK برتری قابل ملاحظه تری یافته است.

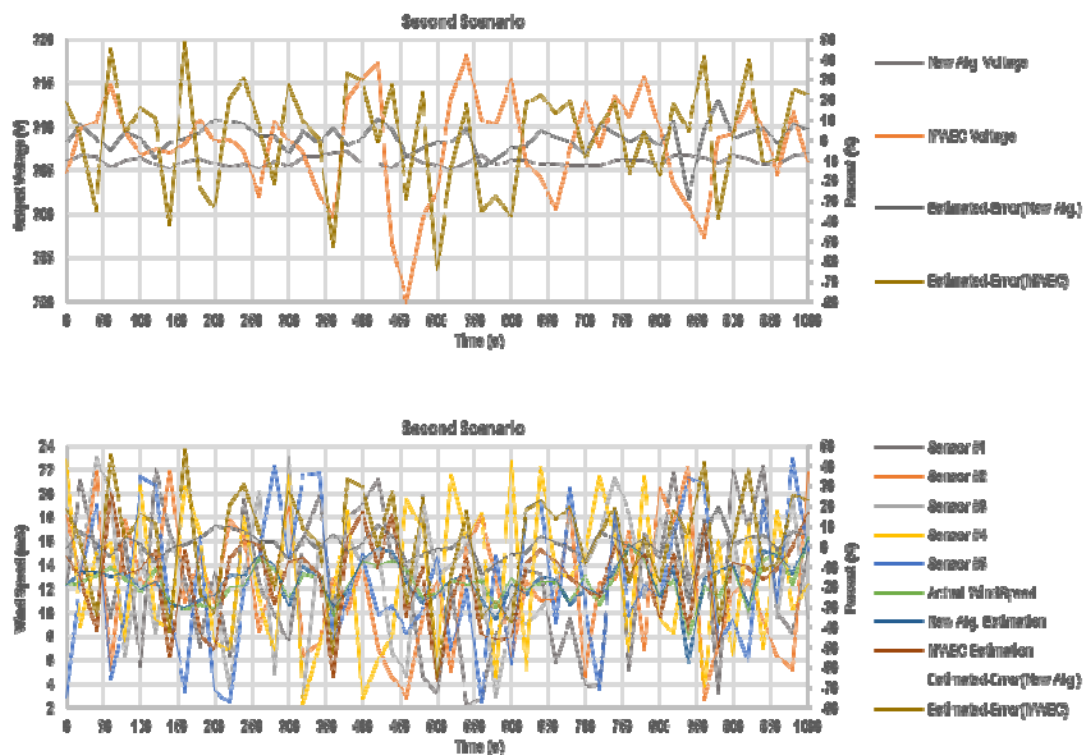
این بهبود به گونه ای است که نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی با دو معیار خطای تخمین باد و یکنواختی برق تولیدی به ترتیب ۱۷/۱ درصد و ۱۲/۷ ولت بهبود را نسبت به MWEK نشان داده است که ۱۱/۸ درصد و ۱۲/۱۸ ولت برتری را نسبت به بهبودهای حاصل در مقایسات سناریوی اول را نشان می دهند. بر این اساس نتایج فوق، حاکی از آن هستند که مدل پیشنهادی این مقاله مبتنی بر مدلسازی فازی مزرعه بادی با استفاده از تلفیق زمانی- مکانی می تواند پارامترهای تنظیم دقیق تری برای توربین ها نسبت به روش های موجود خصوصاً در شرایط وزش بادهای با توربولانس بالا که پارامترهای بادی متغیرتری دارند، به دست آورد.

دو گونه از شرایط وزشی باد در مزرعه بادی با تغییرات کند (باد نجیب) و تند (باد نانجیب) طی دو سناریوی متفاوت شبیه سازی شدند. همچنین الگوریتم های پیشنهادی این مقاله و MWEK نیز در هر دو شبیه سازی آزموده شده و مقایسه گردیدند. نتایج به دست آمده نشان دادند که روش پیشنهادی این مقاله و الگوریتم MWEK در دو وضعیت فوق، عملکردهای کاملاً متفاوتی از خود نشان می دهند. مقایسه عملکرد این دو روش با استفاده از دو معیار عملی انجام پذیرفت. اولین معیار، خطای تخمین پارامترهای باد توسط هر الگوریتم نسبت به شبیه سازی اصلی و معیار دوم نیز یکنواختی برق تولیدی در مزرعه بادی با به کارگیری هر یک از الگوریتم ها بودند. نتایج نشان داده شده در شکل (۸) که با گام زمانی ۲۰ ثانیه ای نشان داده شده اند، از برتری روش پیشنهادی این مقاله نسبت به روش MWEK در شرایط وزش باد نجیب و با هر دو معیار مقایسه فوق، حکایت دارند. در این شکل ابتدا مشخصات باد دریافتی توسط حسگرهای اطراف نیروگاه نشان داده شده و سپس خطای تخمین سرعت باد توسط الگوریتم های مورد بررسی ارائه گردیده اند. سرانجام میزان یکنواختی برق خروجی نیز برای دو الگوریتم به دست آمده اند. در این سناریو متوسط خطای

روش پیشنهادی در تخمین سرعت باد ۱/۵ درصد بوده است. به همین ترتیب متوسط خطای روش MWEK نیز مقداری معادل ۶/۸ درصد را نشان داده است. مقادیر فوق به طور معنی داری حاکی از تخمین دقیق تر روش این مقاله می باشد. معیار تئرانس برق استحصالی نیز برای روش پیشنهادی ۱/۴۹ ولت و برای روش MWEK نیز ۲/۰۱ ولت به دست آمدند. این مقادیر نیز نشان می دهند که در سناریوی فوق، روش پیشنهادی برق یکنواخت تری را به شبکه تزریق نموده است. شکل (۹) نیز نتایج را با گام زمانی ۲۰ ثانیه نشان می دهد و حاکی از آن است که روش پیشنهادی این مقاله در سناریوی دوم شبیه سازی با هر دو معیار فوق، برتر از MWEK عمل نموده است. نتایج نشان می دهند در این سناریو، متوسط خطای روش پیشنهادی در تخمین سرعت باد ۵/۳ درصد بوده است در حالی که همین پارامتر برای روش MWEK برابر با ۲۲/۴ درصد به دست آمده است. معیار یکنواختی برق تولیدی نیز برای دو روش فوق به ترتیب ۲/۳ ولت و ۱۵/۰۳ ولت به دست آمده اند که کماکان استحصال برق یکنواخت تر با استفاده از روش این مقاله را تایید می نمایند. سرانجام مقایسه دو شکل اخیر نشان می دهند که اگرچه روش پیشنهادی این مقاله در هر دو شرایط وزش باد های نجیب و نانجیب توانسته است نتایج بهتری را نسبت به MWEK به دست دهد و لیکن بهبود ایجاد شده توسط روش پیشنهادی در سناریوی دوم چشمگیرتر بوده است. به گونه ای که برتری روش پیشنهادی نسبت به MWEK با معیارهای خطای تخمین باد و یکنواختی برق استحصالی در سناریوی اول به ترتیب ۵/۳ درصد و ۵۲Volts بوده است در حالی که این مقادیر در سناریوی دوم به ترتیب ۱۷/۱ درصد و ۱۲/۷Volts به



شکل ۸: مقایسه تفصیلی عملکرد روشهای پیشنهادی و MWECC در سناریوی اول



شکل ۹: مقایسه تفصیلی عملکرد روشهای پیشنهادی و MWECC در سناریوی دوم

مراجع

- [14] L.Soder, "Simulation of wind speed forecast errors for operation planning of multi-area power systems," Proceedings of 8th International conference on probabilistic methods applied to power systems, Iowa, USA, pp. 723-728, 2004.
- [15] P.Louka, G.Galanis, and N.Siebert, "Improvements in wind speed forecasts for wind power prediction purposes using kalman filtering," Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 96, no. 12, pp. 2348-62, 2008.
- [16] P.Zhao, J.Wang, J.Xia, Y.Dai, Y.Sheng, and J.Yue, "Performance evaluation and accuracy enhancement of a day-ahead wind power forecasting system in China," Journal of Renewable Energy, vol. 43, pp. 234-241, 2012.
- [17] J.S.Thongam, P.Bouchard, H.Ezzaidi, and M.Ouhrouche, "Artificial neural network-based maximum power point tracking control for variable speed wind energy conversion systems," 18th IEEE International Conference on Control Applications, Saint Petersburg., Russia, pp. 1667-71, 2009.
- [18] G.Guangdian, and D.Zhijie, "Wind pattern recognition in neural fuzzy wind turbine control system," The Industrial Fuzzy and Intelligent Systems Conference and the NASA Joint Technology, San Antonio., USA, pp. 381-385, 1994.
- [19] S.Al-Sharhan, "Fuzzy entropy: a brief survey," 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Melbourne., Australia, pp. 1135-39, 2001.
- [20] S.Xuan, W.Xiaoye, W.Zhou, W., and X.Ying, "A new fuzzy clustering algorithm based on entropy weighting," Journal of Computational Information Systems, vol. 6, no. 10, pp. 3319-26, 2010.
- [21] M.Brown, and C.Harris, Neuro-Fuzzy Adaptive Modeling and Control, Prentice Hall, New York, 1994.
- [22] J.Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-based fuzzy inference system," IEEE Transactions on systems, Manufacturing and Cybernetics, vol. 23, no. 3, pp 665-685, 1993.
- [23] C.Sun, and J.Jang, "Neuro-Fuzzy modeling and control," Proceedings of IEEE, vol. 83, no. 2, pp.378-406, 1995.
- [24] M.Lackner, and C.Elinton, "An Analytical Framework for Offshore Wind Farm Layout Optimization," Wind Engineering, vol. 31, no. 1, pp.17-31, 2007.
- [25] Y.Ren, and G.Bao, "Control strategy of maximum wind energy capture of direct-drive wind turbine generator based on neural-network," Proceedings of Power and Energy Engineering Conference, Chengdu., China, pp. 28-31, 2010.
- [1] R.Everett, R.Boyle, S.Peake, and J.Ramage, Energy Systems and Sustainability: Power for a Sustainable Future, Oxford University Press, 2012.
- [2] Small Wind World Report, World Wind Energy Association. Available: <http://www.wwindea.org>, March 2012.
- [3] G.Slootweg, H.Polinder, and W.Kling, "Dynamic modeling of a wind turbine with doubly fed induction generator," Proceedings IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vancouver., Canada, pp. 1-6, 2001.
- [4] G.Wilkins, Technology Transfer for Renewable Energy, CRC Press, 2012.
- [5] E.Muljadi, C.Butterfield, B.Parsons, and A.Ellis, "Effect of variable speed wind turbine generator on stability of a weak grid," IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 22, no. 1, pp. 29-36, 2007
- [6] J.Carrasco, L.Franquelo, J.Bialasiewicz, E.Galván, R.Guisado, M.Prats, J.León, and N.Moreno-Alfonso, "Power-electronic systems for the grid integration of renewable energy sources: A survey," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 53, no. 4, pp. 1002-16.
- [7] M.Hand, and J.Balas, "Systematic approach for PID controller design for pitch-regulated, variable- speed Wind Turbines," 17th ASME Wind Energy Symposium Proceedings, Nevada., USA, pp. 89-94, 1998.
- [8] B.Beltran, T.Ahmed-Ali, and M.Benbouzid, "Sliding mode power control of variable-speed wind energy conversion systems," IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 23, no. 2, pp. 551-558, 2008.
- [9] G.Tapia, and P.Flores, "Application of a control algorithm for wind speed prediction and active power generation," Renewable Energy, vol. 30, pp. 523-536, 2005.
- [10] M.Hansen, Aerodynamics of Wind Turbines, Earthscan, 2012.
- [11] R.Mayes, D.Rixen, D. Griffith, D.De Klerk, S.Chauhan, N.Voormeeren, and M.Allen, Topics in Experimental Dynamics Sub-structuring and Wind Turbine Dynamics, Springer, 2012.
- [12] S.Watson, L.Landberg, and J.Halliday, "Application of wind speed forecasting to the integration of wind energy in to a large scale power system," IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution, vol. 141, no. 4, pp. 357-362, 1994.
- [13] J.Torres, A.Garcia, M.Blas, and A.Francisco, "Forecast of hourly average wind speed with ARMA models in Navarre," Solar Energy, vol. 79, no. 1, pp. 65-77, 2005.

کنترل مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف همراه با تأخیر متغیر با زمان با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم

نسبیه زهرابی^۱، حمیدرضا مومنی^۲، امیرحسین ابوالمعصومی^۳

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، n_zohrabii@yahoo.com

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، momeni_h@modares.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه برق، دانشگاه اراک، a_abolmasoumi@araku.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۷/۲۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۹/۲۳)

چکیده: در این مقاله طراحی کنترل کننده مود لغزشی برای سیستم های پرش مارکوف همراه با تأخیر زمانی با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم در حضور اغتشاش صورت گرفته است. روش ارائه شده کاملاً کلی می باشد و سیستم های پرش مارکوف با احتمال های انتقال کاملاً نامعلوم یا کاملاً معلوم را در بر می گیرد. در ابتدا شرایط کافی برای وجود سطح لغزش خطی و پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی ارائه گردیده است. در ادامه یک کنترل کننده مود لغزشی چنان طراحی شده است که مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته در زمان محدود به سطح لغزشی مورد نظر برسند و برای تمام زمان های بعدی در آن باقی بمانند. در نتیجه با اعمال قانون کنترل بدست آمده سیستم حلقه بسته پایدار تصادفی خواهد شد و طراحی کنترل کننده به پایان می رسد. تمام شرایط بدست آمده بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی می باشند که به وسیله نرم افزار روش های عددی به آسانی قابل حل هستند. در آخر یک مثال عددی برای تضمین کارایی و معتبر بودن روش پیشنهاد شده آورده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم های پرش مارکوف؛ پایداری تصادفی؛ کنترل مود لغزشی؛ تأخیر زمانی؛ احتمال های انتقال نیمه معلوم؛ ناتساوی های ماتریسی خطی.

Sliding Mode Control of Time-Delay Markovian Jump Systems with Partly Known Transition Probabilities

Nasibeh Zohrabi, Hamid Reza Momeni, Amir Hossein Abolmasoumi

Abstract: In this paper, a sliding mode controller for time-delay Markovian jump systems with partly unknown transition probability matrix in presence of disturbance is designed. The proposed method is quite general and includes both systems with completely known and completely unknown transition probability rates. At first, sufficient conditions for existence of linear switching surface are obtained in terms of linear matrix inequalities (LMIs) that guarantee the stochastic stability of sliding mode dynamics. Then, a sliding mode controller is designed such that the closed-loop system's state trajectories reach the desired sliding surface in a finite time and maintain there for all subsequent times. As a result, the stochastic stability of closed-loop system is guaranteed by applying a specifically designed control law. All of the conditions are presented in terms of linear matrix inequalities and can be simply solved by means of numerical software tools. Finally, a numerical example is given to demonstrate the validity and effectiveness of the proposed method.

Keywords: Markovian Jump Systems (MJSs); Stochastic Stability; Sliding Mode Control (SMC); Time-Delay; Partly Unknown Transition Probabilities; Linear Matrix Inequalities (LMIs).

۱- مقدمه

در عمل رفتار معادله حالت بعضی از سیستم های صنعتی تصادفی می باشد به همین دلیل نمی توان آن ها را به وسیله نمایش فضای حالت LTI مدل کرد. این طبقه از سیستم های دینامیکی به دلیل تغییرات ناگهانی در عناصر خود، در طبقه ای از سیستم های سویچ شده اتفاقی به نام سیستم های تکه ای معین^۱ یا سیستم های پرش مارکوف^۲ قرار می گیرند. سیستم های سویچ شده اتفاقی پرش مارکوف اولین بار در [۱] معرفی شدند و دارای دو جزء در بردار حالت خود هستند. جزء اول این بردار حالت، مقادیری در R^n می گیرد و دارای تغییرات پیوسته در زمان است. جزء دوم مقادیری در یک مجموعه محدود می گیرد و به طور تصادفی بین مقادیر محدود حالت سویچ می کند. این جزء با یک فرآیند مارکوف زمان پیوسته نمایش داده می شود. این طبقه از سیستم ها به طور قابل قبولی برای مدل کردن سیستم های عملی مختلف استفاده می شوند. از جمله این سیستم ها می توان به سیستم های تولید [۲]، سیستم های هوافضا [۳] و سیستم های مخابراتی [۴، ۵] اشاره کرد. در دهه های اخیر سیستم های پرش مارکوف به دلیل کاربردهای گسترده عملی توجه بسیاری از محققین و مهندسان کنترل را به خود جلب کرده و نتایج بسیاری نیز در این زمینه بدست آمده است. از جمله نتایج بدست آمده می توان به مسئله پایداری [۶]، پایداری سازی [۷]، کنترل H_∞ [۸، ۹، ۱۰] و مسئله فیلترینگ [۱۱] اشاره کرد. اطلاعات بیشتر در این زمینه در [۱۲] و مراجع درون آن یافت می شود.

یکی از مشخصه های سیستم های پرش مارکوف، ماتریس نرخ احتمال انتقال می باشد. ماتریس نرخ احتمال انتقال به صورت آماری رفتار پرش سیستم از یک مود به مود دیگر را مشخص می کند. دسترسی کامل به ماتریس نرخ احتمال انتقال، تجزیه و تحلیل و کنترل سیستم های پرش مارکوف را به مقدار زیادی ساده و راحت می کند. شایان ذکر است که در بیشتر مطالعات انجام شده، دسترسی کامل به اطلاعات ماتریس نرخ احتمال انتقال یک فرض عمومی برای تجزیه و کنترل سیستم های پرش مارکوف است. در حالی که در بیشتر کاربردهای عملی، بدست آوردن کامل احتمال های انتقال مورد بحث می باشد و یا تخمین تمامی عناصر ماتریس نرخ احتمال پیچیده، زمان بر و گران می باشد [۱۳، ۱۴]. بنابراین با توجه به مطالب گفته شده، مطالعه و بررسی حالت کلی تر این سیستم ها یعنی سیستم های پرش مارکوف با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم نسبت به تخمین آن ها امر مقرون به صرفه و بهتری می باشد. در سال های اخیر توجه محققان به این سیستم ها جلب شده است و نتایجی نیز در زمینه پایداری و پایداری سازی [۱۳، ۱۵، ۱۶، ۱۷]، کنترل H_∞ [۱۸، ۱۹] و مسئله فیلترینگ [۲۰] با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم بدست آمده است.

بدیهی است که وجود تأخیر یک دلیل مهم برای ناپایداری در عملکرد سیستم هاست. همچنین تجزیه و کنترل چنین سیستم هایی از مسائل دشوار کنترل می باشد. چگونگی اثر تأخیر بر روی پایداری سیستم های تأخیردار، در طول سالیان، علاقه و توجه وسیعی را در میان دانشمندان و محققین برانگیخته است. در دهه های اخیر نتایج بسیاری از جمله پایداری و پایداری سازی سیستم های پرش مارکوف تأخیردار بدست آمده است، به عنوان مثال می توان برای اطلاعات بیشتر به [۹، ۱۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶] مراجع کرد. این نتایج به دو صورت وابسته به تأخیر و مستقل از تأخیر می باشند. لازم به ذکر است در این مقاله سیستم مورد مطالعه سیستم پرش مارکوف با تأخیر زمانی است که در آن تأخیر متغیر با زمان و کران دار است. همچنین شرایط بدست آمده برای پایداری تصادفی مستقل از تأخیر می باشد.

از طرف دیگر، یکی از روش های کنترلی مقاوم مناسب برای کنترل سیستم در حضور عدم قطعیت ها، اغتشاشات داخلی و خارجی و همچنین سیستم های غیرخطی، روش کنترل مود لغزشی می باشد. در این روش بر اساس قضیه کنترل مود لغزشی [۲۷] تمامی حالت های سیستم حلقه بسته به سوی یک سطح لغزش معین در فضا هدایت می شوند. این کار با اعمال یک نیروی کنترلی ناپیوسته به سیستم دینامیکی حلقه بسته صورت می گیرد. پس از برخورد با سطح لغزشی، رفتار سیستم توسط معادله سطح مذکور تعیین می شود. بدین معنی که بر روی سطح لغزش مورد نظر، مشخصه های مطلوب مانند پایداری، قابلیت رد اغتشاش، ردیابی و غیره تضمین می شود. اخیراً موضوع طراحی کنترل کننده مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف توجه محققین رو به خود جلب کرده است، به عنوان مثال برای اطلاعات بیشتر به [۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱] مراجعه شود. شایان ذکر است که در تمام کارهای فوق، بررسی کنترل مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف با فرض دسترسی کامل به عناصر ماتریس نرخ احتمال انتقال صورت گرفته است. در حقیقت در آن ها چگونگی دسترسی به احتمال های انتقال و فرض نامعلوم بودن آن ها در نظر گرفته نشده و به سادگی طراحی کنترل کننده مود لغزشی انجام شده است. در نتیجه ما در ابتدا مسئله کنترل مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم را در [۳۲] بررسی کردیم. سیستم مورد مطالعه در [۳۲] بدون تأخیر بوده و در نتیجه بدست آوردن شرایط LMI برای پایداری تصادفی آن به مراتب ساده تر بود. با توجه به تأثیر قابل توجه تأخیر بر عملکرد سیستم ها، پایداری و کنترل این سیستم ها همراه با تأخیر امری مهم و ضروری است. اگرچه تا به امروز مسئله کنترل مود لغزشی این سیستم ها با تأخیر متغیر با زمان مورد بررسی و مطالعه قرار نگرفته است. در نتیجه در این نوشتار هدف حصول پایداری و کنترل مود لغزشی سیستم های پرش مارکوف همراه با تأخیر زمانی با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم می باشد. روش ارائه شده کاملاً کلی می باشد و سیستم های پرش مارکوف با احتمال های انتقال کاملاً نامعلوم یا کاملاً معلوم را شامل می شود. به عبارت دیگر، اصطلاح به کار برده شده

¹ Piecewise deterministic systems² Markovian jump systems

$$0 \leq \tau(t) \leq \bar{\tau}, \quad |\dot{\tau}(t)| \leq \mu < 1 \quad (2)$$

که در آن $\bar{\tau}$ حد بالای تأخیر زمانی می باشد. همچنین داریم:

$$x(s) = \varphi(s), \quad \forall s \in [-\bar{\tau}, 0] \quad (3)$$

$$x_s(t) = x(s+t), \quad -\bar{\tau} \leq s \leq 0$$

$\{r_t, t \geq 0\}$ فرآیند مارکوف زمان پیوسته گسسته مقدار همگن و محدود می باشد که مقادیری در فضای حالت محدود $\ell = \{1, 2, \dots, N\}$ می گیرد. این فرآیند تصادفی دارای نرخ های احتمال انتقال λ_{ij} می باشد و داریم:

$$\Pr(r_{t+h} = j | r_t = i) = \begin{cases} \lambda_{ij} h + o(h), & \text{if } j \neq i \\ 1 + \lambda_{ii} h + o(h), & \text{if } j = i \end{cases} \quad (4)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{o(h)}{h} \right) = 0, \quad h > 0$$

که در آن $\lambda_{ij} \geq 0 (i, j \in \ell, j \neq i)$ نشان دهنده نرخ انتقال از مود i در زمان t به مود j در زمان $t+h$ و $\lambda_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N \lambda_{ij}$ برای هر $i \in \ell$ می باشد. ماتریس نرخ احتمال انتقال به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1N} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{N1} & \lambda_{N2} & \dots & \lambda_{NN} \end{bmatrix} \quad (5)$$

در ادامه برای راحتی فرایند مارکوف r_t به صورت اندیس i به کار برده می شود. بنابراین سیستم (۱) می تواند به صورت زیر دوباره نوشته شود:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + A_{di} x(t - \tau(t)) + B_i [u(t) + F_i w(t)] \quad (6)$$

به طوری که A_i, A_{di}, B_i و F_i ماتریس های ثابت معلوم با ابعاد مناسب هستند. همچنین فرض شده است که:

$$\|F_i w(t)\| \leq f_i, \quad f_i > 0, \quad i \in \ell \quad (7)$$

در اینجا نرخ های احتمال انتقال به صورت نیمه معلوم در نظر گرفته شده اند؛ بدین معنی که بعضی از عناصر در ماتریس نرخ احتمال انتقال Λ نامعلوم هستند. برای جداسازی علائم، فضای حالت ℓ را به صورت زیر افراز می کنیم:

$$\begin{cases} \ell = \ell_K^i \cup \ell_{UK}^i \\ \ell_K^i \triangleq \{j : \lambda_{ij} \text{ is known}\} \\ \ell_{UK}^i \triangleq \{j : \lambda_{ij} \text{ is unknown}\} \end{cases} \quad (8)$$

اگر داشته باشیم $\ell_K^i \neq \emptyset$ ، می توان ℓ_K^i را به صورت زیر توصیف کرد:

$$\ell_K^i = (\kappa_1^i, \dots, \kappa_q^i), \quad \forall 1 \leq q \leq N \quad (9)$$

که در آن $\kappa_q^i \in \mathbb{N}^+$ نماینده q امین عنصر معلوم در سطر i ماتریس Λ است. با توجه به مطالب گفته شده، سیستم پرش مارکوف همراه با

"ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم" به این معنی است که می تواند تمام عناصر ماتریس نرخ احتمال انتقال معلوم باشد و یا تعدادی از عناصر ماتریس نامعلوم باشند و یا حتی تمام عناصر ماتریس نامعلوم باشند. یعنی طراحی در این مقاله، سه حالت فوق را پوشش می دهد. تمام نتایج بدست آمده بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی بوده و به وسیله نرم افزار روش های عددی به آسانی قابل حل هستند که این یکی از مزایای روش ارائه شده می باشد. در حقیقت در این مقاله بدست آوردن شرایط پایداری تصادفی برای سیستم پرش مارکوف تأخیردار بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی یکی از مسائل دشوار عددی بوده که در نهایت با استفاده از روش های خاصی که در ادامه آمده است، امکان پذیر شده است.

در این مقاله در ابتدا با ارائه تابع لیاپانوف مناسب و استفاده از ماتریس های وزنی آزاد، ضریب سطح لغزش خطی برای پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی بدست آورده شده است. شرایط بدست آمده مستقل از تأخیر بوده و فقط وابسته به کران بالای مشتق تأخیر هستند. سپس با طراحی کنترل کننده، بر اساس قضیه کنترل مود لغزشی، مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته به سطح لغزشی مطلوب رسیده و برای تمام زمان های بعدی در آن جا باقی می ماند، یعنی $s(t) = 0$ و $\dot{s}(t) = 0$ در نتیجه با اعمال قانون کنترل $u(t)$ سیستم حلقه بسته پایدار تصادفی خواهد شد و طراحی کنترل کننده به پایان می رسد.

در ادامه این نوشتار، ابتدا در قسمت ۲، به معرفی سیستم تحت کنترل و ارائه مبانی ریاضی مورد استفاده در این مقاله می پردازیم. در این قسمت تعاریف و لم های مورد نیاز و همچنین فرم رگولار سیستم بدست آورده شده است. قسمت ۳ به طراحی کنترل کننده مود لغزشی برای سیستم پرش مارکوف با تأخیر زمانی می پردازد. در این بخش در ابتدا با انتخاب سطح لغزش خطی، با ارائه قضیه ۱ پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی مورد بررسی قرار می گیرد، سپس در قضیه ۲ طراحی کنترل کننده مود لغزشی برای تضمین پایداری سیستم حلقه بسته صورت می گیرد. ارائه مثال عددی و نتایج شبیه سازی در قسمت ۴ آورده شده است و نتیجه گیری، قسمت نهایی مقاله را تشکیل می دهد.

۲- معرفی سیستم تحت کنترل و تعاریف لازم

این بخش به معرفی سیستم تحت کنترل و ارائه تعاریف و لم های مورد استفاده در این مقاله می پردازد. در ابتدا سیستم پرش مارکوف پیوسته در زمان همراه با تأخیر متغیر با زمان $\tau(t)$ تعریف شده در فضای احتمال (Ω, F, P) زیر را در نظر می گیریم:

$$\dot{x}(t) = A(r_t) x(t) + A_d(r_t) x(t - \tau(t)) + B(r_t) [u(t) + F(r_t) w(t)] \quad (1)$$

که در آن $x(t) \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت، $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ورودی کنترل کننده و $w(t) \in \mathbb{R}^l$ اغتشاش می باشد. $\tau(t)$ تأخیر متغیر با زمان است که در شرایط زیر صدق کند:

$$\dot{z}(t) = \bar{A}_i z(t) + \bar{A}_{di} z(t - \tau(t)) + \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_{2i} \end{bmatrix} [u(t) + F_i w(t)] \quad (16)$$

در حالی که $\bar{A}_{di} = T_i A_{di} T_i^{-1}$ و $\bar{A}_i = T_i A_i T_i^{-1}$ هستند. با در نظر گرفتن $z(t) = [z_1^T(t) \ z_2^T(t)]^T$ می توان سیستم (۱۶) را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{z}_1(t) = \bar{A}_{11i} z_1(t) + \bar{A}_{12i} z_2(t) + A_{d11i} z_1(t - \tau(t)) + A_{d12i} z_2(t - \tau(t)) \quad (17)$$

$$\dot{z}_2(t) = \bar{A}_{21i} z_1(t) + \bar{A}_{22i} z_2(t) + \bar{A}_{d21i} z_1(t - \tau(t)) + \bar{A}_{d22i} z_2(t - \tau(t)) + B_{2i} [u(t) + F_i w(t)] \quad (18)$$

که در آن $z_1(t) \in \mathbb{R}^{n-m}$ ، $z_2(t) \in \mathbb{R}^m$ هستند و پارامترهای دیگر به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{11i} &= U_{2i}^T A_i U_{2i}, & \bar{A}_{12i} &= U_{2i}^T A_i U_{1i}, \\ \bar{A}_{d11i} &= U_{2i}^T A_{di} U_{2i}, & \bar{A}_{d12i} &= U_{2i}^T A_{di} U_{1i}, \\ \bar{A}_{21i} &= U_{1i}^T A_i U_{2i}, & \bar{A}_{22i} &= U_{1i}^T A_i U_{1i}, \\ \bar{A}_{d21i} &= U_{1i}^T A_{di} U_{2i}, & \bar{A}_{d22i} &= U_{1i}^T A_{di} U_{1i}, \\ B_{2i} &= \Sigma_i V_i^T. \end{aligned}$$

۳- کنترل مود لغزشی سیستم تحت کنترل

۳-۱- پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی

در این قسمت پایداری تصادفی مستقل از تأخیر دینامیک مود لغزشی بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی مورد بررسی قرار می گیرد. بر طبق قضیه کنترل مود لغزشی [۳۵] معادله (۱۷) به عنوان دینامیک مود لغزشی شناخته شده است. در ابتدا سطح لغزشی خطی به صورت زیر انتخاب می شود:

$$s(t) = [C_{1i} \ C_{2i}] z(t) \quad (19)$$

در حالی که C_{2i} برای هر $i \in \ell$ معکوس پذیر است. با تعریف $C_i = C_{2i}^{-1} C_{1i} \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$ و جایگذاری C_i و C_{2i} در (۱۷)، دینامیک مود لغزشی به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\dot{z}_1(t) = \tilde{A}_i z_1(t) + \tilde{A}_{di} z_1(t - \tau(t)), \quad \tilde{A}_i = \bar{A}_{11i} - \bar{A}_{12i} C_i, \quad \tilde{A}_{di} = \bar{A}_{d11i} - \bar{A}_{d12i} C_i \quad (20)$$

در ادامه، در قضیه ۱، طراحی پارامتر سطح لغزش خطی C_i برای پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی (۲۰) صورت گرفته است.

قضیه ۱- دینامیک مود لغزشی (۲۰) همراه با تأخیر متغیر با زمان $\tau(t)$ با احتمال های انتقال نیمه معلوم (۸) پایدار تصادفی است اگر دسته ماتریس های $X_i > 0$ ، $R > 0$ ، $W_i = W_i^T$ و Y_i به نحوی وجود داشته باشند که مجموعه ناتساوی های ماتریس خطی (LMIs) زیر برای هر $i \in \ell$ برقرار باشند:

تأخیر متغیر با زمان با ماتریس نرخ احتمال انتقال کاملاً نامعلوم یا کاملاً معلوم مورد بررسی قرار گرفته است و روش ارائه شده کاملاً کلی می باشد. در ادامه تعاریف و لم های مورد نیاز برای استفاده در اثبات قضیه های ارائه شده در این مقاله آمده است.

تعریف ۱- سیستم پرش مارکوف $\dot{x}(t) = A(r_i)x(t)$ پایدار تصادفی^۱ (SS) است اگر یک مقدار ثابت محدود $T(x_0, r_0)$ وجود داشته باشد به طوری که رابطه زیر

$$E \left\{ \int_0^\infty \|x(t)\|^2 dt \mid x_0, r_0 \right\} < T(x_0, r_0) \quad (10)$$

برای هر شرایط اولیه (x_0, r_0) برقرار باشد [۱۲].

لم ۱- سیستم پرش مارکوف $\dot{x}(t) = A(r_i)x(t)$ پایدار تصادفی (SS) است اگر و تنها اگر مجموعه ای از ماتریس های متقارن و مثبت معین $P_i > 0$ وجود داشته باشند به طوری که ناتساوی ماتریسی خطی (LMI) زیر برای هر $i \in \ell$ برقرار باشد [۱۲].

$$A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} P_j < 0 \quad (11)$$

لم ۲- فرض کنید $N \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ، $y(t) \in \mathbb{R}^m$ ، $x(t) \in \mathbb{R}^n$ و $\hat{N} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ و $\alpha > 0$ باشند. در آن صورت اگر $N^T N \leq \hat{N}$ آنگاه رابطه زیر برقرار است [۳۳].

$$2x^T N y \leq \alpha |x|^2 + \frac{1}{\alpha} y^T \hat{N} y \quad (12)$$

۲-۱- فرم رگولار^۲ سیستم تحت کنترل

در این قسمت، در ابتدا یک ماتریس ناویژه^۳ T_i برای بدست آوردن فرم رگولار سیستم (۶) به طوری انتخاب می شود که دارای خاصیت زیر باشد [۲۸]:

$$T_i B_i = \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_{2i} \end{bmatrix} \quad (13)$$

که در آن $B_{2i} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ یک ماتریس ناویژه است. برای راحتی، T_i به صورت زیر تفکیک می شود:

$$T_i = \begin{bmatrix} U_{2i}^T \\ U_{1i}^T \end{bmatrix} \quad (14)$$

که در آن $U_{1i} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ و $U_{2i} \in \mathbb{R}^{n \times (n-m)}$ دو زیربلوک از ماتریس یکانی^۴ حاصل از تجزیه مقادیر استثنایی^۵ B_i هستند، یعنی:

$$B_i = [U_{1i} \ U_{2i}] \begin{bmatrix} \Sigma_i \\ 0_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} V_i^T \quad (15)$$

$\Sigma_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ یک ماتریس قطری مثبت معین و $V_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ یک ماتریس یکانی [۳۴] می باشد. در ادامه با اعمال تبدیل حالت $z(t) = T_i x(t)$ به سیستم (۶)، فرم رگولار زیر بدست می آید:

¹ Stochastically stable

² Regular form

³ Nonsingular

⁴ Unitary matrix

⁵ Singular value decomposition

$$\mathfrak{V}(z_1(t), i) \leq z_1^T(t) \left(P_i \tilde{A}_i + \tilde{A}_i^T P_i + \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} P_j + Q \right) z_1(t) - (1-\mu) z_1^T(t-\tau(t)) Q z_1(t-\tau(t)) \quad (31)$$

برای دو جمله آخر (۳۱) با استفاده از ناتساوی (۱۲) موجود در لم ۲ و تعریف $\tilde{Q} = (1-\mu)Q$ ناتساوی زیر برقرار است:

$$2z_1^T(t) P_i \tilde{A}_{di} z_1(t-\tau(t)) \leq z_1^T(t) P_i \tilde{A}_{di} \tilde{Q}^{-1} \tilde{A}_{di}^T P_i z_1(t) + z_1^T(t-\tau(t)) \tilde{Q} z_1(t-\tau(t)) \quad (32)$$

با استفاده از (۳۲) برای $\mathfrak{V}(z_1(t), i)$ داریم:

$$\mathfrak{V}(z_1(t), i) \leq z_1^T(t) \left(P_i \tilde{A}_i + \tilde{A}_i^T P_i + \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} P_j + Q + P_i \tilde{A}_{di} \tilde{Q}^{-1} \tilde{A}_{di}^T P_i \right) z_1(t) \quad (33)$$

در نتیجه در (۳۳)، برای این که $\mathfrak{V}(z_1(t), i) < 0$ باشد، باید ناتساوی زیر برقرار باشد:

$$P_i \tilde{A}_i + \tilde{A}_i^T P_i + \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} P_j + Q + P_i \tilde{A}_{di} \tilde{Q}^{-1} \tilde{A}_{di}^T P_i < 0 \quad (34)$$

با اعمال مکمل شور در (۳۴) ناتساوی زیر بدست می آید:

$$\begin{bmatrix} P_i \tilde{A}_i + \tilde{A}_i^T P_i + \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} P_j + Q & P_i \tilde{A}_{di} \\ * & -\tilde{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad (35)$$

با جایگذاری $\tilde{A}_i$ و $\tilde{A}_{di}$ از (۲۰) در (۳۵) داریم:

$$\begin{bmatrix} P_i (\bar{A}_{11i} - \bar{A}_{12i} C_i) + (\bar{A}_{11i} - \bar{A}_{12i} C_i)^T P_i + \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} P_j + Q & P_i (\bar{A}_{d11i} - \bar{A}_{d12i} C_i) \\ * & -\tilde{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad (36)$$

سپس با ضرب $X_i = P_i^{-1}$ در دو طرف ناتساوی (۳۶) و تعریف $Y_i = C_i X_i$ ناتساوی زیر بدست می آید:

$$\begin{bmatrix} J_i + X_i \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} X_j^{-1} X_i + X_i Q X_i & \bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i \\ * & -X_i \tilde{Q} X_i \end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

با استفاده از مکمل شور ناتساوی (۳۷) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$-X_i \tilde{Q} X_i - (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i)^T \left(J_i + X_i \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} X_j^{-1} X_i + X_i Q X_i \right)^{-1} (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) < 0 \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} \zeta_i + \lambda_{ii} X_i & X_i & \Gamma_i & (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) \\ X_i & -R & 0 & 0 \\ * & 0 & -\Xi_i & 0 \\ * & 0 & 0 & -2X_i + (1-\mu)^{-1} R \end{bmatrix} < 0, i \in \ell_K^i \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \zeta_i & X_i & \Gamma_i & (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) \\ X_i & -R & 0 & 0 \\ * & 0 & -\Xi_i & 0 \\ * & 0 & 0 & -2X_i + (1-\mu)^{-1} R \end{bmatrix} < 0, i \in \ell_{uK}^i \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} -W_i & X_i \\ X_i & -X_j \end{bmatrix} \leq 0, \quad j \in \ell_{uK}^i, j \neq i \quad (23)$$

$$X_j - W_i \geq 0, \quad j \in \ell_{uK}^i, j = i \quad (24)$$

که در آن

$$\Gamma_i = [\sqrt{\lambda_{iK_1^i}} X_i, \dots, \sqrt{\lambda_{iK_{i-1}^i}} X_i, \sqrt{\lambda_{iK_{i+1}^i}} X_i, \dots, \sqrt{\lambda_{iK_q^i}} X_i] \quad (25)$$

$$\Xi_i = \text{diag} \{X_{K_1^i}, \dots, X_{K_{i-1}^i}, X_{K_{i+1}^i}, \dots, X_{K_q^i}\} \quad (26)$$

$$\zeta_i = \bar{A}_{11i} X_i - \bar{A}_{12i} Y_i + X_i \bar{A}_{11i}^T - Y_i^T \bar{A}_{12i}^T - \sum_{j \in \ell_K^i} \lambda_{ij} W_j$$

می باشند و $K_1^i, \dots, K_q^i$ در (۹) تعریف شده اند. علاوه بر این اگر مجموعه LMI های (۲۱) تا (۲۴) دارای یک جواب ممکن بر پایه X_i و Y_i باشند، در آن صورت C_i به صورت زیر محاسبه می شود:

$$C_i = Y_i X_i^{-1} \quad (27)$$

اثبات قضیه ۱- در ابتدا تابع لیاپانوف را به صورت زیر انتخاب می شود:

$$V(z_1(t), i) = z_1^T(t) P_i z_1(t) + \int_{-\tau(t)}^0 z_1^T(t+\theta) Q z_1(t+\theta) d\theta \quad (28)$$

که در آن Q یک ماتریس مثبت معین است.

سپس با استفاده از مفهوم عملگر مشتق متوسط^۱ [۳۶] برای سیستم های تصادفی پرش مارکوف، مشتق تابع لیاپانوف (۲۸) به صورت زیر بدست می آید:

$$\mathfrak{V}(z_1(t), i) = \frac{d}{dt} [z_1^T(t) P_i z_1(t)] + \frac{d}{dt} \left[\int_{-\tau(t)}^0 z_1^T(t+\theta) Q z_1(t+\theta) d\theta \right] \quad (29)$$

در نتیجه

$$\mathfrak{V}(z_1(t), i) = z_1^T(t) \left(P_i \tilde{A}_i + \tilde{A}_i^T P_i + \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} P_j \right) z_1(t) + z_1^T(t-\tau(t)) \tilde{A}_{di}^T P_i z_1(t) + z_1^T(t) P_i \tilde{A}_{di} z_1(t-\tau(t)) + z_1^T(t) Q z_1(t) - (1-\mu) z_1^T(t-\tau(t)) Q z_1(t-\tau(t)) \quad (30)$$

با توجه به این که $|\dot{\tau}(t)| \leq \mu$ است، بدست می آید:

¹ Weak infinitesimal operator

با توجه به این که $\lambda_{ij} \geq 0$ ($i, j \in \ell, j \neq i$) و $\lambda_{ii} < 0$

$(\lambda_{ij} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N \lambda_{ij})$ می باشند، واضح است که برای هر $\Psi_i < 0, i \in \ell_K^i$ می شود اگر مجموعه LMI های زیر برقرار باشند:

$$\zeta_i + \lambda_{ii} X_i + \sum_{j \in \ell_K^i, j \neq i} \lambda_{ij} (X_i X_j^{-1} X_i) + X_i Q X_i - (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) \quad (45)$$

$$(-2X_i + \tilde{Q}^{-1})^{-1} (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i)^T < 0, i \in \ell_K^i$$

$$\sum_{j \in \ell_{uk}^i} \lambda_{ij} (X_i X_j^{-1} X_i - W_i) < 0, i \in \ell_K^i \quad (46)$$

از طرف دیگر، واضح است که برای هر $\Psi_i < 0, i \in \ell_{uk}^i$ می شود اگر مجموعه LMI های زیر برقرار باشند:

$$\zeta_i + \sum_{j \in \ell_K^i, j \neq i} \lambda_{ij} (X_i X_j^{-1} X_i) + X_i Q X_i - (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) (-2X_i + \tilde{Q}^{-1})^{-1} \quad (47)$$

$$(\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i)^T < 0, i \in \ell_{uk}^i \quad (48)$$

$$\lambda_{ii} (X_j - W_i) + \sum_{j \in \ell_{uk}^i, j \neq i} \lambda_{ij} (X_i X_j^{-1} X_i - W_i) < 0, i \in \ell_{uk}^i$$

که ζ_i در قضیه ۱ تعریف شده است.

بنابراین اگر مجموعه ناتساوی های ماتریسی خطی (۴۵) تا (۴۸) برقرار باشند، پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی (۲۰) تضمین می شود. با تعریف $R = Q^{-1}$ و در نظر گرفتن (۲۵) و (۲۶) و اعمال مکمل شور، ناتساوی های (۲۱) و (۲۲) به ترتیب برای $i \in \ell_{uk}^i$ و $i \in \ell_K^i$ معادل ناتساوی های (۴۵) و (۴۷) هستند. به طور مشابه، ناتساوی های (۲۳) و (۲۴) به ترتیب از ناتساوی های (۴۶) و (۴۸) بدست می آیند. در نتیجه اگر مجموعه LMI های (۲۱) تا (۲۴) برقرار شوند، در آن صورت $C_i = Y_i X_i^{-1}$ می شود و پایداری تصادفی سیستم (۲۰) تضمین می شود و این اثبات را کامل می کند. ■

۲-۳- طراحی کنترل کننده مود لغزشی و بدست آوردن قانون کنترل

در این قسمت به طراحی قانون کنترل $u(t)$ برای تضمین رسیدن مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته به سطح لغزشی $s(t, i) = 0$ برای سیستم پرش مارکوف همراه با تأخیر زمانی با احتمال های انتقال نیمه معلوم می پردازیم. در حقیقت، بدون دسترسی به عناصر ماتریس نرخ احتمال انتقال Λ ، کنترل کننده مود لغزشی وابسته به مود برای پایداری تصادفی سیستم حلقه بسته طراحی گردیده است.

قضیه ۲- سیستم پرش مارکوف (۱۶) همراه با تأخیر متغیر با زمان $\tau(t)$ و احتمال های انتقال نیمه معلوم (۸) را در نظر بگیرید. فرض کنید سطح لغزش به صورت (۱۹) انتخاب شده باشد و C_i از قضیه ۱ بدست آمده باشد. اگر ماتریس های $\theta_i > 0$ و $V_i = V_i^T$ به نحوی وجود داشته باشند که مجموعه LMI های زیر برای هر $i \in \ell$ برقرار باشند:

در ادامه برای برخورد با جمله غیرخطی $-X_i \tilde{Q} X_i$ در (۳۸) از نکته ۱ استفاده کرده ایم.

نکته ۱: با توجه به این که رابطه زیر

$$(X_i - \tilde{Q}^{-1}) \tilde{Q} (X_i - \tilde{Q}^{-1}) = X_i \tilde{Q} X_i - 2X_i + \tilde{Q}^{-1} \geq 0$$

همیشه برقرار است، خواهیم داشت:

$$-X_i \tilde{Q} X_i \leq -2X_i + \tilde{Q}^{-1} \quad (39)$$

در نتیجه با در نظر گرفتن ناتساوی (۳۹) در نکته ۱ و به کار بردن آن در (۳۸) خواهیم داشت:

$$-2X_i + \tilde{Q}^{-1} - (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i)^T \quad (40)$$

$$\left(J_i + X_i \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} X_j^{-1} X_i + X_i Q X_i \right)^{-1} (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) < 0$$

با اعمال دوباره مکمل شور به (۴۰) ناتساوی ماتریسی زیر بدست می آید:

$$\begin{bmatrix} J_i + X_i \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} X_j^{-1} X_i + X_i Q X_i & \bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i \\ * & -2X_i + \tilde{Q}^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

در این مرحله برای بررسی احتمال های انتقال نیمه معلوم ناتساوی ماتریسی (۴۱) با استفاده از مکمل شور به صورت زیر نوشته می شود:

$$J_i + X_i \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} X_j^{-1} X_i + X_i Q X_i - (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) (-2X_i + \tilde{Q}^{-1})^{-1} \quad (42)$$

$$(\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i)^T < 0$$

با توجه به این نکته که $\sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} = 0$ است، رابطه زیر همیشه برقرار است:

$$\sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} W_i = 0 \quad (43)$$

که در آن $W_i = W_i^T$ ماتریس های وزنی آزاد^۱ هستند. در حقیقت ماتریس های W_i ، ماتریس های انتخابی هستند. برای حل مسئله عدم دسترسی کامل به عناصر ماتریس نرخ احتمال انتقال، عناصر معلوم و نامعلوم ماتریس احتمال انتقال را به وسیله (۸) به صورت زیر تفکیک می کنیم:

$$\Psi_i = J_i + \sum_{j \in \ell_K^i} \lambda_{ij} (X_i X_j^{-1} X_i - W_i) + \sum_{j \in \ell_{uk}^i} \lambda_{ij} (X_i X_j^{-1} X_i - W_i) + X_i Q X_i - (\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i) (-2X_i + \tilde{Q}^{-1})^{-1} \quad (44)$$

$$(\bar{A}_{d11i} X_i - \bar{A}_{d12i} Y_i)^T < 0$$

¹ Free weighting matrices

با جایگذاری قانون کنترل $u(t)$ در (۵۱) بدست می آید:

(۵۷)

$$\mathfrak{V}(z, t, i) = s^T(t) \theta_i C_{2i} B_{2i} (-(\varepsilon_i + f_i) \text{sign}(B_{2i}^T C_{2i}^T \theta_i s(t)) + F_i w(t)) + \frac{1}{2} \sum_{j \in \ell_{uk}^i} \lambda_{ij} (s^T(t) (\theta_j - V_i) s(t))$$

توجه داشته باشید که ناتساوی های (۴۹) و (۵۰) به ترتیب برای $i \in \ell_K^i$ و $i \in \ell_{uk}^i$ معادل ناتساوی زیر هستند:

$$\frac{1}{2} \sum_{j \in \ell_{uk}^i} \lambda_{ij} (s^T(t) (\theta_j - V_i) s(t)) < 0 \quad (58)$$

بنابراین با توجه به ناتساوی های (۴۹)، (۵۰) و همچنین رابطه (۷) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \mathfrak{V}(z, t, i) &\leq -(\varepsilon_i + f_i) \|B_{2i}^T C_{2i}^T \theta_i s(t)\| \\ &\quad + f_i \|B_{2i}^T C_{2i}^T \theta_i s(t)\| \\ &\leq -\varepsilon_i \|B_{2i}^T C_{2i}^T \theta_i s(t)\| < 0 \end{aligned} \quad (59)$$

توجه داشته باشید که

$$\begin{aligned} \|\theta_i s(t)\|^2 &= \left(\theta_i^T s^T(t) \right)^T \theta_i \left(\theta_i^T s^T(t) \right) \\ &\geq \lambda_{\min}(\theta_i) \left\| \theta_i^T s^T(t) \right\|^2 \end{aligned} \quad (60)$$

و

$$V(z, t, i) = \frac{1}{2} s^T(t) \theta_i s(t) = \frac{1}{2} \left\| \theta_i^{\frac{1}{2}} s^T(t) \right\|^2 \quad (61)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\mathfrak{V}(z, t, i) \leq -\phi_i^{\frac{1}{2}} V^{\frac{1}{2}}(z, t, i) \quad (62)$$

$$\phi_i = \sqrt{2} \varepsilon_i \min_{i \in \ell} (\lambda_{\min}(\theta_i))^{\frac{1}{2}} \min_{i \in \ell} \left\{ \left(\lambda_{\min}(C_{2i} B_{2i} B_{2i}^T C_{2i}^T) \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

که در آن $\phi_i > 0$ است. با استفاده از رابطه دینکین^۱ [۳۶] در ناتساوی (۶۲)، داریم:

$$2E[V(z(t), r(t))]^{\frac{1}{2}} \leq -\phi_i^{\frac{1}{2}} t + 2V^{\frac{1}{2}}(z(0), r(0)) \quad (63)$$

در نتیجه می توان گفت یک زمان رسیدن t^* به صورت زیر

$$t^* = \frac{2V^{\frac{1}{2}}(z_0, r_0)}{\phi_i} \quad (64)$$

وجود دارد به طوری که $V(z, t, i) = 0$ و به دنبال آن $s(t, i) = 0$ برای $t \geq t^*$ برقرار است. بنابراین با اعمال قانون کنترل مطلوب، مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته در زمان محدود به سطح لغزشی تعیین شده (۱۹) می رسند و این اثبات را کامل می کند. ■

$$\theta_j - V_i \leq 0, \quad j \in \ell_{uk}^i, j \neq i \quad (49)$$

$$\theta_j - V_i \geq 0, \quad j \in \ell_{uk}^i, j = i \quad (50)$$

در آن صورت مسیرهای حالت سیستم (۱۶) با استفاده از قانون کنترل زیر می توانند در زمان محدود به سطح لغزشی $s(t, i) = 0$ وارد شوند:

$$\begin{aligned} u(t) &= -(C_{2i} B_{2i})^{-1} \left([C_{1i} \quad C_{2i}] (\bar{A}_i z(t) + \bar{A}_{di} z(t - \tau(t))) \right. \\ &\quad \left. - (\varepsilon_i + f_i) \text{sign}(B_{2i}^T C_{2i}^T \theta_i s(t)) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\theta_i C_{2i} B_{2i})^{-1} \sum_{j \in \ell_K^i} \lambda_{ij} (\theta_j - V_i) s(t) \right) \end{aligned} \quad (51)$$

که در آن $\varepsilon_i > 0$ یک مقدار ثابت کوچک معلوم است.

اثبات قضیه ۲- در ابتدا تابع لیاپانوف را به صورت زیر انتخاب می کنیم:

$$V(z, t, i) = \frac{1}{2} s^T(t) \theta_i s(t) \quad (52)$$

برطبق معادله های (۱۶) و (۱۹)، $\dot{s}(t)$ به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= [C_{1i} \quad C_{2i}] \dot{z}(t) \\ &= [C_{1i} \quad C_{2i}] (\bar{A}_i z(t) + \bar{A}_{di} z(t - \tau(t)) \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_{2i} \end{bmatrix} [u(t) + F_i w(t)]) \end{aligned} \quad (53)$$

با استفاده از عملگر مشتق متوسط و در نظر گرفتن (۵۳)، مشتق تابع لیاپانوف (۵۲) به صورت زیر می باشد:

(۵۴)

$$\begin{aligned} \mathfrak{V}(z, t, i) &= s^T(t) \theta_i ([C_{1i} \quad C_{2i}] (\bar{A}_i z(t) + \bar{A}_{di} z(t - \tau(t))) \\ &\quad + s^T(t) \theta_i C_{2i} B_{2i} [u(t) + F_i w(t)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} s^T(t) \theta_j s(t) \end{aligned}$$

با توجه به این که $\sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} = 0$ ، معادله زیر برای ماتریس های اختیاری $V_i = V_i^T$ برقرار است:

$$-\frac{1}{2} \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} s^T(t) \theta_j s(t) = 0, \quad i \in \ell \quad (55)$$

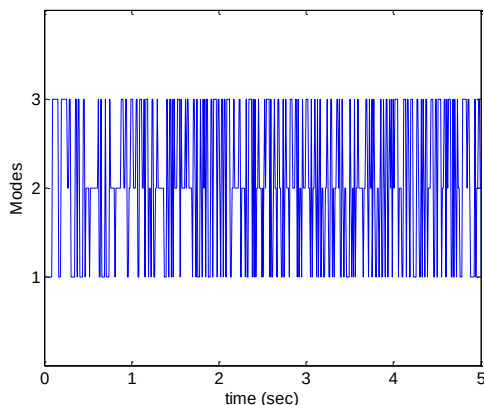
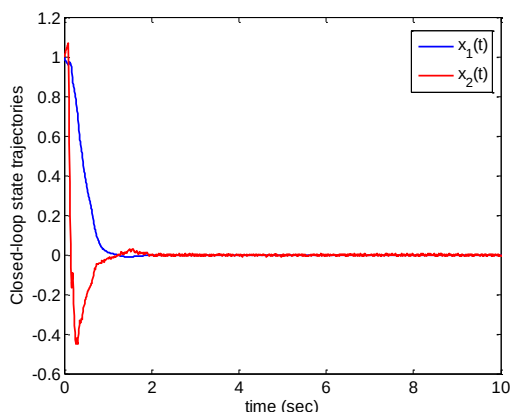
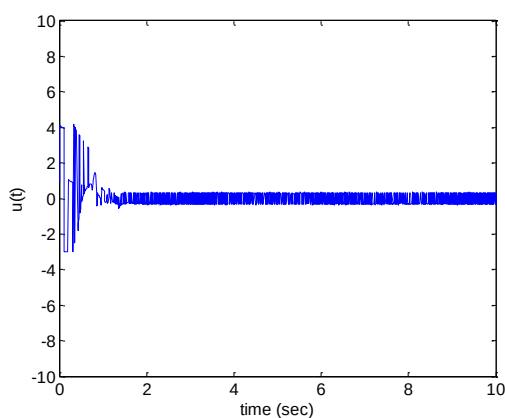
$V_i = V_i^T$ ماتریس های وزنی آزاد می باشند. با اضافه کردن سمت چپ معادله (۵۵) به (۵۴) و تفکیک عناصر معلوم و نامعلوم ماتریس نرخ احتمال انتقال به وسیله (۸) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \mathfrak{V}(z, t, i) &= s^T(t) \theta_i [C_{1i} \quad C_{2i}] (\bar{A}_i z(t) + \bar{A}_{di} z(t - \tau(t))) \\ &\quad + s^T(t) \theta_i C_{2i} B_{2i} [u(t) + F_i w(t)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} s^T(t) \theta_j s(t) - \frac{1}{2} \sum_{j \in \ell} \lambda_{ij} s^T(t) \theta_j s(t) \\ &= s^T(t) \theta_i [C_{1i} \quad C_{2i}] (\bar{A}_i z(t) + \bar{A}_{di} z(t - \tau(t))) \\ &\quad + s^T(t) \theta_i C_{2i} B_{2i} [u(t) + F_i w(t)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j \in \ell_K^i} \lambda_{ij} (s^T(t) (\theta_j - V_i) s(t)) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j \in \ell_{uk}^i} \lambda_{ij} (s^T(t) (\theta_j - V_i) s(t)) \end{aligned} \quad (56)$$

¹ Dynkin's formula

۴- مثال عددی و شبیه سازی

دیگر می باشد. لازم به ذکر است که می توان با قرار دادن $\frac{s}{|s|+0.01}$ به جای $sign(s)$ در رابطه قانون کنترل $u(t)$ ، سیگنال کنترلی با وزوز^۱ کمتر را بدست آورد که در شکل ۴ نشان داده شده است.

شکل ۱: تغییرات زمانی مود سیستم $r(t)$ شکل ۲: مسیرهای حالت $x_1(t)$ و $x_2(t)$ سیستم حلقه بستهشکل ۳: قانون کنترل $u(t)$

در این قسمت به بیان یک مثال عددی برای نشان دادن اعتبار و درستی روش ارائه شده در این مقاله می پردازیم. سیستم پرش مارکوف تأخیردار (۶) با احتمال های انتقال نیمه معلوم (۸) با سه مود عملیاتی $N=3$ و ماتریس ها و پارامترهای زیر را در نظر می گیریم:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad A_{d1} = \begin{bmatrix} -2 & 0.1 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.15 & -0.49 \\ 1.5 & -2.1 \end{bmatrix}, \quad A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.15 \\ 1.5 & -1.8 \end{bmatrix}, \quad A_{d3} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.2 \\ 0.1 & -0.3 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = F_2 = F_3 = 1,$$

$$w(t) = 0.1 \sin(t), \quad \mu = 0.92$$

ماتریس نرخ احتمال انتقال به صورت زیر داده شده است:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} ? & ? & 1.1 \\ 0.2 & ? & ? \\ 0.9 & 0.2 & -1.1 \end{bmatrix}$$

در ابتدا با حل مجموعه ناتساوی های ماتریسی خطی (۲۱)-(۲۴) در قضیه

۱ توسط جعبه ابزار LMI در نرم افزار MATLAB، داریم:

$$X_1 = 0.1840, \quad X_2 = 0.2116, \quad X_3 = 0.3003,$$

$$Y_1 = 1.1626, \quad Y_2 = 1.2732, \quad Y_3 = 2.4042,$$

$$W_1 = 0.1754, \quad W_2 = 0.1828, \quad R = 0.0139.$$

در نتیجه پارامتر سطح لغزشی خطی C_i با استفاده از (۲۷) به صورت زیر بدست می آید:

$$C_1 = 6.3181, \quad C_2 = 6.0184, \quad C_3 = 8.0050$$

که در نتیجه منجر به پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی (۲۰) می شود. در مرحله بعد برای طراحی کنترل کننده مود لغزشی به شکل (۵۱) حل ناتساوی های ماتریسی خطی (۴۹) و (۵۰) در قضیه ۲ صورت می گیرد و نتایج زیر را به همراه دارد:

$$\theta_1 = 2.7392, \quad \theta_2 = 1.4755, \quad \theta_3 = 0.4918,$$

$$V_1 = 2.1074, \quad V_2 = 0.9837, \quad V_3 = 1$$

با انتخاب $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0.2$ و $f_1 = f_2 = f_3 = 0.1$ و در نظر

گرفتن $\tau(t) = 0.45 + 0.25 \sin(5t)$ و $\dot{\tau}(t) < 0.92$ ، نتایج

شبیه سازی به صورت زیر بدست می آید. شکل ۱ فرآیند مارکوف

$\{r_t, t \geq 0\}$ را نشان می دهد. شکل ۲ مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته

$x_1(t)$ و $x_2(t)$ را برای مقادیر اولیه $x(0) = [1 \ 1]^T$ نشان

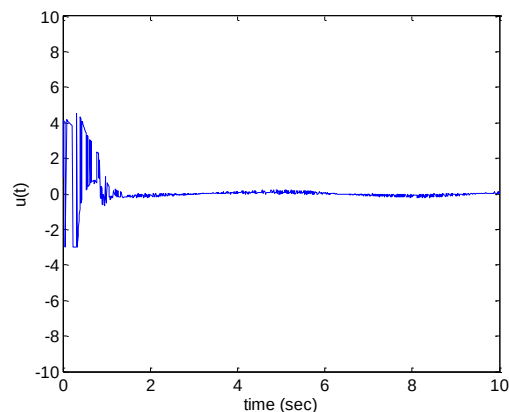
می دهد. همچنین قانون کنترل $u(t)$ اعمال شده به سیستم حلقه بسته در

شکل ۳ آورده شده است. ناپیوستگی های موجود در ابتدای شکل سیگنال

کنترلی به دلیل پرش سیستم پرش مارکوف از یک مود عملیاتی به مود

^۱ Chattering

- [3] K. S. Narendra and S. S. Tripathi, "Identification and optimization of aircraft dynamics," J. Aircraft, vol. 10, no. 4, pp. 193-199, 1973.
- [4] Z. Mao, B. Jiang, and P. Shi, " H_∞ fault detection filter design for networked control systems modelled by discrete Markovian jump systems," IET Control Theory & Applications, 1(5), 1336-1343, 2007.
- [5] A. H. Abolmasoumi and H. R. Momeni, "TCP Congestion Control for the Networks with Markovian Jump Parameters," Advances in Electrical and Computer Engineering, 2011.
- [6] X. Feng, K.A. Loparo, Y. Ji and H. J. Chizeck, "Stochastic Stability properties of jump linear systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37, no. 1, pp. 38-53, 1992.
- [7] Y. Ji and H. J. Chizeck, "Controllability, stabilizability, and continuous-time Markovian jump linear quadratic control," IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 35, no. 7, pp 777-788, 1990.
- [8] C. E. de Souza and M. D. Fragoso, " H_∞ control for linear systems with Markovian jumping parameters," Control Theory and advanced Technology, vol. 9, no. 2, pp. 457-466, 1993.
- [9] M. Mohammadian, A. H. Abolmasoumi, and H. R. Momeni, " H_∞ mode-independent filter design for Markovian jump genetic regulatory networks with time-varying delays," Neurocomputing, p 10-18, 2012.
- [10] A. H. Abolmasoumi and H. R. Momeni, "Robust Observer-based H_∞ Control of a Markovian Jump System with Different Delay and System Modes," International Journal of Control, Automation, and Systems 9(4):768-776, 2011.
- [11] P. Shi, E. K. Boukas and R. K. Agarwal, "Kalman filtering for continuous time uncertain systems with Markovian jumping parameters," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 44, no. 8, pp. 1592-1597, 1999.
- [12] E. K. Boukas, Stochastic Switching Systems: Analysis and Design . Birkhauser, New York, NY, 2006.
- [13] L.X. Zhang, and E.K. Boukas, "Stability and stabilization of Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities," Automatica, 45(2), 436-468, 2009.
- [14] L. Zhang and J. Lam, "Necessary and sufficient conditions for analysis and synthesis of Markov jump linear systems with incomplete transition



شکل ۴: قانون کنترل $u(t)$ با وزوز کمتر

با توجه به نتایج شبیه سازی، مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته در زمان محدود به سطح لغزشی مطلوب می رسند و صحت روش پیشنهاد شده را تأیید می کنند.

۸- نتیجه گیری

در این مقاله مسئله طراحی کنترل کننده مود لغزشی برای سیستم های پرش مارکوف با تأخیر زمانی با ماتریس نرخ احتمال انتقال نیمه معلوم در حضور اغتشاش مورد مطالعه قرار گرفت. در حقیقت برای حل مسئله نیمه معلوم بودن عناصر ماتریس نرخ احتمال انتقال، فضای احتمال محدود را به دو فضا با عناصر معلوم و نامعلوم افراز کردیم. همچنین سطح لغزش مورد نظر را خطی در نظر گرفته ایم. در این طراحی، در ابتدا با استفاده از ماتریس های وزنی آزاد و تفکیک عناصر معلوم و نامعلوم ماتریس نرخ احتمال انتقال، شرایط مستقل از تأخیر برای تضمین پایداری تصادفی دینامیک مود لغزشی بر پایه ناتساوی های ماتریسی خطی ارائه شد و بر اساس آن ضریب سطح لغزش مورد نظر بدست آمد. سپس با انتخاب تابع لیپانوف وابسته به مود و استفاده از ماتریس وزنی آزاد، طراحی قانون کنترل مود لغزشی $u(t)$ برای تضمین رسیدن مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته به سطح لغزشی مطلوب صورت گرفته و در نتیجه پایداری تصادفی سیستم حلقه بسته حاصل شد. در آخر با ارائه یک مثال عددی، کارایی و درستی روش پیشنهاد شده نشان داده شد.

مراجع

- [1] N. Krasovskii and E. A. Lidskii, "Analytical design of controllers in systems with random attributes. I. Statement of the problem, method of solving," Autom. Remote Control, vol. 22, pt. Part 1-3, pp. 1021-1294, 1961.
- [2] G. L. Olsder and R. Suri, "Time optimal control of parts-routing in a manufacturing system with failure prone machines," in Proceedings of 19th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 722-727, 1980.

- [26] G. Wang, Q. Zhang, and V. Sreeram, "Robust delay-range-dependent stabilization of Markovian jump systems with mode-dependent time-delays and nonlinearities," *Optimal Control Applications and Methods*, 31 (3), 249–264, 2010.
- [27] Y. Xia, and Y. Jia, "Robust sliding-mode control for uncertain time-delay systems: An LMI approach," *IEEE Transaction on Automatic Control*, 48, 1086–1092, 2003.
- [28] P. Shi, Y. Xia, G. P. Liu, and D. Rees, "On designing of sliding-mode control for stochastic jump systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 1, pp. 97–103, Jan. 2006.
- [29] Y. Niu, D. W. C. Ho, and X. Wang, "Sliding mode control for Itô stochastic systems with Markovian switching," *Automatica*, vol. 43, pp. 1784–1790, 2007.
- [30] L. Wu, P. Shi, and H. Gao, "State estimation and sliding-mode control of Markovian jump singular systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 5, 2010.
- [31] Y. Zhang, S. Xu, and Y. Chu, "Sliding mode observer-controller design for uncertain Markovian jump systems with time delays," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2012.
- [32] N. Zohrabi, H. R. Momeni, and A. H. Abolmasoumi, "Sliding Mode Control of Markovian Jump Systems with Partly Unknown Transition Probabilities," *IFAC Joint conference*, Grenoble, France, February 2013.
- [33] X. Mao, and C. Yuan. *Stochastic differential equations with Markovian switching*. Imperial College Press, 2006.
- [34] K. S. Kim, Y. Park, and S. H. Oh, "Designing of robust sliding surfaces for parametric uncertain systems: A Riccati approach," *Automatica*, vol. 36, pp. 1041–1048, 2000.
- [35] J. Hung, W. Gao, and J. C. Hung, "variable structure control: A survey," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 40(1), 2–22, 1993.
- [36] H. J. Kushner, *Stochastic Stability and Control*. New York: Academic, 1967.
- descriptions," *IEEE Transactions on Automatic Control*, VOL. 55, NO. 7, 2010.
- [15] Y. Zhang, Y. He, M. Wu and J. Zhang, "Stabilization for Markovian jump systems with partial information on transition probability based on free-connection weighting matrices," *Automatica* 47, 79–84, 2011.
- [16] Y. Wang, Z. Zuo, and Y. Cui, "Stochastic stabilization of Markovian jump systems with partial unknown transition probabilities and actuator saturation," *Circuits System Signal Process*, 31:371–383, 2012.
- [17] J. Feng, J. Lam, and Z. Shu, "Stabilization of Markovian systems via probability rate synthesis and output feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 3, 2010.
- [18] L.X. Zhang, and E. K. Boukas, " H_∞ control for discrete-time Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 19(8), 868–883, 2009.
- [19] L.X. Zhang, and E. K. Boukas, "Mode-dependent H_∞ filtering for discrete-time Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities," *Automatica*, 45(6), 1462–1467, 2009.
- [20] X. Luan, F. Liu and P. Shi, "Finite-time filtering for non-linear stochastic systems with partially known transition jump rates," *IET Control Theory and Applications*, 2010.
- [21] K. Benjelloun, E. K. Boukas and H. Yang, "Robust stabilizability of uncertain linear time-delay systems with Markovian jumping parameters," *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, vol. 118, pp. 776–783, 1996.
- [22] E. K. Boukas, Z. K. Liu and P. Shi, "Delay-dependent stability and output feedback stabilization of Markovian jump systems with time delay," *International Journal of Control*, vol. 74, no. 4, pp. 329–331, 2001.
- [23] Y. Cao and J. Lam, "Robust H_∞ control of uncertain Markovian jump systems with time delay," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, pp. 77–82, 2000.
- [24] E.K. Boukas and Z.K. Liu *Deterministic and Stochastic Time Delay Systems*. Birkhauser, Boston, 2002.
- [25] M. Wu, Y. He, J. She, and G. Liu. *Delay-dependent Criteria for Robust Stability of Time-Varying Delay systems*. *Automatica*, 40:1435–1439, 2004.

مدل سازی دینامیکی ترکیبی یک ربات دوپا راه رونده چرخه حدی ناقص عملگر و کنترل آن در برابر اغتشاش خارجی ضربه‌ای

بهنام میری پور فرد^۱، احمد باقری^۲، نادر نریمان زاده^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، miripour@guilan.ac.ir

^۲ دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، bagheri@guilan.ac.ir

^۳ استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، nnzadeh@guilan.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۸/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۹/۲۷)

چکیده: رباتهای دوپا راه رونده چرخه حدی از نظر مصرف انرژی بسیار کارآمد هستند و حرکات آنها طبیعی و مشابه انسان است، اما قابلیت آنها در دفع اغتشاش خارجی در مقایسه با رباتهایی که بر اساس نقطه ممان صفر راه می روند، به خوبی بررسی نشده است. در این مقاله یک مدل هفت درجه آزادی صفحه‌ای ترکیبی (گسسته-پیوسته) و ناقص عملگر (چهار عملگر) برای ربات راه رونده چرخه حدی در نظر گرفته شده است. فرض می‌شود که ربات به هنگام راه رفتن تحت یک اغتشاش ضربه‌ای خارجی قرار می‌گیرد. ابتدا نگاشتهایی جهت ارتباط دادن حالت‌های قبل و پس از برخورد پاها با زمین و همچنین اغتشاش ضربه‌ای به دست آمده است و سپس به کنترل ربات پرداخته شده است. کنترل بر اساس تعیین قیود مجازی هولونومیک برای کنترل کننده پسخورد بر پایه پیشامد انجام می‌پذیرد تا چرخه حدی پایدار برای ربات پس از اعمال اغتشاش تولید کند. شبیه‌سازی‌های متعددی با در نظر گرفتن اغتشاش در هنگام راه رفتن انجام شده است. نتایج، عملکرد روش در بازیابی تعادل در برابر اغتشاشاتی که در صفحه ساجیتال به سمت جلو و عقب به هنگام فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی وارد می‌شوند را نشان می‌دهد. علاوه بر آن، نتایج نشان داد که حرکات شبیه‌سازی شده مشابه عکس‌العمل‌های مشاهده شده در انسان برای بازیابی تعادل در برابر اغتشاشات است.

کلمات کلیدی: ربات راه رونده چرخه حدی، اغتشاش خارجی، مدل ترکیبی و گسسته پیشامد، کنترل پسخورد.

Hybrid Dynamical Modeling and Control of an Under-Actuated Limit Cycle Walker Subjected to Impulsive External Disturbances

Behnam Miripour Fard, Ahmad Bagheri, Nader Nariman-zadeh

Abstract: The motions which are achievable by Limit Cycle Walkers are energetically efficient and natural looking. But their capability in external disturbance rejection is still an unexplored field of study in comparison with ZMP based walkers. In this paper a planar, under-actuated and hybrid Limit Cycle Walker with seven degrees of freedom (DOF) is considered. During walking, it is assumed that the robot is subjected to an impulsive external disturbance. First, some maps have been obtained to relate the states of the system just before and just after the impact events. Then, the control is done based on the determination of holonomic constraints for the event-based feedback controller. Several simulations have been done considering disturbances exerted during walking. The results showed the performance of the method in recovery of disturbances occurring in the sagittal plane in both anterior and posterior directions. Moreover, the results showed that the simulated motions can be characterized in terms of strategies observed in human for balance recovery against perturbations during walking.

Keywords: Limit Cycle Walker, External Disturbance, Hybrid Event Based Model, Feedback Control.

۱- مقدمه

رباتهای دوپا ساخته می‌شوند تا در محیط‌هایی که برای انسان طراحی شده‌اند، کار کنند. به هنگام راه رفتن اغتشاشات متنوعی (مانند لغزیدن، سکندری خوردن، هل داده شدن و ...) ممکن است رخ دهد. رباتهای دوپا باید واکنشهای مناسبی در برابر این اغتشاشات انجام دهند تا از افتادن جلوگیری کنند. توانایی بازیابی تعادل در برابر اغتشاش ضربه‌ای خارجی یکی از زمینه‌های مورد علاقه در بحث پایداری رباتهای دوپا است زیرا به کمک آن می‌توان محدوده‌های عملکردی ربات را بیشتر بررسی کرد [۱].

مطالعات پیشین در مورد مدل‌سازی و کنترل تعادل در برابر اغتشاش ضربه‌ای می‌تواند با در نظر گرفتن دو رده کلی از رباتهای دوپا مرور کرد:

- رباتهای راه رونده بر اساس معیار نقطه ممان صفر (ZMP)
- رباتهای راه رونده غیرفعال و رباتهای راه رونده چرخه حدی (LCW)^۱

ذکر این نکته ضروری است که منظور از رباتهای راه رونده بر اساس ZMP، تمام رباتهایی هستند که از معیارهایی استفاده می‌کنند که بر اساس نقطه‌ای در زمین تعریف می‌شوند. معیارهای دیگری نظیر CMP^2 و FRI^3 و غیره هم وجود دارند که بر اساس نقاطی در زمین تعریف می‌شوند. علت این نام گذاری مقبولیت عمومی معیار ZMP و موفقیت بیشتر آن نسبت به بقیه معیارها است. رده اول از رباتهای دوپا موضوع بحث این مقاله نیست و مطالعات پیشین در مورد رباتهای چرخه حدی و ناقص عملگر در ادامه مرور می‌شوند.

رباتهای راه رونده چرخه حدی نسبت به رباتهای راه رونده بر اساس معیار نقطه ممان صفر قدمت کمتری دارند. در مرجع [۲] راه رفتن چرخه حدی به این صورت تعریف شده است: "راه رفتن چرخه حدی به طور نامی عبارت است از توالی گام‌های متناوب، به گونه‌ای که این گامها در هر لحظه از زمان به طور کلی و نه محلی پایداراند". در این رباتها، با الهام از راه رونده‌های کاملاً غیرفعال مک گیر^۴ [۳]، از فعال بودن همه عملگرها چشم‌پوشی می‌شود و سعی می‌شود از دینامیک طبیعی و گرانش در تولید حرکت استفاده زیادی می‌شود. رباتهای راه رونده چرخه حدی ممکن است کاملاً ناقص عملگر و یا دارای تعداد محدودی عملگر باشند. حتی در حالتی که عملگرهای کمی استفاده می‌شود، حرکاتی که این رباتها از خود نشان می‌دهند واقع نما بوده و از نظر مصرف انرژی کارآمد هستند [۴]. استفاده از کنترل با بهره بالا در روشهای مبتنی بر روش ZMP به صورت فعال دینامیک طبیعی سیستم را از بین می‌برد و انرژی بیشتری مصرف می‌کند. در مقابل، رباتهای چرخه حدی از دینامیک طبیعی سیستم برای اطمینان از همگرایی به حرکات دلخواه بهره می‌برند. پس از

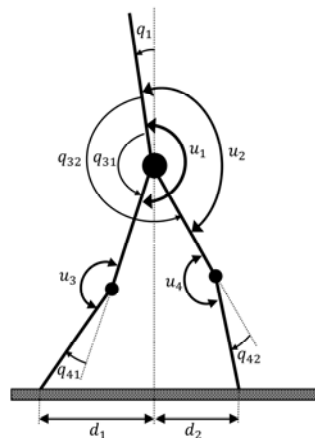
کار پیشگامانه مک گیر، راه رونده‌های چرخه حدی گوناگونی در سراسر دنیا ساخته شده است [۴-۷]. اما اگر چه رباتهای چرخه حدی از نظر مصرف انرژی عالی هستند اما توانایی‌های اندکی در دفع اغتشاش دارند [۸]. یکی از کارهای اولیه در زمینه بازیابی تعادل رباتهای چرخه حدی در [۳] گزارش شده است که در آن پژوهشگران توانایی ربات مورد مطالعه-شان را در دفع اغتشاش ارزیابی کردند. این کار با اندازه گیری محدوده ضربه معینی که می‌تواند در کمر وارد شود و ربات بدون اینکه بیفتد به حرکت ادامه دهد، انجام شد. در [۹] پژوهشگران به بررسی پایداری ربات راه رونده چرخه حدی سه لینیکی با استفاده از روش کنترل پیش‌بین پرداختند. آنها ربات را در معرض اغتشاشات ضربه‌ای وارد شونده بر بالانه در فازهای مختلف راه رفتن قرار داده و مسیرهای مرجع جهت بازیابی تعادل را به کمک روش کنترل پیش بین محاسبه کردند. حجم محاسبات بالای روش کنترل پیش بین مانع از توسعه این روش برای مدل‌های پیچیده‌تر می‌گردد.

اگر چه رباتهای چرخه حدی پتانسیل چشمگیری دارند اما توانایی آنها در دفع اغتشاشات هنوز به خوبی بررسی نشده است. به عنوان مثال توانایی آنها در کارهای پایه‌ای مانند چرخیدن (دور زدن)، سرعت گرفتن، سرعت کم کردن و بازیابی تعادل پس از اغتشاش به اندازه‌ای که برای رباتهای بر پایه ZMP توسعه داده شده است، توسعه پیدا نکرده است.

ربات دوپا یک سیستم غیر خطی ترکیبی است و حالت این سیستم در اثر برخورد پاها به زمین دچار پرش می‌شود. در منابعی که برای سیستمهای ترکیبی وجود دارد به اینگونه پرشها "پرشهای خودمختار"^۵ می‌گویند. این پرشها با پرشهای کنترل شده که می‌توان آنها را به وسیله متغیرهای کنترل گسسته اعمال کرد، متفاوت است [۱۰]. کنترل کردن پرشهای خودمختار کار بسیار سختی است زیرا روشهای استاندارد کنترل نمی‌توانند رفتار غیر منظم سیستم را دنبال کنند [۱۱]. در مدل ربات مورد بررسی در این پژوهش هم با پرشهای خودمختار ناشی از برخورد پاها با زمین و همچنین ناشی از اغتشاشات روبرو هستیم.

در این مقاله یک مدل راه رونده چرخه حدی صفحه‌ای با هفت درجه آزادی و چهار عملگر در نظر گرفته شده است. به هنگام راه رفتن یک اغتشاش ضربه‌ای بر بالانه مدل وارد می‌شود. ابتدا نگاهی جهت ارتباط حالت ربات در لحظات قبل و بعد از برخورد به دست آمده و سپس روش کنترلی بر اساس تعیین قیود هولونومیک برای کنترل کننده پس‌خورد بر پایه پیشامد برای بازیابی پایداری ربات استفاده شده است. نوآوری مقاله در این است که با نوشتن زیر برنامه‌های مناسب روش به گونه‌ای توسعه داده شده است که شامل ناپوستگی‌های متعدد ناشی از پرش حالت‌های سیستم شود که در اثر ضربه خارجی و برخورد پاها به زمین به وجود می‌آیند. همچنین نتایج به دست آمده به صورت کیفی با عکس‌العمل‌های انسان در برابر اغتشاش مقایسه شده است.

^۱ Limit Cycle Walkers^۲ Centroidal Moment Pivot^۳ Foot Rotation Indicator^۴ McGeer^۵ Autonomous Jumps



شکل ۲: مختصات تعمیم یافته و گشتاورهای مفاصل

۲-۱- مدل دینامیکی در فاز تک تکیه گاهی

پای تکیه گاه در فاز تک تکیه گاهی به زمین متصل است و به عنوان یک محور عمل می کند بنابراین در این فاز تنها پنج درجه آزادی دورانی وجود دارد. با استفاده از روش لاگرانژ [۱۲] مدل ریاضی ربات که حرکت در فاز تک تکیه گاهی در صفحه ساجیتال را نشان می دهد به صورت زیر خواهد بود:

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + F_{ext} \quad (1)$$

که در آن q بردار مختصات تعمیم یافته نشان داده شده در شکل (۲) و تعریف شده به صورت $q = [q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}, q_1]$ است. بردار $[q, \dot{q}]$ حالت ربات را نشان می دهد، $M(q)$ ماتریس جرم و اینرسی است، $N(q, \dot{q})$ نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس را در بر دارد و بردار $G(q)$ شامل نیروهای گرانی است. u بردار گشتاورهای وارد است و ماتریس S توزیع گشتاور را نشان می دهد. F_{ext} نمایشگر نیروهای (گشتاورهای) ایجاد شده در اثر برهم کنش با محیط و یا اغتشاش است که در فاز تک تکیه گاهی و در عدم حضور اغتشاش به صورت زیر است:

$$F_{ext} = J_1^T(q)\lambda \quad (2)$$

$J_1^T(q)$ و λ به ترتیب ماتریس جاکوبین قیود هولونومیک تماس با زمین و ضرایب لاگرانژ نیروهای تماس هستند. اگر مختصات پای تکیه گاه را با (x_1, z_1) نمایش دهیم، قیود تماس را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{aligned} x_1 &= \dot{x}_1 = \ddot{x}_1 \\ z_1 &= \dot{z}_1 = \ddot{z}_1 \end{aligned} \quad (3)$$

(x_1, z_1) به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} x_1 = x_H + l_2 \sin(q_1 + q_{31}) + l_1 \sin(q_1 + q_{31} - q_{41}) \\ z_1 = z_H - l_2 \cos(q_1 + q_{31}) - l_1 \cos(q_1 + q_{31} - q_{41}) \end{cases} \quad (4)$$

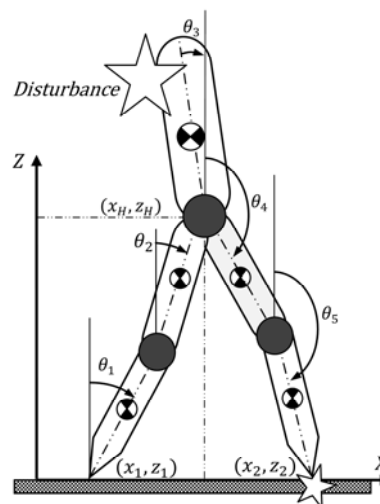
با استفاده از معادلات (۳) و (۴) می توان نوشت:

$$J_1(q)\ddot{q} + \Pi_2(q, \dot{q}) = 0 \quad (5)$$

که در آن:

۲- مدل سازی دینامیکی

مدل پنج لینکی مطالعه شده در این مقاله هفت درجه آزادی دارد (شکل ۱). مدل دو ساق پای تلسکوپی دارد که توسط دو مفصل چرخشی بدون اصطکاک زانو به دو ران وصل شده اند. دو عضو ران هم در مفصل کمر با دو مفصل چرخشی بدون اصطکاک به هم متصل شده اند و بالاتنه را حمل می کنند. گشتاورهای وارد شونده در شکل (۱) نشان داده شده است. تماس پا با زمین در یک نقطه است و هیچ گشتاوری بین نقطه تماس و زمین عمل نمی کند.



شکل ۱: مدل پنج لینکی مطالعه شده در این مقاله

چرخه راه رفتن شامل فاز تک تکیه گاهی (یک پا بر روی زمین) و دو تکیه گاهی است. در اینجا فرض می شود انتقال از فاز تک تکیه گاهی به دو تکیه گاهی در زمان بینهایت کوچک انجام می شود. با فرض های بالا لازم است که برخورد پاها با زمین و همچنین اغتشاش خارجی ضربه ای مدل شود. بنابراین مدل دینامیکی ربات شامل دو بخش می شود:

- مدل دینامیکی در فاز تک تکیه گاهی
- مدل دینامیکی در برخوردها (برخورد پا با زمین و اغتشاش ضربه در بالاتنه).

در ادامه به استخراج معادلات برای هر دو بخش پرداخته می شود.

تغییر نمی کند، داریم: $q^+ = q^-$. در معادله (۹)، $J_2(q)$ ، ماتریس جاکوبین مختصات پای آویزان است و به صورت زیر به دست می آید:

$$J_2(q) = \begin{bmatrix} x_H + l_4 \sin(q_1 + q_{32}) + l_5 \sin(q_1 + q_{32} - q_{42}) \\ z_H - l_4 \cos(q_1 + q_{32}) - l_5 \cos(q_1 + q_{32} - q_{42}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

رابطه (۹) شامل هفت معادله و نه مجهول λ و $\dot{q}^+$ است. دو معادله دیگر را می توان با استفاده از شرایط هندسی در محل برخورد ها به دست آورد. بر اساس فرضیات برخورد، چون پای تکیه گاه به محض برخورد از زمین جدا می شود، نیروی خارجی وارد بر آن برابر صفر است. بنابراین تنها لازم است که نیروهای خارجی را در انتهای پای آویزان (x_2, z_2) در نظر بگیریم. دو معادله مورد نیاز را می توان بر اساس فرض عدم لغزش و بازگشت پای برخورد کننده، به صورت زیر نوشت:

$$z_2 = \dot{z}_2^+ = 0; \quad x_2 = \dot{x}_2^+ = 0 \quad (11)$$

با استفاده از رابطه (۱۰) خواهیم داشت:

$$J_2^T(q) \dot{q}^+ = 0 \quad (12)$$

معادلات (۹) و (۱۲) نسبت به مجهولات خطی هستند و اگر برای $\dot{q}^+$ و λ حل شوند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dot{q}^+ = [I - M_e^{-1} J_2^T (J_2 M_e^{-1} J_2^T)^{-1} J_2] \dot{q}^- = D(q) \dot{q}^- \\ \lambda = -[(J_2 M_e^{-1} J_2^T)^{-1} J_2] \dot{q}^- \end{cases} \quad (13)$$

$\dot{q}^+$ با استفاده از معادله (۱۳) بر حسب $\dot{q}^-$ به دست می آید و سپس باید به عنوان شرایط اولیه در معادله (۱) به کار برده شود. پس از برخورد پا به زمین، لازم است تغییر مختصات داده شود چرا که پای آویزان قبلی، پس از برخورد، پای تکیه گاه می شود و برعکس. تبدیل مختصات را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = R(q) \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} \quad (14)$$

$R(q)$ ماتریسی است که تبدیل زیر را نشان می دهد:

$$[q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}, q_1] \rightarrow [q_{32}, q_{31}, q_{42}, q_{41}, q_1]$$

مدل کامل برخورد که شامل پرش در سرعت ها و همچنین تغییر مختصات است را می توان به طور خلاصه به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = \Delta_1(q) \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} \quad (15)$$

که در آن:

$$\Delta_1(q) = \begin{pmatrix} R(q) & 0 \\ 0 & R(q)D(q) \end{pmatrix} \quad (16)$$

۲-۲-۲- معادلات اغتشاش ضربه ای

معادلات برخورد اغتشاش ضربه ای به بالاتر ربات با استفاده از روش نیوتن اوایل و همچنین اصل ضربه و مومنوم خطی و زاویه ای استخراج شده است. فرضیات در نظر گرفته شده در مورد برخورد (بخش ۲-۲-۱) به قوت خود باقی است با این تفاوت که در اینجا فرض می شود برخورد به صورت الاستیک صورت می گیرد (به عنوان مثال فرض کنید یک

$$\Pi_2(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} d(x_1 - x_H)/dt \\ d(z_1 - z_H)/dt \end{pmatrix} \quad (6)$$

به طور خلاصه، مدل دینامیکی مقید مدل در فاز تک تکیه گاهی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + J_1^T(q)\lambda \\ J_1(q)\dot{q} + \Pi_2(q, \dot{q}) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

۲-۲-۲- مدل دینامیکی برخوردها

۲-۲-۱- برخورد با زمین

در انتهای فاز تک تکیه گاهی پای آویزان با زمین برخورد می کند. این برخورد به صورت برخورد بین دو جسم صلب مدل می شود. در مراجع، مدل های متنوعی برای برخورد وجود دارد [۱۳]. با فرضیات مناسب، اغلب این مدل ها را می توان استفاده نمود تا سرعت مختصات تعمیم یافته در لحظه بعد از برخورد پای آویزان با زمین را بر حسب موقعیت و سرعت آن قبل از برخورد به دست آورد. برای به دست آوردن مدل ریاضی برخورد همه درجات آزادی مدل در نظر گرفته می شود. بنابراین یکبار دیگر می توان نوشت:

$$M_e(q)\ddot{q} + N_e(q, \dot{q}) + G_e(q) = Su + \delta F_{ext} \quad (8)$$

فرض می شود که در اثر برخورد پا با زمین لغزش و برگشت صورت نمی گیرد و همزمان پای تکیه گاه از روی زمین بدون هیچ برهم کنشی بلند می شود. در اینجا مدل مرجع [۱۳] برای برخورد استفاده شده است که در آن فرضیات به قرار زیرند:

- برخورد در زمان بسیار کوچکی انجام می پذیرد
- نیروی خارجی وارد بر مدل در هنگام برخورد به صورت ضربه^۱ نشان داده می شود
- نیروهای ضربه ای باعث جهش ناگهانی در سرعت های تعمیم یافته می شوند، در حالیکه موقعیت ها تغییری نمی کند و پیوسته می مانند
- گشتاورهای اعمال شونده در مفاصل ربات به صورت ضربه ای نیستند
- برخورد کاملاً پلاستیک است.

با در نظر گرفتن فرضیات بالا، معادله (۸) در زمان بسیار ناچیز برخورد انتگرال گیری می شود:

$$M_e(q)(\dot{q}^+ - \dot{q}^-) = impulse = J_2^T(q)\lambda \quad (9)$$

که در آن $impulse = \int_{t^-}^{t^+} \delta F_{ext}(\tau) d\tau$ انتگرال نیروهای برخورد، $\dot{q}^+$ سرعت درست پس از لحظه برخورد و $\dot{q}^-$ سرعت در لحظه قبل از برخورد است. از آنجا که موقعیت اعضا درست پس از لحظه برخورد

^۱ Impulse

بار دیگر تاکید می‌شود که فرض شده است اغتشاش ضربه‌ای تنها باعث پرش در سرعت‌ها می‌شود و موقعیت‌ها ثابت باقی می‌مانند. بنابراین در معادله (۱۸) داریم:

$$\Delta_2(q) = \begin{pmatrix} I_{5 \times 5} & 0 \\ 0 & D_2(q) \end{pmatrix} \quad (19)$$

که در آن $D_2(q)$ باحل کردن معادله (۱۷) برای همه اعضا به دست می‌آید.

۲-۳- مدل کلی: سیستم ترکیبی تحت ضربه

اکنون می‌توان مدل کامل ربات را به صورت سیستمی ترکیبی بیان

کرد. با در نظر گرفتن حالت سیستم به صورت $x = [q \quad \dot{q}]^T$ می‌توان نوشت:

$$(1) \text{continuous} : \dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x^- \notin S_i, i=1,2.$$

$$(2) \text{impact model} \begin{cases} \text{with ground} : x^+ = \Delta_1 x^-, x^- \in S_1 \\ \text{disturbance} : x^+ = \Delta_2 x^-, x^- \in S_2 \end{cases} \quad (20)$$

در رابطه بالا S_1 و S_2 نشان دهنده صفحات تعویض مدل هستند که با رسیدن حالت به این صفحات، مدل تغییر می‌کند. برخورد با زمین زمانی رخ می‌دهد که ارتفاع نوک پای آویزان به صفر برسد. بنابراین صفحه تعویض مدل به صورت زیر خواهد بود:

$$S_1 = \{(q, \dot{q}) \mid z_2(q) = 0\} \quad (21)$$

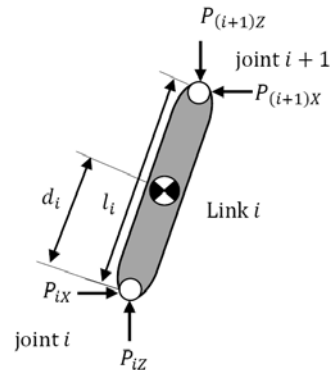
اغتشاش ضربه‌ای را می‌توان به صورت ناگهانی و یا قابل پیش بینی در نظر گرفت. فرض می‌شود مدل توانایی درک لحظه ورود اغتشاش را دارد. در شبیه سازی‌های عددی لحظه ورود اغتشاش (صفحه S_2) به صورت دستی وارد می‌شود.

به عنوان جمع بندی، می‌توان گفت که حالت ربات با انتگرال گیری از رابطه پیوسته (۱) مشخص می‌شود تا زمانی که پیشامدی اتفاق بیفتد. مثلاً برخورد با زمین که در آن حالت ربات به سطح S_1 می‌رسد. یا اغتشاش ضربه‌ای که زمان وقوع آن با رسیدن حالت به صفحه S_2 مشخص می‌شود. نتیجه نهایی این پیشامدها تغییر سریع در حالت سیستم است. سپس بار دیگر این حالت‌های جدید به عنوان شرایط اولیه در انتگرال گیری از رابطه (۱) استفاده می‌شوند.

۳- کنترل

در این بخش روش کنترل تشریح می‌شود. ایده اصلی در کنترل شامل تعیین قیدهای هولونومیک بر روی متغیرهای حرکتی ربات می‌شود. سپس این قیدها به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته می‌شوند و به کمک کنترل کننده پسخورد به مدل اعمال می‌شوند. با نگاهی به راه رفتن انسان به آسانی می‌توان مشاهده کرد که؛ انسان بالاتنه خود را تقریباً به حالت عمود نگه می‌دارد، کمر همواره در ارتفاع ثابت و موقعیت افقی آن تقریباً همواره بین دو پا قرار می‌گیرد، و نوک پای آویزان تقریباً یک

توپ بسکتبال به بالاتنه وارد می‌شود و به طور آنی جدا می‌شود. دیاگرام آزاد عضو i ام در شکل (۳) نشان داده شد است. فرض می‌شود که اغتشاش ضربه ای (p_{ex}, p_{ey}) در انتهای عضو بالاتنه وارد می‌شود.



شکل ۳: دیاگرام آزاد عضو i ام

با توجه به شکل (۳) و با استفاده از روش مرجع [۱۴] معادلات ضربه برای عضو i ام به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} m_i \Delta \dot{x}_{ci} &= m_i [\Delta \dot{x}_1 + \sum_{j=1}^{i-1} a_j l_j \cos(\theta_j) \Delta \dot{\theta}_j + d_i \cos(\theta_i) \Delta \dot{\theta}_i] = p_{ix} - p_{(i+1)x} + p_{iex}, \\ m_i \Delta \dot{z}_{ci} &= m_i [\Delta \dot{z}_1 + \sum_{j=1}^{i-1} a_j l_j \sin(\theta_j) \Delta \dot{\theta}_j - d_i \sin(\theta_i) \Delta \dot{\theta}_i] = p_{iz} - p_{(i+1)z} + p_{iez}, \\ I_i \Delta \dot{\theta}_i &= p_{(i+1)x} (a_i l_i - d_i) \cos(\theta_i) + p_{ix} d_i \cos(\theta_i) - p_{(i+1)z} (a_i l_i - d_i) \sin(\theta_i) + p_{iz} d_i \sin(\theta_i). \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن m_i ، l_i و d_i به ترتیب جرم، طول و مرکز جرم عضو را نشان می‌دهند. $\Delta \dot{x}_{ci}$ ، $\Delta \dot{z}_{ci}$ و $\Delta \dot{\theta}_i$ به ترتیب تغییرات سرعت افقی و عمودی مرکز جرم عضو i ام و نقطه تماس پای تکیه گاه را نشان می‌دهند. دو عبارت پایانی در اینجا برابر صفر است. a_i پارامتر ثابت است که برای همه اعضا برابر یک است غیر از بالا تنه که برای آن a_3 برابر صفر است. p_{iez} و p_{iex} ضربه ناشی از اغتشاش خارجی است که برای همه اعضا به جز بالاتنه برابر صفر است. با نوشتن معادلات بالا برای هر پنج عضو، یک دستگاه پانزده معادله‌ای غیر خطی به دست می‌آید که با حل آنها (با فرض اینکه اغتشاش مشخص است) می‌توان مجهولات $\Delta \dot{\theta}_i$ را به دست آورد. با استفاده از تبدیل ساده‌ای می‌توان مختصات مطلق بر حسب θ را بر حسب مختصات تعمیم یافته نوشت. به طور خلاصه، مدل برخورد برای اغتشاش ضربه که سرعت‌های درست بعد از لحظه برخورد را به سرعت‌های قبل از لحظه برخورد ارتباط می‌دهد، را می‌توان بر اساس مختصات تعمیم یافته به صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = \Delta_2(q) \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$v = \Psi(y, \dot{y}) = \frac{1}{\varepsilon^2} \begin{bmatrix} \Psi_1(y_1, \dot{y}_1) \\ \Psi_2(y_2, \dot{y}_2) \\ \Psi_3(y_3, \dot{y}_3) \\ \Psi_4(y_4, \dot{y}_4) \end{bmatrix} \quad (28)$$

هر کدام از Ψ_i ها به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\Psi_i(y_i, \dot{y}_i) = -\text{sign}(\dot{y}_i) |\dot{y}_i|^\alpha - \quad (29)$$

$$\text{sign}(\Phi_i(y_i, \dot{y}_i)) |\Phi_i(y_i, \dot{y}_i)|^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}, i=1,2,3,4.$$

که در آن $0 < \alpha < 1$ و:

$$\Phi_i(y_i, \dot{y}_i) = y_i + \frac{1}{2-\alpha} \text{sign}(y_i, \dot{y}_i) |\dot{y}_i|^{2-\alpha} \quad (30)$$

پارامتر حقیقی $0 < \varepsilon$ برای تنظیم زمان نشست کنترل کننده به کار می رود. قانون پس خورد نهایی که به سیستم (۲۰) اعمال می شود به صورت زیر است:

$$u = (L_g L_f h(x))^{-1} (\Psi(h(x), L_f h(x)) - L_f^2 h(x)) \quad (31)$$

روش فوق در واقع روش گشتاور محاسبه شده با کنترل پایدار کننده زمان نهایی برای هر انتگرال گیر مرتبه دو است. لازم به توضیح است که برای اثبات پایداری تناوبی راه رفتن از روش مقاطع پوانکاره استفاده می شود اما در این مقاله پایداری سیستم با شبیه سازی ها نشان داده شده است.

برای حل معادلات دیفرانسیل از نرم افزار MATLAB و حلگر ODE45 آن به همراه گزینه Event استفاده شده است تا در لحظات وقوع اغتشاش ضربه و یا برخورد پا با زمین، انتگرال گیری متوقف شود و پس از انجام محاسبات لازم و به دست آوردن شرایط اولیه، انتگرال گیری دوباره از سر گرفته شود.

۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش هدف این است که عملکرد روش کنترل توضیح داده شده در بخش قبل در کنترل پایداری راه رفتن تحت اغتشاش ضربه ای خارجی محک زده شود. مدل شکل (۱) را در نظر بگیرید که پارامترهای فیزیکی اش دارای مقادیر زیر است:

جدول ۱: پارامترهای فیزیکی مدل ربات دوپا شبیه سازی شده

Segment	Tibia	Femur	Torso
Length (m)	0.400	0.400	0.625
Mass (kg)	3.2	6.8	20
Center of mass (m)	0.128	0.163	0.2

مقادیر جدول (۱) مشابه با مرجع [۱۶] انتخاب شده است که در آن پایداری مجانبی به هنگام راه رفتن به کمک روش نگاشت برگشتی پوانکاره اثبات شده است. پارامترهای شبیه سازی به صورت زیر مقدار دهی شده اند:

جدول ۲: مقادیر پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی ها

مسیر سهموی را طی می کند. با استفاده از این مشاهدات می توان یک سری اهداف کنترل با استفاده از توابع خروجی زیر تعیین کرد:

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1(q) = k_1(q_1 - q_{1d}) \\ y_2 &= h_2(q) = k_2(d_1 + d_2) \end{aligned} \quad (22)$$

$$y_3 = h_3(q) = k_3(z_H - z_{Hd}(d_1))$$

$$y_4 = h_4(q) = k_4(z_2 - z_{2d}(d_1))$$

در معادلات بالا، z_H و z_2 به ترتیب برابر ارتفاع مفصل کمر و نوک پای آویزان هستند. d_1 و d_2 در شکل (۲) مشخص شده اند و مقادیر k_i بهره های کنترل هستند. اگر خروجی y_1 صفر شود باعث میل کردن زاویه بالاتنه به مقدار مطلوب q_{1d} می شود. صفر شدن خروجی y_2 باعث به جلو راندن مفصل کمر و همین طور نوک پای آویزان از پشت به جلو می شود. خروجی های y_3 و y_4 هم به ترتیب ارتفاع مفصل کمر و نوک پای آویزان را کنترل می کنند. مسیر مطلوب مفصل کمر ($z_{Hd}(d_1)$) به صورت چند جمله ای درجه دوم بر حسب d_1 تعریف می شود. d_1 در بازه $[-sld/2, sld/2]$ به صورت اکیدا افزایشی تغییر می کند. sld برابر طول گام مطلوب است. شرایط اولیه، میانی و نهایی برای z_{Hd} به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} z_{Hd}(-sld/2) &= z_{H \min} \\ z_{Hd}(0) &= z_{H \max} \end{aligned} \quad (23)$$

که در آن $z_{H \min}$ و $z_{H \max}$ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلوب برای ارتفاع مفصل کمر هستند. به همین ترتیب یک چند جمله ای درجه دو برای مسیر مطلوب نوک پای آویزان طراحی می شود که دارای شرایط زیر است:

$$\begin{aligned} z_{2d}(-sld/2) &= 0 \\ z_{2d}(0) &= z_{2 \max} \\ z_{2d}(sld/2) &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

هدف کنترل کننده این است که خروجی های تعریف شده در رابطه (۲۲) را صفر کند. از آنجا که این خروجی ها تنها به مختصات تعمیم یافته ربات مرتبط اند و دینامیک سیستم هم مرتبه دو است، بنابراین درجه نسبی هر یک از خروجی ها برابر دو است. با استفاده از نوشتار لی^۱ با مشتق گیری از خروجی ها ($y = h(q)$) خواهیم داشت:

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u \quad (25)$$

با فرض معکوس پذیری ماتریس $L_g L_f h(x)$ در محدوده مورد نظر و بر اساس روش گشتاور محاسبه شده می توان نوشت:

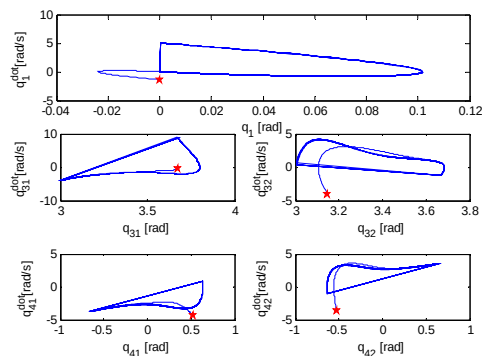
$$v = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u \quad (26)$$

که منجر به چهار معادله دیفرانسیل مرتبه دو زیر می شود:

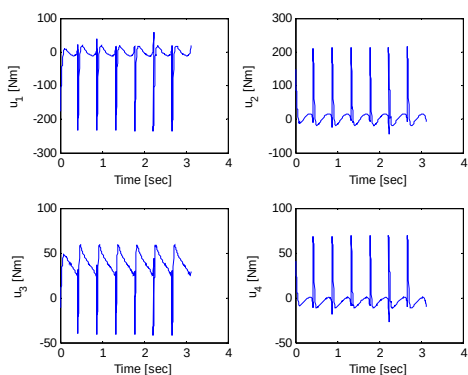
$$\ddot{y} = v_i, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (27)$$

برای طراحی کنترل پس خورد بر اساس روش مرجع [۱۵] توابع پس خورد به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

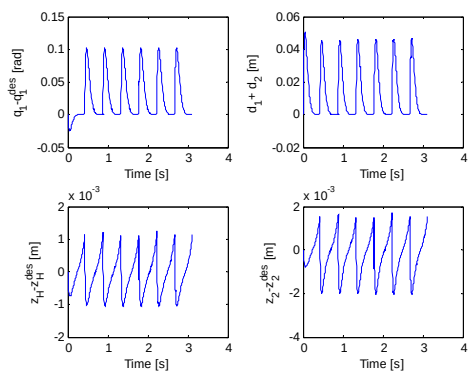
¹ Lie



شکل ۶: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن عادی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می‌دهد.



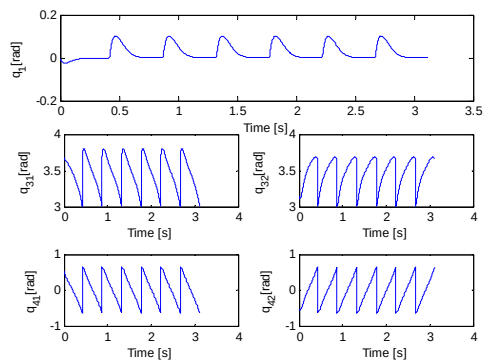
شکل ۷: گشتاورهای اعمال شده به مفاصل در هفت گام از راه رفتن عادی



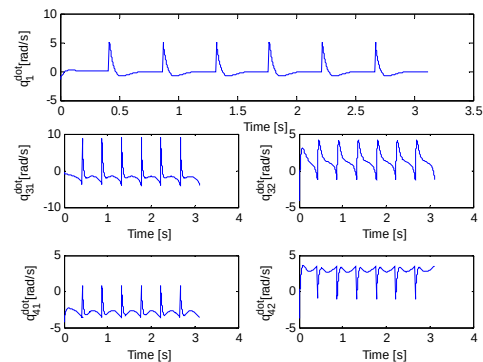
شکل ۸: خروجی‌های سیستم

g	9.806m/s^2	q_{1d}	0
sl_d	0.4m	$z_{2\max}$	0.02 m
$z_{H\min}$	0.745m	$z_{H\max}$	0.746m
α	0.9	ε	0.05

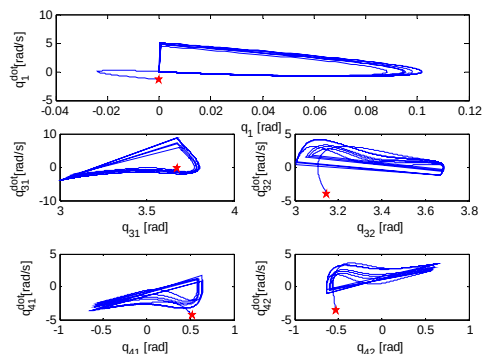
ابتدا نتایج شبیه سازی برای راه رفتن عادی (بدون اغتشاش) را بررسی می‌کنیم. شکل (۴) و (۵) مسیر حرکت مفاصل و سرعت‌های آنها برای هفت گام از راه رفتن را نشان می‌دهند. همچنین شکل (۶) رفتار سیستم را در صفحه فازی نشان می‌دهد. خطوط راست در این شکلها نشان دهنده پرش در حالت سیستم به علت برخورد پا با زمین است. همان گونه که مشاهده می‌شود همه مسیرها به یک چرخه حدی منتهی می‌شوند و این نشان دهنده پایداری راه رفتن تناوبی است. در شکل (۷) و شکل (۸) به ترتیب گشتاورهای کنترلی مفاصل و خروجی‌های سیستم نشان داده شده است. برای مشاهده بهتر راه رفتن ربات نمودار چسبی اعضا ربات در شکل (۹) آورده شده است.



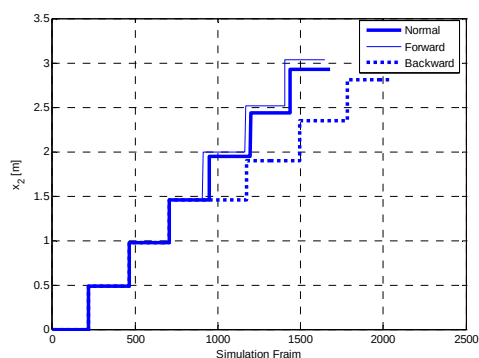
شکل ۹: مسیرهای حرکت مفاصل ربات برای هفت گام از راه رفتن عادی



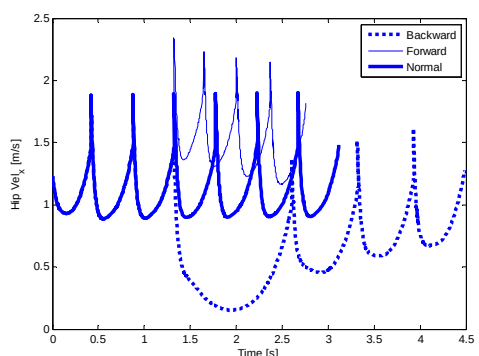
شکل ۱۰: سرعت‌های زاویه‌ای مفاصل ربات در هفت گام از راه رفتن عادی



شکل ۱۱: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه‌ای رو به عقب در فاز دو تکیه گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می‌دهد.

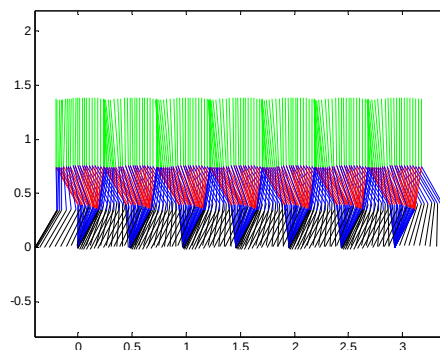


شکل ۱۲: اندازه طول گام برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز دو تکیه گاهی



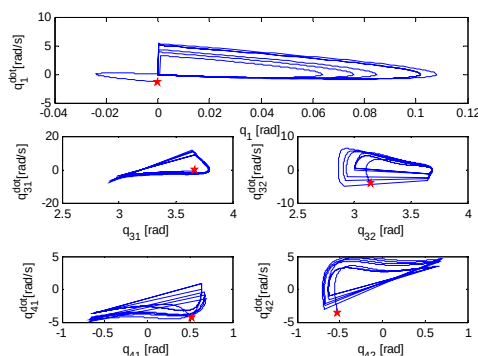
شکل ۱۳: سرعت افقی مفصل کمر برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز دو تکیه گاهی

اکنون فرض کنید ضربه‌ای برابر با $(p_{ez} = 0, p_{ex} = 7Ns)$ در میانه گام چهارم از راه رفتن و در لحظه‌ای که ربات در فاز تک تکیه گاهی قرار دارد، وارد شود. در شکل (۱۴) نتایج صفحه فازی برای اغتشاش رو به جلو نشان داده شده است. در شکل (۱۵) هم نتایج صفحه فازی برای اغتشاش فوق این بار رو به عقب نشان داده شده است. برای مقایسه

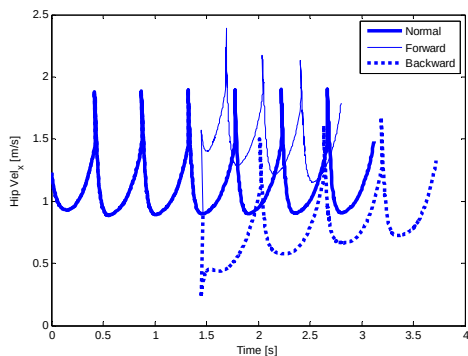


شکل ۹: نمودار چسبی اعضا ربات برای هفت گام از راه رفتن عادی

اکنون فرض کنید ضربه‌ای رو به جلو (هل دادن به جلو) با اندازه $(p_{ez} = 0, p_{ex} = 2Ns)$ در گام سوم از راه رفتن و در لحظه‌ای که ربات در فاز دو تکیه گاهی قرار دارد وارد شود. در شکل (۱۰) رفتار مدل در صفحه فازی نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که مسیرها بعد از یک انحراف در اثر اغتشاش دوباره به یک چرخه حدی همگرا می‌شوند. در شکل (۱۱) نتایج برای اغتشاش مشابه حالت قبل اما در راستای رو به عقب نشان داده شده است. شکل (۱۱) هم همگرایی به چرخه حدی را نشان می‌دهد. مقایسه بین دو شکل حاکی از اختلاف اندازه تغییرات مسیرها به ویژه برای q_{32} و q_{31} است. برای مقایسه بهتر عکس العمل ربات به دو اغتشاش هم اندازه رو به جلو و رو به عقب، نمودارهای اندازه گام و همچنین سرعت افقی مفصل کمر در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) آورده شده است. از شکل (۱۲) و (۱۳) واضح است که بعد از اغتشاش ضربه‌ای رو به عقب، طول گام برداری و سرعت راه رفتن کاهش می‌یابد در حالیکه برای اغتشاش رو به جلو عکس این روند اتفاق می‌افتد. همچنین از شکل (۱۳) واضح است که پس از اعمال اغتشاش، هم به جلو و هم به عقب، با برداشتن گامهای بیشتر، راه رفتن ربات به راه رفتن عادی قبل از وقوع اغتشاش همگرا می‌شود.



شکل ۱۰: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه‌ای رو به جلو در فاز دو تکیه گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می‌دهد.



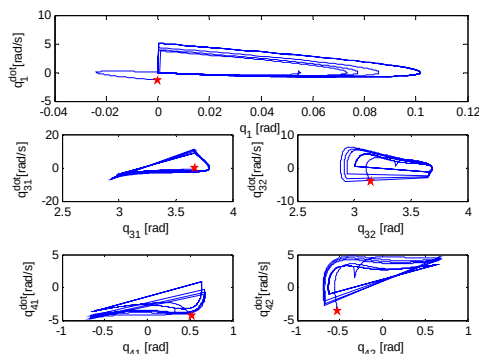
شکل ۱۷: سرعت افقی مفصل کمر برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز تک تکیه گاهی

مقایسه نتایج به دست آمده با عکس العمل های یک انسان در برابر اغتشاش ممکن است جالب باشد. متأسفانه در منابع داده های سینماتیکی و دینامیکی دقیقی در مورد عکس العمل های انسان در برابر اغتشاش ضربه ای به هنگام راه رفتن (نه در حالت ایستاده) وجود ندارد اما آزمایشهای تجربی بر روی راه رفتن در برابر اغتشاشات دیگری نظیر سکندری خوردن وجود دارد. بر اساس مرجع [۱۷]، استراتژی هایی که انسان در برابر راه رفتن مغشوش شده در فاز تک تکیه گاهی از خود نشان می دهد عبارتند از: افزایش طول گام^۱، کوتاه کردن طول گام^۲، و کوتاه کردن با تاخیر طول گام^۳. در استراتژی سوم ابتدا انسان سعی می کند طول گام را افزایش دهد اما به سرعت تصمیم خود را عوض می کند و آن را کاهش می دهد. واکنشهای انسان متأثر از عوامل روانی (مانند ترس از افتادن)، عصبی (مانند تاخیر در پاسخ عضلات) و محدودیت های مکانیکی (مانند محدوده حرکت مفاصل) است. برای ربات فقط محدودیت های مکانیکی معنا و مفهوم دارد. نتایج پژوهش حاضر به وضوح نشان داد که روش کنترل به کار برده شده می تواند استراتژی افزایش طول گام در برابر اغتشاش رو به جلو و استراتژی کوتاه کردن طول گام در اغتشاش رو به عقب را هم در فاز تک تکیه گاهی و هم دو تکیه گاهی برای مدل تولید کند. این روش به شکل فعلی خود از تولید استراتژی کوتاه کردن با تاخیر طول گام عاجز است. همچنین از نتایج مشاهده شد که مشابه انسان، چندین گام برای بازیابی تعادل در برابر اغتشاش لازم است.

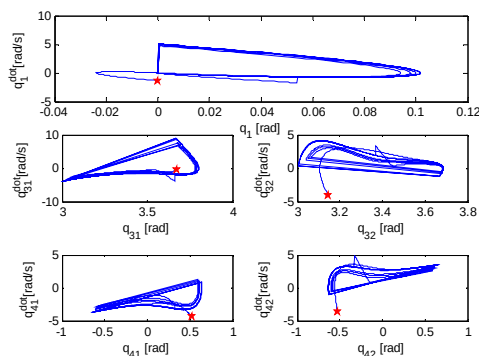
۵- نتیجه گیری

در این مقاله تلاش شد یک روش کنترل برای بازیابی تعادل ربات راه رونده ناقص عملگر بعد از اغتشاش ضربه ای به کار برده شود. این روش مبتنی بر تعیین قیود هولونومیک برای سیستم است که یک کنترل کننده پسخور بر پایه پیشامد این قیودهای حرکتی را برآورده می سازد. مدل ربات ترکیبی (گسسته- پیوسته) در نظر گرفته شده است که با وقوع

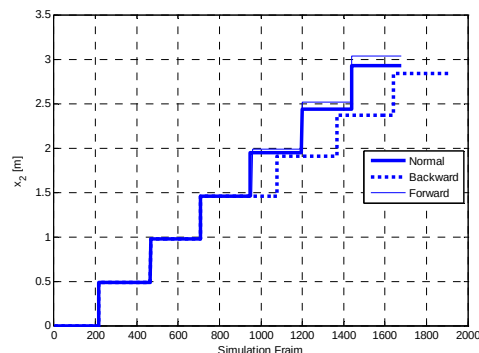
بیشتر دو الگوی متفاوت عکس العمل نمودارهای اندازه طول گام و سرعت افقی کمر در شکل های (۱۶) و (۱۷) آورده شده است.



شکل ۱۴: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه ای رو به جلو در فاز تک تکیه گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می دهد.



شکل ۱۵: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه ای رو به جلو در فاز تک تکیه گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می دهد.



شکل ۱۶: طول گام برداری برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز تک تکیه گاهی

¹ Elevating strategy

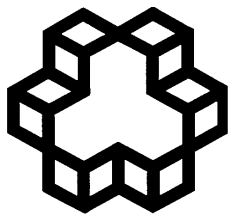
² Lowering Strategy

³ Delayed Lowering Strategy

- [8] D. E. Hobbelen and M. Wisse, "A Disturbance rejection measure for limit cycle walkers: The gait sensitivity norm," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23, no. 6, pp. 1213-1224, 2007.
- [9] B. Miripour Fard, A. Bagheri and N. Nariman-zadeh, "Limit cycle walker push recovery based on a receding horizon control scheme," *Proc IMechE Part I: J Systems and Control Engineering*, vol. 226, no. 7, pp. 914-926, 2012.
- [10] M. S. Branicky, V. S. Borkar and S. M. Mitter, "A unified framework for hybrid control: Model and optimal theory," *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 43, no. 1, pp. 31-45, 1998.
- [11] M. Alamir, *Stabilization of nonlinear systems using receding-horizon control schemes: a parameterized approach for fast systems*, London: Springer-Verlag, 2006.
- [12] M. W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, New York: John Wiley and Sons, 2006.
- [13] Y. Hurmuzlu and D. B. Marghitu, "Rigid body collisions of planar kinematic chains with multiple contact points," *Int. J. Rob. Research*, vol. 13, no. 1, p. 82-92, 1994.
- [14] X. Mu and Q. Wu, "On impact dynamics and contact events for biped robots via impact effects," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 36, no. 6, pp. 1364-1372, 2006.
- [15] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 43, no. 5, pp. 678-682, 1998.
- [16] J. W. Grizzle, E. R. Westervelt and G. Abba, "Stable walking of a 7-DOF biped robot," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 4, pp. 653-668, 2003.
- [17] A. F. Cordero, H. J. Koopman and F. C. Helm, "Mechanical model of the recovery from stumbling," *Biological Cybernetics*, vol. 91, pp. 212-220, 2004.
- پیشامدها این مدلها تعویض می‌شوند. پس از وقوع پیشامد (برخورد پاها با زمین و یا اغتشاش ضربه‌ای) با استفاده از نگاشته‌ای به دست آمده، حالت‌های قبل و پس از پیشامد به هم ارتباط داده می‌شود. با انجام شبیه‌سازی‌های متعدد توانایی روش در بازیابی تعادل در برابر اغتشاشات ضربه‌ای نشان داده شده است. نتایج همچنین نشان داد که توانایی مدل در بازیابی اغتشاشات بزرگتر در فاز تک تکیه‌گاهی بیشتر از فاز دو تکیه‌گاهی است. مقایسه کیفی نتایج به دست آمده با عکس‌العمل‌های انسان، بیانگر این واقعیت است که این مدل از رباتها در اجرای حرکاتی مشابه انسان کارآمد هستند. روشن است که افزودن توانایی‌هایی نظیر شبکه‌های عصبی (یادگیری) به روش کنترل بررسی شده در این پژوهش می‌تواند کمک کند تا ربات‌هایی توسعه یابند که توانایی‌هایی نظیر انسان در حس کردن، فکر کردن و عمل کردن برای دفع اغتشاش دارند.

مراجع

- [1] B. Stephens, *Push Recovery control for force-controlled humanoid robots*, PhD thesis, Carnegie Mellon University, USA, 2011.
- [2] D. E. Hobbelen and M. Wisse, "Limit Cycle Walking," in *Humanoid Robots, Human-like Machines*, In-Tech Education and Publishing, 2007, pp. 277-294.
- [3] T. McGeer, "Passive dynamic walking," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 9, no. 2, pp. 62-82, 1990.
- [4] S. H. Collins, A. Ruina, R. Tedrake and e. al., "Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers," *Science*, vol. 307, no. 5712, pp. 1082-1085, 2005.
- [5] T. Takuma, K. Hosoda and M. Asada, "Walking stabilization of biped with pneumatic actuators against terrain changes," in *Proc. Int. Conf. Intell. Rob. Syst.*, 2005.
- [6] R. Q. Linde, "Passive bipedal walking with phasic muscle contraction," *Biol. Cybern.*, vol. 81, pp. 227-237, 1999.
- [7] M. Wisse and J. V. Frankenhuyzen, "Design and construction of Mike: A 2D autonomous biped based on passive dynamic walking," in *Proc. 2nd Int. Symp. Adapt. Motion Animals Mach*, Kyoto, Japan, 2003.



Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control (ISSN 2008-8345)



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 6, No. 3, Fall 2012.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Prof. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Mousavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Prof. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan, Prof. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Prof. Masoud Shafiee., Dr. Mohammad Reza Jahed Motlagh, Prof. Iraj Goodarznia, Prof. Behzad Moshiri, Prof. Ali Akbar Safavi, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Iman Mohammadzaman, Dr. Ali Ashrafmodarres, Ali Kiani.

P.O. Box 15815-3595, Tehran – IRAN

Tel : (+9821) 81032231

Fax: (+9821) 81032200

<http://www.isice.ir>

control@isice.ir



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control
Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of
K.N. Toosi University of Technology
Vol. 6, No. 3, Fall 2012**

Contents

- | | |
|---|-----------|
| A Novel Supervised Fuzzy Reinforcement Learning for Robot Navigation | 1 |
| Fateme Fathinezhad, Vali Derhami | |
|
 | |
| Modeling and Analysis of the Hydraulic Antilock Brake System of Vehicle | 11 |
| Sayad Nasiri, Bijan Moaveni, Golamhassan Payganeh, Mohammad Arefiyan | |
|
 | |
| A Robust PI Control Design for a Class of Nonlinear Systems with Uncertainty Using Sum of Squares Decomposition | 27 |
| Hasan Zakeri, Sadjaad Ozgoli | |
|
 | |
| Solution of Differential-Algebraic Equations in Hessenberg Form Using Sliding Mode Control | 37 |
| Ali Khaleghi Karsalari, Masoud Shafiee | |
|
 | |
| A Novel Method for Optimum Electrical Energy Harvesting from Wind Turbines: A Space-Time Model for Wind Farm by Neuro-Fuzzy Strategy | 51 |
| Seyed Vahab Shojaedini, Armin Parsian'nejad, Mojtaba Farzaneh | |
|
 | |
| Sliding Mode Control of Time-Delay Markovian Jump Systems with Partly Known Transition Probabilities | 61 |
| Nasibeh Zohrabi, Hamid Reza Momeni, Amir Hossein Abolmasoumi | |
|
 | |
| Hybrid Dynamical Modeling and Control of an Under-Actuated Limit Cycle Walker Subjected to Impulsive External Disturbances | 71 |
| Behnam Miripour Fard, Ahmad Bagheri, Nader Nariman-zadeh | |